НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

КЫРГЫЗСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. Ж. БАЛАСАГЫНА

Диссертационный Совет Д. 01.12.001

На правах рукописи

УДК 519.633

ШЕЙШЕНОВА ШААРБУБУ КЫШТООБАЕВНА

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ПРИ ОТСУТСТВИИ СПЕКТРА ПРЕДЕЛЬНОГО ОПЕРАТОРА

01.01.02 - дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Бишкек - 2012

Диссертационная работа выполнена в Институте социального развития и предпринимательства при Министерстве молодежи, труда и занятости Кыргызской Республики.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, доцент
Омуралиев Асан Сыдыгалиевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Какишов Каныбек Какишович
кандидат физико-математических наук
Туркманов Жылдызбек Каныбекович

Ведущая организация: Ошский государственный университет,
723500, г. Ош, ул. Ленина, 331

Защита диссертации состоится «___»____________2012 годав____ часов на заседании Диссертационного совета Д.01.12.001 при Институте теоретической и прикладной математики НАН Кыргызской Республики и Кыргызском Национальном университете им. Ж. Баласагынана соискание ученой степени доктора (кандидата) физико-математических наук по адресу: 720071, Кыргызстан, г. Бишкек, просп. Чуй 265а.

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной библиотеке НАН Кыргызской Республики, по адресу: 720071, Кыргызстан, г. Бишкек, просп. Чуй 265а.

Автореферат разослан «____»_______________2012 г.

Ученый секретарь
Диссертационного совета
д.ф.-м.н., старший научный сотрудник С. Искандаров

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Математика изучает процессы, происходящие в реальном мире, с помощью математических моделей этих процессов. При развитии науки и техники математические модели реального мира усложняются. Многие физические процессы, связанные с неравномерными переходами, описываются уравнениями с большими или малыми параметрами. Возникающие при их исследовании трудности можно преодолеть с помощью асимптотического анализа исследуемой задачи, проводимого на основе методов построения разложений по параметрам для решения задачи. Когда исследуемый процесс описывается дифференциальными уравнениями с малыми параметрами при старших производных, то такие уравнения называются сингулярно возмущенными. Такие задачи возникают естественным образом там, где имеются неравномерные переходы от одних физических характеристик к другим.

Асимптотический анализ для некоторых классов сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и дифференциальных уравнений в частных производных (ДУ в ЧП) имеет развитую теорию. Ранее была создана теория асимптотического интегрирования сингулярно возмущенных краевых задач для ОДУ – линейных и нелинейных, для линейных уравнений в частных производных и для некоторых линейных операторных уравнений. Основным содержанием излагаемой теории являются метод регуляризации сингулярных возмущений. Например: в задачах, связанных с решением уравнений Навье-Стокса при малой вязкости, эти неравномерности создают зону пограничного слоя. Без тщательного асимптотического анализа трудно создать математическую теорию пограничного слоя или вести численный счет сингулярно возмущенных задач.

В данной диссертационной работе, изучается асимптотика решения параболических уравнений в частных производных при отсутствии спектра предельного оператора, когда свободный член и коэффициент являются быстроосциллирующими функциями.

Цель работы. В работе решаются следующие задачи:

- разработать алгоритм построения регуляризованной асимптотики решения первой краевой задачи для дифференциального уравнения с частными производными параболического типа с малым параметром при отсутствии спектра предельного оператора и быстроосциллирующим свободным членом;
- разработать алгоритм асимптотического интегрирования первой краевой задачи для дифференциального уравнения параболического типа с малым параметром с аддитивным быстроосциллирующим свободным членом;
- разработать алгоритм построения регуляризованной асимптотики решения первой краевой задачи для дифференциального уравнения с частными

производными параболического типа с угловым пограничным слоем и быстроосциллирующим свободным членом;

- обобщить способ регуляризации на краевую задачу для дифференциального уравнения параболического типа с быстроосциллирующим коэффициентом;
- обобщить результаты, полученные для скалярных задач, на многомерные задачи.

Научная новизна. Впервые идея регуляризации применяется для выделения особенностей в решении сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа, при отсутствии спектра предельного оператора и когда свободный член и коэффициент являются быстроосциллирующими функциями. Предлагаемая методика обобщается на многомерные аналоги перечисленных задач и с аддитивным свободным членом и коэффициентом.

Методика исследования. При построении регуляризованной асимптотики решения задач, изучаемых в диссертационной работе, используется метод С.А. Ломова, модифицированный Омуралиевым А.С. для исследования сингулярно возмущенных параболических задач. Обоснование асимптотической сходимости формальных решений осуществляется "принципом максимума".

Апробация работы. Результаты работы докладывались на научных семинарах Кыргызско-Турецкого университета "Манас", на международной научно-практической конференции "Казахстанский путь в Европу"-Талды-Корган, 2010, на четвертом Международном конгрессе математиков стран тюркского мира-Баку, 2011.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 8 работ. В пяти совместных работах научному руководителю принадлежит постановка задачи.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, четырех глав, разбитых на параграфы и пункты, выводы и списка использованной литературы из 89 источников. Работа изложена на 119 страницах машинописного текста.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В I главе производится обзор литературы по теме диссертации, приводятся некоторые известные результаты, многократно используемые в работе, дается краткий обзор полученных автором результатов.

II глава, состоящая из двух параграфов, посвящена разработке алгоритмов построения асимптотического решения сингулярно возмущенной параболической задачи, когда свободный член является быстроосциллирующей функцией.

Приведем многократно используемые обозначения и предположения:

$\pi = \{(x,t): x \in (0,1), t \in (0,T]\}, i = \sqrt{-1},\ \varepsilon > 0$ -малый параметр,

Δ - оператор Лапласа, $erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty exp(-s^2)\, ds,$

1) $a(x), h(x) \in C^\infty[0,1], b(x,t), f(x,t) \in C^\infty(\pi), \theta(t) \in C^\infty[0,1];$
2) $a(x) > 0;\ \forall x \in [0,1];$
3) $\theta'(t) \neq 0;\ \forall t \in [0,1];$
4) условия согласования начальных и граничных условий.

В параграфе 2.1. изучается первая краевая задача для сингулярно возмущенного параболического уравнения

$$L_\varepsilon u \equiv \partial_t u(x,t,\varepsilon) - \varepsilon^2 a(x) \partial_x^2 u(x,t,\varepsilon) - b(x,t) u(x,t,\varepsilon) = f(x,t)\, exp\left(\frac{i\theta(t)}{\varepsilon}\right),$$

$$(x,t) \in \pi,\ u(x,t,\varepsilon)|_{t=0} = h(x),\ u(x,t,\varepsilon)|_{x=l-1} = 0,\ l=1,2, \quad \textbf{(1)}$$

при выполнении условий 1)-4) .

Введем регуляризующие переменные

$$\tau = \frac{t}{\varepsilon^2}, \quad \eta = \frac{\theta(t) - \theta(0)}{\varepsilon}, \quad \varsigma_l = \frac{\varphi_l(x)}{\varepsilon^2}, \xi_l = \frac{\varphi_l(x)}{\varepsilon}, \varphi_l = \int_{l-1}^x \frac{ds}{\sqrt{a(s)}}. \quad (\mathbf{2})$$

Наряду с независимыми переменными x и t, эти переменные объявим независимыми переменными расширенной функции $\tilde{u}(M,\varepsilon)$, такой что

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)|_{v=\Psi(x,t,\varepsilon)} \equiv u(x,t,\varepsilon), \quad \textbf{(3)}$$

$$M = (x,t,v),\ v = (\tau, \eta, \varsigma, \xi), \varsigma = (\varsigma_1, \varsigma_2),\ \xi = (\xi_1, \xi_2),$$

$$\Psi(x,t,\varepsilon) = \left(\frac{t}{\varepsilon^2}, \frac{\theta(t) - \theta(0)}{\varepsilon}, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon^2}, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right), \quad \varphi(x) = (\varphi_1(x), \varphi_2(x)),$$

с учетом (2) из (3) найдем

$$\partial_t u(x,t,\varepsilon) = \left(\partial_t \tilde{u}(M,\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon^2} \partial_\tau \tilde{u}(M,\varepsilon) + \frac{\theta'(t)}{\varepsilon} \partial_\eta \tilde{u}(M,\varepsilon)\right)_{v=\Psi(x,t,\varepsilon)},$$

$$\partial_x u = \left(\partial_x \tilde{u}(M,\varepsilon) + \sum_{l=1}^{2} [\frac{\varphi'_l(x)}{\varepsilon^2} \partial_{\varsigma_l} \tilde{u}(M,\varepsilon) + \frac{\varphi'_l(x)}{\varepsilon} \partial_{\xi_l} \tilde{u}(M,\varepsilon)]\right)_{v=\Psi(x,t,\varepsilon)},$$

$$\partial_x^2 u(x,t,\varepsilon) = \partial_x^2 \tilde{u}(M,\varepsilon) + \sum_{l=1}^{2} [\left(\frac{\varphi'_l(x)}{\varepsilon^2}\right)^2 \partial^2{}_{\varsigma_l} \tilde{u}(M,\varepsilon) + \left(\frac{\varphi'_l(x)}{\varepsilon}\right)^2 \partial_{\xi_l}^2 \tilde{u}(M,\varepsilon) +$$

$$+ \frac{1}{\varepsilon^2} L_{\zeta,l} \tilde{u}(M,\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon} L_{\xi,l} \tilde{u}(M,\varepsilon)]_{v=\Psi(x,t,\varepsilon)}, \quad (\mathbf{4})$$

$$L_{\varsigma,l} \equiv 2\varphi_l'(x)\partial_{x,\varsigma}^2 + \varphi_l''(x)\partial_\varsigma \ , \qquad L_{\xi,l} \equiv 2\varphi_l'(x)\partial_{x,\xi}^2 + \varphi_l''(x)\partial_\xi \ .$$

На основании (1), (3), (4), поставим расширенную задачу

$$\widetilde{L_\varepsilon}\tilde{u} = \frac{1}{\varepsilon^2}\left[\partial_t\tilde{u}(M,\varepsilon) - \Delta_\varsigma\tilde{u}(M,\varepsilon)\right] + \frac{1}{\varepsilon}\theta'(t)\partial_\eta\tilde{u}(M,\varepsilon) + \partial_t\tilde{u}(M,\varepsilon) -$$

$$-\Delta_\xi\tilde{u}(M,\varepsilon) - L_\varsigma\tilde{u}(M,\varepsilon) - \varepsilon L_\xi\tilde{u}(M,\varepsilon) - \varepsilon^2 L_x\tilde{u}(M,\varepsilon) =$$

$$= f(x,t)\exp\left(i\eta + \frac{i\theta(0)}{\varepsilon}\right), \ M \in v, \qquad \textbf{(5)}$$

$$u(M,\varepsilon)_{t=\tau=\eta=0} = h(x), \ \ u(M,\varepsilon)_{\xi_l=0, x=l-1} = 0,$$

$$v = \{M: x,t \in \pi, \tau,\varsigma,\xi \in (0,\infty), \qquad \eta \in (-\infty,\infty)\},$$

$$L_\varsigma \equiv a(x)\sum_{l=1}^{2} L_{\varsigma,l}a(x), \ \ L_\xi \equiv a(x)\sum_{l=1}^{2} L_{\xi,l}a(x), L_x = a(x)\partial_x^2.$$

При этом имеет место тождество

$$\widetilde{L_\varepsilon}\tilde{u}(M,\varepsilon)|_{v=\Psi(x,t,\varepsilon)} \equiv L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon). \qquad \textbf{(6)}$$

Задача (5) регулярна по ε при ε→0, поэтому решение этой задачи будем определять в виде ряда

$$\tilde{u}(M,t) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k u_k(M). \qquad \textbf{(7)}$$

Относительно коэффициентов этого ряда получим итерационные задачи, которые будем решать в классе функций:

$$U = \{u(M): u(M) = v(x,t) + \exp(i\eta)\,[c(x,t) + \sum_{l=1}^{2} Y_l(N_l)] +$$

$$+ \sum_{l=1}^{2} w_l(x,t) erfc\,(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}})\}, \qquad \textbf{(8)}$$

$$v(x,t), c(x,t), w_l(x,t) \in C^\infty(\pi), \qquad |Y_l(N_l)| < \exp\left(-\frac{\varsigma_l^2}{8\tau}\right), \ \ N_l = (x,t,\tau,\varsigma_l).$$

Доказана теорема об асимптотическом характере построенного решения:

<u>Теорема 1.</u>*Пусть выполнены условия 1)-4). Тогда разложение*

$$u_\varepsilon(x,t,\varepsilon) = \sum_{k=0}^{n} \varepsilon^k u_k(M)|_{v=\Psi(x,t,\varepsilon),}$$

является асимптотическим решением задачи (1), т.е. справедлива оценка

$$|u(x,t,\varepsilon) - u_\varepsilon(x,t,\varepsilon)| < c\varepsilon^{n+1}, \qquad n = 0,1,2,\ldots$$

В параграфе 2.2. изучается задача

$$L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon) \equiv \partial_t u - \varepsilon^2 \Delta u - b(x,t)u = f(x,t)\exp\left(\frac{i\theta(t)}{\varepsilon}\right), (x,t) \in \Omega_1,$$

$$u(x,t,\varepsilon)|_{t=0} = h(x),\ u(x,t,\varepsilon)|_{\partial\Omega} = 0, \qquad \textbf{(9)}$$

где $\Omega_1 = \Omega \times (0,T],\ \Omega = \{x = (x_1,x_2): x_1,x_2 \in (0,1)\}$.

Предположим выполненными следующие условия:

1. функции $b(x,t), f(x,t) \in C^\infty(\overline{\Omega_1}), h(x) \in C^\infty(\overline{\Omega}), \theta(t) \in C^\infty[0,T]$;
2. $h(x)|_{\partial\Omega} = 0$.

Введем регуляризующие переменные

$$\xi_1 = \frac{x_1}{\varepsilon},\ \ \xi_2 = \frac{1-x_1}{\varepsilon}, \qquad \eta_1 = \frac{x_2}{\varepsilon}, \qquad \eta_2 = \frac{1-x_2}{\varepsilon}, \tau = \frac{t}{\varepsilon^2},$$

$$\nu = \frac{\theta(t)-\theta(0)}{\varepsilon}, \qquad \zeta_l = \frac{\xi_l}{\varepsilon}, \qquad q_l = \frac{\eta_l}{\varepsilon}$$

и объявим их, наряду с (x_1,x_2,t), независимыми переменными расширенной функции $\tilde{u}(M,\varepsilon),\ M = (x,t,\xi,\eta,\zeta,q,\tau,\nu)$, для которой поставим задачу

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u}(M,\varepsilon) \equiv \frac{1}{\varepsilon^2} T_1 \tilde{u}(M,\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon}\theta'(t)\partial_\nu \tilde{u}(M,\varepsilon) + T_2 \tilde{u}(M,\varepsilon) - [L_\zeta - L_q]\tilde{u}(M,\varepsilon) +$$

$$+\varepsilon\big[L_\xi - L_\eta\big]\tilde{u}(M,\varepsilon) - \varepsilon^2 \varDelta \tilde{u}(M,\varepsilon) = f(x,t)\, exp\left(i\nu + \frac{i\theta(0)}{\varepsilon}\right), \qquad M \in Q,$$

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)|_{t=\tau=\nu=0} = h(x),\ \tilde{u}(M,\varepsilon)|_{\partial Q_1} = 0, \qquad \textbf{(10)}$$

здесь введены обозначения

$$Q = Q_1 \times D \times \{\tau \geq 0\} \times \{\nu \in R\}, \qquad D = \{\xi,\eta,\zeta,q \geq 0\}, \qquad Q_1 = Q \times D,$$

$$T_1 \equiv \partial_\tau - \varDelta_\zeta - \varDelta_q, \qquad T_2 \equiv \partial_t - \varDelta_\xi - \varDelta_\eta - b(x,t),$$

$$L_\zeta \equiv \sum_{l=1}^{2} L_{\zeta,l},\ \ L_q \equiv \sum_{l=1}^{2} L_{q,l},\ \ L_\xi \equiv \sum_{l=1}^{2} L_{\xi,l},\ \ L_\eta \equiv \sum_{l=1}^{2} L_{\eta,l}.$$

Решение расширенной задачи (10) ищем в виде ряда (7).

Итерационные задачи, для коэффициентов ряда (7), будем решать в классе функций:

$$U = \left\{u(M): u(M) = v(x,t) + exp(i\nu)\left[c(x,t) + \sum_{l=1}^{2}\big(\,Y_l(x,\tau,\zeta_l) + Z_l(x,\tau,q_l)\big)\right)\right] +$$

$$+\sum_{j=1}^{2} w_{l,j}\big(x,t,\zeta_l,q_j\big)] + \sum_{l=1}^{2}[\,y_l(x,t) \quad erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right) + d_l(x,t) erfc\left(\frac{\eta_l}{2\sqrt{t}}\right) +$$

$$+\sum_{j=1}^{2}\omega_{l,j}(x,t)erfc\left(\frac{\xi_j}{2\sqrt{t}}\right)erfc\left(\frac{\eta_l}{2\sqrt{t}}\right)], \qquad (\mathbf{11})$$

$$|Y_l(N_l)| < c\exp\left(-\frac{\zeta_l^2}{8\tau}\right), |Z_l(P_l)| < c\exp\left(-\frac{q_l^2}{8\tau}\right), \qquad P_l = (x,t,\tau,q_l),$$

$$v(x,t), c(x,t), y_l(x,t), d_l(x,t), \omega_{l,j}(x,t) \in C^\infty(\overline{\Omega_1})\} \ .$$

Как видно из (11), в данном многомерном случае, структура решения содержит угловые функции в виде произведения параболических погранслойных функций по пространственным переменным.

Доказана теорема об асимптотическом характере построенного решения.

ГЛАВА III посвящена асимптотике решения параболических уравнений с аддитивным быстроосциллирующим свободным членом.

В параграфе 3.1. изучается скалярная сингулярно возмущенная задача, когда правая часть состоит из суммы быстроосциллирующих функций.

$$L_\varepsilon u \equiv \partial_t u(x,t,\varepsilon) - \varepsilon^2 a(x)\,\partial_x^2 u(x,t,\varepsilon) - b(x,t)u(x,t,\varepsilon) =$$

$$= \sum_{k=1}^{m} f_k\,(x,t)\exp\left(\frac{i\theta_k(t)}{\varepsilon}\right), \quad (x,t)\in\pi, \qquad (\mathbf{12})$$

$$u(x,t,\varepsilon)|_{t=0} = h(x),\ u(x,t,\varepsilon)|_{x=l-1} = 0,\ \ l=1,2.$$

Относительно заданных функций, предполагаются выполненными условия 1)-4).

Вводим регуляризующие переменные:

$$\tau = \frac{t}{\varepsilon^2}, \qquad \eta_k = \frac{\theta_k(t)-\theta_k(0)}{\varepsilon}, \qquad k=\overline{1,m},$$

$$\xi_l = \frac{\varphi_l(x)}{\varepsilon^2}, \qquad \varsigma_l = \frac{(-1)^{l-1}}{\varepsilon}\int_{l-1}^{x}\frac{ds}{\sqrt{a(s)}} \equiv \frac{\varphi_l(x)}{\xi}. \qquad (\mathbf{13})$$

Наряду с x и t, введенные переменные объявим независимыми переменными расширенной функции *$\tilde{u}$ (M,ε)*, для которой поставим расширенную задачу

$$\tilde{L}\tilde{u} \equiv \partial_t\tilde{u} + \frac{1}{\varepsilon^2}\partial_\tau\tilde{u} + \frac{1}{\varepsilon}\sum_{k=1}^{m}\theta_k'(t)\partial_{\eta_k}\tilde{u} - \Delta_\xi\tilde{u} - \frac{1}{\epsilon^2}\Delta_\zeta\tilde{u} - b(x,t)\tilde{u} - L_\zeta\tilde{u} -$$

$$-\varepsilon L_\xi\tilde{u} - \varepsilon^2 L_x\tilde{u} = \sum_{k=1}^{m} f_k(x,t)\exp\left(i\eta_k + \frac{i\theta_k(0)}{\varepsilon}\right), \quad M\in Q, \qquad (\mathbf{14})$$

$$\tilde{u}|_{t=\tau=0} = h(x), \;\; \tilde{u}|_{x=l-1,\xi_l=\zeta_l=0} = 0,$$

$$L_{l,1} \equiv 2\varphi_l^{'}(x)\partial^2_{x,\varsigma_l} + \varphi_l^{''}(x)\partial_{\varsigma_l},$$

$$L_\varsigma \equiv a(x)\sum_{l=1}^{2} L_{l,1}, \qquad L_\xi \equiv a(x)\sum_{l=1}^{2} L_{l,2}, \qquad L_\varsigma(x) \equiv a(x)\partial_x^2,$$

$$L_{l,2} \equiv 2\varphi_l^{'}(x)\partial^2_{x,\xi_l} + \varphi_l^{''}(x)\partial_{\xi_l},$$

$$Q=\{M:x,t \in \pi, \tau, \varsigma, \xi \in [0,\infty], \; \eta \in (-\infty,\infty)\},$$

причем

$$\left(\tilde{L}\tilde{u}\right)_{v=\psi(x,t,\varepsilon)} \equiv L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon). \qquad \mathbf{(15)}$$

Решение задачи (14) будем определять в виде ряда (7).

Коэффициенты ряда (7) определяются из итерационных задач, которые будем решать в следующем классе функций:

$$U = \{u(M): u(M) = v(x,t) +$$

$$+\sum_{k=1}^{n} \exp(i\eta_k)[c_k(x,t) + \sum_{l=1}^{2} Y_{l,k}(N_l)] + \sum_{l=1}^{2} w_l\,(x,t) erfc(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}})\}, \qquad \mathbf{(16)}$$

$$v(x,t), c_k(x,t), w_l(x,t) \in C^\infty(\pi).$$

Решение данной задачи содержит такое количество погранслойных функций, имеющих быстроосциллирующий характер изменения, каков вид свободного члена исходного уравнения.

Доказана теорема об асимптотическом характере построенного решения.

В параграфе 3.2. изучается задача

$$L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon) \equiv \partial_t u - \varepsilon^2 \Delta u - b(x,t)u = \sum_{k=1}^{m} f_k\,(x,t)\exp\left(\frac{i\theta_k(t)}{\varepsilon}\right), (x,t) \in \Omega_1,$$

$$u(x,t,\varepsilon)|_{t=0} = h(x), \; u(x,t,\varepsilon)|_{\partial\Omega} = 0, \qquad \mathbf{(17)}$$

где $\Omega_1 = \Omega \times (0,T], \; \Omega = \{x = (x_1, x_2): x_1, x_2 \in (0,1)\}$.

Предположим выполненными условия 1)-3) и $h(x)|_{\partial\Omega} = 0$.

Произведем расширение исходной задачи. Для чего введем регуляризующие переменные

$$\xi_1 = \frac{x_1}{\varepsilon}, \quad \xi_2 = \frac{1 - x_1}{\varepsilon}, \qquad \eta_1 = \frac{x_2}{\varepsilon}, \quad \eta_2 = \frac{1 - x_2}{\varepsilon}, \qquad \zeta_l = \frac{\xi_l}{\varepsilon}, \qquad q_l = \frac{\eta_l}{\varepsilon},$$
$$\tau = \frac{t}{\varepsilon^2}, \qquad \nu_k = \frac{\theta_k(t) - \theta_k(0)}{\varepsilon}, \;\; k = 1,2, \dots, m$$

и объявим их, наряду с (x_1, x_2, t), независимыми переменными расширенной функции $\tilde{u}(M, \varepsilon)$, $M = (x, t, \xi, \eta, \zeta, q, \nu)$.

Для расширенной функции $\tilde{u}(M, \varepsilon)$ поставим задачу

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u}(M, \varepsilon) \equiv \frac{1}{\varepsilon} \sum_{k=1}^{m} \theta'_k(t) \partial_{\nu_k} \tilde{u}(M, \varepsilon) + T_2 \tilde{u}(M, \varepsilon) - [L_\zeta - L_q] \tilde{u}(M, \varepsilon) +$$
$$+ \frac{1}{\varepsilon^2} T_1 \tilde{u} - \varepsilon \left[L_\xi - L_\eta\right] \tilde{u}(M, \varepsilon) - \epsilon^2 \Delta \tilde{u}(M, \varepsilon)) =$$
$$= \sum_{k=1}^{m} f_k(x, t) \exp\left(i\nu_k + \frac{i\theta_k(0)}{\varepsilon} \right), \qquad M \in Q,$$
$$\tilde{u}(M, \varepsilon)|_{t=\tau=\nu=0} = h(x), \;\; \tilde{u}(M, \varepsilon)|_{\partial Q_1} = 0, \qquad \mathbf{(18)}$$

здесь введены обозначения

$$Q = \Omega_1 \times D \times \{\tau \geq 0\} \times \{\nu \in R\}, \qquad D = \{\xi, \eta, \zeta, q \geq 0\}, \qquad Q_1 = \Omega \times D,$$
$$T_1 \equiv \partial_\tau - \Delta_\zeta - \Delta_q, \qquad T_2 \equiv \partial_t - \Delta_\xi - \Delta_\eta - b(x, t).$$

Решение расширенной задачи (18) ищем в виде ряда (7).

Итерационные задачи относительно $u_k(M)$, будем определять в классе функций:

$$U = \{u(M) : u(M) = v(x, t) +$$
$$+ \sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{n}} \exp(i\nu_k) \, [c_k(x, t) + \sum_{l=1}^{2} (Y_{k,l}(N_l) + Z_{k,l}(P_l)) + \sum_{l,j=1}^{2} W_{l_j}^{k}(K)] +$$
$$+ \sum_{l=1}^{2} [y_l(x, t) erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}} \right) + d_l(x, t) erfc\left(\frac{\eta_l}{2\sqrt{t}} \right)] +$$
$$+ \sum_{l,j=1}^{2} \omega_{l,j}(x, t) erfc\left(\frac{\xi_j}{2\sqrt{t}} \right) erfc\left(\frac{\eta_l}{2\sqrt{t}} \right), \qquad (\mathbf{19})$$
$$\left|Y_{k,l}(N_l)\right| < c \exp\left(-\frac{\zeta_l^2}{8\tau} \right), \left|Z_{k,l}(P_l)\right| < c \exp\left(-\frac{q_l^2}{8\tau} \right), P_l = (x, t, \tau, q_l),$$
$$K = \left(x, t, \tau, \zeta_l, q_j\right), \qquad v(x, t), c(x, t), y_l(x, t), d_l(x, t),$$
$$\omega_{l,j}(x, t) \in C^\infty(\overline{\Omega_1}), \qquad N_l = (x, t, \tau, \zeta_l)\} \;.$$

В данном случае количество погранслойных функций увеличивается на такое число, каково количество слагаемых в свободном члене.

Доказана теорема об асимптотическом характере построенного решения.

ГЛАВА IV посвящена асимптотике решения параболических уравнений с быстроосциллирующими коэффициентами.

В параграфе 4.1. изучается первая краевая задача для сингулярно возмущенного параболического уравнения

$$L_\varepsilon u \equiv \partial_t u(x,t,\varepsilon) - \varepsilon^2 a(x)\,\partial_x^2 u(x,t,\varepsilon) - b(x,t)u(x,t,\varepsilon) -$$

$$-\varepsilon \exp\left(\frac{i\theta(t)}{\varepsilon}\right) u(x,t,\varepsilon) = f(x,t), \qquad (\mathbf{20})$$

$$u(x,t,\varepsilon)|_{t=1} = u(x,t,\varepsilon)|_{x=0} = u(x,t,\varepsilon)|_{x=1} = 0.$$

Задача решается при выполнении условий 1)-3).

Вводим регуляризующие переменные

$$\eta = \frac{\theta(t)-\theta(0)}{\varepsilon}, \qquad \xi_l = \frac{\varphi_l(x)}{\varepsilon}.$$

Тогда, для расширенной функции

$$\tilde{u}(M,\varepsilon), M = (x,t,\xi,\eta), \qquad \xi = (\xi_1,\xi_2)\,,$$

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)|_{\varsigma=\Psi(x,t,\varepsilon)} \equiv u(x,t,\varepsilon),$$

$$\varsigma = (\xi,\eta), \qquad \Psi(x,t,\varepsilon) = \left(\frac{\theta(x)-\theta(0)}{\varepsilon}, \frac{\varphi_1(x)}{\varepsilon}, \frac{\varphi_2(x)}{\varepsilon}\right),$$

поставим задачу

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u}(M,\varepsilon) \equiv \frac{1}{\varepsilon}\theta'(t)\partial_\eta \tilde{u} + \left[\partial_t \tilde{u} - D_\xi \tilde{u} - b(x,t)\tilde{u}\right] -$$

$$-\varepsilon \exp\left(i\eta + \frac{i\theta(0)}{\varepsilon}\right)\tilde{u} - \varepsilon L_\xi \tilde{u} - \varepsilon^2 L_x \tilde{u} = f(x,t),\;\; M \in Q, \qquad (\mathbf{21})$$

$$\tilde{u}|_{t=0} = 0, \qquad \tilde{u}(M,\varepsilon)|_{x=l-1,\xi_l=0} = 0,$$

$$Q = \{M: x,t \in \overline{\Omega}, \eta \in R, \xi_l \in R_+\},$$

$$D_\xi \equiv \sum_{l=1}^{2} \partial_{\xi_l}^2, \qquad L_\xi \equiv a(x)\sum_{l=1}^{2}[2\varphi_l'(x)\partial_{x,\xi_l}^2 + \varphi_l''(x)\partial_{\xi_l}], \qquad L_x \equiv a(x)\partial_x^2\,.$$

Решение расширенной задачи (21) будем искать в виде ряда (7), для коэффициентов этого ряда получим итерационные задачи, которые будем решать в классе функций:

$$U = \left\{u(M): u(M) = \sum_{m=0}^{\infty} \exp(im\eta)\left[v_m(x,t) + \sum_{l=1}^{2} \omega_{l,m}(x,t) erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\right\}.$$

Отметим, что количество быстроосциллирующих погранслойных функций увеличивается с ростом номера итерации.

Доказана теорема об асимптотическом характере построенного решения.

Следующий параграф 4.2. посвящен регуляризации сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивным быстроосциллирующим коэффициентом:

$$L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon) \equiv \partial_t u - \varepsilon^2 a(x)\partial_x^2 u + b(x,t)u +$$

$$+\varepsilon \sum_{m=-q}^{q} c_m\,(x,t)\exp\left(\frac{im\theta(t)}{\varepsilon}\right)u = f(x,t), \qquad (x,t)\in\pi,$$

$$u(x,t,\varepsilon)|_{t=0} = h(x),\;\; u(x,t,\varepsilon)|_{x=0} = u(x,t,\varepsilon)|_{x=1} = 0. \quad \mathbf{(22)}$$

Предположим, что относительно заданных функций выполнены условия 1)-4).

Введем регуляризующие переменные

$$\xi_l = \frac{(-1)^{l-1}}{\varepsilon}\int_{l-1}^{x}\frac{ds}{\sqrt{a(s)}} = \frac{\varphi_l(x)}{\varepsilon}, \tau = \frac{i(\theta(t)-\theta(0))}{\varepsilon},\;\; l = 1,2 \quad (\mathbf{23})$$

и вместо искомой функции u(x,t, ε) будем рассматривать расширенную функцию $\tilde{u}(M,\varepsilon),\; M = (x,t,\xi,\tau)$.

Для расширенной функции поставим задачу:

$$\tilde{L}_\varepsilon\tilde{u} \equiv \frac{i}{\varepsilon}\theta'(t)\partial_\tau\tilde{u} + \partial_t\tilde{u} - \Delta_\xi\tilde{u} - b(x,t)\tilde{u} -$$

$$-\varepsilon\sum_{m=-q}^{q} c_m\,(x,t)\exp\left(m(\tau + \frac{i\theta(0)}{\varepsilon})\right)\tilde{u} = f(x,t), \quad (\mathbf{24})$$

$$\tilde{u}|_{t=\tau=0} = h(x), \qquad \tilde{u}|_{x=l-1,\xi_l=0} = 0,\;\; l = 1,2.$$

Решение расширенной задачи (24) ищем в виде ряда (7).

Задачи, относительно коэффициентов этого ряда $u_k(M)$, будут решаться в классе функций:

$$U = \left\{u(M): u(M) = \sum_{m=-\mathrm{kq}}^{\mathrm{kq}}\exp(m\tau)\left[v_m(x,t) + \sum_{l=1}^{2} w_{m,l}(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right],\right.$$

$$\left. k = 1,2\,\ldots, v_m(x,t), \omega_{m,l}(x,t)\in C^\infty(\pi)\right\}.$$

Доказана теорема об асимптотическом характере построенного решения.

В параграфе 4.3. изучается двумерное сингулярно возмущенное параболическое уравнение в случае, когда коэффициент при искомой функции является быстроосциллирующей функцией.

$$L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon) \equiv \partial_t u - \varepsilon^2 \Delta u - b(x,t)u - \varepsilon \exp\left(\frac{i\theta(t)}{\varepsilon}\right) u = f(x,t), (x,t) \in Q,$$

$$u(x,t,\varepsilon)|_{t=0} = u(x,t,\varepsilon)|_{x_1=x_2=0} = u(x,t,\varepsilon)|_{x_1=x_2=1} = 0, \qquad (\mathbf{25})$$

где $x = (x_1, x_2)$, $Q = \Omega \times (0,T]$, $\Omega = \{(x_1,x_2): x_1, x_2 \in (0,1)\}$.

Предположим выполненными условия гладкости заданных функций относительно своих аргументов.

Введем регуляризующие переменные

$$\xi_1 = \frac{x_1}{\varepsilon}, \quad \xi_2 = \frac{1-x_1}{\varepsilon}, \quad v = \frac{\theta(t)-\theta(0)}{\varepsilon}, \qquad \eta_1 = \frac{x_2}{\varepsilon}, \qquad \eta_2 = \frac{1-x_2}{\varepsilon} \qquad (\mathbf{26})$$

и расширенную функцию $\tilde{u}(x,t,\xi,\eta,v,\varepsilon)$ такую, что

$$\tilde{u}(x,t,\theta,\varepsilon)|_{\theta=\varepsilon^{-1}\psi(x,t)} \equiv u(x,t,\varepsilon), \qquad (\mathbf{27})$$

$$\theta = (\xi,\eta,v), \qquad \xi = (\xi_1,\xi_2), \qquad \eta = (\eta_1,\eta_2), \quad x = (x_1,x_2),$$

$$\psi(x,t) = \big(x, 1-x, \theta(t)-\theta(0)\big),$$

тогда, с учетом (27), из задачи (25) получим расширенную задачу

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u} \equiv \partial_t \tilde{u}(M,\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon}\theta'(t)\partial_v \tilde{u}(M,\varepsilon) - \Delta_\xi \tilde{u}(M,\varepsilon) - \Delta_\eta \tilde{u}(M,\varepsilon) - b(x,t)\tilde{u}(M,\varepsilon) -$$

$$- \varepsilon \exp\left(iv + \frac{i\theta(0)}{\varepsilon}\right)\tilde{u}(M,\varepsilon) - \varepsilon\big[L_\xi + L_\eta\big]\tilde{u}(M) - \varepsilon^2 \Delta\tilde{u}(M,\varepsilon) = f(x,t),$$

$$M \in W, \qquad \tilde{u}|_{t=v=0} = \tilde{u}|_{\partial D} = 0, \qquad \mathbf{(28)}$$

где $W = \mathrm{Q} \times (0,\infty)^2 \times (-\infty,0)^2 \times (0,+\infty)$, $\Delta_\xi \equiv \left(\partial_{\xi_1} - \partial_{\xi_2}\right)^2$,

$$\Delta_\eta \equiv \left(\partial_{\eta_1} - \partial_{\eta_2}\right)^2, \qquad L_\xi \equiv 2\big[\partial^2{}_{x_1\xi_1} - \partial^2{}_{x_1\xi_2}\big], \qquad L_\eta \equiv 2\big[\partial^2{}_{x_2\eta_1} - \partial^2{}_{x_2\eta_2}\big].$$

Задача (28) регулярна по ε при $\varepsilon \to 0$, поэтому ее решение будем определять в виде ряда (7).

Введем класс функций, в котором будут решаться итерационные задачи.

$$U = \left\{ u(M): u(M) = \sum_{m=0}^{\infty} \exp(imv)\left[v_m(x,t) + \sum_{l=1}^{2} w_l^m(x,t) erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right)\right] +$$

$$+ \sum_{l=1}^{2}\left[z_l^m(x,t) erfc\left(\frac{\eta_l}{2\sqrt{t}}\right) + \sum_{l,j=1}^{2} Y_{l,j}^m(x,t) erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right) erfc\left(\frac{\eta_j}{2\sqrt{t}}\right),\right.$$

$$v_m(x,t),\ v_{l,m}(x,t), \qquad z_{l,m}(x,t), \qquad Y_{l,j}^m(x,t) \in C^\infty(\bar{Q})\Big\}.$$

Асимптотический характер построенного решения устанавливается принципом максимума, т.е. установлена оценка

$$\left|u(x,t,\varepsilon) - u_{\varepsilon n}\big(x,t,\varepsilon^{-1}\psi(x,t)\big)\right| = \left|R_{\varepsilon,n}\big(x,t,\varepsilon^{-1}\psi(x,t)\big)\right| < c\varepsilon^{n+1}. \qquad (\mathbf{29})$$

Доказана теорема об асимптотическом характере построенного решения.

ВЫВОДЫ

В диссертации получены следующие результаты:

- предложен алгоритм построения асимптотического решения дифференциального уравнения параболического типа с малым параметром при отсутствии спектра предельного оператора и быстроосциллирующим свободным членом;
- построена регуляризованная асимптотика решения сингулярно возмущенной параболической задачи, с быстроосциллирующим свободным членом и показано, что асимптотика решения содержит угловые погранслойные функции. Угловые погранслойные функции описываются произведением параболической и быстроосциллирующей погранслойных функций;
- построена регуляризованная асимптотика решения скалярной сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивным быстроосциллирующим свободным членом. Установлено, что асимптотика решения состоит из суммы погранслойных функций имеющих быстроосциллирующий характер изменения, параболических и угловых погранслойных функций;
- построена асимптотика решения двумерной сингулярно возмущенной параболической задачи, в случае, когда свободный член состоит из одной и аддитивной быстроосциллирующих функций. Асимптотика решения двумерной задачи, в отличии от скалярных задач, имеет сложную структуру, а именно: она кроме угловых погранслойных функций описываемых произведением быстроосциллирующей и параболической погранслойных функций, содержит и угловые параболические погранслойные функции, описываемые произведением параболических погранслойных функций;
- построена асимптотика решения сингулярно возмущенной параболической задачи, с быстроосциллирующим коэффициентом. Как и в случае с быстроосциллирующими свободными членами, асимптотика также содержит быстроосциллирующие и угловые погранслойные функции, но определяемые из уравнений, имеющих другую структуру;
- построена регуляризация сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивным быстроосциллирующим коэффициентом. В данном случае количество быстроосциллирующих погранслойных функций, входящих в асимптотику, увеличивается с ростом номера итераций;
- построена асимптотика решения двумерной сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивным быстроосциллирующим коэффициентом.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. **Шейшенова Ш.К.** Регуляризация сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивной осциллирующей правой частью [Текст] / Ш.К. Шейшенова // Наука и новые технологии. №10.- Бишкек, 2009.- С. 11-17.
2. **Шейшенова Ш.К.** Асимптотика решения параболической задачи при отсутствии спектра предельного оператора и с быстроосциллирующей правой частью [Текст] / А.С. Омуралиев, Ш.К. Шейшенова // Исслед. по интегро-дифферциальным уравниям. Выпуск 42.–Бишкек: Илим, 2010.-С.122-128.
3. **Шейшенова Ш.К.** Асимптотика решения задачи с угловым параболическим пограничным слоем и осциллирующей правой частью[Текст] / А.С. Омуралиев, Ш.К. Шейшенова // Материалы Междунар. Научно-практ. конференции. 2 часть. –Талдыкорган, 2010.-С.192-195.
4. **Шейшенова Ш.К**. Асимптотика решения параболического уравнения с быстроосциллирующим коэффициентом [Текст] / Ш.К. Шейшенова // Исслед. по интегро-дифферциальным уравниям. Выпуск 43. -Бишкек: Илим, 2010. - С.119-127.
5. **Шейшенова Ш.К.** Регуляризация сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивным быстроосциллирующим коэффициентом [Текст] / А.С. Омуралиев, Ш.К. Шейшенова // Наука и новые технологии. №5. –Бишкек, 2010.- С. 5-8.
6. **Шейшенова Ш.К.** Асимптотика решения параболического уравнения с быстроосциллирующей по пространственной переменной правой частью [Текст] / Ш.К. Шейшенова // Поиск. Казакстан. №3. -Алматы, 2011.

   -С .154-157.
7. **SheishenovaSh.K.** Of the asymptotics of optimal control Described by singularly perturbed parabolic equation [Text] / A.S. Omuraliev, Sh.K. Sheishenova // Abstracts of the IV congress of the Turkic world mathematical Society. -Baku, 2011.-P. 393.
8. **Шейшенова Ш.К.** Асимптотика решения параболического уравнения с аддитивной быстроосциллирующей правой частью [Текст] / А.С. Омуралиев, Ш.К. Шейшенова // Известия Вузов. №2.-Бишкек, 2012. - С. 3-11.

РЕЗЮМЕ

диссертации Шейшеновой Шаарбубу Кыштообаевны на тему: «Асимптотика решения параболических уравнений при отсутствии спектра предельного оператора» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Ключевые слова: Дифференциальные уравнения параболического типа, сингулярно возмущенные параболические задачи, параболический пограничный слой, регуляризованная асимптотика, угловой пограничный слой.

Цель исследования: Разработать алгоритм построения регуляризованной асимптотики решения первой краевой задачи для дифференциального уравнения с частными производными параболического типа с малым параметром приотсутствии спектра предельного оператора и когда правая часть и коэффициент являются быстроосцилирующими функциями.

Объект исследования: сингулярно возмущенные параболические уравнения при отсутствии спектра предельного оператора и когда свободный член и коэффициент являются быстроосцилирующими функциями.

Предмет исследования: Построение алгоритма асимптотического решения дифференциального уравнения параболического типа с малым параметром при отсутствии спектра предельного оператора

Научная новизна:

- построена регуляризованная асимптотика решения сингулярно возмущенной параболической задачи, с быстроосциллирующим свободным членом и показано, что асимптотика решения содержит угловые погранслойные функции;
- построена регуляризованная асимптотика решения скалярной сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивным быстроосциллирующим свободным членом;
- построена асимптотика решения двумерной сингулярно возмущенной параболической задачи, в случае, когда свободный член состоит из одной и аддитивной быстроосциллирующих функций;
- построена асимптотика решения сингулярно возмущенной параболической задачи, с быстроосциллирующим коэффициентом;
- построена регуляризация сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивным быстроосциллирующим коэффициентом;
- построена асимптотика решения двумерной сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивным быстроосциллирующим коэффициентом.

Шейшенова Шаарбубу Кыштообаевнанын «Пределдик операторунун спектри болбогон параболалык теңдемелердин чыгарылышынын асимптотикасы» -деген темадагы 01.01.02 –дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика–математикалык илимдердин кандидаты илимий даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: Параболалык тибиндеги дифференциалдык теңдемелер, сингулярдуу козголгон параболалык маселелер, параболалык чек катмар, бурчтук чек катмар, регулярыштырылган асимптотика.

Изилдөөнүн максаты: Он жагы жана коэффициенти тез термелген функция жана пределдик оператордун спектри болбогондо кичине параметрлүү параболалык айрым туундулуу дифференциалдык теңдемелердин регулярыштырылган асимптотикалык алгоритмдерин иштеп чыгуу.

Изилдөөнүн объектиси: Оң жагы жана коэффициенти тез термелген функция жана пределдик оператордун спектри болбогондо сингулярдуу козголгон параболалык теңдемелер.

Изилдөөнүн предмети: Пределдик оператордун спектри болбогондо кичине параметрлүү параболалык дифференциалдык теңдемелердин асимптотикасынын алгоритмдерин түзүү.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы:

- бош мүчөсү тез термелген функция болгондо сингулярдуу козголгон параболалык маселенин регулярылыштырылган асимптотикасы тургузулган жана асимптотикалык чыгарылыштын бурчтук чек катмар функцияларды камтыгандыгы көргөзүлгөн;
- бош мүчө жалгыз жана аддитивдүү тез термелген функциялар болгон учурдагы эки ченемдүү сингулярдуу козголгон параболалык маселелердин асимпттотикалык чыгарылышы тургузулган;
- аддитивдүү тез термелген бош мүчөсү бар скалярдык сингулярдуу козголгон параболалык маселелердин регулярыштырылган чыгарылыштын асимптотикасы тургузулган;
- коэффициенти тез термелген функция болгондо сингулярдуу козголгон параболалык маселелердин асимптотикалык чыгарылышы тургузулган;
- аддитивдүү тез термелген коэффициенти бар сингулярдуу козголгон параболалык маселелердин регулярыштырылган чыгарылышы тургузулган;
- аддитивдүү тез термелген коэффициенти бар эки ченемдүү сингулярдуу козголгон параболалык маселелердин регулярыштырылган чыгарылыштын асимптотикасы тургузулган.

SUMMARY

Dissertation «Asymptotics of solutions of parabolic equations in the absence of a spectrum of the limit operator» of Sheishenova Shaarbubu Kyshtoobaevna is submitted for the scientific degree of the candidate of physical-mathematical sciences by the specialty 01.01.02-differential equations, dynamic systems and optimal control

Keywords: Differential equations of parabolic type, singularly perturbed parabolic problems, regularization of asymptotic solutions, parabolic boundary layer, angular boundary layer.

Research aim: to develop an algorithm of construction of regular asymptotic of the first boundary value problem for the partial differential equation of parabolic type with small parameter in the absence of a spectrum of the limiting operator and when the right part and the coefficient are rapid-oscillatory functions.

Object of research: singular parabolic equationsin the absence of a spectrum of the limit operator and when a right hand member and factor are rapid-oscillate functions.

Objective of research: Construction of algorithm asymptotical of the differential equation of parabolic type with small parameter in the absence of a spectrum of the limit operator.

Scientific novelty:

- it is constructed regular asymptotical solution of a singularly perturbed parabolic problem, with rapid-oscillate right hand member and it is shown, that asymptotical solutions contains angular boundary layer functions;
- it is constructed regular asymptotical solution of a scalar singularly perturbed problem with additive rapid -oscillate a right hand member;
- there are constructed asymptotic solutions of two-dimensional singular parabolic problem, in a case when the right hand member consists of one and additive rapid -oscillate functions;
- there are constructed asymptotic solutions singularly perturbed parabolic problem, with rapid -oscillate in factor;
- it is constructed regularization of singularly perturbed parabolic problem with additive rapid -oscillate in factor;
- there are constructed asymptotic solutions of two-dimensional singularly perturbed parabolic problem with additive rapid -oscillate in factor.

Сдано в печать 12.11.2012. Формат 60х84 1/16.
Объем 1,6 п.л. Печать офсетная. Тираж 100 экз.

720044, г. Бишкек, просп. Мира, 27
Типография БГУ им. К.Карасаева