ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫНЫН ТҮШТҮК БӨЛҮМҮНҮН ЖАРАТЫЛЫШ РЕСУРСТАРЫ ИНСТИТУТУ

ЖАЛАЛ-АБАД МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

К 01.19.599 ДИССЕРТАЦИЯЛЫК КЕҢЕШИ

Кол жазманын укугунда
УДК 517.928

АБДИЛАЗИЗОВА АКБЕРМЕТ АБДИЖАЛИЛОВНА

ТУРУКТУУЛУК ШАРТЫ БУЗУЛГАН УЧУРДАГЫ СИНГУЛЯРДЫК КОЗГОЛГОН ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР СИСТЕМАСЫНЫН ЧЕЧИМИНИН АСИМПТОТИКАСЫ

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математика илимдердин кандидаты
окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын
автореферата

Ош – 2022

Иш Ош мамлекеттик университетинин математикалык анализ кафедрасында аткарылган

Илимий жетекчи:

Каримов Салы, физика-математика илимдердин доктору, профессор, Ош МУнун математикалык анализ кафедрасынын профессору. (Кыргызстан, Ош ш.)

Расмий оппоненттер:

Аблабеков Бактыбай Сапарбекович, физика-математика илимдердин доктору, профессор, Ж.Баласагын атындагы КУУнун колдонмо математика, информатика жана компьютердик технологиялар кафедрасынын профессору.(Кыргызстан, Бишкек ш.)

Аширбаева Айжаркын Жоробековна, физика-математика илимдеринин доктору, профессор, М.М. Адышев атындагы ОшТУнун колдонмо математика кафедрасынын башчысы (Кыргызстан, Ош ш.)

Жетектөөчү уюм:

Б. Н. Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университетинин “Дизайн жана архитектуранын математикалык негиздери” кафедрасы. 720000 КР, Бишкек шаары, Анкара көчөсү, 2А, 307-бөлмө.

Диссертацияны коргоосу 2022-жылдын «10» февралында саат 13^{00} Ош мамлекеттик университетине, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Түштүк бөлүмүнүн Жаратылыш ресурстары институтуна жана Жалал-Абад мамлекеттик университетине караштуу физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын коргоо боюнча түзүлгөн К 01.19.599 диссертациялык кеңештин жыйынында корголот.
Дареги: Кыргызстан, 723500, Ош шаары, Ленин көчөсү, 331, ауд. 203.

Диссертациянын коргоосунун онлайн трансляциялоонун идентификациялык коду: http://vc.vak/b/k01-wvo-bll-2lm.

Диссертация менен Ош мамлекеттик университетинин борбордук китепканасынан жана www.oshsu.kg сайтындагы диссертациялык кеңештин баракчасынан таанышуууга болот.

Автореферат 2022-жылдын 6- январында жөнөтүлдү.

Диссертациялык кеңештин окумуштуу катчысы
ф.-м.и.к., доцент Бекешов Т.О.

ИШТИН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациянын темасынын актуалдуулугу.

Кандайдыр бир обьектинин кыймыл аракетин же болуп өткөн кубулушту жазууда анын модели каралат, ал албетте көпчүлүк учурда дифференциалдык теңдеме жана алардын дээрлик көпчүлүгү кичине параметрди кармаган учур болот. Ошол себептен, көпчүлүк математикалык моделдештирүүдө кичине параметр кармаган теңдемелер каралат. Бул жерден чыныгы болуп жаткан кубулуш толук чагылдырылып берилүүсү негизги суроо болуп калат. Бул суроону математикалык жактан караганда, дифференциалдык теңдеменин чечиминин кичине параметрден көз каранды болуу маселеси келип чыгат.

$$\varepsilon x'(t) = f\left(x(t), y(t)\right),$$
$$y'(t) = g\left(x(t), y(t)\right), \qquad \text{(a)}$$

же

$$\varepsilon x'(t) = f\left(x(t), y(t), t\right),$$
$$y'(t) = g\left(x(t), y(t), t\right), \qquad \text{(b)}$$

системалар берилсин, мында $\varepsilon > 0$ – кичине параметр, $x(t,\varepsilon) \in R^p$, $y(t,\varepsilon) \in R^m$, $t \in [t_0, T] \subset R$.

Мындай системалар көптөгөн колдонмо маселелерде кездешет. Мисалга алсак, кванттык механикада, термелүүлөр теориясында, радиотехникалык приборлор теориясында, электротехникада жана башка кубулуштарда. Мындай теңдемелер системасы сингулярдык козголгон деп аталат.

1950-жылдардан баштап (а), (b) түрүндөгү теңдемелерди изилдөө башталган.

Эгерде (а) системада формалдуу түрдө $\varepsilon = 0$ деп эсептесек, анда

$$f\left(\bar{x}(t), \bar{y}(t)\right) = 0,$$
$$\bar{y}'(t) = g\left(\bar{x}(t), \bar{y}(t)\right) \qquad \text{(c)}$$

көрүнүшүндөгү системаны алабыз. Бул система козголбогон же пределдик деп аталат. (с) козголбогон система $T^* \left(t \in T^*\right)$ аймагында $\bar{x}(t)$, $\bar{y}(t)$ чечимдерине ээ болот.

(а), (b) системалар үчүн түрдүү маселелер каралып өткөн, биз системалар үчүн баштапкы маселени карайбыз.

(а) маселенин чечимдери $x(t,\varepsilon)$, $y(t,\varepsilon)$

$$x(t_0, \varepsilon) = x_0,$$
$$y(t_0, \varepsilon) = y_0$$

баштапкы шартын канааттандырсын. Негизги коюлуучу суроо: t нын кандай мааниси үчүн

$$\lim_{\varepsilon \to 0} x(t,\varepsilon) = \bar{x}(t), \ \lim_{\varepsilon \to 0} y(t,\varepsilon) = \bar{y}(t),$$

пределдик барабардык орун алат?

Бул маселе биринчи жолу чектүү аймакта А.Н. Тихонов тарабынан козголбогон системага белгилүү шарттарды коюу менен чечилген. (с) козголбогон система чексиз көп чечимге ээ болгон учуру А.Б. Васильева, Ф. Бутузовдун ж.б. эмгектеринде каралган.

Л.С. Понтрягин, Е.Ф. Мищенко жана алардын окуучулары сингулярдык козголгон автономдук теңдемелерди изилдешип, релаксациялык термелүү кубулушун аныкташкан.

А.Б. Васильева, М.И. Иманалиев чечимдин кичине параметр боюнча ажыралмасын тургузушкан. Аталган изилдөөлөр тең салмактуулук абалдарынын туруктуулугун колдонуу аркылуу жүргүзүлгөн.

Туруктуулук шарт бузулган учурдагы биринчи эмгек М.А. Шишковага таандык. Бул эмгек теңдемени комплекстик тегиздиктин кандайдыр бир аймагына аналитикалык улантуу аркылуу изилденген.

Алынган жыйынтыктар С.Каримов, Г.М. Анарбаева, К.С. Алыбаев, Д.А. Турсунов, М.А. Азимбаевдердин эмгектеринде улантылып, жалпыланган.

К.Б. Тампагаров, А.Б. Мурзабаевалардын эмгектеринде сингулярдык козголгон теңдеме, анын туруктуулук шартын колдонбостон изилденген. Аталган жумуштарда теңдеме каралган аймактар чектүү, теңдеменин сызыктуу белгисиз вектор-функциясынын матрица-коэффициентинин өздүк маанилери жөнөкөй (эселүү эмес) болгон учурлар гана каралган.

Демек, аймактар чексиз, өздүк маанилер эселүү болгон учурларды изилдөө **актуалдуу** болуп эсептелет.

Диссертациянын темасынын илим изилдөө иштери менен болгон байланышы: Жумуш ОшМУнун математикалык анализ кафедрасынын илимий изилдөө темасынын алкагында аткарылды.

Изилдөөнүн максаты жана маселеси. Изилдөөнүн максаты – Сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелер системасынын чечимдеринин асимптотикасын өзгөчө учурларда изилдөө.

Изилдөөнүн маселеси:

1. Сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин жана алардын системаларынын чечимдеринин асимптотикасын туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилери жөнөкөй жана эселүү болгон учурларда комплекстик тегиздиктин кандайдыр бир чексиз тилкесинде изилдөө.

2. Чечимдин асимптотикалык ажыратылышын чексиз тилкеде тургузуу.

3. Сингулярдык козголгон жана козголбогон маселелердин чечимдеринин асимптотикалык жакындыгын кароо.

Иштин илимий жаңылыгы.

– Сингулярдык козголгон жана козголбогон маселелердин чечимдеринин асимптотикалык жакындыгы чексиз тилкеде далилденди.

– Сингулярдык козголгон сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер системасынын туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилери жөнөкөй болгон учурда чечимдин асимптотикалык өзгөрүүсү чексиз тилкеде изилденди.

– Биринчи тартиптеги кадимки төрт теңдемелердин системасынын чечиминин туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилери эселүү болгон учурда

чечимдин чексиз тилкеде асимптотикалык ажыратылышы алынды.

Алынган натыйжалардын практикалык маанилүүлүгү.

Диссертация теориялык мүнөзгө ээ болуп, сингулярдык козголгон маселелердин теориясынын өнүгүүсүндө жана түрдүү колдонмо маселерди жана ага келтирилүүчү маселелерди чечүүдө колдонулушу мүмкүн. Изилдөөнүн жыйынтыктары сингулярдык козголуулар теориясы боюнча магистрлерди жана бакалаврларды даярдоонун атайын курстарында лекцияларды окууда колдонсо болот.

Диссертациянын коргоого коюлуучу негизги жоболору:

– Сингулярдык козголгон сызыктуу кадимки дифференциалдык теңдеменин чечимнинин асимптотикасы чексиз тилкеде алынды

– Сингулярдык козголгон сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер системасынын туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилери жөнөкөй болгон учурда чечимдин асимптотикалык ажыратылышы чексиз тилкеде алынды. Алынган ажыратылыш үчүн асимптотикалык баа берилди.

– Биринчи тартиптеги кадимки төрт дифференциалдык теңдемелердин системасынын туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилери эселүү болгон учурда чечимдин асимптотикалык ажыратылышы чексиз тилкеде алынды.

Изденүүчүнүн жеке салымы. Диссертацияда чагылдырылган илимий жыйынтыктар авторго гана таандык. Биргелешкен макалаларда маселенин коюлушу илимий жетекчиси С. Каримовго, илимий жыйынтыктар авторго таандык. Ал эми авторлош болгон [6, 8, 12] макалаларда илимий жыйынтыктар авторго таандык, Г.М. Анарбаева жыйынтыктарды талкуулоого катышкан.

Изилдөө натыйжаларын апробациялоо. Жумуштун жыйынтыктары конференцияларда баяндалган жана талкууланган:

– Түрк тилдүү математиктердин III конгрессинде» (Казахстан, Алма-Ата шаары, 2009-ж.)

– ОшМУнун математикалык анализ кафедрасынын “Сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелер” аталышындагы илимий-методикалык семинарында үзгүлтүксүз доклад жасалган (семинардын жетекчиси: ф.-м.и.д. профессор С.Каримов).

– Түштүк Кыргызстандын математиктеринин “Математиканын актуалдуу маселелери жана алардын колдонулуштары” аттуу аймактык илимий семинарда (семинардын жетекчиси: КР УИАнын корреспондент-мүчөсү, ф.-м.и.д. профессор К. Алымкулов, Ош ш., 2019-2021-жж).

Диссертациянын натыйжаларынын жарыяланышы.

Изилдөөлөрдүн натыйжасында изденүүчү тарабынан 12 макала. Анын ичинде 8 макала РИНЦ системасында, КР УАК тарабынан сунушталган басылмаларда – 3, эл аралык конференциялардын жыйнагында 1 макала жарыяланган.

Баллдарды эсептөө шкаласына ылайык макалаларды жарыялоонун жыйынтыгы – 206 баллды түздү.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү. Жумуш мазмундан, шарттуу белгилөөлөрдүн тизмесинен, киришүү жана 11 параграфка бөлүнгөн төрт баптан, 3 сүрөттөн, жалпы корутундудан, 54 колдонулган адабияттардын

тизмесинен турат. Ар бир бап корутунду менен аяктайт. Диссертациянын жалпы көлөмү 90 бетти түзөт.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

Киришүүдө каралып жаткан маселенин кыскача тарыхы жана сингулярдык козголгон теңдемелер боюнча мурун алынган жыйынтыктарга анализ берилген. Теманын актуалдуулугу негизделген, жумушка жалпы мүнөздөмө, изилдөөнүн максаты жана маселеси, илимий жаңылыгы, практикалык баалуулугу, коргоого алынып чыгарылган негизги баяндамасы берилген.

Биринчи бап "Сингулярдык козголгон теңдемелер теориясындагы туруктуулук шарты өзгөргөн учурда алынган жыйынтыктар" аталышында болуп, ушул күнгө чейинки изилденген иштер жөнүндө жалпы талдоо берилди. Биринчи бап 2 параграфтан турат.

Биринчи параграфта сингулярдык козголуулар теориясында алынган жыйынтыктар жөнүндө жазылды.

Экинчи параграфта диссертациялык иштин темасына жакын болгон натыйжаларга жалпы талдоо жүргүзүлдү.

Экинчи бап "Биринчи тартиптеги сызыктуу теңдеменин чечиминин асимптотикасы" деп аталып, үч параграфтан турат.

Биринчи параграфта маселенин коюлушу берилген:

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon) = a(t)x(t,\varepsilon) + h(t), \tag{1}$$

теңдеме

$$x(t_0,\varepsilon) = x_0(\varepsilon). \tag{2}$$

баштапкы шарты менен берилген, мында $x(t,\varepsilon) -$ белгисиз функция.

$$H_0 = \{t \in C,\, t_0 \le t_1 \le T_0,\, -\infty < t_2 < +\infty\},$$

аймагын карайбыз.

Төмөнкү шарттарда (1)-(2) маселенин чечиминин асимптотикалык өзгөрүшүн H_0 аймагында изилдөө маселеси каралган:

Ш.2 1. $\{t_0 \le t_1 < a_0 \wedge -\infty < t_2 < +\infty\}$ тилкеде $\mathrm{Re}\,a(t) < 0$, $a_0 \in (t_0, T_0)$,

$\{t_1 = a_0 \wedge -\infty < t_2 < +\infty\}$ түз сызыгында $\mathrm{Re}\,a(t) = 0$,

$\{a_0 < t_1 \le T_0 \wedge -\infty < t_2 < +\infty\}$ тилкеде $\mathrm{Re}\,a(t) > 0$ болсун.

Ш 2.2. $\forall t_0 \in H_0,\, a(t), h(t) \in \Phi(H_0) \wedge \mathrm{Im}\,a(t) > 0.$

Ш 2.3. $t \to \infty$ болгондо $h(t) = \dfrac{1}{|t|^k}, k > 1.$

$$u(t_1,t_2) = \mathrm{Re}\int_{t_0}^{t} a(s)ds$$

деп белгилеп алабыз.

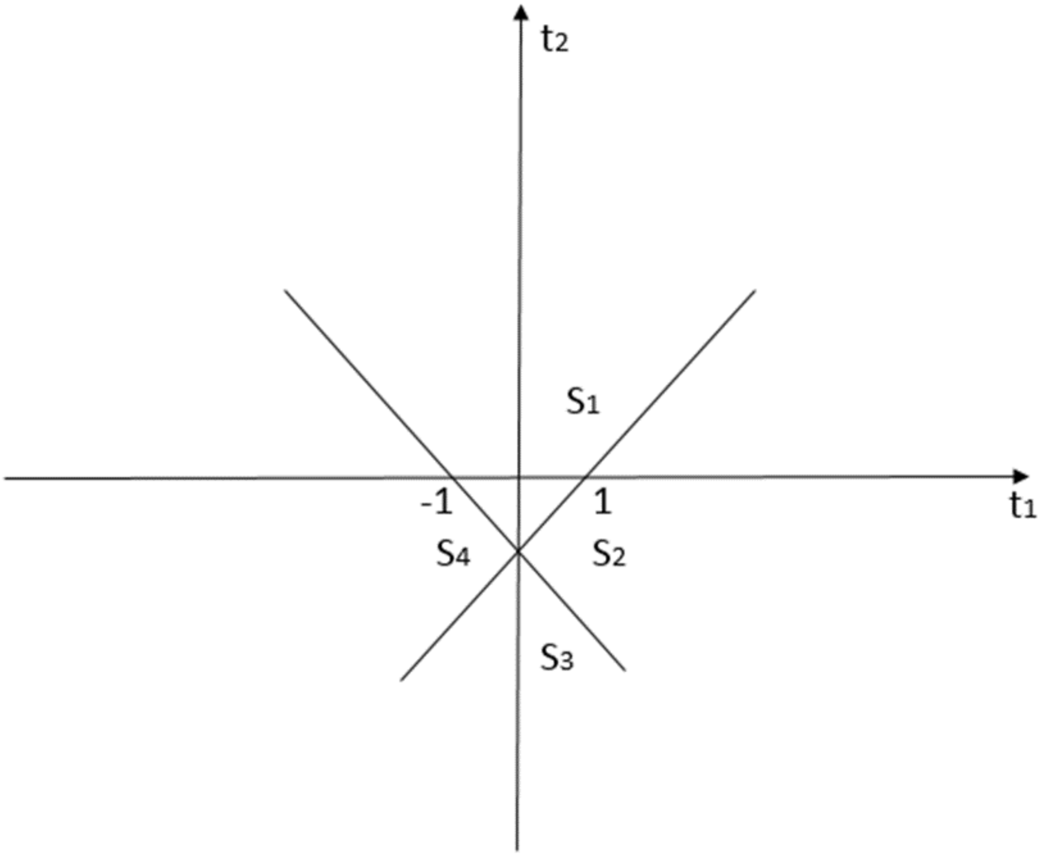
Экинчи параграф "Маселенин өзгөчөлүгү" аталышында болуп, каралып жаткан маселенин өзгөчөлүгүн белгилөө үчүн мисалдар келтирилген.

1-мисал. $a(t)=2(t+i), t\in C$ болсун.

$A(t)$ функциясын төмөндөгүдөй аныктайбыз:

$$A(t)=2\int_{-i}^{t}(\tau+i)d\tau=\left(t+i\right)^2.$$

$\operatorname{Re}A(t)=t_1^2-\left(t_2+1\right)^2=c$ деңгээл сызыктарды алалы. $\operatorname{Re}A(t)=0$ деңгээл сызык $\left(0,-1\right)$ чекитинде бутактанат жана тегиздикти төрт $\left(S_1,S_2,S_3,S_4\right)$ бөлүккө бөлөт (1-сүрөт).



1-сүрөт. Деңгээл сызыктардын бутактары.

$t\in\left(S_1\cup S_3\right):\operatorname{Re}A\left(t\right)\le 0,\quad t\in\left(S_2\cup S_4\right):\ \operatorname{Re}A\left(t\right)\ge 0$ орун алат.

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon)=(t+i)x(t,\varepsilon)+\varepsilon\varphi(t),$$

теңдеме

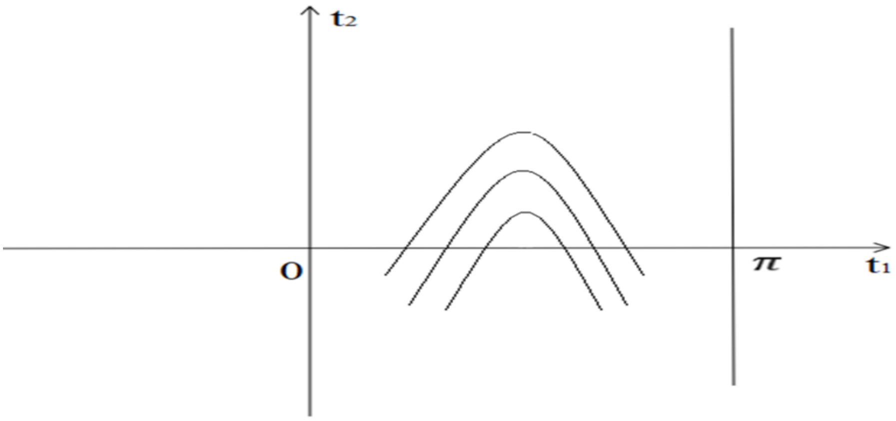
$$x(-1,\varepsilon)=x^0,$$

баштапкы шартта берилип, бул маселенин чечиминин ε боюнча асимптотикалык өзгөрүшүн изилдөө талап кылынсын. Мурунку изилденген эмгектердин натыйжаларын колдонсок, $x(t,\varepsilon)$ чечимдин $\left[-1,1\right]$ аралыкта чектелгендиги келип чыгат.

Туруктуулук шарты аткарылбаган теңдемелерди изилдөө боюнча жүргүзүлгөн, дээрлик бардык эмгектерде аралыктын учтарын туташтырган

деңгээл сызыктын бутактары (кесилишүүчү) жашаган учурлар каралган. Бул учурларда чексиз областтарда кароонун зарылдыгы болгон эмес.

2-мисал. $a(t)=-e^{-it}$ түрүндө берилсин. $a(t)=-\cos t+i\sin t,\ 0\le t\le\pi$ аралыгы каралган (2-сүрөт).



2-сүрөт. $(C>0)$ деңгээл сызыктар.

3-мисал. $a(t)=-e^{it}$ болсун. $a(t)=-\cos t-i\sin t$ ээ болобуз. $0\le t\le\pi$ аралыгында $\operatorname{Re}a(t)$ өз белгисин терстен оңго өзгөртөт жана $\operatorname{Re}a\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$.

4-мисал. $a(t)=e^{it}$ болсун. $a(t)=\cos t+i\sin t$ болгондуктан t нын чыныгы маанилери $[\pi,2\pi]$ аралыгында $\operatorname{Re}a(t)$ өз белгисин өзгөртөт.

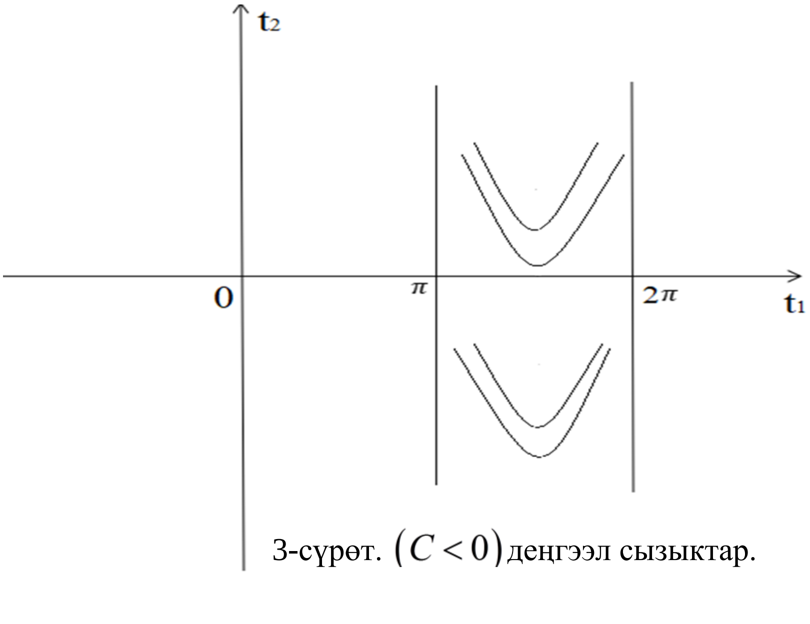
Анда $A(t)==\int_{\pi}^{t}e^{i\tau}d\tau=\frac{1}{i}\left(e^{it}-e^{i\pi}\right)=\frac{1}{i}\left(e^{it}+1\right)$ түрүндө жазылат.

Эгерде $t=t_1+it_2$ болсо,

$$\operatorname{Re}A(t)=\operatorname{Re}\frac{1}{i}\left(e^{-t_2}\left(\cos t_1-i\sin t_1\right)+1\right)=e^{-t_2}\sin t_1.$$

$$u(t_1,t_2)=e^{-t_2}\sin t_1.$$

(C) деңгээл сызыктары 3-сүрөттөгүдөй көрүнүштө болот:



3-сүрөт. $(C<0)$ деңгээл сызыктар.

Жогоруда каралган 2-4 мисалдарда туруктуулук шарт аткарылбаган кесиндинин учтары аркылуу өткөн деңгээл сызыктын бутактарынын чексиздикте кесилишүү чекити – $u(t_1,t_2)$ функциясы үчүн чексиз алыстатылган чексиз тартиптеги ашуу чекити (точка перевала) болот.

Чечим үчүн кесиндинин оң жак учуна жакын чекиттерде асимптотикалык баалоону алуу үчүн чексиз областарды кароого туура келет. Жумушта каралып жаткан маселенин бир өзгөчөлүгүн ушундай белгилесек болот.

Үчүнчү параграф “Маселенин чечилиши” деп аталат.

(1)- (2) маселе төмөнкү интегралдык теңдеме менен тең күчтүү болот:

$$x(t,\varepsilon) = E(t,t_0,\varepsilon)x_0(\varepsilon) + \int_{t_0}^{t} E(t,\tau,\varepsilon)h(\tau)d\tau,$$

мында $E(t,t_0,\varepsilon) = \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t} a(s)ds\right)$, $E(t,\tau,\varepsilon) = \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t} a(s)ds\right)$.

Төмөнкү леммалар далилденет:

2.3.1-лемма. Ш 2.1-Ш 2.2 шарттар аткарылганда H_0 тилкеси

$$(C) = \{t \in H_0,\, u(t_1,t_2) = c - const.\},$$

деңгээл сызыктар аркылуу толугу менен толтурулат.

2.3.2-лемма. 2.3.1-лемманын шарттары аткраылсын, анда $(t_{01},0),(T_1,0)$ чекиттерин туташтырган (C_1) деңгээл сызык, $(t_{02},0),(T_2,0)$ чекиттерин туташтырган (C_2) деңгээл сызык жана $(t_{01},0),(T_2,0)$ чекиттерин туташтырган $t_2 = \phi(t_1)$ $(t_{01} \le t_1 \le T_2)$ функциясы жашашат.

$t_2 = \phi(t_1)$ функциясы

$$u(t_1,t_2) = at_1 + b,$$

теңдеменин чечими катары аныкталат, мында $a = \frac{C_1 - C_2}{t_{01} - T_1}$, $b = \frac{C_2 t_{01} - C_1 T_1}{t_{01} - T_1}$.

түрүндө белгилеп алабыз.

$t_2 = \phi(t_1)$ функциясы менен аныкталган ийрини K деп белгилейли.

1). K ийриси $C_1 = \frac{1}{2}\varepsilon\ln\varepsilon, C_2 = \varepsilon\ln\varepsilon$ деңгээл сызыктары менен аныкталган учурда, аймакты $H_1 \subset H_0$ деп белгилейли. H_1 аймагы чектелбеген болот

2). $C_1 = -\frac{1}{2}\delta, C_2 = -\delta,$ мында $\delta - const,$ $0 < \delta << 1$ болсун, бул учурда аймакты $H_2 \subset H_0$ деп кабыл алабыз. H_2 аймагы да чектелбеген болот.

3). Турактуулар $C_1 = -\frac{1}{2}\varepsilon, C_2 = -\frac{1}{2}\varepsilon^p$ болсун, мында $0 < p < 1$.

Бул аймакты $H_3 \in H_0$ түрүндө белгилеп алабыз. H_3 аймагы да чектелбеген болот.

$\tilde{K} = \Delta \cup K$ болсун, мында $\Delta = \{(t_1,t_2): t_0 \le t_1 \le t_{01}, t_2 = 0\}$.

(t_1,t_2) чекиттери K ийрисинде жатканда интегралдоо жолун төмөндөгүдөй аныктайбыз:

$l=\bigcup_{k=1}^{3} l_k$, мында $l_1-(t_0,0)$, $(t_{01},0)$ чекиттерин туташтырган кесинди болот, l_2- $(t_{01},0)$, $(t_1,t_2^*=\tilde{\phi}(t_1))$ чекиттерин туташтыруучу сызык, l_3- (t_1,t_2^*) жана (t_1,t_2) чекиттерин туташтырат. Бул жерде $(t_1,t_2)\in K$ болсо t_1 үчүн $(t_1,t_2^*=\phi(t_1))$ болгон жалгыз гана чекит жашайт.

Берилген маселенин чечиминин асимптотикалык баалоосу жүргүзүлүп, алынган натыйжалар төмөнкү теоремалар түрүндө далилденди.

2.3.1-теорема. Ш 2.1-Ш 2.3 шарттар аткарылсын, анда (1) - (2) маселенин $\tilde{K}=\Delta\cup H_1$ аймагында жалгыз чечими жашайт жана

$$|x(t,\varepsilon)|\le c\omega(\varepsilon)\frac{1}{1-c\delta_0(\varepsilon)},$$

баалоолосу орун алат, мында $\delta_0(\varepsilon)=\dfrac{1}{\ln\varepsilon}$, $\omega(\varepsilon)=\sqrt{\varepsilon}$.

2.3.2-теорема. Ш 2.1-Ш 2.3 шарттар аткарылсын, анда (1) - (2) маселенин $\tilde{K}=\Delta\cup H_2$ аймагында жалгыз чечими жашайт жана $|x(t,\varepsilon)|\le c\omega(\varepsilon)$ баалоолосу орун алат, мында $\omega(\varepsilon)=\sqrt{\varepsilon}$.

2.3.3-теорема. Ш 2.1-Ш 2.3 шарттар аткарылсын, анда (1) - (2) маселенин $\tilde{K}=\Delta\cup H_3$ аймагында жалгыз чечими жашайт жана $|x(t,\varepsilon)|\le c\sqrt{\varepsilon}$ баалоолосу орун алат.

3-бап “Эки теңдемеден турган системанын чечиминин асимптотикасы” аталышында болуп, 3 параграфтан турат.

§3.1 “Маселенин коюлушу” деп аталып, төмөндөгү маселе каралган:

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon)=D(\mathrm{t})x(t,\varepsilon)+\varepsilon\left[\varphi(t)+B(t)x(t,\varepsilon)\right]+f(t,x(t,\varepsilon)), \qquad (3)$$

$$x(t_0,\varepsilon)=x^0(\varepsilon),\ \|x(t_0,\varepsilon)\|=O(\varepsilon), \qquad (4)$$

мында $t\in H_0=\{t\in C, t_0\le t_1\le T_0, -\infty<t_2<+\infty\}$, $D(t)=diag\,(\lambda_1(t),\lambda_2(t))$, $B(t)=\left(b_{kj}(t)\right)_1^2$, $\lambda_1(t)=\overline{\lambda_2(\bar{t})}$. Эгерде t чыныгы өзгөрмө болсо, анда $\lambda_1(t)=\overline{\lambda_2(t)}$ болот.

Төмөнкү шарттар аткарылсын:

Ш 3.1. $\forall t\in H_0$ ($D(t)\in\Phi(H_0)$, $B(t)\in\Phi(H_0)\wedge\|B(t)\|=O(1)$ $t\to\infty$ да).

Ш 3.2. $f(t,x)\in\Delta(t,x)=\{t_0\in H_0,\|x\|<\delta-const$ жана ε дон көз каранды эмес$\}$.

$E_k(t,\tau,\varepsilon)$ функцияларын төмөндөгүдөй аныктайбыз:

$$E_k(t,\tau,\varepsilon)=\exp\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t\lambda_k(s)ds,\ k=1,2$$

жана $u(t_1,t_2)=\mathrm{Re}\int_{t_0}^{t}\lambda_1(s)ds$ деп белгилейбиз, анда $u(t_1,-t_2)=\mathrm{Re}\int_{t_0}^{t}\lambda_2(s)ds$ болору жеңил эле далилденет.

$\mathrm{Re}\lambda_1(t),\, u(t_1,t_2)$ фукнциялары H_0 аймагында төмөнкү шарттарды канааттандырсын:

Ш 3.3. $t\in H_{01}=\{t\in H_0,\, t_0\le t_1<a_0,\, -\infty<t_2<+\infty\}$ тилкеде $\mathrm{Re}\lambda_1<0,$

$p=\{t\in H_0,\, t_1=a_0,\, -\infty<t_2<+\infty\}$ түз сызыкта $\mathrm{Re}\lambda_1(a_0+i0)=0,$

$t\in H_{02}=\{t\in H_0,\, a_0<t_1\le T_0,\, -\infty<t_2<+\infty\}$ тилкеде $\mathrm{Re}\lambda_1>0.$

Ш 3.4. $\forall t\in H_0,\, \mathrm{Im}\lambda_1(t)>0$.

Демек, (3) системанын тең салмактуулук абалынын туруктуулугу $(a_0,T_0]$ интервалында сакталбайт.

Ш 3.5. $t_1=t_0$, $t_1=T_0$, $(-\infty<t_2<+\infty)$ түз сызыктарда $u(t_1,t_2)=0$ болсун.

3.1.1-лемма. Ш 3.3-Ш 3.5 шарттары аткарылса, анда H_0 тилкеси

$$(C)=\{t\in H_0, u(t_1,t_2)=c-const\},$$

деңгээл сызыктары аркылуу толук капталат.

Коюлган шарттарга ылайык (3)-(4) маселенин чечиминин асимптотикасын изилдөө каралат.

§3.2 “Маселени изилдөөдөгү өзгөчөлүктөр” деген аталышта болуп,

(3)- (4) маселесин ага эквиваленттүү болгон төмөнкү интегралдык теңдеме менен алмаштырабыз:

$$x(t,\varepsilon)=E(t,t_0,\varepsilon)x^0(\varepsilon)+\int_{t_0}^{t}E(t,\tau,\varepsilon)\left[B(\tau)x(\tau,\varepsilon)+\varphi(\tau)\right]d\tau+$$

$$+\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}E(t,\tau,\varepsilon)g(\tau,x(\tau,\varepsilon))d\tau, \qquad (5)$$

мында $E(t,\tau,\varepsilon)=\exp\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}D(s)ds$.

$$x(t,\varepsilon)=\begin{pmatrix}x_1(t,\varepsilon)\\ x_2(t,\varepsilon)\end{pmatrix},\begin{pmatrix}x_1^0(t,\varepsilon)\\ x_2^0(t,\varepsilon)\end{pmatrix}=x^0(t,\varepsilon),\varphi(t)=\begin{pmatrix}\varphi_1(t)\\ \varphi_2(t)\end{pmatrix},$$

$$f(t,x(t,\varepsilon))=\begin{pmatrix}f_1(t,x(t,\varepsilon))\\ f_2(t,x(t,\varepsilon))\end{pmatrix},$$

$$\mathrm{E_k}(t,\tau,\varepsilon)=\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_k(s)ds\right](k=1,2).$$

(5) барабардыгын скалярдык көрүнүшүн жазабыз:

$$x_k(t,\varepsilon)=x_k^0(\varepsilon)E_k(t,t_0,\varepsilon)+\int_{t_0}^{t}E_k(t,\tau,\varepsilon)\left[\varphi_k(\tau)+\mathrm{P}_k(\tau,\varepsilon)\right]d\tau+$$
$$+\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}E_k(t,\tau,\varepsilon)f_k(\tau,\varepsilon)d\tau, \tag{6}$$

мында

$$\mathrm{P}_k(t,\varepsilon)=b_{k1}(t)x_1(t,\varepsilon)+b_{k2}(t)x_2(t,\varepsilon),\ k=1,2.$$

(6) системаны удаалаш жакындашуулар усулунун жардамында чыгарабыз.

Бул жерде негизги маселе: $\left[t_0,T_0-\tilde{\delta}(\varepsilon)\right]$ аралыгында козголгон маселенин чечиминин жашашы жана анын козголбогон маселенин чечими менен $\varepsilon\to 0$ болгондо жакындыгын көрсөтүү, мында $\tilde{\delta}(\varepsilon)\ge 0$, $0<\varepsilon\le\varepsilon_0$, $\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\tilde{\delta}(\varepsilon)=0$.

Экинчи жакындашуудан баштап интегралдоо жолдору H_0 областынын ичинен тандалат. Интегралдоо жолдору жылма ийрилердин кесиндилеринен же бөлүкчө жылма ийрилерден турат.

§3.3 "Теңдемелер системасынын чечиминин асимптотикалык ажыратылышы" деп аталат. Бул жерде §3.1 де каралган теңдемелердин системасынын чечиминин асимптотикалык ажыратылышы алынып, анын асимптотикалык баасы берилген.

Биринчи жакындашууларды баалоо үчүн 4-лемманы[1] негиз катары пайдаланабыз.

$C_1=\alpha(\varepsilon), C_2=2\alpha(\varepsilon)$ болгон учурда, K ийрилери менен толтурулган аймакты $K_0\subset H_0$ деп белгилеп алабыз.

$C_1=-\varepsilon^p, C_2=-2\varepsilon^p$ болсун, мында $0<p<1$. Анда аймакты $H_4\subset H_0$ деп белгилеп алабыз.

$C_1=\varepsilon\ln\varepsilon, C_2=2\varepsilon\ln\varepsilon$ болсун, анда мындай аймакты $H_5\subset H_0$ деп белгилеп алабыз.

$\tilde{K}=\Delta\cup K$ болсун, бул жерде $\Delta=\left\{(t_1,t_2):t_0\le t_1\le t_{01},t_2=0\right\}$. $x(t,\varepsilon)$ чечимин баалоо $\tilde{K}$ аймагынын чекиттери үчүн жүргүзүлөт. Ал эми интегралдоо жолдору (t_1,t_2) чекиттеринин кайсы аймакка тиешелүү экендигинен көз каранды болот.

Интегралдоо жолдорун тандап алабыз. $(t_1,t_2)\in K$ ийриси $l=\bigcup\limits_{k=1}^{3}l_k$ жолдорунан турат, мында l_1 жолу $(t_0,0),(t_{01},0)$ чекиттерин туташтыруучу кесинди, l_2 жолу $(t_{01},0)$ жана $\left(t_1,t_2^*=\tilde{\phi}(t_1)\right)$ чекиттерин туташтыруучу ийри сызык, l_3- $\left(t_1,t_2^*\right)$, (t_1,t_2) чекиттерин туташтырат. Бул жерде $(t_1,t_2)\in K$ болсо t_1 үчүн жалгыз гана чекит жашайт.

---

[1] - **Алыбаев, К.С.** Метод линия уровня исследования сингулярно возмущенных уравнений при нарушении условия устойчивости. [Текст] / К.С. Алыбаев // Дисс. … д-ра физ. - мат. наук: 01.01.02. – Бишкек, 2001. – 204 с.

Эсептөөлөрдүн негизинде төмөнкүдөй теоремалар далилденди:

3.3.1.-теорема. Ш 3.1-Ш 3.5 шарттары аткарылса, анда K аймагында (3)-(4) маселесинин $x(t,\varepsilon)=\sum_{k=0}^{\infty}x^{(k)}(t,\varepsilon)$ көрүнүштөгү жалгыз гана чечими жашайт жана $\left|x^{(n)}(t,\varepsilon)\right|\le(c\cdot\varepsilon)^n$ баалоосу орун алат.

3.3.2-теорема. Ш 3.1-Ш 3.5 шарттары аткарылсын. Анда H_4 аймагында (3), (4) маселеси $x(t,\varepsilon)=\sum_{k=0}^{\infty}x^{(k)}(t,\varepsilon)$ көрүнүшүндөгү жалгыз гана чечимге ээ болот жана $\left|x^{(n)}(t,\varepsilon)\right|\le\left(c\cdot\varepsilon^{1-p}\right)^n$ баалоосу орун алат.

3.3.3-теорема. Ш 3.1-Ш 3.5 шарттары аткарылып, $f(t,x)\equiv 0$ болсун. Анда H_5 аймагында (3), (4) маселеси $x(t,\varepsilon)=\sum_{k=0}^{\infty}x^{(k)}(t,\varepsilon)$ көрүнүшүндөгү жалгыз гана чечимге ээ болот жана $\left|x_k^{(n)}(t,\varepsilon)\right|\le\left(c\cdot\delta_0(\varepsilon)\right)^n$ баалоосу туура болот, мында $0<c-const,\ \delta_0(\varepsilon)=\dfrac{1}{|\ln\varepsilon|}$.

4-бап “Биринчи тартиптеги кадимки сызыктуу эмес төрт теңдемеден турган системасынын чечиминин асимптотикасы” аталышында болуп, мында туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилер эселүү болгон учур каралган. Бул бап үч параграфтан турат.

§4.1 де

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon)=D(t)x(t,\varepsilon)+\varepsilon f\left(t,x(t,\varepsilon)\right), \tag{7}$$

$$x(t_0,\varepsilon)=x^0, \tag{8}$$

маселеси каралган, мында $x^0-const$, $D(t)$ -4×4 өлчөмдөгү берилген матрица жана $f(t,x(t,\varepsilon))=colon(f_1(t,x(t,\varepsilon)),\ f_2(t,x(t,\varepsilon)),\ f_3(t,x(t,\varepsilon)),\ f_4(t,x(t,\varepsilon)))$ белгилүү чоңдуктар.

Төмөнкү шарттар аткарылсын:

Ш 4.1. $\forall t\in H_0$, $D(t)$ - матрицасы $\lambda_k(t)$ өздүк маанилерге ээ болуп, $D(t)=\{D_1(t),D_2(t),D_3(t),D_4(t)\}$ жордандык формада жазылат, $k=1,2,3,4$ ($D(t)\in\Phi(H_0)$).

Ш 4.2. $f(t,x)\in\Phi(\Delta(t,x)),\ \Delta(t,x)=\{t_0\in H_0,\|x\|<\delta-const-\varepsilon$ дон көз каранды эмес$\}$.

Ш 4.3. $\lambda_k(t)\in\Phi(H_0)$ болсун жана $\lambda_1(t)=\overline{\lambda_2(\bar{t})},\ \lambda_1(t)=\lambda_3(t),\lambda_2(t)=\lambda_4(t)$.

$\operatorname{Re}\lambda_1(t),\ u(t_1,t_2)$ фукнциялары H_0 аймагында төмөнкү шарттарды канааттандырсын:

Ш 4.4. $t\in H_{01}=\{t\in H_0,\ t_0\le t_1<a_0,\ -\infty<t_2<+\infty\}$ тилкеде $\operatorname{Re}\lambda_1<0$,

$p=\{t\in H_0,\, t_1=a_0,\, -\infty<t_2<+\infty\}$ түз сызыкта $\operatorname{Re}\lambda_1(a_0+i0)=0$,

$t\in H_{02}=\{t\in H_0,\, a_0<t_1\le T_0,\, -\infty<t_2<+\infty\}$ тилкеде $\operatorname{Re}\lambda_1>0$.

Ш 4.5. $\forall t\in H_0\,(\operatorname{Im}\lambda_1(t)>0)$.

Ш 4.6. $t_1=t_0$, $t_1=T_0$ $(-\infty<t_2<+\infty)$ түз сызыктарда $u(t_1,t_2)=0$ болсун.

Коюлган шарттарга ылайык берилген маселенин асимптотикасын изилдөө маселеси каралат.

Маселенин чечими үчүн төмөнкү теорема далилденет:

4.1.1-теорема. Ш 4.1-Ш 4.6 шарттары орун алсын. Анда (7)-(8) маселенин $t_0\le t\le T_0-\tilde{\delta}(\varepsilon)$ кесиндисинде жалгыз чечим жашап, ал үчүн

$$\|x(t,\varepsilon)\|\le c\varepsilon,$$

баалоосу орун алат, мында $c>0$ – туррактуусу t жана ε чоңдуктарынан көз каранды эмес, $\tilde{\delta}(\varepsilon)\ge 0$ үзгүлтүксүз функция үчүн $\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\tilde{\delta}(\varepsilon)=0$ барабардыгы аткарылат.

Берилген маселени интегралдык теңдемеге келтирип, ага удаалаш жакындашуулар методунун жардамында баалоо жүргүзүлгөн.

§4.2 де $(t_1,t_2)\in\bar{K}$ болгон учурда биринчи жакындашуулар үчүн

$$\left|x^{(1)}(t,\varepsilon)\right|=O(\varepsilon),$$

баалоосу алынган, $x^{(1)}(t,\varepsilon)=colon\left(x_1^{(1)}(t,\varepsilon),x_2^{(1)}(t,\varepsilon),x_3^{(1)}(t,\varepsilon),x_4^{(1)}(t,\varepsilon)\right)$.

$(t_1,t_2)\in\bar{K}$ болсо, анда интегралдоо төмөнкү жолдор боюнча жүргүзүлөт: $l_1=\bigcup\limits_{k=1}^{3}l_k^{(1)}$ болот, мында $l_1^{(1)}$ – $(t_0,0)$ чекитин $(t_0+\gamma_1(\varepsilon),\,0)$ чекити менен туташтыруучу кесинди, $l_2^{(1)}$ – $(\bar{C})$ ийрисинин бөлүгү болот, ал $(t_0+\gamma_1(\varepsilon),\,0)$, $\left(t_1,\, t_2^{*}=\tilde{\phi}(t_1,\varepsilon)\right)$ чекиттерин туташтырат, $l_3^{(1)}$ –кесиндиси (t_1,t_2^{*}) жана (t_1,t_2) чекиттерин туташтырат.

§4.3 “Удаалаш жакындашуулардын жыйналуучулугу” деп аталып, калган жакындашуулар үчүн баалоолор келтирилген.

$x^{(n)}(t,\varepsilon)$ удаалаш жакындашуулары баштапкы шарты менен төмөнкүчө аныкталат:

$$\varepsilon x'^{(n)}(t,\varepsilon)=D(t)x^{(n)}(t,\varepsilon)+\varepsilon f\left(t,x^{(n-1)}(t,\varepsilon)\right)\ \text{(n=2,3, …)},$$

$$x_k^{(0)}(t_0,\varepsilon)=x_k^{(0)}(\varepsilon),\ x_k^{(0)}(\varepsilon)-const,\ k=\overline{1,4},$$

скалярдык көрүнүшү төмөнкүчө болот:

$$\begin{cases} \varepsilon x'^{(n)}_1 = \lambda_1(\mathrm{t})x_1^{(n)} + \varepsilon f_1\left(t, x_1^{(n-1)}\right), \\ \varepsilon x'^{(n)}_2 = \eta x_1^{(n)} + \lambda_2(\mathrm{t})x_2^{(n)} + \varepsilon f_2\left(t, x_2^{(n-1)}\right), \\ \varepsilon x'^{(n)}_3 = \eta x_2^{(n)} + \lambda_3(\mathrm{t})x_3^{(n)} + \varepsilon f_3\left(t, x_3^{(n-1)}\right), \\ \varepsilon x'^{(n)}_4 = \eta x_3^{(n)} + \lambda_4(\mathrm{t})x_4^{(n)} + \varepsilon f_4\left(t, x_4^{(n-1)}\right). \end{cases}$$

$n=2$ үчүн

$$\left|x_1^{(2)}(t,\varepsilon)\right| \le c\cdot\varepsilon(1+c\varepsilon),$$

баалоосу келип чыгат, мындан

$$\left|x_2^{(2)}(t,\varepsilon) - x_2^{(1)}(t,\varepsilon)\right| \le (c\varepsilon)^2,$$

болот.

Жогорудагы сыяктуу

$$\left|x_3^{(2)}(t,\varepsilon) - x_3^{(1)}(t,\varepsilon)\right| \le (c\varepsilon)^2,$$

жана окшош түрдө

$$\left|x_4^{(2)}(t,\varepsilon) - x_4^{(1)}(t,\varepsilon)\right| \le (c\varepsilon)^2,$$

баалоосун алууга болот.

Математикалык индукция ыкмасынын жардамында калган жакындашуулар табылат.

Демек, $t_0 \le t \le T_0 - \tilde{\delta}(\varepsilon)$ кесиндиси үчүн

$$\left\|x^{(n)}(t,\varepsilon)\right\| \le c\varepsilon,\ c - const.$$

баалоосу алынат.

4.1.1-теорема толук бойдон далилденди.

КОРУТУНДУ

Диссертациялык жумушта тең салмактуулук абалдардын туруктуулук шарты аткарылбаган сингулярдык козголгон биринчи тартиптеги сызыктуу кадимки дифференциалдык теңдеменин, биринчи тартиптеги сызыктуу эмес эки теңдемеден турган системанын жана белгисиз сызыктуу вектор-функциянын матрица-коэффициенти эселүү өздүк мааниге ээ болгон биринчи тартиптеги сызыктуу эмес төрт теңдемеден турган системанын чечимдеринин чексиз тилкеде асимптотикалык ажыратылышы тургузулду. Бул асимптотикалык ажыратылыштарга тиешелүү түрдө асимптотикалык баалоолор жүргүзүлдү.

Мисалдар аркылуу изилденүүчү маселенин өзгөчөлүгү көрсөтүлдү.

Туруктуулук шарт аткарылбаган кесиндинин учтары аркылуу өткөн деңгээл сызыктын бутактарынын чексиздикте кесилишүү чекити – $u(t_1,t_2)$ функциясы үчүн чексиз алыстатылган чексиз тартиптеги ашуу чекити (точка перевала) болору белгиленди.

$D(t)$ матрицасынын өздүк маанилери комплекстик тегиздикте нөлдөргө ээ болбогон учурда, чектелбеген аймакта чечимди баалоо удаалаш жакындашуулар ыкмасынын жардамында жүргүзүлдү. Ал эми өздүк маанилер t өзгөргөн сайын белгисин өзгөртсө, анда $\left\{x^{(n)}(t,\varepsilon)\right\}$ удаалаштыктарынын жыйналуусун далилдөө татаалдыкты жарата тургандыгы белгиленди.

Удаалаш жакындашууларды баалоолор интегралдоо жолдорун тандоо менен байланышкандыгы аныкталды.

Жогорудагы өзгөчөлүктөрдү эске алуу менен маселенин чечиминин жалгыздыгы далилденди жана анын асимптотикасы тургузулду.

ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. **Абдилазизова, А.А.** Асимптотическое разложение решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости [Текст] / С. Каримов, А.А. Абдилазизова // Журнал «Естественные и технические науки». – Москва, 2007. – №4. – С. 13-16.
2. **Абдилазизова, А. А.** Асимптотическое разложение решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости (случай, когда собственные значения имеют нули на границе области) [Текст] / С. Каримов, А.А. Абдилазизова // Вестник ОшГУ. – Ош, 2007. – №2. – С. 130-135.
3. **Абдилазизова, А. А.** Асимптотические оценки решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в особо критическом случае (случай, когда $\lambda_1(t)=(t+i)^r$, $\lambda_2(t)=(t-i)^r$, $r=4m, m\in N$) [Текст] / А.А. Абдилазизова // Вестник ОшГУ. – Ош, 2009. – №6. – С. 151-156.
4. **Абдилазизова, А.А.** Асимптотические оценки решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в особо критическом случае (случай, когда $\lambda_1(t)=(t+i)^r, \lambda_2(t)=(t-i)^r$, $r=4m+1, m=0,1,...$) [Текст] / А.А. Абдилазизова // Вестник ОшГУ. – Ош, 2009. – №6. – С. 156-160.
5. **Абдилазизова, А.А.** Более точные оценки решения сингулярно возмущенной задачи [Текст] / С. Каримов, Г.М. Анарбаева, А. Абдилазизова // Вестник ОшГУ. – Ош, 2016. –№ 4, – С. 50-59.
6. **Абдилазизова, А.А.** Асимптотические оценки решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в особо критическом случае [Текст] / С. Каримов, А.А. Абдилазизова // Наука и новые технологии. – Бишкек, 2019, – № 6. – С. 9-16.
7. **Абдилазизова, А.А.** Исследование решение сингулярно возмущенной задачи в неограниченном области. [Текст] / Г.М. Анарбаева, А.А. Абдилазизова // Математические методы в технике и технологиях. – Москва, 2020. – Т. 12-3. – С. 7-11.

8. **Абдилазизова, А.А.** Асимптотика решения сингулярно возмущенной задачи Коши в случае смены устойчивости [Текст] / А.А. Абдилазизова // Евразийское Научное Объединение. – Москва, 2021. – № 7-1 (77). – С. 1-3.
9. **Абдилазизова, А.А.** Асимптотические поведения решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости. [Текст] / С. Каримов, А.А. Абдилазизова // Евразийское Научное Объединение. – Москва, 2021. – № 7-1 (77). – С. 15-19.
10. **Абдилазизова, А.А.** Чектелбеген аймакта сызыктуу эмес маселенин өзгөчө учурдагы асимптотикалык баасы [Текст] / А.А. Абдилазизова // ОшМУнун жарчысы. – Ош, 2021. – 3-том. – Б. 4-9
11. **Абдилазизова, А.А.** Сингулярдык козголгон теңдемелер системасынын чечиминин асимптотикалык тартибине нөлдөрдүн жана уюлдардын таасири [Текст] / С. Каримов, А.А. Абдилазизова // ОшМУнун жарчысы. – Ош, 2021. – 3-том. – Б. 49-54.
12. **Abdilazizova, A.A.** Behavior of the solution of singular perturbed system of differential equations in particularly critical case [Text] / S. Karimov, G.M. Anarbaeva, A.A. Abdilazizova, // Al-Farabi Kazakh NU. – 2009. Reports. – V1. – P. 337-343.

РЕЗЮМЕ
диссертации Абдилазизовой Акбермет Абдижалиловны на тему: «Асимптотика решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: малый параметр, асимптотическое разложение, сингулярно возмущенное уравнение и система уравнений, собственные значения, неограниченная область, линия уровня, асимптотика решении.

Объект исследования: сингулярно возмущенное линейное уравнение и системы нелинейных дифференциальных уравнений, когда собственные значения определяющие смены устойчивости простые и кратные, неограниченная область.

Цель работы. Исследовать асимптотику решения сингулярно возмущенных систем дифференциальных уравнений в особых случаях.

Методы исследования: асимптотический, последовательные приближения, линии уровня, интегрирования по частям и математическая индукция.

Полученные результаты и их новизна. Доказано асимптотическая близость решения сингулярно возмущенной и невозмущенной задачи в бесконечной полосе, получено асимптотические оценки для решения сингулярно возмущенной системы нелинейных дифференциальных уравнений, когда собственные значения (матрица - коэффициентов при линейных неизвестных функциях) простые и кратные.

Степень использования или рекомендации по использованию. Результаты могут быть применены для решения различных прикладных задач, также могут быть использованы при чтении лекционных курсов по теории сингулярных возмущений и специального курса при подготовке бакалавров и магистров.

Абдилазизова Акбермет Абдижалиловнанын «Туруктуулук шарты бузулган учурдагы сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелер системасынын чечиминин асимптотикасы» деген темадагы 01.01.02 - дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: кичине параметр, асимптотикалык ажыратылыш, сингулярдык козголгон теңдемелер жана теңдемелер системасы, өздүк маанилер, чектелбеген аймак, деңгээл сызык, чечимдин асимптотикасы.

Изилдөөнүн объектиси: сингулярдык козголгон сызыктуу теңдеме жана сызыктуу эмес теңдемелердин системалары туруктуулук шартын аныктоочу (белгисиз сызыктуу вектор-функциянын матрица-коэффициентинин) өздүк маанилери жөнөкөй жана эселүү, чектелбеген аймак.

Жумуштун максаты. Сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелер системасынын чечимдеринин асимптотикасын өзгөчө учурларда изилдөө.

Изилдөөнүн жалпы ыкмалары: Асимптотикалык, удаалаш жакында-шуулар, деңгээл сызыктар, бөлүктөп интегралдоо, математикалык индукция.

Иштин илимий жаңылыгы: Сингулярдык козголгон жана козголбогон маселелердин чечимдеринин асимптотикалык жакындыгы чексиз тилкеде далилденди, сингулярдык козголгон сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер системасынын туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилери (белгисиз сызыктуу вектор-функциянын матрица-коэффициенти) жөнөкөй жана эселүү болгон учурларда чечимдин асимптотикалык баалоосу алынды.

Алынган натыйжалардын практикалык маанилүүлүгү. Диссертациянын жыйынтыктары түрдүү колдонмо маселерди чечүүдө колдонулушу мүмкүн. Изилдөөнүн жыйынтыктарын магистрлерди жана бакалаврларды даярдоонун атайын курстарында, сингулярдык козголуулар теориясы боюнча лекцияларды окууда колдонсо болот.

SUMMARY

dissertation by Abdilazizova Akbermet Abdizhalilovna on topic: "Asymptotics of a singularly perturbed system solutions of differential equations in case of change in stability" for degree of candidate in physical – mathematical sciences, specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control.

Keywords: small parameter, asymptotic expansion, singularly perturbed equation and system of equations, eigenvalues, unbounded domain, level line, solution asymptotics.

Research object: a singularly perturbed linear equation and systems of nonlinear differential equations, when the eigenvalues determining the changes in stability are simple and multiple, an unbounded domain.

Research purpose: Investigate the asymptotics of the solution of singularly perturbed systems of differential equations in special cases.

Research methods: asymptotic, successive approximations, level lines, integration by parts and mathematical induction.

Research results and their novelty. The asymptotic proximity of a singularly perturbed solution and unperturbed problem in infinite strip is proved, asymptotic estimates are obtained for a singularly perturbed system solution in nonlinear differential equations, when eigenvalues (coefficients matrix at linear unknown functions) are simple and multiple.

Application level or recommendations for use. Results can be used in solving of various applied problems, and can also be used in lecturing courses on the singular perturbations theory and in a special course for preparation of bachelors and masters.

Шарттуу белгилөөлөр, аныктамалар жана кыскартып жазуулар

$\forall$ – каалагандай же ар кандай. Жалпылык квантору.

$\exists$ – жашоо квантору, $\exists x - x$ деген элемент жашайт (табылат, бар).

$\in$ – таандык, тиешелүү, $\notin$ – таандык эмес же тиешелүү эмес.

$\subset$ – камтылат (бир көптүк экинчисине). $\cup$– биригүү.

$\cap$- кесилишүү. $\vee$ – же, $\wedge$– жана.

Z, R, C- тиешелүү түрдө бүтүн, чыныгы жана комплекстик сандардын көптүгү.

ε - кичине параметр, $\varepsilon > 0$.

t-көз каранды эмес чыныгы же комплекстик өзгөрмө, $t \in C$ болсо, анда $t = t_1 + it_2$, мында t_1, t_2- чыныгы өзгөрмөлөр, $i = \sqrt{-1}$.

$diag\left(\lambda_1(t),\ \lambda_2(t)\right)$-диагоналдык матрица, $colon\left(f_1(t),\ f_2(t)\right)$-мамыча вектор,

$\left[t_0, T_0\right]$ – чыныгы октогу кесинди, $t_0 < T_0$.

$\Phi(H_0)$ $-H_0$ аймагында аналитикалык функциялардын мейкиндиги, $H_0 \subset C$.

1-аныктама. Сингулярдык козголгон кадимки дифференциалдык теңдемеде (системада), сызыктуу белгисиз функциянын (вектор-функциянын) коэффициенттеринин (фунциянын же матрицанын) өздүк маанилери жөнөкөй же эселүү болуп, чыныгы бөлүктөрү белгисин терстен оңго өзгөртсө жана каралып жаткан аймактар чектелбеген болсо, мындай учурларды өзгөчө учурлар деп атайбыз.

2-аныктама. Эгерде $\left[t_0, T'\right)$ аралыгында $\mathrm{Re}\lambda(t) < 0$ ($\lambda(t)$ – фунциянын же матрицанын өздүк маанилери) болсо, анда $\left[t_0, T'\right)$ аралыгы туруктуу деп аталат, ал эми $\left(T', T_0\right]$ аралыгында $\mathrm{Re}\lambda(t) > 0$ болсо, анда $\left(T', T_0\right]$ аралыгы туруксуз деп аталат.

Сингулярдык козголгон теңдеме (система) – теңдеме(теңдемелер системасы) деп кыскартылды.

Басмага берилди:
Көлөмү : 1,5 б.т. Буйрутма № 2
Форматы 60x90 1/16. Нускасы 100 даана.
ОшМУ нун “Билим” редакциялык-басма бөлүмү
Ош ш., Ленина к., 331.