Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясы

Машина таануу жана автоматика институту

Б.Н. Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университети

Диссертациялык кеңеш Д 05.21.631

Кол жазма укугунда
УДК: 517.91:510.5(575.2)(043.3)

Анищенко Юлия Владимировна

Чектүү айырма регуляризацияланган ыкмасы негизинде геоэлектрдик маселелерди чечүү үчүн моделдерди жана сандык алгоритмдерди иштеп чыгуу

05.13.18 – математикалык моделдөө, сандык ыкмалар жана программалар комплекси

Техника илимдеринин кандидаты окумуштуулук
даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын

Авторефераты

Бишкек – 2021

Диссертациялык иш академик М.М. Адышев атандагы Ош технологиялык университетинин «Маалымат технологиялары жана башкаруу» кафедрасында аткарылды

Илимий жетекчи: **Сатыбаев Абдуганы Джунусович**
физика-математика илимдеринин доктору, профессор, М.М. Адышев атындагы ОшТУ «Маалымат технологиялары жана башкаруу» кафедрасынын башчысы

Расмий оппоненттер: **Бакиров Калыс Берикович**
техника илимдеринин доктору, доцент, У. Асаналиев атындагы ТИТТИнун «ЧГФПКЖЧТТ» кафедрасынын профессору

Раматов Кубаныч Садинович
техника илимдеринин кандидаты, И. Раззаков атындагы КМТУнун «Компьютердик системалар үчүн программалык камсыздоо» кафедрасынын доценти

Жетектөөчү мекеме: **Н.Исанов атындагы Кыргыз мамлекеттик курулуш, транспорт жана архитектура университети, Жаңы маалымат технологиялары институту,** Бишкек ш., 720020, Малдыбаев көч., 34В

Диссертация 2021 ж. 19-ноябрында саат 13:00дө Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Машина таануу жана автоматика институтунун жана Б.Н. Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университетинин алдындагы Д 05.21.631 диссертациялык кеңешинин отурумунда жакталат. Дареги: 720071, Бишкек ш., Чүй проспекти, 265, ауд. 346, сайт: www.iait.kg.

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын 720071, Бишкек ш., Чүй проспектиси, 265 «а» дареги боюнча жана Б.Н. Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университетинин 720000, Бишкек ш., Киевская көч, 44 дареги боюнча китепканаларынан жана КР УИА МТжАИнун сайтында www.iait.kg дареги боюнча таанышса болот. E-mail: diss_ima@mail.ru.

Автореферат 2021 жылдын 18 октябрында жөнөтүлдү.

Диссертациялык кеңештин
окумуштуу катчысы, ф.-м.и.к., у.и.к. Керимкулова Г.К.

ИШТИН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Маселенин актуалдуулугу. Диссертациялык иш геоэлектрдик теңдеменин тескери коэффициент маселелерин чечүүнүн сандык ыкмасын жана алгоритмин иштеп чыгууга жана негиздөөгө арналган. Мындай маселелердин теориясы В.К. Иванов, М.М. Лаврентьев, А.Н. Тихонов тарабынан негизделген жана математикалык физиканын начар коюлган маселелерине таандык.

Геоэлектрдик теңдеменин тескери көйгөйлөрүнүн коэффициенттерин аныктоо геофизикалык маалыматтарды интерпретациялоодо кеңири таралган, бул жерде чагылган толкундарды өлчөө аркылуу алууга мүмкүн болгон кошумча маалыматты колдонуу менен көбүнчө белгилүү бир терендикте жайгашкан чөйрөнүн же чөйрөнүн бир тектүү эместигинен чагылган толкундардын бетинде өлчөө аркылуу алууга болот. Бул толкундардын таралышы жарым -жартылай дифференциалдык теңдеме менен сүрөттөлөт, ал эми чөйрөнүн касиеттери жана объекттин параметрлери бул теңдеменин коэффициенттери менен, геоэлектрдик теңдемеде - чөйрөнүн өткөрүмдүүлүгү, магниттик жана диэлектр өткөрүмдүүлүгү менен сүрөттөлөт.

Диссертацияда каралган маселе динамикалык типтеги тескери гиперболалык проблемаларга тиешелүү. Мындай маселелерде кошумча маалымат - бул кандайдыр бир убакыттын өтүшү менен түз маселенин чечилишинин изи. Мындай көйгөйлөр М.М. Лаврентьев, В.Г. Романов, А.С. Алексеев, А.С. Благовещенский, С.И. Кабанихин, Т.П. Пухначева, С.П. Шишацкий жана башкалар тарабынан изилденген. Жаңылардан М.А. Шишленин жана Н.С. Новиковдун жумуштарын айтууга болот Биздин республикада бул багытта А.Ж. Сатыбаев, А.Т. Маматкасымовалар салым кошушкон.

Тескери маселелерди чечүү өтө оор процесс болгондуктан, биринчиден, алардын туура эместиги, экинчиден, өлчөө каталарына карата туруксуздук, үчүнчүдөн, алар көбүнчө сызыктуу эмес, ошондуктан тескери жана туура эмес маселелерди чечүүнүн сандык ыкмаларын түзүү жана негиздөө актуалдуу маселе болуп саналат жана практикалык маанилүүлүгүнө жана эффективдүү чечим алгоритмдерин түзүү муктаждыгына байланыштуу болот

Диссертациялык иштин илимий программалар жана илимий изилдөөчү иштер менен байланышы. Иш демилгелүү болуп саналат.

Изилдөөнүн максаты жана маселелери. Бул дисертациялык иштин максаты - түз жана тескери геоэлектрдик маселелерин модернизациялык математикалык моделин изилдөө, чектүү айырма регуляризацияланган ыкмасы негизинде түз жана тескери геоэлектрдик маселелерин чечүүнүн сандык ыкмасынын алгоритмин иштеп чыгуу, негиздөө, ошондой эле анын компьютерде ишке ашыруу.

Бул максатка жетүү үчүн төмөнкү **маселелерди** чечүү зарыл болгон:

1. Геоэлектриктердин түз маселелеринин начар абалын иликтеп көрүңүз, б.а. түзүлгөн геоэлектрдик проблеманын бар экендигин, жалгыздыгын жана туруктуулугун негиздөө.
2. Геоэлектрдик теңдеменин тескери маселесиндеги магниттик өткөрүмдүүлүктү көз ирмем жана жип булактары менен аныктоо үчүн чектүү айырмачылык ыкмасын иштеп чыгуу.
3. Геоэлектрдик теңдеменин тескери маселесиндеги орто, магниттик же диэлектр өткөргүчтүгүнүн электр өткөргүчтүгүн аныктоонун чектүү айырмачылыкты жөнгө салынган ыкмасын иштеп чыгуу.
4. Геоэлектрдик теңдеменин түз жана тескери маселелерин чечүүнүн сандык алгоритмдерин иштеп чыгуу.
5. Иштеп чыгарылган алгоритмдердин негизинде программалардын топтомун түзөө.

Иштин илимий жаңылыгы. Практикалык колдонмолордо бар болгон көз ирмем жана жип булактары бар геоэлектриктердин түз жана тескери маселелеринин математикалык модели изилденет.

Түз геоэлектрдик маселенин тууралыгы далилденген, анын туруктуулугу чектүү айырмачылык ыкмасы менен орнотулган.

Тескери маселени чечүү үчүн чектүү айырмачылыктын жөнгө салынган ыкмасы иштелип чыкты, мында же - чөйрөнүн электр өткөрүмдүүлүгүн, же - диэлектрдик өткөрүмдүүлүктү, же - магниттик өткөрүмдүүлүктү аныктоо зарыл болгон.

Жогоруда айтылган ыкмалардын негизинде геоэлектрдик маселелердин сандык алгоритми жана компьютерде ишке ашырылышы иштелип чыккан.

Иштин практикалык мааниси. Практикалык мааниси геоэлектрдик маселелерди чечүүнүн жаңы алгоритмдерин иштеп чыгууда, иштелип чыккан алгоритмдерди жана программаларды геофизикалык маселелерди моделдөөдө жана чечүүдө колдонуу мүмкүнчүлүгүндө жатат.

Алынган жыйынтыктар учурда Ош технологиялык университетинин кибернетика жана маалыматтык технологиялар факультетиндеги окуу процессинде колдонулуп жатат.

Коргоого коюлуучу негизги жоболор:

1. Геоэлектрдиктин көз ирмемде жана жип булактары бар бир өлчөмдүү, эки өлчөмдүү түз жана бир өлчөмдүү тескери маселелеринин математикалык моделдери.
2. Бар болуу теориясы, жалгыздыгы жана геоэлектрдик теңдеменин эки өлчөмдүү түз маселесин чечүүнүн шарттуу туруктуулугунун теоремалары.

3. Геоэлектрдик теңдеменин бир өлчөмдүү тескери маселелерин чечүү үчүн чектүү айырмачылыктын жөнгө салуу жана чектүү айырмачылыктын дал келүү теоремалары.
4. Геоэлектрдик теңдеменин түз жана тескери маселелеринин чектүү айырмачылыктар менен жөнгө салынган ыкмасынын жана программалык камсыздоонун негизинде иштелип чыккан сандык чечим алгоритмдери.
5. График жана чыгарылыштарды талдоо түрүндө алынган чечимдердин жыйынтыктары.

Изденүүчүнүн жеке салымы. Диссертациянын бардык жыйынтыктары автор тарабынан белгиленген жана жаңы. Автор геоэлектрдик теңдеменин тескери маселелерин чечүү үчүн мүнөздөөчү түздөө ыкмасын, чектүү айырмачылыкты жана чектүү айырмачылыкты жөнгө салуу ыкмасын айкалыштырып колдонуу мүмкүндүгүн далилдеди.

Илимий кеңешчи менен биргелешкен жумушта, илимий кеңешчи А.Ж. Сатыбаев тарабынан жалпы идеялар, маселелердин түзүлүшү сунушталган, а математикалык эсептөөлөр, сандык чечимдерди негиздөө жана геоэлектрдик теңдеме үчүн түз жана тескери маселелерди компьютерде ишке ашыруу Ю.В. Анишенко тарабынан жүргүзүлгөн. Илимий изилдөөлөрдүн жыйынтыктарын алгандан кийин А.Ж. Кокозова, А.Т. Маматкасымова, Г.А. Калдыбаева, А.А. Алимканов, М. Ж. Жанибековдор макала жарыялашкан. Документтерде жыйынтыктарды колдонууга биргелешкен авторлордун жазуу жүзүндөгү макулдугу тиркелет.

Изилдөөнүн натыйжаларынын тастыкталышы. Диссертацияда алынган негизги жыйынтыктар төмөнкү эл аралык конференцияларда доклад жасалган:

- Сегизинчи Эл аралык жаштар илимий мектеп-конференциясы "Тескери жана туура эмес коюлган маселелерди чечүүнүн теориясы жана сандык методдору", Новосибирск ш., 01–07-сентябрь, 2016-ж.;
- Академик А.Жайнаковдун 75 жылдыгына арналган "Илим, технология жана билим берүүдөгү маалыматтык технологиялар жана математикалык моделдөө" эл аралык конференциясы, Бишкек ш., 6-8-октябрь, 2016-ж.;
- Марчук илимий окууларынын алкагында "Эсептөө жана прикладдык математика 2017" эл аралык конференциясы (ВПМ 2017), Новосибирск ш., 25 - 30-июнь, 2017 -ж.;
- Тогузунчу Эл аралык жаштар илимий мектеп-конференциясы академик М.М.Лаврентьевдин туулган күнүнүн 85 жылдыгына арналган "Тескери жана туура эмес коюлган маселелерди чечүүнүн теориясы жана сандык методдору", Новосибирск ш., 26-июнь-2-июль, 2017-жыл;
- Математик азыркы дүйнөдө. С.Л. Соболев атындагы математика институтунун 60 жылдыгына арналган эл аралык конференция. Новосибирск ш., 14-19-август, 2017-жыл;

- Эл аралык конференция “International Conference on Analysis and Applied Mathematics (ICAAM 2018)” (ICAAM 2018)". 6 - 9 Сентябрь 2018ж. Түрк Кипри: Lefkosa (Nicosia), Mersin 10, Turkey;
- International Conference «INVERSE PROBLEMS IN FINANCE, Economics AND LIFE SCIENCES», Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, December 26-28, 2017г.

Публикациядагы диссертациянын жыйынтыктарынын толук чагылдырылышы. Диссертациянын темасы боюнча негизги жыйынтыктар 15 илимий эмгекте жарыяланган, анын 8и Кыргыз Республикасынын Жогорку аттестациялык комиссиясы тарабынан сунушталган журналдарда; 1 эл аралык илимий конференциянын материалдарында; 1 чет өлкөлүк мезгилдүү басылмада; 2 Scopus жана Web of Sciense системасында катталган журналдарда; 1 КазЦБ(Казакстан цитата базасы) тарабынан индекстелген жана ББИЧКК (Билим берүү жана илим чөйрөсүндөгү көзөмөл комитети) тарабынан сунушталган Казакстан Республикасынын журналында; ошондой эле түзүлгөн программалар үчүн Кыргызпатенттин эки автордук күбөлүгү алынган.

Диссертациянын көлөмү жана түзүлүшү. Диссертация мазмунунан, киришүүдөн, беш бөлүмдөн турат, алар бөлүмдөр жана бөлүмдөр боюнча корутундулардан, практикалык сунуштардан, 88 аталыштан турган адабият тизмесинен жана 5 тиркемеден турат. Диссертациялык иштин негизги мазмуну 147 беттен турат.

Автор өзүнүн илимий жетекчиси, ф.-м.и.д., профессор А.Ж. Сатыбаевке проблемаларды, ыкманы изилдөөдө идеяны түзгөндүгү, бул диссертациянын калыптануу этаптарындагы кеңештер жана талкуулар, ошондой эле ишке дайыма көңүл буруу үчүн терең ыраазычылык билдирет.

ИШТИН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

Киришүүдө дисертациялык иштин актуалдуулугу акталып, диссертациянын максаты жана маселери такталган, жумуштун илимий жаңылыгы, практикалык мааниси жана коргоого чыгарылуучу жоболору берилип, диссертациянын жыйынтыктарынын толук чагылдырылышы, көлөмү жана түзүлүшү көрсөтүлгөн.

I бөлүмдө "Адабиятты карап чыгуу" диссертациялык иштин темасы боюнча адабияттарды карап чыгуу каралган.

Диссертациялык жумушта каралган биринчи маселе М. М. Лаврентьев жана В. Г. Романов, А. С. Алексеев, А. С. Благовещенский тарабынан изилделинип, түзүлгөн, В.Г. Романов тарабынан өркүндөтүлгөн жергиликтүү бар болу теоремасы жана тескери динмикалык маселеринин уникалдуулук далидөө ыкмасы, жана дагы жалгыздуулук теоремасы менен “жалпысынан” туруктуулук шарттары С.И. Кабанихин жана анын окуучулары тарабынан ар кандай тескери маселерлерди

изилдөөдө кенири колдонулат. М.А. Шишленин жана Н.С. Новиковдордун жаны жыйнытыктары да бар.

Бул областа өзүбүздүн окмуштуулар А.Дж. Сатыбаев, Г.А. Калдыбаева, А.Т. Маматкасымоваларды белгилей кетсек болот.

Ошентип, бул бөлүмдө диссертациялык иште каралган проблемага окшош динамикалык типтеги гиперболалык теңдемелердин тескери маселелерин изилдөөнүн жыйынтыктары. Маселени сандык түрдө чечүү үчүн автор колдонгон ыкманын негиздемеси келтирилген.

II бөлүмдө “Материалдык жана изилдөө ыкмалары” берилген милдеттерди чечүүдө колдонулган материалдар жана ыкмалар берилген.

Изилдөө объектиси. Бул диссертациялык иштин изилдөө объектиси геоэлектриктердин тескери маселелеринин ар кандай формулировкалары болуп саналат.

Изилдөө предмети. Бул диссертациялык иштин изилдөө предмети геоэлектрдик маселелердин математикалык модели, сандык чечим ыкмасы, тактап айтканда, чектүү айырмачылыкты жөнгө салуу, чечим алгоритми, ошондой эле программалык камсыздоо системалары жана алардын функционалдуулугу болуп саналат.

Изилдөө ыкмалары. Бул диссертациялык иштин изилдөө ыкмалары-мүнөздөмөлөрдү түздөө, өзгөчөлүктөрдү бөлүү, чектүү айырмачылык жана чектүү айырмачылыктын жөнгө салынган ыкмалары жана математикалык моделдөө, ошондой эле программанын интерфейсин түзүү үчүн заманбап программалоо тилдери болуп саналат.

Үчтөн бешке чейинки бөлүмдөр өздөрүнүн изилдөөлөрүнүн жыйынтыктарына жана алардын жүйөөлөрүнө арналган.

III бөлүмдө геоэлектрдин эки өлчөмдүү түз проблемасынын жакшы позициясы иликтенет, геоэлектрдик теңдеменин бар экендигинин жана уникалдуулугунун теоремалары далилденет, ошондой эле толкун процесси маселесинин чечилишинин уникалдуулугу далилденет. Дифференциалдык маселенин чектүү-айырма аналогу курулган:

$$\left.\begin{array}{l} \bar{\varepsilon}(z,y)\bar{\mu}(z,y)\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\bar{\sigma}(z,y)\bar{\mu}(z,y)\dfrac{\partial^2 u}{\partial t}= \\ =\Delta_{z,y}u(z,y,t)-\nabla_{z,y}\ln\bar{\mu}(z,y)\nabla_{z,y}u(z,y,t), \qquad t\in R_+, z\in R_+, y\in R, \\ u(z,y,t)\big|_{t<0}\equiv 0, \qquad z\in R_+, y\in R, \\ \left.\dfrac{\partial u(z,y,t)}{\partial z}\right|_{z=0}=h(y)\delta(t)+r(y)\theta(t), \qquad t\in[0,T], y\in(-D,D), \end{array}\right\}. \tag{1}$$

Түз көйгөй (1) маселесинен $u(z,y,t)$ белгилүү болгон маанилерде, $\bar{\varepsilon}$ - диэлектрдик жана $\bar{\mu}$ - магниттик өткөрүмдүүлүктү, $\bar{\sigma}(z,y)$- чөйрөнүн электр өткөргүчтүгүн, ошондой эле $h(y), r(y)$ белгилүү маанилерди аныктоодон турат.

Теңдеменин параметрлерине жана баштапкы шартка карата төмөнкү шарттар канааттандырылсын:

$$\bar{\varepsilon}(z,y),\bar{\mu}(z,y),\bar{\sigma}(z,y)\in\Lambda_1, \tag{2}$$

$$h(y), r(y)\in\Lambda_2, \tag{3}$$

Бул жерде

$$\Lambda_1 = \begin{Bmatrix} \rho_1(x,y) \in C^6((0,d)\times(-D_1,D)), & \sup p\{\rho_1(x,y)\} \in ((0,d)\times(-D_1,D)), \\ a = \|\rho_1\|_{C^2((0,d)\times(-D_1,D))}, & a \ll M, \end{Bmatrix},$$

$$\Lambda_2 = \begin{Bmatrix} \sup p \quad h(y) \in (-D,D), h(y) \in C^5(-D,D), & 0 < M_1, M_2, M_3, D_1, d = const, \\ D = D_1 + T(M_2 + a), \quad T = 2d/(M_1 - a), & \end{Bmatrix}.$$

Мүнөздөмөлөрдүн ыкмаларын колдонуу жана өзгөчөлүктөрдү бөлүү менен биз (1)ге өзгөчөлүктөрү боюнча маалыматтар менен түз көйгөйдү алабы:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \alpha^2} + L_1\vartheta(\alpha,y,t), \qquad |\alpha| < t < T, y \in (-D,D), \\ &\vartheta\big|_{|\alpha|=t} = S(t,y), \qquad t \in [0,T], y \in (-D,D), \\ &\vartheta\big|_{y=-D} = \vartheta\big|_{y=+D} = 0, \end{aligned}\right\}. \tag{4}$$

бул жерде, $L_1\vartheta(\alpha,y,t)$, $S(t,y)$ -функциялары $\mu(\alpha,y), \varepsilon(\alpha,y), \sigma(\alpha,y), \alpha_y, \Delta\alpha$, функцияларынан көз каранды

ТЕОРЕМА 1. (2) - (3) шарттары канааттандырылсын, киргизилген шарттар, нормалар, жана $u(\alpha,y,t)$ функциясы үзгүлтүксүз жана биринчи даражадагы $\Omega(T,D)$ үзгүлтүксүз туундуларына ээ жана $S(t,y) \in L_2(\Omega(T,D))$ болсун. Анда $W_2^1(\Omega(T,D))$, мейкиндигинде (4) маселесинин жалпыланган чечими бар. Бул жерде $\Omega(T,D) = \{(\alpha,y,t) : \alpha \in (-T,T), \alpha < t < T - \alpha, y \in (-D,D)\}$.

3.2 -бөлүмүндө (4) маселесинин жалгыздатылган чыгарылышы алынган

ТЕОРЕМА 2. $\mu(\alpha,y), \varepsilon(\alpha,y), \sigma(\alpha,y), \alpha_y, \Delta\alpha$ функциялары үзгүлтүксүз болсун жана биринчи даражадагы үзгүлтүксүз жеке туундуларга ээ болсун жана (4) маселенин чечими бар жана $C^2(\Omega(T,D))$га таандык болсун жана Эйконалдын теңдеменин шарты болсун. Анда (4) маселенин чечими $\Omega(T,D)$ областында жалгыз гана.

(4) жана (1) маселелеринин эквиваленттүүлүгүнөн негизинде, 1 -теореманын шарты канааттандырылган учурда (1) маселесинин чечими $\Omega(T,D)$ областында жалгыз.

3.3 - бөлүмүндө (4) дифференциалдык маселенин чектүү-айырма аналогу курулган

$$\left.\begin{aligned} &V_{t\bar{t}} = V_{\alpha\bar{\alpha}} + L_1 V_{ij}^k, \qquad (ih_1, jh_2, k\tau \in \Omega_{ij}^k), \\ &V_{\pm k,j}^{|k|} = S_j^{|2i|}, \qquad i = \overline{-N,N}; \qquad j = \overline{-L,L}, \\ &V_{i,L}^k = V_{i,-L}^k = 0, \qquad i = \overline{-N,N}; \qquad j = \overline{|2i|,2N}, \end{aligned}\right\}, \tag{5}$$

Ушул эле жерде бул маселени чечүү үчүн чектүү айырма алгоритми да иштелип чыккан.

3.4 - бөлүмүндө толкун процесстеринин эки өлчөмдүү түз маселесин чечүүнүн жалгыздыгы далилденди.

Ошентип, бул бөлүмдө тегиздик чеги жана чымчым булагы бар геоэлектрдик теңдеменин эки өлчөмдүү түз көйгөйүнүн бар экени жана уникалдуулугу

далилденген, ошондой эле толкун процесстери үчүн түздөн-түз маселе изилденген. Сандык чечимдин так маселенин так чечилишине жакындашы далилденген. Чечим алгоритми иштелип чыкты.

IV бөлүмү геоэлектрдик теңдеменин бир өлчөмдүү тескери маселелерин изилдөөгө арналган.

4.1 бөлүмүндө $\mu_0(x_3)$ магниттик өткөрүмдүүлүк белгисиз геоэлектриктердин бир өлчөмдүү тескери проблемасын изилдеген.

$$\left.\begin{aligned} &u_{0tt} = \frac{1}{\varepsilon_0(x_3)\mu_0(x_3)}\left[\frac{\partial^2 u_0}{\partial x_3^2} + \frac{\mu'_{0x_3}}{\mu_0(x_3)}\cdot\frac{\partial u_0}{\partial x_3}\right] - \frac{\tau_0(x_3)}{\varepsilon_0(x_3)}\cdot u_{0x_3}, \quad x_3 \in (0,d), t \in (0,T), \\ &u_0(x_3,t)\big|_{t<0} \equiv 0, \quad u'_{0x_3}\big|_{x_3=0} = -\frac{1}{2}\delta(t) + r_0\theta(t), \end{aligned}\right\}, \tag{6}$$

$$u_0(x_3,t)\big|_{x_3=0} = f(t), \quad t \in [0,T]. \tag{7}$$

$\varepsilon_0(x_3)$ – белгилүү диэлектрдик туруктуу, $\tau_0(x_3)$ - электр өткөрүмдүүлүк - белгилүү функция, $u_0(x_{3,}t)$ - электромагниттик толкундардын таралышы.

Коэффициенттерге карата тескери маселени чечүү үчүн, болжолдуу түрдө төмөнкү шарттар аткарылды

$$\big(\mu(x), \varepsilon(x), \tau(x)\big) \in \Lambda_0, \tag{8}$$

мында $\Lambda_0 = \left\{\mu(x) \in C^6(R_+), \mu'(+0) = 0,\ 0 < M_1 \le \mu(x) \le M_2, \|\mu\|_{C^2} \le M_3\right\}$.

Мүнөздөмөлөр ыкмасын (6) - (7) маселесине колдонобуз жана андан кийин төмөнкү тескери маселени алабыз:

$$\left.\begin{aligned} &u_{tt} = u_{xx} + \frac{1}{2}\left[\frac{\mu'_x(x)}{\mu(x)} - \frac{\varepsilon'_x(x)}{\varepsilon(x)}\right]\cdot u_x - \tau(x)\sqrt{\frac{\mu(x)}{\varepsilon(x)}}\cdot u_x, \quad x \in (0,d), t \in (0,T), \\ &u(x,t)\big|_{t<0} \equiv 0, \quad u_x\big|_{x=0} = -\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon(0)\mu(0)}}\delta(t) + r_0\theta(t), \\ &u(x,t)\big|_{x=0} = f(t), \quad t \in [0,T], \end{aligned}\right\}. \tag{9}$$

Өзгөчөлүктөрдү бөлүү ыкмасын колдонуп жана маселенин чечилишин төмөнкү түрдө чагылдырабыз

$$u(x,t) = \tilde{u}(x,t) + S(x)\theta(t - |x|), \tag{10}$$

мында $\tilde{u}(x,t)$ - үзгүлтүксүз функция.

Эгерде (10)ду эске алсак, анда (9) маселесинен, $S(x)$ге салыштырмалуу мүнөздөмөлөр боюнча маалыматтары менен төмөнкүдөй тескери маселени алабыз.

$$\left.\begin{aligned} &u''_{tt} = u''_{xx} - \frac{2S'(x)}{S(x)}u'_x, \quad (x,t) \in \Delta(T), \\ &u(x,t)\big|_{t=|x|} \equiv S(x), \quad x \in [0, T/2], \\ &u(x,t)\big|_{x=0} = f(t), \quad t \in [0,T], \end{aligned}\right\}, \tag{11}$$

где $\Delta(T) = \Delta(T_d) = \left\{x \in (0,d), t \in (0,T_d) : x \in (0,T/2), |x| < t < T - |x|\right\}$.

(11) маселесинин айырма аналогун түзөбүз, мында O (h) - чакан мүчө жокко чыгарылган:

$$\left.\begin{array}{l} u_{t\bar{t}} = u_{x\bar{x}} - d_i u_{\bar{x}}, \quad (ih,kh) \in \Delta_h(T) \\ u_i^i = S_i, \quad i = \overline{0,N}, \\ g_i = -\dfrac{1}{2\mu_0\varepsilon_0} - \dfrac{h}{2}\sum\limits_{l=1}^{N-1} d_l g_l, \quad i = \overline{1,N} \\ d_i = 2S_i \cdot g_i, \quad i = \overline{2,N} \\ u_0^k = f^k, \quad k = \overline{0,2N}, \end{array}\right\}. \qquad (12)$$

3-ТЕОРЕМА. *f(t)*$\in$*C*^{4}*([0,T])* болсун жана (8) шартын канааттандырган (11) тескери маселесинин чечилиши болсун

Кичинекей T үчүн *u(x,t)*$\in$*C*^{4}*(Δ(T*$_1$*))* түз маселесин чечүү болсун. Анда (12) тескери маселенин чечилишинен *C* классындагы *O(h)* тартиби боюнча ылдамдык менен (11) тескери маселенин чечилиши келип чыгат жана төмөнкүдөй адилеттүү баалоо болот

$$\max_{i=\overline{0,N}} \left| S_i - \tilde{S}_i \right| \le \frac{1}{2} h \|u\|_{C^4(\overline{\Delta(T)})}, \qquad (13)$$

мында S_i - (11) тескери маселесинин анык чечилиши, $\tilde{S}_i$ - *O(h)* кичинекей мүчөсү менен (11) чектүү айырмачылык маселесинин чечилиши

Эгер $S_i, i = \overline{0,N}$ аныкталган болсо, анда μ_i да аныктаса болот мында μ_i - (9), (11) тескери маселесинин чечилиши.

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial^2 V(z,t)}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 V(z,t)}{\partial z^2} - \left[\dfrac{1}{2}\dfrac{b'(z)}{b(z)} - \dfrac{\mu'(z)}{\mu(z)}\right]\dfrac{\partial V(z,t)}{\partial z} - \dfrac{\tau(z)}{\varepsilon(z)}\dfrac{\partial V(z,t)}{\partial z}, \quad (z,t) \in R_+^2, \\ V(z,t)\big|_{t<0} \equiv 0, \quad z \in R_+, \quad \left.\dfrac{\partial V(z,t)}{\partial z}\right|_{z=0} = h_0\delta(t) + r_0\theta(t), \quad t \in R_+, \end{array}\right\} \qquad (14)$$

$$V(z,t)\big|_{z=0} = f(t), \quad t \in [0,2T]. \qquad (15)$$

Тескери маселе – бул (13)–(14) маселелеринен *r(z)* жана *ε(z)* маанилерин аныктоо, мында $\tau(z)$ – белгилүү баалуулуктарда чөйрөнүн электр өткөрүмдүүлүгү $\mu(z)$, $\varepsilon(z)$ – магниттик жана диэлектрдик туруктуулук, ошондой эле (14) түз проблеманы чечүү боюнча кошумча маалымат.

Мүнөздөмөлөр ыкмасын жана өзгөчөлүктөрдү бөлүү ыкмасын колдонуп, (13) - (14) масалелерин мүнөздөмөлөрү боюнча маалыматтар бар маселеге айлантабыз.

Белгилүү $\mu(z)$ жана $\varepsilon(z)$ функциялары үчүн $V(z,t), S(z)$ функциясын жана, белгилүү $f(t)$ функциясы үчүн түз маселени чечүү боюнча кошумча маалыматтарды аныктайлы.

Биз дифференциалдык (14) - (15) маселелеринин айырма аналогун курабыз.

ТЕОРЕМА 4. (14) - (15) тескери дифференциалдык маселелеринин чечими жана $V(z,t) \in C^4(\Delta(T))$ бар болсун, жана дагы $(\varepsilon(z), \mu(z), \sigma(z)) \in \Lambda_0$ шарты аткарылсын, анда $\left(\tilde{V}_i^k, \tilde{S}_i\right)$ тескери маселесинини чыгарылышы (V_i^k, S_i) дифферециалдык тескери маселесин $O(h)$ ылдамдыгы менен чыгарууга келтирилет

ТЕОРЕМА 5. Дифференциалдык маселелеринин чечими жана $V(z,t) \in C^4(\Delta(T))$ бар болсун, жана дагы $(\varepsilon(z), \mu(z), \sigma(z)) \in \Lambda_0$ шарты аткарылсын, анда курулган $\widehat{V}_i^{k,\delta}, \widehat{S}_i^{\delta}$ чектүү айырма тескери маселенин жөнгө салынган чечими

(V_i^k, S_i) диффереациалдык тескери маселесин $O(h)$ ылдамдыгы менен чыгарууга келтирилет.

Алынган чектүү айырмага ылайык, S_i^δ маселесинин регуляцияланган чечими менен (14)–(15) чектүү айырмачылыктын жөнгө салынган чечимин алабыз:

$$\tau_i^\delta = -\varepsilon_i\left[\frac{1}{2}\frac{(b_i)_{\underline{z}}}{b_i}+\frac{(\mu_i)_{\underline{z}}}{\mu_i}+\frac{2(S_i^\delta)_{\underline{z}}}{S_i}\right] = -\varepsilon_i\left[\frac{1}{2}\frac{(\varepsilon_i\mu_i)_{\underline{z}}}{\varepsilon_i\mu_i}+\frac{(\mu_i)_{\underline{z}}}{\mu_i}+\frac{2(S_i^\delta)_{\underline{z}}}{S_i}\right]=$$

$$= -\varepsilon_i\left[\frac{1}{2}\frac{(\varepsilon_i\mu_i-\varepsilon_{i-1}\mu_{i-1})}{h\varepsilon_i\mu_i}+\frac{(\mu_i-\mu_{i-1})}{h\mu_i}+\frac{2(S_i^\delta-S_{i-1}^\delta)}{hS_i^\delta}\right], \qquad i=\overline{1,N}.$$

4.3 -бөлүмүндө толкун процесстеринин бир өлчөмдүү тескери маселесин чечүү үчүн чектелген айырмачылыкты жөнгө салуу ыкмасын иштеп чыгуу каралат.

Натыйжада, бул бөлүмдө магниттик жана диэлектрдик өткөрүмдүүлүк аныкталган заматта жана жипчелүү булагы бар геоэлектрдик теңдеменин тескери маселесин чечүү үчүн чектүү айырмачылык алгоритми жана чектүү айырма жөнгө салынган ыкмасы иштелип чыккан. Бул маселени чечүү үчүн алгоритм түзүлдү.

V бөлүмүндө геоэлектрдик теңдеме үчүн бир өлчөмдүү түз жана 3, 4-бөлүмдөрүндө изилденген тескери маселелерди программалык камсыздоосу жана сандык алгоритмдери, блок-схемалары чыгарылган

5.1-бөлүмүндө заматта жана жип булактары бар геоэлектриктердин бир өлчөмдүү түз маселесинин сандык чечими төмөнкү формулада берилген:

$$u''_{0tt}(x_3,t)=\frac{1}{\varepsilon_0(x_3)\mu_0(x_3)}\left[u''_{0x_2x_2}(x_3,t)\right]+\frac{\mu'_{0x_2}(x_3)}{\mu_0(x)_3}u'_{0x_2}(x_3,t)-\frac{\tau_0(x_3)}{\varepsilon_0(x_3)}u'_{0x_2}(x_3,t), \tag{16}$$

$(x_3,t)\in R_+^2,$

мында $\varepsilon_0(x_3), \mu_0(x_3)$ – диэлектрдик жана магниттик өткөрүмдүүлүктөрү, $\tau_0(x_3)$ – чөйрөнүн электр өткөрүмдүүлүгү, $u_0(x_3,t)$- электромагниттик толкундардын таралышы. Төмөнкү шарттарды эске алуу менен:

$$u_0(x_3,t)\big|_{t<0}\equiv 0, \qquad u'_{0x_2}(x_3,t)\big|_{x_2=0}=-\frac{1}{2}\delta(t)+r_0\theta(t), \qquad t\in[0,T], \tag{17}$$

$$\varepsilon_0(x_3),\mu_0(x_3),\tau_0(x_3)\in\Lambda_0, \tag{18}$$

мында $\Lambda_0=\left\{\varepsilon_0(x_3)\in C^6(R_+),\varepsilon'_{0x_2}(0)=0, 0<M_1\le\varepsilon_0(x_3)\le M_2, \|\varepsilon_0(x_3)\|_{C^2}\le M_3\right\}$, бул жерде M_1, M_2, M_3 – оң туруктуулуктары.

$$x(x_3)>0, \qquad \lim_{x_2\to\infty}x(x_3)=0. \tag{19}$$

Мүнөздөмөлөрү боюнча маалыматтары менен түз маселеге келели

$$\left.\begin{aligned} &u_{tt}(x,t)=u_{xx}(x,t)-2\frac{S'(x)}{S(x)}u'_x(x,t)-\frac{\tau(x)\sqrt{\mu(x)}}{\sqrt{\varepsilon(x)}}u'_x(x,t),(x,t)\in\Delta(T),\\ &u(x,t)\big|_{t=|x|}=S(x), x\in[-T/2,T/2]. \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Тор белгилерин колдонуу менен (20) дифференциалдык маселенин айырма аналогун жазалы:

$$\left.\begin{aligned} &u_{t\bar{t}} = u_{x\bar{x}} - 2\frac{S_{i+1}-S_{i-1}}{2hS_i}\cdot\frac{u_{i+1}^k - u_{i-1}^k}{2h} - \tau_i\sqrt{\frac{\mu_i}{\varepsilon_i}}\cdot\frac{u_{i+1}^k - u_{i-1}^k}{2h}, (x_i,t_k)\in\Delta_h(T),\\ &u_i^i = S_i, i=\overline{0,N}.\end{aligned}\right\}. \quad (21)$$

ТЕОРЕМА 6. (20) маселесинин чечими жана $u(x,t)\in C^4(\Delta(T))$ бар болсун, жана дагы (18), (19) шарттары аткарылсын. Анда (21) чектүү айырмачылык маселесиинин чыарылшы (20) дифференциалдык маселесин *O(h)* ылдамдыгы менен чыгарууга келтирилет жана кийинки бааны алат:

$$\bar{u}^{k+1} \le O(h)\exp\left[2\frac{\bar{S}}{\underline{S}} + h\cdot\overline{TAU}\cdot\sqrt{\frac{\bar{M}}{\underline{E}}}\right].$$

5.2-бөлүмүндө жоготуулары бар сызык менен геоэлектриктердеги ылдамдыктын сандык аныктамасы берилген. Тапшырма мүнөздөмөлөрү боюнча маалыматтары бар маселеге чейин кыскарат. Чектүү айырма аналогу менен алмаштырылган. Болжолдуу чечимдин так чечимге жакындашы далилденген.

5.3-бөлүмүндө (6) түз маселенин жана геоэлектрдик теңдеменин (6)-(7) тескери маселесинин сандык чечими каралат. Сунушталган алгоритмдердин компьютердик ишке ашырылышы көрсөтүлгөн. Чечимдин графиктери алынат, алынган чечимдин анализи берилет.

Геоэлектрдин түз маселесин жана тескери маселени чечүү алгоритмин сүрөттөп берели:

- $S_i = \sqrt{\dfrac{1}{\sqrt{a_i b_i}\cdot b_i\,\mathrm{e}^{\mathrm{int}(i)}}}$, $i=\overline{0,N}$, формуласы боюнча мүнөздөмөлөр боюнча берилген маалыматтары бар $S_i, i=\overline{0,N}$ - маселесин аныктайбыз; S_i маанисине $V_i^i, i=\overline{0,N}$, маанисин дайындайбыз б.а. мүнөздөмөлөрдөгү V маанисин аныктайбыз; V_i^i мааниси боюнча Тэйлордун формуласы менен V_i^{i+1} аныктайбыз; андан кийин түз маселе V_i^{k+1}ны табабыз;
- V_i^k түз маселесин чечүүдө тескери маселенин кошумча маайымаматтарын аныктайбыз: $f^k = V_0^k, k=0,2N$ - бул нөл катмары;
- Эми биринчи катмарды $V_1^k = \left(f^{k+1}+f^{k-1}\right)/2$ формуласы менен аныктайбыз;
- $k=2$ экинчи катмарынан баштап тескери маселе төмөнкү формула менен аныкталат:

$$\frac{V_{i+1}^k - 2v_i^k + V_{i-1}^k}{h^2} = \frac{V_i^{k+1} - 2v_i^k + V_i^{k-1}}{h^2} - \left[2\frac{S_i - S_{i-1}}{hS_{i-1}} + \frac{d_i}{a_i}\right]\cdot\left[\frac{V_i^k - V_{i-1}^k}{h}\right] - \frac{d_i}{a_i}\cdot\left[\frac{V_i^k - V_i^{k-1}}{h/2}\right], \quad (x_i,t_k)\in\Delta_h(2T),;$$

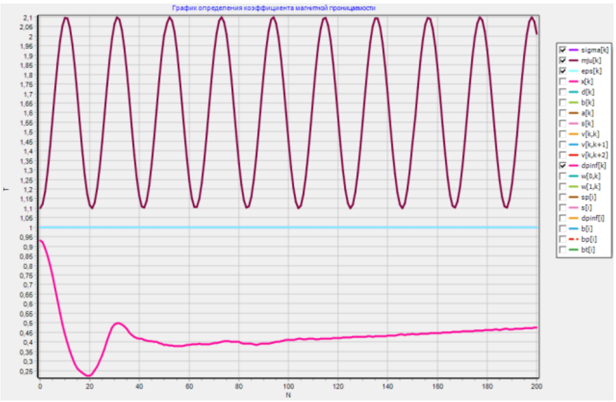
- Андан кийин тескери маселенин кийинки катмарларын аныктоодо, ар бир жолу $V_i^i = S_i$, $ih\in(0,Nh)$, мааниси боюнча $S_i, i=\overline{0,N}$ маанисин аныктайбыз, программанын баштапкы кодунда алар $Sp_i, i=\overline{0,N}$ аркылуу көрсөтүлгөн. Болжолдуу $Sp_i, i=\overline{0,N}$ тор функциясы аныкталгандыктан,

$$b_i = \sqrt[3]{\frac{1}{S_i^4 a_i e^{2*\mathrm{int}(i)}}}, \quad i=\overline{0,N} \quad \text{жана} \quad d_i = \left\{ -2\frac{S_i - S_{i-1}}{hS_{i-1}} - \frac{\left(\sqrt{a(x)b(x)}\right)'}{\sqrt{a_i b_i}} - \frac{b_i - b_{i-1}}{hb_{i-1}} \right\} \cdot a_i, \quad i=\overline{0,N}$$

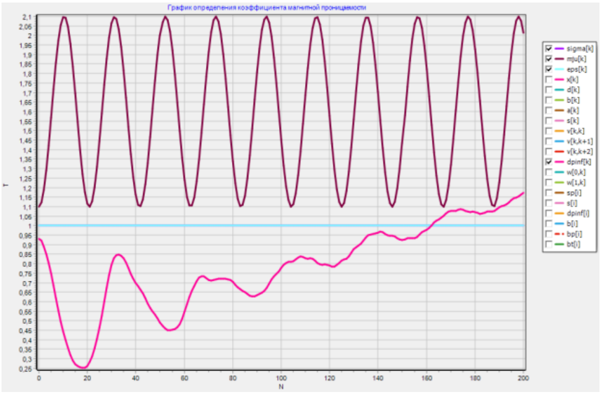
формулалары боюнча $bp_i, dp_i, i=\overline{0,N}$ болжолдуу тор функциясын аныктаса болот, б.а, μ_i, σ_i белгисиз функциялар.

Геоэлектрдик теңдеменин сапатына түз көйгөйдү чечүүдө $\mu(x)$- магниттик жөндөмдүүлүк, бир толкундуу, эки толкундуу жана тепкичтүү функциялар көрсөтүлгөн. А диэлектрдик өткөрүмдүүлүк жана $\varepsilon(x)$өткөрүмдүүлүктүн катары толкун функциялары тартылган жана 1ге барабар. Эсептөөнүн терендиги $T=4$.

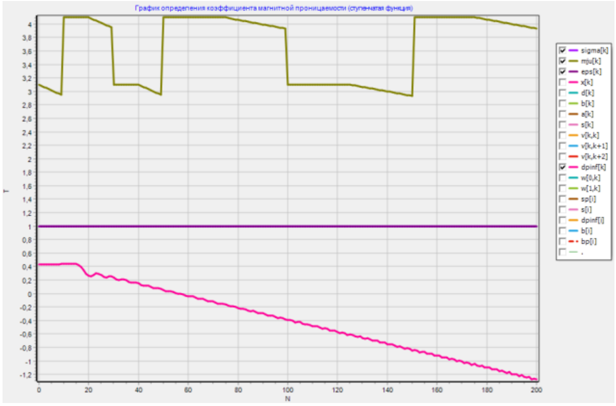
Бардык графиктерде функциялардын графиктери камтылган: *dpinf(t)=V(0,t)* – тескери маселе үчүн кошумча маалымат., $\mu(x)$–магнит өткөрүмдүүлүгү, $\varepsilon(x)$– диэлектрикалык өткөрүмдүүлүгү, $\sigma(x)$– өткөрүмдүүлүк (П.1. кара).



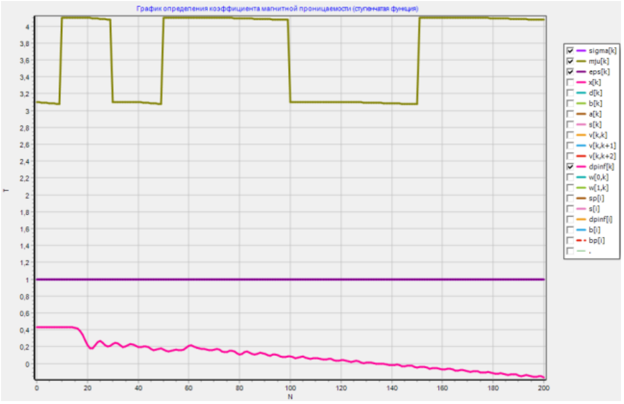
1-сүрөт. *dopinf[τ] функциясынын графиги*– тескери маселе үчүн кошумча маалымат; $\mu(x)$:=2.1-cos^2(48*1.57* τ); мында $\sigma(x)$:=1.0; $\varepsilon(x)$:=1.0; τ =0.002.



2-сүрөт. *dopinf[τ] функциясынын графиги*– тескери маселе үчүн кошумча маалымат; $\mu(x)$:=2.1-cos2(48*6.28* τ); мында $\sigma(x)$:=1.0; $\varepsilon(x)$:=1.0; τ =0.0005.



3-сүрөт. *dopinf[τ] функциясынын графиги*– тескери маселе үчүн кошумча маалымат; $\mu(x)$:=тепкичтүү функция; мында $\sigma(x)$:=1.0; $\varepsilon(x)$:=1.0; τ =0.0033.



4-сүрөт. *dopinf[τ] функциясынын графиги*– тескери маселе үчүн кошумча маалымат; $\mu(x)$:=тепкичтүү функция; мында $\sigma(x)$:=1.0; $\varepsilon(x)$:=1.0; τ =0.0005.

Сандык эсептөөлөр көрсөткөндөй, тор тепкичтерин экиден, төрт, сегиз жолу азайтуу менен, геоэлектрдик теңдеме үчүн маселени чечүүнүн тактыгын $1.4 \div 1.8$ жолу жогорулатуу мүмкүн.

Геоэлектрдик теңдемесинин бир өлчөмдүү түз маселесин чечүүдө, түзүлгөн алгоритмдин төмөнкү жагдайлары изилденип, талдоого алынып, анализ жүргүзүлгөн.

А. Алгортимдин сандык туруктуулугу. Изилдөөнүн жүрүшүндө курулган сандык алгоритмдин сандык туруктуулугу төмөнкү аракеттерди жүргүзүү менен аныкталды:

а. Тор кадамдарын ырааттуу азайтуу (көбөйтүү) жолу менен жана бир нече чекиттерде түз маселени чечүүнүн салыштырмалуу катасы табылган.

Бул жерде салыштырма каталардын дээрлик бирдей экендигин алгоритмдин туруктуулугу тастыктайт.

б. Тордун ар бир чекитине тор кадамдарын майдалап, түз тапшырман $V(0,t)$ чечүүнүн маанилерин кабыл алып, маанилердин айырмасын тапты, б.а. абсолюттук каталар. Ошондой каталар ар түрдүү эместигин түзүлгөн алгоритмдин туруктуулугу менен тастыкталган.

Б. Эсептөөнүн тереңдиги. Геоэлектрдик теңдеменин түз маселеси $x \in [0, \mathrm{T}]$. Торчонун кадамы t жана x $\tau = \mathrm{T}/\mathrm{N}$ и $h = \mathrm{T}/2\mathrm{N}$.

Көпчүлүк графиктерден көрүнүп тургандай эсептөө Т= 4де жүргүзүлгөн. Эсептөөнүн тереңдигин N торунун кадамдарын майдалоо менен көбөйтсө болот(бул учурда, алгоритм туруктуу болуш керек), бирок бул учурда машина убактысы көбөйүп жатат.

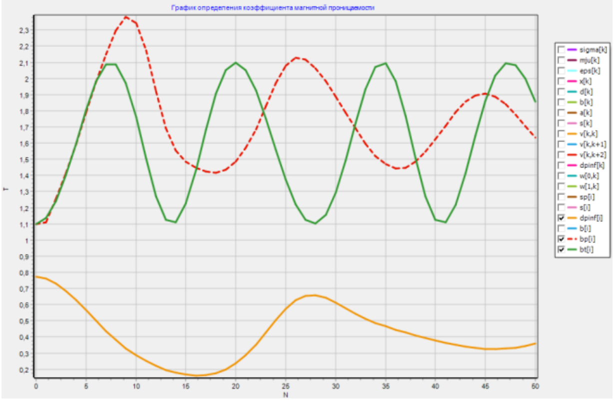
В. $\mu(x)$, $\sigma(x)$, $\varepsilon(x)$ кандай функциялар болушу мүмкүн

$\mu(x)$ магниттик өткөрүмдүүлүк функциясы катары - ар кандай функцияларды белгилөө: косинус, тепкич жана көз ирмемдик түрүндө да. Көпчүлүк учурда эсептөө кадимкидей болуп өттү.

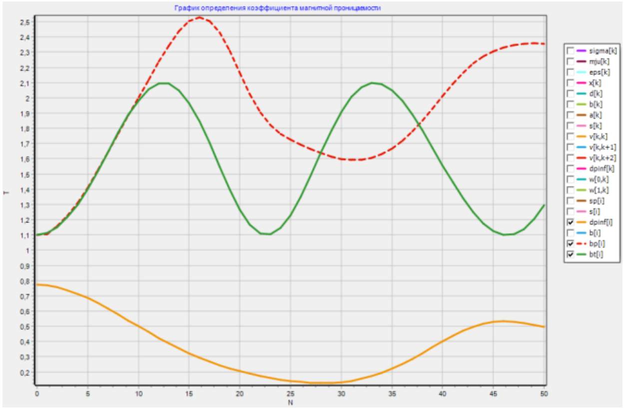
Андан кийин $\sigma(x), \varepsilon(x)$ функциясы үчүн ыраттуу түрдө косинус түрүндө функциялары берилген.иштешкен, баарындаанда эсептөө канааттандырарлык болгон. Эсептөөлөр учурунда геоэлектрдик теңдеменин түз маселесин чечүү $\varepsilon(x)$ диэлектрикалык тең өткөрүмдүүлүктүн жана $\sigma(x)$ өткөрүмдүүлүктүн маанилеринен көз каранды эместиги аныкталды.

Геоэлектрдик теңдеме үчүн бир өлчөмдүү тескери маслеси 5.2-таблицада көрсөтүлгөн функциялар үчүн жүзөгө ашырылат (диссертацияны караңыз), $\mu(x)$ функциясы аныкталган.

Бардык сүрөттөрдө (П.2 караңыз): катуу чийин - $\mu(x)$ анык функциясы, бир пунктирдүү - $\tilde{\mu}(x)$ бир өлчөмдүү тескери маселенин болжолдуу чыгарылышы жана *dpinf(t)=V(0,t)* - тескери маселе үчүн кошумча маалымат.



5-сүрөт. *dopinf[τ] функциясынын графиги*– тескери маселе үчүн кошумча маалымат; $\mu(x)$:=2.1-cos^2(48*0.393*τ); мында $\sigma(x)$:=1.1-cos^2(0.393*τ); $\varepsilon(x)$:=3.1-cos^2(0.785*τ); τ=0.003.



6-сүрөт. *dopinf[τ] функциясынын графиги*– тескери маселе үчүн кошумча маалымат; $\mu(x)$:=2.1-cos2(48*0.393*τ); мында $\sigma(x)$:=1.1-cos2(0.393*τ); $\varepsilon(x)$:=3.1-cos2(0.785*τ); τ=0.002.

Алынган жыйынтыктар боюнча $bt(t)$ и $bp(t)$ функциянын графиги чыгарылган, ал эми качан - так жана болжолдуу эсептелген функция, мында $t = x$ - так жана болжолдуу эсептелген функция. Максвеллдин теңдемесин тескери маселени чечүүнүн салыштырмалуу катасы $1:21\%$ болуп саналат.

Максвеллдин теңдемесинин тескери маселесин чечүүнүн туруктуулугу төмөнкүчө текшериди:

Тор кадамдары майдалынып жана тордун тиешелүү чекиттериндеги маанилери текшерилген;

Тескери маселенин кошумча маалыматына кокустук сандар белгилеп, тескери маселенин чечилиши текшерилген;

Тор кадамдары майдалынып, тескери маселесин чыгаруунун тактыгын жогорулаткан.

Геоэлектрдик тендемесинин бир өлчөмдүү тескери маселесин чечүүдө иштеп чыгарылган алгоритмдин жана программанын төмөнкү мүмкүнчүлүктөрү изилденип, анализделген.

А. Тескери маселени чечүүдө $\mu(x)$ - магниттик өткөрүмдүүлүк кандай функция болушу мүмкүн

$\mu(x)$ функциясына келсек, биз косинус, тепкич жана көз ирмемдик түрүндөгү функцияларды алдык. Салыштырмалуу каталык 1% ден 21% ге чейинки пайызды түздү.

Б.Тескери маселе үчүн кошумча маалыматтарда уруксат берилген каталар.

Тескери маселени эспетөөдө каталар пайыздык формада ырааттуу түрдө коюлган: 1%, 2%, 3%, 5%, 7%, 8%, 10%. Анализ көрсөткөндөй, Максвеллдин теңдемесинин кошумча маалыматтарындагы каталар 1% ден 5%ге чейин болушу керек.

В. x боюнча эсептөө терендиги.

Өзгөрмө $x \in [0,T]$, T – убакыт, а тордун x боюнча кадамы: $h_x = \frac{T}{N}$, мында N – туруктуу оң сан. Сандык эсептөөдө биз T үчүн 4 шарттуу бирдиктерди алдык, б.а $T = 4$. T ны көбөйтсө болот. Бирок мында N маанисин көбөйтүү керек, бул машина убактысын көбөйтөт.

Г. Алгоритмдин сандык туруктуулугу.

Алгоритмдин сандык туруктуулугун текшерүү үчүн биз ыраттуу түрдө $h_z = 0{,}1; 0{,}2; 0{,}3$ тордун кадамын көбөйттүк, ж.б., ошол эле учурда салыштырмалуу каталык бирдей чектитте ар башка эмес жана бири-биринен аз айырмаланат, ошондуктан биз түзгөн алгоритм туруктуу.

Туруктуулукту текшерүү төмөнкүдөй түрдө да аткарылды:

1) торчонун кадамдары майдаланып, алынган жыйынтыктар менен белгиленген чекиттердеги каталыктар салыштырылган;

2)тескери маселенин кошумча малыматтарына кичине каталыктар берилген жана эсептөөлөр жүргүзүлгөн.

Д. Алгоритмдин жөндөмүнө жол берүү.

Геоэлектрдик теңдеменин тескери маселесин так bt_i жана болжолдуу bp_i чечимдери менен баалоо төмөндөгүдөй болот:

$$\max_{i=0,N} |bt_i - bp_i| \le \frac{h_z}{2} \|V\|_{C^4(\overline{\Delta(T)})}$$

Салыштырмалуу катанын $\frac{|bt_i - bp_i|}{b_i} \cdot 100\%$ тактыгы дискретизациялоо кадамынын өлчөмүнө жана $\|V\|_{C^4(\overline{\Delta T})}$ түз маселесин чечүү нормасына жараша болот

Бул көз карандылык түзүлгөн программаны ар кандай эсептөөлөрү менен изилдеген. Анализ көрсөткөндөй, дискреттештирүү кадамынын азайышы, тескери көйгөйдүн тактыгына оң таасирин тийгизээрин көрсөттү.

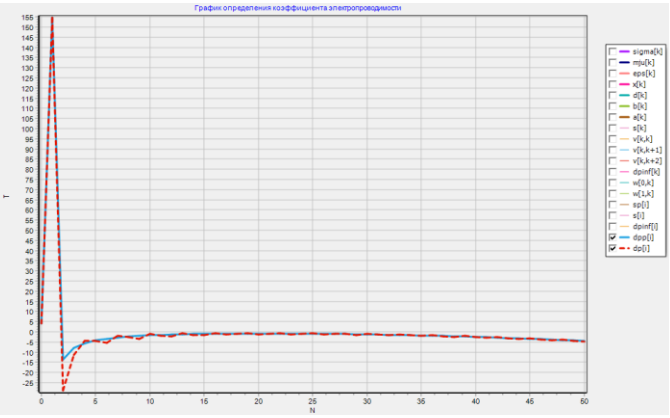
Мисалы, h_x кадамдын 10 эсе төмөндөшү салыштырмалуу катанын 8-10 жолу катасынын төмөндөшүнө алып келет. Түз маселени чечүүдө маанинин көбөйүшү геоэлектрдик теңдеменин тескери теңдемесин чечүүнүн тактыгына терс таасирин тийгизет, жана аны алынган баалар тастыктайт.

Бул бөлүмдө бир өлчөмдүү түз жана тескери маселесинин акыркы айырмачылык алгоритмин түзүлдү, жана Object Pascal (Delphi XE7) тилинде сандык компьютердик ишке ашыруу аткарылган, анын жыйынтыктары график түрүндө алынган. Геоэлектриканын тескери маселесиндеги белгисиз коэффициенттерин аныктоо үчүн сандык чечимин талдоо жүргүзүлгөн.

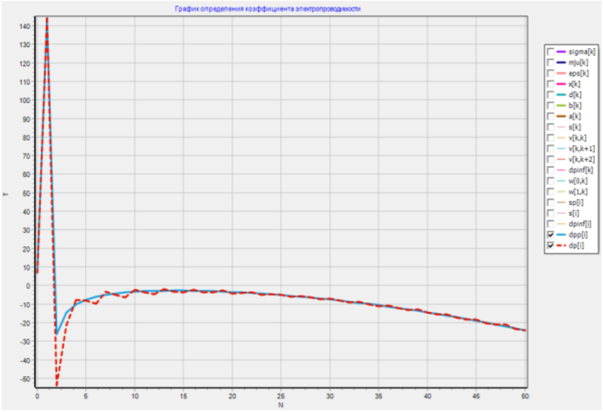
Алгоритм геоэлектрдик теңдеменин коэффициенттеринин чыныгы баалуулуктары боюнча текшерилген. Графиктер алынды. Салыштырмалуу ката $\approx$21%ды түздү.

Таблица 1. Реал баалуулуктар үчүн тескери маселелер

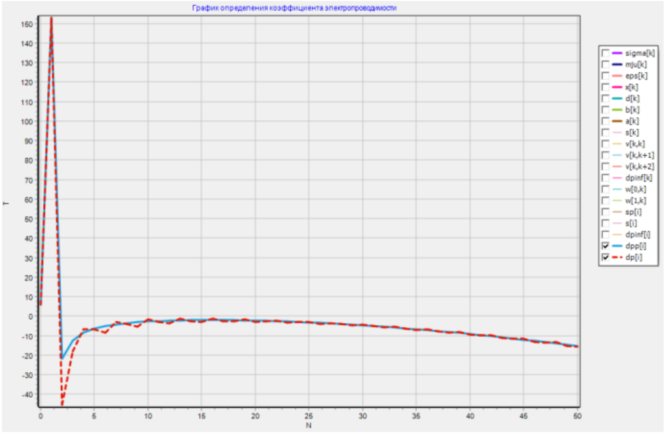
№ к/м	Сүр. №	Зат	Функциялар			Тор кадамы	Салыштыр. ката
			$\sigma(x)$	$\mu(x)$	$\varepsilon(x)$		
1.	7-сүрөт	Кварц	10^{-14}–10^{-15}	≈1	3,5–4,5	0.005	21,08
2.	8-сүрөт	Стекло	10^{-8}–10^{-17}	≈1	4–16	0.005	21,49
3.	9-сүрөт	Слюда	10^{-16}	≈1	5,7–7	0.005	21,38



7-сүрөт. $\mu(x)$:=1; $\sigma(x)$:=1/power((10),14); $\varepsilon(x)$:=4; τ =0.005.



8-сүрөт. $\mu(x)$:=1; $\sigma(x)$:=1/power((10),11); $\varepsilon(x)$:=7; τ =0.005.



9-сүрөт. $\mu(x)$:=1; $\sigma(x)$:=1/power((10),16); $\varepsilon(x)$:=6; τ =0.005.

Корутундуларда диссертацияда алынган негизги илимий жана практикалык натыйжалар келтирилген.

Тиркемеде түз жана тескери маселелердин графиктери, иштелип чыккан программанын кодунун тизмеси, ишке ашыруу актысы жана программалык камсыздоого Кыргызпатент тарабынан күбөлүк камтылган.

ЖЫЙЫНТЫКТАР

1. Геоэлектрдик теңдеменин жалпак чеги жана зым булагы менен эки өлчөмдүү түз маселесинин тууралыгы далилденди, б.а. чечимдин бар экендиги жана жалгыздыгы.

2. Көз ирмемдик жана зым булактуу геоэлектрдик теңдеменин бир өлчөмдүү тескери маселесинин чектүү айырма ыкмасы иштеп чыгарылган жана негизделген, мында магниттик өткөрүмдүүлүгүнүн коэффициентин аныкталат.

3. Геоэлектрдик теңдеменин бир өлчөмдүү тескери маселесинде электр өткөрүмдүүлүк коэффициентин аныктоонун чектүү айырмачылык регуляризацияланган ыкмасы иштелип чыккан жана негизделген.

4. Геоэлектрдик теңдеме үчүн бир өлчөмдүү түз жана тескери маселелерди чечүүнүн жана сандык ишке ашыруунун туруктуу сандык алгоритмдери иштелип чыкты, автор тарабынан иштелип чыккан алгоритмди колдонуу мүмкүнчүлүктөрү талданды жана такталды. Бир өлчөмдүү тескери маселелердин чектүү айырмачылык чечимдеринин ишенимдүүлүгү каалаган мисал коэффициенттеринин ар кандай түрлөрү үчүн тесттик мисалдар боюнча сандык экспериментти колдонуу менен көрсөтүлөт. Маселенин ар түрдүү изделүүчү коэффициенттери үчүн тест мисалындагы сандык эксперименттин жардамы менен бир өлчөмдүү тескери маселени чектүү айырмачылык чечимин табуунун аныктыгы көргөзүлгөн.

5. Геоэлектрдик теңдеме үчүн бир өлчөмдүү түз жана тескери маселелерди чечүү үчүн программалардын комплекстери, түз маселени чечүү үчүн да, тескери маселени чечүү үчүн да чектүү айырмачылыктардын схемаларынын алгоритмдерине негизделген, жаратылган. физикалык процесстин параметрлеринин бирин калыбына келтирүү. Сандык эксперименттердин жыйынтыктары жакшы тактыкты көрсөттү жана изделген функцияларды калыбына келтирүүдө салыштырмалуу каталар аныкталды.

ПРАКТИКАЛЫК СУНУШТАР

Алынган натыйжалардын негизинде, төмөнкүлөрдү ишке ашырса болот:

1. Изилденген чектөө айырмачылык ыкмасын, толкун процесстеринин башка классындагы түз жана тескери маселелери үчүн кеңири колдонсо болот.

2. Түз жана тескери маселелерин чечүү үчүн түзүлгөн алгоритмдерди реалдуу бир тектүү жана биртексиз чөйрө үчүн да колдонсо болот.

3. Автор сунуш кылган алгоритмдерди жана түз маселердин программаларын толкун процесстеринин маселеринин кең тобуна ишке ашырууга болот.

4. Натыйжаларды билим берүү процессинде колдонсо болот, студенттерди түз жана тескери маселердин себебинин кызыктуу көйгөйлөрү менен тааныштыруу жана аларды ушул чөйрөдө изилдөөгө тартуу үчүн колдонсо болот.

ЖАРЫК КӨРГӨН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. **Анищенко, Ю. В.** Численное решение прямой задачи геоэлектрики с мгновенным и шнуровым источниками [Текст] / Ю. В. Анищенко. – Вестник КазНПУ. 2017. № 4(60). С. 109 – 114.
2. **Анищенко, Ю.В.** Математические модели электромагнитных процессов геоэлектрики [Текст] / Ю. В. Анищенко. – Известия Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова. 2017. № 1-1 (41). С. 88-94.
3. **Анищенко, Ю.В.** Конечно-разностный алгоритм решения двумерной прямой задачи геоэлектрики с мгновенным и шнуровым источниками [Текст] / Ю. В. Анищенко. – Вестник Кыргызского государственного университета строительства, транспорта и архитектуры им. Н.Исанова. 2017. № 1 (55). С. 163-168.
4. **Анищенко, Ю.В.** Об одном конечно-разностном алгоритме определения магнитной проницаемости в одномерной задаче уравнения геоэлектрики с мгновенным и шнуровым источниками [Текст] / Ю. В. Анищенко. – Известия ВУЗов (Кыргызстан). 2015. № 11. С. 12-18.
5. **Анищенко, Ю.В.** Существование решения прямой задачи геоэлектрики с плоской границей и шнуровым источником [Текст] / Ю. В. Анищенко, А.Дж. Сатыбаев. – Вестник Кыргызско-Российского Славянского университета. 2017. Т. 17. № 8. С. 18-22.
6. **Анищенко, Ю.В.** Разработка конечно-разностного регуляризованного метода решения одномерной обратной задачи геоэлектрики [Текст] / Ю. В. Анищенко, А.Дж. Сатыбаев. – Вестник Кыргызско-Российского Славянского университета. 2019. Т. 19. № 4. С. 3-8.
7. **Анищенко, Ю.В.** Единственность решения двумерной прямой задачи геоэлектрики с мгновенным и шнуровым источниками [Текст] / Ю.В. Анищенко, А.Дж. Сатыбаев. – Нука и новые технологии. 2014. №7. С. 25-29.
8. **Анищенко, Ю.В.** Численное решение и компьютерная реализация прямой и обратной задач уравнения геоэлектрики [Текст] / Ю. В. Анищенко, А.Дж. Сатыбаев. – Проблемы автоматики и управления. 2020, №2(39).
9. **Анищенко, Ю.В.** Численное определение скорости в задаче геоэлектрики линией с потерями / Ю.В. Анищенко, А.Дж. Сатыбаев // В сборнике: Марчуковские научные чтения – 2017 Труды Международной научной конференции. 2017. С. 28-33.
10. Численный алгоритм решения двумерной прямой задачи геоэлектрики с плоской границей и шнуровым источником [Текст] / Сатыбаев А.Д., Жанибеков М.Ж., **Анищенко Ю.В.**, Маматкасымова А.Т. – Известия Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова. 2016. № 3-1 (39). С. 180-189.

11. Development of a Finite-difference Regularized Solution of the One-Dimensional Inverse Problem of the Wave Process [Text] / [A.D. Satybaev, **Y.V. Anishchenko**, A.Z. Kokozova and other]. – American Journal of Applied Mathematics, Volume 8, Issue 2, April 2020, Pages: 64-73 DOI: 10.11648/j.ajam.20200802.13
12. Numerical solution of a two-dimensional direct problem of the wave process [Text] / A.D. Satybaev, A.Z. Kokozova, **Y.V. Anishchenko**, A.A. Alimkanov – AIP Conference Proceedings. 4. "International Conference on Analysis and Applied Mathematics, ICAAM 2018" 2018. P. 020045.
13. The uniqueness of the solution of the two-dimensional direct problem of a wave process with an instantaneous source and a flat boundary [Text] / A.D.Satybaev, **Y.V. Anishchenko**, A.Z. Kokozova, A.A. Alimkanov. – AIP Conference Proceedings. "International Conference on Analysis and Applied Mathematics, ICAAM 2018" 2018. P. 020063.
14. **Свид. 665** Кыргызская Республика, Программа решения одномерных обратных задач уравнения геоэлектрики [Текст] / **Ю.В. Анищенко**, А.Дж. Сатыбаев; Бишкек. ГСИСиИ при правительстве КР (Кыргызпатент). - №20200063.6; заявл. 30.12.20; опубл. 29.01.21, Бюл. № 1/2 (262). – 42 с.
15. **Свид. 671** Кыргызская Республика, Программа решения одномерных прямых задач уравнения геоэлектрики [Текст] / **Ю.В. Анищенко**, А.Дж. Сатыбаев; Бишкек. ГСИСиИ при правительстве КР (Кыргызпатент). - №20210006.6; заявл. 02.03.21; опубл. 15.04.21, Бюл. № 4/1 (267). – 70 с.

Анищенко Юлия Владимировнанын «Чектүү айырма регуляризацияланган ыкмасы негизинде геоэлектрдик маселелерди чечүү үчүн моделдерди жана сандык алгоритмдерди иштеп чыгуу» темасындагы 05.13.18 – математикалык моделдоо, сандык ыкмалар жана программалар комплекси адистиги боюнча техника илимдеринин кандидату окумуштуулук даражасын изденип алуу учун жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Ачкыч сөздөр: Математикалык модель, геоэлектрдик теңдеме, түз жана тескери маселе, ченем-айырмалык усул, сандык алгоритм, чечимдин чиймеси.

Изилдөөнүн объектиси: Изилдөөнүн негизги объектиси катары геоэлектриктердин теңдемеси үчүн ар кандай тескери маселелердин формулалары тандалып алынган.

Изилдөөнүн максаты: Диссертациялык иш геоэлектрдик теңдеменин түздөн-түз маселелеринин сандык-айырмачылык ыкмасы менен сандык чечимин иштеп чыгууга, негиздөөгө жана колдонууга, тикелей маселелердин болжолдуу чечиминин уникалдуулугун жана туруктуулугун изилдөөгө арналган, геофизикада практикалык мааниге ээ болгон геоэлектриктердин бир өлчөмдүү тескери маселелеринин сандык чечимдерин куруу, алгоритмдерди түзүү жана аларды компьютердин жардамы менен ишке ашыруу.

Изилдөө методдору: Геоэлектриктердин теңдемеси үчүн түз жана тескери маселелерди чечүү үчүн чектүү айырма ыкмасы бар, тескери маселелерди чыгарууда айырма схемаларын инверсиялоо ыкмасы деп аталат.

Алынган натыйжалар жана алардын илимий жаңылыгы: геоэлектрдик теңдеменин түздөн-түз маселелерин чечүүгө мамиле сунушталат; уникалдуулук теоремалары, конвергенция теоремалары далилденип, түздөн-түз чыгарылган маселенин акыркы жана айырмачыл чечиминин туруктуулугуна баа алынды; геоэлектриктердин бир өлчөмдүү тескери теңдемелери үчүн, чектүү айырмачыл эритменин шарттуу туруктуулугунун баалары алынат жана так чечимге жакындашуусу көрсөтүлөт; геоэлектрдик теңдеменин бир өлчөмдүү тескери маселесин чечүү үчүн чектелген айырма регуляризацияланган ыкмасы сунуш кылынат; берилген тапшырмалар үчүн чечимдин сандык алгоритмдери компьютерде иштелип чыккан жана ишке ашырылган.

Колдонуу чөйрөсү: Бир өлчөмдүү түз жана тескери маселелерди чыгаруунун иштелип чыккан ыкмасы жана анын программалык комплекси түрүндөгү программалык камсыздоо сейсмикалык, электродинамикалык, электромагниттик талаалардын ж.б. маселелерин чечүүдө колдонулушу мүмкүн.

РЕЗЮМЕ

диссертации Анищенко Юлии Владимировны на тему: «Разработка моделей и численных алгоритмов решения задач геоэлектрики на основе конечно-разностного регуляризованного метода» на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Ключевые слова: Математическая модель, уравнение геоэлектрики, прямая и обратная задача, конечно-разностный регуляризованный метод, численный алгоритм, графики решений.

Объект исследования: В качестве основного объекта исследования выбраны различные постановки обратных задач для уравнения геоэлектрики.

Цель исследования: Диссертационная работа посвящена разработке, обоснованию и приложениям численного решения прямых задач уравнения геоэлектрики конечно-разностным методом, исследование вопросов единственности и устойчивости приближенного решения прямых задач, построению численных решений одномерных обратных задач геоэлектрики на основе конечно-разностного регуляризованного метода, имеющих практическое значение в геофизике, созданию алгоритмов и их реализации с помощью компьютера.

Методы исследования. Для решения прямых и обратных задач для уравнения геоэлектрики, является конечно-разностный метод, при решении обратных задач называют его методом обращения разностных схем.

Полученные результаты и их научная новизна: предложен подход к решению двумерных прямых задач уравнения геоэлектрики; доказаны теоремы единственности, теоремы сходимости и получены оценка устойчивости конечно-разностного решения двумерной прямой задачи; для ряда одномерных обратных уравнения геоэлектрики получены оценки условной устойчивости конечно-разностного решения и показана сходимость к точному решению; разработан конечно-разностный регуляризованный метод решения одномерной обратной задачи уравнения геоэлектрики; разработаны численные алгоритмы решения и реализованы на компьютере на поставленные задачи.

Область применения: Разработанный метод решения одномерных прямых и обратных задач и ее математическое обеспечение в виде комплекса программ могут найти применение в решении практических задач сейсмики, электродинамики, электромагнитных полей и т.д.

SUMMARY

of the dissertation of Anishchenko Yuliya Vladimirovna on the theme: "Development of models and numerical algorithms for solving geoelectric problems based on the finite-difference regularized method" for the degree of candidate of technical sciences, specialty 05.13.18 – "Mathematical modeling, numerical methods and program complexes"

Key words: Mathematical model, geoelectric equation, direct and inverse problem, finite-difference regularized method, numerical algorithm, solution graphs.

Object of research: As the main object of research, various formulations of inverse problems for the equation of geoelectrics are selected.

Purpose of the research: The dissertation work is devoted to the development, substantiation and applications of the numerical solution of direct problems of the geoelectric equation by the finite-difference method, the study of the uniqueness and stability of the approximate solution of direct problems, the construction of numerical solutions of one-dimensional inverse problems of geoelectrics, which computer-assisted implementation.

Research methods: For solving direct and inverse problems for the equation of geoelectrics, there is a finite-difference method, when solving inverse problems it is called the method of inversion of difference schemes.

The results obtained and their scientific novelty: an approach to solving direct problems of the geoelectric equation is proposed; uniqueness theorems, convergence theorems are proved, and an estimate of the stability of the finite-difference solution of the direct problem is obtained; for a number of one-dimensional inverse equations of geoelectrics, estimates of the conditional stability of the finite-difference solution are obtained and convergence to the exact solution is shown; a finite-difference regularized method for solving the one-dimensional inverse problem of the geoelectric equation is proposed; numerical algorithms for the solution have been developed and implemented on a computer for the assigned tasks.

Scope: The developed method for solving one-dimensional direct and inverse problems and its software in the form of a complex of programs can be used in solving practical problems of seismic, electrodynamics, electromagnetic fields, etc.

Анищенко Юлия Владимировна

Чектүү айырма регуляризацияланган ыкмасы негизинде геоэлектрдик маселелерди чечүү үчүн моделдерди жана сандык алгоритмдерди иштеп чыгуу

Техника илимдеринин кандидаты окумуштуулук
даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын

Авторефераты

Басылмага кол коюлган: 1.10.2021 ж.
Форматы 60х84/16. Көлөмү 1,28 б.т.
Офсеттик кагаз. Нускамасы 10 даана.