**Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясы**

**Математика институту**

**Жусуп Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университети**

Д 01.19.598 Диссертациялык кеңеши

Кол жазма укугунда

**УДК 517.9**

**Бугубаева Жумгалбүбү Тукеновна**

**Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелерин**

**жакындаштырып чыгаруу**

01.01.02 – дифференциалдык тендемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алынуучу диссертациянын авторефераты

Бишкек – 2021

**Диссертациялык иш** И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университетинин колдонмо информатика кафедрасында аткарылган.

**Илимий жетекчи: Каракеев Таалайбек Тултемирович,** физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин маалымат технологиялары жана программалоо кафедрасынын профессору

**Расмий оппоненттер: Каденова Зууракан Ажимаматовна,** физика-математика илимдеринин доктору, доцент, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун тескери маселелер теориясы лабораториясынын башчысы

**Токтосунов Мирбек Бердибекович,** физика-математика илимдеринин кандидаты, «Манас» Кыргыз-Түрк университетинде доценттин милдетин аткаруучу

**Жетектөөчү мекеме:**. Ош мамлекеттик университетинин математика жана маалыматтык технологиялар факультетинин маалымат системалары жана программалоо кафедрасы ,Кыргызстан, 723500, Ош шаары, Ленин көчөсү, 331.

Диссертацияны коргоо 2022-жылдын 21-январында саат 14:00 до Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин алдындагы физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) илимий даражасын изденип алуу үчүн диссертацияларды коргоо боюнча Д 01.19.598 Диссертациялык кеңешинин отурумунда өтөт. Дареги: Кыргызстан, 720071, Бишкек шаары, Чүй проспекти 265-а, 374 - кабинет.

Коргоонун идентификатору – https://vc.vak.kg/b/d\_0-rfx-t49-bvj

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын, 720071, Бишкек шаары, Чүй проспекти 265-а жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин, 720033, Бишкек шаары, Фрунзе көчөсү 547 китепканаларынан жана Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун [www.math.kg](http://www.math.kg/) сайтынан таанышууга болот.

Автореферат 2021-жылдын 20 декабрында таркатылган

Диссертациялык кенештин

окумуштуу катчысы,

ф.-м.и.к., доцент Шаршембиева Ф. К.

**ИЗИЛДӨӨНҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ**

**Диссертациянын темасынын актуалдуулугу.** Вольтерранын интегралдык теңдемелери астрономия, биология жана экология, электродинамика жана механиканын маселелеринде кеңири колдонулат. Негизги процесстери Вольтерранын биринчи, экинчи жана үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелери аркылуу модуляцияланган улам жаңы тармактар пайда болууда.

Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелери математикалык биологияда, теплофизикада, нымдуулукту өткөрүү теориясында маанилүү колдонмого ээ болгон жекече туундулуу дифференциалдык тендемелери үчүн тескери жана локалдык эмес четтик маселелердин кенири классын изилдөөдө пайда болот.

Вольтерранын биринчи жана үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелеринин теориясында изилдөөнүн эң эффективдүү методу болуп А. Н. Тихоновдун (1986) жана М. М. Лаврентьевдин (1980) эмгектеринде негиздери түзүлгөн регулярдаштыруу методдору саналат.

Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелеринин чыгарылуу шарттары жана регулярдаштыруу методдору Л. И. Панов (1967), Я. Янно (1987), Н. А. Магницкий (1979), А. М. Нахушев (1974), P. T. Sатo (1953), S. S. Allaei, Z. W. Yang, H. Brunner (2015), P. Grandits (2008), А. Асанов (1994), С. Искандаров (1998), К. Алымкулов (1992), А. Б. Байзаков (2017), К. Б. Бараталиев (2004), Т. Д. Омуров (2003), Т. Т. Каракеев (2003), М. В. Булатовдун (2002) ж.б. эмгектеринде изилденген. Сандык чыгаруу методдору P. Jami, E. Hashemizadeh (2021), Т. Т. Каракеевдин (2004) эмгектеринде изилденген.

Муну менен катар, Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелери аз изилденген, аларды сандык чыгаруу өнүккөн эмес. Ал эми интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция интегралдоо кесиндисинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурун регулярдаштыруу методдору жана сандык чыгаруу али изилдене элек.

Бул диссертация интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекитинде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелеринин жана алардын системаларынын чыгарылыштарынын жалгыздыгы жана регулярдаштыруу маселелерин изилдөөгө арналган. Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелерин жакындаштырып чыгаруунун сандык методу негизделет.

**Диссертациянын темасынын ири илимий программалар (долбоорлор) жана негизги илимий-изилдөө иштери менен байланышы.** Диссертациялык изилдөө И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университетинин колдонмо информатика кафедрасында бекитилген «Интегралдык теңдемелерди жакындаштырып чыгаруу ыкмалары» темасынын алкагында жүргүзүлгөн.

**Изилдөөнүн максаты жана маселелери**. Изилдөөнүн **максаты** болуп интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелерин, тендемелер системасын регулярдаштыруу жана сандык чыгаруу методдорун изилдөө болуп саналат.

Максатка жетүү үчүн төмөнкүдөй **маселелер** аныкталды:

* интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелерин лаврентьев тибиндеги регулярдаштыруу методун иштеп чыгуу;
* интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелеринин чыгарылышынын үзгүлтүксүз функциялардын мейкиндигинде жалгыздыгын камсыздаган шарттарды белгилөө;
* интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелеринин системаларын регулярдаштыруу;
* интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелерин сандык чыгаруу методун түзүү жана методдун жыйналуучулугун далилдөө.

**Алынган жыйынтыктардын илимий жаңылыгы:**

* интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелери үчүн лаврентьев тибиндеги регулярдаштыруу методу иштелип чыкты;
* интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелеринин чыгарылышынын жалгыздыгын камсыздаган жетиштүү шарттар белгиленди;
* интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелеринин системалары үчүн регулярдаштыруу методунун жыйналуучулугу далилденди;
* регулярдаштырылган теңдемелердин негизинде интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелерин сандык чыгаруу методу түзүлдү, методдун жыйналуучулугу далилденди;
* Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелерин сандык чыгарууну ишке ашыруу үчүн Delphi тилинде программалардын пакети иштелип чыкты жана сандык эксперимент жүргүзүлдү.

**Алынган жыйынтыктардын теориялык жана практикалык маанилүүлүгү.** Диссертациянын натыйжалары теориялык мүнөзгө ээ жана жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери жана локалдык эмес четтик маселелерди регулярдаштырууда жана сандык чыгарууда колдонулушу мүмкүн.

**Коргоого сунушталган негизги жоболор:**

1. өспөөчү жылмакай функцияга көбөйтүү оператору менен берилген Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелери үчүн лаврентьев тибиндеги регулярдаштыруу методун түзүү;
2. кемибөөчү функцияга көбөйтүү оператору менен берилген Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелерин регулярдаштыруу шарттарын белгилөө;
3. интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелерин регулярдаштыруу методунун жыйналуучулугун далилдөө;
4. интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелеринин системаларынын регулярдаштыруусун далилдөө;
5. регулярдаштырылган теңдемелердин негизинде интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелерин чыгаруунун сандык методун түзүү жана методдун жыйналуучулугун далилдөө.

**Изилдөөчүнүн өздүк салымы.** Маселенин коюлушу жана алынган жыйынтыктарды талкуулоо илимий жетекчинин түздөн - түз катышуусунда жүргүзүлдү. Диссертацияны изилдөөнүн жыйынтыктары автор аркылуу алынды.

**Изилдөөнүн жыйынтыктарын апробациялоо.** Изилдөөнүн жыйынтыктары төмөндөгүдөй конференцияларда баяндалды:

* КР УИАнын «Старт в большую науку» илимий - практикалык конференциясында. Бишкек, 2013ж;
* «X mezinárodní vědecko - praktická Konference, Praha, 2013/2014;
* V Congress of the TURKIC WORLD MATHEMATICIANS, Kyrgyzstan, “Issyk-Kul Aurora”, 2014;
* «XXI кылымдын илими: жаңы мамиле» ЖОЖдор аралык илимий - практикалык конференциясында, Бишкек, 2014 ж.;
* 1st European-Middle Asian Conference on Computer Modelling, Kyrgyzstan, Issyk-Kul, 2015;
* КР УИАсынын Математика институтунун 35-жылдыгына арналган «III Бөрүбаевдик окуулар» эл аралык конференциясында. Бишкек, 2019 ж.;
* Академик А. А. Бөрүбаевдин 70-жылдыгына арналган «Бүгүнкү математиканын көйгөйлөрү жана анын колдонуулары» эл аралык илимий конференциясында. Бишкек, 2021 ж.

**Жарыкка чыккан басылмалардагы диссертациянын жыйынтыктарынын чагылдырылышынын толуктугу.**

Диссертациянын негизги жыйынтыктары колдонулган адабияттардын тизмесинде келтирилген 13 илимий [1] - [13] макалаларда жарык көргөн. Экинчи баптын материалдары боюнча 5 макала, үчүнчү баптын материалдары боюнча 3 макала, төртүнчү баптын материалдары боюнча 5 макала жарыяланган. [5] макала Scopus базасына, [6] - [13] макалалар РИНЦ базасына кирет. Биргелешип жазылган макалаларда маселенин коюлушу илимий жетекчиге, алынган жыйынтыктар жана аларды баалоо изилдөөчүгө таандык. [3, 5, 13] макалаларда маселенин коюлушу илимий жетекчиге, Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелеринин өспөөчү коэффициенттик функция болгон учуру авторго тиешелүү.

**Диссертациянын түзүмү жана көлөмү.** Диссертация шарттуу белгилөөлөрдүн тизмегинен, киришүүдөн, бөлүмдөрдөн турган төрт баптан, корутундулардан жана тыянактардан, 72 аталышты камтыган колдонулган адабияттардын тизмесинен турат. Теорема, формула, натыйжа, лемма, мисалдарды номурлоо - үчтүк номурлоодон: биринчи цифра – баптын номерин, экинчи цифра – баптагы бөлүмдүн номерин, үчүнчү цифра – бөлүмдөгү катар номурду көрсөтөт. Иштин көлөмү 151 бет.

**ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ**

Биринчи бап«АДАБИЯТТАРДЫН ОБЗОРУНДА» Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемелери боюнча башка авторлордун эмгектеринин жыйынтыктары, ошондой эле Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемелерине келтириле турган жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн локалдык эмес четтик маселе жана тескери маселелерди изилдөөлөрдүн жыйынтыктары берилген.

Экинчи бап «Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемелерин РЕГУЛЯРИЗАЦИЯЛООДО»үзгүлтүксүз функциялар классында өсүүчү эмес жылмакай функцияга көбөйтүү оператору жана кемүүчү эмес функцияга көбөйтүү оператору менен берилген Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин чыгарылышынын жалгыздыгы жана аны регулярдаштыруу маселелерине; Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин интегралдоо кесиндисинин ички чекиттеринде изделип жаткан функциянын алдындагы белгилүү функция (коэффициенттик функция) нөлгө айланган учуруна арналган.

2.1. бөлүмдө

сызыктуу теңдемеси каралат жана анын чыгарылышы мейкиндигинде жатат деп болжолдонот. Төмөнкүдөй шарттарда функциялары берилсин:



– өспөөчү функция,

оператору аркылуу (1) теңдемени өзгөртөбүз, мында - бирдик оператор, и *T* – Вольтерранын төмөнкүдөй операторлору

Анда төмөнкү теңдемени алабыз

,

.

(2) теңдеме менен катар (0,1) интервалынан алынган кичине параметрлүү теңдемелердин системасы каралат

жана ал ядронун резвольвентасы аркылуу өзгөртүлөт

Белгилөөлөрдү киргизебиз

,

ядросунун *х* аргументи боюнча Липшица коэффициенти.

**2.1.1 - теорема.** *а) - в),* шарттары аткарылсын жана (1) теңдеме чыгарылышына ээ болсун. Анда (3) теңдеменин чыгарылышы умтулганда (1) теңдеменин чыгарылышына жыйналат жана төмөнкү барабарсыздык аткарылат

**2.1.1-натыйжа.** 2.1.1 - теореманын шарттары аткарылганда (1) теңдеменин чыгарылышы да жалгыз.

Эгердеболсо, анда деп белгилеп, жана коюптөмөнкү барабарсыздыкты алабыз

*.*

Бул баалоодон *а), б)* шарттары аткарылганда (1) тендеменин регулярдашуусу жана мейкиндигинде чыгарылышынын жалгыздыгы келип чыгат.

2.2-бөлүмдөВольтерранын кемибөөчү функцияга көбөйтүү оператору менен берилген (1) үчүнчү түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемесин регулярдаштыруу методу негизделген, мында берилген функциялары үчүн 2.1.-параграфтагы *а)* жана *в)* шарттары сакталат, ал эми белгилүү функциясы үчүн төмөнкү шарт аткарылат:

1. *-* кемибөөчү функция.

(3) теңдеменин чыгарылышы (1) теңдеменин чыгарылышына бир калыпта жыйналгандыгы баалоо аркылуу белгиленди

мында

2.3 - бөлүмдө Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелериндеги коэффициенттик функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учуру каралат. бергилүү функциялары төмөнкү шарттарга баш ийишсин:

*е*)

*ж*) - өспөөчү функция, - кемибөөчү функция

*з*)

болсун. Анда (1) теңдемеден төмөнкүнү алабыз

Эгерде болсо, анда (1) теңдеме төмөндөгү тендемеге өзгөрөт

болгондо шартын эске алып (8) тендемеден барабардыгын алабыз. барабардыгы аткарылсын деп эсептейли.

(4) тендемени оператору аркылуу өзгөртөбүз

*.*

Ушундай эле (5) тендемени да өзгөртөбүз

(6) тендеме үчүн кичине параметрлүү теңдемени карайбыз

жана (7) тендеме үчүн кичине параметрлүү теңдемени киргизебиз

Төмөндөгүдөй аныкталган (1) тендеменин чыгарылышы үчүн

- (4) тендеменин чыгарылышы, - (5) тендеменин чыгарылышы;

регулярдашкан чыгарылышы төмөнкүдөй түзүлөт:

- (8) тендеменин чыгарылышы, - (9) тендеменин чыгарылышы.

**2.3.1-теорема.** *в), е) - з)*, шарттары аткарылсын жана (1) тендеме чыгарылышына ээ болсун. Анда болгондо (11) эреже боюнча аныкталган регулярдашкан чыгарылышы (1) тендеменин (10) эреже боюнча аныкталган чыгарылышына - функциясына бир калыпта жыйналат.

– турактуу сандар белгилүү функциялар аркылуу эсептелет.

**2.3.1-натыйжа.** 2.3.1-теореманын шарттары аткарылса (1) тендеменин чыгарылышы да жалгыз болот.

**2.3.1-мисал.**  Белгилүү функциялар төмөнкүдөй түрдө берилсин:

Эгерде анда тендеменин так чыгарылышы болот жана болгондо

жана

болгондо тендеменин так чыгарылышы болот. Эгерде анда

болот.

2.4.-бөлүмдө Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин коэффициенттик функциясы кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учуру каралат

мында

белгилүү функциялары үчүн *а)-г)* шарттары(§2.3), ал эми берилген функция үчүн төмөнкүдөй шарттар аткарылсын:

*д)*

2.2 - бөлүмдөгү жыйынтыктар тендеменин сызыктуу эмес учуру үчүн жалпыланды. 2.3 - бөлүмдө түзүлгөн жана негизделген регулярдаштыруу методунун (12) сызыктуу эмес тендеме үчүн колдонулушу көрсөтүлдү. Тендеменин регулярдашкан чыгарылышынын тендеменин так чыгарылышына бир калыпта жыйналуучулугу жөнүндө теорема далилденди, чыгарылыштын мейкиндигинде жалгыздык шарты белгиленди.

Үчүнчү бапта «Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелеринИН системаларын регулярдаштыруу» өспөөчү жылмакай функцияга көбөйтүү оператору жана кемибөөчү функцияга көбөйтүү оператору менен берилген Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин системалары изилденет. Үзгүлтүксүз функциялардын классында Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелеринин системаларынын коэффициенттик функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурундагы чыгарылышынын жалгыздыгы жана регулярдаштыруунун жетиштүү шарттары белгиленди.

3.1-бөлүмдөВольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелер системасын регулярдаштыруу каралат

3.1.1. Изделүүчү функция болуп вектор-функциясы эсептелет, ал эми берилген вектор-функциясы, матрицалык функциясы жана скалярдык функциясы үчүн төмөнкү шарттар аткарылсын:

3. - өспөөчү скалярдык функция;
4. *–* матрицалык функция,

– матрицанын өздүк маанилери, – матрицага түйүндөш матрица.

(13) теңдемелер системасын оператору аркылуу өзгөртөбүз. Анда төмөнкү теңдемелер системасын алабыз

.

кичине параметрлүү теңдемелердин системасы каралат

**3.1.1-теорема.** *А) - Г),* шарттары аткарылсын жана (13) теңдемелерсистемасы чыгарылышына ээ болсун. Анда (15) теңдемелер системасынын чыгарылышы (13) теңдемелер системасынын чыгарылышына бир калыпта жыйналат жана төмөнкү барабарсыздык аткарылат

мында ,

**3.1.1-натыйжа.** Эгерде 3.1.1 - теореманын шарттары орун алса, анда (13) теңдемелер системасы да жалгыз**.**

3.1.2. пунктта *А), Б)* жана *Г)* шарттары сакталганда жана төмөнкү шарттар аткарылганда:

1. - скалярдык кемибөөчү функция, (15) тендемелер системасынын чыгарылышынын (13) тендемелер системасынын чыгарылышына бир калыпта жыйналуучулугу далилденди.

3.2-бөлүмдө Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелер системасынын коэффициенттик функциясы кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учуру каралат.

Берилген вектор-функциясы, матрицалык функциясы жана скалярдык функциясы үчүн төмөнкү шарттар аткарылсын:



- скалярдык өспөөчү функция, - скалярдык кемибөөчү функция;

1. *-* матрицалык функция,

- матрицанын өздүк маанилери

- матрицасына түйүндөш матрица

- матрицанын өздүк маанилери;

- матрицасына түйүндөш матрица.

болсун. Анда (13) теңдемелер системасынан төмөнкү системаны алабыз

(16) системанын регулярдашкан системасы төмөнкүдөй болот

*.*

Эми болсун. Анда (13) системасы төмөндөгүдөй өзгөрөт

(18) үчүн кичине параметрлүү теңдемелер системасын карайбыз

,

(13)теңдемелер системасынын чыгарылышы төмөндөгүдөй аныкталат:

мында- (16) системасынын чыгарылышы, - (18) теңдемелер системасынын чыгарылышы. регулярдашкан чыгарылышы

мында - (17) теңдемелер системасынын чыгарылышы, - (19) теңдемелер системасынын чыгарылышы.

Коюлган шарттар аткарылганда жанаболгондо (21) эреже боюнча аныкталган регулярдашкан чыгарылышы (20) теңдемелер системасынын чыгарылышына бир калыпта жыйналаары далилденди.

**3.2.1-натыйжа.** 3.2.1-теореманын шарттары сакталса (13) тендемелер системасы да жалгыз болот.

3.3-бөлүмдө Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу эмес интегралдык теңдемелер системасынын коэффициенттик функциясы кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учуру каралат.

Регулярдаштыруучу оператор түзүлдү,умтулганда регулярдашкан чыгарылышынын, берилген тендемелер системасынын чыгарылышына бир калыпта жыйналаары жөнүндө теорема далилденди.

Төртүнчү бап«Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелерин сандык чыгарууДА» интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелерин сандык чыгаруу маселелери изилденет.

4.1-бөлүмдө функциялардын сандык чыгарылышы каралат. (1) Вольтерранын үчүнчү түрдөгү өспөөчү коэффициенттик функциялуу сызыктуу интегралдык теңдемесинин сандык чыгарылышын түзүү үчүн 2.1.-бөлүмдөгү *а) - г)* шарттары сакталганда (3) регулярдашкан тендемени карайбыз.

- кесиндисинде аныкталган бир өлчөмдөгү торчо болсун

, *n* – натуралдык сан,

жана нормасы менен берилген торчо функцияларынын мейкиндиги болсун.

(3) тендемеде деп белгилейбиз жана тендемедеги интегралдар үчүн оң тик бурчтуктардын квадратуралык формуласын колдонуп төмөнкүдөй алгебралык тендемелердин системасын алабыз

+

**4.1.1-теорема.** Эгерде*а)* - *г),*  жана бардык үчүн шарттары аткарылса, анда (22) теңдеменин чыгарылышы умтулганда (1) теңдеменин - так чыгарылышына бир калыпта жыйналат

,

4.2-бөлүмдө (1) Вольтерранын үчүнчү түрдөгү кемибөөчү функциялуу интегралдык теңдемесинин коэффициенттик функциясы кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда сандык чыгаруунун маселелери 2.3-бөлүмдүн маселесинин коюлушунда каралат.

(1) тендеменин сандык чыгарылышы төмөнкүдөй метод боюнча түзүлөт

(23)

*n* – натуралдык сан,

(24)

мында –натуралдык,

,

*,*

–

(1) тендеменин сандык чыгарылышы төмөндөгүдөй түзүлөт

- (23) тендеме чыгарылышы, - (24) тендеменин чыгарылышы болот.

**4.2.1-теорема.** *а)*, *е) - з)* (§2.1, §2.3), жана бардык ,

шарттары аткарылсын. Анда умтулганда (25) эреже менен аныкталган чыгарылышы функциясына - (1) тендеменин чыгарылышына бир калыпта жыйналат.

чондуктары § 2.3дагыдай (теорема 2.3.1) аныкталышат.

Delphi программалоо тилинде түзүлгөн программа аркылуу 2.3.1-мисалы үчүн (23), (24) методдору боюнча эсептөөлөрдун сандык маанилери алынды. Эсептөөлөрдүн жыйынтыктары теориялык бүтүмдөрдү далилдешет.

1-сүрөттө 2.2.1-мисалдын так чыгарылыштын маанилери жана (23), (24) алгоритмдери аркылуу алынган жакындатылган чыгарылыштардын маанилери келтирилген.

*h=0.1* кадамында каталык *R=0.14698429*дан, ал эми *h=0.01* кадамында *R=0.05918113*төн ашпайт.

1-сүрөт •– так чыгарылышы; ♦– *h=0.1*, ▲–*h=0.01* - жакындатылган чыгарылыштары

4.3-бөлүмдө(12)Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу эмес интегралдык теңдемесин сандык чыгаруунун методу 2.4-бөлүмдөгү маселенин коюлушунда каралат.

Сунуш кылынган сандык методдун (12) тендеменин так чыгарылышына жыйналуучулугу далилденди, методдун айрым учуру үчүн тесттик мисал түзүлдү жана Delphi тилинде иштелип чыккан программа аркылуу сандык маанилер алынды.

**ТЫЯНАКТАР**

Маселенин коюлушунун алкагында үзгүлтүксүз функциялардын мейкиндигинде өспөөчү (кемибөөчү) функцияга көбөйтүү оператору менен берилген Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемелерин регулярдаштыруу методу негизделген. Үзгүлтүксүз функциялардын мейкиндигинде Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин чыгарылышынын жалгыздыгын камсыздаган жетиштүү шарттар аныкталды.

Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин жакындаштырылган чыгарылышы үчүн сандык методдору түзүлдү жана негизделди. Жүргүзүлгөн сандык эксперименттер түзүлгөн сандык методдор турактуу экенин, эффективдүү ишке ашарын көрсөттү.

**ПРАКТИКАЛЫК СУНУШТАР**

Диссертациялык иштин илимий жыйынтыктары локалдык эмес четтик маселелерди жана жекече туундулуу дифференциалдык тендемелер үчүн тескери маселелерди регулярдаштырууда жана сандык чыгарууда, ошондой эле жогорку окуу жайларында атайын курстарды окутууда колдонулат.

**ДИССЕРТАЦИЯНЫН ТЕМАСЫ БОЮНЧА ЖАРЫЯЛАНГАН МАКАЛАЛАР**

1. Бугубаева, Ж. Т. Эквивалентные преобразования и регуляризация линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Ж. Т. Бугубаева // Вестн. КНУ им. Ж. Баласагына. – Бишкек, 2012. – С. 29-33.
2. Бугубаева, Ж. Т. Регуляризация нелинейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Ж. Т. Бугубаева // Вестн. КНУ им. Ж. Баласагына. – Бишкек, 2013. – Вып. 4. – С. 13-20.
3. Бугубаева, Ж. Т. Приближенные методы решения линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Д. К. Рустамова, Ж. Т. Бугубаева // Материалы междунар. науч.-практ. конф. «Наука и образование». – Прага, 2014. – С. 6-10.
4. Бугубаева, Ж. Т. Об одном методе регуляризации системы линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Ж. Т. Бугубаева // Вестн. Евраз. нац. ун-т (ЕНУ) им. Л. Н. Гумилева. – Астана, 2014. – Вып. 4. – С. 51-56.
5. Bugubaeva, Zh. T. Numerical Solution of Volterra Linear Integral Equation of the Third Kind [Текст] / T. T. Karakeev, D. K. Rustamova, Zh. T. Bugubaeva // Advances in intelligent Systems and Computing / Intelligent Systems for Computer Modelling / Proceedings of the 1st European-Middle Asisan Conference on Computer Modelling 2015 / Springer, Vol. 423, 2016. - Warsaw, Poland 2016. - P. 111-119.
6. Бугубаева, Ж. Т. Метод конечных сумм для линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Ж. Т. Бугубаева // Наука, техника и образование. – М., 2016. – Вып. 1 (19). – С. 6-10.
7. Бугубаева, Ж. Т. Регуляризация системы нелинейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Ж. Т. Бугубаева // Проблемы современной науки и образования. – М., 2016. – Вып. 3 (45). – С. 11-15.
8. Бугубаева, Ж. Т. Метод конечных сумм для нелинейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Ж. Т. Бугубаева // Науч. журн. – М., 2016. – № 3(45). – С. 9-14.
9. Бугубаева, Ж. Т. Регуляризация линейных интегральных уравнений Вольтерра с невозрастающей функцией [Текст] / Т. Т. Каракеев, Ж. Т. Бугубаева // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана, - Бишкек, 2020, № 2, – С. 3-10
10. Бугубаева, Ж. Т. Регуляризация линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода с оператором умножения на неубывающую функцию [Текст] / Т. Т. Каракеев, Ж. Т. Бугубаева // Journal of Advanced Research in Technical Science. – Seattle, USA, 2020.– Issue 21. – Р. 39 - 44.
11. Бугубаева, Ж. Т. О сходимости метода конечных сумм для линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Ж. Т. Бугубаева // Journal of Advanced Research in Technical Science. – Seattle, USA, 2020. – Issue 21. – Р. 33-38.
12. Бугубаева, Ж. Т. Решение линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода в случае вырождения коэффициентной функции во внутренних точках отрезка [Текст] / Т. Т. Каракеев, Ж. Т. Бугубаева // Науч. исслед. в Кырг. Респ. (ВАК Кырг. Респ.). – Бишкек, 2020. – № 4.– С. 67-78.
13. Бугубаева, Ж. Т. Регуляризация системы линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Д. К. Рустамова, Ж. Т. Бугубаева // Journal of Advanced Research in Technical Science. – Seattle, USA, 2021. – Issue 23. – Р. 30-37.

**Бугубаева Жумгалбүбү Тукеновнанын 01.01.02 – дифференциалдык тендемелер, динамикалык системалар жана оптималдуу башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн “Вольтерранын үчүнчү түрдөгү** **интегралдык тендемелерин жакындаштырып чыгаруу” деген темадагы диссертациясынын**

**РЕЗЮМЕСИ**

**Негизги сөздөр:** Вольтерранын интегралдык тендемеси, өспөөчү функция, кемибөөчү функция, чыгарылыштын жалгыздыгы, туруктуулук, бир калыпта жыйналуучулук, регуляризация методу, сандык чыгаруу, аппроксимация, квадратуралык формула, кичине параметр.

**Изилдөөнүн объектиси**: Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелери жана алардын системалары изилденет.

**Изилдөөнүн** **предмети**. Интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелери жана алардын системалары.

**Изилдөөнүн максаты:** Интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелерин регулярдаштыруу методдорун аныктоо жана негиздөө, сандык чыгаруу методдорун түзүү.

**Изилдөөнүн методдору.** Изилдөөнүн негизги методдору болуп регуляризациялоо методу, подобласттар методдору, удаалаш жакындаштыруу методу жана квадратуралык формула эсептелет.

**Иштин илимий жаңылыгы:**

* интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелери үчүн лаврентьев тибиндеги регулярдаштыруу методу иштелип чыкты;
* интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелеринин чыгарылышынын жалгыздыгын камсыздаган жетиштүү шарттар белгиленди;
* интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелеринин системалары үчүн регулярдаштыруу методунун жыйналуучулугу далилденди;
* регулярдаштырылган теңдемелердин негизинде интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелерин сандык чыгаруу методу түзүлдү, методдун жыйналуучулугу далилденди;
* Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелерин сандык чыгарууну ишке ашыруу үчүн Delphi тилинде программалардын пакети иштелип чыкты жана сандык эксперимент жүргүзүлдү.

**Колдонуу боюнча сунуштар**. Алынган жыйынтыктарды интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү көп өлчөмдүү интегралдык тендемелерин регулярдаштыруу жана сандык чыгаруу үчүн колдонууга болот.

**Колдонуу аймагы.** Вольтерранын интегралдык тендемелер теориясы, локалдык эмес четтик маселелер жана жекече туундулуу дифференциалдык тендемелер үчүн тескери маселелер теориясы.

**РЕЗЮМЕ**

**диссертации Бугубаевой Жумгалбүбү Тукеновны на тему «Приближенное решение интегральных уравнений Вольтерра третьего** **рода», представленной на соискание ученой степени кандидата физико - математических наук по специальности 01.01.02 -дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.**

**Ключевые слова:** интегральное уравнение Вольтерра, невозрастающая функция, неубывающая функция, единственность, устойчивость, равномерная сходимость, регуляризация, аппроксимация, квадратурная формула, малый параметр.

**Объект исследования:** Интегральные уравнения Вольтерра третьего рода и их системы.

**Предмет исследования.** Линейные и нелинейные интегральные уравнения Вольтерра третьего рода и их системы в случае вырождения известной функции при искомой функции вне интеграла во внутренних точках отрезка.

**Цель работы:** разработка и обоснование методов регуляризации и численного решения интегральных уравнений Вольтерра третьего рода в случае вырождения известной функции при искомой функции вне интеграла во внутренних точках отрезка.

**Методы исследования:** использовались методы регуляризации, методы подобластей, последовательных приближений и метод квадратурных формул.

**Полученные результаты и их новизна**:

* разработан метод регуляризации лаврентьевского типа для линейных и нелинейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода в случае вырождения известной функции при искомой функции вне интеграла во внутренних точках отрезка;
* установлены достаточные условия единственности решения линейных и нелинейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода в случае вырождения известной функции при искомой функции вне интеграла во внутренних точках отрезка;
* доказана сходимость метода регуляризации для систем линейных и нелинейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода в случае вырождения известной функции при искомой функции вне интеграла во внутренних точках отрезка;
* на основе регуляризованных уравнений построен метод численного решения линейных и нелинейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода в случае вырождения известной функции при искомой функции вне интеграла во внутренних точках отрезка, доказана сходимость метода;
* разработан пакет программ на языке Delphi для реализации численного решения интегральных уравнений Вольтерра третьего рода и проведен численный эксперимент.

**Рекомендации по использованию.** Полученные результаты могут применяться для регуляризации и численного решения многомерных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода в случае вырождения известной функции при искомой функции вне интеграла во внутренних точках отрезка.

**Область применения.** Теория интегральных уравнений Вольтерра, теория нелокальных краевых задач и обратных задач для дифференциальных уравнений в частных производных.

**SUMMARY**

**on the dissertation on the "Approximate solution of Volterra integral equations of the third kind" by Bugubaeva Zhumgalbubu Tukenovna submitted for the degree of candidate of physical and mathematical sciences on specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control.**

**Keywords:** Volterra integral equation, non-increasing function, non-decreasing function, uniqueness, stability, uniform convergence, regularization, approximation, quadrature formula, small parameter.

**Object of research**: Volterra integral equations of the third kind and their systems.

**Subject of** **research**. Volterra linear and nonlinear integral equations of the third kind and their systems, in the case of degeneration of a known function for the desired function outside the integral at the interior points of the segment.

**Aim of research**: development and substantiation of regularization methods and methods for the numerical solution of Volterra integral equations of the third kind, in the case of degeneration of a known function for the desired function outside the integral at the interior points of the segment.

**Research methods:** regularization methods, subdomain methods, successive approximations and the method of quadrature formulas were used.

**The scientific results and novelty:**

* a Laurentian-type regularization method has been developed for the Volterra linear and nonlinear integral equations of the third kind in the case of degeneration of a known function for the required function outside the integral at the interior points of the segment;
* sufficient conditions for the uniqueness of the solution of Volterra linear and nonlinear integral equations of the third kind are established in the case of degeneration of a known function for the desired function outside the integral at the interior points of the interval;
* the method of regularization for systems of Volterra linear and nonlinear integral equations of the third kind is substantiated in the case of degeneration of a known function for the desired function outside the integral at the interior points of the segment;
* on the basis of regularized equations, a method for the numerical solution of Volterra linear and nonlinear integral equations of the third kind in the case of degeneration of a known function with the desired function outside the integral at the interior points of the segment has been developed;
* on the Delphi language was developed for the implementation of the numerical solution of Volterra integral equations of the third kind and a numerical experiment was carried out.

**Recommendations on using.** The results can be used to regularization and numerical solution of Volterra multidimensional integral equations of the third kind in the case of degeneration of the known function for the sought function outside the integral at the interior points of the segment.

**Field of applications.** The theory of Volterra integral equations, the theory of nonlocal boundary value problems and inverse problems for partial differential equations.