ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫНЫН ТҮШТҮК БӨЛҮМҮНҮН ЖАРАТЫЛЫШ БАЙЛЫКТАРЫ ИНСТИТУТУ

ЖАЛАЛ-АБАД МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

К 01.19.599 Диссертациялык кеңеши

Кол жазманын укугунда
УДК: 517.956

Мамытов Айтбай Омонович

Төртүнчү жана бешинчи тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин бир классы үчүн тескери маселелер

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын
АВТОРЕФЕРАТЫ

Ош – 2022

Иш М.М. Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин «Колдонмо математика» жана Ош мамлекеттик университетинин “Бизнес информатика жана экономикадагы математика” кафедраларында аткарылган.

Илимий жетекчи: Асанов Авыт, физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Кыргыз-Турк “Манас” университетинин профессору.

Расмий оппоненттери: Искандаров Самандар, физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын математика институту, интегро-дифференциалдык теңдемелердин теориясы лабораториясынын башчысы.

Белеков Кенжебек Жолдошевич, физика-математика илимдеринин кандидаты, И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университетине караштуу М.Рахимова атындагы квалификация-ны жогорулатуу жана кадрларды кайра даярдоо институтунун табигый-математикалык дисциплиналар кафедрасынын доценти.

Жетектөөчү мекеме: Ж. Баласагын атындагы Кыргыз Улуттук Университетинин дифференциалдык теңдемелер кафедрасы. Дареги: 720033, Бишкек ш., Абдымомунов к., 238.

Диссертацияны коргоосу 2022-жылдын «9-февраль» күнү саат 13^{00} дө Ош мамлекеттик университетине, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын түштүк бөлүмүнүн жаратылыш ресурстары институтуна жана Жалал-Абад мамлекеттик университетине караштуу физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын коргоо боюнча түзүлгөн К 01.19.599 диссертациялык кеңештин жыйынында корголот. Дареги: Кыргызстан, 723500, Ош шаары, Ленин көчөсү, 331, ауд. 203.

Диссертациянын коргоосунун онлайн трансляциялоонун идентификациялык коду: https://vc.vak.kg/b/k01-wvo-b1l-2lm

Диссертация менен Ош мамлекеттик университетинин борбордук китепканасынан жана диссертациялык кеңештин oshsu.kg сайтынан таанышууга болот.

Автореферат 2022- жылдын 6-январында жөнөтүлдү.

Диссертациялык кеңештин окумуштуу катчысы
ф.-м.и.к., доцент Бекешов Т.О.

ИШТИН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациянын темасынын актуалдуулугу. Тескери маселелер теориясы заманбап математикалык физикада жана анын колдонмо аймактарында дүркүрөп өнүгүп келе жаткан багыт. Кванттык механиканын негиздөөчүлөрүнүн бири В.Гейзенберг "Физика жана философия" аттуу китебинде бардык материянын математикалык модели катары эсептелген материянын негизги теңдемеси интегралдык теңдемелердин татаал системасы болот деген пикирди айткан.

Интегралдык, интегро-дифференциалдык теңдемелер илимдин бардык тармактарында кездешет, мисалы, заманбап физикада чоң ролду ойногон нейтрондорду акырындатуу процесстеринде пайда болуучу ташуунун теңдемеси (уравнение переноса). Ичке кылдын термелүүсү экинчи тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер менен туюнтулаары бизге белгилүү. Эгерде кылдын ордуна биз ичке бекем устунду (тонкая балка) карасак анда анын термелүү процесси төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер менен туюнтулат. Мындай маселелер оор техникаларды конструкциялоодо пайда болот.

Тескери маселелер табияттагы кубулуштарды таануу процессинде маанилүү роль ойнойт, ал эми интегралдык теңдемелердин аппараты физикада, механикада, башкаруу теориясында жана колдонмо математикада кеңири колдонулат. “Тескери маселе” терминин көрүнүктүү орус математиктери М.М. Лаврентьев жана В.Г. Романовдор кийирген.

Диссертациянын темасынын ири илимий программалар (долбоорлор) жана негизги илим изилдөө жумуштар менен байланышы. Жумуш КР УИАнын математика институтунда «Тескери маселелерди жана интегралдык теңдемелерди чыгаруунун методдору» аттуу илимий проекттин алкагында аткарылган, (2011-2013) № мам. катоо 0006226.

Изилдөөнүн максаты жана коюлган маселелер. Изилдөөнүн максаты – төртүнчү жана бешинчи тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин бир классы үчүн тескери маселелердин чечилишин далилдөө.

Изилдөөнүн жогорудагы максатына жетүү үчүн төмөнкү маселелер коюлду*:*

- төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин бир классы үчүн тескери маселелердин чечилишинин жетиштүү шарттарын табуу;
- бешинчи тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин бир классы үчүн тескери маселелердин чечилишинин жетиштүү шарттарын табуу.

Иштин илимий жаңылыгы

- төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелердин чечилишинин жетиштүү шарттары табылды;

- бешинчи тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелердин чыгарылыштарынын жашашын жана жалгыздыгын камсыздоочу шарттар аныкталды.

Алынган жыйынтыктардын практикалык маанилүүлүгү. Диссертациянын бардык жыйынтыктары теориялык мүнөзгө ээ. Бирок дифференциалдык, интегралдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелер физиканын, техниканын конкретүү маселелерин чечүүдө кеңири колдонулуп келээрин эске алсак, анда бул иштин натыйжаларын айрым бир колдонмо маселелерди чечүүдө колдонууга боло тургандыгы келип чыгат. Диссертацияда алынган натыйжалар жогорку тартиптеги дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер теориясынын өнүгүшүнө салымын кошот деген ойдобуз.

Диссертациянын коргоого коюлуучу негизги жоболору

- төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн теңдеменин оң жагын аныктоо маселесинин чечилишинин жетиштүү шарттары;

- төртүнчү тартиптеги сызыктуу дифференциалдык теңдемелер үчүн кесиндинин ичинде кошумча шарттары менен берилген тескери маселенин чыгарылышынын жашашын жана жалгыздыгын камсыз кылуучу шарттар;

- төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн теңдеменин ядросун аныктоо маселесинин чечилишинин жетиштүү шарттары;

- төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдеменин оң жагын аныктоо маселенин чечилиши;

- бешинчи тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдеменин ядросун аныктоо жөнүндө тескери маселелердин чечилиши;

- бешинчи тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдеменин оң жагын аныктоо жөнүндө тескери маселенин чечилиши;

- бешинчи тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдеменин ядросун жана оң жагын калыбына келтирүү жөнүндө тескери маселенин чечилиши жана чечүүнүн алгоритми.

Изденүүчүнүн жеке салымы. Диссертацияда чагылдырылган илимий жыйынтыктар авторго гана таандык. Ал эми маселелер илимий жетекчи тарабынан коюлган. Авторлош болгон [3]-[5] жана [10] макалаларда илимий жыйынтыктарды талкуулоо К.Б. Матановага, Д.А. Турсуновго жана К.Г. Кожобековго, ал эми илимий жыйынтыктар авторго таандык.

Изилдөөнүн натыйжаларын апробациялоо. Жумуштун жыйынтыктары Эл аралык конференцияларда жана семинарларда баяндалган жана талкууланган:

- Академик А. Бөрүбаевдин 70 жылдык юбилейне арналган “Математика-нын заманбап маселелери” аттуу эл аралык илимий конференция. – Бишкек: КР УИАнын математика институту, 16-18 июнь, 2021-ж.;

- ОшМУнун 80-жылдыгына арналган «Аймактарды өнүктүрүү жана өлкөнү санариптештирүү шарттарындагы билим берүүнүн жана илимдин актуалдуу маселелери» аттуу эл аралык илимий-практикалык конференция. – Ош: ОшМУ, 28.05.2020-ж.;

- КР УИАнын математика институтунун түптөлүшүнүн 35 жылдыгына арналган «III Бөрүбаевдик окуу». – Бишкек: КР УИА МИ, 2019-ж.;

- Бүткүл дүйнөлүк түрк тилдүү мамлекеттердин математикалык коомунун VI конгрессинде (Казахстан, Астана ш., 2017-ж.);

- Академик М. Иманалиевдин 80 жылдыгына арналган «Математиканын асимптотикалык, топологиялык жана компьютердик усулдары» аттуу V эл аралык илимий конференциясында (Бишкек ш., сентябрь, 2016-ж.);

Ош МУнун астындагы проф. К. Алымкуловдун жетекчилиги астындагы “Математиканын актуалдуу маселелери жана алардын колдонулуштары” аттуу регионалдык семинарларда (2019-2021-жж.).

Диссертациянын натыйжаларынын басылып чыгарылышы. Изилдөөлөрдүн натыйжасында изденүүчү тарабынан 10 макала [1]-[10] жана бир докладдын тезиси [11] жарыкка чыгарылган. [1], [2] макалалар RSCI базасында индексирленген журналда жарыкка чыккан. [1]-[4] макалалар жарык коргон журналдардын РИНЦтеги импакт фактору 0,1 ден жогору. Эки макала кыргыз тилинде жарыкка чыккан [5], [6].

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү. Жумуш мазмундан, шарттуу белгилөөлөрдүн тизмесинен, киришүү жана 12 параграфга бөлүнгөн төрт баптан, жыйынтыктардан, 60 колдонулган адабияттардын тизмесинен турат. Ар бир бап аягында корутунду менен аякталат. Диссертациянын жалпы көлөмү машина жазмасында терилген 100 бет.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

Киришүүдө теманын актуалдуулугу, жумушка жалпы мүнөздөмө, изилдөөнүн максаты, илимий жанылыгы, практикалык балуулугу, коргоого коюлуучу негизги жоболор баяндалган.

1- бап «АДАБИЯТТАРГА ЖАНА ДИССЕРТАЦИЯНЫН НАТЫЙЖАЛАРЫНА ТАЛДООЛОР» эки параграфтан турат. «§ 1.1. Адабияттарга талдоолор» деп аталган параграфта диссертациянын темасына жакын болгон башка авторлордун илимий жыйынтыктарына анализ жүргүзүлгөн.

«§ 1.2. Диссертациянын жыйынтыктарынын топтому» деп аталган экинчи параграфта диссертациянын илимий жыйынтыктарынын кеңири талдоосу келтирилген.

2- бап «ИЗИЛДӨӨНҮН МЕТОДОЛОГИЯСЫ ЖАНА МЕТОДДОРУ» эки параграфтан турат. «§ 2.1. Изилдөөнүн объектилери жана предметтери» деп аталып изилдөөнүн объектилери, предмети келтирилген:

Диссертациянын изилдөө объектиси төртүнчү жана бешинчи тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин бир классы үчүн тескери маселелер.

Изилдөөнүн предмети – төртүнчү жана бешинчи тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин бир классы үчүн тескери маселелердин чечилишин камсыз кылуучу жетиштүү шарттарды табуу.

§ 2.2 де диссертацияда каралган тескери маселелердин чечилишин изилдөө методдору негизделген, алар: кысып чагылтуу принциби, Вольтерранын экинчи түрдөгү интегралдык теңдемесинин бир маанилүү чечилиши, интегралдык оператордун нормасы, ядронун резольвентасы, Гриндин функциясы.

БАП 3 «ТӨРТҮНЧҮ ТАРТИПТЕГИ ЖЕКЕЧЕ ТУУНДУЛУУ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ЖАНА ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН БИР КЛАССЫ ҮЧҮН ТЕСКЕРИ МАСЕЛЕЛЕР» аталыштагы үчүнчү бапта төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин бир классы үчүн тескери маселелер изилденди. 3-бап төрт параграфтан турат, биринчи параграфта төртүнчү тартиптеги дифференциалдык теңдеменин оң жагын аныктоо жөнүндөгү тескери маселенин чечилиши б.а. төмөнкү тескери маселе изилденген

$$u_{tt}(t,x) = a_0 u_{ttxx}(t,x) + a_1 u_{xx}(t,x) + a_2(t,x) u_x(t,x) + a_3(t,x) u(t,x) + \varphi(t) f(t,x) + F(t,x), \ (t,x) \in \Omega, \tag{1}$$

$$u(0,x) = \psi_1(x), \ u_t(0,x) = \psi_2(x), \ 0 \le x \le 1, \tag{2}$$

$$u(t,0) = u(t,1) = 0, \quad 0 \le t \le T, \tag{3}$$

$$u(t,x_0)=g(t),\quad t\in[0,T],\ x_0\in(0,1),\tag{4}$$

мында $0<T,\ 0<a_0,\ a_1<0$, x_0 – белгилүү турактуу сандар, $a_2(t,x)$, $a_3(t,x)$, $f(t,x),\ F(t,x)$, $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$, $g(t)$ – белгилүү функциялар, $a_2,\ a_3,\ f,F\in C(\Omega),\ \psi_1,\psi_2\in C^2[0,1],\ g\in C^2[0,T], \psi_1(0)=\psi_1(1)=0, g(0)=\psi_1(x_0),$ $g'(0)=\psi_2(x_0);$ $\varphi(t)$ жана $u(t,x)$ – функциялары белгисиз.

Маселенин коюлушу: (1)- теңдемени жана (2)-(4) шарттарды канааттандырган $u\in C^{2,2}(\bar{\Omega}),\ \varphi\in C[0,T]$ функцияларын табуу.

Маселенин чыгарылышы. Белгилөө кийирип алабыз $v(t,x)=u_{tt}(t,x),$ жана бул барабардыктан $u(t,x)$ функциясын төмөнкүдөй аныктап алабыз:

$$u(t,x)=\int_0^t(t-s)v(s,x)ds+\psi_2(x)t+\psi_1(x),$$

мындан $u_{xx}(t,x)=\int_0^t(t-s)v_{xx}(s,x)ds+\psi''_2(x)t+\psi''_1(x)$ келип чыгат.

$v(t,x)=u_{tt}(t,x)$ белгилөөнү жана $u(t,x)$, $u_{xx}(t,x)$ үчүн алынган туюнтмаларды эске алып (1)- теңдемени төмөнкү көрүнүштө жазып алабыз:

$$v(t,x)=a_0v_{xx}(t,x)+a_1\left(\int_0^t(t-s)v_{xx}(s,x)ds+\psi''_2(x)t+\psi''_1(x)\right)+$$
$$+a_2(t,x)\left(\int_0^t(t-s)v_x(s,x)ds+\psi'_2(x)t+\psi'_1(x)\right)+$$
$$+a_3(t,x)\left(\int_0^t(t-s)v(s,x)ds+\psi_2(x)t+\psi_1(x)\right)+\varphi(t)f(t,x)+F(t,x).$$

Акыркы барабардыкты v_{xx} ке карата жазып алабыз:

$$v_{xx}(t,x)=-\frac{a_1}{a_0}\int_0^t(t-s)v_{xx}(s,x)ds-\frac{a_2(t,x)}{a_0}\int_0^t(t-s)v_x(s,x)ds-$$
$$-\frac{a_3(t,x)}{a_0}\int_0^t(t-s)v(s,x)ds-\frac{\varphi(t)f(t,x)}{a_0}+\frac{1}{a_0}v(t,x)+F_1(t,x).\tag{5}$$

мында $F_1(t,x)=-\frac{a_1}{a_0}\left(\psi''_2(x)t+\psi''_1(x)\right)-\frac{a_2(t,x)}{a_0}\left(\psi'_2(x)t+\psi'_1(x)\right)-$

$-\frac{a_3(t,x)}{a_0}\left(\psi_2(x)t+\psi_1(x)\right)-\frac{F(t,x)}{a_0}.$

$K(t,s)=\gamma(t-s),\ \gamma>0$ ядронун резольвентасы $R(t,s)=\sqrt{\gamma}sh(\sqrt{\gamma}(t-s)),$ экендигин эске алып, (5)ти төмөнкү көрүнүштө жазып алабыз:

$$v_{xx}(t,x)-\frac{1}{a_0}v(t,x)=-\frac{1}{a_0}\int_0^t R(t,\tau)\Bigg(a_2(\tau,x)\int_0^\tau(\tau-s)v_x(s,x)ds+$$

$$+a_3(\tau,x)\int_0^\tau(\tau-s)v(s,x)ds+\varphi(\tau)f(\tau,x)-v(\tau,x)\Bigg)d\tau-$$

$$-\frac{a_2(t,x)}{a_0}\int_0^t(t-s)v_x(s,x)ds-\frac{a_3(t,x)}{a_0}\int_0^t(t-s)v(s,x)ds-\frac{\varphi(t)f(t,x)}{a_0}+F_2(t,x),\quad (6)$$

мында $R(t,s)=\sqrt{-\frac{a_1}{a_0}}sh\left(\sqrt{-\frac{a_1}{a_0}}(t-s)\right),\ (t,s)\in\Omega,$

$$F_2(t,x)=\int_0^t R(t,\tau)F_1(\tau,x)d\tau+F_1(t,x).$$

$v(t,x)=u_{tt}(t,x)$ белгилөөдөн жана (3)- чек аралык шарттардан төмөнкү келип чыгат:

$$v(t,0)=v(t,1)=0,\quad 0\le t\le T.\qquad (7)$$

$y''(x)-k^2y(x)=f(x),\ \ y(0)=y(1)=0$ чектик маселе үчүн Гриндин функциясынын жардамында, (6)-(7) маселени төмөнкү көрүнүштө жазып алабыз:

$$v(t,x)=-\frac{1}{a_0}\int_0^1 G(x,\xi)\Bigg(\int_0^t R(t,\tau)\Bigg(a_2(\tau,\xi)\int_0^\tau(\tau-s)v_\xi(s,\xi)ds+a_3(\tau,\xi)\int_0^\tau(\tau-s)v(s,\xi)ds+$$

$$+\varphi(\tau)f(\tau,x)-v(\tau,x)\Bigg)d\tau+a_2(t,\xi)\int_0^t(t-s)v_\xi(s,\xi)ds+$$

$$+a_3(t,\xi)\int_0^t(t-s)v(s,\xi)ds+\varphi(t)f(t,\xi)+a_0F_2(t,\xi)\Bigg)d\xi,\qquad (8)$$

мында $G(x,\xi)=\begin{cases}\dfrac{sh(kx-k)sh(k\xi)}{ksh(k)}, & 0\le\xi\le x\le 1,\\ \dfrac{sh(kx)sh(k\xi-k)}{ksh(k)}, & 0\le x\le\xi\le 1,\ 0<k.\end{cases}$

(8)- үчүн Дирихленин формуласын колдонуп, төмөнкүнү алабыз:

$$v(t,x)=-\frac{1}{a_0}\int_0^1 G(x,\xi)\Bigg(\int_0^t\int_\tau^t R(t,\tau)a_2(\tau,\xi)(\tau-s)d\tau v_\xi(s,\xi)ds+$$

$$\int_0^t\int_\tau^t R(t,\tau)a_3(\tau,\xi)(\tau-s)d\tau v(s,\xi)ds-\int_0^t R(t,\tau)v(\tau,\xi)\,\mathrm{d}\,\tau+a_2(t,\xi)\int_0^t(t-s)v_\xi(\mathrm{s},\xi)ds+$$

$$+a_3(t,\xi)\int_0^t(t-\tau)v(\tau,\xi)d\tau+\varphi(t)f(t,\xi)+a_0F_2(t,\xi)\Bigg)d\xi. \qquad (9)$$

Төмөнкүдөй белгилөөлөрдү кийиребиз:

$$K_1(t,x,\xi,\mathrm{s})=-\frac{1}{a_0}G(x,\xi)a_2(t,\xi)(t-s)+\int_\tau^t R(t,\tau)a_2(\tau,\xi)(\tau-s)d\tau\ ,$$

$$K_2(t,x,\xi,\mathrm{s})=-\frac{1}{a_0}G(x,\xi)\left(a_3(t,\xi)(t-s)-\int_s^t R(t,\tau)a_2(\tau,\xi)(\tau-s)d\tau\right),$$

$$m(t,x)=-\frac{1}{a_0}\int_0^1 G(x,\xi)f(t,\xi)d\xi\ ,\quad F_3(t,x)=\int_0^1 G(x,\xi)F_2(t,\xi)d\xi\ ,$$

анда (9):

$$\begin{gathered}v(t,x)=\int_0^t\int_0^1\left(K_1(t,x,\xi,s)v_\xi(s,\xi)+K_2(t,x,\xi,s)v(s,\xi)\right)d\xi ds+m(t,x)\varphi(t)+\\+\int_0^t R(t,s)m(s,x)\varphi(s)ds+F_3(t,x),\end{gathered} \qquad (10)$$

көрүнүшкө келет. Бул жерде $x=x_0$ деп, (10)- төмөнкүдөй жазылат:

$$\begin{gathered}m(t,x_0)\varphi(t)+\int_0^t R(t,s)m(s,x_0)\varphi(s)ds=\\=g''(t)-\int_0^t\int_0^1\left(K_1(t,x_0,\xi,s)v_\xi(s,\xi)+K_2(t,x_0,\xi,s)v(s,\xi)\right)d\xi ds-F_3(t,x_0).\end{gathered} \qquad (11)$$

(11) x өзгөрүлмөсү боюнча дифференцирлейбиз:

$$\begin{gathered}v_x(t,x)=\int_0^t\int_0^1\left(\frac{\partial K_1(t,x,\xi,s)}{\partial x}v_\xi(s,\xi)+\frac{\partial K_2(t,x,\xi,s)}{\partial x}v(s,\xi)\right)d\xi ds+\\+m_x(t,x)\varphi(t)+\int_0^t R(t,s)m_x(s,x)\varphi(s)ds+\frac{\partial F_3(t,x)}{\partial x}.\end{gathered} \qquad (12)$$

Натыйжада, үч белгисиздүү $\varphi(t), v(t,x),\ v_x(t,x)$, үч (10), (11) жана (12) Вольтерранын сызыктуу интегралдык теңдемелеринин системасын алынат.

Ш1. $m(t,x_0)=-\frac{1}{a_0}\int_0^1 G(x_0,\xi)f(t,\xi)d\xi\neq 0,\ \forall t\in[0,T].$

Төмөнкү теорема далилденген:

1- теорема. Эгерде **Ш₁** шарты аткарылса, анда (1)-(4) тескери маселенин $u(t,x),\ \varphi(t)$ чыгарылышы $C^{2,2}(\Omega)\times C[0,T]$ мейкиндигинде жашайт жана жалгыз болот.

Үчүнчү баптын экинчи параграфында төмөнкүдөй маселе изилденген

$$u_{tt}(t,x)=a_0u_{ttxx}(t,x)+a_1u_{xx}(t,x)+a_2(t,x)u_x(t,x)+a_3(t,x)u(t,x)+$$
$$+\sum_{i=1}^{n}\varphi_i(t)f_i(t,x)+F(t,x),\qquad (t,x)\in\Omega, \tag{13}$$

$$u(0,x)=\psi_1(x),\ u_t(0,x)=\psi_2(x),\ 0\le x\le 1, \tag{14}$$

$$u(t,0)=u(t,1)=0,\quad 0\le t\le T, \tag{15}$$

$$u(t,x_i)=g_i(t),\quad t\in[0,T],\quad 0<x_1<x_2<...<x_n<1, \tag{16}$$

мында $0<T,\ 0<a_0,\ a_1<0$, x_i – белгилүү туруктуу сандар, $a_2(t,x)$, $a_3(t,x)$, $f(t,x),\ F(t,x)$, $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$, $g(t)$ – белгилүү функциялар, $a_2,\ a_3,\ f,F\in C(\Omega),\ \psi_1,\psi_2\in C^2[0,1],\ g_i\in C^2[0,T],\psi_1(0)=\psi_1(1)=0,g_i(0)=\psi_1(x_i),$ $g'_i(0)=\psi_2(x_i);\ \varphi_1(t),\varphi_2(t),...,\varphi_n(t)$ жана $u(t,x)$ – функциялары белгисиз.

Ш₂. $\det(A(t))\neq 0,\ \forall t\in[0,T]$, мында

$$A(t)=\begin{pmatrix} m_1(t,x_1) & m_2(t,x_1) & ... & m_n(t,x_1)\\ m_1(t,x_2) & m_2(t,x_2) & ... & m_n(t,x_2)\\ ... & ... & ... & ...\\ m_1(t,x_n) & m_2(t,x_n) & ... & m_n(t,x_n)\end{pmatrix},\ m_i(t,x_j)=-\frac{1}{a_0}\int_0^1 G(x_j,\xi)f_i(t,\xi)d\xi,$$

$$G(x,\xi)=\begin{cases}\dfrac{sh(kx-k)sh(k\xi)}{ksh(k)}, & 0\le\xi\le x\le 1,\\[2mm] \dfrac{sh(kx)sh(k\xi-k)}{ksh(k)}, & 0\le x\le\xi\le 1,\end{cases}\qquad k=\frac{1}{a_0}>0.$$

2- теорема. Эгерде **Ш₂** шарты аткарылса, анда (13)-(16) тескери маселенин $u(t,x),\ \varphi_i(t)\ i=1,2,...,n$ чыгарылышы $C^{2,2}(\Omega)\times C_n[0,T]$ мейкиндигинде жашайт жана жалгыз болот.

§ 3.3тө төмөнкү тескери маселе изилденген

$$u_{tt}(t,x)=\alpha u_{xxtt}(t,x)+\beta u_{xx}(t,x)+\int_0^t K(t-s)u_{ss}(s,x)ds+f(t,x),\ (t,x)\in\Omega, \tag{17}$$

$$u(0,x)=\psi_1(x),\ u'_t(0,x)=\psi_2(x),\ 0\le x\le 1, \tag{18}$$

$$u(t,0)=u(t,1)=0,\quad 0\le t\le T, \tag{19}$$

$$u(t,x_0)=g(t),\quad t\in[0,T],\quad x_0\in(0,1) \tag{20}$$

мында $\beta<0, 0<\alpha,\ 0<T, x_0$ – белгилүү туруктуу сандар,

$f(t,x),\ \psi_1(x),\ \psi_2(x),\ g(t)$ – белгилүү функциялар, $f \in C(\Omega), g \in C^3[0,T]$, $\psi_k \in C^2[0,1],\ \psi_k(0)=\psi_k(1)=0, (k=1,2)$, $\psi_1(x_0)=g(0),\ \psi_2(x_0)=g'(0)$;

$K(t)$ жана $u(t,x)$ – белгисиз функциялар.

Ш3. $\int_0^1 G(x_0,\xi)F(0,\xi)d\xi \neq 0$,

мында $G(x,\xi)=\begin{cases} \dfrac{sh(kx-k)sh(k\xi)}{ksh(k)}, & 0\le \xi \le x \le 1, \\ \dfrac{sh(kx)sh(k\xi-k)}{ksh(k)}, & 0 \le x \le \xi \le 1, \end{cases}$ $\quad k=\dfrac{1}{a_0}>0,$

$$F(t,x)=\int_0^1 G(x,\xi)\left(\gamma\psi_2''(\xi)t+\gamma\psi_1''(\xi)-\frac{1}{\alpha}f(t,\xi)\right)+$$

$$+\int_0^1 G(x,\xi)\int_0^t\left(\gamma\psi_2''(\xi)s+\gamma\psi_1''(\xi)-\frac{1}{\alpha}f(s,\xi)\right)sh\left(\sqrt{\gamma}(t-s)\right)dsd\xi.$$

3-теорема. Эгерде **Ш3** шарты орун алса, анда (17)-(20) тескери маселенин $\{u(t,x),\ K(t,s)\}$ чыгарылышы $C^{2,2}(\Omega)\times C[0,T]$ мейкиндигинде жашайт жана жалгыз болот.

§ 3.4тө төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдеменин оң жагын аныктоо жөнүндөгү бир тескери маселенин чечилиши изилденген, б.а. булак (источник) жөнүндөгү тескери маселе:

$$u_{tt}(t,x)=\alpha u_{xxtt}(t,x)-\beta u_{xx}(t,x)+\int_0^t K(t-s)u_{ss}(s,x)ds+ \qquad (21)$$
$$+\sum_{i=1}^n \varphi_i(t)h_i(t,x)+f(t,x), \quad (t,x)\in\Omega,$$

$$u(0,x)=\psi_1(x),\ u_t(0,x)=\psi_2(x),\ 0\le x\le 1, \qquad (22)$$

$$u(t,0)=u(t,1)=0, \quad 0\le t\le T, \qquad (23)$$

$$u(t,x_i)=g_i(t),\ t\in[0,T],\ 0<x_1<x_2...<x_n<1,\ i=1,2,...,n, \qquad (24)$$

мында $K(t),\ f(t,x),\ \psi_1(x),\ \psi_2(x),\ h_i(t,x),\ i=1,2,...,n$ – белгилүү функциялар, $f\in C(\Omega)$, $\psi_1,\psi_2 \in C^2[0,1]$, $g_i\in C^2[0,T]$, $\varphi(0)=0,\ \varphi(1)=0$, $g_i(0)=\psi_1(x_i),\ g'_i(0)=\psi_2(x_i)\ (i=1,2,...,n),\ T,\ \alpha,\ \beta$ – берилген туруктуу оң сандар, ал эми $u(t,x),\ \varphi_1(t),...,\varphi_n(t)$ функциялары белгисиз.

Ш4. $\det A(t)\neq 0\ \ \forall t\in[0,T],\ A(t)=\{a_{ij}(t)\},\ i,j=1,2,...,n$,

мында $a_{ji}(t)=\dfrac{1}{\alpha}\int\limits_0^1 G(x_j,\xi)h_i(t,\xi)d\xi,\ i,j=1,2,...,n,$

$$G(x,\xi)=\begin{cases}\dfrac{sh(kx-k)sh(k\xi)}{ksh(k)}, & 0\le\xi\le x\le 1,\\ \dfrac{sh(kx)sh(k\xi-k)}{ksh(k)}, & 0\le x\le\xi\le 1,\end{cases}\qquad k=\frac{1}{a_0}>0.$$

4-теорема. Эгерде **Ш$_4$** шарты орун алса, анда (21)-(24) тескери маселенин $\{u(t,x),\ \varphi_1(t),...,\varphi_n(t)\}$ чыгарылышы $C^{2,2}(\bar{\Omega})\times C_n[0,T]$ мейкиндигинде жашайт жана жалгыз болот, мында $C_n[0,T]=\underbrace{C[0,T]\times C[0,T]\times...\times C[0,T]}_{n\ жолу}.$

3- бап боюнча корутунду. Үчүнчү бапта төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин бир классы үчүн тескери маселелер изилденди. Үчүнчү баптын биринчи параграфында төртүнчү тартиптеги дифференциалдык теңдеменин оң жагын аныктоо жөнүндөгү тескери маселенин чечилиши далилденди.

§ 3.2де төртүнчү тартиптеги сызыктуу дифференциалдык теңдемелер үчүн ички кесиндилердеги кошумча шарттары менен берилген тескери маселенин чечилишинин жетиштүү шарттары табылган.

§ 3.3тө кесиндиде белгилүү мааниси менен баштапкы-чек аралык тескери маселенин чечилиши далилденди.

§ 3.4тө төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдеменин оң жагын аныктоо жөнүндөгү бир тескери маселенин чечилишинин жетиштүү шарттары аныкталды.

«БЕШИНЧИ ТАРТИПТЕГИ ЖЕКЕЧЕ ТУУНДУЛУУ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН БИР КЛАССЫ ҮЧҮН ТЕСКЕРИ МАСЕЛЕЛЕР» аталыштагы төртүнчү бап бешинчи тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелердин бир классы үчүн тескери маселелерге арналган.

Төртүнчү баптын биринчи параграфында бешинчи тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдеме үчүн бир тескери маселенин чечилиши изилденген, тактап айтканда төмөнкү тескери маселенин $\{K(t),\ u(t,x)\}$ чыгарылышынын жашашы жана анын жалгыздыгы изилденген:

$$u_{xxxtt}(t,x)-u_{tt}(t,x)-u_{xxx}(t,x)+\int\limits_0^t K(t-s)u_{ss}(s,x)ds+f(t,x)=0,\ (t,x)\in\Omega,\quad(25)$$

$$u(0,x)=\psi_1(x),\ u_t(0,x)=\psi_2(x),\ \ 0\le x\le 1,\quad(26)$$

$$u(t,0)=u(t,1)=u_x(t,0)=0,\quad 0\le t\le T, \tag{27}$$

$$u(t,x_0)=g(t),\quad t\in[0,T],\ x_0\in(0,1) \tag{28}$$

мында $0<T$, x_0 – белгилүү турактуу сандар, $f(t,x)$, $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$, $g(t)$ – белгилүү функциялар, $f\in C(\Omega), g\in C^3[0,T],\quad \psi_1(x_0)=g(0),\ \psi_2(x_0)=g'(0)$, $\psi_i\in C^3[0,1],\ \psi_i(0)=\psi_i(1)=0, k=1,2$; $K(t)$ жана $u(t,x)$ – функциялары белгисиз.

Төмөнкү лемма далилденген

1- лемма. Айталы, $f\in C[0,1]$ болсун, анда

$$z'''(x)-z(x)=f(x),\quad x\in(0,1),\quad z(0)=z(1)=z'(0)=0$$

маселенин чыгарылышын Гриндин функциясын колдонуп төмөнкү көрүнүштө жазууга болот:

$$z(x)=\int_0^1 G(x,\xi)f(\xi)d\xi \text{ , мында } G(x,\xi)=\begin{cases}G_R(x,\xi), & 0\le\xi\le x\le 1,\\ G_L(x,\xi), & 0\le x\le\xi\le 1,\end{cases}$$

$$G_R(x,\xi)=e^{(x-\xi)}-\frac{2}{\sqrt{3}}sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}(x-\xi)+\frac{\pi}{3}\right)e^{(x-\xi)/2}-$$

$$-\frac{e^x-\frac{2}{\sqrt{3}}e^{x/2}sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)}{e-\frac{2}{\sqrt{3}}e^{1/2}sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi}{3}\right)}\left[e^{(1-\xi)}-\frac{2}{\sqrt{3}}e^{(1-\xi)/2}sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}(1-\xi)+\frac{\pi}{3}\right)\right],$$

$$G_L(x,\xi)=-\frac{e^x-\frac{2}{\sqrt{3}}e^{x/2}sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)}{e-\frac{2}{\sqrt{3}}e^{1/2}sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi}{3}\right)}\left[e^{(1-\xi)}-\frac{2}{\sqrt{3}}e^{(1-\xi)/2}sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}(1-\xi)+\frac{\pi}{3}\right)\right].$$

Белгилөө кийиребиз $v(t,x)=u_{tt}(t,x)$. Анда $u(t,x)$ үчүн төмөнкү туюнтманы алабыз:

$$u(t,x)=\int_0^t(t-s)v(s,x)ds+\psi_2(x)t+\psi_1(x). \tag{29}$$

$\int_0^t K(t-s)v(s,x)ds$ интегралды төмөнкүдөй өзгөртүп жазууга болот:

$$\int_0^t K(t-s)v(s,x)ds=\int_0^t K(s)v(t-s,x)ds. \tag{30}$$

(29)-барабардыкты x өзгөрүлмөсү боюнча үч жолу дифференцирлейбиз:

$$u_{xxx}(t,x)=\int_0^t (t-s)v_{xxx}(s,x)ds+\psi'''_2(x)t+\psi'''_1(x)\,. \tag{31}$$

Бул эсептөөлөрдүн натыйжасында (25)- интегро-дифференциалдык теңдемени төмөнкү көрүнүштө келет:

$$\begin{aligned} v_{xxx}(t,x)-v(t,x)=&\int_0^t (t-s)v_{xxx}(s,x)ds+\psi'''_2(x)t+\psi'''_1(x)-\\ &-\int_0^t K(s)v(t-s,x)ds-f(t,x),\ (t,x)\in\Omega. \end{aligned} \tag{32}$$

$K(t-s)=t-s$ ядронун резольвентасы $R(t,s)=sh(t-s),\ (t,s)\in\Omega$ экендигин эске алып, (32)ни төмөнкү көрүнүштө жазып алабыз:

$$\begin{aligned} v_{xxx}(t,x)-v(t,x)=&\psi'''(x)t+\varphi'''(x)-\int_0^t K(s)v(t-s,x)ds-f(t,x)+\\ +\int_0^t sh(t-s)&\left(v(s,x)+\psi'''(x)s+\varphi'''(x)-\int_0^s K(\tau)v(s-\tau,x)d\tau-f(s,x)\right)ds. \end{aligned} \tag{33}$$

(27)- чек аралык шарттардан жана $v(t,x)=u_{tt}(t,x)$ белгилөөдөн $v(t,x)$ функциясы үчүн төмөнкү шарттар келип чыгат:

$$v(t,0)=v(t,1)=v_x(t,0)=0,\quad 0\le t\le T. \tag{34}$$

(33)-(34)- маселеге 1- лемманы колдонуп, $v(t,x)$ функциясына карата Вольтерранын экинчи түрдөгү интегралдык теңдемесин алабыз:

$$\begin{aligned} v(t,x)=&\int_0^t\int_0^1 G(x,\xi)sh(t-s)v(s,\xi)d\xi ds-\int_0^t\int_0^1 G(x,\xi)K(s)v(t-s,\xi)d\xi ds-\\ &-\int_0^t\int_0^1\int_0^s G(x,\xi)sh(t-s)K(\tau)v(s-\tau,\xi)d\tau d\xi ds+F(t,x). \end{aligned} \tag{35}$$

мында $F(t,x)=\int_0^1 G(x,\xi)\left(\Psi(t,\xi)+\int_0^t sh(t-s)\Psi(s,\xi)\,ds\right)d\xi,$

$\Psi(t,\xi)=\psi'''(\xi)t+\varphi'''(\xi)-f(t,\xi)\,.$

(35)ти t боюнча дифференцирлейбиз:

$$\begin{aligned} v_t(t,x)=&\int_0^t\int_0^1 G(x,\xi)ch(t-s)v(s,\xi)d\xi ds-K(t)\int_0^1 G(x,\xi)v(0,\xi)d\xi-\\ &-\int_0^t\int_0^1 G(x,\xi)K(s)v_t(t-s,\xi)d\xi ds- \end{aligned} \tag{36}$$

$$-\int_0^t\int_0^1\int_0^s G(x,\xi)ch(t-s)K(\tau)v(s-\tau,\xi)d\tau d\xi ds+F_t(t,x)$$

(35)тен $v(0,x)=F(0,x)$ барабардыкты алабыз.

(36)да $x=x_0$ деп жана (28)-шарты эске алып төмөнкү туюнтманы алабыз:

$$\alpha K(t)=\int_0^t\int_0^1 G(x_0,\xi)ch(t-s)v(s,\xi)d\xi ds-\int_0^t\int_0^1 G(x_0,\xi)K(s)v_t(t-s,\xi)d\xi ds-$$

$$-\int_0^t\int_0^1\int_0^s G(x_0,\xi)ch(t-s)K(\tau)v(s-\tau,\xi)d\tau d\xi ds+F_t(t,x_0)-g'''(t) \qquad (37)$$

мында $\alpha=\int_0^1 G(x_0,\xi)F(0,\xi)d\xi$.

$K(t),\ v(t,x),\ v_t(t,x)$ белгисиз функцияларга карата келип чыккан Вольтерранын экинчи түрдөгү (35), (36) жана (37)интегралдык теңдемелеринин системасынын чыгарылышы жашайт жана жалгыз.

Ш5. $\int_0^1 G(x_0,\xi)F(0,\xi)d\xi\neq 0$,

мында $F(t,x)=\int_0^1 G(x,\xi)\left(\Psi(t,\xi)+\int_0^t sh(t-s)\Psi(s,\xi)\,ds\right)d\xi,$

$$\Psi(t,\xi)=\psi'''_2(\xi)t+\psi'''_1(\xi)-f(t,\xi).$$

Төмөнкү теорема далилденген

5-теорема. Эгерде **Ш5** шарты орун алса, анда (25)-(28) тескери маселе $C^{2,2}(\Omega)\times C[0,T]$ классында жалгыз $\{u(t,x),\ K(t,s)\}$ чыгарылышка ээ болот.

§4.2де төмөнкү тескери маселенин $\{K(t),\ u(t,x)\}$ чыгарылышынын жашашы жана анын жалгыздыгы изилденген:

$$u_{xxttt}(t,x)-u_{ttt}(t,x)-u_{xx}(t,x)+\int_0^t K(t-s)u_{sss}(s,x)ds+f(t,x)=0,\ (t,x)\in\Omega, \qquad (38)$$

$$u(0,x)=\psi_1(x),\ u_t(0,x)=\psi_2(x),\ u_{tt}(0,x)=\psi_3(x),\ \ 0\le x\le 1, \qquad (39)$$

$$u(t,0)=u(t,1)=0,\quad 0\le t\le T, \qquad (40)$$

$$u(t,x_0)=g(t),\quad t\in[0,T],\ x_0\in(0,1), \qquad (41)$$

мында $0<T$, x_0 – белгилүү туруктуу сандар, $f(t,x)$, $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$, $\psi_3(x)$, $g(t)$ – белгилүү функциялар, $f\in C(\Omega), g\in C^3[0,T],\ \ \psi_i(x)\in C^3[0,1]$,

$\psi_i(0)=\psi_i(1)=0,\ \ \psi_1(x_0)=g(0),\ \psi_2(x_0)=g'(0),\ \psi_3(x_0)=g''(0);\ K(t)$ жана $u(t,x)$ – функциялары белгисиз.

Ш6. $\int_0^1 G(x_0,\xi)F(0,\xi)d\xi\neq 0$, мында $G(x,\xi)=\begin{cases}G_R(x,\xi),\ 0\le\xi\le x\le 1,\\ G_L(x,\xi),\ \ 0\le x\le\xi\le 1,\end{cases}$

$$G_R(x,\xi)=e^{(x-\xi)}-\frac{2}{\sqrt3}sin\left(\frac{\sqrt3}{2}(x-\xi)+\frac{\pi}{3}\right)e^{(x-\xi)/2}-$$

$$-\frac{e^x-\frac{2}{\sqrt3}e^{x/2}sin\left(\frac{\sqrt3}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)}{e-\frac{2}{\sqrt3}e^{1/2}sin\left(\frac{\sqrt3}{2}+\frac{\pi}{3}\right)}\left[e^{(1-\xi)}-\frac{2}{\sqrt3}e^{(1-\xi)/2}sin\left(\frac{\sqrt3}{2}(1-\xi)+\frac{\pi}{3}\right)\right],$$

$$G_L(x,\xi)=-\frac{e^x-\frac{2}{\sqrt3}e^{x/2}sin\left(\frac{\sqrt3}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)}{e-\frac{2}{\sqrt3}e^{1/2}sin\left(\frac{\sqrt3}{2}+\frac{\pi}{3}\right)}\left[e^{(1-\xi)}-\frac{2}{\sqrt3}e^{(1-\xi)/2}sin\left(\frac{\sqrt3}{2}(1-\xi)+\frac{\pi}{3}\right)\right],$$

$$F(t,x)=\int_0^1 G(x,\xi)\left(\Psi(t,\xi)+\int_0^t sh(t-s)\Psi(s,\xi)ds\right)d\xi,$$

$$\Psi(t,\xi)=\psi'''_2(\xi)t+\psi'''_1(\xi)-f(t,\xi).$$

6-теорема. Эгерде **Ш6** шарттары орун алса, анда (38)-(41) тескери маселе $C^{2,2}(\Omega)\times C[0,T]$ классында жалгыз $\{u(t,x),\ K(t)\}$ чыгарылышка ээ болот.

§ 4.3дө бешинчи тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдеменин оң жагын аныктоо жөнүндө төмөнкү тескери маселенин чечилишин камсыз кылуучу жетиштүү шарттар табылган:

$$u_{ttt}(t,x)=u_{xxttt}(t,x)-u_{xx}(t,x)+\int_0^t K(t-s)u_{sss}(s,x)ds+\varphi(t)h(t,x)+F(t,x),\quad(42)$$

$$u(0,x)=\psi_1(x),\ u_t(0,x)=\psi_2(x),\ u_{tt}(0,x)=\psi_3(x),\ 0\le x\le 1,\quad(43)$$

$$u(t,0)=u(t,1)=0,\quad 0\le t\le T,\quad(44)$$

$$u(t,x_0)=g(t),\ t\in[0,T],\ x_0\in(0,1).\quad(45)$$

мында $K(t),\ F(t,x),\ \psi_i(x),\ h(t,x),$ – белгилүү функциялар, $F\in C(\Omega),\ \ \psi_i\in C^2[0,1],\ g\in C^3[0,T]$, $\varphi(0)=0,\ \varphi(1)=0,\ \ g(0)=\psi_1(x_0),$

$g'(0)=\psi_2(x_0),\ g''(0)=\psi_3(x_0)$. $T,\ x_0$ – берилген оң турактуулар, ал эми $u(t,x),\ \varphi(t)$ функциялары белгисиз.

Ш7. $\int\limits_0^1 G(x_0,\xi)h(t,\xi)d\xi \neq 0, \forall t\in[0,T]$,

мында $G(x,\xi)=\begin{cases}\dfrac{\operatorname{sh}(x-1)\operatorname{sh}(\xi)}{\operatorname{sh}1}, 0\le\xi\le x\le 1,\\ \dfrac{\operatorname{sh}(x)\operatorname{sh}(\xi-1)}{\operatorname{sh}1}, 0\le x\le\xi\le 1.\end{cases}$

Төмөнкү теорема далилденген

7-теорема. Эгерде **Ш7** шарт орун алса, анда $C^{2,2}(\Omega)\times C[0,T]$ мейкиндикте (42)-(45) тескери маселенин чыгарылышы жашайт жана жалгыз болот.

§ 4.4тө бешинчи тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдеменин ядросун жана оң жагын калыбына келтирүү жөнүндө төмөнкү маселени канааттандырган $u\in C^{2,3}(\Omega)$, $K\in C[0,T]$ жана $\varphi\in C[0,T]$ функцияларын табуу маселеси каралат:

$$u_{tt}(t,x)=u_{ttxxx}-u_{xxx}+b(t,x)u+\int\limits_0^t K(t-s)u(s,x)ds+\varphi(t)f(t,x)+F(t,x), \quad (46)$$

$$u(0,x)=\psi_0(x),\quad u_t(0,x)=\psi_1(x),\qquad x\in[0,1], \quad (47)$$

$$u(t,0)=u_x(t,0)=u_x(t,1)=0, t\in[0,T], \quad (48)$$

$$u(t,x_1)=g_1(t),\ u(t,x_2)=g_2(t),\ t\in[0,T],\ x_1,x_2\in(0,1), x_1\neq x_2, \quad (49)$$

мында $b(t,x)$, $f(t,x)$ $F(t,x)$, $\psi_0(x)$, $\psi_1(x)$, $g_1(t)$, $g_2(t)$, – жетишээрлик даражада жылма болгон белгилүү функциялар, $\psi_0(0)=\psi'_0(0)=\psi'_0(1)=0,\ g_i(0)=\psi_0(x_i),\ g'_i(0)=\psi_1(x_i), i=1,2$.

Ш8. $\det(d(t))\neq 0,\ t\in[0,T]$, мында $d(t)=\begin{pmatrix} m(x_1) & c(t,x_1)\\ m(x_2) & c(t,x_2)\end{pmatrix}$,

$$m(x)=\int\limits_0^1 G(x,\xi)\psi_0(\xi)d\xi,\ c(t,x)=\int\limits_0^1 G(x,\xi)f(t,\xi)d\xi,$$

$$G(x,\xi)=\begin{cases}\dfrac{1}{3}e^{x-\xi}-\dfrac{2}{3}e^{-\frac{x-\xi}{2}}\sin\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}(x-\xi)+\dfrac{\pi}{6}\right)-G_1(x,\xi), & 0\le\xi\le x\le 1;\\ -G_1(x,\xi), \quad 0\le x\le\xi\le 1,\end{cases}$$

$$G_1(x,\xi)=\frac{e^x-2e^{-\frac{x}{2}}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{\pi}{6}\right)}{3\left[e+2e^{-\frac{1}{2}}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi}{6}\right)\right]}\left(e^{1-\xi}+2\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}(1-\xi)-\frac{\pi}{6}\right)e^{-\frac{1-\xi}{2}}\right).$$

Төмөнкү теорема далилденген

8-теорема. Эгерде **Ш₈** шарты орун алса, анда (46)-(49) тескери маселенин чыгарылышы $u\in C^{2,3}(\Omega)$, $K\in C[0,T]$ жана $\varphi\in C[0,T]$ жашайт жана жалгыз болот. Чыгарылышты удаалаш жакындатуу методунун жардамында тургузууга болот.

4- бап боюнча корутунду. Төртүнчү бапта бешинчи тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелердин бир классы үчүн тескери маселелер изилденди.

§ 4.1де жана § 4.2де бешинчи тартиптеги ар түрдүү көрүнүштөгү интегро-дифференциалдык теңдеме үчүн ядрону калыбына келтитүү жөнүндөгү тескери маселенин чечилишинин жетиштүү шарттары аныкталды.

§ 4.3тө $u_{xxttt}(t,x)=F$ көрүнүштөгү интегро-дифференциалдык теңдеменин оң жагын аныктоо жөнүндө тескери маселенин чечилиши далилденди.

§ 4.4тө $u_{xxxtt}(t,x)=F$ көрүнүштөгү интегро-дифференциалдык теңдеменин ядросун жана оң жагын калыбына келтирүү жөнүндөгү тескери маселенин чечилишинин жетиштүү шарттары аныкталды жана тескери маселенин чыгарылышын тургузуунун методу (алгоритми) табылды.

КОРУТУНДУ

Диссертациялык изилдөө – төртүнчү жана бешинчи тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин бир классы үчүн тескери маселелердин бир маанилүү чечилиши жөнүндөгү маселеге арналган жана төмөнкү натыйжалар алынды:

- төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн теңдеменин оң жагын аныктоо тескери маселесинин чечилишинин жетиштүү шарттары аныкталды;
- төртүнчү тартиптеги сызыктуу дифференциалдык теңдемелер үчүн ички кесиндилерде кошумча шарттары менен берилген тескери маселенин чыгарылышынын жашашы жана жалгыздыгы далилденди;
- төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн теңдеменин ядросун аныктоо маселесинин чечилишин жетиштүү шарттары табылды;

- төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдеменин оң жагын аныктоо тескери маселенин чечилишинин шарттары аныкталды;

- бешинчи тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдеменин ядросун аныктоо жөнүндө тескери маселелердин чечилишинин жетиштүү шарттары табылды;

- бешинчи тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдеменин оң жагын аныктоо жөнүндө тескери маселенин чечилиши далилденди;

- бешинчи тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциал-дык теңдеменин ядросун жана оң жагын калыбына келтирүү жөнүндө тескери маселенин чечилишинин жетиштүү шарттары табылды жана тескери маселенин чыгарылышын тургузуунун алгоритми келтирилди.

ПРАКТИКАЛЫК СУНУШТАР

Диссертациянын бардык жыйынтыктары жаңы жана теориялык мүнөзгө ээ, бирок физиканын, техниканын конкретүү маселелерине колдонулушу мүмкун.

Диссертацияда алынган илимий натыйжаларды жогорку тартиптеги дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелердин чечилишин изилдөөдө жана тескери маселенин чыгарылышын тургузууда колдонууга сунуштайбыз.

ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. **Мамытов, А.О.** Об одной задаче определения правой части интегро-дифференциального уравнения в частных производных [Текст] / А.О. Мамытов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика. Механика. Физика». – Челябинск, 2021. – Т. 13, - № 3. – С. 31–38.

2. **Мамытов, А.О.** Разрешимость обратной начально-краевой задачи с известным значением на прямой [Текст] / А.О. Мамытов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика. Механика. Физика». – Челябинск, 2021. – Т. 13, - № 2. – С. 18–23.

3. **Мамытов, А.О.** Об одной обратной задаче для интегро-дифференциального уравнения пятого порядка [Текст] / А.О. Мамытов, К.Г. Кожобеков // Научные аспекты современных исследований. 78я Международная научная конференция Евразийского Научного Объединения. – Москва, 2021. – № 8(78). – С. 29–31.

4. **Мамытов, А.О.** Задача восстановления ядра и правой части интегро-дифференциального уравнения в частных производных пятого порядка [Текст] / А.О. Мамытов, А. Асанов, Д.А. Турсунов // Научные аспекты современных исследований. 78я Международная научная

конференция Евразийского Научного Объединения. – Москва, 2021. – № 8(78). – С. 31–34.

5. **Мамытов, А.О.** Жогорку тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы-чек аралык тескери маселенин чечилиши [Текст] / А.О. Мамытов, А. Асанов, Д.А. Турсунов // ОшМУнун жарчысы. «Математика. Физика. Техника». – Ош, 2021. – № 2. – С. 5–13.

6. **Мамытов, А.О.** Бешинчи тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдеме үчүн бир тескери маселенин чечилиши [Текст] / А.О. Мамытов // ОшМУнун жарчысы. «Математика. Физика. Техника». – Ош, 2021. – № 2. – С. 14–23.

7. **Мамытов, А.О.** Об одной задаче определения правой части линейного дифференциального уравнения четвертого порядка [Текст] / А.О. Мамытов // Молодой ученый. – Казань, 2016. – № 11 (115). – С. 49-53.

8. **Мамытов, А.О.** Обратная задача для линейного дифференциального уравнения четвертого порядка с переопределением во внутренних точках [Текст] / А.О. Мамытов // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2015. – № 7. – С. 10-15.

9. **Мамытов, А.О.** Определение правой части для одного класса линейного дифференциального уравнения четвертого порядка [Текст] / А.О. Мамытов // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2014. – № 7. – С. 37-42.

10. **Мамытов, А.О.** Об одной задаче определения правой части линейного дифференциального уравнения четвертого порядка [Текст] / А.О. Мамытов, К.Б. Матанова // Исслед. по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек, 2014. Вып. 47. – С. 147-151.

11. **Mamytov A.O.** Solvability of the inverse initial-boundary value problem with a known value on the line [Text] / A.O. Mamytov // Problems of Modern Mathematics 70th anniversary of A.A. Borubaev, June 16-18, 2021. –P. 105.

Мамытов Айтбай Омоновичтин «Төртүнчү жана бешинчи тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин бир классы үчүн тескери маселелер» деген темадагы 01.01.02 - дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Негизги сөздөр: тескери маселе, дифференциалдык теңдеме, интегро-дифференциалдык теңдеме, Гриндин функциясы, резольвента, Вольтерранын экинчи түрдөгү интегралдык теңдемелеринин системасы.

Изилдөө объектиси: төртүнчү жана бешинчи тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин бир классы үчүн тескери маселелер.

Изилдөө предмети: төртүнчү жана бешинчи тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин бир классы үчүн тескери маселелердин чечилишин камсыз кылуучу жетиштүү шарттарды табуу.

Иштин максаты. Төртүнчү жана бешинчи тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин бир классы үчүн тескери маселелердин чечилишин далилдөө.

Изилдөөнүн методдору жана аппараты: өзгөртүп түзүү методу, резольвента методу, Гриндин функциясы, кысып чагылтуу принциби, Вольтерранын интегралдык теңдемесинин методу.

Алынган натыйжалар жана алардын жаңылыгы. Төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелердин чечилишинин жетиштүү шарттары табылды. Бешинчи тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелердин чыгарылыштарынын жашашын жана жалгыздыгын камсыздоочу шарттар аныкталды.

Колдонуу даражасы же колдонуу боюнча сунуштар. Илимий натыйжаларды тескери маселелердин чечилишин изилдөөдө жана аны тургузууда колдонууга сунуштайбыз.

Колдонуу жааты. Изилденген тескери маселелер геофизикада, астрономияда, медициналык визуалдаштырууда, компьютердик томографияда, спектральдык анализде ж.б. тармактарда колдонулушу мүмкүн.

РЕЗЮМЕ

Диссертации Мамытова Айтбая Омоновича на тему: «Обратные задачи для одного класса дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений в частных производных четвертого и пятого порядков» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: обратная задача, дифференциальное уравнение, интегрально-дифференциальное уравнение, функция Грина, резольвента, система интегральных уравнений Вольтерра второго рода.

Объект исследования: обратные задачи для одного класса дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений в частных производных четвертого и пятого порядков.

Предмет исследования: нахождение достаточных условий, обеспечивающих разрешимость обратных задач для одного класса дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений в частных производных четвертого и пятого порядков.

Цель работы. Доказательство разрешимости обратных задач для одного класса дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений в частных производных четвертого и пятого порядков.

Методы исследования и аппаратура: метод преобразования, метод резольвенты, функция Грина, принцип сжатия при отражении, метод интегральных уравнений Вольтерра.

Полученные результаты и их новизна. Найдены достаточные условия для решения обратных задач для дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка. Для интегро-дифференциальных уравнений в частных производных пятого порядка определены условия существования и единственности решения обратных задач.

Степень использования или рекомендации по использованию. Предлагаем использовать научные результаты при исследовании разрешимости и построении решения обратных задач.

Область применения. Исследованные обратные задачи могут применятся в геофизике, астрономии, медицинской визуализации, компьютерной томографии, спектральном анализе и в других отраслях.

SUMMARY

Mamytova Aitbaya Omonovich Dissertation «Inverse problems for one class of differential and integro-differential equations in partial derivatives of the fourth and fifth orders» for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences (specialty 01.01.02 **–** differential equations, dynamical systems and optimal control**)**

Key words: inverse problem, differential equation, integro-differential equation, Green's function, resolvent, system of integral equations of Volterra’s of the second kind.

Object of research: inverse problems for one class of differential and integro-differential equations in partial derivatives of the fourth and fifth orders.

Subject of study: finding sufficient conditions to ensure the solvability of inverse problems for one class of differential and integro-differential equations in partial derivatives of the fourth and fifth orders.

Purpose of work. It is proof of the solvability of inverse problems for one class of differential and integro-differential equations in partial derivatives of the fourth and fifth orders.

Research methods and equipment: transformation method, resolvent method, Green's function, compression principle in reflection, method of the Volterra’s integral equations.

The results obtained and their novelty. Sufficient conditions for solving inverse problems for differential and integro-differential equations in partial derivatives of the fourth order are found. Conditions of existence and uniformity of solution of the inverse problem for integro-differential equations in partial derivatives for the fifth order are determined.

Degree of use or recommendations for use. We propose to use scientific results in the study of solvability and construction of solutions to inverse problems.

Application area. Researched inverse problems can be applied in geophysics, astronomy, medical imaging, computed tomography, spectral analysis, and in other branches of science.

ШАРТУУ БЕЛГИЛЕР, СИМВОЛДОР, БИРДИКТЕР, ТЕРМИНДЕР ЖАНА КЫСКАРТУУЛАРДЫН ТИЗМЕСИ

- **N**={1,2,3,…} – натуралдык сандардын көптүгү;
- **R** – чыныгы сандардын көптүгү;
- $\Omega = \{(t,x) \,|\, 0 \le x \le 1,\ 0 \le t \le T\}$, 0<$T$∈**R**;
- $\forall$ – жалпылоо квантору;
- $\exists$ – жашоо квантор;
- $\in$ – «тиешелүү» же «таандык»;
- $\Rightarrow$ – «келип чыгат»;
- $C(D)$ – D аймагында үзгүлтүксүз функциялардын көптүгү;
- $C^k(D)$ – k- тартипке чейинки (k- кошо) үзгүлтүксүз туундуларга ээ болгон функциялардын мейкиндиги;
- $C_n^k(D)$ – элементтери $C^k(D)$ мейкиндигине таандык болгон n ченемдүү вектор функциялардын мейкиндиги;
- $C_{n\times n}^k(D)$ – элементтери $C^k(D)$ мейкиндигине таандык болгон $n\times n$ ченемдүү матрицалык функциялардын мейкиндиги;
- $\|A(t,x)\| = \|a_{ij}(t,x)\| = \max\limits_{1\le i\le m}\left\{\sum\limits_{j=1}^{n} \sup\limits_{(t,x)\in\Omega} |a_{ij}(t,x)|\right\}$ - үзгүлтүксүз $A(t,x)$ матрицалык функциянын Ω аймагындагы нормасы.

Басмага кол коюлду: 04.01.2022-ж.
Форматы 60х90 1/16. Шарттуу 1,5 б.т.
Буйрутма № 60. Нускасы 100 даана.

“Book-дизайн” компьютердик кызматтар
Ош ш., И. Сулайманов к., 3.