

**ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ**

**КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР  
АКАДЕМИЯСЫНЫН ТҮШТҮК БӨЛҮМҮНҮН ЖАРАТЫЛЫШ  
РЕСУРСТАРЫ ИНСТИТУТУ**

**ЖАЛАЛ-АБАД МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ**

К 01.19.599 диссертациялык кеңеши

Кол жазма укугунда

УДК 517.928

**НАРЫМБЕТОВ ТАЛАНТБЕК КАНАТБЕКОВИЧ**

**СИНГУЛЯРДЫК КОЗГОЛГОН ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН  
ЧЕЧИМДЕРИНИН ТАРТЫЛУУ ОБЛАСТАРЫНЫН  
ЖАШАШЫ ЖАНА БАЙЛАНЫШЫ**

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана  
оптималдык башкаруу

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын  
изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын  
**АВТОРЕФЕРАТЫ**

Ош – 2022

Жумуш Жалал-Абад мамлекеттик университетинин “Жогорку математика жана математиканы окутуунун технологиялары” кафедрасында аткарылган

**Илимий жетекчи:** Алыбаев Курманбек Сарманович, физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Жалал-Абад мамлекеттик университетинин “Фундаменталдык, колдонмо изилдөөлөр жана инновациялык технологиялар” илим изилдөө институтунун директору

**Расмий оппоненттери:** Алымкулов Келдибай, КР УИА мүчө-корреспондентти, физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Ош мамлекеттик университетинин “Фундаменталдык жана колдонмо изилдөөлөр” институтунун директору (Кыргыз Республикасы, Ош ш.)

Алымбаев Асангул Темиркулович, физика-математика илимдеринин доктору, доцент, Кыргыз мамлекеттик И.Арабаев атындагы университетинин “Математика жана аны окутуунун технологиясы” кафедрасынын профессорунун м.а. (Кыргыз Республикасы, Бишкек ш.)

**Жетектөөчү мекеме:** КР УИА, Математика институту. Дареги: Кыргыз Республикасы, 720071, Бишкек шаары, Чүй к., 265-а

Диссертацияны коргоосу 2022-жылдын “9-февраль” күнү саат 10:00 дө Ош мамлекеттик университетине, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын түштүк бөлүмүнүн жаратылыш ресурстары институтуна жана Жалал-Абад мамлекеттик университетине караштуу физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын коргоо боюнча түзүлгөн К 01.19.599 диссертациялык кеңештин жыйынында корголот. Дареги: Кыргызстан, 723500, Ош шаары Ленин көчөсү, 331, ауд. 203.

Диссертациянын коргоосунун онлайн трансляциялоонун идентификациялык коду: <https://vc.vak.kg/b/k01-wvo-b1l-2lm>

Диссертация менен Ош мамлекеттик университетинин борбордук китепканасынан жана [www.oshsu.kg](http://www.oshsu.kg) сайтындагы диссертациялык кеңештин баракчасынан таанышууга болот.

Автореферат 2022-жылдын 6-январында жөнөтүлдү.

Диссертациялык кеңештин окумуштуу катчысы ф.-м.и.к., доцент



Бекешов Т.О.

## ИШТИН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

**Диссертациянын темасынын актуалдуулугу:**

$$\varepsilon x'(t, \varepsilon) = f(x(t, \varepsilon), y(t, \varepsilon), t), \quad (*)$$

$$y'(t, \varepsilon) = g(x(t, \varepsilon), y(t, \varepsilon), t), t \in [t_0, T]$$

кадимки дифференциалдык теңдемелер системасы же

$$\varepsilon x'(t, \varepsilon) = f(x(t, \varepsilon), y(t, \varepsilon)), \quad (**)$$

$$y'(t, \varepsilon) = g(x(t, \varepsilon), y(t, \varepsilon)), t \in [t_0, T]$$

автономдук система каралсын, мында

$x(t, \varepsilon) \in C^1([t_0, T] \rightarrow R^n)$ ,  $y(t, \varepsilon) \in C^1([t_0, T] \rightarrow R^m)$ ,  $n, m \in N$ ,  $f, g$  – функциялары  $(t, x, y)$  өзгөрмөлөрдүн кандайдыр бир областында үзгүлтүксүз вектор-функциялар.

(\*) жана (\*\*) теңдемелер системасы сингулярдык козголгон теңдемелер (СККДТ( $R$ ))  $R$ -чыныгы сандардын көптүгү) деп аталышат.

(\*) жана (\*\*) системаларда  $\varepsilon = 0$  деп алуудан келип чыккан теңдемелер системасын козголбогон (кубулган) теңдемелер (КТ) системасы деп атоо кабыл алынган.

(\*) жана (\*\*) көрүнүштөгү СККДТ( $R$ ) физикалык, механикалык жана башка кубулуштарды козголуу, термелүү, автоматтык башкаруу жана жөндөө, электротехника, радиотехника, гидродинамика ж.б. теорияларда изилдөөдө келип чыгат. Бул багытта Л.С. Понтрягин, А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, М.И. Иманалиев, К.А. Алымкулов, П.С. Панков ж.б. жумуштарын атоого болот.

СККДТ( $R$ ) теориясындагы негизги маселелердин бири болуп, теңдемелердин чечимдеринин кичине параметр  $\varepsilon \rightarrow 0$  гы тартылуу көптүктөрүн табуу эсептелет.

Божомолдоо боюнча мындай көптүктөр (\*) жана (\*\*) теңдемелерге карата КТ системасынын чечими болушу мүмкүн. Бул божомол (\*) система үчүн А.Н. Тихонов, (\*\*) система үчүн Л.С. Понтрягин тарабынан жалпы учурда чечилген. Аталган жумуштарда маселенин чечилиши тең салмактуулук абалдын туруктуулук шартын колдонуу аркылуу ишке ашырылган.

СККДТ( $C$ ) ( $C$  – комплекстик сандардын көптүгү) үчүн бул маселелер М.А. Шишкова, С. Каримов, Г.М. Анарбаева, К.С. Алыбаев, Д.А. Турсунов, М. Азимбаевдердин эмгектеринде изилденген.

Бул жумуштарда алгач тең салмактуулук абалдын туруктуулук шарты аткарылбаган СККДТ( $R$ ) каралып, бул теңдемелер комплекстик тегиздиктин кандайдыр бир областына аналитикалык улантылып изилденген. Тең салмактуулук абал туруксуз болсо да,

СККДТ( $R$ ) чечими тең салмактуулук абалдан алыстабастан, чектүү убакытта ага жакын болоору далилденген. СККДТ( $R$ ) дин КТ ри бир гана чечимге ээ болгон учурлар гана каралган.

С. Каримов, Г.М. Анарбаева, К.С. Алыбаев, М. Азимбаевдердин жумуштарында алынган жыйынтыктар К.Б. Тампагаровдун жумушунда жалпыланган. Маселе тең салмактуулук абалдын туруктуулук шартын колдонбостон чечилген. Бул жумушта сызыктуу жана сызыктуу эмес сымал СККДТ( $C$ ) КТ бир гана чечимге ээ болгон учурларда изилденген.

СККДТ ( $C$ ) чечиминин КТ нин чечимине  $\varepsilon$  боюнча асимптотикалык жакындашуусу регулярдык, сингулярдык областар, чектик катмар, чектик катмар сызыктар аркылуу сүрөттөлгөн. А.Б. Мурзабаеванын жумушунда айрым класстагы СККДТ( $C$ ), КТ эки чечимге жана эки теңдемеден турган СККДТ ( $C$ ) системасы, КТ системасы төрт чечимге ээ болгондо каралып, СККДТ( $C$ ) чечиминин КТ чечимине тартылуу областы (ТО) түшүнүгү киргизилген жана ТО жашашы далилденген.

Жалпы учурда ТО жашашы жана алардын ортосундагы байланыштар, изилденген эмес. СККДТ ( $C$ ) үчүн бул маселелерди чечүү актуалдуу.

Жумуштун негизги мазмунун бул маселелерди жана бул маселелер менен байланышкан түрдүү маселелердин чечилиши түзөт.

**Диссертациянын темасынын илим – изилдөө темалар менен байланышы:**

Диссертация Б.Осмонов атындагы Жалал-Абад мамлекеттик университетинин “Жогорку математика жана математиканы окутуунун технологиялары” кафедрасынын илим-изилдөө темалары менен байланышта аткарылды.

**Изилдөөнүн максаты:**

СККДТ ( $C$ ) (системалардын) жана КТ (системалардын) чечимдеринин ортосундагы байланыштарды изилдөө.

**Изилдөөнүн маселелери:**

1. КТ (система) бир нече чечимдерге ээ болгон СККДТ ( $C$ ) ди (системаларды) жалпы учурда кароо.

2. СККДТ ( $C$ ) чечиминин козголбогон теңдеменин чечимине ТО түшүнүгүн аныктоо.

3. ТО өз ара байланыштарын жана алардын баштапкы маанилерден көз-карандылыгын изилдөө.

4. Бул жумушта алынган натыйжалардын жана мурда алынган натыйжалардын ортосундагы байланыштарга анализ жүргүзүү.

5. Изилдөөнүн жүрүшүндө жаңы кубулуштарды табуу.

### **Алынган жыйынтыктардын илимий жаңычылдыгы:**

- ТО:
  - СККДТ (С) чечими жана КТ чечиминин байланышы аркылуу аныкталды;
  - жашашынын жалпы шарттары келтирилди;
  - өз ара байланыштарын туюнтуучу жалпы бөлүктүн жашашы далилденди, жалпы бөлүк жашабай калган учурлар каралды;
  - баштапкы маанилерден көз-карандылыгы ТО кеңейтүү жетарытуу түшүнүктөрүнө алып келди;
- Мурунку изилдөөлөрдө алынган жыйынтыктар жалпыланды, системалаштырылды.

### **Диссертациялык жумуштун теориялык маанилүүлүгү:**

СККДТ (С) чечимдеринин жана КТ чечимдеринин ортосундагы байланыш ТО түшүнүгү аркылуу аныкталды.

Топологиялык методдорду колдонуу аркылуу ТО жашашы жана алардын ортосундагы байланыштар орнотулду. Диссертацияда иштелип чыгылган методдор СККДТ (С) изилдөөлөрдү жүргүзүүгө жана алардын чечимдеринин асимптотикасын тургузууда колдонсо болот.

### **Диссертациялык жумуштун практикалык маанилүүлүгү:**

Жумуш теориялык мүнөзгө ээ, белгилеп кетүүчү нерсе алынган жыйынтыктар козголуу, термелүү, автоматтык башкаруу жана жөндөө, электротехника, радиотехника, гидродинамикада түрдүү абалдагы процесстерди изилдөөдө колдонулушу мүмкүн. Ошондой эле жыйынтыктар студенттер, магистранттар, аспиранттар үчүн атайын курстар боюнча лекцияларда, СККДТ (С) теориясын өнүктүрүүдө колдонсо болот.

### **Коргоого чыгарылган диссертациянын негизги жоболору:**

- КТ бир нече чечимге ээ болгон СККДТ (С) чечиминин жана КТ чечимин байланыштыруучу ТО түшүнүгүнүн киргизилиши.
- ТО жашоо шарттарынын келтирилиши.
- ТО ортосундагы байланыштын орнотулушу жана ТО баштапкы маанилерден көз-карандылыгынын натыйжалары.
- Мурунку изилдөөлөрдө алынган жыйынтыктардын жалпыланышы.
- ТО нын кеңейтилиши, тарытылышы кубулушу.
- Гармоникалык функциялардын деңгээл сызыктарын колдонуу аркылуу аркылуу иштелип чыгылган метод.

**Издөнүүчүнүн жеке салымы:** Диссертация боюнча алынган негизги илимий жыйынтыктар авторго таандык. Илимий жетекчиси ф.-м.и.д. профессор К.С.Алыбаев менен авторлош катары жарыяланган

макалаларда К.С. Алыбаев тарабынан маселелер коюлган, ал эми авторго маселелердин чечилиши таандык. Тампагаров К.Б., Мурзабаева А.Б. менен авторлош жарыяланган, макалада [5] алар жыйынтыктарды талкуулоого жана тариздештирүүгө катышкан, ал эми негизги натыйжалар авторго таандык.

**Жумуштун апробациясы:** Жумуштун негизги натыйжалары төмөндөгү семинарларда жана конференцияларда баяндалды жана талкууланды: “Асимптотикалык, топологиялык, компьютердик методдор жана математиканы окутуунун технологиялары” семинарында (2017-2021-жж.) (жетекчиси: ф.-м.и.д., профессор Алыбаев К.С.); Түштүк Кыргызстандын окуу жайларынын математиктеринин “Математиканын актуалдуу проблемалары жана анын колдонулуштары” семинарында (2018-2021жж.) (жетекчиси: УИА мүчө-корр., профессор Алымкулов К.А.); “Башкаруунун теориясы, топология жана оператордук теңдемелердин актуалдуу проблемалары” Эл аралык конференция (Бишкек, июнь, 2017); “Анализдин, дифференциалдык теңдемелердин жана алгебранын актуалдуу проблемалары” Эл аралык конференция (Нур-Султан, Казакстан, 10-19-октябрь, 2019-ж.); International Conference Advanced in Applied Mathematics, ICAAM 2021. (Индонезия, 29.04.2021); А.А.Бөрүбаевдин 70 жылдыгына арналган “Учурдагы математиканын көйгөйлөрү” Эл аралык конференция (Бишкек, 15-19 июнь, 2021-ж.); “Учурдагы илимдин интеграциясы” Евразиялык илимий бирикменин 76-Эл аралык илимий-практикалык конференциясы (Москва, 29-30 июнь 2021-ж).

**Диссертациянын темасы боюнча жарыяланган макалалар:** Диссертация боюнча алынган негизги жыйынтыктар 15 макалада жарыяланган, анын ичинде 11 макала РИНЦ системасында жарык көргөн. КР ЖАК тарабынан кабыл алынган баллдарды эсептөө шкаласына ылайык макалаларды жарыялоонун жыйынтыгы – 209 баллды түздү.

**Жумуштун структурасы жана көлөмү:** Жумуш мазмундан, шарттуу белгилөөлөр жана сүйлөмдөрдү кыскартып жазуудан, киришүү жана параграфтарга бөлүнгөн үч главадан, жыйынтыктан, 90 аталыштагы колдонулган адабияттардын тизмесинен турат. Диссертациянын көлөмү 114 бетти түзөт.

## ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

**Киришүүдө** теманын актуалдуулугу, диссертациянын темасынын илим-изилдөө темалар менен байланышы, изилдөөнүн максаттары жана маселелери, изилдөөнүн методдору, алынган жыйынтыктардын илимий жаңычылдыгы, диссертациялык жумуштун теориялык жана практикалык маанилүүлүгү, коргоого чыгарылган диссертациянын негизги жоболору жана жумуштун апробациясы берилген.

**Биринчи глава “АЛГАЧКЫ ИЗИЛДӨӨЛӨРГӨ СЕРЕП ЖАНА ИЗИЛДӨӨНҮН НЕГИЗГИ БАГЫТТАРЫ”** аталышта. Бул главада диссертациялык жумуш менен байланышкан СККДТ ( $R$ ) жана СККДТ ( $C$ ) ден кыскача маалыматтар берилди. Маалыматтар эки багытта келтирилди: Биринчи багытта СККДТ ( $R$ ), ал эми экинчи багытта СККДТ ( $C$ ) боюнча изилдөөлөр жана натыйжалар.

Биринчи глава эки параграфтан турат. **Биринчи параграф** СККДТ ( $R$ ) теориясындагы пределге өтүү, кичине параметр боюнча чечимдин асимптотикалык ажыралмасы, релаксациялык термелүүлөр боюнча материалдарды камтыйт.

Өзгөчө белгиленүүчү нерсе пределге өтүүдө, чечимди ажыратууда КТ бир гана чечимге ээ болгон учур каралган.

Релаксациялык термелүүлөр тең салмактуулук абалдардын туруктуулук шарттарында изилденген.

**Экинчи параграфта** СККДТ ( $C$ ) боюнча жүргүзүлгөн изилдөөлөрдүн жыйынтыгы келтирилген. СККДТ ( $R$ ) теориясында тең салмактуулук абалдын туруктуулугунун узартылышы кубулушун СККДТ ( $C$ ) ди кароо аркылуу далилдениши белгиленди. Сызыктуу жана сызыктуу эмес сымал СККДТ ( $C$ ) лер каралып, чектик катмар, чектик катмар сызыктар, регулярдык жана сингулярдык областар түшүнүктөрү киргизилген. Белгилей кетчү нерсе, каралган СККДТ ( $C$ ) тин КТ си бир гана чечимге ээ болот.

Айрым класстагы СККДТ ( $C$ ) жана системалар, КТ (системасы) эки (төрт) чечимге ээ болгон учурларды камтыган изилдөөлөр каралып, анализ жүргүзүлдү жана бул учурда берилген теңдемелердин жана системалардын чечимдеринин КТ (системанын) чечимине ТО жашашы гана далилденген. Ал эми жалпы учурда ТО жашашы, байланыштары каралбаган.

СККДТ ( $C$ ) боюнча сереп салуунун натыйжасында изилдөөнүн негизги багыттары белгиленди.

**Экинчи глава “БИРИНЧИ ТАРТИПТЕГИ ТЕҢДЕМЕНИН ЧЕЧИМДЕРИНИН ТАРТЫЛУУ ОБЛАСТАРЫ”.** Мында биринчи тартиптеги СККДТ ( $C$ ), КТ си бир нече чечимге ээ болгон учур каралды. СККДТ ( $C$ ) чечиминин КТ чечимине ТО түшүнүгү аныкталды. Кабыл алынган аныктамага ылайык, СККДТ ( $C$ ) чечиминин КТ нин бир чечимине ТО жашашы далилденди. ТО дун ортосундагы байланыш тургузулду жана ТО дун баштапкы маанилерден көз-карандылыгы изилденип, ТО дун “тарытылышы”, “кеңейтилиши” кубулуштар көрсөтүлдү. Алынган жыйынтыктарга мисалдар келтирилди.

Экинчи глава жети параграфтан турат.

**Биринчи параграфта** изилдөөнүн объектиси болгон биринчи тартиптеги

$$\varepsilon x'(t, \varepsilon) = f(t, x(t, \varepsilon)), \quad (1)$$

мында  $t \in \mathcal{D} \subset C$  жана  $\mathcal{D}$  – ачык, бир байламталуу, чектелген область; СККДТ( $C$ ) үчүн

$$x(t_0, \varepsilon) = x^0, t_0 \in \mathcal{D} \quad (2)$$

баштапкы маселе каралды. (1) теңдеменин оң жагы төмөнкү шартты канааттандырсын:

**Ш 1.**  $f(t, x) \in Q(H)$ , мында  $H$  – кандайдыр бир  $t, x$  өзгөрмөлөрдүн ачык областы болсун. Мында жана кийинки баяндоолордо  $Q(\mathcal{D} \vee H) - \mathcal{D}$  же  $H$  областында аналитикалык функциялардын мейкиндигин туюнтат.

$$f(t, \xi(t)) = 0 \quad (3)$$

козголбогон (1) ге салыштырмалуу) (кубулган) теңдеме (КТ)  $\xi(t) = \xi_j(t)$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$  чечимдерге ээ болсун жана төмөндөгү шарт аткарылсын:

**Ш 2.**  $\xi_j(t) \in Q(\mathcal{D}) (j = 1, 2, \dots, n)$ .

СККДТ( $C$ ) нин баштапкы шартты канааттандырган чечиминин КТ нин чечимине ТО түшүнүгү киргизилди:

**Аныктама 1.** Эгерде: 1.  $\mathcal{D}_k \subset \mathcal{D}$  областы жана (1)-(2) маселенин  $\mathcal{D}_k$  областында аныкталган  $x(t, \varepsilon)$  чечими жашасын. 2.  $\forall t \in \mathcal{D}_k$   $x(t, \varepsilon) \rightarrow \xi_k(t)$ , ( $\varepsilon$  боюнча) шарттар аткарылса,  $\mathcal{D}_k$  областын  $x(t, \varepsilon)$  чечимдин  $\xi_k(t)$  чечимине  $\varepsilon$  боюнча тартылуу областы деп атайбыз.

ТО жашоо маселесинин коюлушу: Кандай шарттарда (1)-(2) маселенин  $x(t, \varepsilon)$  чечими жашап жана бул чечимдин (3) теңдеменин  $\xi_k(t)$  чечимине, аныктамага ылайык,  $\mathcal{D}_k$  тартылуу областы жашайт?



Экинчи параграфта жаңы белгисиз функция киргизилип, берилген СККДТ (C) изилдөөгө ыңгайлуу түргө келтирилди жана айрым шарттар белгиленди.

$\{\xi_j(t)\}$  чечимдердин көптүгүнөн  $\xi_k(t)$  чечим алынган жана (1) теңдемеде жаңы белгисиз функция

$$x(t, \varepsilon) = \xi_k(t) + y_k(t, \varepsilon), \quad (4)$$

мында  $y_k(t, \varepsilon)$  – жаңы белгисиз функция; түрдө киргизилген

(4) (1) ге коюлуп, төмөндөгүдөй маселе алынды:

$$\varepsilon y'_k(t, \varepsilon) = f(t, \xi_k(t) + y_k(t, \varepsilon)) + \varepsilon \varphi_k(t), \quad (5)$$

$$y_k(t_0, \varepsilon) = y_k^0, y_k^0 = x^0 - \xi_k(t_0), \quad (6)$$

мында  $\varphi_k(t) \equiv -\xi'_k(t)$ .

(5) теңдемедеги  $f(t, \xi_k(t) + y_k)$  функцияны III 1 шартка ылайык төмөндөгүдөй түрдө жазууга болот (ыңгайлуулук үчүн белгисиз функциянын аргументтери жазылбаган)

$$\begin{aligned} f(t, \xi_k(t) + y_k) &= f'_x(t, \xi_k(t))y_k + \frac{1}{2!}f''_{x^2}(t, \xi_k(t))y_k^2 + \dots + \\ &+ \frac{1}{n!}f^{(n)}_{x^n}(t, \xi_k(t))y_k^n + \dots, \end{aligned}$$

мында  $f'_x, f''_{x^2}, \dots$  –  $f$  функциясынан  $x$  өзгөрмөсү боюнча алынган биринчи, экинчи тартиптеги ж.у.с. жекече туундуларды туюнтат.

$a_k(t) \equiv f'_x(t, \xi_k(t))$ ,  
 $g_k(t, y_k) \equiv \frac{1}{2!}f''_{x^2}(t, \xi_k(t))y_k^2 + \frac{1}{3!}f'''_{x^3}(t, \xi_k(t))y_k^3 + \dots + \frac{1}{n!}f^{(n)}_{x^n}(t, \xi_k(t))y_k^n + \dots$   
 белгилөөлөрдү киргизилди жана (5) – (6) маселе төмөндөгүдөй жазылды:

$$\varepsilon y'_k = a_k(t)y_k + g_k(t, y_k) + \varepsilon \varphi_k(t), \quad (7)$$

$$y_k(t_0, \varepsilon) = y_k^0. \quad (8)$$

Кийинки изилдөөлөрдө

$$|y_k^0| \leq M_1 \cdot \varepsilon$$

деп алуу жагы белгиленди. Мында жана кийинки баяндоолордо  $\varepsilon$  дон көз-каранды болбогон оң турактуулар  $M_1, M_2, \dots$  тамгалар аркылуу белгиленди.

**III 3.**  $\forall t \in \mathcal{D} (|f_z^{(m)}(t, \xi_k(t))| \leq M_2), m = 2, 3, \dots$

**III 4.**  $\forall t \in \mathcal{D} (Ima_k(t) > 0)$

шарттар орун алсын.

Комплекстик тегиздикте теңдемеге катышкан айрым аналитикалык функциялар аркылуу жаратылган гармоникалык функциялардын деңгээл сызыктары аркылуу  $\mathcal{D}$  областын топологиясы аныкталды.

Ал үчүн  $A_k(t) = \int_{t_0}^t a_k(s)ds$  функциясы каралган. Ш 1 шартка ылайык,  $A_k(t) \in Q(\mathcal{D})$  болот.  $t_0 = t_{10} + it_{20}$ ,  $t = t_1 + it_2$  деп алынган.

$A_k(t) \in Q(\mathcal{D})$  болгондуктан,  $ReA_k(t)$ ,  $ImA_k(t)$  функциялар  $\mathcal{D}$  областында гармоникалык болушат.

**Аныктама 2.**  $\{t \in \mathcal{D}, ReA_k(t) = p_k - const\}$  көптүктү  $ReA_k(t)$  функциянын деңгээл сызыгы деп аталат,  $(p_k)$  түрдө белгиленет.

$ImA_k(t)$  функциянын деңгээл сызыгы ушундай эле аныкталат.

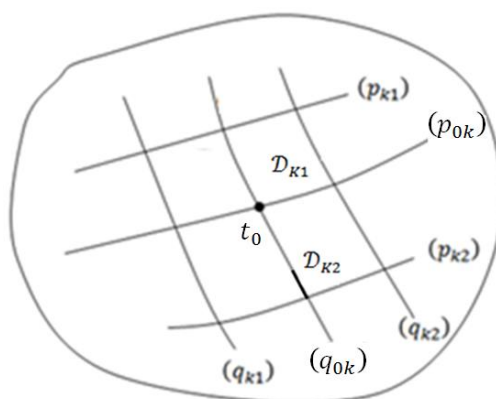
$$(p_k) = \{t \in \mathcal{D}, ReA_k(t) = p_k - const\},$$

(9)

$$(q_k) = \{t \in \mathcal{D}, ImA_k(t) = q_k - const\}$$

деңгээл сызыктар каралган. Ш 4 кө ылайык  $\mathcal{D}$  областында (9) деңгээл сызыктар жөнөкөй деңгээл сызыктар болушат, башкача айтканда  $\mathcal{D}$  областынын каалаган чекитинде деңгээл сызыктар бутактанбайт. Экинчи жактан,  $(p_k)$  жана  $(q_k)$  деңгээл сызыктар кесилиш чекиттеринде ортогоналдуу болушат.

Деңгээл сызыктарга мисалдар келтирилген.  $(p_k)$ ,  $(q_k)$  деңгээл сызыктарды колдонуу аркылуу областар аныкталды.



Сүрөт 1.  $P_k$  областын аныктоо

$\{(p_k)\}$ ,  $\{(q_k)\}$  көптүктөрдөн  $(p_{0k})$ ,  $(q_{0k})$ ,  $(p_{k1})$ ,  $(p_{k2})$ ,  $(q_{k1})$ ,  $(q_{k2})$ ,  $(p_{0k} = 0, q_{0k} = 0)$  сызыктарды алуу менен  $P_k$  областы аныкталды (Сүрөт 1).

**Эскертүү.** Ш 4 боюнча  $ReA_k(t)$  функциясы  $t_1 = const$  түз сызыгында  $t_2$  боюнча так монотондуу болгондуктан  $(q_{k1})$ ,  $(q_{k2})$  ордуна  $P_k$  областын түзүүдө  $t_1 = const$  түз сызыктарын колдонсо болот.  $(q_{0k})$  сызыктын ордуна

$$\{t \in D, t_1 = t_{10}, -\infty < \alpha_1 < t_2 < \alpha_2 < +\infty\}$$

түз сызык колдонулат.

$P_k$  областы  $(p_{0k})$  сызыгы аркылуу  $D_{k1}$  жана  $D_{k2}$  бөлүктөргө бөлүнөт.  $P_k = D_{k1} \cup (p_{0k}) \cup D_{k2}$  жана  $\forall t \in \mathcal{D}_{k1} (ReA_k(t) < 0)$ .

**Үчүнчү параграфта** биринчи тартиптеги СККДТ(C) баштапкы шартты канааттандырган чечиминин жашашы жана бул чечимдин КТ бир чечимине ТО нын жашашы жөнүндөгү теорема далилденди.

**Теорема 1** (Чечимдин жана тартылуу областынын жашашы).

Эгерде Ш 1 – Ш 4 аткарылса, анда  $\mathcal{D}_{k0} \subset \mathcal{D}$  областы жана бул областа аныкталган (7)-(8) маселенин  $y_k(t, \varepsilon)$  чечими жашап жана

$$\forall t \in \mathcal{D}_{k0} y_k(t, \varepsilon) \rightarrow 0, (\varepsilon \text{ боюнча})$$

катыш орун алат.

Теоремадан (4) белгилөөнү эске алсак, (1)-(2) маселенин  $x(t, \varepsilon)$  жана (3) теңдеменин  $\xi_k(t)$  чечими үчүн,  $\mathcal{D}_{k0}$  областында,  $x(t, \varepsilon) \rightarrow \xi_k(t)$  аткарылат.

Демек, аныктама 1 боюнча  $\mathcal{D}_{k0}$  тартылуу областы болоору келип чыгат.  $\mathcal{D}_{k0} = D_{k1} \cup (p_{0k})$ .

**Төртүнчү параграфта** ТОнын баштапкы маанилерден көз-карандылыгы изилденди. Бул көз-карандылык аркылуу ТО нын “кеңейтилиши” жана “тарытылышы” далилденди. Бул айтылгандар төмөнкү теорема аркылуу берилди:

**Теорема 2.** Ш 1 – Ш 4 аткарылсын. Эгерде:

$\tilde{t}_0 \in \mathcal{D}_{k2}$  болсо, анда  $\mathcal{D}_{k1}$  областы кандайдыр бир  $\tilde{\mathcal{D}}_{k1}$  областына чейин кеңейет, башкача айтканда  $\mathcal{D}_{k1} \subset \tilde{\mathcal{D}}_{k1}$ ;  $\tilde{t}_0 \in \mathcal{D}_{k1}$  болсо, анда  $\mathcal{D}_{k1}$  кандайдыр  $\tilde{\tilde{\mathcal{D}}}_{k1}$  областына чейин тарыйт, башкача айтканда  $\tilde{\tilde{\mathcal{D}}}_{k1} \subset \mathcal{D}_{k1}$ .

**Бешинчи параграфта** бир эле баштапкы мааниде СККДТ(C) түрдүү чечимдеринин КТ нин чечимдерине ТО нын өз ара байланыштары каралды. Өз ара байланыш алардын жалпы бөлүгүнүн жашашын далилдөө аркылуу орнотулду.

Изилдөөнүн башкы маселеси катары бул областардын жалпы бөлүгүнүн жашоосу алынды, башкача айтканда кандай шарттарда  $\bigcap_{k=1}^n \mathcal{D}_{k0} = \mathcal{D}_0$  жашоо маселеси коюлду.

Алгач,  $k = 1, 2$  болгон учурлары алынды.  $(\tilde{p}_{10})$ ,  $(\tilde{p}_{20})$  деңгээл сызыктары каралды,  $(\tilde{p}_{10})$  жана  $(\tilde{p}_{20})$  сызыктары  $t_0$  чекити аркылуу өтөт. Бул эки сызык жөнүндө башка маалымат жок.

Бул деңгээл сызыктардын жайгашуусуна ачык-айкындыкты киргизүү максатында төмөндөгү шарт коюлду:

**Ш 5.**  $\forall t \in \mathcal{D} ((\tilde{p}_{10}) \text{ жана } (\tilde{p}_{20}) \text{ сызыктар } t_0 \text{ чекитинен башка жалпы чекитке ээ болбосун}).$

Бул шартка ылайык  $t_0$  чекитинде  $(\tilde{p}_{10})$ ,  $(\tilde{p}_{20})$  сызыктар кесилишет же жалпы жанымага ээ болушу мүмкүн. Төмөнкү теорема далилденди:

**Теорема 3.** Ш 1 – Ш 5 шарттар аткарылса,  $\mathcal{D}_{10} \cap \mathcal{D}_{20} = \mathcal{D}_0$  жашайт.

**Алтынчы параграфта** СККДТ( $C$ ) мисалында ТО дын жалпы бөлүгү ийри сызык болгон учур каралды.

$$\varepsilon x'(t, \varepsilon) = a(t) x(t, \varepsilon) + x^2(t, \varepsilon) + \varepsilon \varphi(t) \quad (10)$$

теңдеме

$$x(t_0, \varepsilon) = x^0, \quad |x^0| \leq M_1 \varepsilon, \quad (11)$$

баштапкы шартта каралды, мында  $t \in \mathcal{D} \subset C$  жана  $\mathcal{D}$  – бир байламталуу, ачык, чектелген област.

(10) теңдеменин КТ си

$$\begin{aligned} a(t)\xi(t) + \xi^2(t) &= 0 \\ \xi_1(t) &\equiv 0, \quad \xi_2(t) = -a(t) \end{aligned} \quad (12)$$

чечимдерге ээ болот.

Алгач эки ТО тын жашашы далилденди. Андан кийин алардын жалпы бөлүгү ийри сызык болоору көрсөтүлдү.

Эгерде (10) теңдеменин түрдүүчө баштапкы маанилердеги чечимдерин жана КТ нин бир гана  $\xi_1(t) \equiv 0$  же  $\xi_2(t) = -a(t)$  чечимин карай турган болсок, ТО кеңейишине же тарышына ээ болобуз. Жыйынтыгында ар кандай баштапкы маанилерде бул тартылуу областардын өз ара байланыштары көсөтүлдү.

**Жетинчи параграфта** КТ си үч чечимге ээ болгон СККДТ( $C$ ) эки мисалы каралды. Биринчи мисалда

$$\varepsilon x'(t, \varepsilon) = x(t, \varepsilon) - x^3(t, \varepsilon) + \varepsilon \varphi(t) \quad (13)$$

теңдемеси

$$x(0, \varepsilon) = x^0, \quad |x^0| \leq M_1 \varepsilon, \quad (14)$$

баштапкы шарты менен каралган, мында

$$t \in \mathcal{D}, \quad \mathcal{D} = \{t \in C, -\alpha < t_1 < \alpha, -\beta < t_2 < \beta, \alpha, \beta \in R\},$$

$\varphi(t) \in Q(\mathcal{D})$ .

(13) теңдеменин КТ си

$$\xi(t) - \xi^3(t) = 0.$$

Бул теңдеме

$$\xi_1(t) \equiv 0, \quad \xi_2(t) = 1, \quad \xi_3(t) = -1$$

чечимдерге ээ болот.

ТО ды жашоо маселеси коюлуп, СККДТ( $C$ ) нин чечимдеринин КТ нин чечимдерине тартылуу областарынын жашашы далилденди. Андан кийин бул ТО дын өз ара байланыштары каралды. Натыйжада

эки ТО тын дал келээри жана алардын дагы бир ТО менен жалпы бөлүгү кесинди болоору далилденди.

Экинчи мисалда

$$\varepsilon x'(t, \varepsilon) = (x(t, \varepsilon) - a_1)(x(t, \varepsilon) - a_2)(x(t, \varepsilon) - a_3) + \varepsilon \varphi(t) \quad (15)$$

теңдемеси

$$x(0, \varepsilon) = x^0 \quad (16)$$

баштапкы шарты менен каралды, мында  $a_1, a_2, a_3 \in C$ ,  $\varphi(t) \in Q(\mathcal{D})$ ,

$$\mathcal{D} = \{t \in C, -\alpha \leq t_1 \leq \alpha, -\beta \leq t_2 \leq \beta, \alpha, \beta \in R^+\}.$$

(2.7.9) теңдеменин КТ си

$$\xi_1 = a_1, \xi_2 = a_2, \xi_3 = a_3 \quad (17)$$

чечимдерге ээ болот.

(15)-(16) маселенин чечиминин (17) чечимдерге ТО жашашын жана алардын байланыштарын кароо маселеси коюлган.

(15) теңдеменин (16) шарттагы чечиминин КТ нин үч чечимине үч ТО ын жана алардын жалпы бөлүгүнүн жашашы далилденди.

**Үчүнчү глава “БИРИНЧИ ТАРТИПТЕГИ ТЕҢДЕМЕЛЕРДЕН ТУРГАН СИСТЕМАНЫН ЧЕЧИМДЕРИНИН ТАРТЫЛУУ ОБЛАСТАРЫ”** деп аталат, мында биринчи тартиптеги бир нече теңдемеден турган СККДТ(C) системасы, теңдемелер системасына тиешелеш болгон КТ системасы бир нече чечимдерге ээ болгон шартында каралды. СККДТ(C) системасынын чечиминин КТ системасынын чечимине ТО нын жашашы жана баардык ТО дын жалпы бөлүгүнүн жашашы далилденди. КТ системасы бир нече чечимге ээ болгон СККДТ(C) системанын мисалында СККДТ(C) системасынын чечиминин КТ системанын айрым чечимдерине гана ТО дын жашашы көрсөтүлдү.

Үчүнчү глава алты параграфтан турат.

**Биринчи параграфта** жалпы маселе коюлду.

$$\varepsilon x'_k(t, \varepsilon) = f_k(t, x_1(t, \varepsilon), x_2(t, \varepsilon), \dots, x_n(t, \varepsilon)), k = 1, \dots, n \quad (18)$$

теңдемелер системасы

$$x_k(t_0, \varepsilon) = x_k^0 \quad (19)$$

баштапкы шарты менен берилсин.

$t \in \mathcal{D} \subset C$  жана  $\mathcal{D}$  – бир байламталуу, ачык жана чектелген област.

**Ш 6.**  $f_k(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \in Q(H)$  ( $k = 1, \dots, n$ ), мында  $H$  –  $(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$  өзгөрмөлөрдүн кандайдыр бир областы; аткарылсын.

(18) ден  $\varepsilon = 0$  деп алсак,

$$f_k(t, \xi_1(t), \dots, \xi_n(t)) = 0, k = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

КТ системасына ээ болобуз.

(20) теңдемелер системасы

$$\xi_1(t) = (\xi_{11}(t), \dots, \xi_{1n}(t)), \dots, \xi_{m_0}(t) = (\xi_{m_01}(t), \dots, \xi_{m_0n}(t)) \quad (21)$$

$m_0$  чечимге ээ болсун.

$\xi_j(t) \in \{\xi_1(t), \dots, \xi_{m_0}(t)\}$  болсун.

**Аныктама 3.** Эгерде  $\mathcal{D}_0 \subset \mathcal{D}$  областы,  $\mathcal{D}_0$  областында аныкталган (18)-(19) маселенин  $x(t, \varepsilon)$  чечими жашап,  $\forall t \in \mathcal{D}_0$   $(x(t, \varepsilon) \rightarrow \xi_j(t))$  болсо, анда  $\mathcal{D}_0$  областы  $x(t, \varepsilon)$  чечимдин  $\xi_j(t)$  чечимге ТО деп аталат.

Кандай шартта (18)-(19) маселенин  $x(t, \varepsilon)$  чечими жашайт жана бул чечимдин  $\xi_j(t)$  чечимге ТО жашайбы деген маселе коюлду.

**Экинчи параграфта** маселенин чечилиши үчүн зарыл болгон системаны өзгөртүп түзүүлөр жүргүзүлдү жана айрым шарттар келтирилди.

Тиешелүү өзгөртүп түзүүлөрдөн кийин (18)-(19) маселеси төмөнкү маселеге келтирилди:

$$\varepsilon z_j' = \Lambda_j(t)z_j + G_j(t, z_j) - B_0(t)z_j + \varepsilon \varphi_{j0}(t), \quad (22)$$

$$z_j(t_0, \varepsilon) = z_j^0 = B^{-1}(t_0)y_j(t_0, \varepsilon) = B^{-1}(t_0)(x(t_0, \varepsilon) - \xi_j(t_0)) \quad (23)$$

(23) тө

$$\|z_j(t_0, \varepsilon)\| \leq M_1 \varepsilon, \Lambda(t) = \text{diag}(\lambda_{j1}(t), \dots, \lambda_{jn}(t)).$$

Бекемделген  $j$  үчүн  $\Lambda_j(t) = \text{diag}(\lambda_1(t), \dots, \lambda_n(t))$  деп алынды.

Төмөнкү шарттар аткарылсын:

**Ш 7.**  $\Lambda_j(t) \in Q(\mathcal{D}), B_0(t) \in Q(\mathcal{D}), \varphi_{j0}(t) \in Q(\mathcal{D}),$

$$\forall t \in \mathcal{D} (\text{Im} \lambda_m(t) > 0, m = 1, \dots, n).$$

**Ш 8.**  $G_j(t, z_j) \in Q(H_0)$ , мында

$$H_0 = \{t \in \mathcal{D}, \|z_j\| \leq \delta, 0 < \delta < 1\};$$

$$\forall (t, z_j) \in H_0 (\|G_j(t, z_j)\| \leq M_2 \|z_j\|^2; )$$

$$\forall (t, \tilde{z}_j), (t, \tilde{\tilde{z}}_j) \in H_0 (\|G_j(t, \tilde{z}_j) - G_j(t, \tilde{\tilde{z}}_j)\| \leq M_3 \|\tilde{z}_j - \tilde{\tilde{z}}_j\| \max(\|\tilde{z}_j\|, \|\tilde{\tilde{z}}_j\|)).$$

**Үчүнчү параграфта** СККДТ (C) системасына катышкан аналитикалык функциялар аркылуу аныкталган гармоникалык функциялардын деңгээл сызыктарын колдонуу менен комплекстик тегиздикте областарды түзүүлөр аткарылды. Бул маселени чечүүдө негизги орун  $\lambda_1(t), \lambda_2(t), \dots, \lambda_n(t)$  функцияларына таандык. Бул функциялардын жардамында

$$F_m(t) = \int_{t_0}^t \lambda_m(\tau) d\tau,$$

функциялар аныкталат. Ш 2 ге ылайык  $F_m(t) \in Q(\mathcal{D})$  жана  $\text{Re} F_m(t), \text{Im} F_m(t)$  функциялар  $\mathcal{D}$  областында гармоникалык болушат.

$\forall t \in \mathcal{D} (\text{Im} \lambda_m(t) > 0)$  шартты эске алсак,  $\text{Re} F_m(t), \text{Im} F_m(t)$  функциялар аркылуу аныкталган

$$(p_m) = \{t \in \mathcal{D}, \text{Re} F_m(t) = p_m - \text{const}\},$$

$$(q_m) = \{t \in \mathcal{D}, \text{Im} F_m(t) = p_m - \text{const}\}$$

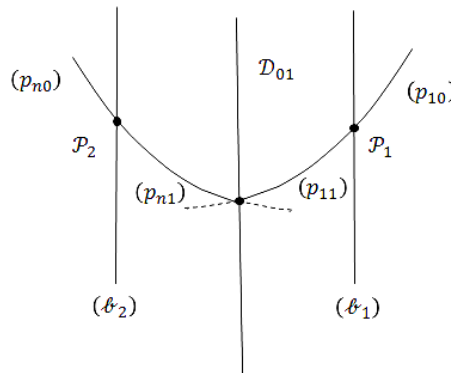
деңгээл сызыктар  $\mathcal{D}$  областында бутактануучу чекитке ээ болбойт.  $\mathcal{D}$  областынын каалаган чекити аркылуу бир гана  $(p_m)$ ,  $(q_m)$  деңгээл сызык өтөт. Кесилиш чекитинде бул деңгээл сызыктар ортогоналдуу болушат.

Областарды түзүүгө мисалдар келтирилди.

Төмөнкү шарттар коюлду:

**Ш 9.**  $\mathcal{D}$  областында  $(p_{m0}) = \{t \in \mathcal{D}, \operatorname{Re} F_m(t) = \operatorname{Re} F_m(t_0) = 0\}$  деңгээл сызыктар  $t_0$  чекитинен башка жалп чекиттерге ээ болбосун.

Ш 7, Ш 9 негизинде  $\mathcal{D}_{01}$  областы аныкталды (сүрөт 2).



Сүрөт 2.  $\mathcal{D}_{01}$  областын аныктоо

**Ш 10.**  $\frac{d\operatorname{Re} F_m(t_1 + ih_1(t_1))}{dt_1} < 0, m = 2, \dots, n, t_{10} \leq t_1 \leq \alpha_2,$

$\frac{d\operatorname{Re} F_m(t_1 + ih_n(t_1))}{dt_1} < 0, m = 1, \dots, n - 1; \alpha_1 \leq t_1 \leq t_{10}, \alpha_1, \alpha_2$  -

кандайдыр бир турактуулар,  $t_0 = t_{10} + it_{20}, t_2 = h_1(t_1), t_{10} \leq t_1 \leq \alpha_2$  үчүн  $(p_{11})$  дин,  $t_2 = h_n(t_1), \alpha_1 \leq t_1 \leq t_{10}$  үчүн  $(p_{n1})$  дин теңдемеси;  $(p_{m1}) = \{t \in \mathcal{D}, \operatorname{Re} F_m(t) = \operatorname{Re} F_m(t_0) = 0\} \subset (p_{m0}), m = 1, n;$  шарт коюлган.

### Төртүнчү параграфта

(22)-(23) маселенин чечиминин ТО нын жашашы жөнүндөгү маселеси каралды. Маселенин чечилиши төмөндөгү теорема аркылуу аныкталды.

**Теорема 4** (ТО нын жашашы). Ш 6 – Ш 10 аткарылсын. Анда  $\mathcal{D}_{01} \subset \mathcal{D}$  областы жана бул областа аныкталган (22)-(23) маселенин  $z_j(t_0, \varepsilon)$  чечими жашап,

$$\forall t \in \mathcal{D}_{01} (z_j(t, \varepsilon) \rightarrow 0 \text{ } \varepsilon \text{ боюнча})$$

орун алат.

Бул теоремадан (18) системанын  $\|x(t_0, \varepsilon) - \xi_j(t_0)\| \leq M_{10}\varepsilon$  шартты канааттандырган  $x(t, \varepsilon)$  чечиминин  $\mathcal{D}_{01}$  областында жашашы

жана  $\mathcal{D}_{01}$  областы бул чечимдин  $\xi_j(t)$  чечимге ТО болоору келип чыгат.

**Бешинчи параграфта** СККДТ( $C$ ) системанын чечимдеринин КТ системанын кандайдыр бир чечимдерине ТО дын жалпы бөлүгүнүн жашашы далилденди.

**Алтынчы параграфта** КТ системасы бир нече чечимге ээ болгон СККДТ( $C$ ) системасынын мисалы каралды.

$$\varepsilon x'_k(t, \varepsilon) = a_k(t)x_k(t, \varepsilon) + x_k^2(t, \varepsilon) + \varepsilon f_k(t, x_1, \dots, x_n), \quad (24)$$

$$k = 1, \dots, n,$$

система

$$x_k(t_0, \varepsilon) = x_k^0 \quad (25)$$

баштапкы шарты менен каралды, мында  $t_0, t \in \mathcal{D} \subset C$  жана  $\mathcal{D}$  – ачык, чектелген, бир байламталуу область.

Төмөнкү шарттар аткарылсын:

**Ш 11.**  $a_k(t) \in Q(\mathcal{D})$  жана  $\forall t \in \mathcal{D} (Ima_k(t) > 0)$ ,  $k = 1, \dots, n$ .

**Ш 12.**  $f_k(t, x_1, \dots, x_n) \in Q(H)$ ,  $H - t, x_1, \dots, x_n$  өзгөрмөлөрдүн ачык, чектелген бир байламталуу областы.

(24) системанын КТ системасы төмөндөгүдөй көрүнүштө болот:

$$a_k(t)\xi_k(t) + \xi_k^2(t) = 0, \quad k = 1, \dots, n. \quad (26)$$

(26) система  $2^n$  чечимге ээ болоору далилденет. Андан кийин (24) – (25) маселенин чечимдеринин (26) КТ системанын чечимдерине ТО нын жашашы далилденген. Бул мисал аркылуу СККДТ( $C$ ) системанын чечимдеринин КТ системанын  $2n$  гана чечимдерине ТО дын жашашы далилденди.

## КОРУТУНДУ

Бул жумушта КТ (КТ системасы) бир нече чечимге ээ болгон биринчи тартиптеги СККДТ( $C$ ) жана бир нече чечимге ээ болгон биринчи тартиптеги СККДТ( $C$ ) дин системасы каралды. СККДТ( $C$ ) чечиминин КТ чечимине ТО түшүнүгү киргизилди. ТО дын жашашын далилдөө жана алардын ортосундагы байланыштарды орнотуу негизги маселе катары коюлду.

Изилдөөлөрдүн натыйжасында төмөндөгүдөй жыйынтыктар алынды:

1. СККДТ( $C$ ) (системанын) чечиминин КТ (системанын) чечимине ТО түшүнүгү киргизилди.
2. ТО дын жашашы жөнүндөгү маселени чечүү үчүн СККДТ( $C$ ) ге катышкан аналитикалык функциялар тарабынан жаратылган гармоникалык функциялардын деңгээл сызыктары колдонулду:



- Деңгээл сызыктардын жардамында комплекстик тегиздиктеги каралган областар топологиясы аныкталды;
  - Деңгээл сызыктардын жардамында областар бөлүктөргө бөлүнүп, айрым касиеттер боюнча кээ бир бөлүктөр тандалды;
  - Тандалган айрым бөлүктөрдүн жалпы бөлүгүнүн жашоо шарттары келтирилди;
  - Областы бөлүү, айрым бөлүктөрдү тандоо, тандалган бөлүктөрдүн жалпы бөлүгүнүн жашашы мисалдар аркылуу сүрөттөлдү.
3. СККДТ(С) (системанын) чечиминин КТ нин бир чечимине ТО нын жашашы жалпы учурда далилденди:
    - Далилдөөдө гармоникалык функциялардын деңгээл сызыктары аркылуу аныкталган областар колдонулду;
    - Чечимдин жашашын далилдөө мейкиндикти өзүнө – өзүн чагылдыруу принциби боюнча жүргүзүлдү.
  4. ТО тын баштапкы мааниден көз-карандылыгы изилденип, ТО тын “кеңейтилиши”, “тарытылышы” кубулуштар табылды.
  5. Ар түрдүү баштапкы маанилерде ТО дын байланыштары каралды.
  6. Жалпы учурда ТО дын жалпы бөлүгүнүн жашашы далилденди.
  7. Буга чейинки изилдөөлөрдө алынган натыйжалар жалпыланды.

## ПРАКТИКАЛЫК СУНУШТАР

Алынган жыйынтыктарды төмөнкү багыттарда улантса болот:

- Бул жумушта иштелип чыгылган методду, деңгээл сызыктарды аныктаган гармоникалык функцияларды жараткан аналитикалык функциялар эселүү нөлдөргө, полюстарга ээ болгон учурларга колдонуу;
- ТО да СККДТ(С) дин (системалардын) чечимдерин кичине параметр боюнча ажыралмасын тургузуу;
- Баштапкы маанилер областын чек араларында берилген учурда ТО дын жашашы.

## ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. **Нарымбетов, Т.К.** Покрытие областей в  $R^2$  [Текст] / К.С. Алыбаев, Т.К. Нарымбетов // Вестник ЖАГУ. – 2019. – №3 (42). – С. 133-142.
2. **Нарымбетов, Т.К.** Аналитические функции комплексного переменного с параметрами [Текст] / К.С. Алыбаев,

- Т.К. Нарымбетов // Международный научно-исследовательский журнал. – 2019. – № 12 (90). – С. 6-12.
3. **Нарымбетов, Т.К.** Сингулярно возмущенные уравнение первого порядка при нарушении устойчивости точки покоя [Текст] / К.С. Алыбаев, Т.К. Нарымбетов // Наука, новые технологии и инновации кыргызстана. – Бишкек, 2019. – №12. – С. 49-53.
  4. **Нарымбетов, Т.К.** Asymptotic analysis of solutions of systems of three singularly perturbed first-order equations [Текст] / К.С. Алыбаев, Т.К. Нарымбетов.// Вестник Института математики НАН КР, Бишкек 2020, №1, стр. 46-55.
  5. **Нарымбетов, Т.К.** Boundary lines for attraction areas. [Текст] / К.Б. Тампагаров, А.Б. Мурзабаева, Т.К. Нарымбетов // Вестник Института математики НАН КР. – Бишкек, 2020. – №1. – С. 55-58.
  6. **Нарымбетов, Т.К.** Асимптотический анализ решений слабо нелинейных сингулярно возмущенных уравнений первого порядка в комплексных областях [Текст] / К.С. Алыбаев, Т.К. Нарымбетов // Вестник Ошского государственного университета: Серия «Физика, математика, информационные технологии, экономика, технические науки». – Ош, 2020. – №1. – С. 96-103.
  7. **Нарымбетов, Т.К.** Пограничные линии аналитических функций с параметром [Текст] / К.С. Алыбаев, Т.К. Нарымбетов // Международный научно-исследовательский журнал. – 2020. – №12 (102), часть 1. – С. 9-14.
  8. **Нарымбетов, Т.К.** Анализ исследований сингулярно возмущенных уравнений в комплексных областях [Текст] / Т.К. Нарымбетов // Вестник Ошского государственного университета. – Ош, 2021. – №1 (1). – С. 74-89.
  9. **Нарымбетов, Т.К.** Asymptotic analysis of solutions to singularly perturbed equations by the method of covering [Текст] / Т.К. Нарымбетов // International Conference Advanced in Applied Mathematics. – Icaam, 2021.
  10. **Нарымбетов, Т.К.** Области притяжения решений невозмущенных систем уравнений [Текст] / К.С. Алыбаев, Т.К. Нарымбетов // Вестник ЖАГУ. – 2021. – №1 (46). – С. 5-8.
  11. **Нарымбетов, Т.К.** Существование общих областей притяжения решений сингулярно возмущенных уравнений [Текст] / Т.К. Нарымбетов // Вестник ЖАГУ. – 2021. – №1 (46). – С. 9-13.
  12. **Нарымбетов, Т.К.** Взаимосвязь областей притяжений и их зависимость от начальных значений [Текст] / Т.К. Нарымбетов // Евразийское научное объединение: “Интеграция науки в

- современном мире” 76я Международная научная конференция. – 2021. – С. 45-48.
13. **Нарымбетов, Т.К.** Области притяжения решений сингулярно возмущенных уравнений при различных значениях [Текст] / К.С. Алыбаев, Т.К. Нарымбетов // Евразийское научное объединение: “Интеграция науки в современном мире” 76я Международная научная конференция. – 2021. – С. 1-6.
  14. **Нарымбетов, Т.К.** Гармоникалык функциялардын деңгээлин сызыктарын колдонуу аркылуу комплекстик тегиздикте областарды түзүү [Текст] / Т.К. Нарымбетов // Вестник ЖАГУ. – 2021. – № 2 (47). – С. 11-15.
  15. **Нарымбетов, Т.К.** Гармоникалык функциялардын деңгээл сызыктарына мисалдар [Текст] / Т.К. Нарымбетов // Вестник ЖАГУ. – 2021. – № 2 (47). – С. 16-20.

**Нарымбетов Талантбек Канатбековичтин “Сингулярдык  
козголгон теңдемелердин чечимдеринин тартылуу областарынын  
жашашы жана байланышы” деген темада 01.01.02 –  
дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана  
оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математика  
илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу  
үчүн жазылган диссертациясынын**

**РЕЗЮМЕСИ**

**Урунттуу сөздөр:** сингулярдык козголгон жана козголбогон теңдемелер, аналитикалык жана гармоникалык функциялар, тартылуу областы, деңгээл сызыктар, тартылуу областынын жалпы бөлүгү, кеңейтилиши, тарытылышы.

**Изилдөөнүн объектиси:** Бир нече чечимге ээ болгон козголбогон теңдеме жана алардын системасы. Аналитикалык функциялуу сингулярдык козголгон кадимки дифференциалдык теңдемелер жана алардын системалары.

**Изилдөөнүн максаты:** Сингулярдык козголгон теңдеменин (системанын) чечимдеринин жана козголбогон теңдемелердин (системалардын) чечимдеринин ортосундагы байланышын тартылуу областы аркылуу аныктоо жана тартылуу областардын жашашын жалпы учурда далилдөө, алардын өз ара байланыштарын тургузуу.

**Изилдөө методдору:** Гармоникалык функциялардын деңгээл сызыктарына негизделген топологиялык, мейкиндикти өзүнө-өзүн чагылдыруу жана удаалаш жакындаштыруу методдору.

**Изилдөөнүн илимий жаңылыгы жана теориялык маанилүүлүгү:** Комплекстик тегиздиктеги кадимки дифференциалдык теңдемелердин (системалардын) жана козголбогон теңдемелердин (системалардын) чечимдеринин ортосундагы байланыш – тартылуу областы түшүнүгү аркылуу аныкталды. Топологиялык методдорду колдонуу аркылуу тартылуу обласынын жашашы жана алардын ортосундагы байланыштар орнотулду. Диссертацияда иштелип чыгылган методдорду комплекстик тегиздикте сингулярдык козголгон кадимки дифференциалдык теңдемелерди изилдөөлөрдө жана алардын чечимдеринин асимптотикасын тургузууда колдонсо болот.

**Изилдөөнүн практикалык мааниси:** Алынган жыйынтыктар козголуу, термелүү, автоматтык башкаруу жана жөндөө, электротехника, радиотехника, гидродинамикадагы түрдүү абалдагы процесстерди изилдөөдө колдонулушу мүмкүн.

## РЕЗЮМЕ

**диссертации Нарымбетова Талантбека Канатбековича та тему:  
“Существования и связи областей притяжений решений  
сингулярно возмущенных уравнений” на соискание ученой  
степени кандидата физико-математических наук по специальности  
01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и  
оптимальное управление**

**Ключевые слова:** сингулярно возмущенное и невозмущенное уравнения, аналитические и гармонические функции, область притяжения, линии уровня, общая часть области притяжения, расширение, сужение.

**Объект исследования:** Сингулярно возмущенные обыкновенные дифференциальные уравнения и их системы с аналитическими функциями, вырожденные уравнения и системы, которые имеют несколько решений.

**Цель исследования:** Определить связь между решениями сингулярно возмущенного уравнения (системы) и невозмущенного уравнения (системы) через область притяжения и доказать существование областей притяжения в общем случае, установление взаимосвязи между ними.

**Методы исследования:** Топологические методы, основанные на линиях уровней гармонических функций и метод отображения пространство в себя, последовательных приближений.

**Научная новизна и теоретическая значимость исследования:** С помощью понятие области притяжения определена связь между решениями сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений (систем) и невозмущенных уравнений (систем) в комплексной плоскости. С применением топологических методов установлено существование области притяжения и связи между ними. Разработанные в диссертации методы могут быть использованы для исследования сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений в комплексной плоскости и построения асимптотики решений.

**Практическая значимость исследования:** Полученные результаты могут быть использованы при исследовании процессов различного состояния в возмущении, колебании, автоматического управления и регулирования, в электротехнике, радиотехнике, гидродинамике.

## SUMMARY

**Narymbetov Talantbek Kanatbekovich's dissertations on the topic: “The existence and connections of the domains of attraction of solutions of singularly perturbed equations” for the degree of candidate of physical and mathematical sciences in specialty 01.01.02 - differential equations, dynamic systems and optimal control**

**Key words:** singularly perturbed, unperturbed equation, analytical and harmonic functions, region of attraction, level lines, common part of the region of attraction, expansion, contraction.

**Object of research:** Singularly perturbed ordinary differential equations and systems with analytic functions, degenerate equations, systems of which have several solutions.

**Purpose of the research:** To determine the connection between the solutions of the singularly perturbed equation (system) and solutions to the unperturbed equation (system) through the domain of attraction and to prove the existence of domains of attraction in the general case, establishing the relationship between them.

**Research methods:** Topological methods and based on the level lines of harmonic functions and the method of mapping space into itself, successive approximations.

**Scientific novelty and theoretical significance of the research:** Using the concept of the domain of attraction, the relationship between solutions of ordinary singularly perturbed differential equations (systems) and solutions of unperturbed equations (systems) in the complex plane is determined. Using topological methods, the existence of a region of attraction and a connection between them have been established. The methods developed in the thesis can be used to study ordinary differential equations in the complex plane and to construct the asymptotics of solutions.

**Practical significance of the research:** The results obtained can be used in the study of processes of various states in disturbance, oscillation, automatic control and regulation, in electrical engineering, radio engineering, hydrodynamics.





Басмага берилди: 4.01.2022

Көлөмү: 1,5 б.т.  
Форматы 60х90 1/16.

Буйрутма №7  
Нускасы 50 даана.

---

“Кыргызбай ажы” компьютердик кызматы.  
Жалал-Абад ш. Чехова к.