НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Диссертационный совет Д.05.11.030

На правах рукописи
УДК 004.942

РАМАТОВ КУБАНЫЧ САДИНОВИЧ

РАЗРАБОТКА МЕТОДА ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ ГРАНИЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Специальность (шифр) – 05.13.18
«Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ»

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Бишкек – 2013

Работа выполнена в Институте автоматики и информационных технологий Национальной академии наук Кыргызской республики и на кафедре программного обеспечения компьютерных систем Кыргызского государственного технического университета им. И.Раззакова

Научный руководитель	**- доктор технических наук** **Исмаилов Бактыбек Искакович**
Официальные оппоненты	**- доктор физико-математических наук** **Сатыбаев Абдуганы Джунусович** **- кандидат технических наук** **Бочкарев Александр Иванович**
Ведущая организация	**- Кыргызский государственный университет строительства, транспорта и архитектуры им. Н.Исанова**

Защита состоится «20» сентября 2013 г. в «10^{00}» часов на заседании диссертационного совета Д.05.11.030 при Институте автоматики и информационных технологий Национальной академии наук Кыргызской Республики по адресу: 720071, г. Бишкек, просп. Чуй, 265, ауд. 118.

С диссертацией можно ознакомиться в Институте автоматики и информационных технологий Национальной академии наук Кыргызской Республики

Автореферат разослан «____»__________ 2013 г.

Ученый секретарь Диссертационного совета
Д.05.11.030, д.т.н., с.н.с. И.В. Брякин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Решение различных горнотехнических задач, связанных с разработкой полезных ископаемых или проведением горных работ, сводится к исследованию деформируемости породных массивов, а также к расчету и использованию их деформационных характеристик.

Породные массивы Кыргызстана, территорию которого более чем на 90 процентов составляют горы, находятся в сложных горно-геологических условиях, отличающихся крайне невыдержанными элементами залегания, разнообразием возраста и физических свойств с высокими сейсмичностью и уровнем естественного поля напряжений.

При проведении горных работ происходит перераспределение напряжений в массиве в зависимости от форм и размеров выработки, глубины залегания, геологии вмещающих горных пород, физико-механических характеристик породного массива, тектоники и рельефа. Сложность горно-геологических и горнотехнических условий, большое их разнообразие и отсутствие комплексных методов оценки свойств и состояния породного массива сказываются на технико-экономических показателях проходки и эксплуатации горных выработок.

В этих условиях прогнозирование напряженно-деформированного состояния (НДС) массива в динамике ведения горных работ в условиях высокогорья становится важнейшей проблемой для горнодобывающей промышленности, гидротехнического и дорожного строительства.

В настоящее время, несомненным предпочтением пользуются широко известные численные модели решения геомеханических задач – методы конечных разностей (МКР), конечных элементов (МКЭ) и граничных элементов.

Метод граничных элементов (МГЭ), который иногда называют методом граничных интегральных уравнений (ГИУ), показывает свои большие преимущества перед другими подходами из-за малой трудоемкости разработки и эксплуатации.

При использовании существующих численных методов возникает ряд проблем. Это касается, во-первых, отсутствия возможности учета различных структурно-механических особенностей массивов горных пород, во-вторых, большого объема входных данных, формирования и решения системы из чрезмерно большого количества линейных алгебраических уроавнений. Первый фактор является причиной того, что, во многих случаях, в качестве рассматриваемого массива выбирается упрощенная идеализированная модель, не имеющая определяющих свойств реального породного массива. Вторая же проблема ведет к увеличению времени формирования и ввода исходных данных, а также потере точности получаемых результатов и снижению быстродействия процесса решения задачи. Создаваемые таким образом информационные технологии имеют низкий функционально-технический уровень и сложны в эксплуатации.

Связь темы диссертации с крупными научными программами (проектами) и основными научно-исследовательскими работами. Исследования и разработки, представленные в диссертации, выполнены в соответствии с планами НИР Института автоматики и информационных технологий НАН КР и кафедры ПОКС КГТУ им. И. Раззакова.

Объектом исследования в данной работе является массив горных пород с естественным полем напряжений, обладающий структурно-механическими особенностями и подверженный различным воздействиям при проведении горных работ.

В качестве **предмета исследования** рассматривались методы определения НДС массива горных пород вокруг горных выработок.

Цель и задачи исследования. Целью настоящей работы является разработка эффективного метода решения задач горной геомеханики с применением гранично-элементного (ГЭ) моделирования, простого в использовании, учитывающего основные структурно-механические особенности массивов горных пород и обладающего высокими техническими возможностями.

Для достижения поставленной цели были сформулированы и решены следующие **основные задачи:**

- построение расчетной схемы задачи;
- разработка алгоритма учета блочно-неоднородного строения, анизотропии и трещиноватости массива;
- автоматизация подготовки входных данных задачи;
- оптимизация процесса численного интегрирования;
- выработка способа повышения точности решения формируемой системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ);
- разработка комплекса программ для реализации алгоритма решения задачи.

Методы и средства исследования. Для решения поставленных задач были использованы:

- метод граничных интегральных уравнений;
- язык программирования высокого уровня Fortran 6.0;
- вычислительные тестовые эксперименты.

Научная новизна исследования заключается в разработке нового алгоритма учета структурно-механических особенностей породных массивов и повышения эффективности решения геомеханических задач на основе ГЭ моделирования.

Теоретическая значимость исследований заключается в следующем:

- на основе анализа подходов к решению геомеханических задач разработана процедура создания расчетной схемы, создан алгоритм расчета НДС массива в динамике проведения горных работ с учетом основных структурно-механических особенностей породных массивов и использованием ГЭ моделирования;

- разработан комплекс программ, реализующий предложенный алгоритм, на одном из эффективных современных языков программирования.

Практическая значимость исследований заключается в том, что:

- предложен метод с повышенными функционально-техническими возможностями, предоставляющий возможность учитывать структурно-механические особенности массива для исследования распределения поля напряжений вблизи горных выработок с целью определения основных конструктивных элементов горных сооружений.

На защиту выносятся следующие положения:

- для теоретического исследования НДС сплошной среды используются и развиваются аналитические и численные методы. Однако аналитическое решение многих задач весьма затруднительно, поэтому предпочтение отдается развитию численных методов, которые эффективно функционируют в эпоху информационных технологий;

- МГЭ, благодаря простоте применения, представляет собой более эффективный, по сравнению с другими численными подходами, метод решения сложных задач механики деформируемого твердого тела, в частности, механики горных пород;

- при выборе научного подхода решения геомеханических задач необходимо создание наиболее эффективных алгоритмов, учитывающих реальные свойства породного массива, повышающих точность получаемых результатов и быстродействия процесса решения, упрощающих эксплуатацию создаваемых информационных систем.

Апробация результатов диссертации. Результаты диссертационной работы были изложены на научных конференциях и семинарах: «Проблемы разработки полезных ископаемых в условиях высокогорья», научной конференции профессорско-преподавательского состава КАСИ, международной практической конференции, посвященной 5-летию КГУСТА, научного семинара кафедры механики КТУ, международной научно-практической конференции, посвященной 45-летию образования строительного факультета «Проблемы строительства и архитектуры на пороге XXI века». Разработанная информационная система внедрена в Институте сейсмологии НАН КР, о чем свидетельствует акт о внедрении.

Полнота отражения результатов диссертации в публикациях. Основные научные результаты диссертационной работы опубликованы в 19-ти печатных трудах, в полной мере отражающих результаты диссертации, среди которых 16 статей изданы совместно с другими соавторами. Соавторами проделана следующая работа: в статьях [15, 16] Исмаиловым Б.И. предложены принципы автоматизации технологических процессов, особенности оценки сходимости результатов численного решения задач исследования объектов механики сплошной среды, в работах [1, 2, 3] Абдылдаевым Э.К. предложены некоторые особенности численного моделирования геомеханических задач, критический анализ результатов по различным подходам к решению задач, в статьях [4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13] Кожахметовым К.Х. внесен существенный вклад в теоретические исследования МГЭ, методики применения ГЭ моделирования для решения задач горной геомеханики, в работах [12, 13] Мамбетовым Ш.А. сформулирована постановка задачи об исследовании поведения горных пород при проведении горных работ с учетом разнообразия строения породных массивов и особенностей систем разработки полезных ископаемых в условиях высокогорного Тянь-Шаня, в статье [12] Жумуковым С.Ж. изложены некоторые особенности численных методов, способы их практической реализации, предложены различные алгоритмы построения программного обеспечения, в статьях [12, 13] Кыдыралиевым Н.Н. внесены некоторые предложения для моделирования задач с учетом нелинейного и упруго-пластического поведения материалов, в работах [12, 14] Мекенбаев Б.Т. представил особенности применения ГЭ моделирования для решения различных задач механики деформирумого твердого тела.

Личный вклад соискателя. Автором проведена работа по созданию методики построения расчетной схемы задачи, разработке алгоритмов: автоматизации формирования и ввода исходных данных, касающихся геометрии граничных узлов и граничных условий на нагрузки; численного интегрирования; нормирования основной матрицы системы линейных алгебраических уравнений; разработке и внедрению комплекса программ для реализации разработанных алгоритмов с использованием алгоритмического языка Visual Fortran 6.0.

Структура диссертации. Работа состоит из введения, 5-ти глав, заключения, списка использованной литературы, 11 приложений. В диссертации имеются 37 рисунков, 5 таблиц. Список использованной литературы включает 134 наименования. Общий объем диссертации 154 страницы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность работы, сформулированы ее цель и задачи, научная новизна, практическая значимость и основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе «Современное состояние исследований напряженно-деформированного состояния породных массивов» проведено исследование предметной области – массива горных работ, его структурно-механических особенностей, проделан обзор практических и теоретических подходов к управлению горным давлением, которые широко применяются в горном строительстве и разработке месторождений в условиях высокогорья, выявлены проблемы, возникающие при применении различных численных методов.

По сравнению с лабораторными и натурными методами теоретические подходы к решению этой проблемы обладают универсальностью по условиям применения, большой информативностью, широкими возможностями учета влияния различных факторов.

Среди теоретических методов особое внимание исследователей занимают численные приложения, позволяющие добиваться достаточно точных решений без проведения громоздких ручных вычислительных процессов. МГЭ занимает одно из ведущих позиций среди численных методов благодаря своей достаточно точной теоретической аппроксимации предметной области и значительной простоте эксплуатации с использованием вычислительной техники. Однако существующие подходы, разработанные на основе МГЭ, в основном, не позволяют учитывать структурно-механические особенности породных массивов; при решении сложных задач, предусматривающих решение системы из большого числа уравнений, не дают достаточно точных результатов; требуют больших временных затрат на подготовку и ввод входных данных.

Вторая глава «Теоретические основы метода граничных элементов для решения геомеханических задач» содержит основы МГЭ применительно к решению задач механики деформируемого твердого тела вообще и, геомеханических задач, в частности.

Основные соотношения МГЭ выводятся из полной системы уравнений линейной теории упругости:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i = 0,\ \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right),\ \sigma_{ij} = 2\mu(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu}\theta\delta_{ij}), \qquad (1)$$

где σ_{ij} - компоненты тензора напряжений; ε_{ij} - компоненты тензора деформаций; u_i - компоненты вектора перемещений; b_i - компоненты вектора объемных сил; δ_{ij} - символ Кронекера, $\delta_{ii} = 1; \delta_{ij} = 0, i \neq j$; θ - объемная деформация, $\theta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$; ν - коэффициент Пуассона; μ - модуль сдвига. Значения i, j определяют размерность задачи.

Для вывода интегральных уравнений используется теорема Бетти о взаимности работ. Рассматриваются две системы сил, действующих на рассматриваемое тело, которые порождают два состояния упругой среды:

$$1:\ u_i, \varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}, f_i = -\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, p_i = \sigma_{ij} n_j$$

$$2:\ u_i^*, \varepsilon_{ij}^*, \sigma_{ij}^*, f_i^* = -\frac{\partial \sigma_{ij}^*}{\partial x_j}, p_i^* = \sigma_{ij}^* n_j$$

$$p_i u_i^* = p_i^* u_i.$$

Возникающие поля перемещений и усилий можно вычислить как решение полной системы уравнений теории упругости или, эквивалентного ей, уравнения Навье:

$$\frac{\mu}{1-2\nu}\frac{\partial^2 U_i^k}{\partial x_i \partial x_j} + \delta(x,\xi)\delta_{ij} = 0 \qquad (2)$$

где $U_i^k(x,\xi)$ представляет собой - i-ю компоненту вектора перемещений в точке ξ, вследствие действия в точке x единичной сосредоточенной силы в направлении e_k.

Решениями уравнения (2) будут тензоры $U_i^k(x,\xi)$, $P_i^k(x,\xi)$, которые называются фундаментальными сингулярными решениями. Их значения, в общем виде, имеют следующий вид:

$$U_i^{(k)}(x,\xi) = \frac{A}{r}\left(\frac{\partial r}{\partial x_i}\frac{\partial r}{\partial x_k} + B\delta_{ik}\right), \tag{3}$$

$$P_i^{(k)}(x,\xi) = \lambda\frac{\partial U_S^{(k)}(x,\xi)}{\partial x_S} n_i + \mu\left[\frac{\partial U_i^{(k)}(x,\xi)}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j^{(k)}(x,\xi)}{\partial x_i}\right] n_j. \tag{4}$$

где r - расстояние от точки приложения силы x до рассматриваемой точки ξ, т.е.

$$r = \sqrt{(x_j - \xi_j)(x_j - \xi_j)},$$

параметры A и B выражаются через постоянные Ляме:

$$A = \frac{\lambda + \mu}{8\pi\mu(\lambda + 2\mu)}, \quad B = \frac{\lambda + 3\mu}{\lambda + \mu}. \tag{5}$$

Сами постоянные Ляме являются функциями упругих характеристик материала:

$$\lambda = \frac{2\mu\nu}{1 - 2\nu}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$

При раскрытии этих выражений получаем производные функции r, которые имеют вид:

$$\frac{\partial r}{\partial x_i} = \frac{x_i - \xi_i}{r}, \quad \frac{\partial^2 r}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{1}{r} - \frac{(x_i - \xi_i)(x_j - \xi_j)}{r^3}, \quad \frac{\partial^2 r}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{1}{r} - \frac{(x_j - \xi_j)^2}{r^3} \tag{6}$$

Окончательный вид ядер (4) будет

$$P_i^k(x,\xi) = \frac{A\mu(1-B)}{r^2}\left[\left(\delta_{ik} + \frac{6}{B-1}\frac{\partial r}{\partial x_i}\frac{\partial r}{\partial x_k}\right)\frac{\partial r}{\partial x_s} n_s + \frac{\partial r}{\partial x_i} n_k - \frac{\partial r}{\partial x_k} n_i\right]. \tag{7}$$

В результате различных преобразований получаем основное уравнение, получившее название уравнения Сомильяны:

$$u_k(\xi) = \int_S [p_i(x)U_i^{(k)}(x,\xi) - u_i(x)P_i^{(k)}(x,\xi)]dS(x) + \int_\Omega f_i(\bar{x})U_i^{(k)}(\bar{x},\xi)d\Omega(\bar{x}) \tag{8}$$

относительно неизвестных значений перемещений u_i и усилий p_i на основе фундаментальных решений $U_i^{(k)}(x,\xi)$ и $P_i^{(k)}(x,\xi)$ с участием объемной силы f_i.

На основе уравнения Сомильяны с использованием методов предельного перехода получим ГИУ в виде

$$\begin{aligned} &\int_S \{p_i(x)U_i^{(k)}(x,\xi) - [u_i(x) - u_i(\xi)]\} dS(x) + \\ &+ \int_\Omega F_i(\bar{x})U_i^{(k)}(\bar{x},\bar{\xi})d\Omega(\bar{x}) = 0, \qquad x,\xi \in S, \quad \bar{x},\bar{\xi} \in \Omega \end{aligned}. \tag{9}$$

Поскольку аналитическое решение ГИУ (9) для произвольной области весьма затруднительно, принцип МГЭ предусматривает преобразование ГИУ в СЛАУ. Это достигается применением численного решения ГИУ посредством ГЭ дискретизации. Граница S представляется множеством граничных элементов S_α (пусть количество элементов равно m, т.е. $\alpha = 1,2,\ldots,m$), на каждом из которых перемещения и усилия аппроксимируются через их значения в узловых точках, определяющих данный элемент. В результате такой дискретизации поверхности тела ГИУ (9) сводятся к СЛАУ:

$$\sum_{\beta=1}^{m} p_i^{\alpha\beta} \int_{S_\beta} M^\alpha(\eta) U_i^{(k)}(x(\eta),\xi_P) J(\eta) d\eta - \sum_{\beta=1}^{m} u_i^{\alpha\beta} \int_{S_\beta} M^\alpha(\eta) P_i^{(k)}(x(\eta),\xi_\rho) J(\eta) d\eta +$$
$$+ u_i^\rho \sum_{\substack{\beta=1 \\ (\beta\neq\tilde{\beta})}}^{m} \int_{S_\beta} P_i^{(k)}(x(\eta),\xi_\rho) J(\eta) d\eta - \sum_{\beta=\tilde{\beta}}^{m} u_i^{\alpha\tilde{\beta}} \int_{S_{\tilde{\beta}}} \tilde{M}^\alpha(\eta) P_i^{(k)}(x(\eta),\xi_P) J(\eta) d\eta = 0, \tag{10}$$

где $\tilde{M}^\alpha(\eta) = M^\alpha(\eta) - \delta_{\alpha\rho}$, $\rho(=1,2,...,n)$ - номер узла, в котором отыскивается решение; $\tilde{\beta}$ - номера элементов, содержащих узел ρ; n - полное число узлов; S_β - поверхности граничных элементов; J - якобиан преобразования координат; $u_i^{\alpha\beta}$, $p_i^{\alpha\beta}$ - неизвестные значения перемещений и поверхностных нагрузок в локальном узле α на S_β.

В главе 3 «Расчетные ГЭ-модели для учета структурных особенностей породных массивов» приводятся теоретические основы методики моделирования структурных и механических особенностей породных массивов.

Каждая структурная особенность породных массивов существенно сказывается на проявлениях горного давления. Одной из главных особенностей массива является наличие в нем контактных поверхностей, разделяющих составляющие массив структурные элементы в виде блоков, слоев и т.д., отличающихся между собой физико-механическими характеристиками.

Для каждой такой области строится СЛАУ (10), причем в узлах контактных поверхностей соблюдается непрерывность деформаций:

$$u_i^+ = u_i^-, \quad p_i^+ = -p_i^-, \tag{11}$$

где знаки "+" и "-" означают две стороны смежной границы.

В инженерных задачах часто встречаются случаи, когда задаются разрывы в граничных условиях на нагрузки или имеется наличие граничных точек излома. Для решения таких задач механики деформируемого тела предлагается применять МГЭ с разрывными элементами. Для моделирования разрывов нагрузок на границе тела обычно пользуются представлением о двойных точках. Представляется, что имеется два граничных узла с одинаковыми координатами, представляя при этом разрывы в значениях нагрузок в этих узлах. Поскольку в перемещениях разрывов быть не может, то в обоих узлах их значения предполагаются одинаковыми.

Рассмотрим в плоскодеформированной постановке однородный изотропный массив S, содержащий трещину **c** и выработку формы поперечного сечения D (рис. 1).

Мысленно соединим трещину с контуром выработки разрезом c'. Тогда границу неограниченного массива можно представить состоящей из контура Г и поверхностей c'^+, c'^- и c^+, c^-, где знаками "+" и "-" обозначены разные берега трещины c' и **c** соответственно. ГИУ для такого массива имеет вид:

$$c_{ij} u_j(\xi) = \int_D [U_{ij}(x,\xi) p_j(x) - P_{ij}(x,\xi) u_j(x)] dD + \int_{c^+} P_{ij}(x,\xi) \Delta u_j(x) dc. \tag{12}$$

где $\Delta u_j = u_j^+ - u_j^-$ - разность смещений подобластей, расположенных на разных сторонах трещины; второй интеграл вычисляется только по одной стороне трещины; интеграл по разрезу c' равен нулю, поскольку на разрезе выполняются условия совместности деформаций: $p_j^+ = -p_j^-$ и $u_j^+ = u_j^-$.

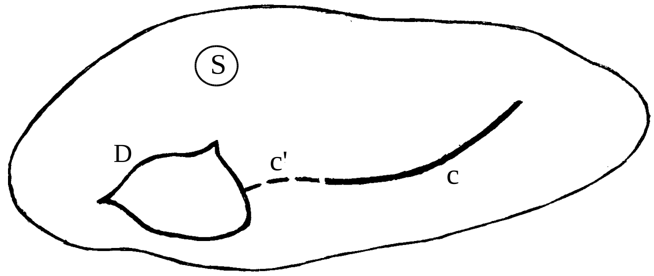

Рис. 1. Трещина вблизи выработки

Соотношения (12) не дают замкнутой системы уравнений, так как на поверхности **c** неизвестными являются разрывы смещений Δu_j. Для решения этой проблемы построим дополнительное ГИУ, для чего из (12) найдем нагрузки на поверхности. Продифференцируем для этого (12) и найдем напряжения в теле. Т.к. дифференцирование проводится по ξ, а функции u_j и p_j зависят только от x, то

$$\sigma_{kj}(\xi) = \int_D [T_{ijk}(x,\xi)p_i(x) - E_{ijk}(x,\xi)u_i(x)]dD + \int_{c^+} E_{ijk}(x,\xi)\Delta u_i(x)dc. \quad (13)$$

Для получения явного выражения тензоров T_{ijk} и E_{ijk} необходимо продифференцировать тензоры U_{ij} и P_{ij} по координате ξ. Произведя соответствующие преобразования, имеем:

$$p_j^+ = n_k^+[\int_D (T_{ijk}p_i - E_{ijk}u_i)dD + \int_{c^+} E_{ijk}\Delta u_i dc]. \quad (14)$$

Установлено, что большинство горных пород обладает значительной упругой анизотропией вследствие термодинамических воздействий. В связи с этим, необходимо сформулировать модель решения задачи с учетом этой структурной особенности породных массивов.

Отметим, что ГИУ для анизотропного массива имеет тот же вид (9), что и для изотропного, где $P_{ij}(x,\xi)$ и $U_{ij}(x,\xi)$ - фундаментальные тензоры для анизотропного тела. В случае произвольной анизотропии тензор U_{ij} может быть представлен в виде:

$$U_{ij}(x,\xi) = \frac{1}{8\pi^2 r} \oint_{|\rho|=1} K_{ij}^{-1}(\rho)ds, \quad (15)$$

в котором интеграл берется по одиночной окружности с центром в точке ξ и лежащей в перпендикулярной вектору $\vec{r}$ плоскости, где $\vec{r}$ - вектор, соединяющий точки x и ξ. Функция $K_{ij}^{-1}(\rho)$ представляет собой матрицу, обратную матрице характеристик:

$$K_{ij}^{-1} = c_{ijk\ell}\rho_k\rho_\ell,$$

где $c_{ijk\ell}$ - тензор упругих характеристик анизотропного тела. Интеграл по контуру в (15) зависит только от направления вектора $\vec{r}$ и не содержит сингулярности.

В главе 4 «Метод численного решения геомеханических задач на основе ГЭ-моделирования» описывается разработанный метод решения задачи об оценке НДС породных массивов.

Размеры рассматриваемого массива определяются из соображения выбора в четырех направлениях от выработки размером, в три раза превышающем диаметр выработки, поскольку многочисленными экспериментами установлено, что примерно на такое расстояние сказывается перераспределение напряжений от проводимой выработки. Для дискретизации границ полученных областей применяются квадратичные граничные элементы (рис. 2).

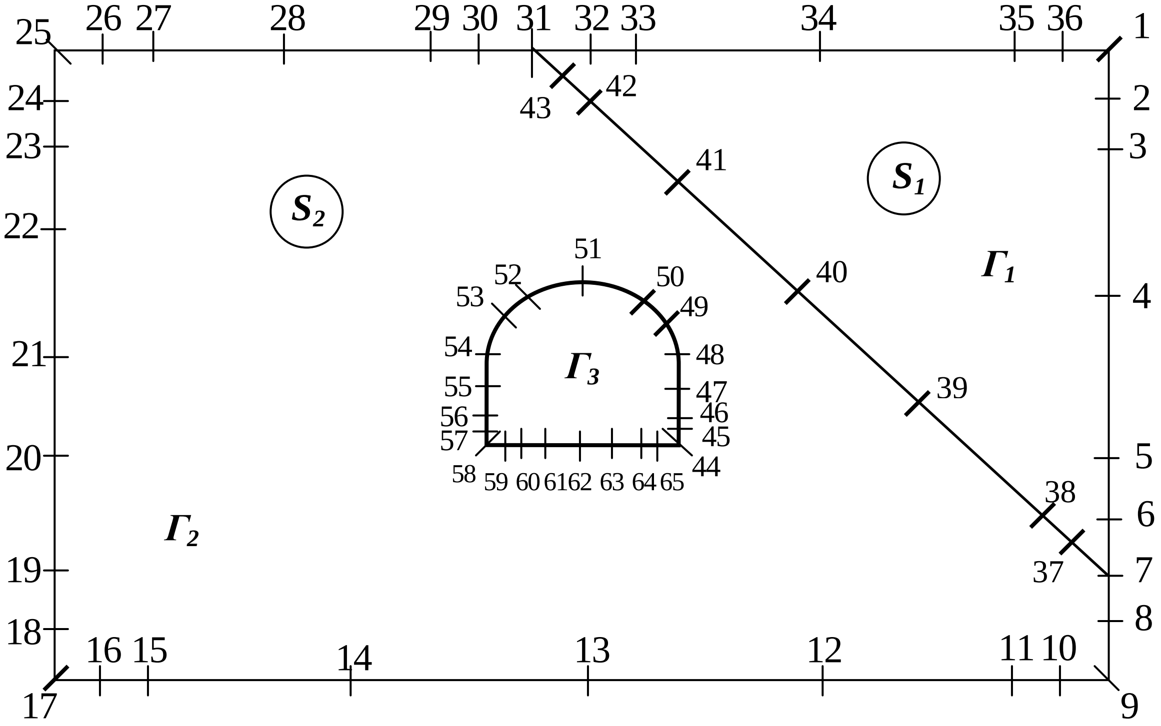

Рис. 2. Дискретизация границ

Контур выработки принимается свободной границей, на внешнем контуре прикладываются нагрузки по одному из вариантов (рис. 3-5).

Для реализации описанного метода решения геомеханических задач разработан комплекс программных средств ***“BEMGEO”*** (аббревиатура, образованная от ***“Boundary element method in geomechanics”***) на платформе известной в современном информационном мире среды разработки ***Visial FORTRAN 6.0*** – программного продукта в составе комплекса ***Visial Studio 6.0***.

Программа ***“BEMGEO”*** позволяет исследовать НДС массива (конечного или бесконечного) с различными структурными особенностями (блочная неоднородность, трещиноватость, анизотроопия), находящегося в условиях действия естественного поля напряжений и нарушенного проведением горных работ.

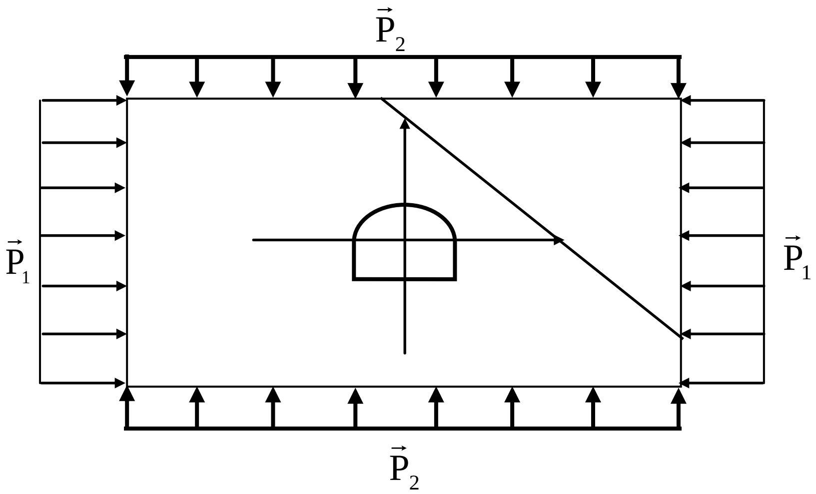

Рис. 3. Граничные условия для невесомого массива

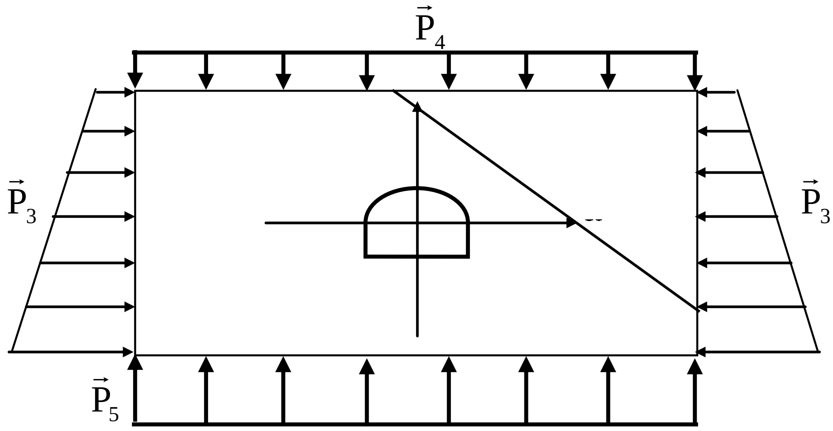

Рис. 4. Граничные условия для тяжелого массива

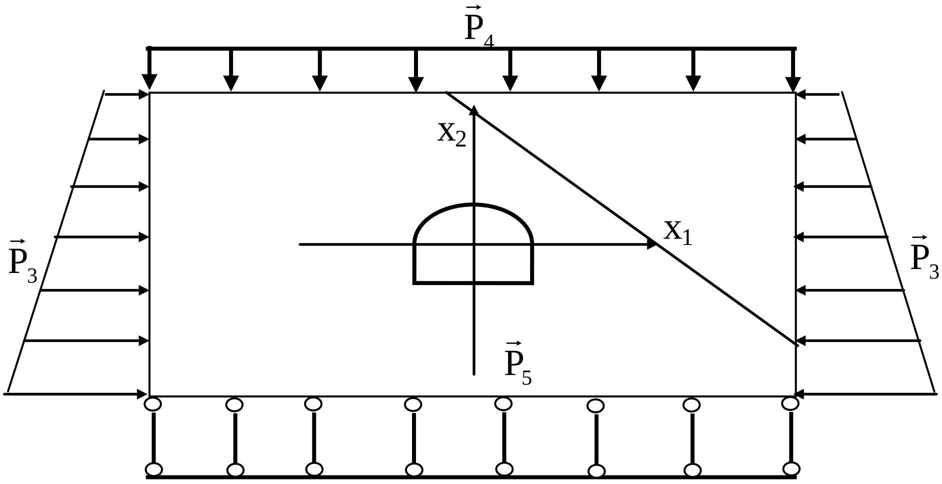

Рис. 5. Граничные условия для тяжелого массива на жестком основании

Для эффективного ввода начальных условий разработан принцип автоматизации входных данных, определяемых как геометрией задачи, так и граничными условиями задачи. Это, во многом, облегчает труд пользователя при эксплуатации программного обеспечения (ПО). В частности, в случае, когда границы рассматриваемого массива представляют собой определенные геометрические фигуры, а внутренние точки располагаются по определенной закономерности, нет необходимости в задании координат каждого граничного узла, а также каждой внутренней точки. Достаточно ввести некоторые спецификаторы, определяющие ввод данных в декартовой или полярной системе координат, которые позволят автоматизированно вводить координаты точек (рис.6).

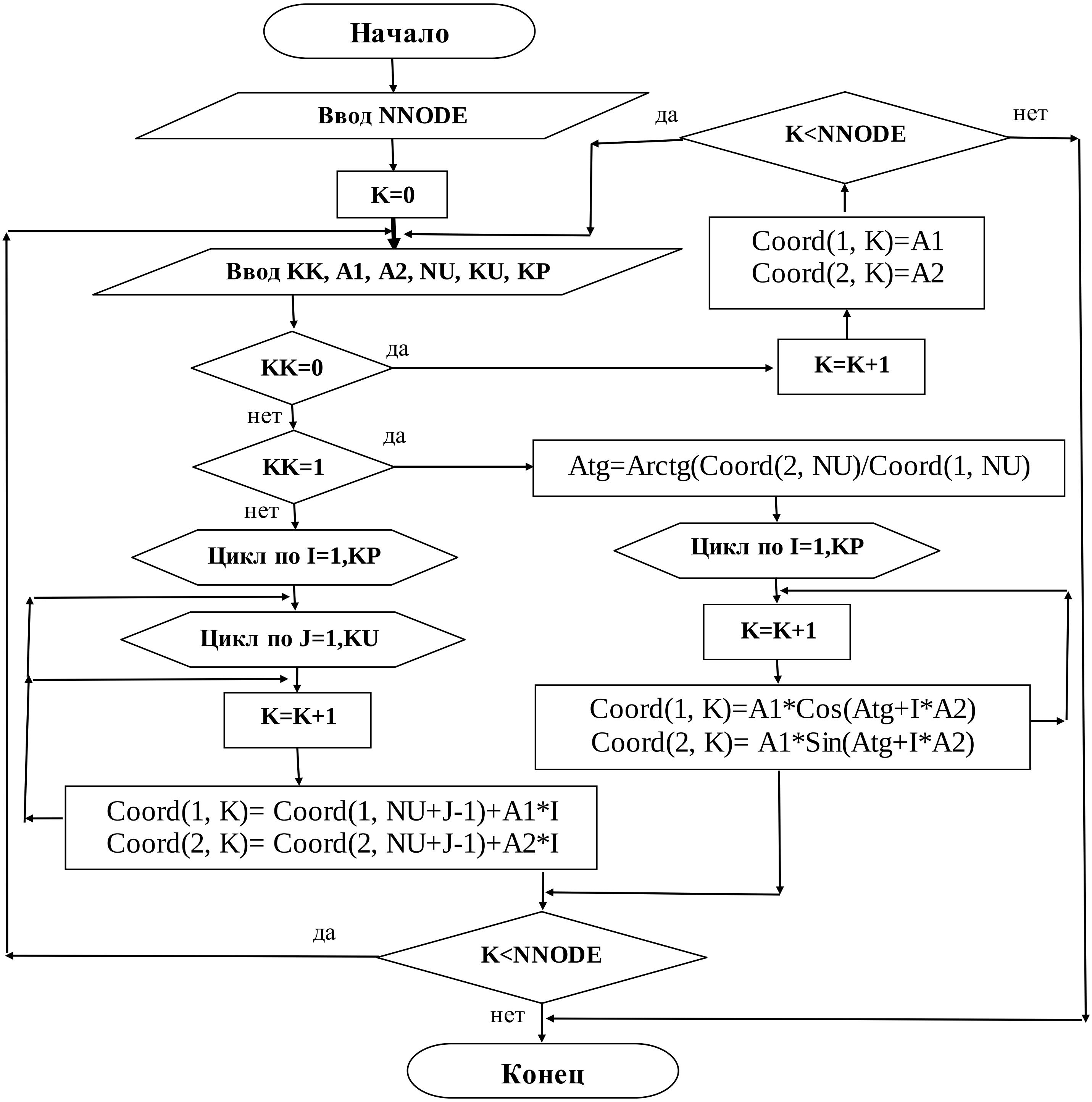

Рис. 6. Алгоритм автоматизации формирования входных данных задачи

Также значения граничных нагрузок можно задать определяющим соотношением, с помощью которого вычисляются граничные нагрузки как функции от глубины залегания массива от дневной поверхности.

Для формирования ядер ГИУ, участвующих в качестве элементов формируемой основной матрицы СЛАУ программа вычисляет порядок квадратурной формулы Гаусса, после чего проводится процесс вычисления необходимых переменных, участвующих в ядрах. Эта процедура учитывает особенности каждого элемента и рассматриваемых точек элемента, автоматически определяет порядок квадратурной формулы Гаусса для численного интегрирования в зависимости от размеров и кривизны элемента, расстояния до точки приложения нагрузки и взаимного расположения рассматриваемого элемента с точкой приложения нагрузки. Процедура производит численное интегрирование вида

$$\int_{\alpha} f(x,\xi)dx = \sum_{i=1}^{n} G_i x_i \,, \qquad (16)$$

где α – элемент, по которому производится интегрирование, G_i – значения весовых коэффициентов, x_i – аргументы, n – порядок квадратурной формулы Гаусса, ξ – точка приложения нагрузки. Значение **n** для рассматриваемого элемента определяется как функция расстояния от рассматриваемой точки **x** до точки приложения нагрузки $\boldsymbol{\xi}$, а также от размера и кривизны элемента $\boldsymbol{\alpha}$:

$$n = F[r(x,\xi), l(\alpha)] \,, \qquad (17)$$

где $r(x,\xi)$ - расстояние между x и ξ, $l(\alpha)$ -длина элемента α.

В случае, когда элемент $\boldsymbol{\alpha}$ является сингулярным, т.е. содержит совпадающие точки **x** и $\boldsymbol{\xi}$, то интегрирование проводится делением элемента на несколько частей, одна из которых содержит эти точки. Длину такого подэлемента выбираем в 3 раза меньше длины самого элемента. Для сингулярного подэлемента используется особая квадратурная формула Гаусса для сингулярных элементов.

После формирования матрицы производится нормирование элементов основной матрицы и правой части. Это производится с целью приведения всех элементов в один порядок. Данная операция производится следующим образом. Рассмотрим ядра основного ГИУ, которое решается для неизвестных граничных значений, которые имеют вид (3) и (4). Как видно, порядок ядра $U_i^{(k)}(x,\xi)$ будет меньше порядка ядра $P_i^k(x,\xi)$ на порядок модуля Юнга E. По этой причине, в основной матрице значения коэффициентов, соответствующих неизвестным усилиям, будут на порядок E меньше коэффициентов, соответствующих неизвестным перемещениям. Этот факт существенно сказывается на точности решения СЛАУ. В связи с этим, для выравнивания порядка коэффициентов часть матрицы умножается на E, а после решения системы полученные решения вновь необходимо умножить на E.

В главе 5 «Практическая реализация метода численного решения геомеханических задач на основе ГЭ-моделирования» приводятся результаты решения тестовых и некоторых практических задач определения НДС массивов горных пород.

Для проведения анализа точности решений, получаемых по предложенному в работе методу, рассматривается задача определения НДС цилиндра, находящегося в плоско-деформированном состоянии под действием гидростатической нагрузки по внутренней области (рис. 7), для которой имеются аналитическое решение, а также результаты решений по МКЭ и МГЭ без использования предлагаемых в работе алгоритмов оптимизации.

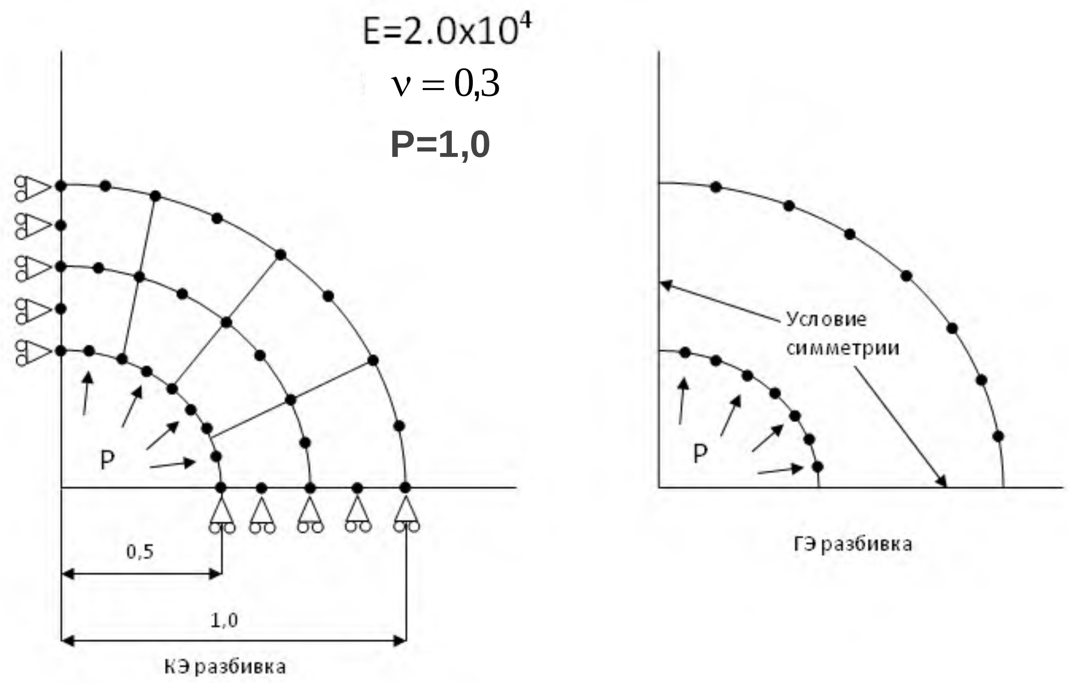

Рис. 7. Расчетная схема решения задачи расчета НДС цилиндра

С учетом симметрии рассматривается четверть цилиндра с соответствующими условиями шарнирного закрепления на контактах. Граница разбивалась на 8, 16, 32, 64 и 128 граничных элементов. Результаты решения показаны в таблице 1 и рис. 8. Приведены значения тангенциальных напряжений σ_θ в узлах границы.

Таблица 1.

Количество узлов	**8**	**16**	**32**	**64**	**128**	**Мин. относит. погрешность**
Аналитическое решение	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	
МКЭ	0,654	0,648	0,651	0,658	0,661	***8,00%***
МГЭ	0,66662	0,6482	0,6279	0,6265	0,6365	***4,42%***
BEMGEO	0,6586	0,6338	0,6256	0,6214	0,6149	***2,48%***

Как видно из результатов, для случая разбивки границы на 8 элементов МКЭ показывает лучшую точность по сравнению с МГЭ, однако по мере увеличения количества граничных элементов до 64 решение по МГЭ сходится к аналитическому решению ближе, чем МКЭ, который предоставляет лучший результат для 16 элементов, а для большего числа элементов показывает худший результат вследствие увеличения числа решаемых уравнений. Аналогично и МГЭ улучшает результаты до 64 граничных элементов, а по мере дальнейшего их увеличения теряет сходимость к аналитическому решению. Результаты же по предлагаемому в работе методу показывают улучшение сходимости к аналитическому решению по мере увеличения числа граничных элементов (рис. 8).

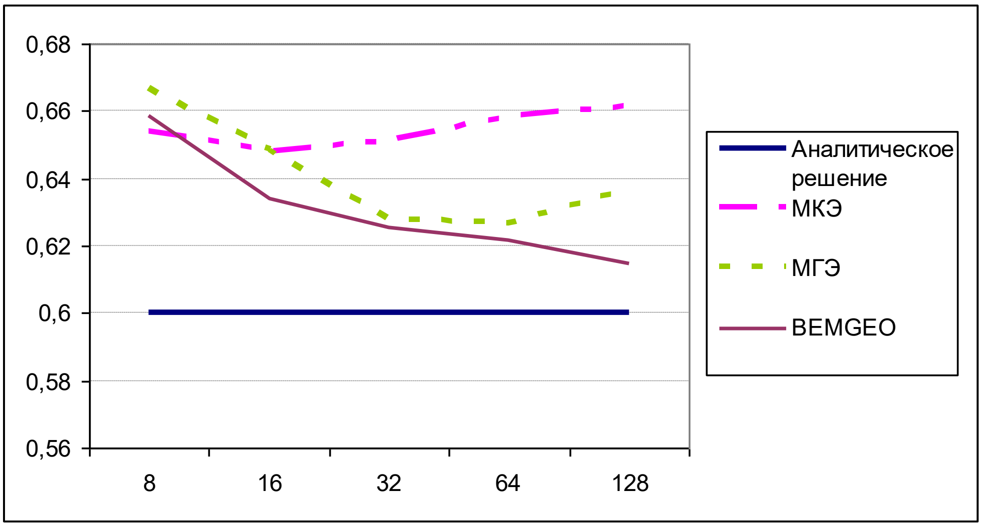

Рис. 8. Значения тангенциальных напряжений σ_θ в зависимости от количества граничных элементов

Далее рассмотрено решение геомеханической задачи исследования НДС породных массивов в условиях Текелийского свинцово-цинкового месторождения (г. Текели, Алматинская обл., Республика Казахстан).

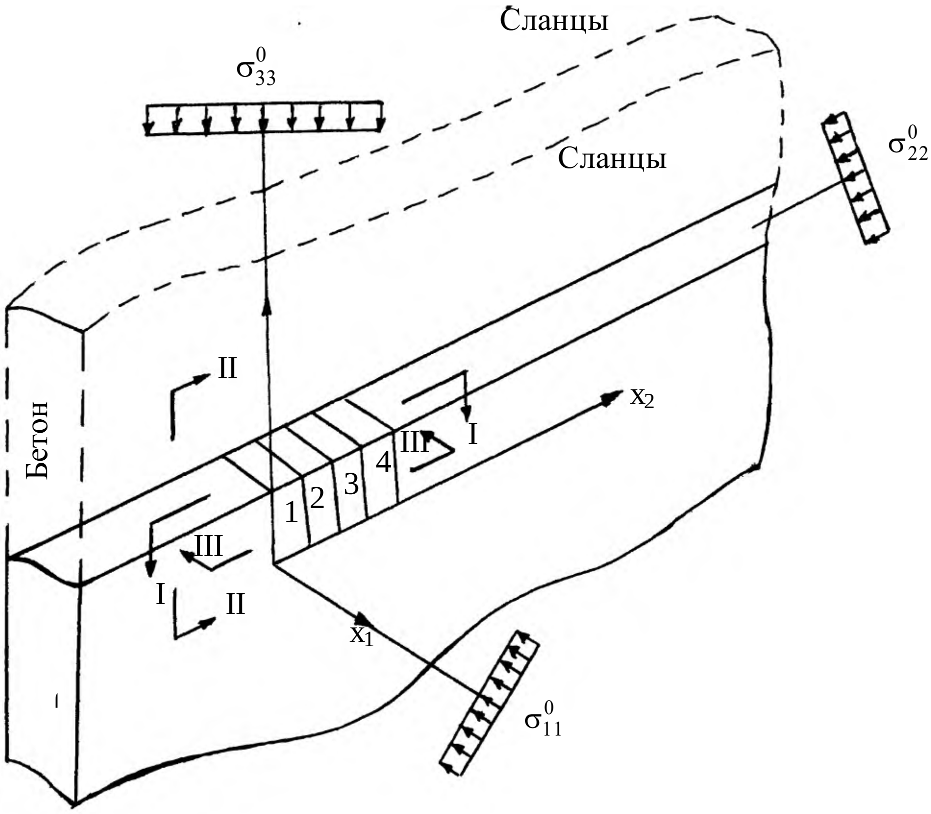

Рис. 9. Схема камерной системы отработки рудного тела: 1, 2, 3, 4 –камеры, образующие блок

Месторождение относится к мощным крутопадающим рудным месторождениям, для отработки рудных тел в которых применяют камерную систему с закладкой выработанного пространства. Для закладочного материала выбран бетон. Отработка руды производится блочным способом. Блок состоит из четырех камер (рис. 9). Породы, образующие рудное тело, по упругим характеристикам в 2-3 раза превышают вмещающие породы. Решение проводится отдельно для каждого разреза.

1) НДС сечения II-II. Слагающие массив породы представлены рудой, сланцами и бетоном, деформационные характеристики которых резко отличаются между собой. Так, упругий модуль бетона более чем в 40 раз меньше, чем сланцев и более чем в 60 раз ниже, чем руды. В связи, с этим даже после закладки отработанного пространства в окрестности контактов руда-бетон происходит резкая концентрация напряжений (рис. 10).

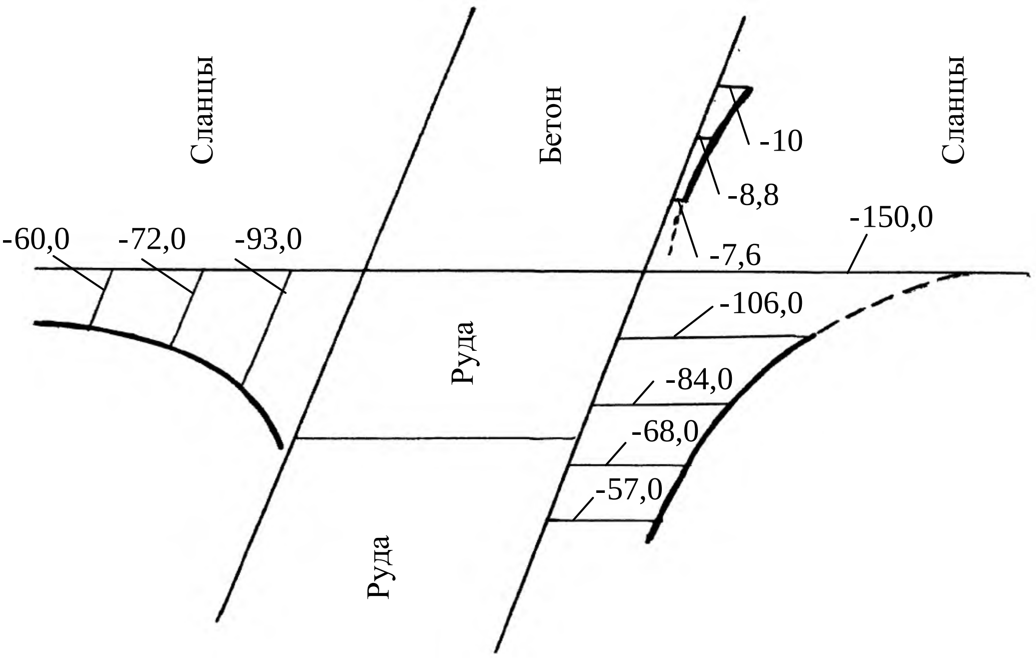

Рис. 10. Распределение тангенциальных напряжений на границе в сечении II-II

2) НДС сечения III-III (рис. 11). (Примерно аналогичную картину дает решение для сечения I-I). Решение этой задачи позволяет проследить динамику изменения НДС массива в динамике поэтапной отработки камер.

Рис. 11. Распределение напряжений на контакте руда-сланцы

Результаты решения показывают, что независимо от закладки уже отработанного пространства увеличение объема очистного пространства ведет к усилению концентрации напряжений. Следовательно, наиболее опасной, с точки зрения устойчивости, оказывается отработка последней (четвертой) камеры блока. На рис. 11. показана картина концентрации напряжений этой четвертой камеры вдоль контакта руда-сланец. Коэффициент неоднородности в этом участке достигает величины $\hat{\mathrm{E}}_{\mathrm{í}} = \sigma_{max} / \sigma_{\infty} = -56/(-33) = 1{,}7$.

Следует также иметь в виду, что концентрация напряжений будет расти и дальше по мере возрастания очистного пространства вдоль простирания рудного тела для каждого горизонта, а также по мере увеличения глубины ведения горных работ. Поэтому, при дальнейшем углублении, как одним из методов управления горным давлением, следует варьировать размерами очистных камер вообще, а также, размерами отдельных камер в процессе выработки каждого блока, в частности.

Сравнение с экспериментальными данными по рассматриваемому месторождению показало достаточную сходимость полученных решений с результатами экспериментальных наблюдений. Например, Бактиевым Б.Д. даны значения напряжений на глубине 800 м в зоне влияния очистных работ:

$$\sigma_{11} = 510 \text{ кг/см}^2, \qquad \sigma_{22} = 430 \text{ кг/см}^2,$$

где направление оси x_1 выбирается в направлении вкрест простирания, направление x_2 – вдоль простирания.

При решении расчета НДС породных массивов на данной глубине по предложенному методу получены значения напряжений соответственно

$$\sigma_{11} = 474 - 550 \text{ кг/см}^2, \qquad \sigma_{22} = 360 - 442 \text{ кг/см}^2,$$

Максимальная относительная погрешность составляет

$$\Delta = \frac{430 - 360}{430} * 100\% \approx 16{,}3\%.$$

Выводы по диссертационной работе:

В соответствии с целью и поставленными задачами в данной работе получены следующие результаты:

- На основе ГЭ-моделирования разработан метод численного решения геомеханических задач оценки НДС породных массивов, учитывающий структурно-механические особенности породных массивов;
- разработаны механизмы автоматизации подготовки входных данных, упрощающие и ускоряющие решение задачи;
- разработан механизм для оптимизации процесса численного интегрирования, повышающий быстродействие и точность решения задачи;
- предложен подход к нормированию основной матрицы СЛАУ, повышающий точность ее решения;
- разработан комплекс программных средств, реализующий разработанный метод, на языке программирования Visial Fortran 6.0.

Список опубликованных работ:

1. Раматов К.С. О расчете напряженно-деформированного состояния породных массивов вблизи подземных выработок [Текст] / Э.К. Абдылдаев, С.К. Батырхан, К.С. Раматов // Вестник Казахского национального университета им. Аль-Фараби, № 2(57), 2008. – С. 96-100.
2. Раматов К.С. Анализ методов конечных и граничных элементов на практических задачах [Текст] / Э.К. Абдылдаев, С.К. Батырхан, К.С. Раматов // Вестник Казахского национального технического университета им. К.И.Сатпаева, № 4(67), 2008. – С. 81-84.
3. Раматов К.С. Автоматизация дискретизации границы области [Текст] / Э.К. Абдылдаев, Р. Кузембекова, К.С. Раматов // Вестник Казахского национального технического университета им. К.И.Сатпаева, № 1(71), 2009. – С. 67-69.
4. Раматов К.С. Определение критических параметров откосов [Текст] / К.Х. Кожахметов, Т.Дж. Джороев, К.С. Раматов // Проблемы механики горных пород и разработки месторождений. Фрунзе: Илим, 1985. – С. 126-131.
5. Раматов К.С. Прямой метод граничных элементов для решения задачи изгиба тонких пластин [Текст] / Б.С. Бекбоев, К.С. Раматов // Материалы научного семинара кафедры механики Бишкек, КТУ, 2000. – С. 81-89.
6. Раматов К.С. Прямой метод граничных элементов для решения задач ползучести элементов конструкций [Текст] / Б.С. Бекбоев, К.Т. Тологонов, К.С. Раматов // Материалы международной научно-практической конференции, посвященной 45-летию образования строительного факультета «Проблемы строительства и архитектуры на пороге XXI века». – Бишкек, “Илим”, 2000. – С. 136-144.
7. Раматов К.С. Принцип функционирования автоматизированной системы образовательного учреждения [Текст] / С.М. Мамбеталиева, К.С. Раматов // Вестник Кыргызского государственного университета строительства, транспорта и архитектуры им. Н.Исанова, № 2(32), Том 2, 2011. – С. 281-284.
8. Раматов К.С. Прямой метод граничных интегралов для решения задач горной геомеханики [Текст] / К.Х. Кожахметов, Р.Д. Нурманбетова, К.С. Раматов // Вестник АН Каз. ССР, 1987, № 9. – С. 54-62.
9. Раматов К.С. Граничные интегральные уравнения изгиба пластин [Текст] / К.Х. Кожахметов, К.С. Раматов // Материалы III научной конференции ППС КАСИ. – Бишкек, КАСИ, 1997. – с. 53-58.
10. Раматов К.С. Изгиб тонких пластин при ползучести [Текст] / К.Х. Кожахметов, К.С. Раматов // Материалы международной практической конференции, посвященной 5-летию КГУСТА. – Бишкек, КГУСТА, 1998. – С. 32-38.
11. Раматов К.С. Об уравнениях выпучивания тонких оболочек при ползучести [Текст] / К.Х. Кожахметов, К.С. Раматов // Материалы международной практической конференции, посвященной 5-летию КГУСТА. – Биш-

кек, КГУСТА, 1998. – С. 45-49.
12. Раматов К.С. Методические указания к практическим занятиям по расчету НДС массивов пород прямым методом граничных элементов для студентов специальности 09.02. [Текст] / Ш.А. Мамбетов, К.Х. Кожахметов, С.Ж. Жумуков, Н.Н. Кыдыралиев, Б.Т. Мекенбаев, К.С. Раматов, И.К. Чунуев // Методическое руководство. – Фрунзе, Изд. ФПИ, 1990. – 38 с.
13. Раматов К.С. Замкнутое представление разрешающих уравнений прямого метода граничных интегралов [Текст] / Ш.А. Мамбетов, К.Х. Кожахметов, Н.Н. Кыдыралиев, К.С. Раматов // Проблемы разработки полезных ископаемых в условиях высокогорья. – Фрунзе, Изд. ФПИ, 1990. – С. 77-84.
14. Раматов К.С. Упруго-пластические и нелинейно-упругое напряженно-деформированное состояние стержней [Текст] / Б.Т. Мекенбаев, К.С. Раматов // Сборник научных трудов КГУСТА. – Бишкек, КГУСТА, 2005. – С. 21-25.
15. Раматов К.С. Разработка автоматизированной системы управления тренинговой деятельностью образовательного учреждения [Текст] // Б.И. Исмаилов, С.М. Мамбеталиева, К.С. Раматов // «Проблемы автоматики и управления» - Институт автоматики НАН КР, Кыргызская ассоциация по автоматическому управлению и компьютерным системам, № 1, 2009. – С. 142-146.
16. Раматов К.С. Основные информационные потоки в образовательных учреждениях [Текст] // Б.И. Исмаилов, С.М. Мамбеталиева, К.С. Раматов // «Проблемы автоматики и управления» - Институт автоматики НАН КР, Кыргызская ассоциация по автоматическому управлению и компьютерным системам, № 2, 2009. – С. 143-148.
17. Раматов К.С. О возможностях метода граничных элементов при моделировании континуальных систем [Текст] // К.С. Раматов // Вестник Кыргызского отделения международной академии энергетики им. А.Эйнштейна № 2(6). – Бишкек, 2007. – С. 100-104.
18. Раматов К.С. Гранично-элементная модель расчета напряженно-деформированного состояния породного массива блочно-неоднородного строения [Текст] / К.С. Раматов // «Проблемы автоматики и управления» - Институт автоматики НАН КР, Кыргызская ассоциация по автоматическому управлению и компьютерным системам, № 1, 2009. – С. 68-74.
19. Раматов К.С. Гранично-элементная модель расчета напряженно-деформированного состояния однородного массива горных пород с тектоническими трещинами [Текст] / К.С. Раматов // Известия Кыргызского государственного технического университета им. И.Раззакова, № 17, 2009. – С. 208-212.

Раматов Кубаныч Садиновичтин «Геомеханикалык маселелерди сандык ыкмада чечүү максатында чек ара элементтер боюнча моделдөөсүнө негизделген методун иштеп чыгуу» аттуу темасындагы 05.13.18 – «Математикалык моделдөө, сандык методдор жана программалар комплекстери» кесиби боюнча техникалык илимдеринин кандидаты илимий даражасын изденүү диссертациясынын

РЕЗЮМЕси

Негизги сөздөр: Тоо-кен массиви, геомеханика, тоо иштери, тоо курулуш иштери, пайдалуу кендерди чыгаруу, геомеханикалык моделдер, структуралык өзгөчөлөр, чыңалуу-деформацияланган абал, чек-аралык интегралдык теңдеме, дискреттештирүү, сингулярдуулук, чек-ара элементтер методу, оошуу, күч келтирүү, жүктөө, деформация, чыңалуу, чек ара-элементтик моделдөө, сандык ишке ашыруу, Гаусстун квадратуралык формуласы, маселенин эсептөө схемасы, сызыктуу алгебралык теңдемелер системасы.

Изилдөө объектиси: тоо иштерин жүргүзүүдө ар-кайсы таасирлерге кабылган, структуралык-механикалык өзгөчөлүктөргө жана жаратылыш чыңдануу талаасына ээ болгон тоо-тек массиви.

Иштин максаты: жогорку функциялык-техникалык мүмкүнчүлүктүү тоо-кен механикасынын маселелерин чечүүчү, чек-ара элементтер моделдөөсүнө негизделген, колдонууда жөнөкөй, негизги структуралык-механикалык өзгөчөлүктөрдү эске алган методун иштеп чыгуу.

Изилдөө ыкмалары: чек-аралык интегралдык теңдемелер методу, Fortran 6.0 жогорку деңгелдеги программалоо тили, эсептөө тесттик эксперименттери.

Алынган натыйжалар: чек-ара элементтер моделдөөсүн колдонууда тоо иштерин жүргүзүүдө тоо-тек массивинин чыңалуу-деформацияланган абалын изилдеген методу иштелип чыкты. Метод тоо-тектеринин структуралык-механикалык өзгөчөлүктөрүн эске алуу жогорку функциялык мүмкүнчүлүктөрүнө жана алынган натыйжаларынын тактыгын, маселени чыгаруудагы ыкчамдуулугун жогорулатуу мүмкүнчүлүктөрүнө, иштеп чыккан маалыматтык системаны колдонууну жөнөкөйлөткөн алгоритмдерине ээ.

Изилдөөнүн натыйжаларынын колдонулуушу: Иштелип чыккан метод КР нын УИА нын Сейсмология институтуна сейсмикалык активдүү зоналардагы тоо-тек массивинин чыңалуу-деформацияланган абалын изилдөө боюнча бир-нече маселелирин чыгаруу менен ишке киргизилди. Андан тышкары, жумушта алынган натыйжалар И.Раззаков атындагы КМТУ-нун механика кафедрасынын жана Казак экономика жана консалтинг университетинин окуу процессинде жана илимий-изилдөө иштерин жүргүзүүдө колдонулууда.

Колдонула турган чөйрөсү: Иштелип чыккан алгоритмдерди жана программалык каражаттар ушуга окшош тоо-тектерин чыңалуу-деформацияланган абалын изилдөө автоматташтырылган системаларын жаратууда колдонууга болот.

РЕЗЮМЕ

диссертации Раматова Кубаныча Садиновича на тему: «Разработка метода численного решения геомеханических задач на основе гранично-элементного моделирования» на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Ключевые слова: массив горных пород, геомеханика, горные работы, горное строительство, разработка месторождений полезных ископаемых, геомеханические модели, структурные особенности, напряженно-деформированное состояние, граничное интегральное уравнение, дискретизация, сингулярнорсть, метод граничных элементов, перемещения, усилия, нагрузка, деформация, напряжение, гранично-элементное моделирование, численная реализация, квадратурная формула Гаусса, расчетная схема задачи, система линейных алгебраических уравнений.

Объект исследования: массив горных пород с естественным полем напряжений, обладающий структурно-механическими особенностями и подверженный различным воздействиям при проведении горных работ.

Цель работы: разработка эффективного метода решения задач горной геомеханики с применением гранично-элементного моделирования, простого в использовании, учитывающего основные структурно-механические особенности массивов горных пород и обладающего высокими техническими возможностями.

Методы исследования: метод граничных интегральных уравнений, язык программирования высокого уровня Fortran 6.0, вычислительные тестовые эксперименты;

Полученные результаты: разработан и программно реализован метод расчета напряженно-деформированного состояния массивов горных пород при проведении горных выработок с применением гранично-элементного моделирования. Метод обладает широкими функциональными возможностями учета структурно-механических особенностей породных массивов, а также техническими возможностями повышения точности получаемых результатов, быстродейтвия решения задачи, алгоритмами облегчения процесса эксплуатации разработанной информационной системы.

Использование результатов исследования: разработанный метод внедрен в Институт сейсмологии НАН КР, где решен ряд задач исследования НДС массивов горных пород в сейсмически активных зонах. Кроме этого, результаты, полученные в работе, применяются в учебном процессе и при проведении научно-исследовательских работ кафедры механики КГТУ им. И.Раззакова, Казахского университета экономики и консалтинга.

Область применения: разработанные алгоритмы и программные средства могут быть использованы при создании аналогичных автоматизированных систем исследования НДС массивов горных пород.

Summary

on Kubanych Ramatov's thesis «Development of the geomechanical problems numerical decision method on the basis of boundary-element modelling» for the scientific degree of candidate of technical sciences in speciality 05.13.18 - «Mathematical modelling, numerical methods and programs complexes»

Keywords: rock mass, geomechanics, mining operations, mineral resources field development, geomechanical models, structural features, stresses-deformation condition, the boundary integral equation, digitization, singularity, boundary elements method, displacement, force, loading, deformation, stress, boundary-element modelling, numerical realisation, quadrature formula of Gauss, problem's settlement scheme, system of the linear algebraic equations.

Object of research: a rock mass with a natural stresses field, possessing structurally-mechanical features and subject to various influences at mining operations executes.

Objective: development of an effective mountain geomechanics problems decision method using boundary-element modelling, simple in use, considering the basic structurally-mechanical features of rocks mass and possessing high technical possibilities.

Methods: the boundary integral equations method, the high level programming language Fortran 6.0, computing test experiments;

Results: the method of rock mass stresses-deformation condition calculating at mining operations executes using boundary-element modeling is developed and programming realized. The method possesses wide functionality of the rock mass structurally-mechanical features account, and also technical possibilities of received results accuracy increase, calculating speed, algorithms of the developed information system operation process simplification.

Using the results of the study: the developed method is introduced in Seismology Institute of KR NSA where a number of research problems of the rock mass stresses-deformation condition in seismically active zones is solved. Besides, the received results of the work are applied in educational process and at research works executing in mechanics department of KSTU named after I.Razzakov and in the Kazakh University Economy and consulting.

Range of applications: the developed algorithms and software can be used in creation of the similar automated systems of rock mass stresses-deformation condition research.

Подписано к печати 30.07.2013 г. Формат бумаги $60x84^{1}/_{16}$.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Тираж 100 экз.