НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

КЫРГЫЗСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. Ж. БАЛАСАГЫНА

**Диссертационный Совет Д. 01.12.001**

*На правах рукописи*

**УДК 519.633**

**ШЕЙШЕНОВА ШААРБУБУ КЫШТООБАЕВНА**

# АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ПРИ ОТСУТСТВИИ СПЕКТРА ПРЕДЕЛЬНОГО ОПЕРАТОРА

01.01.02 - дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

**Бишкек - 2012**

Диссертационная работа выполнена в Институте социального развития и предпринимательства при Министерстве молодежи, труда и занятости Кыргызской Республики.

**Научный руководитель**: доктор физико-математических наук, доцент
**Омуралиев Асан Сыдыгалиевич**

**Официальные оппоненты:** доктор физико-математических наук, профессор
**Какишов Каныбек Какишович**
кандидат физико-математических наук
**Туркманов Жылдызбек Каныбекович**

**Ведущая организация:** Ошский государственный университет,
723500, г. Ош, ул. Ленина, 331

Защита диссертации состоится «___»____________2012 годав____ часов на заседании Диссертационного совета Д.01.12.001 при Институте теоретической и прикладной математики НАН Кыргызской Республики и Кыргызском Национальном университете им. Ж. Баласагынана соискание ученой степени доктора (кандидата) физико-математических наук по адресу: 720071, Кыргызстан, г. Бишкек, просп. Чуй 265а.

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной библиотеке НАН Кыргызской Республики, по адресу: 720071, Кыргызстан, г. Бишкек, просп. Чуй 265а.

Автореферат разослан «____»______________2012 г.

Ученый секретарь
Диссертационного совета
д.ф.-м.н., старший научный сотрудник С. Искандаров

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Математика изучает процессы, происходящие в реальном мире, с помощью математических моделей этих процессов. При развитии науки и техники математические модели реального мира усложняются. Многие физические процессы, связанные с неравномерными переходами, описываются уравнениями с большими или малыми параметрами. Возникающие при их исследовании трудности можно преодолеть с помощью асимптотического анализа исследуемой задачи, проводимого на основе методов построения разложений по параметрам для решения задачи. Когда исследуемый процесс описывается дифференциальными уравнениями с малыми параметрами при старших производных, то такие уравнения называются сингулярно возмущенными. Такие задачи возникают естественным образом там, где имеются неравномерные переходы от одних физических характеристик к другим.

Асимптотический анализ для некоторых классов сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и дифференциальных уравнений в частных производных (ДУ в ЧП) имеет развитую теорию. Ранее была создана теория асимптотического интегрирования сингулярно возмущенных краевых задач для ОДУ – линейных и нелинейных, для линейных уравнений в частных производных и для некоторых линейных операторных уравнений. Основным содержанием излагаемой теории являются метод регуляризации сингулярных возмущений. Например: в задачах, связанных с решением уравнений Навье-Стокса при малой вязкости, эти неравномерности создают зону пограничного слоя. Без тщательного асимптотического анализа трудно создать математическую теорию пограничного слоя или вести численный счет сингулярно возмущенных задач.

В данной диссертационной работе, изучается асимптотика решения параболических уравнений в частных производных при отсутствии спектра предельного оператора, когда свободный член и коэффициент являются быстроосциллирующими функциями.

**Цель работы.** В работе решаются следующие задачи:

- разработать алгоритм построения регуляризованной асимптотики решения первой краевой задачи для дифференциального уравнения с частными производными параболического типа с малым параметром при отсутствии спектра предельного оператора и быстроосциллирующим свободным членом;
- разработать алгоритм асимптотического интегрирования первой краевой задачи для дифференциального уравнения параболического типа с малым параметром с аддитивным быстроосциллирующим свободным членом;
- разработать алгоритм построения регуляризованной асимптотики решения первой краевой задачи для дифференциального уравнения с частными

производными параболического типа с угловым пограничным слоем и быстроосциллирующим свободным членом;

- обобщить способ регуляризации на краевую задачу для дифференциального уравнения параболического типа с быстроосциллирующим коэффициентом;
- обобщить результаты, полученные для скалярных задач, на многомерные задачи.

**Научная новизна**. Впервые идея регуляризации применяется для выделения особенностей в решении сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа, при отсутствии спектра предельного оператора и когда свободный член и коэффициент являются быстроосциллирующими функциями. Предлагаемая методика обобщается на многомерные аналоги перечисленных задач и с аддитивным свободным членом и коэффициентом.

**Методика исследования**. При построении регуляризованной асимптотики решения задач, изучаемых в диссертационной работе, используется метод С.А. Ломова, модифицированный Омуралиевым А.С. для исследования сингулярно возмущенных параболических задач. Обоснование асимптотической сходимости формальных решений осуществляется "принципом максимума".

**Апробация работы**. Результаты работы докладывались на научных семинарах Кыргызско-Турецкого университета "Манас", на международной научно-практической конференции "Казахстанский путь в Европу"-Талды-Корган, 2010, на четвертом Международном конгрессе математиков стран тюркского мира-Баку, 2011.

**Публикации**. По теме диссертации опубликовано 8 работ. В пяти совместных работах научному руководителю принадлежит постановка задачи.

**Объем и структура работы**. Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, четырех глав, разбитых на параграфы и пункты, выводы и списка использованной литературы из 89 источников. Работа изложена на 119 страницах машинописного текста.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**В I главе** производится обзор литературы по теме диссертации, приводятся некоторые известные результаты, многократно используемые в работе, дается краткий обзор полученных автором результатов.

**II глава,** состоящая из двух параграфов, посвящена разработке алгоритмов построения асимптотического решения сингулярно возмущенной параболической задачи, когда свободный член является быстроосциллирующей функцией.

Приведем многократно используемые обозначения и предположения: $\pi = \{(x,t): x \in (0,1), t \in (0,T]\}, i = \sqrt{-1},\ \varepsilon > 0$ -малый параметр,

$\Delta$ - оператор Лапласа, $erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^\infty exp(-s^2)\,ds$,

1) $a(x), h(x) \in C^\infty[0,1], b(x,t), f(x,t) \in C^\infty(\pi), \theta(t) \in C^\infty[0,1]$;
2) $a(x) > 0;\ \forall x \in [0,1]$;
3) $\theta'(t) \neq 0;\ \forall t \in [0,1]$;
4) условия согласования начальных и граничных условий.

**В параграфе 2.1**. изучается первая краевая задача для сингулярно возмущенного параболического уравнения

$$L_\varepsilon u \equiv \partial_t u(x,t,\varepsilon) - \varepsilon^2 a(x)\partial_x^2 u(x,t,\varepsilon) - b(x,t)u(x,t,\varepsilon) = f(x,t)\,exp\left(\frac{i\theta(t)}{\varepsilon}\right),$$

$$(x,t) \in \pi,\ u(x,t,\varepsilon)|_{t=0} = h(x),\ u(x,t,\varepsilon)|_{x=l-1} = 0,\ l=1,2, \quad \textbf{(1)}$$

при выполнении условий 1)-4) .

Введем регуляризующие переменные

$$\tau = \frac{t}{\varepsilon^2}, \qquad \eta = \frac{\theta(t)-\theta(0)}{\varepsilon}, \qquad \varsigma_l = \frac{\varphi_l(x)}{\varepsilon^2}, \xi_l = \frac{\varphi_l(x)}{\varepsilon}, \varphi_l = \int_{l-1}^x \frac{ds}{\sqrt{a(s)}}. \quad \textbf{(2)}$$

Наряду с независимыми переменными $x$ и $t$, эти переменные объявим независимыми переменными расширенной функции $\tilde{u}(M,\varepsilon)$, такой что

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)|_{v=\Psi(x,t,\varepsilon)} \equiv u(x,t,\varepsilon), \quad \textbf{(3)}$$

$$M = (x,t,v),\ v = (\tau,\eta,\varsigma,\xi), \varsigma = (\varsigma_1,\varsigma_2),\ \xi = (\xi_1,\xi_2),$$

$$\Psi(x,t,\varepsilon) = \left(\frac{t}{\varepsilon^2}, \frac{\theta(t)-\theta(0)}{\varepsilon}, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon^2}, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right), \qquad \varphi(x) = \left(\varphi_1(x), \varphi_2(x)\right),$$

с учетом (2) из (3) найдем

$$\partial_t u(x,t,\varepsilon) = \left(\partial_t \tilde{u}(M,\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon^2}\partial_\tau \tilde{u}(M,\varepsilon) + \frac{\theta'(t)}{\varepsilon}\partial_\eta \tilde{u}(M,\varepsilon)\right)_{v=\Psi(x,t,\varepsilon)},$$

$$\partial_x u = \left(\partial_x \tilde{u}(M,\varepsilon) + \sum_{l=1}^{2}[\frac{\varphi'_l(x)}{\varepsilon^2}\partial_{\varsigma_l}\tilde{u}(M,\varepsilon) + \frac{\varphi'_l(x)}{\varepsilon}\partial_{\xi_l}\tilde{u}(M,\varepsilon)]\right)_{v=\Psi(x,t,\varepsilon)},$$

$$\partial_x^2 u(x,t,\varepsilon) = \partial_x^2 \tilde{u}(M,\varepsilon) + \sum_{l=1}^{2}[\left(\frac{\varphi'_l(x)}{\varepsilon^2}\right)^2 \partial^2{}_{\varsigma_l}\tilde{u}(M,\varepsilon) + \left(\frac{\varphi'_l(x)}{\varepsilon}\right)^2 \partial_{\xi_l}^2 \tilde{u}(M,\varepsilon) +$$

$$+\frac{1}{\varepsilon^2}L_{\zeta,l}\tilde{u}(M,\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon}L_{\xi,l}\tilde{u}(M,\varepsilon)]_{v=\Psi(x,t,\varepsilon)}, \quad \textbf{(4)}$$

$$L_{\varsigma,l} \equiv 2\varphi_l'(x)\partial_{x,\varsigma}^2 + \varphi_l''(x)\partial_\varsigma \ , \qquad L_{\xi,l} \equiv 2\varphi_l'(x)\partial_{x,\xi}^2 + \varphi_l''(x)\partial_\xi \ .$$

На основании (1), (3), (4), поставим расширенную задачу

$$\widetilde{L_\varepsilon}\tilde{u} = \frac{1}{\varepsilon^2}\left[\partial_t \tilde{u}(M,\varepsilon) - \Delta_\varsigma \tilde{u}(M,\varepsilon)\right] + \frac{1}{\varepsilon}\theta'(t)\partial_\eta \tilde{u}(M,\varepsilon) + \partial_t \tilde{u}(M,\varepsilon) -$$
$$-\Delta_\xi \tilde{u}(M,\varepsilon) - L_\varsigma \tilde{u}(M,\varepsilon) - \varepsilon L_\xi \tilde{u}(M,\varepsilon) - \varepsilon^2 L_x \tilde{u}(M,\varepsilon) =$$
$$= f(x,t)\exp\left(i\eta + \frac{i\theta(0)}{\varepsilon}\right),\ M \in v, \qquad \mathbf{(5)}$$

$$u(M,\varepsilon)_{t=\tau=\eta=0} = h(x),\ \ u(M,\varepsilon)_{\xi_l=0, x=l-1} = 0,$$
$$v = \{M: x,t \in \pi, \tau, \varsigma, \xi \in (0,\infty), \qquad \eta \in (-\infty,\infty)\},$$
$$L_\varsigma \equiv a(x)\sum_{l=1}^{2} L_{\varsigma,l}a(x),\ \ L_\xi \equiv a(x)\sum_{l=1}^{2} L_{\xi,l}a(x), L_x = a(x)\partial_x^2.$$

При этом имеет место тождество

$$\widetilde{L_\varepsilon}\tilde{u}(M,\varepsilon)|_{v=\Psi(x,t,\varepsilon)} \equiv L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon). \qquad \mathbf{(6)}$$

Задача (5) регулярна по ε при ε→0, поэтому решение этой задачи будем определять в виде ряда

$$\tilde{u}(M,t) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k u_k(M). \qquad \mathbf{(7)}$$

Относительно коэффициентов этого ряда получим итерационные задачи, которые будем решать в классе функций:

$$U = \{u(M): u(M) = v(x,t) + \exp(i\eta)\,[c(x,t) + \sum_{l=1}^{2} Y_l(N_l)] +$$
$$+ \sum_{l=1}^{2} w_l(x,t) erfc\,(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}})\}, \qquad \mathbf{(8)}$$
$$v(x,t), c(x,t), w_l(x,t) \in C^\infty(\pi), \qquad |Y_l(N_l)| < \exp\left(-\frac{\varsigma_l^2}{8\tau}\right),\ \ N_l = (x,t,\tau,\varsigma_l).$$

Доказана теорема об асимптотическом характере построенного решения:

***<u>Теорема 1.</u>*** *Пусть выполнены условия 1)-4). Тогда разложение*

$$u_\varepsilon(x,t,\varepsilon) = \sum_{k=0}^{n} \varepsilon^k u_k(M)|_{v=\Psi(x,t,\varepsilon),}$$

*является асимптотическим решением задачи (1), т.е. справедлива оценка*

$$|u(x,t,\varepsilon) - u_\varepsilon(x,t,\varepsilon)| < c\varepsilon^{n+1}, \qquad n = 0,1,2,\ldots$$

**В параграфе 2.2.** изучается задача

$$L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon) \equiv \partial_t u - \varepsilon^2 \Delta u - b(x,t)u = f(x,t)\exp\left(\frac{i\theta(t)}{\varepsilon}\right), (x,t) \in \Omega_1,$$

$$u(x,t,\varepsilon)|_{t=0} = h(x),\ u(x,t,\varepsilon)|_{\partial\Omega} = 0, \qquad \textbf{(9)}$$

где $\Omega_1 = \Omega \times (0,T],\ \Omega = \{x = (x_1,x_2): x_1, x_2 \in (0,1)\}$.

Предположим выполненными следующие условия:

1. функции $b(x,t), f(x,t) \in C^\infty(\overline{\Omega_1}), h(x) \in C^\infty(\overline{\Omega}), \theta(t) \in C^\infty[0,T]$;
2. $h(x)|_{\partial\Omega} = 0$.

Введем регуляризующие переменные

$$\xi_1 = \frac{x_1}{\varepsilon},\ \ \xi_2 = \frac{1-x_1}{\varepsilon}, \qquad \eta_1 = \frac{x_2}{\varepsilon}, \qquad \eta_2 = \frac{1-x_2}{\varepsilon}, \tau = \frac{t}{\varepsilon^2},$$

$$\nu = \frac{\theta(t)-\theta(0)}{\varepsilon}, \qquad \zeta_l = \frac{\xi_l}{\varepsilon}, \qquad q_l = \frac{\eta_l}{\varepsilon}$$

и объявим их, наряду с $(x_1,x_2,t)$, независимыми переменными расширенной функции $\tilde{u}(M,\varepsilon),\ M = (x,t,\xi,\eta,\zeta,q,\tau,\nu)$, для которой поставим задачу

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u}(M,\varepsilon) \equiv \frac{1}{\varepsilon^2} T_1 \tilde{u}(M,\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon}\theta'(t)\partial_\nu \tilde{u}(M,\varepsilon) + T_2 \tilde{u}(M,\varepsilon) - [L_\zeta - L_q]\tilde{u}(M,\varepsilon) +$$

$$+\varepsilon\left[L_\xi - L_\eta\right]\tilde{u}(M,\varepsilon) - \varepsilon^2 \Delta\tilde{u}(M,\varepsilon) = f(x,t)\,exp\left(i\nu + \frac{i\theta(0)}{\varepsilon}\right), \qquad M \in Q,$$

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)|_{t=\tau=\nu=0} = h(x),\ \tilde{u}(M,\varepsilon)|_{\partial Q_1} = 0, \qquad \textbf{(10)}$$

здесь введены обозначения

$$Q = Q_1 \times D \times \{\tau \ge 0\} \times \{\nu \in R\}, \qquad D = \{\xi,\eta,\zeta,q \ge 0\}, \qquad Q_1 = Q \times D,$$

$$T_1 \equiv \partial_\tau - \Delta_\zeta - \Delta_q, \qquad T_2 \equiv \partial_t - \Delta_\xi - \Delta_\eta - b(x,t),$$

$$L_\zeta \equiv \sum_{l=1}^{2} L_{\zeta,l},\ \ L_q \equiv \sum_{l=1}^{2} L_{q,l},\ \ L_\xi \equiv \sum_{l=1}^{2} L_{\xi,l},\ \ L_\eta \equiv \sum_{l=1}^{2} L_{\eta,l}.$$

Решение расширенной задачи (10) ищем в виде ряда (7).

Итерационные задачи, для коэффициентов ряда (7), будем решать в классе функций:

$$U = \left\{u(M): u(M) = v(x,t) + exp(i\nu)\left[c(x,t) + \sum_{l=1}^{2}\left( Y_l(x,\tau,\zeta_l) + Z_l(x,\tau,q_l)\right)\right] + \right.$$

$$+\sum_{j=1}^{2} w_{l,j}\left(x,t,\zeta_l,q_j\right)] + \sum_{l=1}^{2}[\, y_l(x,t) \quad erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right) + d_l(x,t) erfc\left(\frac{\eta_l}{2\sqrt{t}}\right) +$$

$$+\sum_{j=1}^{2}\omega_{l,j}(x,t)erfc\left(\frac{\xi_j}{2\sqrt{t}}\right)erfc\left(\frac{\eta_l}{2\sqrt{t}}\right)], \qquad (\mathbf{11})$$

$$|Y_l(N_l)| < c\exp\left(-\frac{\zeta_l^2}{8\tau}\right), |Z_l(P_l)| < c\exp\left(-\frac{q_l^2}{8\tau}\right), \qquad P_l = (x,t,\tau,q_l),$$

$$v(x,t), c(x,t), y_l(x,t), d_l(x,t), \omega_{l,j}(x,t) \in C^\infty(\overline{\Omega_1})\} \ .$$

Как видно из (11), в данном многомерном случае, структура решения содержит угловые функции в виде произведения параболических погранслойных функций по пространственным переменным.

Доказана теорема об асимптотическом характере построенного решения.

**ГЛАВА III** посвящена асимптотике решения параболических уравнений с аддитивным быстроосциллирующим свободным членом.

**В параграфе 3.1.** изучается скалярная сингулярно возмущенная задача, когда правая часть состоит из суммы быстроосциллирующих функций.

$$L_\varepsilon u \equiv \partial_t u(x,t,\varepsilon) - \varepsilon^2 a(x)\,\partial_x^2 u(x,t,\varepsilon) - b(x,t)u(x,t,\varepsilon) =$$

$$= \sum_{k=1}^{m} f_k\,(x,t)\exp\left(\frac{i\theta_k(t)}{\varepsilon}\right), \quad (x,t)\in\pi, \qquad (\mathbf{12})$$

$$u(x,t,\varepsilon)|_{t=0} = h(x),\ u(x,t,\varepsilon)|_{x=l-1} = 0,\ \ l=1,2.$$

Относительно заданных функций, предполагаются выполненными условия 1)-4).

Вводим регуляризующие переменные:

$$\tau = \frac{t}{\varepsilon^2}, \qquad \eta_k = \frac{\theta_k(t)-\theta_k(0)}{\varepsilon}, \qquad k=\overline{1,m},$$

$$\xi_l = \frac{\varphi_l(x)}{\varepsilon^2}, \qquad \varsigma_l = \frac{(-1)^{l-1}}{\varepsilon}\int_{l-1}^{x}\frac{ds}{\sqrt{a(s)}} \equiv \frac{\varphi_l(x)}{\xi}. \qquad (\mathbf{13})$$

Наряду с x и t, введенные переменные объявим независимыми переменными расширенной функции $\tilde{u}\ (M,\varepsilon)$, для которой поставим расширенную задачу

$$\tilde{L}\tilde{u} \equiv \partial_t\tilde{u} + \frac{1}{\varepsilon^2}\partial_\tau\tilde{u} + \frac{1}{\varepsilon}\sum_{k=1}^{m}\theta_k'(t)\partial_{\eta_k}\tilde{u} - \Delta_\xi\tilde{u} - \frac{1}{\epsilon^2}\Delta_\zeta\tilde{u} - b(x,t)\tilde{u} - L_\zeta\tilde{u} -$$

$$-\varepsilon L_\xi\tilde{u} - \varepsilon^2 L_x\tilde{u} = \sum_{k=1}^{m} f_k(x,t)\exp\left(i\eta_k + \frac{i\theta_k(0)}{\varepsilon}\right), \quad M\in Q, \qquad (\mathbf{14})$$

$$\tilde{u}|_{t=\tau=0} = h(x),\ \ \tilde{u}|_{x=l-1,\xi_l=\zeta_l=0} = 0,$$

$$L_{l,1} \equiv 2\varphi_l'(x)\partial^2_{x,\varsigma_l} + \varphi_l''(x)\partial_{\varsigma_l},$$

$$L_\varsigma \equiv a(x)\sum_{l=1}^{2} L_{l,1}, \qquad L_\xi \equiv a(x)\sum_{l=1}^{2} L_{l,2}, \qquad L_\varsigma(x) \equiv a(x)\partial_x^2,$$

$$L_{l,2} \equiv 2\varphi_l'(x)\partial^2_{x,\xi_l} + \varphi_l''(x)\partial_{\xi_l},$$

$$Q=\{M\text{:x,t}\in \pi, \tau, \varsigma, \xi \in [0,\infty],\ \eta \in (-\infty,\infty)\},$$

причем

$$\left(\tilde{L}\tilde{u}\right)_{v=\psi(x,t,\varepsilon)} \equiv L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon). \qquad \mathbf{(15)}$$

Решение задачи (14) будем определять в виде ряда (7).

Коэффициенты ряда (7) определяются из итерационных задач, которые будем решать в следующем классе функций:

$$U = \{u(M){:}\, u(M) = v(x,t) +$$

$$+\sum_{k=1}^{n} \exp(i\eta_k)[c_k(x,t) + \sum_{l=1}^{2} Y_{l,k}(N_l)] + \sum_{l=1}^{2} w_l\,(x,t) erfc(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}})\}, \qquad \mathbf{(16)}$$

$$v(x,t), c_k(x,t), w_l(x,t) \in C^\infty(\pi).$$

Решение данной задачи содержит такое количество погранслойных функций, имеющих быстроосциллирующий характер изменения, каков вид свободного члена исходного уравнения.

Доказана теорема об асимптотическом характере построенного решения.

**В параграфе 3.2.** изучается задача

$$L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon) \equiv \partial_t u - \varepsilon^2 \Delta u - b(x,t)u = \sum_{k=1}^{m} f_k\,(x,t)\exp\left(\frac{i\theta_k(t)}{\varepsilon}\right), (x,t) \in \Omega_1,$$

$$u(x,t,\varepsilon)|_{t=0} = h(x),\ u(x,t,\varepsilon)|_{\partial\Omega} = 0, \qquad \mathbf{(17)}$$

где $\Omega_1 = \Omega \times (0,T],\ \Omega = \{x = (x_1,x_2){:}\, x_1,x_2 \in (0,1)\}$.

Предположим выполненными условия 1)-3) и $h(x)|_{\partial\Omega} = 0$.

Произведем расширение исходной задачи. Для чего введем регуляризующие переменные

$$\xi_1=\frac{x_1}{\varepsilon},\quad \xi_2=\frac{1-x_1}{\varepsilon},\qquad \eta_1=\frac{x_2}{\varepsilon},\quad \eta_2=\frac{1-x_2}{\varepsilon},\qquad \zeta_l=\frac{\xi_l}{\varepsilon},\qquad q_l=\frac{\eta_l}{\varepsilon},$$
$$\tau=\frac{t}{\varepsilon^2},\qquad \nu_k=\frac{\theta_k(t)-\theta_k(0)}{\varepsilon},\ \ k=1,2,\dots,m$$

и объявим их, наряду с ($x_1$,$x_2$,$t$), независимыми переменными расширенной функции $\tilde{u}(M,\varepsilon),\ M=(x,t,\xi,\eta,\zeta,q,\nu)$.

Для расширенной функции $\tilde{u}(M,\varepsilon)$ поставим задачу

$$\tilde{L}_\varepsilon\tilde{u}(M,\varepsilon)\equiv\frac{1}{\varepsilon}\sum_{k=1}^{m}\theta_k'(t)\partial_{\nu_k}\tilde{u}(M,\varepsilon)+T_2\tilde{u}(M,\varepsilon)-[L_\zeta-L_q]\tilde{u}(M,\varepsilon)+$$
$$+\frac{1}{\varepsilon^2}T_1\tilde{u}-\varepsilon\left[L_\xi-L_\eta\right]\tilde{u}(M,\varepsilon)-\epsilon^2\Delta\tilde{u}(M,\varepsilon))=$$
$$=\sum_{k=1}^{m}f_k(x,t)\exp\left(i\nu_k+\frac{i\theta_k(0)}{\varepsilon}\right),\qquad M\in Q,$$
$$\tilde{u}(M,\varepsilon)|_{t=\tau=\nu=0}=h(x),\ \tilde{u}(M,\varepsilon)|_{\partial Q_1}=0, \tag{18}$$

здесь введены обозначения

$$Q=\Omega_1\times D\times\{\tau\ge 0\}\times\{\nu\in R\},\qquad D=\{\xi,\eta,\zeta,q\ge 0\},\qquad Q_1=\Omega\times D,$$
$$T_1\equiv\partial_\tau-\Delta_\zeta-\Delta_q,\qquad T_2\equiv\partial_t-\Delta_\xi-\Delta_\eta-b(x,t).$$

Решение расширенной задачи (18) ищем в виде ряда (7).

Итерационные задачи относительно $u_k(M)$, будем определять в классе функций:

$$U=\{u(M):u(M)=v(x,t)+$$
$$+\sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{n}}\exp(i\nu_k)\,[c_k(x,t)+\sum_{l=1}^{2}(\,Y_{k,l}(N_l)+Z_{k,l}(P_l))+\sum_{l,j=1}^{2}W_{l_j}^{k}(K)]+$$
$$+\sum_{l=1}^{2}[y_l(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)+d_l(x,t)erfc\left(\frac{\eta_l}{2\sqrt{t}}\right)]+$$
$$+\sum_{l,j=1}^{2}\omega_{l,j}(x,t)erfc\left(\frac{\xi_j}{2\sqrt{t}}\right)erfc\left(\frac{\eta_l}{2\sqrt{t}}\right), \tag{19}$$
$$\left|Y_{k,l}(N_l)\right|<c\exp\left(-\frac{\zeta_l^2}{8\tau}\right),\left|Z_{k,l}(P_l)\right|<c\exp\left(-\frac{q_l^2}{8\tau}\right),P_l=(x,t,\tau,q_l),$$
$$K=\left(x,t,\tau,\zeta_l,q_j\right),\qquad v(x,t),c(x,t),y_l(x,t),d_l(x,t),$$
$$\omega_{l,j}(x,t)\in C^\infty(\overline{\Omega_1}),\qquad N_l=(x,t,\tau,\zeta_l)\}\ .$$

В данном случае количество погранслойных функций увеличивается на такое число, каково количество слагаемых в свободном члене.

Доказана теорема об асимптотическом характере построенного решения.

**ГЛАВА IV** посвящена асимптотике решения параболических уравнений с быстроосциллирующими коэффициентами.

**В параграфе 4.1.** изучается первая краевая задача для сингулярно возмущенного параболического уравнения

$$L_\varepsilon u \equiv \partial_t u(x,t,\varepsilon) - \varepsilon^2 a(x)\,\partial_x^2 u(x,t,\varepsilon) - b(x,t)u(x,t,\varepsilon) - \\ -\varepsilon \exp\left(\frac{i\theta(t)}{\varepsilon}\right)u(x,t,\varepsilon) = f(x,t), \qquad (\mathbf{20})$$

$$u(x,t,\varepsilon)|_{t=1} = u(x,t,\varepsilon)|_{x=0} = u(x,t,\varepsilon)|_{x=1} = 0.$$

Задача решается при выполнении условий 1)-3).

Вводим регуляризующие переменные

$$\eta = \frac{\theta(t)-\theta(0)}{\varepsilon}, \qquad \xi_l = \frac{\varphi_l(x)}{\varepsilon}.$$

Тогда, для расширенной функции

$$\tilde{u}(M,\varepsilon), M = (x,t,\xi,\eta), \qquad \xi = (\xi_1, \xi_2)\,,$$

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)|_{\varsigma=\Psi(x,t,\varepsilon)} \equiv u(x,t,\varepsilon),$$

$$\varsigma = (\xi, \eta), \qquad \Psi(x,t,\varepsilon) = \left(\frac{\theta(x)-\theta(0)}{\varepsilon}, \frac{\varphi_1(x)}{\varepsilon}, \frac{\varphi_2(x)}{\varepsilon}\right),$$

поставим задачу

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u}(M,\varepsilon) \equiv \frac{1}{\varepsilon}\theta'(t)\partial_\eta \tilde{u} + \left[\partial_t \tilde{u} - D_\xi \tilde{u} - b(x,t)\tilde{u}\right] - \\ -\varepsilon \exp\left(i\eta + \frac{i\theta(0)}{\varepsilon}\right)\tilde{u} - \varepsilon L_\xi \tilde{u} - \varepsilon^2 L_x \tilde{u} = f(x,t),\;\; M \in Q, \qquad (\mathbf{21})$$

$$\tilde{u}|_{t=0} = 0, \qquad \tilde{u}(M,\varepsilon)|_{x=l-1,\xi_l=0} = 0,$$

$$Q = \{M\colon x,t \in \overline{\Omega}, \eta \in R, \xi_l \in R_+\},$$

$$D_\xi \equiv \sum_{l=1}^{2} \partial_{\xi_l}^2, \qquad L_\xi \equiv a(x)\sum_{l=1}^{2}[2\varphi_l'(x)\partial^2_{x,\xi_l} + \varphi_l''(x)\partial_{\xi_l}], \qquad L_x \equiv a(x)\partial_x^2\,.$$

Решение расширенной задачи (21) будем искать в виде ряда (7), для коэффициентов этого ряда получим итерационные задачи, которые будем решать в классе функций:

$$U = \left\{u(M)\colon u(M) = \sum_{m=0}^{\infty} \exp(im\eta)\left[v_m(x,t) + \sum_{l=1}^{2}\omega_{l,m}(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\right\}.$$

Отметим, что количество быстроосциллирующих погранслойных функций увеличивается с ростом номера итерации.

Доказана теорема об асимптотическом характере построенного решения.

**Следующий параграф 4.2.** посвящен регуляризации сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивным быстроосциллирующим коэффициентом:

$$L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon) \equiv \partial_t u - \varepsilon^2 a(x)\partial_x^2 u + b(x,t)u +$$

$$+\varepsilon \sum_{m=-q}^{q} c_m(x,t)\exp\left(\frac{im\theta(t)}{\varepsilon}\right)u = f(x,t), \qquad (x,t) \in \pi,$$

$$u(x,t,\varepsilon)|_{t=0} = h(x), \;\; u(x,t,\varepsilon)|_{x=0} = u(x,t,\varepsilon)|_{x=1} = 0. \quad \mathbf{(22)}$$

Предположим, что относительно заданных функций выполнены условия 1)-4).

Введем регуляризующие переменные

$$\xi_l = \frac{(-1)^{l-1}}{\varepsilon}\int_{l-1}^{x}\frac{ds}{\sqrt{a(s)}} = \frac{\varphi_l(x)}{\varepsilon}, \tau = \frac{i(\theta(t)-\theta(0))}{\varepsilon}, \;\; l = 1,2 \qquad (\mathbf{23})$$

и вместо искомой функции u(x,t, $\varepsilon$) будем рассматривать расширенную функцию $\tilde{u}(M,\varepsilon)$, $M = (x,t,\xi,\tau)$.

Для расширенной функции поставим задачу:

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u} \equiv \frac{i}{\varepsilon}\theta'(t)\partial_\tau \tilde{u} + \partial_t \tilde{u} - \Delta_\xi \tilde{u} - b(x,t)\tilde{u} -$$

$$-\varepsilon \sum_{m=-q}^{q} c_m(x,t)\exp\left(m(\tau + \frac{i\theta(0)}{\varepsilon})\right)\tilde{u} = f(x,t), \qquad (\mathbf{24})$$

$$\tilde{u}|_{t=\tau=0} = h(x), \qquad \tilde{u}|_{x=l-1,\xi_l=0} = 0, \;\; l = 1,2.$$

Решение расширенной задачи (24) ищем в виде ряда (7).

Задачи, относительно коэффициентов этого ряда $u_k(M)$, будут решаться в классе функций:

$$U = \left\{ u(M): u(M) = \sum_{m=-\mathrm{kq}}^{\mathrm{kq}} \exp(m\tau)\left[v_m(x,t) + \sum_{l=1}^{2} w_{m,l}(x,t) erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right],\right.$$

$$\left. k = 1,2 \dots, v_m(x,t), \omega_{m,l}(x,t) \in C^\infty(\pi) \right\}.$$

Доказана теорема об асимптотическом характере построенного решения.

**В параграфе 4.3.** изучается двумерное сингулярно возмущенное параболическое уравнение в случае, когда коэффициент при искомой функции является быстроосциллирующей функцией.

$$L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon) \equiv \partial_t u - \varepsilon^2 \Delta u - b(x,t)u - \varepsilon \exp\left(\frac{i\theta(t)}{\varepsilon}\right) u = f(x,t), (x,t) \in Q,$$

$$u(x,t,\varepsilon)|_{t=0} = u(x,t,\varepsilon)|_{x_1=x_2=0} = u(x,t,\varepsilon)|_{x_1=x_2=1} = 0, \qquad (\mathbf{25})$$

где $x = (x_1, x_2)$, $Q = \Omega \times (0,T]$, $\Omega = \{(x_1,x_2): x_1, x_2 \in (0,1)\}$.

Предположим выполненными условия гладкости заданных функций относительно своих аргументов.

Введем регуляризующие переменные

$$\xi_1 = \frac{x_1}{\varepsilon}, \quad \xi_2 = \frac{1-x_1}{\varepsilon}, \quad v = \frac{\theta(t)-\theta(0)}{\varepsilon}, \qquad \eta_1 = \frac{x_2}{\varepsilon}, \qquad \eta_2 = \frac{1-x_2}{\varepsilon} \qquad (\mathbf{26})$$

и расширенную функцию $\tilde{u}(x,t,\xi,\eta,v,\varepsilon)$ такую, что

$$\tilde{u}(x,t,\theta,\varepsilon)|_{\theta=\varepsilon^{-1}\psi(x,t)} \equiv u(x,t,\varepsilon), \qquad (\mathbf{27})$$

$$\theta = (\xi,\eta,v), \qquad \xi = (\xi_1,\xi_2), \qquad \eta = (\eta_1,\eta_2), \quad x = (x_1,x_2),$$

$$\psi(x,t) = \big(x, 1-x, \theta(t)-\theta(0)\big),$$

тогда, с учетом (27), из задачи (25) получим расширенную задачу

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u} \equiv \partial_t \tilde{u}(M,\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon}\theta'(t)\partial_v \tilde{u}(M,\varepsilon) - \Delta_\xi \tilde{u}(M,\varepsilon) - \Delta_\eta \tilde{u}(M,\varepsilon) - b(x,t)\tilde{u}(M,\varepsilon) -$$

$$- \varepsilon \exp\left(iv + \frac{i\theta(0)}{\varepsilon}\right)\tilde{u}(M,\varepsilon) - \varepsilon\big[L_\xi + L_\eta\big]\tilde{u}(M) - \varepsilon^2 \Delta \tilde{u}(M,\varepsilon) = f(x,t),$$

$$M \in W, \qquad \tilde{u}|_{t=v=0} = \tilde{u}|_{\partial D} = 0, \qquad \mathbf{(28)}$$

где $W = \mathrm{Q} \times (0,\infty)^2 \times (-\infty,0)^2 \times (0,+\infty)$, $\Delta_\xi \equiv \left(\partial_{\xi_1} - \partial_{\xi_2}\right)^2$,

$$\Delta_\eta \equiv \left(\partial_{\eta_1} - \partial_{\eta_2}\right)^2, \qquad L_\xi \equiv 2\big[\partial^2{}_{x_1\xi_1} - \partial^2{}_{x_1\xi_2}\big], \qquad L_\eta \equiv 2\big[\partial^2{}_{x_2\eta_1} - \partial^2{}_{x_2\eta_2}\big].$$

Задача (28) регулярна по $\varepsilon$ при $\varepsilon \to 0$, поэтому ее решение будем определять в виде ряда (7).

Введем класс функций, в котором будут решаться итерационные задачи.

$$U = \left\{ u(M): u(M) = \sum_{m=0}^{\infty} \exp(imv)\left[ v_m(x,t) + \sum_{l=1}^{2} w_l^m(x,t) erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right)\right] +$$

$$+ \sum_{l=1}^{2} [z_l^m(x,t) erfc\left(\frac{\eta_l}{2\sqrt{t}}\right) + \sum_{l,j=1}^{2} Y_{l,j}^m(x,t) erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right) erfc\left(\frac{\eta_j}{2\sqrt{t}}\right),$$

$$v_m(x,t),\ v_{l,m}(x,t), \qquad z_{l,m}(x,t), \qquad Y_{l,j}^m(x,t) \in C^\infty(\bar{Q})\}.$$

Асимптотический характер построенного решения устанавливается принципом максимума, т.е. установлена оценка

$$\left|u(x,t,\varepsilon) - u_{\varepsilon n}\big(x,t,\varepsilon^{-1}\psi(x,t)\big)\right| = \left|R_{\varepsilon,n}\big(x,t,\varepsilon^{-1}\psi(x,t)\big)\right| < c\varepsilon^{n+1}. \qquad (\mathbf{29})$$

Доказана теорема об асимптотическом характере построенного решения.

## ВЫВОДЫ

В диссертации получены следующие результаты:

- предложен алгоритм построения асимптотического решения дифференциального уравнения параболического типа с малым параметром при отсутствии спектра предельного оператора и быстроосциллирующим свободным членом;
- построена регуляризованная асимптотика решения сингулярно возмущенной параболической задачи, с быстроосциллирующим свободным членом и показано, что асимптотика решения содержит угловые погранслойные функции. Угловые погранслойные функции описываются произведением параболической и быстроосциллирующей погранслойных функций;
- построена регуляризованная асимптотика решения скалярной сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивным быстроосциллирующим свободным членом. Установлено, что асимптотика решения состоит из суммы погранслойных функций имеющих быстроосциллирующий характер изменения, параболических и угловых погранслойных функций;
- построена асимптотика решения двумерной сингулярно возмущенной параболической задачи, в случае, когда свободный член состоит из одной и аддитивной быстроосциллирующих функций. Асимптотика решения двумерной задачи, в отличии от скалярных задач, имеет сложную структуру, а именно: она кроме угловых погранслойных функций описываемых произведением быстроосциллирующей и параболической погранслойных функций, содержит и угловые параболические погранслойные функции, описываемые произведением параболических погранслойных функций;
- построена асимптотика решения сингулярно возмущенной параболической задачи, с быстроосциллирующим коэффициентом. Как и в случае с быстроосциллирующими свободными членами, асимптотика также содержит быстроосциллирующие и угловые погранслойные функции, но определяемые из уравнений, имеющих другую структуру;
- построена регуляризация сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивным быстроосциллирующим коэффициентом. В данном случае количество быстроосциллирующих погранслойных функций, входящих в асимптотику, увеличивается с ростом номера итераций;
- построена асимптотика решения двумерной сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивным быстроосциллирующим коэффициентом.

## СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ


1. **Шейшенова Ш.К.** Регуляризация сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивной осциллирующей правой частью [Текст] / Ш.К. Шейшенова // Наука и новые технологии. №10.- Бишкек, 2009.- С. 11-17.
2. **Шейшенова Ш.К.** Асимптотика решения параболической задачи при отсутствии спектра предельного оператора и с быстроосциллирующей правой частью [Текст] / А.С. Омуралиев, Ш.К. Шейшенова // Исслед. по интегро-дифференциальным уравниям. Выпуск 42.–Бишкек: Илим, 2010.- С.122-128.
3. **Шейшенова Ш.К.** Асимптотика решения задачи с угловым параболическим пограничным слоем и осциллирующей правой частью[Текст] / А.С. Омуралиев, Ш.К. Шейшенова // Материалы Междунар. Научно-практ. конференции. 2 часть. –Талдыкорган, 2010.-С.192-195.
4. **Шейшенова Ш.К**. Асимптотика решения параболического уравнения с быстроосциллирующим коэффициентом [Текст] / Ш.К. Шейшенова // Исслед. по интегро-дифферциальным уравниям. Выпуск 43. -Бишкек: Илим, 2010. - С.119-127.
5. **Шейшенова Ш.К.** Регуляризация сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивным быстроосциллирующим коэффициентом [Текст] / А.С. Омуралиев, Ш.К. Шейшенова // Наука и новые технологии. №5. –Бишкек, 2010.- С. 5-8.
6. **Шейшенова Ш.К.** Асимптотика решения параболического уравнения с быстроосциллирующей по пространственной переменной правой частью [Текст] / Ш.К. Шейшенова // Поиск. Казакстан. №3. -Алматы, 2011.

   -С .154-157.
7. **SheishenovaSh.K.** Of the asymptotics of optimal control Described by singularly perturbed parabolic equation [Text] / A.S. Omuraliev, Sh.K. Sheishenova // Abstracts of the IV congress of the Turkic world mathematical Society. -Baku, 2011.-P. 393.
8. **Шейшенова Ш.К.** Асимптотика решения параболического уравнения с аддитивной быстроосциллирующей правой частью [Текст] / А.С. Омуралиев, Ш.К. Шейшенова // Известия Вузов. №2.-Бишкек, 2012. - С. 3-11.

## РЕЗЮМЕ

**диссертации Шейшеновой Шаарбубу Кыштообаевны на тему: «Асимптотика решения параболических уравнений при отсутствии спектра предельного оператора» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.**

**Ключевые слова:** Дифференциальные уравнения параболического типа, сингулярно возмущенные параболические задачи, параболический пограничный слой, регуляризованная асимптотика, угловой пограничный слой.

**Цель исследования**: Разработать алгоритм построения регуляризованной асимптотики решения первой краевой задачи для дифференциального уравнения с частными производными параболического типа с малым параметром приотсутствии спектра предельного оператора и когда правая часть и коэффициент являются быстроосцилирующими функциями.

**Объект исследования:** сингулярно возмущенные параболические уравнения при отсутствии спектра предельного оператора и когда свободный член и коэффициент являются быстроосцилирующими функциями.

**Предмет исследования:** Построение алгоритма асимптотического решения дифференциального уравнения параболического типа с малым параметром при отсутствии спектра предельного оператора

**Научная новизна:**

- построена регуляризованная асимптотика решения сингулярно возмущенной параболической задачи, с быстроосциллирующим свободным членом и показано, что асимптотика решения содержит угловые погранслойные функции;
- построена регуляризованная асимптотика решения скалярной сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивным быстроосциллирующим свободным членом;
- построена асимптотика решения двумерной сингулярно возмущенной параболической задачи, в случае, когда свободный член состоит из одной и аддитивной быстроосциллирующих функций;
- построена асимптотика решения сингулярно возмущенной параболической задачи, с быстроосциллирующим коэффициентом;
- построена регуляризация сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивным быстроосциллирующим коэффициентом;
- построена асимптотика решения двумерной сингулярно возмущенной параболической задачи с аддитивным быстроосциллирующим коэффициентом.

**Шейшенова Шаарбубу Кыштообаевнанын «Пределдик операторунун спектри болбогон параболалык теңдемелердин чыгарылышынын асимптотикасы» -деген темадагы 01.01.02 –дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика–математикалык илимдердин кандидаты илимий даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын**

## РЕЗЮМЕСИ

**Урунттуу сөздөр**: Параболалык тибиндеги дифференциалдык теңдемелер, сингулярдуу козголгон параболалык маселелер, параболалык чек катмар, бурчтук чек катмар, регулярыштырылган асимптотика.

**Изилдөөнүн максаты:** Он жагы жана коэффициенти тез термелген функция жана пределдик оператордун спектри болбогондо кичине параметрлүү параболалык айрым туундулуу дифференциалдык теңдемелердин регулярыштырылган асимптотикалык алгоритмдерин иштеп чыгуу.

**Изилдөөнүн объектиси:** Оң жагы жана коэффициенти тез термелген функция жана пределдик оператордун спектри болбогондо сингулярдуу козголгон параболалык теңдемелер.

**Изилдөөнүн предмети:** Пределдик оператордун спектри болбогондо кичине параметрлүү параболалык дифференциалдык теңдемелердин асимптотикасынын алгоритмдерин түзүү.

**Изилдөөнүн илимий жаңылыгы:**

- бош мүчөсү тез термелген функция болгондо сингулярдуу козголгон параболалык маселенин регулярылыштырылган асимптотикасы тургузулган жана асимптотикалык чыгарылыштын бурчтук чек катмар функцияларды камтыгандыгы көргөзүлгөн;
- бош мүчө жалгыз жана аддитивдүү тез термелген функциялар болгон учурдагы эки ченемдүү сингулярдуу козголгон параболалык маселелердин асимпттотикалык чыгарылышы тургузулган;
- аддитивдүү тез термелген бош мүчөсү бар скалярдык сингулярдуу козголгон параболалык маселелердин регулярыштырылган чыгарылыштын асимптотикасы тургузулган;
- коэффициенти тез термелген функция болгондо сингулярдуу козголгон параболалык маселелердин асимптотикалык чыгарылышы тургузулган;
- аддитивдүү тез термелген коэффициенти бар сингулярдуу козголгон параболалык маселелердин регулярыштырылган чыгарылышы тургузулган;
- аддитивдүү тез термелген коэффициенти бар эки ченемдүү сингулярдуу козголгон параболалык маселелердин регулярыштырылган чыгарылыштын асимптотикасы тургузулган.

## SUMMARY

**Dissertation «Asymptotics of solutions of parabolic equations in the absence of a spectrum of the limit operator» of Sheishenova Shaarbubu Kyshtoobaevna is submitted for the scientific degree of the candidate of physical-mathematical sciences by the specialty 01.01.02-differential equations, dynamic systems and optimal control**

**Keywords:** Differential equations of parabolic type, singularly perturbed parabolic problems, regularization of asymptotic solutions, parabolic boundary layer, angular boundary layer.

**Research aim**: to develop an algorithm of construction of regular asymptotic of the first boundary value problem for the partial differential equation of parabolic type with small parameter in the absence of a spectrum of the limiting operator and when the right part and the coefficient are rapid-oscillatory functions.

**Object of research:** singular parabolic equationsin the absence of a spectrum of the limit operator and when a right hand member and factor are rapid-oscillate functions.

**Objective of research:** Construction of algorithm asymptotical of the differential equation of parabolic type with small parameter in the absence of a spectrum of the limit operator.

**Scientific novelty:**

- it is constructed regular asymptotical solution of a singularly perturbed parabolic problem, with rapid-oscillate right hand member and it is shown, that asymptotical solutions contains angular boundary layer functions;
- it is constructed regular asymptotical solution of a scalar singularly perturbed problem with additive rapid -oscillate a right hand member;
- there are constructed asymptotic solutions of two-dimensional singular parabolic problem, in a case when the right hand member consists of one and additive rapid -oscillate functions;
- there are constructed asymptotic solutions singularly perturbed parabolic problem, with rapid -oscillate in factor;
- it is constructed regularization of singularly perturbed parabolic problem with additive rapid -oscillate in factor;
- there are constructed asymptotic solutions of two-dimensional singularly perturbed parabolic problem with additive rapid -oscillate in factor.

Сдано в печать 12.11.2012. Формат 60х84 1/16.
Объем 1,6 п.л. Печать офсетная. Тираж 100 экз.

720044, г. Бишкек, просп. Мира, 27
Типография БГУ им. К.Карасаева