

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. И. РАЗЗАКОВА и
КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СТРОИТЕЛЬСТВА, ТРАНСПОРТА И АРХИТЕКТУРЫ им. Н. ИСАНОВА

Диссертационный совет Д.01.12.005

На правах рукописи

УДК 532.546

УРМАНБЕТОВ РЫСБЕК ДЖОЛДОШЕВИЧ

ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕПЛОВЛАГО -
И СОЛЕПЕРЕНОСА В ПОЧВОГРУНТАХ

Специальность 01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико – математических наук

БИШКЕК – 2012

Работа выполнена в Кыргызском Национальном аграрном университете
им. К.И. Скрябина

Научный руководитель: доктор физико – математических
наук, профессор Туганбаев У.М.

Официальные оппоненты: доктор физико – математических
наук, профессор Исманбаев А.И.
кандидат физико – математических
наук, Токтакунов Т.Т.

Ведущая организация: Кыргызский Национальный
Университет им Ж. Баласагына

Защита состоится 25 января 2013г. в 15.00 часов на заседании
диссертационного Совета Д.01.12.005 по защите диссертаций на соискание
ученой степени доктора (кандидата) наук при Кыргызском Государственном
техническом университете им. И. Раззакова по адресу: 720044, Кыргызская
Республика, г. Бишкек, пр. Манаса, 66. Ауд.1/259.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Кыргызского
Государственного технического университета им. И. Раззакова и
Кыргызского Государственного университета строительства, транспорта и
архитектуры им. Н. Исанова

Автореферат разослан «22» декабря 2012г.

Ученый секретарь
диссертационного Совета Д.01.12.005,
к.ф. – м.н.

Ж.Ж. Доталиева

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Рассмотрим модель, отражающую зависимость урожая сельхозкультуры от процессов тепловлаго и солепереноса, протекающего на сельскохозяйственном поле. Речь идет об анализе и оценке многогранного и разнохарактерного эффекта получения оптимального урожая, благодаря наиболее благоприятному сочетанию сложного комплекса различных свойств и состояний внешней среды – почвы и приземного воздуха. Из всего разнообразия факторов, влияющих на судьбу урожая, наиболее существенными являются тепловлаго и солевые процессы. Многовековой опыт земледелия убеждает нас, что все обилие факторов в конечном итоге можно свести к ним. Все эти субстанции, сельхозкультура впитывает из окружающей среды, перерабатывает, частично усваивает и из этого формируется урожай. Этот поток энергии и массы, притекающий к растению, должен утилизироваться последним в оптимальных количествах. Для растения одинаково плохи и весьма малые и очень большие порции воды, пищи, тепла и т.д. Необходимо знать, что каждый из факторов является весьма сложной и многокомпонентной субстанцией, а одновременное их наложение приводит к очень запутанной картине, которая формирует урожай в целом. Чтобы разобраться в этой картине, необходимо ответить на вопрос, какими параметрами, важными и характерными для растения нужно оценивать каждый из этих факторов, сколько должно быть таких параметров и сколько из них необходимо обязательно принять в расчет.

Влажность почвы, наделяется универсальными качествами при суждении о водном режиме на поле, необходимыми для обеспечения благоприятных условий для произрастания растений или для установления плохих условий для их развития. Содержание различных солей в корнеобитаемом слое почвы, не может характеризовать благоприятный уровень питания растения, нужного для выращивания оптимального урожая. Тепло, вода, свет, пища, углекислота, воздействуя на сельхозрастение, находящиеся в динамическом взаимодействии с почвой и воздухом, представляют собой довольно сложную комплексную субстанцию, наделенными многими чертами. Поэтому для того, чтобы разобраться во всей сложной взаимопереплетенной обстановке, а особенно для того, чтобы количественно оценить ее основные особенности, приходится ограничиться выбором некоторых показателей для каждого фактора урожайности. В соответствии с трактуемой тематикой, мы вынуждены ограничиться лишь изучением таких моделей, которые ставят в однозначную связь урожай с тепловыми, солевыми и влажностными параметрами внешней среды.

Таким образом, большое влияние на урожай сельхозкультуры имеют водно – тепловые и солевые режимы почвы. Водный режим почв оказывает значительное воздействие на изменение солевого и теплового режима, тепловой режим, в свою очередь, сильно влияет на испарение влаги с поверхности почвы и транспирацию, что в свою очередь влияет на миграцию солей. Поэтому задача, исследования закономерности процесса движения

влаги внутри почвы, представляет большой практический интерес для определения межполивного периода и регулирования водно - теплового и солевого режима почвы, с целью повышения урожайности сельхозкультур.

Связь темы диссертации с основными научно – исследовательскими работами. Диссертационная работа выполнена в соответствии с планом научно – исследовательских работ кафедры «Высшая и прикладная математика» КНАУ им. К.И. Скрябина и договора с МОиН КР «Разработка и исследование математической модели тепловлаго – и солепереноса в почвогрунтах» (№ПМБ-017/011, 2009-2011гг.).

Цель работы. Разработка и развитие методов моделирования тепловлаго – и солепереноса в почвогрунтах, для оптимального развития различных сельхозкультур. Для достижения поставленной цели определены следующие задачи:

- 1.разработка методики расчета температурного поля почвы, когда влияние коэффициентов уравнения теплопроводности оценены отдельно;
- 2.проведение исследования уравнения теплопроводности при степенной и экспоненциальной зависимости коэффициентов почвы от температуры, а так же при заданном и произвольном ходе изменения по времени;
- 3.разработка методики расчета двумерного уравнения распространения тепла в почвогрунте и решение одной начально – краевой задачи;
- 4.исследование математической модели движения влаги к поверхности испарения почвы, разработка новых методов аналитических решений нелинейных уравнений движения влажности в почвогрунтах;
- 5.разработка математической модели совместной задачи распространения тепла и влаги в почвогрунтах и его численное исследование;
- 6.разработка аналитического и автомодельного метода решения двумерной задачи влагопереноса в почвогрунтах с гравитацией;
- 7.проведение анализа существующих математических моделей процесса солепереноса и исследование миграции солей, когда задана скорость движения влаги для одно и двумерных уравнений солепереноса;
8. проведен вычислительный эксперимент при исследовании процессов тепловлаго и солепереноса в почвогрунтах, на основе их математических моделей и установлении адекватности разработанных методик исследования.

Научная новизна полученных результатов.

- 1.разработана методика исследования процесса расчета температурного поля почвогрунта, когда влияние коэффициентов уравнения теплопроводности заданы в различных формах, которые позволяют получить структуру полного анализа процесса распространения тепла внутри почвы, на основе решения совокупности сопряженных задач теплопереноса;
- 2.усовершенствованы математические модели движения влаги к поверхности испарения и внутрь почвы, развит асимптотический метод малых возмущений при решении одно и двумерных уравнений влагопроводности;
- 3.разработана математическая модель, совместного движения тепловлагопереноса, а также влагосолепереноса, когда скорость движения

влажности постоянна или задана, определены новые решения для этих уравнений в зависимости от времени и глубины;

4. в разработке приближенно – аналитических, новых автотельных и специальным образом выбранных решений, для одно и двумерных уравнений теплового и солепереноса, которые определяются в специальных функциях математической физики;

5. проведены вычислительные методы: при исследовании процессов распространения тепла вглубь почв с течением времени, при определении профиля влажности, глубины увлажнения, скорости впитывания жидкости, а также на основе модели миграции солей построены профили распределения солей по концентрации в различных слоях почвогрунта с течением времени и по глубине.

Практическая значимость полученных результатов. Разработанные теоретические решения уравнений теплового и солепереноса вносят определенный вклад в развитие теории процесса движения и переноса влаги, тепла и различных солей в почвогрунтах. Конечные результаты получены в явной формульной зависимости от параметров этих субстанций, удобные для практического применения, дают хорошие приближения к известным экспериментальным и численным разработкам. Полученные результаты просты, могут использоваться при расчетах элементов технологии полива, а именно при расчете и определении скоростей впитывания влаги, просачивания и глубины увлажнения. Показан механизм воздействия влажности на тепловые и солевые процессы, а также воздействие тепла на распространение влажности в корнеобитаемой зоне.

Научные положения диссертации, выносимые на защиту состоят:

1. в обобщении и интеграции литературных и других научных данных по данной проблеме, в разработке нового теоретического подхода к решению вышепоставленных задач;
2. в методике моделирования тепловых процессов в почвогрунтах, когда влияние коэффициентов уравнения теплопереноса оценены отдельно, экспоненциально и в степенной форме;
3. в результатах исследований двумерной математической модели распространения тепла в почвогрунте, с применением цилиндрических координат и с разработкой новых аналитических методов решений при исследовании рассматриваемых начально – краевых задач;
4. в разработке математических моделей передвижения влаги к поверхности испарения и в развитии методики их решения;
5. в разработке математической модели совместной задачи движения теплового переноса в почвогрунтах и новой методике решений таких задач;
6. в развитии методик решений одномерных математических моделей солепереноса и в обосновании двумерной модели миграции солей, когда задана скорость движения самой влаги;
7. в результатах численного анализа процессов тепло – и солепереноса в почвогрунтах, на основе предложенных методик исследования,

показывающие картины распределения температур, влажности и различных солей по концентрации в различных зонах почвогрунта в зависимости от времени.

Достоверность научных положений и выводов диссертационной работы подтверждается применением современных приближенно – аналитических, аналитических и численных методов, а также сравнением полученных результатов с известными расчетными и экспериментальными данными других авторов.

Личный вклад диссертанта состоит в проведении самостоятельных исследований, в получении научных результатов, их анализе и формулировании выводов, на базе которых выполнены исследования математических моделей тепловлаго и солепереноса, отдельно и совместно, проведены численные методы при расчете движения влаги и тепла, а также различных солей внутри почвогрунтов.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты и положения диссертационной работы докладывались, обсуждались и одобрены на: Международной научно – практической конференции, посвященная 75-летию КАУ им. К.И. Скрябина (Бишкек – 2008г.); Международной научно – практической конференции, посвященная 55-летию КГУ им. И. Арабаева (Бишкек – 2008г.); Международной научно – практической конференции «Окружающая среда и устойчивое развитие сельского хозяйства». (Бишкек - 2009г.); IV и V Международной научно – практической конференции Аграрная наука - сельскому хозяйству (Барнаул – 2009, 2010гг. Россия); Международной конференции по распространению упругих и упругопластических волн, посвященная 100-летию со дня рождения академика Героя социалистического труда Х.А. Рахматуллина, НАН КР, (Бишкек – 2009г.); Международной научно – технической конференции «Прикладная математика и механика: проблемы и перспективы», КГТУ им. И. Раззакова, (Бишкек – 2011г.); объединенном научном семинаре ТарГУ им. М.Х. Дулати (Тараз – 2012г., Республика Казахстан); Республиканской научной конференции, КГУ им. И. Арабаева, (Бишкек – 2012г.); Международной научно - практической конференции «Актуальные проблемы механики сплошных сред», НАН КР, (Бишкек – 2012г.); объединенных научных семинарах кафедры «Высшей и прикладной математики», КНАУ им. К.И. Скрябина (Бишкек – 2008-2012гг.).

Полнота отражения результатов диссертации в публикациях. По материалам диссертационной работы опубликованы 21 научная статья в периодических изданиях Кыргызской Республики, Республики Казахстан и России.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, списка использованной литературы из 116 наименований, текст изложен на **146** страницах компьютерного текста, содержит 15 рисунков и 6 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дается всесторонний анализ современного состояния вышеуказанной проблемы, указывается актуальность и необходимость выбранного направления научных исследований, цель и основная идея работы, методика исследования, научная новизна и выносимые на защиту основные положения, достоверность научных положений и выводов, личный вклад в решение проблемы, апробация работы, полнота публикаций, структура и объем работы.

Первая глава состоит из пяти параграфов, в которых приводятся основные математические модели теплообмена в почве. Благодаря вертикальному температурному перепаду, меняющейся с течением времени, происходит сложный процесс теплообмена. Уравнение теплопроводности зависит от двух переменных x и t , но как раз они являются главными, так как свойства почвы меняются с течением времени и по глубине т.е. характеристики почвы: плотность, дискретность, пористость, влажность зависят от вышеуказанных переменных. Основное одномерное уравнение теплопроводности записывается как:

$$c(x,t) \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(x,t) \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right], \quad (1)$$

где $\lambda(x,t)$, $c(x,t)$ - коэффициенты теплопроводности, теплоемкости, $T(x,t)$ - функция температуры, x и t – пространственная и временная координаты.

Вначале рассматривается задача, когда свойства почвы изменяются более заметно в количественном и качественном плане по вертикальному профилю, в связи с изменениями структурных, механических и плотностных особенностей почвы. Для нее ставятся следующие начально – краевые условия:

$$T(0,x) = \psi(x), \quad T(0,t) = \varphi(t) \quad (2)$$

и условия затухания температуры на глубине H : $T(H,t) = T_H$ (3)

Задача решена и определена функция температуры, когда теплофизические характеристики почвы меняются с глубиной по линейному закону, которые на первых порах нас устраивала, и описывала целый ряд важных ситуаций.

Далее рассмотрена задача исследования уравнения теплопроводности при экспоненциальной зависимостях коэффициентов почвы от температуры.

Если теплоемкость и теплопроводность изменяются одинаково – экспоненциально, как $c(x,t) = c_0 e^{\alpha x}$, $\lambda(x,t) = \lambda_0 e^{\alpha x}$, то исследуемое уравнение запишется в виде:

$$T_t = T_{xx} + \alpha T_x^2, \quad (4)$$

а с введением новой функции $T(x,t) = \ln \theta / \alpha$ $\theta(x,t) = e^{\alpha x} \rho$ оно примет вид:

$$Q_t = Q_{xx}. \quad (5)$$

Для этого уравнения ставятся начально – краевые условия:

$$Q(x, 0) = \exp \varphi(x), \quad Q(0, t) = \exp \psi_0(t), \quad Q(H, t) = \exp \psi_1(t). \quad (6)$$

Решение уравнения (5), найдено в форме $Q(x,t) = f_0(x) \cdot f_1(z) + f_2(x) \cdot f_3(t)$, где $z = x + bt$ и сделан его анализ. Другая форма линеаризации такова:

$$c(x, t) = c_0 e^{ax+bt}, \quad \lambda(x, t) = \lambda_0 e^{ax+bt}, \quad \text{в результате имеем: } T_\tau = T_{xx} + aT_x, \quad (7)$$

а решение этого уравнения определено в виде: $T(x, \tau) = \mu(\tau)Q(z) + \chi(\tau)$, (8)
где $z = \alpha(\tau)[x - \beta(\tau)]$; при этом проведен анализ полученных решений.

Интересная линейризация рассматриваемого уравнения записано в виде:
 $\lambda(x, t) = \lambda_0(1 - b \exp \alpha x) \cdot f_1(t)$, $c(x, t) = c_0 \exp \alpha x \cdot f(t)$, которая с помощью метода разделения переменных приводит исследуемое уравнение в гипергеометрическое уравнение Гаусса, которое хорошо изучено. Таким образом, здесь разработаны и рекомендованы несколько видов линейризации уравнений теплопроводности, которые позволяют аналитически решить сложную задачу распространения тепла в почвогрунте с различными её теплофизическими характеристиками.

В следующем параграфе, рассматривается задача, учитывающая очень существенный фактор, а именно – временной ход изменения коэффициентов теплопроводности и теплоемкости. Рассматривается математическая модель, в которой коэффициенты λ и c представляются в виде произведения двух функций от x и t и определено одно решение в форме метода разделения переменных. Далее освобождаемся от вышеуказанных ограничений, когда закон изменения теплофизических характеристик изменяется линейно, температурный режим считался периодическим. Ниже рассматривается более общий подход. Предполагаются, что $\lambda(x, t)$, $c(x, t)$ непрерывные функции имеющие I-е и II-е производные, в левой части нет коэффициентов зависящих от x , а в правой от t , в результате имеем $P(t)T_t = Q(x)T_{xx} + Q_{1x}(x)T_x(x)$ (9a) или $a_0 t^n T_t = x^{m-1} [xT_{xx} + mT_x]$ (9)

Решение этого уравнения ищется в трехпараметрическом автомодельном виде:
 $T(x, t) = t^k f(z)$, $z = x^\alpha \cdot t^\beta$, (10)

и для различных k, α, β определены новые его классы решений.

Далее исследуется двумерное уравнение теплопроводности

$$C(x, y, t)T_t = (\lambda(x, y, t)T_x)_x + (\lambda(x, y, t) \cdot T_y)_y, \quad (11)$$

при этом рассматривается случай, когда температурное поле определяется как решение одномерного уравнения – это возможно, когда источником является плоскость с её постоянной плотностью $T_t = T_{rr}$, (12)

а его решения обладают сферической симметрией, так как оно инвариантно относительно группы преобразования подобия. Решения уравнения (12)

найденны в виде: $T(r, t) = t^k f_1(\xi)$, $\xi = r^2/t$, (13)

и разработаны четыре класса его решений, которые имеют вид полинома.

Далее определены его решения в виде плоских волн с различными его модификациями $T(r, t) = f_0(r)f_1(z)$, $T(r, t) = f_2(t) \cdot f_1(z)$.

$$T(r, t) = f_1(z)[f_0(r) + f_2(t)], \quad z = r + bt, \quad (14)$$

и они проанализированы. В конце параграфа решена одна тестовая задача с начально – краевыми условиями

$$T(r,0) = A_0 + A_1 r + A_2 r^2 + \dots \quad T(0,t) = B_0 + B_1 t + B_2 t^2 + \dots, \quad (15)$$

и определены постоянные интегрирования C_1, C_2 и величины n, k, b .

Известно, что распространение влаги и тепла в почвогрунтах, их анализ и управление рассматриваемых процессов, относятся к трудным, актуальным задачам. Ниже рассматривается наиболее распространенная технологическая схема полива – бороздковый (рис.1.).

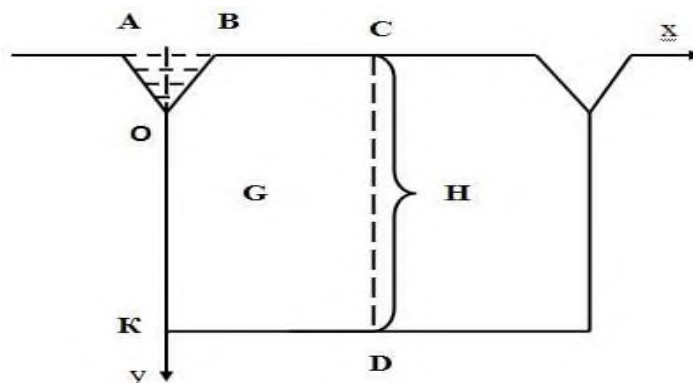


Рис.1. Технологическая схема бороздкового полива.

Геометрические характеристики корнеобитаемой зоны аэрации задаются следующим образом: задаются характерная глубина H , поперечные размеры KD и BC , которые зависят от конкретного вида сельхозкультуры, а кривая AOB определяется геометрией борозды. Математическая модель двумерного процесса тепло-влажностного переноса в почве при бороздковом поливе, описывается следующей системой уравнений:

$$W_t = [D(W)W_x]_x + [D(W)W_y - k(W)]_y, \quad C(W)T_t = [\chi(W)T_x]_x + [\chi(W)T_y]_y. \quad (16)$$

Для этих уравнений в области G , ставятся следующие начально – краевые условия:

$$а. W(x, y, 0) = W_0(x, y), \quad T(x, y, 0) = T_0(x, y), \quad \text{при } t=0. \quad (17а)$$

$$б. D(W)W_y - k(W) = P_0(x, t), \quad T(x, 0, t) = T_0(x, t) \quad \text{на поверхности почвы } y=0. \quad (17б)$$

$$в. D(W)W_y - k(W) = 0, \quad \text{влажность равна } 0 \text{ на } x=H, \quad T = T_H - \text{температура не меняется на глубине } x=H. \quad (17в)$$

$$г. W = W_{\max} - \text{влажность насыщения, } T = T_0 - \text{температура воды, на поверхности } AB \text{ задается уравнением } y = y(x). \quad (17г)$$

$$д. W_x = W_y = 0, \quad T_x = T_y = 0 \quad \text{на } x=0, \quad x=a, \quad y=0, \quad y=b. \quad (17д)$$

Вначале найдено решение уравнения теплопроводности, оно подставлялось в уравнение влагопроводности, а апробация предложенной модели, его решения сравнивались с экспериментальными работами других авторов на реальных объектах. Анализ показал, что модель хорошо согласуется с реальными процессами на сельскохозяйственном поле. Построены зоны увлажнения при бороздковом поливе, и распределение влажности и температуры в различное время (рис. 2-5)

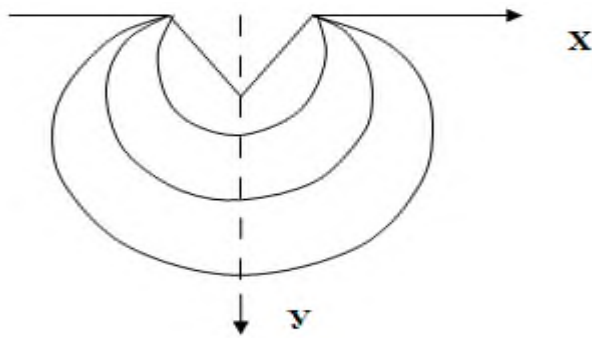


Рис.2. Эпюры увлажнения для бороздкового полива

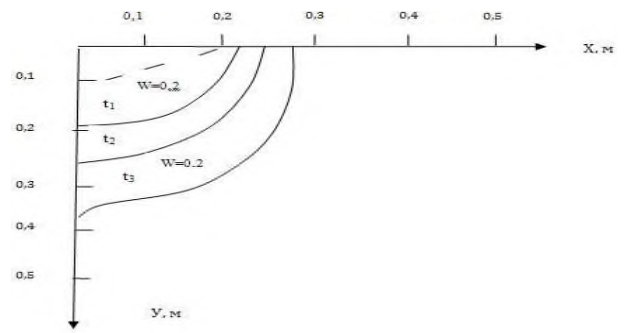


Рис.3. Динамика влажности при $W=0.2$

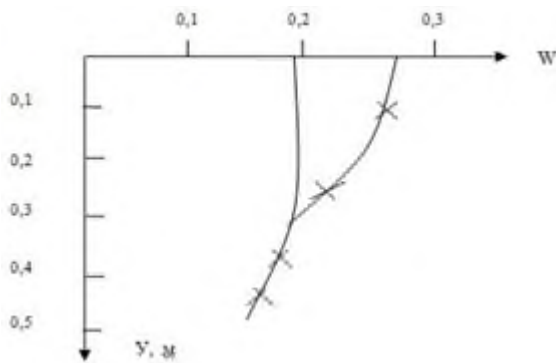


Рис.4. Распределение W при бороздковых поливах при $x = 20$ см, $t = 21$ час.

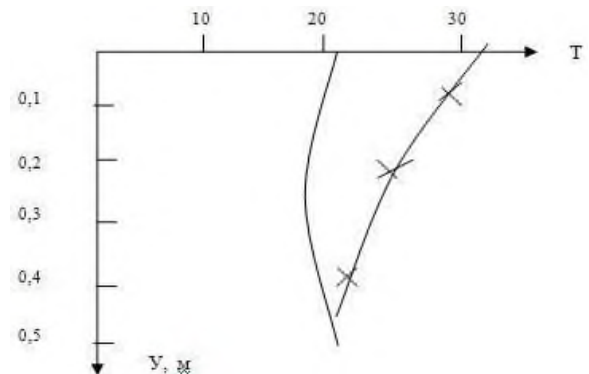


Рис.5. Распределение T при бороздковых поливах при $x = 20$ см, $t = 21$ ч., *- с мульчей.

Во второй главе, состоящей из семи параграфов, рассматриваются и исследуются математические модели основных закономерностей движения влаги. Вначале рассматривается задача, когда потенциал влажности Φ есть функция не только влажности W , но и скорости высыхания W_t

$$W_t = [D(W)W_x + A(W)W_{xt}]_x. \quad (18)$$

Второй член уравнения (18) может иметь знак отличный от первого и значительно превосходить его по величине, т.е. этим объясняется

перемещение влаги к поверхности испарения как: $W_t = AW_{xxt}$ (19)

с условиями: $W(0, x) = \varphi(x)$, $W_{xt}(0, t) = f(t)$, $W_{xt}(H, t) = 0$. (20)

Решения уравнения (21) найдены в следующих видах:

$$\begin{aligned} \text{а. } W(x, t) &= f_0(\xi) \cdot f_1(t) + f_2(x), & \text{б. } W(x, t) &= f_0(\xi) \cdot f_1(t) + f_2(x), \\ \text{в. } W(x, t) &= f_0(\xi) + f_1(t) \cdot f_2(x), & \xi &= x + at, \end{aligned} \quad (21)$$

а именно в виде плоских волн с различными формами, который объясняет из общей концепции Аллера, о зависимости потенциала влажности от скорости высыхания, возможность перемещения влаги к фронту испарения в направлении увеличивающейся влажности.

Если уравнение Аллера предполагают бесконечную скорость переноса возмущения, то уравнения Лыкова $W_t + A_1 W_{tt} = [D(W) W_x]_x$, (22) характеризуются определенной общностью и учитывает его конечную скорость. Для того чтобы учесть конечную и бесконечную скорость

распространения возмущения в почве, необходим компромиссный подход, учитывающий промежуточное состояние. Поэтому ниже предложено уравнение совмещающее структуру обеих уравнений с силой гравитации:

$$W_t + A_1 W_{tt} = [D(W)W_x]_x + AW_{xxt} + K(W)_x. \quad (23)$$

Для этого уравнения начально – краевые условия таковы:

$$W(x, t)|_{t=0} = \varphi(x) = B_0 + B_1x + B_2x^2 + B_3x^3 + \dots \quad (24a)$$

$$[D(W)W_x + AW_{xt} + K(W)]_{x=H}^{\delta=0} = 0 \text{ - на поверхности } x=0 \text{ и на глубине.} \quad (24b)$$

Для уравнения (23) в нулевом приближении, разработаны пять форм решений: в классическом виде разделения переменных, в форме плоской волны с различными её модификациями. Аналогично рассмотрены два нелинейных уравнения движения влаги в почвах. Вначале рассматривается классическое уравнение Аллера

$$W_t = (D(W)W_x + AW_{tx})_x, \quad (25)$$

со следующими начально – краевыми условиями:

$$W(x, 0) = \varphi(x) = B_0 + B_1x + B_2x^2 + \dots, \quad D(W)W_x + AW_{tx} = P_0 + P_1t + P_2t^2 + \dots \text{ при } x=0, \quad (26)$$

а затем уравнение Лыкова,
$$W_t + A_1 W_{tt} = (D(w)W_x)_x, \quad (27)$$

которое учитывает конечную скорость распространения возмущения.

Уравнение (27) объясняет известные противоречия в опытах с промачиванием: эксперимент – конечная скорость возмущения, теория – конечная скорость передачи этого возмущения. Здесь существенно введение второго дополнительного слагаемого, даже когда оно мало. Для уравнения (27) ставятся условия: $W(x, 0) = \varphi(x) = B_0 + B_1x + B_2x^2 + \dots$ при $t = 0$,

$$W_x(0, t) = K_0 + K_1t + K_2t^2 + \dots \text{ при } x = 0. \quad (28)$$

Линеаризуя уравнения (25, 27) разработали, для полученных уравнений, решения в виде классических методов разделения переменных, в виде плоских и обратных плоских волн с различными дополнительными слагаемыми и произведениями.

Просачивание влажности в глубь почвы происходит под действием самых разнообразных движущих сил и имеет неустановившийся характер и нахождения приближенно – аналитических, аналитических точных решений, определение распространения влаги в почвогрунте, с выявлением фронта смачивания, границы раздела полного и неполного насыщения, является важной и трудной задачей.

Ниже исследуется уравнение влагопроводности, $W_t = (D(W)W_x)_x \quad (29)$

с начально – граничными условиями: $W(x, 0) = A_0 + A_1x^2 + A_2x^4 + A_3x^6 + \dots,$

$$W(0, t) = B_0 + B_1t + B_2t^2 + B_3t^3 + \dots, \quad W(H, t) = 0 \text{ при } x = H, \quad (30)$$

для которого найдены простые аналитические решения. Разлагая коэффициент диффузии степенным рядом, получаем относительно нулевого приближения $W_0(x, t)$, следующее уравнение: $W_{0t} = D_0 W_{0xx}. \quad (31)$

Для этого уравнения определены два класса особо автомодельных решений:

$$W_0(x, t) = f_0(t) \cdot f_1(\xi) \cdot [1 + a_1 \xi + a_2 \xi^2 + \dots + a_n \xi^n], \quad \xi = -x^2/4D_0t,$$

$$W_0(x, t) = f_0(t) \cdot x f_1(\xi) \left[1 + v_1 \xi + v_2 \xi^2 + \dots + v_n \xi^n \right]. \quad (32)$$

Причем эти классы решений удовлетворяют определенным функциональным преобразованиям, в результате, которого можно получить другие классы решений. В конце этого параграфа решена начально – краевая тестовая задача, для одного из найденных решений, вида:

$$W(x, t) = C_0 + C_1(t + x^2/2D_0) + C_2 t^2 (tx^2/D_0 + x^4/12D_0^2) + C_3 (t^3 + 3t^2 x^2/2D_0 + tx^4/6D_0^2 + x^6/180D_0^3), \quad (33)$$

и определены постоянные интегрирования C_0, C_1, C_2, C_3 .

Далее решается задача о впитывании влаги в почвогрунт с учетом гравитационных сил, это когда пористость почвы довольно хорошо проницаема:

$$W_t = [D(W)W_x + K(W)]_x. \quad (34)$$

с условиями: $W(x, 0) = P_0, \quad W(0, t) = P_1, \quad DW_x(\bar{1}, t) = 0.$ (35)

Коэффициенты $D(W), K(W)$ неизвестны, хотя и предлагаются различного рода их аналитических выражений, причем в общем случае, они не упрощают само уравнение, тем не менее, разлагая $D(W), K(W)$, в степенные ряды, имеем

$$W_{0t} = D_0 W_{0xx} + K_0 W_{0x}, \quad (36)$$

которое, с помощью введения новой функции: $W_0(x, t) = e^{\alpha+\beta x} \bar{W}(x, t)$ (37)

переписывается: $\bar{W}_t = D_0 \bar{W}_{xx}$, или $\bar{W}_t = D_0 \bar{W}_{xx} + D_1 \bar{W}_x + D_2 \bar{W}.$ (38)

Первое из уравнений (38), выше нами было исследовано. Поэтому ниже исследуется второе из уравнений (38) в двух формах:

$$\bar{W}(x, t) = f_0(t) \cdot f_1(z), \quad z = (ax^2 + vxt + ct^2)/t, \quad z = (x - at)^2/t, \quad (39)$$

которые определяют изменение влажности почвы, а величина K_0 указывает на гравитационную силу. Решение уравнения влагопроводности без силы гравитации, решена численно, причем конечно – разностное уравнение составлено по неявной схеме, а зависимости $D(W), K(W)$ взяты из работы А.А.Роде. Результаты решений приведены на рис. 6-10

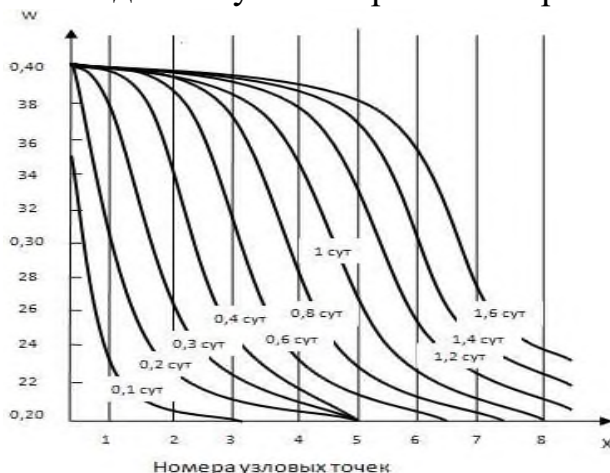


Рис.6. Изменение влажности вдоль колонки грунта во времени при $\Delta x=0,1$ м; $\Delta t = 1.0$ сут.

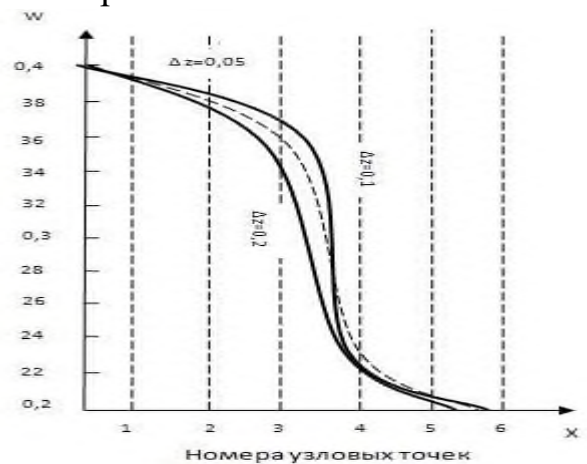


Рис.7. Распределение влажности вдоль колонки грунта на момент времени $t = 2,4$ ч при различных значениях Δx



Рис.8. Распределение влажности вдоль колонки грунта при различных значениях Δt : 1ч. и 2,4 ч.

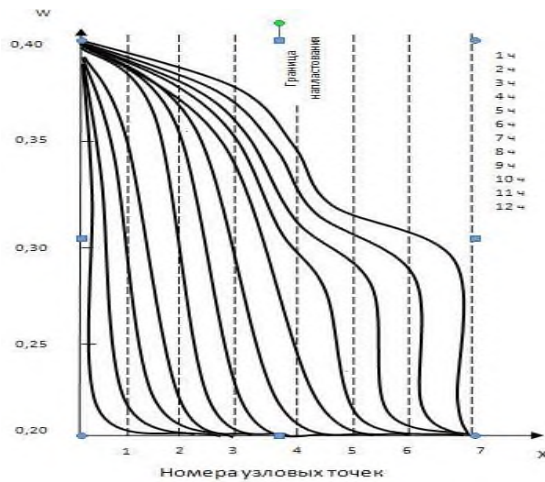


Рис.9. Распределение влажности при неоднородном его строении.

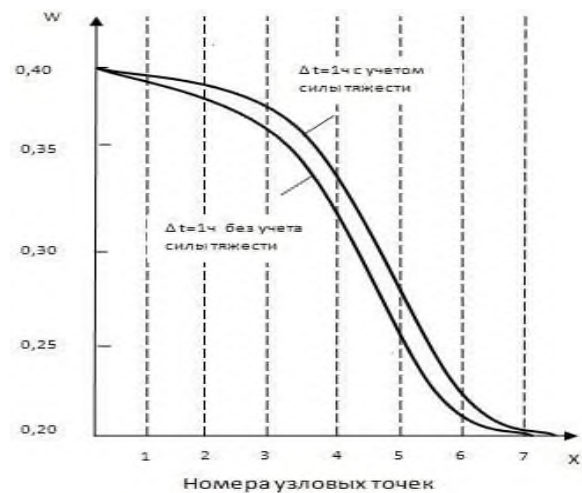


Рис.10. Распределение влажности с учетом и без учета гравитационных сил на момент времени $t = 14$ ч при $\Delta t = 1$ ч, $\Delta x = 0,1$ м.

Далее рассматривается задача совместного движения тепла и влаги, которые существуют и имеет место на сельскохозяйственном поле. Для задач о совместном тепломассопереносе в дискретных системах сформулированы общие принципы, которые положены в основу аналитического подхода при рассмотрении аналогичной задачи для почвы. Существующие трудности можно преодолеть с помощью некоторых допущений. На основании классического уравнения теплопроводности и одного из моделей влагопроводности, решим начально – краевую задачу:

$$C(x, t)T_t = (\lambda_{x, t}T_x)_x, \quad W_t = (D(W)W_x)_x + B(M(T)T_x)_x \quad (40)$$

а. $T(x, 0) = T_0(x), \quad W(x, 0) = W_0(x)$ – начальный момент,

б. $-\lambda_x(0, t) = F_0(t), \quad -[D(W)W_x + B(M(T)T_x)]_{x=0} = F_1(t)$ на границе $x=0$,

в. $T(x, t)|_{x=N} = T_1 = \text{const}, \quad W_x(N, t) = 0$ на глубине $x=N$, (41)

где $M(T)$ – коэффициент термодиффузии, T – температура почвы. Разлагая все функции в ряд в окрестности границы «почва - воздух», тогда их первые члены являются постоянными и система уравнений (40) переписывается как:

$$T_r = T_{xx}, \quad W_r = D_1 W_{xx} + M_1 T_{xx}. \quad (42)$$

Решения уравнения теплопроводности найдено в автомодельном виде и определены два класса его частных решений

$$T(x, \tau) = \tau^k \left[C_1 F_1\left(-k, \frac{1}{2}; z\right) + C_2 z^{1/2} F_2\left(-k + \frac{1}{2}, \frac{3}{4}; z\right) \right], \quad z = -x^2/4\tau, \quad (43)$$

которые были проанализированы. Подставляя одно из решений уравнения теплопроводности во второе уравнение (42), получим неоднородное дифференциальное уравнение влагопроводности:

$$W_\tau = D_1 W_{xx} + 30 M_1 C_1 (12\tau^2 + 12\tau x^2 + x^4), \quad (44)$$

а его общим решением будет: $W(x, \tau) = [C_2 \exp(x - \tau)/D_1 + C_3 \exp(2\tau - 2x)/D_1] \cdot$

$$\cdot \exp 2\tau/D_1 + a_0 \tau^3 + a_1 \tau^2 x^2 + a_2 \tau x^4 + a_3 x^6, \quad (45)$$

то есть ответили на вопрос о распределении влаги с учетом влияния температуры в почве. В конце главы, рассматривается метод малых возмущений, при решении двумерного уравнения влагопереноса с гравитационными силами: $W_t = (D(W)W_x)_x + (D(W)W_y - K(W))_y$. (46)

Для этого уравнения ставятся следующие условия: $W(x, y, 0) = p(x, y)$,

$$D(W)W_y - K(W)|_{y=0} = Q(x, t), \quad D(W)W_y - K(W)|_{y=h} = 0. \quad (47)$$

Решение уравнения (47) ищем в форме: $W = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^{m+1} W_m$, (48)

а $D(W)$ и $K(W)$ записываются: $D(W) = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^m D_m W_{m-1}$, $K(W) = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^m K_m W_{m-1}$,

при этом получим следующую систему рекуррентных уравнений:

$$W_{0t} - W_{0xx} - W_{0yy} + W_{0y} = 0, \dots, \quad W_{mt} - W_{mxx} - W_{myy} + \lambda_m W_{my} = F(W_0, W_1, \dots). \quad (49)$$

Левые части всех приближений одинаковы по форме, поэтому, исходя из групповых свойств самого уравнения, должна соблюдаться инвариантность уравнения относительно некоторой группы преобразований независимых и зависимых переменных. Решение однородной части ищется в форме

$$W_m(x, y, t) = \exp((2y - \lambda_m \cdot t)/4) \cdot t^{n(m+1)} f_m(z), \quad z = -((x + y)^2/8t), \quad (50)$$

где z - автомодельная переменная, n – параметр, m – номер приближения. В результате имеем следующее уравнение для всех приближений:

$$z f_m'' + [1/2 - z] f_m' + n(m+1) f_m = 0, \quad (51)$$

которое является вырожденным гипергеометрическим уравнением Гаусса и имеет решение в нулевом приближении:

$$f_0(z) = c_1 F_1(-n, 1/2; z) + c_2 z^{1/2} \cdot F_2(-n + 1/2, 3/2; z), \quad (52)$$

а в искомым функциях решения запишутся:

$$W_0(x, y, t) = C_1 \exp(k_1(2y - k_1 t)/4D_0) \cdot [a_0 D_0^k t^k + a_1 D_0^{k-1} t^{k-1} (x+y)^2 + \dots + a_k (x+y)^{2k}] \quad (53)$$

$$W_0(x, y, t) = C_2 \exp(k_1(2y - k_1 t)/4D_0)(x+y) \cdot [b_0 D_0^k t^k + b_1 D_0^{k-1} t^{k-1} (x+y)^2 + \dots + b_n (x+y)^{2k}]$$

Далее определяются решения однородной части 1-го, 2-го и т.д. приближений: $f_m(z) = C_{2n+1} F_{m+1,0}(-m, 1/2; z) + C_{2n+2,0} z^{1/2} (-m - 1/2, 3/2; z)$, (54) а решения неоднородной частей определяются методом неопределенных коэффициентов.

Глава III, состоящая из пяти параграфов, посвящена исследованию математических моделей процессов переноса солей в почвогрунтах. Для избежания отрицательных последствий орошения – вторичного засоления, переувлажнения почв, необходимо пользоваться некоторыми мелиоративными приемами: искусственный дренаж, промывки почв, специальная агротехника. Известно, что борьба с засолением – это старая проблема ирригации, которая по настоящее время еще не решена.

Веригиным Н.Н. рассмотрено совместно уравнения фильтрации и солепереноса, которые представляют замкнутую систему уравнений, описывает фильтрацию воды в грунте по закону Дарси, уравнение неразрывности потока, солевого баланса. При некоторых ограничениях, накладываемых на коэффициенты влаго- и солепереноса, а также допущениях, не противоречащих физике процесса, решение вышеуказанной системы сводится к решению уравнения $m_0 C_t = \text{div}(D \text{grad} C) - \text{div}(vC) + \gamma m_0 (C_0 - C)$, (55) где C – концентрация солей в воде в момент времени t и на глубине x , v – скорость движения воды, $D(W)$ – коэффициент диффузии солей в воде, $g(x, t) = DC_x - vC$ – поток соли через сечение x , m_0 – пористость грунта, C_0 – концентрация соли в растворе.

Для сельского хозяйства большое значение имеет изучение солевого режима почв и грунтов. Известно, что грунтовые воды, содержат определенное количество солей. При подъеме грунтовых вод, влага приближается к поверхности почвы, происходит интенсивное испарение и соли выносятся в верхние слои грунта и при этом снижается плодородие почв, а через некоторое время, используемая земля может стать неплодородной. Поэтому задача исследования водно – солевого режима почв и грунтов имеет важное значение для мелиорации, а теоретическое исследование сводится к определению концентрации солей.

Рассмотрим задачу определения концентрации солей, когда классическое уравнение солепереноса записана как: $m_0 C_t = (D(W)C_x - vC)_x$. (56)

Для однородных почв $D(W)$, v – const, поэтому: $C_t = C_{xx} - C_x$, (57)

для которого ставятся следующие начально – краевые условия:

$$a. C(x, t_0) = \varphi(x) = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \dots, \quad б. C(x, t)|_{x=h} = g(h, t) = B_0 + B_2 t + B_2 t^2 + \dots \quad (58)$$

в. $C_x - C = 0$ - при $x = 0$, соль на поверхности почвы не переносится в воздух.

Уравнение (57) разрешено в формах: $C(x, t) = \exp at \cdot [C_1 \exp \lambda_1 z + C_2 \exp \lambda_2 z]$,

$$C(x, t) = (C_1 + C_2 \exp \lambda z) [\exp at - \exp(-x)], \quad z = \alpha x + \beta t, \quad (59)$$

и проведен качественный анализ миграции солей в почвах. Эта же задача решена другими методами. В начале, введением новых переменных

$$z = x + t, \quad \tau = t, \text{ уравнение (57) запишется: } C_\tau = C_{zz}, \quad (60)$$

а решение этого уравнения определено как:

$$C(z, \tau) = p(\tau) \cdot u(\xi) + q(\tau), \quad \text{где } \xi = \alpha \tau \cdot [z - \beta \tau], \quad (61)$$

т.е. при различных значениях коэффициентов B_1, B_2, B_3, B_4 получены различные обыкновенные дифференциальные уравнения, решения, которых выражались через полиномы специальных функций: Чебышева, Эрмита, параметры вырожденной гипергеометрической функции, интеграла ошибок, функции Лапласа, конечные значения которых известны. Затем, решение уравнения (60) определено в виде $C(z, \tau) = \tau^n \cdot f(\xi)$, где $\xi = -z^2/4\tau$,

$$\text{где } \xi = -z^2/4\tau, \quad (62)$$

в результате, которого получаем вырожденное гипергеометрическое уравнение Гаусса, где двумя его решениями являются

$$f(\xi) = C_1 F_1(-n, 1/2; \xi) + C_2 \xi^{3/2} F_2(-n + 1/2, 3/2; \xi), \quad (63)$$

а искомая функция записывается в полиномах

$$C(z, \tau) = A_0 [a_0 \tau^n + a_1 \tau^{n-1} \cdot z^2 + a_2 \tau^{n-2} z^4 + \dots + a_{n-1} \tau \cdot z^{2n-2} + a_n z^{2n}], \quad z = x - t, \quad \tau = t, \\ C(z, \tau) = A_1 [B_0 \tau^{n-1/2} + B_1 \tau^{\tau-3/2} \cdot z^2 + B_2 \tau^{n-5/2} z^4 + \dots + B_{n-1} \tau \cdot z^{2n-3} + B_n z^{2n-1}] \cdot z. \quad (64)$$

Эти решения, при помощи одного из преобразований Куммера, могут быть записаны в виде новых полиномов

$$C(z, \tau) = B_0 \exp(-z^2/4\tau) \cdot \tau^{2n+1/2} \cdot [a_0 \tau^{-n-1/2} + a_1 \tau^{-n-3/2} z^2 + \dots + a_{k-1} \tau z^{-2n-3} + a_k z^{-2n-1}] \\ C(z, \tau) = B_1 \tau^{-2n+1/2} \exp(-z^2/4\tau) [B_0 \tau^{-n-1} + B_1 \tau^{-n-2} z^2 + \dots + B_{k-1} \tau z^{-2n-4} + B_k z^{-2n-2}] \cdot z. \quad (65)$$

Таким образом, нами проведено аналитическое исследование уравнения (57), разработаны два вида его решений: одно специальным образом выбранное решение, второе - в автомодельном виде, а с введением новых переменных, получены ещё четыре его класса решений. Эти решения полезны при изучении процессов солепереноса в почвогрунтах.

Процесс изменения содержания солей в почвогрунтах для двумерных задач, при отсутствии химической реакции, описывается следующим образом:

$$\mu C_t = \mu D(W)(C_{xx} + C_{yy}) - u C_x - v C_y - \eta C, \quad (66)$$

где μ - пористость грунта, γ - const растворения. Для него поставлены следующие начально - краевые условия:

$$C(x, 0, t) = \psi(x, t), \quad C(x_0, y_0, t) = \varphi_1(t). \quad (67)$$

Выше указывалось, что для однородных и изотропных почв величины $D(W)$, u, v постоянны. Если ввести новую функцию:

$$C(x, y, t) = \exp \xi U(x, y, \tau), \quad \xi = a_0 x + b_0 y + c_0 t, \text{ то имеем } U_\tau = U_{xx} + U_{yy}, \quad (68)$$

$$\text{при } a = U/2MD, \quad b = v/2MD, \quad C = -(a^2 + b^2)D_0 - \delta \quad (69)$$

Для уравнения (68), определены два класса решений

$$A. U(x, y, \tau) = \tau^m (x + y)^n \cdot f_1(\xi), \quad \xi = (x + y)^p \cdot \tau^q, \quad (70)$$

причем, каждое линейно – независимое решение полученного уравнения в отдельности могут быть записаны в виде полинома: первое при $m = 0, 1, 2, \dots$, а второе при $m = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$

$$B. \text{ Если предположить, что } \xi^* = (x + y)^2 / \tau, \quad (71)$$

т.е. не давать никаких ограничений на степени решения (70), то после некоторых преобразований, имеем следующее уравнение

$$\xi^* f'' + \left[-\frac{q}{2p^2} \xi^* + \frac{2n-1+p}{p} \right] \xi^* f' + \left[-\frac{m}{2p^2} \xi^* + \frac{n(n-1)}{p^2} \right] f = 0. \quad (72)$$

Если $\bar{\alpha}$ корень уравнения $(pk\bar{\alpha})^2 + (2n-1)pk\bar{\alpha} + n(n-1) = 0$, то подстановка

$$z = \frac{q}{2p^2 k} \eta = \frac{q}{2p^2 k} \xi^*, \quad f(\xi) = \eta^{\bar{\alpha}} f_0(\eta) = \left(\frac{2p^2 k}{g} z \right)^{\bar{\alpha}} \cdot f_1(z) \quad (73)$$

в уравнение (72), получим два вырожденных гипергеометрических уравнения

$$a. z f_1''(z) + [b - z] f_1'(z) - a f_1(z) = 0, \quad б. z f_1''(z) + [b_1 - z] f_1'(z) - a_1 f_1(z) = 0. \quad (74)$$

Решениями этих уравнений является, соответственно

$$a. f_1(z) = A_1 F(a, b, z) + A_2 z^{1-b} F_2(a - b + 1, 2 - b; z) \quad a = \frac{m + (n-1)rg}{g}, \quad b = \frac{pk + 1}{pk},$$

$$б. f_1(z) = B_1 F(a_1, b_1, z) + B_2 z^{1-b_1} F(a_1 - b_1 + 1, 2 - b_1; z) \quad a_1 = \frac{m - mrg}{g}, \quad b_1 = \frac{pk - 1}{pk}, \quad (75)$$

а искомая функция $C(x, y, \tau)$ запишется, окончательно

$$C(x, y, \tau) = \exp z \cdot \tau^m (x + y)^n \cdot z^{\bar{\alpha}} \cdot f_1(z) / n_0. \quad (76)$$

Если разложить $\exp z$, в ряд, а $f_1(z)$ записать в виде полинома, то можно найти постоянные интегрирования из явного задания начально – краевых условий (67). В последнем параграфе рассматривается движение солей в пористой среде при неустановившемся движении воды, которое

описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} H_t &= \operatorname{div}(D(H)\operatorname{grad}H) + vH_x + F; & P(v, H) &= \operatorname{grad}H, \\ nC_t &= \operatorname{div}(D(v)\operatorname{grad}C) - \operatorname{div}(v \cdot C) + \beta(v)(C_m - C). \end{aligned} \quad (77)$$

Первые два уравнения описывают гидродинамическую картину течения в пористой среде. В случае насыщенной фильтрации, первое уравнение представляет уравнение Буссинеска, где $D(H) = KH / \delta$, $H = h$, K - коэффициент фильтрации, δ - недостаток насыщения грунта, h – напор, F – функция влияния источников и стоков. При ненасыщенной фильтрации первое уравнение представляет собой нелинейное уравнение влагопереноса, а её последние два слагаемых – это гравитация, источники и стоки. Второе уравнение определяет связь между напором h и скоростью фильтрации v , третье уравнение описывает диффузию концентрата.

Расчеты эффективно производились с помощью неявного конечно – разностного метода, а программа рассчитана на решение как двух уравнений так и на решение трех, а начально – краевые условия задаются различным образом, указываются устойчивость разностной схемы и её достаточную точность.

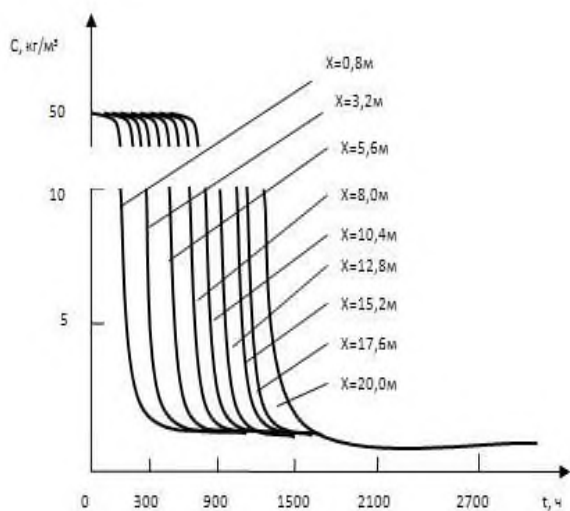


Рис.11. График понижения концентрации солей, когда константа $\beta=0$.

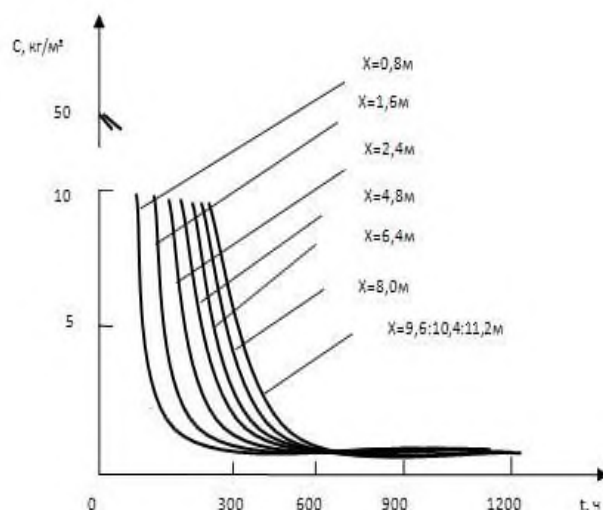


Рис.12.График понижения концентрации солей на различных отметках, когда константа $\beta \neq 0$.

Численно определены понижение концентрации солей по времени для различных x , для $\beta=0$, $\beta \neq 0$ и динамику пьезометрического напора (рис.11-13). Далее рассматривается моделирование влагопереноса в зоне аэрации при периодических поливах с использованием уравнения

$$W_t = [D(w)W_x + K(W)]_x \quad (78)$$

Получены графики распределения влажности по глубине в разные моменты времени (рис.14), численные расчеты для гетерогенной среды, показывают, что гетерогенность является существенным (рис.15).

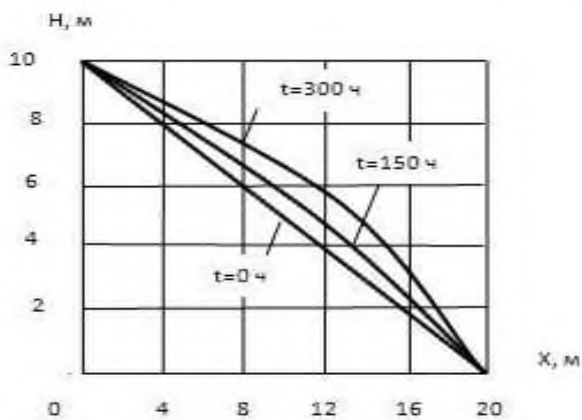


Рис.13. Динамика пьезометрического напора

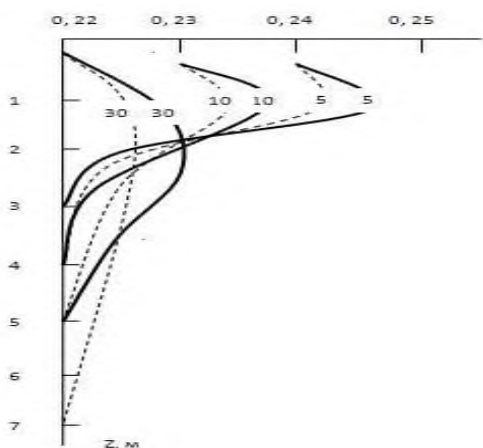


Рис.14. Данные распределения влажности после полива: сплошные линии – в гомогенной среде; пунктиры – в гетерогенной; цифры на кривых – время в сутках с момента начало полива.

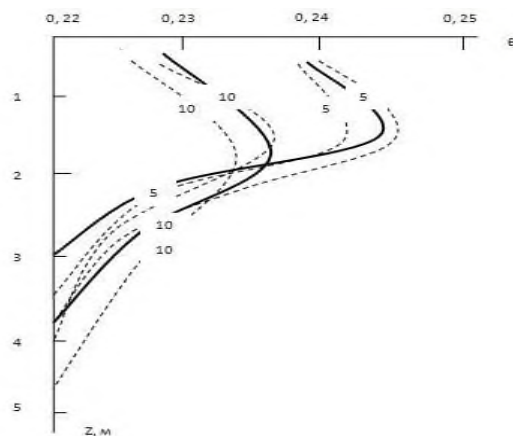


Рис.15. Данные распределения влажности после полива, полученные путем решения уравнения: сплошные линии – нелинейного уравнения; пунктиры – уравнения путём линеаризации штрих – пунктирная линия – уравнения в средней точке.

Сравнение расчетов линеаризованного уравнения (77) с расчетом самого нелинейного уравнения составляет от 7% до 13%, что дает удовлетворительные результаты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты диссертации сводятся к следующему:

1. Основываясь на общих принципах теплофизики почв, приведены математические модели энергетических процессов, протекающие в естественной почве. Разработана методика исследования температурного поля, когда влияние временного и глубинного хода коэффициентов теплопереноса оценены раздельно.
2. Предложены математические модели теплопроводности, когда их коэффициенты зависят от температуры в виде степенной, экспоненциальной и произвольном ходе по времени и они подробно исследованы, т.е. проведен анализ процесса распространения тепла внутри почвы, на основе решения совокупности сопряженных задач теплопереноса.
3. Рассмотрена двумерная модель уравнения теплопроводности, которая с введением цилиндрических координат изучается как простейшее одномерное уравнение. Последнее уравнение подробно исследовано, решена одна тестовая задача.
4. Разработана двумерная модель совместной задачи переноса влаги и тепла в почвогрунтах при бороздковом поливе, построены водные и тепловые режимы внутри грунта, которые сравниваются с экспериментальными результатами других авторов на конкретных участках.
5. При исследовании уравнения Аллера, разработаны новые решения в виде плоских волн и подтверждена общая концепция о возможности перемещения влаги в направлении увеличивающейся влажности.

6. Предложено модифицированное уравнение Лыкова, разработаны классы специальным образом выбранных решений, при этом рассматриваемое уравнение дает компромиссный подход, учитывающий промежуточное состояние для описания процессов испарения и инфильтрации.
7. Приближенно – аналитически и численно решена начально – краевая задача впитывания воды в почву с гравитационными силами и без них, приведены расчетные данные. При помощи асимптотического метода малых возмущений решена двумерная задача влагопереноса в почвогрунтах, причем в полученных системах, однородная часть всех приближений одинакова по форме, поэтому решения находятся в автомодельном виде, а неоднородная часть – методом неопределенных коэффициентов.
8. Рассмотрен и изучен вопрос о происхождении растворимых солей и засоленных почв, актуальность проблемы и борьба с засолением почвогрунтов, проведен анализ существующих математических моделей солепереноса с различными начально – краевыми условиями.
9. Исследована задача водно – солевого режима почв и грунтов, причем рассматривается случай, когда задана средняя скорость движения влаги, а также сам процесс изменения содержания соли (загрязняющего вещества) в почвогрунтах с учетом дисперсии и конвективного переноса. Предложены четыре вида новых аналитических решений уравнения солепереноса, проведен количественный и качественный анализ рассоления почвы.
10. Исследована двумерная задача движения влаги и солей в почвогрунтах, причем решение найдено в автомодельном четырехпараметрическом виде, удобной для практической реализации. Аналогично проведены численные расчеты для одномерного уравнения солепереноса, построены необходимые графики для определения рассматриваемого процесса, которые дают хорошие совпадения с известными экспериментальными результатами.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

1. **Туганбаев У.М.** Особо автомодельные решения уравнения Лыкова [Текст] / У.М.Туганбаев, Г.К. Ботолаева, Н.Ж. Мукамбаев, М.Б. Божокоев, Р.К. Сагындыкова, Р.Дж. Урманбетов. // Сб.: Современные проблемы механики сплошных сред. – Бишкек. - 2007. Вып.6. – С. 56- 62.
2. **Туганбаев У.М.** Исследование уравнений диффузий Аллера и Лыкова [Текст] / У.М. Туганбаев, М.Б. Божокоев, Р.К. Сагындыкова, Н.Ж. Мукамбаев, Г.К. Ботолаева, Р.Дж. Урманбетов. // Вестн. КАУ им.К.И. Скрябина. – Бишкек. - 2007. №1 (7). - С.408-411.
3. **Туганбаев У.М.** Исследование двумерного уравнения теплопроводности с постоянной плотностью источников [Текст] / У.М. Туганбаев, М.Б.Божокоев, Р.Дж. Урманбетов, З.А. Асангазиева. // Межд. науч. практ. конф. посвященная 75-летию КАУ им. К.И. Скрябина, Вестник КАУ им. К.И. Скрябина. - Бишкек. – 2008. - № 1 (9). - С.159-164.

- 4. Туганбаев У.М.** К исследованию двумерного уравнения Лыкова с гравитационными силами [Текст] / У.М. Туганбаев, Г.К. Ботолаева, М.Б. Божокоев, Р.Дж. Урманбетов, А.Ж. Барчыков. // Межд. науч. практ. конф., посвященная 55-летию КГУ им. И.Арабаева. Вестник КГУ им. И.Арабаева, -Бишкек. - 2008. – С.150-153.
- 5. Туганбаев У.М.** Разработка аналитических решений для модифицированного уравнения Аллера [Текст] / У.М. Туганбаев, Р.К. Сагындыкова, М.Б. Божокоев, Р.Дж. Урманбетов, А.Ж. Барчыков. // Межд. науч. практ. конф., посвященная 55-летию КГУ им. И.Арабаева, Вестник КГУ им. И.Арабаева. -Бишкек. - 2008. – С.154-157.
- 6. Туганбаев У.М.** Модель изолированного процесса теплообмена в почве [Текст] / У.М. Туганбаев, Ж.Г. Сыйдыева, М.Б. Божокоев, Н.О. Турусбекова, Р.Дж. Урманбетов. // Межд. науч. практ. конф., посвященная 75-летию КАУ им. К.И. Скрябина. Вестник КАУ им. К.И. Скрябина, - Бишкек. - 2008. - № 1 (9). - С.362-364.
- 7. Туганбаев У.М.** Основные закономерности движения почвенной влаги [Текст] / У.М. Туганбаев, Ж.Г. Сыйдыева, А.Ж. Барчыков, Р.Дж. Урманбетов, З.А. Асангазиева. // Межд. науч. практ. конф., посвященная 75-летию КАУ им. К.И. Скрябина. Вестник КАУ им. К.И. Скрябина, - Бишкек. - 2008. -№ 1 (9) -С.390-392.
- 8. Туганбаев У.М.** Метод решения задачи влагопереноса в почвогрунтах [Текст] / У.М.Туганбаев, Р.Дж. Урманбетов, Н.О. Турусбекова. // В сб. Современные пробл. механики сплошных сред. Вып. 10, - Бишкек. -2009. -С.67-72.
- 9. Туганбаев У.М.** Исследование уравнения теплопроводности при степенной зависимости коэфф. почвы от температуры [Текст] / У.М. Туганбаев, Р.Дж. Урманбетов, А.Ж. Барчыков, З.А. Асангазиева. // Межд. науч. практ. конф. «Окруж. среда и устойч. разв. сельского хозяйства». Вестник КАУ им. К.И. Скрябина. -Бишкек. - 2009. -№1 (12). -С.184-188.
- 10. Туганбаев У.М.** Температурное поле при заданном и произвольном ходе по времени её теплофизических характеристик [Текст] / У.М. Туганбаев, Р.Дж. Урманбетов, А.Ж. Барчыков. // Межд. науч. практ. конф. «Окруж. среда и устойч. разв. сельского хозяйства». Вестник КАУ им. К.И. Скрябина. - Бишкек. - 2009. -№1 (12). -С.188-192.
- 11. Туганбаев У.М.** К экспоненциальному моделированию процессов теплообмена в почве и их исследования. IV. Межд. науч. прак. конф. Аграрная наука - сельскому хозяйству [Текст] / У.М. Туганбаев, М.Б. Божокоев, Р.Дж. Урманбетов, А.Ж. Барчыков. // Сб. статей. кн. 2. – Барнаул. - Россия. -2009. – С313-317.
- 12. Туганбаев У.М.** Аналитическое решение уравнение влагопереноса [Текст] / У.М. Туганбаев, Р.Дж. Урманбетов, М.Б. Байтемирова. // В сб. Совр. пробл. механ. сплошных сред. Вып.11. –Бишкек. -2010. - С.126-131.
- 13. Туганбаев У.М.** Двумерная задача движения влаги и солей в почвогрунте. V Международная научно – практическая конференция. Аграрная наука – сельскому хозяйству [Текст] / У.М. Туганбаев,

Р.Дж. Урманбетов. // Сб.статей, кн.2. -Барнаул. –Россия. - 2010. – С.106-109.

14. Урманбетов Р.Дж. К вопросу комплексного процесса тепловлаги и солепереноса в почвогрунтах [Текст] / Р.Дж. Урманбетов. // Межд. науч. практ. конф. «Окруж. среда и устойч. разв. сельского хозяйства». Вестник КАУ им. К.И. Скрябина. –Бишкек. - 2009. -№1 (12). – С.508-512.

15. Урманбетов Р. Дж. К математической модели процессов солепереноса в почвах [Текст] / Р.Дж. Урманбетов, У.М. Туганбаев, Г.К. Ботолаева, З.А. Асангазиева. // В сб. Современ. проблемы механики сплошных сред. Вып. 9. –Бишкек. - 2009. – С.107-116.

16. Урманбетов Р. Дж. О движении влаги к поверхности испарения [Текст] / Р.Дж. Урманбетов, У.М. Туганбаев. // Межд. конф. по распрасстр. упругих и упругопласт. волн, посвящ. 100-летию со дня рожд. академика Героя соц.труда Х.А. Рахматуллина. – Бишкек. – 28-29 мая 2009. – С.192-196.

17. Урманбетов Р. Дж. Аналитические исследования одного уравнения солепереноса [Текст] / Р.Дж. Урманбетов, У.М. Туганбаев, А.К. Казыбаев, Н.О. Турусбекова. // Межд. конф. по распрасстр. упругих и упругопласт. волн, посвящ. 100-летию со дня рожд. академика Героя соц.труда Х.А. Рахматуллина. – Бишкек. – 28-29 мая 2009. – С.196-201.

18. Урманбетов Р. Дж. Температурное поле при изучении её теплофизических характеристик [Текст] / Р.Дж. Урманбетов. // Междунар. научно - техн. конференция «Прикладная матем. и мех.: проблемы и перспективы» Известия КГТУ им. И. Раззакова. – Бишкек. - 2011. -№22. – С.133-137.

19. Урманбетов Р. Дж. Приближенно-аналитическое и численное исследование процесса передвижения влаги в глубь почвогрунта [Текст]/ Р.Дж. Урманбетов// Республиканская научная конф., посвященной памяти проф., Р. Усубакунова, Бишкек., КГУ им. И. Арабаева.-2012.-С.118-123.

20. Урманбетов Р. Дж. Математическое моделирование движения воды и солей в почвогрунтах и его численная реализация. [Текст]/ Р.Дж. Урманбетов// Междун. научно-практ. конференция. посвящ. 80-летию со дня рожд. Профессора Бийбосунова И.Б., «Актуальные проблемы механики сплошных сред»,- Бишкек: ИГ и ОН НАН КР.-2012.С.189-195.

21. Урманбетов Р. Дж. Исследование двумерной модели совместной задачи передвижения влаги и тепла в почвогрунтах при бороздковом поливе [Текст] / Р.Дж. Урманбетов // Вестник ТарГУ им. М.Х. Дулати. – Тараз. - 2012. -№ 1. – С.133-137.

Урманбетов Рысбек Джолдошевичтин 01.02.05 - суюктуктун, газдын жана плазманын механикасы адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасына ээ болуу үчүн «Топурак кыртышындагы жылуулук, нымдуулук жана туздардын жылышынын математикалык моделдерин изилдөө» аттуу темадагы диссертациялык ишинин

РЕЗЮМЕСИ

Өзөктүү сөздөр: Жылуулуктун физикалык процесси, жылуулуктун таралышы, суу булактарын тыгыздыгы, жөөк менен суугаруу, инфильтра-

ция, тегиз толкун, Лыковдун модифицирленген тендемеси, гравитациалык күчтөр, аз сандагы бузулуулардын асимптотикалык методу, нымдын таралышы, автомоделдик чыгарылыш, Бесселдин функциясы, өзгөчөлөнгөн гипергеометриялык функция.

Изилдөөнүн объектиси: Топурак кыртышы үчүн иштеп чыгарылган нымдуулуктун, жылуулуктун жана ар түрдүү туздардын концентрациясы боюнча механика-математикалык моделдин кыймылы .

Изилдөөнүн максаты: Жер кыртышындагы жылуулуктун, нымдуулуктун жана туздардын кыймылынын математикалык моделдеринин негизинде, айыл чарба өсүмдүктөрүнүн оптималдуу өсүшү жана мол түшүмдүү бышып жетилиши үчүн заманбап математикалык аппаратты пайдалануу менен иштеп чыгуу.

Изилдөөнүн методдору: Изилденген проблема боюнча илимий тажрыйбаны анализдөө жана жалпылоо, заманбап математиканын эсептеп чыгаруу экспериментинин методдорун колдонуу, изилдөөнүн жыйынтыктарын анализдөө жана илимий жалпылоо.

Алынган натыйжалар жана анын жаңылыгы: Жер кыртышындагы жылуулуктун, нымдуулуктун туздардын ар кандай аралашмасынын математикалык моделдери иштелип чыкты, алардын аналитикалык чыгарылыштары жаны методдору сунушталып жана башка авторлордун эксперименталдык иштери менен салыштырылды.

Сунуштоо: Иштелип чыккан жер кыртышындагы жылуулуктун, туздардын жылышын эсептелип чыгарылган математикалык моделин аныктоо жана алардын жөнөкөй формула түрүндө алынган чыгарылыштары, өсүмдүктөрдү суугаруунун мөөнөтүн сунуштоо, натыйжасы – экономикалык кызыкчылык.

Колдонуу тармагы: Суу чарбасында, мелиорацияда, өсүмдүктөрдү суугарууну аныктоодо, гидротехникалык жана эсептөөлөрдө, гидротехника адистигинде окуган жогорку курстун студенттерин окутууда колдонулат.

РЕЗЮМЕ

диссертации Урманбетова Рысбека Джолдошевича на тему: «Исследование математических моделей теплового - и солепереноса в почво-грунтах» на соискание ученой степени кандидата физико -математических наук по специальности 01.02.05 - механика жидкости, газа и плазмы.

Ключевые слова: Теплоперенос, плоская волна, инфильтрация, гравитационные силы, асимптотический метод малых возмущений, влагоперенос, автомоделное решение, вырожденная гипергеометрическая функция.

Объект исследования: Являются почвогрунты, для которых разработаны механико-математические модели движения влаги, тепла и различных солей.

Цель работы: На основе существующих математических моделей движения влаги, тепла и солей в почвогрунтах, разработать свои модели и методы решения поставленных задач, используя современный аппарат математики,

для оптимального роста и созревания сельхозкультур.

Методы исследований: Анализ и обобщение научного опыта по исследуемой проблеме, применение методов современной математики, вычислительного эксперимента, анализ и научное обобщение результатов исследований.

Полученные результаты и их новизна: Разработаны математические модели движения тепла, влаги и солей в почвогрунтах, предложены новые аналитические методы их решений, которые сравниваются с экспериментальными работами других авторов, где они встречаются.

Рекомендации: Разработанные математические модели тепловлаго и солепереноса, их решения, а также рекомендуемые сроки поливов, определение тепла, влажности и концентрацию различных солей в толще почвогрунта, полезны для оптимального развития сельхозкультур, являющейся конечным экономическим интересом.

Область применения: В мелиорации, орошении, и в обучении студентов старших курсов, специальности гидравлики и управление водными ресурсами.

SUMMARY

thesis Urmanbetova Rysbek Dzholdoshevicha on "Research of mathematical models warm moisture - and salt transport in soil" for the degree of the candidate of physical and mathematical sciences, specialty 01.02.05 - mechanics of liquid, gas and plasma.

Keywords: thermophysical processes, heat transfer, furrow irrigation, a plane wave, infiltration, gravitational forces, the asymptotic method of small perturbations, water transfer, similar solution, the confluent hypergeometric function.

Object of study: Are soils, which developed mechanical - mathematical model of moisture, heat, and various salts in concentration.

Objective: On the basis of the existing mathematical models of the motion of moisture, heat and salt in soil, to develop their own models and methods for solving the problems using modern apparatus of mathematics, for optimal growth and ripening crops.

Research Methods: Analysis and synthesis of scientific expertise on the problem at application of modern mathematics, computer simulation, analysis and synthesis of scientific research results.

Results and novelty: The mathematical model of the motion of heat, moisture and salts in soils, the proposed new analytical methods of their solutions, which are compared with the experimental work of other authors, where they meet.

Recommendations: The mathematical models teplovлаго and salt transport, their solutions, and the recommended timing of irrigation, the definition of heat, humidity and concentration of various salts in the bulk soil, are useful for the optimal development of crops, is the ultimate economic interest.

Applications: melioration, irrigation, and in graduate courses specifically hydraulics and water management.