**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ**

**КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**

**ОШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ИНСТИТУТ ПРИРОДНЫХ РЕСУРСОВ ЮЖНОГО ОТДЕЛЕНИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК   
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**

ДИССЕРТАЦИОННЫЙ СОВЕТ К 01.15.504

На правах рукописи

УДК: 517.97; 62-50

**Кадиримбетова Айша Казахбаевна**

**НЕЛИНЕЙНОЕ ОПТИМАЛЬНОЕ ГРАНИЧНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕПЛОВЫМИ ПРОЦЕССАМИ,**

**ОПИСЫВАЕМЫМИ ФРЕДГОЛЬМОВО ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ**

01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические

системы и оптимальное управление»

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

**Бишкек – 2015**

Диссертационная работа выполнена на кафедре «Высшая математика» Кыргызского Государственого университета имени И. Арабаева

|  |  |
| --- | --- |
| **Научный руководитель:** | доктор физико-математических наук,  профессор **Керимбеков Акылбек** |
| **Официальные оппоненты:** | доктор физико-математических наук,  профессор **Алымкулов Келдибай**, |
|  | кандидат физико-математических наук, доцент **Бекешов Турдумамат Орозматович** |
|  |  |
| **Ведущая организация** | Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева |

Защита диссертации состоится «18» декабря 2015 г. В 1400 часов на заседании диссертационного совета К 01.15.504 по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук при Ошском Государственном университете и институте природных ресурсов южного отделения НАН Кыргызской Республики по адресу: 723500, г. Ош, ул. Ленина, 331.

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной библиотеке Ошского Государственного университета.

Автореферат разослан «16» ноября 2015 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета

к.ф.-м.н., доцент Папиева Т. М

**ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ИССЛЕДОВАНИЯ**

**Актуальность темы**. На практике встречаются множество задач прикладного характера, математическая формализация которых приводят к интегро-дифференциальным уравнениям параболического типа. Множество примеров таких задач, связанные с управлением тепловых   
и диффузионных процессов, а также переноса тепловых нейтронов приведены в работах А. И. Егорова и В. С. Владимирова.

Основы теории оптимального управления системами с распреде-ленными параметрами были заложены в 60-е годы прошлого столетия в работах А. Г. Бутковского, А. И. Егорова, Т. К. Сиразетдинова и др. В настоящее время теория получила широкое развитие. Однако задачи не-линейной оптимизации, из-за сложности их исследования, мало изучены.

Исследование разрешимости нелинейных задач оптимизации   
и разработка конструктивных методов их решения является одной из ак-туальных задач теории оптимального управления системами с распреде-ленными параметрами.

В диссертации основное внимание уделено исследованию задачи оптимизации тепловых процессов, описываемых фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями при граничном управлении. При этом функция граничного источника нелинейно зависит от управляющих параметров.

**Связь темы диссертации с крупными научными программами, основными научно-исследовательскими работами, проводимыми научными учреждениями.** Диссертация выполнена в рамках научного проекта № КР-05 (номер гос. регистрации № 0006988) «Математическое обеспечение процессов управления энерго-массопереносами, происходящими в линиях передач, и продукционными почво-растительными системами» МОиН КР.

**Цели и задачи исследования.** Целью диссертационной работы является исследование задач нелинейной оптимизации тепловых процессов, описываемых фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями в случае, когда внешнее воздействие сосредоточено на границе и установление достаточных условий существования и единственности решения задачи оптимизации. Решены следующие задачи:

* построить слабо обобщенное решение краевой задачи в случае, когда управляемый тепловой процесс описывается фредгольмово интегро-дифференциальным уравнением;
* построить обобщенное решение сопряженной краевой задачи;
* получить нелинейное интегральное уравнение оптимального управления и исследовать его разрешимость;
* построить решение задачи нелинейной оптимизации при граничном управлении и исследовать сходимость его приближений по управлению, по оптимальному процессу и по функционалу.

**Научная новизна работы**. Впервые, на примере граничного управления тепловыми процессами, описываемыми фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями, разработан алгоритм построения   
решения нелинейной задачи оптимизации и его приближений.

Полученные результаты являются новыми в теории оптимального управления системами с распределенными параметрами, в частности,

* установлено, что коэффициенты Фурье слабо обобщенного   
  решения основной и сопряженной краевых задач определяются как решения линейных неоднородных интегральных уравнений Фредгольма второго рода;
* установлено, что оптимальное управление определяется как решение нелинейного интегрального уравнения и должен удовлетворять дополнительному условию в виде неравенства относительно функции источника;
* найдены достаточные условия однозначной разрешимости   
  задачи нелинейной оптимизации тепловых процессов, описываемых фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями, при граничным управлении;
* разработан алгоритм построения приближенного решения   
  задачи нелинейной оптимизации и доказана их сходимость по управлению, по оптимальному процессу и по функционалу.

**Теоретическая и практическая ценность**. Разработанный алгоритм построения приближенного решения задачи нелинейной оптимизации при нелинейном граничном управлении может быть использован на практике. Полученные теоретические выводы представляют интерес   
в теории оптимального управления системами с распределенными параметрами, ибо они могут быть использованы для развития методов   
исследования и при разработке конструктивных методов решения нелинейных задач оптимизации.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту:

* определение коэффициентов Фурье слабо обобщенного решения основной и сопряженной краевых задач как решения линейных неоднородных интегральных уравнений Фредгольма второго рода;
* построение оптимального управления как решение нелинейного интегрального уравнения, удовлетворяющим дополнительному условию в виде неравенства относительно функции источника;
* определение достаточных условий однозначной разрешимости задачи нелинейной оптимизации тепловых процессов, описываемых фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями, при граничным управлении;
* определение алгоритма построения приближенного решения задачи нелинейной оптимизации и доказательство их сходимости по управлению, по оптимальному процессу и по функционалу.

Личный вклад соискателя. По результатам исследований опубликовано 8 статей, 2 тезиса. В опубликованных работах в сооавторстве, постановка задачи принадлежит научному руководителю, а основные результаты были получены соискателем.

Апробации результатов диссертации. Результаты исследований докладывались на международных конференциях, симпозиумах и межвузовских, вузовских конференциях:

* 2-я международная научная конференция «Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений». Кыргызстан, Булан-Соготту, 5–7 сентября 2013;
* 3-я республиканская научная конференция, посвященная памяти профессора Р.Усубакунова. Кыргызстан, Бишкек, 17апреля 2014;
* Second International Conference on Analysis and Applied Mathematics, Shymkent, Kazakstan, September 11–13, 2014;
* международная научно-практическая конференция «Информационные технологии: Инновации в науке и образовании». Казахстан, Актобе, 19–21 февраля, 2015.
* республиканская научно-практическая конференция «Наука и современность – 2015», посвященной реализации Послания Президента Республики Казахстан народу Казахстана «Нурлы жол – путь в будущее». Казахстан, Тараз, 13 марта 2015.

Результаты исследований регулярно были обсуждены на научном семинаре (научный руководитель проф. Керимбеков А. К.) кафедры «Прикладная математика и информатика» Кыргызско-Российского Славянского Университета.

Полнота отражения результатов диссертации в публикациях. Основные результаты диссертационного исследования опубликованы   
в 8 научных статьях и в 2 тезисах, в том числе в реферируемых журналах Кыргызской Республики – 4, в реферируемых зарубежных журналах –3, в материалах конференций –1, в единоличном авторстве–4.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введе-ния, двух глав, восьми разделов, заключения, списка использованной литературы, содержащего 99 наименований и приложения. Общий объем работы включает 101 страницу машинописного текста.

Содержание исследованийизложены в следующей последовательности.

В первой главе исследована задача нелинейной оптимизации с граничным управлением в случае, когда управляемый тепловой процесс описывается фредгольмово интегро-дифференциальным уравнением и качество управления оценивается квадратичным функционалом.

В пункте 1.1 на основе интегрального тождества, эквивалентного краевой задаче, подробно изложена процедура построения слабо обобщенного решения краевой задачи управляемого процесса , удовлетворяющего в области  интегро-дифференциальному уравнению

 *, (1)*

а на границе области  начальному

 *(2)*

и граничным условиям

   *(3)*

где *T –* фиксированный момент времени, –заданная функция, она определена в области и удовлетворяет условию

 *(4)*

т. е. является элементом гильбертово пространства 

 

 *(5)*

заданные функции, функция управления,  – параметр, постоянная .

Как известно, при условиях (5)краевая задача (1)–(3)не может иметь классического решения. Поэтому будем пользоваться понятием обобщенного решения краевой задачи (1)–(3).

*Определение 1.* Под слабо обобщенным решением краевой задачи *(1.1.1)–(1.1.3)* называется функция , которая удовлетворяет интегральному тождеству



 *(6)*

при любых  и  , и для любой функции а также начальному и граничным условиям в слабом смысле, т. е.



  *(7)*

для любых функций  и 

Решение краевой задачи (1)–(3)ищем в виде

 *(8)*

где коэффициенты Фурье



определяются как решение линейного неоднородного интегрального уравнения Фредгольма второго рода

 *(9)*

Здесь  

и имеет вид 

где  – резольвента ядра .

В пункте 1.2 рассматривается задача оптимизации, где требуется минимизировать квадратичный интегральный функционал

 *(10)*

где  – заданная функция, на множестве решений краевой задачи (1)–(3).

Согласно методике вывода принципа максимума, приращение функционала (10)можно представить в виде

 *(11)*

где ,

 *(12)*

а функция  определяется как решение сопряженной краевой задачи

  

 

   *(13)*

Согласно принципу максимума для систем с распределенными параметрами оптимальное управление определяется из соотношений

 *(14)*

* (15)*

которые называются условиями оптимальности.

В пункте 1.3 построено решение сопряженной краевой задачи   
в виде ряда

. *(16)*

Установлено, что коэффициенты Фурье , определяются как решение линейного неоднородного интегрального уравнения Фредгольма второго рода

 *(17)*

где ядро

 и  *(18)*

Решение сопряженной краевой задачи получено в видегде  – резольвента ядра .

В пункте 1.4,согласно условиям оптимальности (14) и (15),относительно оптимального управления, с учетом равенства



где 



**

полученонелинейное интегральное уравнение

* (19)*

в котором

**

Отметим, что дальнейшее исследование разрешимости нелинейного интегрального уравнения будем проводить в предположении, что функция  удовлетворяет условию (15)для любого управления  В этом случае остается построить решения лишь уравнения *(1)*. Согласно методике, разработанной проф. А. Керимбековым, положим

 *(20)*

*Лемма 1.4.1* Функция  является элементом пространства .

Согласно условию (15),из равенства (20),управление определяется однозначно, т. е. существует функция  такая, что

 *(21)*

В силу *(20)* и *(21)* уравнение *(19)* перепишем в виде

 *(22)*

или в операторной форме

 *(22’)*

где

 *(23)*

 *(24)*

Теперь исследуем вопросы однозначной разрешимости операторного уравнения *(22).*

*Лемма 1.4.2* Функция  является элементом гильбертова пространства .

*Лемма 1.4.3* Оператор  отображает пространство    
в себя, т. е. является элементом пространства 

*Лемма 1.4.4* Пусть выполнены условия

 *(25)*

 *(26)*

*Лемма 1.4.4* Пусть выполнены условия

Тогда при выполнении условия

 *(27)*

оператор  является сжимающим.

*Теорема 1.4.1* Пусть выполнены условия (25)–(27). Тогда операторное уравнение (22)в пространстве  имеет единственное решение.

Решение операторного уравнения *(22’)* может быть найдено методом последовательных приближений, т. е. -е приближение решения находится по формуле

 

где  произвольный элемент пространства , причем имеет   
место оценка



Точное решение  может быть найдено как предел приближенных решений, т. е.



Это решение подставляя в (21)находим искомое решение уравнение (19)в виде

.

В пункте 1.5 по оптимальному управлению  найден оптимальный процесс 

,

где

. *(28)*

Минимальное значение функционала (10) вычисляется по формуле

 *(29)*

Тройка  определяет решения задачи нелинейной оптимизации.

1. *Приближения оптимального управления и их сходимость.*

*k*-е приближение оптимального управления находим по формуле

  *(30)*

*Лемма 1.5.1.* Пусть функция  удовлетворяет условию Липщица по функциональной переменной , т. е.

 *(31)*

Тогда *k*-е приближение сходится к оптимальному управлению  по норме гильбертово пространства *Н*.

*2. Приближения оптимального процесса и их сходимость.*

При построении приближений оптимального процесса    
будем различать следующие приближения:

*2.1.* *m*-е приближение оптимального процесса по резольвенту находим по формуле



где



*m*-ое приближение резольвенты ;

*2.2*. *m*, *k*-е приближение оптимального процесса находим по формуле

,

где

.

*2.3. m, k, r-*ое приближение оптимального процесса находим по формуле



*Лемма 1.5.2. m-*е приближение  сходится к оптимальному процессу  по норме пространства *H(Q).*

*Лемма 1.5.3.* Пусть функция  удовлетворяет условию Липщица по функциональной переменной , т. е.

. *(32)*

Тогда *m, k*-е приближение при  сходится к  по норме гильбертово пространства  для любого 

*Лемма 1.5.4. k, m, r-*е приближение при  сходится к функции  по норме пространства  для любого *k, m = 1, 2, 3,… .*

*Теорема 1.5.1. k, m, r-*е приближение при  сходится к оптимальному процессу  по норме пространства .

*III.* *Приближения минимального значения функционала и их сходимость.*

*3.1.* *m*-е приближение по резольвенту минимального значения функционала находим по формуле



*3.2*. *m*, *k*-е приближение минимального значения функционала находим по формуле



*3.3. m, k, r-*ое приближение минимального значения функционала находим по формуле



*Лемма 1.5.5.* Приближение  при  сходится к значению функционала .

*Лемма 1.5.6.* Приближение  при  сходится к значению функционала  для любого *m =1, 2, 3,…*

*Лемма 1.5.7.* Приближение  при  сходится к значению функционала  для любых *k*, *m =1, 2, 3,…* .

*Теорема 1.5.2.* Приближение  при  сходится к значению функционала .

Во второй главе исследована задача нелинейной оптимизации тепловых процессов, описываемых фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями, с граничным управлением при минимизации кусочно-линейного функционала.

В пункте 2.1рассматривается задача оптимизации, где требуется минимизировать кусочно-линейный функционал

 *(33)*

где  – заданная функция, на множестве решений краевой задачи (1)–(3).

Согласно принципу максимума для систем с распределенными параметрами оптимальное управление определяется из соотношений

 *(34)*

 *(35)*

где  – решение сопряженной краевой задачи.

В пункте 2.2, согласно условиям оптимальности, получено соотношение

 *(36)*

которое является нелинейным интегральным уравнением оптимального управления.

Известно, что решение интегрального уравнения Фредгольма не обладает свойством продолжаемости. С учетом этого обстоятельства при исследовании однозначной разрешимости уравнения (36) рассмотрим следующие задачи:

**Задача 1.** Если , то «оптимальное» управление определяется как решение положительного знака интегрального уравнения

*, (37)*

удовлетворяющее дополнительному условию

. *(38)*

**Задача 2.** Если , то «оптимальное» управление определяется как решение отрицательного знака интегрального уравнения

, *(39)*

удовлетворяющее дополнительному условию

. *(40)*

Заметим, что условия (38) и (40) не могут быть выполнены одновременно. Таким образом, оптимальное управление  определяется как решение либо задачи 1, либо задачи 2. Обозначим через –  решение задачи 1, а через –  решение задачи 2. Оптимальность управлений  и  определяется из условий:



Каждая из этих задач исследована согласно методике, изложенной в главе I.

Таким образом, задача оптимизации при минимизации кусочно-линейного функционала имеет специфические особенности.

В приложении приведены результаты численных расчетов, подтверждающие теоретические выводы.

**ВЫВОДЫ**

В диссертации исследованы управляемые тепловые процессы, описываемые фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями   
параболического типа. В задаче управления граничное управление нелинейно входит в краевое условие третьего рода и на множестве решений краевой задачи минимизируются квадратичный и кусочно-линейный функционалы. Изложен алгоритм построения слабо обобщенных решений основной и сопряженной краевых задач, разработанный на основе интегральных тождеств, эквивалентных краевым задачам. Получены условия оптимальности в виде равенства и в виде дифференциального неравенства, не содержащего решения сопряженной краевой задачи. Относительно оптимального граничного управления в случае минимизации квадратичного функционала получено нелинейное интегральное уравнение, а в случае минимизации кусочно-линейного функционала получено нелинейное интегральное уравнение специфического вида, которое имеет решение лишь определенного знака (положительного или отрицательного на всем промежутке от 0 до *Т*). Найдены достаточные условия однозначной разрешимости задачи нелинейной оптимизации. Получено полное решение задачи нелинейной оптимизации и доказана сходимость его приближений.

Полученные результаты являются новыми в теории оптимального управления системами с распределенными параметрами и могут быть использованы при разработке конструктивных методов решения нелинейных задач оптимизации процессов, описываемых фредгольмово или вольтеррово интегро-дифференциальными уравнениями параболического или гиперболического типов.

**СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ**

1. **Кадиримбетова А. К.** Обобщенное решение краевой задачи управляемого теплового процесса, описываемого фредгольмово интегро-дифференциальным уравнением [Текст] / А. Керимбеков, Р. Ж. Наметкулова, А. К. Кадиримбетова // Механика и моделирование процессов технологии. – 2012, № 2. – С. 79–86.
2. **Кадиримбетова А. К.** Решение задачи нелинейной оптимизации тепловых процессов, описываемых фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями [Текст] / А. Керимбеков, Р. Ж. Наметкулова, А. К. Кадиримбетова // Тезисы 2-й международной конференции «Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений». – 2013. – С. 50.
3. **Кадиримбетова А. К.** О разрешимости задачи нелинейного граничного управления тепловым процессом, описываемым фредгольмово интегро-дифференциальным уравнением [Текст] / А. Керимбеков, А. К. Кадиримбетова // Вестник ОшГУ. Серия естеств. наук. Спец. вып. – 2013, № 1. – С. 168–172.
4. **Кадиримбетова А. К.** Решение одной задачи теории нелинейных интегральных уравнений [Текст] / А. Керимбеков, А. К. Кадиримбетова // Вестник ОшГУ. Серия естеств. наук. Спец. вып. – 2013, № 1.– С. 173–176.
5. **Kadirimbetova A. K.** On the solvability of the problem of the optimal boundary control of thermal processes described by the Fredholm integro-differential equations [Текст] / A. Kerimbekov, A. K. Kadirimbetova // Abstract book. Second International Conference on Analysis and Applied Mathematics, 11–13 September, Shymkent (Kazakhstan). – Shymkent, 2014. – P. 119.
6. **Кадиримбетова А. К.** Приближенное решение задачи нелинейного граничного управления тепловым процессом, описываемым фредгольмово интегро-дифференциальным уравнением [Текст] / А. К. Кадиримбетова // Механика и технологии. – 2015, №1.–С.34–42.
7. **Кадиримбетова А. К.** Интегральное уравнение оптимального управления в задаче оптимизации тепловых процессов, описываемых фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями [Текст] / А. К. Кадиримбетова, А. Керимбеков // Вестник АРГУ им. К. Жубанова. – 2015, № 1. – С. 173–178.
8. **Кадиримбетова А. К.** Условия разрешимости интегрального уравне-ния в задаче управления тепловым процессом, описываемым  фред-гольмово интегро-дифференциальным уравнением [Текст] / А. К. Кадиримбетова // Вестник КРСУ им. Б. Н. Ельцина. – Бишкек, 2015. Т. 15, № 5. – С. 74–76.
9. **Кадиримбетова А. К.** Приближенное решение задачи управления тепловыми процессами, описываемыми фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями [Текст] / А. К. Кадиримбетова // Вестник КРСУ им. Б. Н. Ельцина. – Бишкек, 2015. Т. 15, № 5. – С. 71–73.
10. **Кадиримбетова А. К.** Об одной задаче теории нелинейных интегральных уравнений [Текст] / А. К. Кадиримбетова // Материалы республиканской научно-практической конференции магистрантов, докторантов и молодых ученых на тему: «Наука и современность – 2015», посвященный реализации Послания Президента РК народу Казахстана «Нұрлы жол – путь в будущее», 13 марта 2015. – Тараз, 2015.Т. 2.– С. 108–111.

Кадиримбетова Айша Казахбаевнанын 01.01.02 – дифференциялык тендемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты илимий даражасын изденип алыш учун «Фредгольм тибиндеги интегро-дифференциалдык тендемеси менен муноздолгон жылуулук процесстерин сызыктуу эмес чектик башкаруу» темасында жазылган диссертациялык ишинин

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: Жылуулук процесси, жалпыланган чыгарылыш, функционал, оптималдык башкаруу, сызыктуу эмес интегралдык теңдеме, жакындаштырылган чыгарылыш, жыйналуучулук.

Изилдөөнүн объектиси: Фредгольм тибиндеги интегро-дифференциалдык теңдемелер менен мүнөздөлгөн башкарылуучу жылуулук процесстер.

Изилдөөнүн предмети: Чектик башкаруу функциясы менен жылуулук процессин чектелген убакыт ичинде баштапкы абалдан биз каалаган абалга келтирүү.

Изилдөөнүн максаты: Квадраттык жана сызыктуу-бөлүкчөлүү функцияналдарды минималдаштыруу учурунда жылуулук процессин чектик башкаруунун сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин бир маанилүү чыгарылышка ээ болушунун жеткиликтүү шарттарын аныктоо.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы жана теориялык маанилүүлүгү:

* Негизги жана тутумдаш чектик маселелеринин солгун чыгарылыштарынын Фурье коэффициентери фредгольмдун экинчи түрдөгү бир тектүү эмес сызыктуу интегралдык теңдемелеринин чыгарылышы болору такталган;
* Оптималдык башкаруу функциясы сызыктуу эмес интегралдык теңдеменин дифференциалдык барабарсыздык түрүндөгү кошумча шартты канааттандырган чыгаралышы катары аныкталары такталган;
* Чектик башкаруу учурунда фредгольм тибиндеги интегро-дифференциалдык теңдеме менен мүнөздөлгөн жылуулук процессин сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин бир маанилүү чыгарылышка ээ болушунун жеткиликтүү шарттары такталган;
* Сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин жакындаштырылган чыгарылыштарын табуунун алгоритми түзүлгөн жана алардын опти-малдык башкаруу, оптималдык процесс жана функционал боюнча маселенин так чыгарылышына жыйналуучулугу далилденген.

Алынган теориялык маалыматтар жайылган параметрлүү системаларды оптималдуу башкаруу териясында жаңылык болуп саналат жана оптималдаштыруунун сызыктуу эмес маселелерин чыгаруунун конструктивдүү ыкмаларын иштеп чыгууда колдонулушу мүнкүн.

Изилдөөнүн практикалык мааниси. Сызыктуу эмес оптималдаштыруунун маселесинин чектик башкаруу функциясы сызыктуу эмес болгон учурдагы жакындаштырылган чыгарылышын табуунун түзүлгөн алгоритми жылуулук процессин башкарууга байланышкан маселелерди чыгарууда колдонулунат.

РЕЗЮМЕ

**диссертационной работы Кадиримбетовой Айши Казахбаевны на тему: «Нелинейное оптимальное граничное управление тепловыми процессами, описываемыми фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление**

**Ключевые слова:** тепловой процесс, обобщенное решение, функционал, оптимальное управление, нелинейное интегральное уравнение, приближенное решение, сходимость.

**Объект исследования:** управляемые тепловые процессы, описываемые фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями.

**Предмет исследования:** посредством граничного управления перевод теплового процесса из начального состояния в желаемое состояние за конечное время.

**Цель исследования:** установить достаточные условия однозначной разрешимости задачи нелинейной оптимизации теплового процесса в случае граничного управления при минимизации квадратичного и кусочно-линейного функционалов.

**Методы исследования:** при исследовании были использованы методы теории оптимального управления системами с распределенным параметрами, классического вариационного исчисления, уравнений математической физики, функционального анализа и теории нелинейных интегральных уравнений.

**Научная новизна и теоретическая значимость исследования:**

* установлено, что коэффициенты Фурье слабо обобщенного решения основной и сопряженной краевых задач определяются как решения линейных неоднородных интегральных уравнений Фредгольма второго рода;
* установлено, что оптимальное управление определяется как решение нелинейного интегрального уравнения и должен удовлетворять дополнительному условию в виде неравенства относительно функции источника;
* найдены достаточные условия однозначной разрешимости задачи нелинейной оптимизации тепловых процессов, описываемых фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями, при граничным управлении;
* разработан алгоритм построения приближенного решения задачи   
  нелинейной оптимизации и доказана их сходимость по управлению, по оптимальному процессу и по функционалу.

Полученные теоретические результаты являются новыми в теории оптимального управления системами с распределенными параметрами и могут быть использовано при разработке конструктивных методов решения нелинейной задачи оптимизации.

**Практическое значение исследования**. Разработанный алгоритм построения приближенного решения задачи нелинейной оптимизации при нелинейном граничном управлении может быть использован в приложениях при решении практических задач, связанных с управлением тепловых процессов.

**SUMMARY**

**Dissertation “Nonlinear optimal boundary control of thermal processes described by a Fredholm integral-differential equations” of Kadirimbetova Aisha Kazakhbaevna is submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences, speciality 01.01.02 – differential equations, dynamical systems and optimal control**

**Key words:** thermal processes, generalized solution, functionality, optimal control, nonlinear integral equation, approximate solution, convergence

**Object of research** is the controlled thermal processes described by a Fredholm integral-differential equations.

**Subject of research is** the boundary control of the transformation thermal process from the initial state to the desired state for the finite time**.**

**Purpose of the work** istoestablish the sufficient conditions of the unique solvability of nonlinear optimization of thermal process in case of the boundary control while minimizing the quadratic and piecewise linear functionals.

**Research methodology.** The methods of the optimal control theory of the distributed parameters systems, methods of classical variational calculus, methods of solving of equations of mathematical physics, methods functional analysis and the theory of nonlinear integral equations.

**Scientific novelty and theoretical significance of research**

* The Fourier coefficients of the generalized solution of weak basic and adjoint boundary problems are defined as solutions of linear inhomogeneous Fredholm integral equations of the second kind;
* The optimal control is defined as the solution of the nonlinear integral equation and must satisfy the additional condition in the form of inequality regarding the source function;
* Sufficient conditions for the unique solvability of nonlinear optimization of thermal processes, which described by Fredholm integral-differential equations with the boundary control, are found;
* Algorithm for constructing the approximate solution of nonlinear optimization is worked out and their convergence is proved for management, optimal process and functionality

The theoretical results are new in the theory of optimal control of systems with distributed parameters and can be used in the development of constructive methods for solving nonlinear optimization problem.

**The practical significance of research**. The developed algorithm for constructing the approximate solution of nonlinear optimization in nonlinear boundary control can be used in applications for solving practical problems related to the management of thermal processes.

*Айша Казахбаевна Кадиримбетова*

НЕЛИНЕЙНОЕ ОПТИМАЛЬНОЕ

ГРАНИЧНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕПЛОВЫМИ

ПРОЦЕССАМИ, ОПИСЫВАЕМЫМИ

ФРЕДГОЛЬМОВО ИНТЕГРО-

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ

Подписано к печати 12.11.15 Формат 60х84 1/16

Офсетная печать. Объем 1,25 п.л.

Тираж 100 экз. Заказ 198.

Отпечатано в типографии КРСУ

720048, г. Бишкек, ул. Горького, 2