КЫРГЫЗ УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫНЫН МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТУ

Ж.БАЛАСАГЫН атындагы КЫРГЫЗ УЛУТТУК УНИВЕРСИТЕТИ

01.17.560 диссертациялык кеңеши

Кол жазма укугунда

УДК: 519.633

Кулманбетова Сагынбүбү Мусековна

СПЕКТР ЧЕКИТИ ЭСЕЛҮҮ СИНГУЛЯРДУУ КОЗГОЛГОН ПАРАБОЛАЛЫК МАСЕЛЕЛЕРДИН ЧЫГАРЫЛЫШЫНЫН АСИМПТОТИКАСЫ

01.01.02 – дифференциялдык теңдемелер, динамикалык тутумдар жана оптималдык башкаруу

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын

АВТОРЕФЕРАТЫ

Бишкек - 2017

Диссертациялык иш С. Нааматов атындагы Нарын мамлекетик университетинин агрардык-техникалык факультетинин маалыматтык технологиялар кафедрасында аткарылган.

Илимий жетекчи: физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Омуралиев Асан сыдыгалиевич**

Расмий оппоненттер: физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Какишов Каныбек Какишович** (Кыргыз улуттук университети, Бишкек)

физика-математика илимдеринин доктору, доцент **Турсунов Дилмурат Абдиллажанович** (Ош мамлекеттик университети, Ош)

Жетектөөчү мекеме: Жалал-Абад мамлекеттик университети, 715600, Жалал-Абад ш., Ленин көч. 57

Диссертацияны коргоо 2017-жылдын «___» _______ саат 14-00дө Кыргыз Республикасынын УИАнын математика институтуна жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетине караштуу физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) окумуштуулук даражасын ыйгаруу боюнча уюштурулган Д 01.17.560 диссертациялык кеңешинин отурумунда болот, дареги: 720054, Бишкек ш., Абдымомунов көч. 328, КУУнун №6 лабораториялык корпусу, 211-аудитория.

Диссертация менен КР УИАнын Борбордук илимий китепканасынан, КР УИАнын ТПМИнун www.aknet.math.rg сайтынан жана И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университетинин илимий китепканасынан таанышууга болот, дареги: Бишкек ш., Чүй проспекти, 265-а.

Автореферат 2017-жылдын «_____»_____________ таркатылды.

Диссертациялык кеңештин
окумуштуу катчысы,
ф-м.и.д., профессор Байзаков А.

ИШТИН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациянын темасынын актуалдуулугу. Асимптотикалык усулдар дифференциялдык теңдемелер теориясында маанилүү орунду ээлешет. Бул дифференциялдык теңдемелер теориясында каралуучу маселелердин басымдуу көпчүлүгү ошол маселелерге кирүүчү сандык жана функциялык параметрлерден татаал көз карандылыктан улам айкын чыгарылышка ээ болушпаганы менен түшүндүрүлөт. Бирок, эгер параметрлердин кээ бири абдан кичине же абдан чоң экени белгилүү болсо, чыгарылышты туура сыпаттоо же чукулдатылган чыгарылышты табуу кыйла жеңилдейт. Мындай маселелерди чыгаруу үчүн асимптотикалык усулдар колдонулат. Бул усулдар, эреже катары, каралып жаткан маселенин бөтөнчөлүгү менен байланышкан. Асимптотикалык усулдарды колдонуу менен ийгиликтүү чыгарылуучу маселелердин класстарынын бири, сингулярдуу козголгон маселелер болуп саналат. Мындай маселелер курчап турган дүйнөнүн көптөгөн реалдуу моделдерин сыпатташат. Алар изилдөөчүлөр-физиктерге мына ошонусу менен кызыктуу.

XX кылымдын кыркынчы жылдарынан тартып, чектеш катмардагы кубулуштарды сыпаттоочу сингулярдуу козголгон теңдемелерди асимптотикалык интеграциялоо усулдарын иштеп чыгууга мелженген интенсивдүү изилдөөлөр жүргүзүлүп келет. Ушул багыттын өнүгүүсүнө А.Н. Тихонов, В. Вазов, Л.С. Понтрягин, Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский, В.П. Маслов, М.И. Вишик, Л.А. Люстерник, А.Б. Васильева, М.И. Иманалиев, С.А. Ломов, В.Ф. Бутузов, К.А. Касымов ж.б. чоң салым кошушту. Ушул окумуштуулардын жана алардын шакирттеринин күч-аракеттери менен сингулярдуу козголгон теңдемелерди чыгаруунун ар кыл асимптотикалык усулдары түзүлгөн. Асимптотикалык интеграциялоо алгоритмдеринин өнүгүүсүнө жараша алардын колдонулуучулугунун да кээ бир көйгөйлөрү пайда болгон. Ошондуктан асимптотикалык усулдар бөтөнчө маселелерди чыгарууда иштелип чыккан. Алсак, А.Б. Васильева жана М.И. Иманалиев иштеп чыгышкан кеңири белгилүү чектеш функциялар усулу, экспоненциялуу чектеш катмарлуу маселелерге колдонулат, Крылов-Боголюбов-Митропольскийдин ортоктоштуруу усулу менен оң бөлүктөрү убакыт боюнча түпкү орточонун болуусуна жол берген теңдемелер иликтенет. Өткөн кылымдын алтымышынчы жылдарында С.А. Ломов иштеп чыккан усул, жалган окко карата чектүү оператордун жайгашуусуна чектөөнү алып салган. Ушул усулда алынуучу асимптотикалык катарлар, функциялардын белгилүү бир классынын ичинен жалгыз гана, термелүүчү жана термелбөөчү типтердеги маселелерге карата колдонууга жол беришет, изделип жаткан функцияларга кээ бир чектөөлөрдө маселелер асимптотикалык гана эмес, кадимки мааниде да окшошо алышат. Регуляризациялоо (тартипке келтирүү) усулунун теориялык негизи, сингулярдуу козголгон маселенин чыгарылышы кош маанидеги: регулярдуу жана сингулярдуу козголуудан көз каранды экенинде жатат. Регуляризациялоо усулунун негизги идеясы кошумча көз карандысыз өзгөрмөлөрдү киргизүүнүн жардамы менен чоң өлчөмдүүлүктүн мейкиндикке өтүүсүндө турат. Чектүү оператордун спектринин жардамы менен киргизилген кошумча өзгөрмөлөр, чыгарылыштын параметрден сингулярдуу көз карандылыгын сыпатташат. Азыркы мезгилге чейин усул кадимки дифференциялуу теңдемелер жана жекече туундулардагы сингулярдуу козголгон теңдемелердин кээ бир класстары үчүн өнүгүп келген. Усулдун өнүгүүсү чектүү оператордун спектрин колдонууга негизделген. Мурда иликтенген маселелерде, кичине параметр боюнча чыгарылыштын сингулярдуулугу спектр аркылуу сыпатталган.

Бөлүштүрүлгөн кинетикалык тутумдардын математикалык моделинде ар бир мейкиндиктик чекит термелүүлөрдүн генераторун берет, ал эми ошол генераторлордун ортосундагы байланыш диффузия (же жылуулук өткөргүчтүк) аркылуу жүзөгө ашырылат. Ушундай түрдөгү бөлүштүрүлгөн тутумдардын мисалы болуп, химиялык реакциялар, экологиялык тутумдар, кээ бир жарым өткөргүчтүк конструкциялар ж.б. кызмат кылышат. Кичине параметрди камтыган параболалык теңдемелер менен мына ошол процесстер сыпатталышат.

Изилденип жаткан процесс чоң туундуларда кичине параметрлүү дифференциялдык теңдемелер менен сыпатталган учурда, мындай теңдемелер сингулярдуу козголгон теңдемелер аталышын алышкан. Сингулярдуу козголгон теңдемелер менен сыпатталган процесстер үчүн тең өлчөмсүз өтүүлөр, аларда “ылдам” жана “жай” түзүүчүлөрдүн барлыгы мүнөздүү, муну каралып жаткан дифференциялуу тутумдун “катуулугу” шарттайт. Катуу тутумдар үчүн чукулдатылган чыгарылыштарды эсептөөнүн салттуу алгоритмдери өз майнаптуулугун жоготушат. Бул чек аралык чекиттердин айланасында жайгашкан көз карандысыз өзгөрмөнүн маанилеринде пайда болуучу чектеш катмар аймагында туюлат.

Пайда болгон кыйынчылыктарды изилденип жаткан маселени алдын ала асимптотикалык талдоонун жардамы менен жоюуга болот, ал дифференциялдык теңдемелерди асимптотикалык интеграциялоо усулунун негизинде жүргүзүлөт.

Изилдөөнүн максаты. Эгер чектүү оператор спектринин эселенген нөлдүк чекитине ээ болсо, сингулярдуу козголгон маселелердин чыгарылыштарында таптакыр жаңы жана татаал майнаптар пайда болушат. Ошондуктан кичине параметрдеги параболалык типтеги дифференциялдык теңдемелер үчүн мындай маселелердин асимптотикалык чыгарылышын куруу илимий жана практикалык кызыгуу туудурат. Диссертациялык иште чектүү оператор спектринин эселенген чекитине ээ болгондо ар кыл коюулардагы сингулярдуу козголгон параболалык теңдемелер үчүн чектик маселелер иликтенет.

Изилдөөнүн методикасы. Диссертациялык иште иликтенүүчү маселелердин чыгарылыштарынын регуляризацияланган асимптотикасын курууда С.А. Ломовдун усулу колдонулат, аны А.С. Омуралиев сингулярдуу козголгон параболалык маселелерди изилдөөлөр үчүн модификациялаган.

Илимий жаңылыгы. Диссертациялык иште сингулярдуу козголгон параболалык типтеги дифференциялдык теңдеме үчүн биринчи чектик маселени иликтеп, төмөнкү жаңы натыйжалар алынган:

- кичине параметр мезгил боюнча туундунун астында тургандагы спектринин нөлдүк эселүү чекити бар параболалык теңдеменин чыгарылышынын асимптотикасы курулган;
- чектүү оператор спектринин эселүү нөлдүк чекитине ээ болгондогу, кичине параметр бардык туундулардын астында тургандагы чыгарылыштын регуляризацияланган асимптотикасы курулган;
- чектүү оператор спектринин эселүү нөлдүк чекити менен катар, спектринин туруксуз чекитин да камтыгандагы учурлар иликтенген;
- чектүү оператордун жордандык чатырашка эквиваленттүүлүгүн божомолдоодо, спектри нөлдүк эмес болгондо, чыгарылыштын асимптотикалык түзүлүшү иликтенген.

Теориялык жана практикалык маанилүүлүгү. Бул иш теориялык багытталышка ээ. Жетишилген натыйжаларды сингулярдуу козголгон дифференциялдык, интегро-дифференциялдык теңдемелерди изилдөө үчүн, ошондой эле кээ бир сингулярдуу козголгон теңдемелерди сапаттуу изилдөөдө, прикладдык аймактардагы: физикадагы, экологиядагы, химиялык реакциялардагы, кээ бир жарым өткөргүчтүк конструкциялардагы процесстерди сапаттуу изилдөөдө; Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын, Ж. Баласагын атындагы КУУнун, “Манас” КТУнин интегро-дифференциялдык теңдемелер боюнча изилдөөлөрүндө, ошондой эле Кыргыз Республикасынын ЖОЖдорунда профилдик жана башка табияттык-техникалык багыттар үчүн атайын курстарды иштеп чыгууда колдонууга болот.

Диссертациянын коргоого коюлуучу негизги жоболору:

- кичине параметр мезгил боюнча туундунун астында турганда, спектринин нөлдүк эселүү чекити бар параболалык теңдеменин чыгарылышынын асимптотикасын куруу;
- кичине параметр бардык туундуларга катышканда жана чектүү оператор спектринин нөлдүк эселүү чекитине ээ болгондо, маселенин регуляризацияланган асимптотикасын куруу;
- спектринин нөлдүк эселүү жана туруксуз чекиттери бар параболалык теңдеменин чыгарылышынын асимптотикасын куруу;
- сингулярдуу козголгон маселелер үчүн регуляризациялоо усулун кризистик учурдагы сингулярдуу козголгон параболалык теңдемелер тутумуна жалпылоо;
- спектринин нөлдүк эмес эселүү чекити болгондо жана чектүү оператор жордандык чатырашка эквиваленттүү болгондо параболалык маселенин чыгарылышынын асимптотикасын куруу.

Диссертациянын натыйжаларынын апробациясы. Иштин натыйжалары «Манас» Кыргыз-Түрк университетинин илимий семинарларында, Казакстан Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын академиги, профессор Мухтарбай Отелбаевдин 70 жылдыгына карата Астана шаарында 2012-жылы өткөрүлгөн "Функциональный анализ и его приложения" аттуу эл аралык илимий-практикалык конференцияда, Пермь мамлекеттик улуттук изилдөөчүлүк университетинин жүз жылдыгына арналып Пермь шаарында 2016-жылдын 16-21-майында өткөрүлгөн «Математика и глобальные вызовы XXI века» деген симпозиумда баяндалган.

Диссертациянын темасы боюнча публикациялар. Диссертациянын натыйжалары жалпысы 10 илимий эмгекте жарыяланган [52-61]. Жети биргелешкен эмгекте милдеттерди коюу жана натыйжаларды талкуулоо илимий жетекчиге, ал эми милдеттерди чечүү, натыйжаларды алуу авторго тийиштүү.

Иштин көлөмү жана түзүлүшү. Диссертация шарттуу белгилер менен туюнтмалардын тизмесинен, киришүүдөн, параграфтар менен пункттарга бөлүнгөн үч баптан, ар бир бап боюнча корутундудан жана 98 булактан турган пайдаланылган адабияттардын тизмесинен турат. Диссертациялык иш компьютерде терилген 100 барак текстте баяндалган.

ИШТИН КЫСКАЧА МАЗМУНУ

Киришүүдө теманын актуалдуулугунун негизделиши, иштин жалпы мүнөздөмөсү жана диссертацияда колдонулуучу көмөкчү материал берилген.

Биринчи бап диссертациянын темасы боюнча адабияттарга серепти камтыйт, изилдөөнүн темасы боюнча башка авторлордун иште көп жолу колдонулган корутундуларынын кээ бир натыйжалары келтирилет.

Экинчи бап үч параграфтан туруп, төмөнкү теңдеме үчүн аралаш маселени чыгарууга арналган

$$L_\varepsilon \equiv \varepsilon\, \partial_t u - L(x,t)u = f(x,t), \qquad (x,t) \in Q, \qquad u\big|_{t=0} = h(x), \quad u\big|_{\Gamma} = 0 \qquad (1)$$

$\varepsilon \to 0$ болгондо, мында Q= $\Omega \times (0,T)$, Ω аймагы чектелген жана Γ жылмакай чек арага ээ; $L\ (x,t)$ – ар бир $t \in [0,T]$ үчүн сызыктуу өзүнө түйүндөш эллипстик оператор.

Маселени төмөнкү болжолдоолордо чыгарабыз:

1) Оператор $L(x,t)$ жөнөкөй түзүмдүн оператору болуп саналат да, ар бир $t \in [0,T]$ үчүн төмөнкү шарттарды канааттандыруучу $\{\lambda(t)\}$ спектрге ээ болот:
   $\lambda_k(t) \equiv 0,\ \forall \kappa = 1,2,\ldots,p,\ \lambda_{p+1}(t) < \lambda_{p+2} < \ldots < 0;$
2) Өздүк функциялар тутуму $\{\ \psi_k\ (x,t)\ \}$ $k=1,2,\ldots,p,p+1,p+2,\ldots$, ар бир t кайсы бир H гильберттик мейкиндикте функциялардын толук ортонормаланган тутумун түзөт.

Маселени регулярлоо үчүн (1) формула боюнча регулярлоочу өзгөрмөлөрдү киргизебиз

$$\tau = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \lambda_{p+k}(s)ds \equiv \frac{\varphi_{p+k}(t)}{\varepsilon}, \qquad k=1,2,3 \qquad (2)$$

жана $u(\mathrm{x},t,\varepsilon)$ функциясынын ордуна $\tilde{u}(M,\varepsilon),\ M = (x,t,\tau), \tau = (\tau_{\rho+1,}\tau_{\rho+2,}\ldots)$ кеңейтилген функцияларды киргизебиз:

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)\big|_{\tau=\varphi(t)/\varepsilon} \equiv u(x,t,\varepsilon), \ \ \varphi(t) = (\varphi_{\rho+1,}\varphi_{\rho+2,}\ldots). \qquad (3)$$

Кеңейтилген функция үчүн маселе

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u} \equiv \varepsilon\partial_t\tilde{u}(M,\varepsilon) + D_\lambda\tilde{u}(M,\varepsilon) - L(x,t)\tilde{u}(M,\varepsilon) = f(x,t),\ M \in P, \qquad (4)$$

$$\tilde{u}\big|_{t=\tau=0} = h(x), \qquad \tilde{u}(M,\varepsilon)\big|_{\partial M} = 0, \qquad P = Q \times (-\infty, 0),$$

$$D_\lambda \equiv \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_{p+k}\,(t)\partial_{\tau_{p+k}};$$

түрүндө коюлат.

Маселенин чыгарылышын (4) төмөнкү түрүндө издейбиз

$$\tilde{u}(\mathrm{M},\varepsilon) = \sum_{i=-1}^{\infty} \varepsilon^{i}\, u_i(M)\,. \qquad (5)$$

Коэффициенттер үчүн итерациялык маселелерди алабыз, алардын чыгарылыштары төмөнкү функциялар классында изделет

$$U = \{u(M): u = \sum_{k=1}^{p} c_k(t)\psi_k(x,t) + \sum_{l,j}^{\infty} c_{p+j,l}(t) exp\big(\tau_{p+l}\big)\psi_{p+j}(x,t)\}$$

Бул класста итерациялык маселелер жалгыз чыгарылышка ээ болушат, катардын айрым суммасынын регулярлоочу функциянын жардамы менен таруусу, (1) маселенин асимптотикалык чыгарылышы болуп саналат, б.а. төмөнкү теорема далилденген.

<u>1-теорема.</u> *1)-2) шарттар аткарылган болсун дейли. Ошондо катардын айрым суммасынын таруусу (5),* $\tau = \varphi(t)/\varepsilon$ *болгондо (1) маселенин асимптотикалык чыгарылышы болуп саналат, б.а. жетишерлик кичине* $\varepsilon > 0$ *жана* $\forall\ \ i = -1,0,1,\dots,n$ *үчүн төмөнкү баалоо орун алат*

$$\big|\, u(x,t,\varepsilon) - u_{\varepsilon n}(x,t,\varphi(t/\varepsilon)\,\big| < c\varepsilon^{n+1}.$$

2.2-параграф төмөнкү маселенин регулярланган асимптотикасын тургузууга арналган

$$L_\varepsilon u(x,y,t,\varepsilon) \equiv \varepsilon\partial_t u - \varepsilon^2 a(x)\partial_x^2 u - L(t)u = f(x,y,t), (x,y,t) \in Q \qquad (6)$$

$$u\,\Big|_{t=0} = h(x,y), \quad u\,\Big|_{\partial\Omega} = 0$$

Бул жерде $\varepsilon > 0 -$ кичине параметр, $Q = \Omega \times (0,T)$, $\Omega = \{(x,y): x,y \in (0,1)\}$, $\partial\Omega -$ Ω аймагынын чек арасы.

Маселе (6) төмөнкү болжолдоолордо иликтенет:

1) Функция *a(x)>0* ар кандай $x \in [0,1]$ үчүн
2) $a(x) \in C^\infty[0,1]$, $f(x,y,t) \in C^\infty(\bar{Q})$;
3) Жөнөкөй түзүмдүн өзүнө тутумдуу *L(t)* оператору ар бир $t \in [0,T]$ үчүн дискреттүү спектрге ээ болот

$$L(t)\psi_k(y,t) = \lambda_k\,(t)\psi_k(y,t),\ \ \psi_k(y,t)|_{y=0} = \psi_k(y,t)|_{y=1} = 0;$$

жана төмөнкү шарттарды канааттандырат

$$\lambda_{p+i}(t) < 0,\ \ \lambda_k(t) \equiv 0,\ \ \forall\, k = 1,2,\dots,p,\ \lambda_{p+i}(t) \neq \lambda_{p+j}(t), \forall\, i \neq j,$$

$$\forall\, t \in [0,T], i,j \geq 1;$$

4) Баштапкы жана чек аралык шарттарды макулдашуу шарты аткарылат: $h(0,y) = h(1,y) = 0$.

Төмөнкү формулалар боюнча регулярлоочу функцияларды киргизебиз

$$\eta_{p+i} = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \lambda_{p+i}(s)ds, \quad i = 1,2,\dots, \ \tau = \frac{t}{\varepsilon^2}, \quad \xi_j = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^3}}\varphi_j(x),$$

$$\zeta_j = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\varphi_j(x), j = 1,2, \ \varphi_j(x) = (-1)^{j-1}\int_{j-1}^x \frac{ds}{\sqrt{a(s)}}; \tag{7}$$

Мейли $\tilde{u}(M,\varepsilon)$, $M = (x,y,t,\theta)$, $\theta = (\xi,\zeta,\tau,\eta)$, $\xi = (\xi_1,\xi_2), \zeta = (\zeta_1,\zeta_2)$, $\eta = (\eta_{p+1},\eta_{p+2},\dots,)$ кеңейтилген функция жана анын таруусу баштапкы маселенин чыгарылышына дал келет (6), б.а.

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)|_{\theta=\theta(x,t,\varepsilon)} \equiv u(x,y,t,\varepsilon), \tag{8}$$

$$\theta(x,t,\varepsilon) = \left(\frac{\varphi}{\sqrt{\varepsilon}},\frac{\varphi}{\sqrt{\varepsilon^3}},\frac{t}{\varepsilon^2},\frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \lambda(s)ds\right), \varphi = (\varphi_1,\varphi_2), \qquad \lambda = (\lambda_{p+1},\lambda_{p+2},\dots)$$

(7) эсепке алып, мындан $\partial_t u$ жана $\partial_x^2 u$ табабыз, ошондо (8) негизинде, $\tilde{u}(M,\varepsilon)$ кеңейтилген функциясы үчүн төмөнкү маселени коёбуз:

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u}(M,\varepsilon) \equiv \frac{1}{\varepsilon}T_1\tilde{u} + T_2\tilde{u} + \sqrt{\varepsilon}L_\xi\tilde{u} + \varepsilon T_3\tilde{u} + \varepsilon\sqrt{\varepsilon}L_\zeta\tilde{u} + \varepsilon^2 L_x\tilde{u} = f(x,y,t), \ M \in W$$

$$\tilde{u}(M)|_{\tau=t=0} = h(x,y), \ \tilde{u}(M)|_{\partial W} = 0, \ M = (x,y,t,\theta), \tag{9}$$

$$W = Q \times (0,\infty) \times (0,\infty) \times (0,\infty) \times (-\infty,0),$$

мында

$$T_1 \equiv \partial_\tau - \Delta_\xi, \ T_2 \equiv \sum_{i=1}^{\infty}\lambda_{p+i}(t)\partial_{\eta_{p+i}} - L(t), \ L_x \equiv -a(x)\partial_x^2,$$

$$T_3 \equiv \partial_t - \Delta_\zeta, \quad L_\xi \equiv -a(x)\sum_{j=1}^{2}L_{\xi,j}, \quad L_\zeta \equiv -a(x)\sum_{j=1}^{2}L_{\zeta,j},$$

$$L_{\zeta,j} \equiv 2\varphi_j'(x)\partial_{x,\zeta}^2 + \varphi_{j(x)\partial_\zeta}'', \qquad L_{\xi,j} \equiv 2\varphi_j'(x)\partial_{x,\xi}^2 + \varphi_j''(x)\partial_\xi$$

$$\Delta_\xi \equiv \left(\sum_{j=1}^{2}(-1)^{j-1}\partial_{\xi_j}\right)^2, \ \Delta_\zeta \equiv \left(\sum_{j=1}^{2}(-1)^{j-1}\partial_{\zeta_j}\right)^2.$$

Кеңейтилген маселенин (9) чыгарылышын төмөнкү түрүндө издейбиз

$$\tilde{u}(M,\varepsilon) = \sum_{k=-1}^{\infty}\varepsilon^{k/2}u_k(M). \tag{10}$$

Бул катардын коэффициенттери үчүн итерациялык маселелерди алабыз, алар төмөнкү функциялар классында чыгарылат:

$$U = \{u(M): u(M) =< v(x,t) + \sum_{l=1}^{2}u_l(N_l), \ \psi(y,t) > +$$

$$+< \left[C(x,t)+\sum_{l=1}^{2} W^l(x,t)erfc\left(\frac{\zeta_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\exp(\eta),\psi(y,t)>,$$

$$erfc\left(\frac{\zeta_l}{2\sqrt{t}}\right)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{\zeta_l}{2\sqrt{t}}}^{\infty}\exp(-s^2)\,ds,\ \ |u_l(N_l)|<c\,exp\left(\frac{\xi_l^2}{8\tau}\right),\ \ i,j\geq 1\},$$

$$u_l(N_l)=\left(u_{l,1}(N_l),u_{l,2}(N_l),\dots\right),C(x,t)=\left(c_{i,p+j}(x,t)\right),N_l=(x,y,t,\xi_l,\tau),$$

$$W^l(x,t)=\left(\omega_{i,p+j}^l(x,t)\right),\psi(y,t)=(\psi_1(y,t),\psi_2(y,t),\dots),$$

$$\eta=\left(\eta_{p+1},\eta_{p+2},\dots\right),\xi=(\xi_1,\xi_2),i,j\geq 1,$$

$$<v(x,t),\psi(y,t)>=\sum_{i=1}^{\infty}v_{p+i}(x,t)\psi_{p+i}(y,t),\ \ v(x,t)=(v_1(x,t),v_2(x,t),\dots)$$

$$<C(x,t)\exp(\eta)\,,\psi(y,t)>=\sum_{i,j=1}^{\infty}c_{p+i.p+j}(c,t)\exp\left(\psi_{p+j}\right)\psi_{p+i}(y,t)$$

Кеңейтилген маселеде регулярлоочу функциялардын жардамы менен тарытуу жүргүзөбүз, б.а. $\theta=\theta(x,t,\varepsilon)$ теңдеменин эки бөлүгүнө тең коёбуз. Андан ары, (10) барабардыкты эске алып, калдык мүчө үчүн

$R_{\varepsilon,2n}(x,y,t)\equiv R_{\varepsilon,2n}\left(x,y,t,\theta(x,t,\varepsilon)\right)=u(x,y,t,\varepsilon)-u_{\varepsilon,n}(x,y,t,\varepsilon)$

төмөнкү маселени алабыз

$$L_\varepsilon R_{\varepsilon,2n}(x,y,t)=g_{2n}(x,y,t,\theta(x,t,\varepsilon),\varepsilon),R_{\varepsilon,2n}\big|_{t=0}=R_{\varepsilon,2n}\big|_{\partial\Omega}=0 \qquad (11)$$

1) -4) биздин куруулардан жана жасалган болжолдоолордон улам $g_{2n}(x,y,t,\theta(x,t,\varepsilon),\varepsilon)$ функциясы ε боюнча бир калыпта чектелген жана *x*,*y*,*t* боюнча иликтенип жаткан аймакта каалаган номер үчүн *n*=0,1,2,…. үзгүлтүксүз.

<u>2-теорема.</u> *1)-4) шарттар аткарылган болсун дейли. Ошондо жетишерлик кичине $\varepsilon>0$ үчүн төмөнкү баалоо орун алат*

$\left|u(x,y,t,\varepsilon)-u_{\epsilon,n}(x,y,t,\varepsilon)\right|<c\varepsilon^{n+1},\ n=0,1,2,\dots$ *б.а. (10) катардын айрым суммасы (6) маселенин асимптотикалык чыгарылышы болуп саналат, мында $\varepsilon\to+0$ жана ушул U мейкиндигинде жападан жалгыз.*

2.3-параграфта сингулярдуу козголгон параболалык теңдемелер тутумдары үчүн биринчи чектик маселе иликтенет

$$L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon)\equiv\varepsilon\partial_t u-\varepsilon^2 a(x)\partial_x^2 u-A(t)u=f(x,t),\qquad (x,t)\in\Omega,$$

$$u\big|_{t=0}=0,u\big|_{x=0}=u\big|_{x=1}=0, \qquad (12)$$

мында $\varepsilon>0$ – кичине параметр, $\Omega=$ x$\{(x,t):x\in(0,1),t\in(0,T)\}$.

(12) маселе төмөнкү болжолдоолордо иликтенет:

1. $0 < a(x) \in C^\infty[0,1],\ A(t) \in C^\infty\left([0,T], \mathbb{C}^{m^2}\right),\ f \in C^\infty(\overline{\Omega}, \mathbb{C}^m)$;
2. $m \times m$ матрицасы *A(t)* төмөнкү шарттарды канааттандыруучу $\{\lambda_i(t)\}$ жөнөкөй өзүмдүк маанилердин m ээ болот:
   a) $\lambda_i(t) \equiv 0 (i = 1,2,\dots,k)$,
   b) $Re\lambda_i(t) \le 0 (i = k+1,\dots,m)$,
   c) $\lambda_i(t) \neq \lambda_j(t), \forall\, i \neq j,\ i,j = \left(\overline{k+1,m}\right)$;
3. $\lambda_i(t) \equiv 0 (i = 1,2,\dots,k)$ сызыктуу көз карандысыз векторлордун $\{b_i(t)\},\ i = \overline{1,k}$. k ылайык келет.

Маселени регулярлоо жүргүзөбүз (12), бул үчүн регулярлоочу өзгөрмөлөрдү киргизебиз

$$\tau = \frac{t}{\varepsilon^2}, \qquad \mu_i = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \lambda_i(s)ds \equiv \frac{\psi_i(t)}{\varepsilon},\ i = k+1,\dots,m,\ \xi_l = \frac{\varphi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon}},$$

$$\eta_l = \frac{\varphi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}, \qquad \varphi_l(x) = (-1)^{(l-1)}\int_{l-1}^x \frac{ds}{\sqrt{a(s)}},\ l = 1,2 \tag{13}$$

жана ушундай $\tilde{u}(M,\varepsilon),\ M = (x,t,\eta,\xi,\tau,\mu),\ \xi = (\xi_1,\xi_2)$,

$\eta = (\eta_1,\eta_2),\ \mu = (\mu_{k+1},\mu_{k+2},\dots,\mu_m)$ кеңейтилген функцияны, бул

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)\big|_{\theta=\gamma(x,t,\varepsilon)} \equiv u(x,t,\varepsilon), \qquad \gamma(x,t,\varepsilon) = \left(\frac{\varphi(x)}{\sqrt{\varepsilon}}, \frac{\varphi(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}, \frac{t}{\varepsilon^2}, \frac{\psi(t)}{\varepsilon}\right), \tag{14}$$

$$\theta = (\eta,\xi,\tau,\mu), \varphi(x) = \left(\varphi_1(x),\varphi_2(x)\right), \psi(t) = (\psi_{k+1}(t),\psi_{k+2}(t),\dots,\psi_m(t))$$

Ошондо, (12), (13), (14), кеңейтилген функциянын негизинде, төмөнкү маселени алабыз

$$\tilde{L}_\varepsilon\tilde{u}(M,\varepsilon) \equiv \frac{1}{\varepsilon}T_0\tilde{u} + \mathcal{D}_\lambda\tilde{u} - \sqrt{\varepsilon}L_\eta\tilde{u} + \varepsilon T_1\tilde{u} - \varepsilon\sqrt{\varepsilon}L_\xi\tilde{u} - \varepsilon^2 L_x\tilde{u} = f(x,t), \qquad M \in Q$$

$$\tilde{u}\big|_{t=\tau=\mu=0} = 0, \tilde{u}\big|_{x=0,\xi_1=\eta_1=0} = \tilde{u}\big|_{x=1,\xi_2=\eta_2=0} = 0, \tag{15}$$

$$L_z \equiv a(x)\textstyle\sum_{l=1}^2\left[2\varphi_l'(x)\partial^2_{xz_l} + \varphi_l''(x)\partial_{z_l}\right],\ T_0 \equiv \partial_\tau - \Delta_\eta, T_1 \equiv \partial_t - \Delta_\xi,$$

$$\mathcal{D}_\lambda \equiv \sum_{j=k+1}^m \lambda_j(t)\partial_{\mu_j} - A(t),\ L_x \equiv a(x)\partial_x^2,\quad Q(0,1)\times(0,T)\times(0,\infty)$$

(15) маселенин чыгарылышын төмөнкү катар түрүндө издейбиз

$$\tilde{u}(M,\varepsilon) = \sum_{k=-2}^{\infty} \varepsilon^{\frac{k}{2}} u_k(M). \tag{16}$$

Коэффициенттер үчүн итерациялык маселелерди алабыз, алар функциялардын төмөнкү классында чыгарылышат:

$$U = \{u_k(x,t) : u_k(x,t) = \sum_{i=1}^{m} [\, v_{k,i}(x,t) + Y_{t,i}(N) +$$

$$+ \sum_{j=k+1}^{m} \left(c_{i,j}^{k}(x,t) + \sum_{l=1}^{2} \omega_{i,j}^{k,l}(x,t) erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right) \ \exp(\mu_j)] b_i(t),$$

$$|Y_i(N)| < cexp\left(-\frac{\eta_l^2}{8\tau}\right),\ v_i(x,t) \in C^{\infty}(\overline{\Omega}), \qquad c_{i,j}(x,t),\ \ \omega_{i,j}^{l}(x,t) \in C^{\infty}(\overline{\Omega})\}.$$

$N = (x,t,\eta,\tau), \eta = (\eta_1,\eta_2),\ \xi = (\xi_1,\xi_2),\ b_i(t),\ i = \overline{1,m}$ – матрицанын *A(t)* өзүмдүк вектору, $\lambda_i(t)$ өзүмдүк мааниге жооп берүүчү.

(16) катардын айрым суммасынын, регулярлоочу функциялардын жардамы менен таруусу, (12) баштапкы маселенин формалык асимптотикалык чыгарылышы болуп саналары көрсөтүлгөн, б.а. далилденген

3-теорема. *1)-3) шарттары аткарылган болсун дейли. Ошондо* $\theta = \gamma(x,t,\varepsilon)$ болгондо, *бир бөлүк сумманын таруусу, (12) маселенин асимптотикалык чыгарылышы болуп саналат, б.а.* ε *и* n=*-2,-1,0,1,… жетишерлик кичине болгондо, төмөнкү баалоо адилеттүү*

$$\left|\left|u(x,t,\varepsilon) - u_{\varepsilon,n}(x,t,\gamma(x,t,\varepsilon))\right|\right| < c\varepsilon^{\frac{n+1}{2}}.$$

2.3. параграфка мисал тургузулган, эгер:

$$A(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$

$$a(x) = 1 + x, \qquad f(x,t) = col\big((1+x)t, \qquad 0, \qquad x(1+t)\big)$$

Үчүнчү бапта спектринин чекиттери эселүү жана стабилдүү эмес параболалык теңдемелерди чыгаруунун асимптотикасы иликтенет.

Маселе каралат

$$L_\varepsilon u \equiv \varepsilon \partial_t u - \varepsilon^2 a(x) \partial_x^2 u - L(t) u = f(x,y,t), \quad x,t \in \Omega, \tag{17}$$

$$u\Big|_{t=0} = h(x,y),\ \ u\Big|_{\partial\Omega} = 0, \tag{18}$$

мында $\Omega = \{(x,y,t):\ \ x,y \in (0,1),\ t \in (0,T)\},\ \ \varepsilon > 0$ – кичине параметр.

Маселени (17), (18) төмөнкү болжолдоолордо иликтейбиз:

1) $a(x) \in C^{\infty}[0,1],\ f(x,y,t) \in C^{\infty}(\overline{\Omega})$,
2) $a(x) > 0,\ \forall x \in [0,1]$
3) $\{\lambda_i(t)\}$ жөнөкөй түзүлүштүн өзү кошулган операторунун спектри *L(t)*, ар бир $t \in [0,T]$ төмөнкү шарттарды канааттандырат

$$\lambda_1(t) \equiv \lambda_2(t) \equiv \cdots \equiv \lambda_p(t) < \lambda_{p+1}(t) < \lambda_{p+2}(t) < \cdots < \lambda_n(t) < \cdots < 0$$

мында $\lambda_i(t) \neq 0,\ \forall\, i = \overline{p+2,n},$ ал эми оператордун спектринин туруктуу эмес элементи төмөнкү түрдө элестетилет

$$\lambda_{p+1}(t) = tq(t), \qquad q(t) < 0, \qquad \forall\ t \in [0,T],$$

Операторду кеңейтүүнү жүргүзөбүз L_ε , бул үчүн регуляризациялоочу функцияларды киргизебиз

$$\tau_j = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \lambda_j(s)ds \equiv \frac{\varphi_j(t)}{\varepsilon},\quad \tau_{\boldsymbol{p+1}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\left(-2\int_0^t \lambda_{p+1}(s)ds\right)^{1/2} \equiv \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\varphi_{p+1}(t),$$

$$\eta = \frac{t}{\sqrt{\varepsilon^2}},\ \ j = p, p+2, p+3,$$

$$\xi_l = \frac{(-1)^{l-1}}{\sqrt{\varepsilon}}\int_{l-1}^{x}\frac{ds}{\sqrt{a(s)}} \equiv \frac{\psi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon}},\ \ \zeta_l = \frac{\psi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}, \tag{19}$$

жана изделүүчү функциянын ордуна *u(x,y,t,ε)* кеңейтилген функцияны карайбыз $\tilde{u}(M,\varepsilon), M = (x,y,t,\xi,\tau,\eta),\ \xi = (\xi_1,\xi_2),\ \tau = (\tau_1,\tau_2),$ бул

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)\Big|_{\theta=\chi(x,t,\varepsilon)} \equiv u(x,y,t,\varepsilon), \tag{20}$$

$$\theta = (\xi,\tau,\eta), \qquad \chi(x,t,\varepsilon) = \left(\frac{\varphi(t)}{\varepsilon}, \frac{\varphi_{p+1}(t)}{\sqrt{\varepsilon}}, \frac{\psi(x)}{\sqrt{\varepsilon}}, \frac{\psi(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}\right),$$

$$\varphi(t) = \big(\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_p, \varphi_{p+2}, \ldots\big), \qquad \psi(x) = \big(\psi_1(x), \psi_2(x)\big).$$

(19) негизинде, $\partial_t u,\ \partial_x^2 u$ туундуларды таап, (17), (18), (20)дан кеңейтилген маселе келип чыгат:

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u}(M,\varepsilon) \equiv \varepsilon\partial_t \tilde{u} + \frac{1}{\varepsilon}\partial_\eta \tilde{u} + D_\lambda \tilde{u} - \varepsilon\Delta_\xi u - p_\lambda \tilde{u}(M,\varepsilon) - \frac{1}{\varepsilon}\Delta_\zeta \tilde{u} -$$

$$-\sqrt{\varepsilon}D_\zeta \tilde{u} + \sqrt{\varepsilon}\varphi'_{p+1}(t)\left[\partial_{\tau_{p+1}}\tilde{u}\right] - \sqrt{\varepsilon^3}D_\xi \tilde{u} - \varepsilon^2 L_x \tilde{u}(M,\varepsilon) = f(x,y,t), M \in Q \qquad (21)$$

$$\tilde{u}\,\Big|_{t=\tau=0} = h(x),\ \tilde{u}(M,\varepsilon)\,\Big|_{\partial Q} = 0,$$

$$D_\lambda \equiv \sum_{j=p(j\neq p+1)}^{\infty} \lambda_j(t)\partial_{\tau_j},\quad \Delta_\xi \equiv \partial_{j_1}^2 + \partial_{j_2}^2,$$

$$D_{x\xi_l} = a(x)\left[2\psi'_l(x)\partial_{x\xi_l} + \psi''_l(x)\right],\qquad p_\lambda \equiv \sum_{j=1}^{\infty}\lambda_j^*(t)p_j(t),$$

$$L_x \equiv a(x)\partial_x^2,\qquad D_{x,\xi_l} = a(x)\left[2\psi'_l(x)\partial_{x,\xi_l} + \psi''_l(x)\right],$$

$$L(t) = \sum_{j=1}^{\infty}\lambda_j(t)p_j(t),\ \ \lambda_j^*(t) = \begin{cases}\lambda_p(t), & \forall\ j = 1,2,\dots,p\\ \lambda_{p+j}(t), & \forall\ j \geq p+1.\end{cases}$$

мында p_j өздүк проекторлор, $\lambda_j(t)$ жооп берүүчү.

Кеңейтилген маселенин (21) чыгарылышын төмөнкү түрдө аныктайбыз

$$\tilde{u}(M,\varepsilon) = \sum_{i=-1}^{\infty}\varepsilon^{i/2}\sum_{k=1}^{\infty}b_k(y,t)\Bigg(v_{i,k}(x,t) + \sum_{l=1}^{2}u_{i,k}^l(N_l) +$$

$$+\sum_{j=p}^{\infty}\left[C_{i,k}^j(x,t) + \sum_{l=1}^{2}Z_{i,k}^{l,j}(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\exp(\tau_j) +$$

$$+\left[q_{i,k}(x,t) + \sum_{l=1}^{2}\omega_{i,k}^l(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\gamma(\tau_{p+1})\Bigg) \equiv V_1 + V_2 + V_3,$$

мында $\gamma(\tau_{p+1})$ маселенин чыгарылышы.

3.2-параграфта төмөнкү маселе каралат

$$L_\varepsilon \equiv \varepsilon\partial_t u(x,t,\varepsilon) - \varepsilon^2 a(x)\partial_x^2 u(x,t,\varepsilon) - A(\,t)u(x,t,\varepsilon) = f(x,t), \forall (x,t) \in \Omega \qquad (22)$$

$$u|_{t=0} = h(x),\qquad u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0$$

Бул жерде $u = col(u_1,u_2),\quad f = col(f_1,f_2) \in\ C^\infty(\Omega),$

$0 < a(x) \in C^\infty[0,1], \qquad \varepsilon > 0 -$ кичине параметр,

$\Omega = (0,1) \times (O,T), \qquad h(x) = col\big(h_1(x), h_2(x)\big) \in C^\infty[0,1];$

Болжолдойбуз,

1) A(t) оператору ар бир $t \in [0,\tau]$ шарттарды канааттандыруучу спектрге ээ болот:
   $\lambda_1(t) \equiv \lambda_2(t) < \lambda_3(t) < \cdots$
2) Өзүмдүк маанилер $\lambda_i(t) = \lambda_1(t),\ i = 1,2$, бул
   $\mathrm{Re}\,\lambda_i(t) < 0, \forall\, t \in [O,T],\ i = 1,2;$
3) Өзүмдүк жана бириктирилген векторлор ортонормаланган, б.а.
   $\big(\psi_k, \psi_j\big) = \delta_j^k,\ \ k,j = 1,2,\ldots$
4) Баштапкы чектеш шарттарды макулдашуу шарттары аткарылат.

Регуляризациялоочу өзгөрмөлөрдү киргизебиз

$$\xi_l = \frac{\varphi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon}}, \zeta_l = \frac{\varphi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}, \qquad \tau = \frac{t}{\varepsilon^2},$$

$$\eta_j = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \big[\lambda(\xi) + \sqrt{\varepsilon} q_j(s)\big] ds \equiv \sigma_j(t,\varepsilon),\ \ j,l = 1,2\ldots$$

$$\varphi_l(x) = (-1)^{l-1}\int_{l-1}^{x} \frac{ds}{\sqrt{a(s)}}, \quad \eta_k = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \lambda_k(s) ds \equiv \sigma_k,\ \ k \geq 3,$$

Аларды, x жана t өзгөрмөлөрү менен катар, көз карандысыз деп жарыялайбыз да, $u(x,t,\varepsilon)$ изделүүчү функциясынын ордуна кеңейтилген функцияны $\tilde{u}(M,\varepsilon)$, $M = (x,\varepsilon)$, $M = (x,t,\zeta,\xi,\tau,)$, $\zeta = (\zeta_1,\zeta_2), \xi = (\xi_1,\xi_2)$, $\eta = (\eta_1, з_2)$ карайбыз жана ал үчүн $\tilde{u}(M,\varepsilon)\,\big|_{\theta = p(x,t,\varepsilon)} \equiv u(x,t,\varepsilon)$,

$\theta = (\zeta,\xi,\tau,\eta),\ \ p(x,t,\varepsilon) = \left(\frac{\varphi(x)}{\sqrt{\varepsilon}}, \frac{\varphi(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}, \frac{t}{\varepsilon}, \sigma(t,\varepsilon)\right),\ \ \varphi = (\varphi_1,\varphi_2), \sigma = (\sigma_1,\sigma_2)$ орун алат.

$\tilde{u}(M,\varepsilon)$ кеңейтилген функциясы үчүн төмөнкү маселени коюуга болот

$$\widetilde{L_\varepsilon}\tilde{u}(M,\varepsilon) \equiv \frac{1}{\varepsilon}T_\zeta\tilde{u} + \sum_{k=1}^{2}\big[\lambda(t) + \sqrt{\varepsilon}q_k(t)\big]\partial_{\eta_k}\tilde{u}\sum_{k=3}^{\infty}\lambda_k(t)\partial_{\eta_k}\tilde{u} - A(t)\tilde{u} - \sqrt{\varepsilon}L_\zeta\tilde{u} +$$

$$+\varepsilon T_\xi\tilde{u} - \varepsilon\sqrt{\varepsilon}L_\xi\tilde{u} + \varepsilon^2 L_x\tilde{u} = f(x,t), \qquad M \in R,\ \ \tilde{u}\,\big|_{t=\tau=\eta=0} = h(x), \qquad \tilde{u}|_{\partial R} = 0,$$

мында

$$T_\zeta \equiv \partial_\tau - \mathcal{D}_\zeta, T_\xi \equiv \partial_t - \mathcal{D}_\xi, \qquad \mathcal{D}_\zeta \equiv a(x)\sum_{l=1}^{2}\left(\varphi_l'(x)\right)^2 \partial_{\zeta_l}^2,$$

$$L_\zeta \equiv a(x)\sum_{l=1}^{2}\left[2\varphi_l'(x)\partial_{x\zeta_l}^2 + \varphi_l''(x)\partial_{\zeta_l}\right], \;\; L_x \equiv a(x)\partial_x^2,$$

$$R = \{M: x,t \in \Omega, \zeta, \xi, \eta, \tau \in (0,+\infty)\};$$

Кеңейтилген теңдеменин чыгарылышын төмөнкү түрдө аныктайбыз

$$\tilde{u}(M,\varepsilon) = \sum_{j=-1}^{\infty}\left(\sqrt{\varepsilon}\right)^j u_j(M) + \sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^j \nu_j(x,t). \tag{23}$$

Итерациялык теңдемелерди функциялардын төмөнкү классында чыгарабыз

$$U = \Big\{u_j(M): u_j(M) = \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{2} u_{k,j}^l\,(N_l)\psi_k(x,t) +$$

$$+\left\{\sum_{k=1}^{2}\left[c_{k,j}(x,t) + \sum_{l=1}^{2}\omega_{k,j}^l(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\times\psi_1(x,t) +\right.$$

$$+q_k(t)\left[c_{k,j-1}(x,t) + \sum_{l=1}^{2}\omega_{k,j-1}^l\,(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\psi_2(x,t) + \beta_{k,j}(t)\psi_2(x,t) +$$

$$\left.+\sum_{i,k=3}^{\infty}\left[c_{kj}^i(x,t) + \sum_{l=1}^{2}\omega_{k,j}^{l,i}(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\psi_i(x,t)\right\}e^{\eta_k}\Big\}.$$

U классындагы итерациялык теңдемелердин чыгарылышын камсыздап, чыгарылышка кирүүчү функцияларды аныктайбыз.

(23) катардын айрым суммасын $\theta = \rho(x,t,\varepsilon)$ болгондо тарытуу (22) маселенин асимптотикалык чыгарылышы болуп саналарын аныктайбыз, б.а. төмөнкү баалоо адилеттүү

$$\left|U(x,t,\varepsilon) - U_{\varepsilon_n}(M)\right|_{\theta=\rho(x,t,\varepsilon)} < c_1(\sqrt{\varepsilon})^{n+1} + c_2\varepsilon^{n-1} \tag{24}$$

Алынган натыйжа төмөнкү теоремада корутундуланат.

5-теорема. $0 < a(x), h(x) \in c^{n+1}[0,1]$, $A(x,t), f(x,t) \in c^{\infty}(\overline{\Omega})$ *берилген функциялар жана 1)-4) шарттар орун алсын дейли. Ошондо (23) катардын айрым суммасын тарытуу (22) маселенин асимптотикалык чыгарылышы болуп саналат да, (24) баалоо туура болот.*

ТЫЯНАКТАР

Изилдөөнүн жүрүшүндө диссертациялык иште иликтенүүчү маселелерди чыгаруунун регулярланган асимптотикасы курулган, спектринин эселүү нөл жана стабилдүү эмес чекиттери бар параболалык теңдеменин чыгарылышынын асимптотикасы табылган, стабилдүү эмес учурдагы параболалык теңдемелердин сингулярдуу козголгон тутумунун чыгарылышынын регуляризацияланган асимптотикасы курулган. Ошондой эле спектринин чекити эки эселүү нөл эмес жана пределдик оператор жордандык түзүлүшкө ээ болгондо параболалык маселенин чыгарылышынын асимптотикасы тургузулган.

ДИСЕЕРТАЦИЯНЫН НАТЫЙЖАЛАРЫ ТӨМӨНКҮ ЭМГЕКТЕРДЕ ЖАРЫЯЛАНГАН

1. **Кулманбетова, С.М.** Асимптотика решения одной задачи для двумерного сингулярно-возмущенного параболического уравнения [Текст]/ А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Вестник КНУ, – Бишкек, спец. вып, 2011.− С.127-131.
2. **Кулманбетова, С.М.** Асимптотика решения параболической задачи при отсутствии спектра предельного оператора [Текст] / А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Журнал вычислительной математики и математической физики. т.52. №7. 2012. − С.1245-1247.
3. **Кулманбетова, С.М.** Асимптотика решения одной задачи для двумерного сингулярно-возмущенного параболического уравнения [Текст] / А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Астана: Материалы международной научной конференции “Функциональный анализ и его применение” посвященной к 70 летию профессора М.Отелбаева, Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева. 2012. − С. 116-118.
4. **Кулманбетова, С.М.** Нулевые кратные элементы спектра в сингулярно возмущенной параболической задачи [Текст] / А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Известия ВУЗов, – Бишкек, №1. 2012. − С. 3-7.
5. **Кулманбетова, С.М.** Асимптотика решения параболической задачи с одной нестабильной точкой спектра [Текст] / С.М.Кулманбетова // Сборник Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек, Вып. №44. 2012 − С.161-165.
6. **Кулманбетова, С.М.** Асимптотика решения параболического уравнения с кратной и нестабильной точками спектра [Текст] / С.М.Кулманбетова // Сборник Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек, Вып. №46. 2014. − С.110-117.
7. **Кулманбетова, С.М.** Нулевая кратная точка спектра в сингулярно-возмущенной параболической задачи [Текст] / С.М.Кулманбетова // Сборник Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек, Вып. №46. 2014. − С.118-122.
8. **Кулманбетова, С.М.** Асимптотика решения параболической задачи с двухкратной точкой спектра [Текст] / А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Сборник Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек, Вып. №47. 2014. − С.114-127.
9. **Кулманбетова, С.М.** Сингулярно возмущенная система параболических уравнений в критическом случае [Текст] /А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Вестник Пермского университета.− Пермь, Вып. 2(33). 2016. − С.82-87.
10. **Кулманбетова, С.М.** Сингулярно возмущенная система параболических уравнений в критическом случае [Текст] /А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Итоги науки и техн. Совр. мат. и ее прил. Тем. Обз. Том 132. 2017. − С. 78–80.

Кулманбетова Сагынбүбү Мусековнанын “Спектринин чекити эселүү сингулярдуу козголгон параболалык маселелерди чыгаруунун асимптотикасы” 01.01.02 – дифференциалдык тендемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математикалык илимдеринин кандидаты илимий даражасын алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: асимптотика, параболалык теңдеме, чек катмар функциялар, параболалык чек катмар функциялар, сингулярдык козголгон маселелер.

Изилдөөнүн объектиси: спектри эселүү болгон сингулярдуу козголгон параболалык маселелер.

Изилдөөнүн максаты: кичине параметрлүү парабола тибиндеги дифференциалдык теңдемелер үчүн маселелердин асимптотикалык чыгарылышын тургузуу.

Изилдөөнүн ыкмасы: Диссертациялык иште изилденген маселелерди чыгарылышынын регулярланган асимптотикасын тургузууда, сингулярдуу козголгон параболалык маселелерди изилдөө үчүн профессор Омуралиев А.С. тарабынан модификацияланган С.А.Ломовдун методу колдонулду.

Алынган жыйынтыктар жана алардын жаңылыгы: Изилдөөнүн негизинде пределдик операторунун спектри эселүү нөл чекитин камтыган жана кичине параметри убакыт боюнча туунду алдында, ошондой эле бардык туундулар алдында турган парабола тибиндеги дифференциалдык теңдемелер үчүн чыгарылышынын регулярланган асимптотикасы тургузулган. Пределдик операторунун спектри нөл чекити менен катар стабилдүү болбогон чекити камтыган учурлар изилденген. Булардан сырткары пределдик операторунун спектри эселүү нөлгө барабар болбогон чекиттерди камтыган жана ал бир гана жордан торчосуна эквиваленттүү болгон маселенин асимптотикалык чыгарылышынын түзүмү аныкталган жана тургузулган.

РЕЗЮМЕ

«Асимптотика решения сингулярно возмущенных параболических задач с кратной точкой спектра» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: асимптотика, параболическое уравнение, погранслойные функции, параболические погранслойные функциисингулярно возмущенные задачи.

***Объект исследования*:** сингулярно возмущенные параболические задачи с кратной точкой спектра предельного оператора.

Цель исследования: построение асимптотического решения задач для дифференциальных уравнений параболического типа с малым параметром.

Методика исследования: При построении регуляризованной асимптотики решения задач, изучаемых в диссертационной работе, используется метод С.А.Ломова, который модифицировал профессор Омуралиев А.С. для исследований сингулярно возмущенных параболических задач.

Полученные результаты и их новизна: Построена регуляризованная асимптотика решения параболического уравнения с нулевой кратной точкой спектра, когда малый параметр стоит перед производной по времени и при всех производных и когда предельный оператор имеет кратную нулевую точку спектра. Изучены случаи, когда предельный оператор, наряду с кратной нулевой точкой спектра, содержит и нестабильную точку спектра. Рассматривается задача с кратной ненулевой точкой спектра предельного оператора, который эквивалентен одной жордановой клетке, изучена асимптотическая структура решения и построена его асимптотика.

RESUME

Kulmanbetova Sagunbyby Musekovna "Asymptotics of solutions of singularly perturbed parabolic equations with a multiple point of the spectrum" The thesis is submitted to confer the Scholarly Degree of Candidate of Physical and Mathematical sciences on the specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control

Keywords: asymptotics, parabolic equation, boundary layer functions, parabolic boundary layer functions, singularly perturbed problems.
Object of research: singularly perturbed parabolic problems with a multiple point of the spectrum of the limit operator.
The aim of the research: constructing an asymptotic solution of problems for differential equations of parabolic type with a small parameter.
Method of the research: in the research in constructing of the regularized asymptotic solutions of problems S.A. Lomov's method which was modified by A.S Omuraliev for the study of singularly perturbed parabolic problems with a multiple point of the spectrum is used.
The results and their novelty: The asymptotics of the solution of a parabolic equation with a zero multiple point of the spectrum is constructed even when the small parameter stands in front of the time derivative and for all derivatives when the limit operator has a multiple zero point of the spectrum. The cases when the limit operator with a multiple zero point of the spectrum which contains an unstable point of the spectrum is studied.

The task with a multiple zero point of the spectrum of the limit operator which is equivalent to one Jordan cell is studied. Asymptotic structure of the solution is learned and its asymptotics is constructed

Кулманбетова Сагынбүбү Мусековна

СПЕКТРИНИН ЧЕКИТИ ЭСЕЛҮҮ СИНГУЛЯРДУУ КОЗГОЛГОН ПАРАБОЛАЛЫК МАСЕЛЕЛЕРДИ ЧЫГАРУУНУН АСИМПТОТИКАСЫ

Басып чыгарууга кол коюлду ________________. Формат 60х84 $_{1/16}$
Офсеттик печать. Көлөмү 1,25 б.б.
Тираж 100 экз. Заказ ______