ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

КЫРГЫЗСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени Ж.БАЛАСАГЫНА

Диссертационный совет 01.17.560

На правах рукописи
УДК: 519.633

Кулманбетова Сагынбүбү Мусековна

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С КРАТНОЙ ТОЧКОЙ СПЕКТРА

01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Бишкек - 2017

Диссертационная работа выполнена на кафедре информационных технологий аграрно-технического факультета Нарынского государственного университета им. С.Нааматова

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Омуралиев Асан Сыдыгалиевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Какишов Каныбек Какишович
(Кыргызский Национальный университет, Бишкек)

доктор физико-математических наук, доцент
Турсунов Дилмурат Абдиллажанович
(Ошский государственный университет, Ош)

Ведущая организация: Джалал-Абадский государственный университет, 715600, г. Жалал-Абад, ул. Ленина, 57

Защита диссертации состоится «____»__________________2017 года в 14.00 часов на заседании диссертационного совета Д 01.17.560 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора (кандидата) физико-математических наук при Институте математики НАН Кыргызской Республики и Кыргызском Национальном университете им. Ж.Баласагына по адресу: Кыргызстан, 720054, г. Бишкек, ул. Абдымомунова, 328, лабораторный корпус №6 КНУ, аудитория 211.

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной библиотеке НАН КР, Кыргызстан, 720071, г. Бишкек, проспект Чуй, 265-а. и на сайте www.aknet.math.rg ИМ НАН КР.

Автореферат разослан «_____»________________2017 г.

Ученый секретарь диссертационного
совета д.ф-м.н., профессор Байзаков А.Б.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Асимптотические методы занимают важное место в теории дифференциальных уравнений. Это объясняется тем, что задачи, рассматриваемые в теории дифференциальных уравнений, в подавляющем большинстве не имеют явного решения в виду сложной зависимости от числовых и функциональных параметров, входящих в эти задачи. Однако правильное описание решения или нахождение приближенного решения можно существенно упростить, если известно, что некоторые из параметров очень малы либо, наоборот, велики. Для решения таких задач привлекаются асимптотические методы. Эти методы, как правило, связаны со спецификой рассматриваемой задачи. Одним из классов задач, которые успешно решаются с применением асимптотических методов, являются сингулярно возмущенные задачи. Такие задачи описывают многие реальные модели окружающего мира. Этим они интересны для исследователей-физиков.

Начиная с сороковых годов, ведутся интенсивные исследования, нацеленные на разработку методов асимптотического интегрирования сингулярно возмущенных уравнений, описывающих явления пограничного слоя. В развитие этого направления значительный вклад внесли А.Н.Тихонов, В.Вазов, Л.С.Понтрягин, Н.Н.Боголюбов, Ю.А.Митропольский, В.П.Маслов, М.И.Вишик, Л.А.Люстерник, А.Б.Васильева, М.И.Иманалиев, С.А.Ломов, В.Ф.Бутузов, К.А.Касымов и др. Усилиями этих ученых и их учеников созданы различные асимптотические методы решения сингулярно возмущенных уравнений. По мере развития алгоритмов асимптотического интегрирования возникали и некоторые проблемы их применимости. Поэтому асимптотические методы разрабатывались при решении специфических задач. Так широкоизвестный метод пограничных функций, разработанный А.Б.Васильевой и М.И.Иманалиевым, применим к задачам с экспоненциальным пограничным слоем. Методом усреднения Крылова-Боголюбова-Митропольского изучаются уравнения, когда правые части допускают существование конечного среднего по времени. В шестидесятых годах прошлого столетия С.А.Ломовым разработан метод, который снимает ограничение на расположение спектра предельного оператора относительно мнимой оси. Асимптотические ряды, получаемые этим методом, являются единственными в определенном классе функций, допускающих применение к задачам колебательного и неколебательного типа, при некоторых ограничениях на искомые функции задачи могут сходиться не только асимптотически, но и в обычном смысле. Теоретическая основа метода регуляризации состоит в том, что решение сингулярно возмущенной задачи зависит от возмущения двояким образом: регулярно и сингулярно. Основная идея метода регуляризации состоит в переходе в пространство большей размерности с помощью введения дополнительных независимых переменных. Дополнительные переменные, введенные с помощью спектра предельного оператора, описывают сингулярную зависимость решения от параметра. До настоящего времени метод развивался для обыкновенных дифференциальных уравнений, для некоторых классов сингулярно возмущенных уравнений в частных производных. Развитие метода основывалось на использовании спектра предельного оператора. В изученных ранее задачах через спектр описывалась сингулярность решения по малому параметру.

В математической модели распределенных кинетических систем каждая пространственная точка представляет собой генератор колебаний, а связь между этими генераторами осуществляется посредством диффузии (или теплопроводности). Примерами такого рода распределенных систем могут служить химические реакции, экологические системы, некоторые полупроводниковые конструкции и др. Эти процессы описываются в параболических уравнениях, содержащих малый параметр.

В случае, когда в исследуемом процессе описываются дифференциальные уравнения с малыми параметрами при старших производных, уравнения получили название сингулярно возмущенных уравнений. Для процессов, описываемых сингулярно возмущенными уравнениями, характерны неравномерные переходы, наличие в них «быстрых» и «медленных» составляющих, что обусловливает «жесткость» рассматриваемой дифференциальной системы. Для жестких систем традиционные алгоритмы расчета приближенных решений теряют свою эффективность. Это ощущается в зоне пограничного слоя, возникающего при значениях независимой переменной, находящейся в окрестности граничных точек.

Возникающие трудности можно преодолеть с помощью предварительного асимптотического анализа исследуемой задачи, проводимого на основе методов асимптотического интегрирования дифференциальных уравнений.

Цель исследования. Совершенно новые и сложные эффекты появляются в решениях сингулярно возмущенных задач, если предельный оператор имеет кратную нулевую точку спектра. Поэтому представляет научный и практический интерес построение асимптотического решения таких задач для дифференциальных уравнений параболического типа с малым параметром. В диссертационной работе изучаются краевые задачи для сингулярно возмущенных параболических уравнений в различных постановках, когда предельный оператор имеет кратную точку спектра.

Научная новизна. В диссертационной работе для первой краевой задаче для сингулярно возмущенного дифференциального уравнения параболического типа, получены следующие новые результаты:

- построен алгоритм регуляризованной асимптотики решения сингулярно возмущенных краевых задач для линейных дифференциальных уравнений параболического типа, когда предельный оператор имеет кратную нулевую точку спектра;
- получены регуляризованные асимптотические решения сингулярно возмущенных краевых задач для линейных систем уравнений параболического типа с малым параметром при всех производных, когда потенциальная матрица имеет кратное собственное значение;
- установлены правила выбора регуляризующих переменных, когда одна из точек спектра предельного оператора нестабильный, а часть конечных чисел точек спектра тождественно нулю, найдены классы функций представления

решений промежуточных задач и построена регуляризованная асимптотика решения;

- построена регуляризованная асимптотика решения сингулярно возмущенных параболических задач, в случае, когда предельный оператор имеет кратную нулевую точку спектра и эквивалентен жордановой структуре.

Теоретическая и практическая значимость. Данная работа имеет теоретическую направленность. Достигнутые результаты можно использовать для исследования сингулярно возмущенных дифференциальных, интегро-дифференциальных уравнений, применять при качественном исследовании некоторых сингулярно возмущенных уравнений, использовать при качественном исследовании процессов в прикладных науках: физике, экологии, химических реакциях, в научных исследованиях по интегро-дифференциальным уравнениям национальной академии наук Кыргызской Республики, КНУ им. Ж. Баласагына, КТУ "Манас", а также при разработке спецкурсов для профильных и других естественно-технических направлений в вузах Кыргызской Республики.

Основные положения диссертации выносимые на защиту:

- построена асимптотика решения параболического уравнения с нулевой кратной точкой спектра, когда малый параметр стоит перед производной по времени;
- найдена регуляризованная асимптотика решения задачи, когда малый параметр присутствует при всех производных и предельный оператор имеет нулевую кратную точку спектра и построена асимптотика решения параболического уравнения с нулевой кратной и нестабильной точками спектра;
- обобщен метод регуляризации для сингулярно возмущенных задач на систему синулярно возмущенных параболических уравнений в критическом случае;
- найдена асимптотика решения параболической задачи в случае с ненулевой кратной точкой спектра и предельным оператором эквивалентным жордановой структуре.

Методика исследования. При построении регуляризованной асимптотики решения задач, изучаемых в диссертационной работе, используется метод С.А.Ломова, модифицированный профессором Омуралиевым А.С. для исследования сингулярно возмущенных параболических задач.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на научных семинарах Кыргызско-Турецкого университета "Манас", на Международной научно-практической конференции "Функциональный анализ и его приложения", проведенной в честь академика Национальной академии наук Республики Казахстан, профессора Мухтарбая Отелбаева, по случаю его 70-летия в г. Астане в 2012 г., на симпозиуме «Математика и глобальные вызовы XXI века», посвященном столетию Пермского государственного национального исследовательского университета г. Пермь, 16-21 мая 2016 года.

Полнота отражения результатов диссертации в публикациях. По теме диссертации опубликовано 10 работ [1-10] в научных изданиях. В семи [1-4, 8-10] совместных работах постановка задачи и обсуждение их результатов принадлежат научному руководителю, а решение задач, получение результатов – автору.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из перечня условных обозначений и условий, введения, трех глав, разбитых на параграфы и пункты, заключения к каждой главе, выводов и списка использованной литературы из 98 источников. Диссертационная работа изложена на 118 страницах компьютерного текста.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дано обоснование актуальности темы, общая характеристика работы и вспомогательный материал который используется в диссертации.

1 глава содержит обзор литературы по теме диссертации, приводятся некоторые результаты из заключений других авторов, многократно используемых в данной работе по теме исследования.

2 глава, состоящая из трех параграфов, посвящена решению смешанной задачи для уравнения

$$L_\varepsilon u \equiv \varepsilon\, \partial_t u - L(x,t)u = f(x,t), \qquad (x,t) \in Q, \tag{1}$$
$$u\big|_{t=0} = h(x), \quad u\big|_{\partial\Omega} = 0$$

при $\varepsilon \to 0$, где $Q = \Omega \times (0,T)$, область Ω ограничена и имеет гладкую границу $\partial\Omega$; $L(x,t)$ - линейный самосопряженный при каждом $t \in [0,T]$ эллиптический оператор.

Задачу будем решать при следующих предположениях:

1) Оператор $L(x,t)$ является оператором простой структуры и при каждом $t \in [0,T]$ имеет спектр $\{\lambda_k(t)\}$, удовлетворяющий условиям:
$\lambda_k(t) \equiv 0,\ \forall k = 1,2,\ldots,p,\ \lambda_{p+1}(t) < \lambda_{p+2}(t) < \ldots < 0;$
2) Система собственных функций $\{\ \psi_k(x,t)\ \}$ $k=1,2,\ldots,p,p+1,p+2,\ldots$, при каждом t образует полную ортонормированную систему функций в некотором гильбертовом пространстве H.

Для регуляризации задачи (1) введем регуляризующие переменные по формулам

$$\tau = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \lambda_{p+k}(s)ds \equiv \frac{\varphi_{p+k}(t)}{\varepsilon}, \qquad k=1,2,3 \tag{2}$$

и вместо функции $u(x,t,\varepsilon)$ введем в расмотрение расширенную функцию $\tilde{u}(M,\varepsilon)$, $M = (x,t,\tau), \tau = (\tau_{\rho+1,}\tau_{\rho+2,}\ldots)$ такую, что

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)\big|_{\tau=\varphi(t)/\varepsilon} \equiv u(x,t,\varepsilon),\ \ \varphi(t) = \left(\varphi_{\rho+1}(t), \varphi_{\rho+2}(t), \ldots\right). \tag{3}$$

Для расширенной функции поставим задачу

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u} \equiv \varepsilon\partial_t \tilde{u}(M,\varepsilon) + D_\lambda \tilde{u}(M,\varepsilon) - L(x,t)\tilde{u}(M,\varepsilon) = f(x,t),\ M \in P, \tag{4}$$
$$\tilde{u}\big|_{t=\tau=0} = h(x), \qquad \tilde{u}(M,\varepsilon)\big|_{\partial M} = 0, \qquad P = Q \times (-\infty, 0),$$
$$D_\lambda \equiv \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_{p+k}(t)\partial_{\tau_{p+k}};$$

Решение задачи (4) будем искать в виде

$$\tilde{u}(\mathrm{M},\varepsilon) = \sum_{i=-1}^{\infty} \varepsilon^i u_i(M)\,. \tag{5}$$

Для коэффициентов получим итерационные задачи, которые решаются в классе функций

$$U = \{u(M): u = \sum_{k=1}^{p} c_k(t)\psi_k(x,t) + \sum_{l,j}^{\infty} c_{p+j,l}(t) exp(\tau_{p+l})\psi_{p+j}(x,t)\}$$

В этом классе итерационные задачи имеют однозначные решения, сужение частичной суммы ряда посредством регуляризующей функции, что является асимптотическим решением задачи (1), т.е. доказана следующая теорема.

<u>Теорема 1.</u> *Пусть выполнены условия 1)-2). Тогда сужение частичной суммы ряда (5), при $\tau = \varphi(t)/\varepsilon$ яляется асимптотическим решением при $\varepsilon \to 0$ задачи (1), т.е. для достаточно малых $\varepsilon > 0$ и $\forall$ $i = -1,0,1,\dots,n$ справедлива оценка*

$$\left| u(x,t,\varepsilon) - u_{\varepsilon n}(x,t,\varphi(t/\varepsilon) \right| < c\varepsilon^{n+1}.$$

Параграф 2.2 посвящен построению регуляризованной асимптотики решения задачи

$$L_\varepsilon u(x,y,t,\varepsilon) \equiv \varepsilon \partial_t u - \varepsilon^2 a(x)\partial_x^2 u - L(t)u = f(x,y,t), (x,y,t) \in Q \qquad (6)$$

$$u\Big|_{t=0} = h(x,y), \quad u\Big|_{\partial\Omega} = 0$$

Здесь $\varepsilon > 0$ –малый параметр, $Q = \Omega \times (0,T)$, $\Omega = \{(x,y): x,y \in (0,1)\}$, $\partial\Omega$ – граница области Ω.

Задача (6) изучается при следующих предположениях:

1) Функция $a(x)>0$ для любого $x \in [0,1]$
2) $a(x) \in C^\infty[0,1]$, $f(x,y,t) \in C^\infty(\bar{Q})$;
3) Самосопряженный оператор простой структуры $L(t)$ при каждом $t \in [0,T]$ имеет дискретный спектр
$L(t)\psi_k(y,t) = \lambda_k(t)\psi_k(y,t)$, $\psi_k(y,t)|_{y=0} = \psi_k(y,t)|_{y=1} = 0$;
удовлетворяющий условиям
$\lambda_{p+i}(t) < 0$, $\lambda_k(t) \equiv 0$, $\forall\, k = 1,2,\dots,p$, $\lambda_{p+i}(t) \neq \lambda_{p+j}(t), \forall\, i \neq j$,
$\forall\, t \in [0,T], i,j \geq 1$;
4) Выполняется условие согласования начальных и граничных условий:
h(0,y) = h(1,y) = 0.

Вводим регуляризующие функции по формулам

$$\eta_{p+i} = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \lambda_{p+i}(s)ds, \quad i = 1,2,\dots, \ \tau = \frac{t}{\varepsilon^2}, \quad \xi_j = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^3}}\varphi_j(x),$$

$$\zeta_j = \tfrac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\varphi_j(x), j = 1,2, \ \varphi_j(x) = (-1)^{j-1}\int_{j-1}^{x}\tfrac{ds}{\sqrt{a(s)}}; \qquad (7)$$

Пусть $\theta = (\xi,\zeta,\tau,\eta)$, $\xi = (\xi_1,\xi_2), \zeta = (\zeta_1,\zeta_2)$, $\eta = \left(\eta_{p+1},\eta_{p+2},\dots,\right)$ являются независимыми переменными новой функции $\tilde{u}(M,\varepsilon)$, $M = (x,y,t,\theta)$ такой, что ее сужение совпадает с решением исходной задачи (1), т.е.

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)|_{\theta=\theta(x,t,\varepsilon)} \equiv u(x,y,t,\varepsilon), \qquad (8)$$

$$\theta(x,t,\varepsilon) = \left(\tfrac{\varphi}{\sqrt{\varepsilon}},\tfrac{\varphi}{\sqrt{\varepsilon^3}},\tfrac{t}{\varepsilon^2},\tfrac{1}{\varepsilon}\int_0^t \lambda(s)ds\right), \varphi = (\varphi_1,\varphi_2), \ \lambda = (\lambda_{p+1},\lambda_{p+2},\dots)$$

С учетом (7), отсюда найдем $\partial_t u$ и $\partial_x^2 u$, тогда на основании (8), для расширенной функции $\tilde{u}(M,\varepsilon)$ поставим следующую задачу:

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u}(M,\varepsilon) \equiv \frac{1}{\varepsilon} T_1 \tilde{u} + T_2 \tilde{u} + \sqrt{\varepsilon} L_\xi \tilde{u} + \varepsilon T_3 \tilde{u} + \varepsilon\sqrt{\varepsilon} L_\zeta \tilde{u} + \varepsilon^2 L_x \tilde{u} = f(x,y,t),\ M \in W$$

$$\tilde{u}(M)|_{\tau=t=0} = h(x,y),\ \tilde{u}(M)|_{\partial W} = 0,\ M = (x,y,t,\theta), \tag{9}$$

$$W = Q \times (0,\infty) \times (0,\infty) \times (0,\infty) \times (-\infty, 0),$$

где

$$T_1 \equiv \partial_\tau - \Delta_\xi,\ T_2 \equiv \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_{p+i}(t) \partial_{\eta_{p+i}} - L(t),\ L_x \equiv -a(x)\partial_x^2,$$

$$T_3 \equiv \partial_t - \Delta_\zeta,\ \ L_\xi \equiv -a(x) \sum_{j=1}^{2} L_{\xi,j},\ \ L_\zeta \equiv -a(x) \sum_{j=1}^{2} L_{\zeta,j},$$

$$L_{\zeta,j} \equiv 2\varphi_j'(x)\partial_{x,\zeta}^2 + \varphi''_{j(x)\partial_\zeta}, \qquad L_{\xi,j} \equiv 2\varphi_j'(x)\partial_{x,\xi}^2 + \varphi_j''(x)\partial_\xi$$

$$\Delta_\xi \equiv \left(\sum_{j=1}^{2} (-1)^{j-1} \partial_{\xi_j}\right)^2,\ \ \Delta_\zeta \equiv \left(\sum_{j=1}^{2} (-1)^{j-1} \partial_{\zeta_j}\right)^2.$$

Решение расширенной задачи (9) ищем в виде разложения

$$\tilde{u}(M,\varepsilon) = \sum_{k=-1}^{\infty} \varepsilon^{k/2} u_k(M). \tag{10}$$

Для коэффициентов этого ряда получим итерационные задачи, которые решаются в классе функций:

$$U = \{u(M): u(M) =< v(x,t) + \sum_{l=1}^{2} u_l(N_l),\ \ \psi(y,t) > +$$

$$+< \left[C(x,t) + \sum_{l=1}^{2} W^l(x,t) erfc\left(\frac{\zeta_l}{2\sqrt{t}}\right)\right] \exp(\eta), \psi(y,t) >,$$

$$erfc\left(\frac{\zeta_l}{2\sqrt{t}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\text{p}}} \int_{\frac{\zeta_l}{2\sqrt{t}}}^{\infty} \exp(-s^2)\, ds,\ \ |u_l(N_l)| < c\ exp\left(\frac{\xi_l^2}{8\tau}\right),\ \ i,j \geq 1\},$$

$$u_l(N_l) = \left(u_{l,1}(N_l), u_{l,2}(N_l), \dots\right), C(x,t) = \left(c_{i,p+j}(x,t)\right), N_l = (x,y,t,\xi_l,\tau),$$

$$W^l(x,t) = \left(\omega_{i,p+j}^l(x,t)\right), \psi(y,t) = (\psi_1(y,t), \psi_2(y,t), \dots),$$

$$\eta = \left(\eta_{p+1}, \eta_{p+2}, \dots\right), \xi = (\xi_1, \xi_2), i,j \geq 1,$$

$$< v(x,t), \psi(y,t) > = \sum_{i=1}^{\infty} v_{p+i}(x,t)\psi_{p+i}(y,t),\ \ v(x,t) = (v_1(x,t), v_2(x,t), \dots)$$

$$< C(x,t)\exp(\eta), \psi(y,t) >= \sum_{i,j=1}^{\infty} c_{p+i.p+j}(c,t)\exp\left(\eta_{p+j}\right)\psi_{p+i}(y,t)$$

Произведем в расширенной задаче сужение посредством регуляризующих функций, т.е. положим $\theta = \theta(x, t, \varepsilon)$ в обеих частях уравнения. Далее, учитывая тождество (10), для остаточного члена

$$R_{\varepsilon,2n}(x,y,t) \equiv R_{\varepsilon,2n}\big(x,y,t,\theta(x,t,\varepsilon)\big) = u(x,y,t,\varepsilon) - u_{\varepsilon,n}(x,y,t,\varepsilon)$$

получим задачу

$$L_\varepsilon R_{\varepsilon,2n}(x,y,t) = g_{2n}(x,y,t,\theta(x,t,\varepsilon),\varepsilon), R_{\varepsilon,2n}\big|_{t=0} = R_{\varepsilon,2n}\big|_{\partial\Omega} = 0 \quad (11)$$

В силу наших построений и сделанных предположений 1) -4) функция $g_{2n}(x,y,t,\theta(x,t,\varepsilon),\varepsilon)$ равномерно ограничена по ε и непрерывна по *x*,*y*,*t* в изучаемой области для любого номера *n*=0,1,2,….

Теорема 2. *Пусть выполнены условия 1)-4). Тогда для достаточно малых* $\varepsilon > 0$ *имеет место оценка*

$\big|u(x,y,t,\varepsilon) - u_{\varepsilon,n}(x,y,t,\varepsilon)\big| < c\varepsilon^{n+1},\ n = 0,1,2,\ldots$ *т.е частичная сумма ряда (10) является асимптотическим решением задачи (6) при* $\varepsilon \to +0$ *и это разложение единственно в пространстве U.*

В параграфе 2.3 изучается первая краевая задача для систем сингулярно возмущенных параболических уравнений

$$L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon) \equiv \varepsilon\partial_t u - \varepsilon^2 a(x)\partial_x^2 u - A(t)u = f(x,t), \qquad (x,t) \in \Omega,$$

$$u\big|_{t=0} = 0, u\big|_{x=0} = u\big|_{x=1} = 0, \quad (12)$$

где $\varepsilon > 0$-малый параметр, $\Omega = \text{x}\{(x,t): x \in (0,1), t \in (0,T)\}$.

Задача (12) изучается при следующих предположениях:

1. $0 < a(x) \in C^\infty[0,1],\ A(t) \in C^\infty\big([0,T], \mathbb{C}^{m^2}\big),\ f \in C^\infty(\overline{\Omega}, \mathbb{C}^m)$;
2. $m \times m$ матрица *A(t)* имеет *m* простых собственных значений $\{\lambda_i(t)\}$ удовлетворяющих условиям:
   a) $\lambda_i(t) \equiv 0 (i = 1,2,\ldots,k)$,
   b) $Re\lambda_i(t) \leq 0 (i = k+1,\ldots,m)$,
   c) $\lambda_i(t) \neq \lambda_j(t), \forall\, i \neq j,\ i,j = \big(\overline{k+1,m}\big)$;
3. $\lambda_i(t) \equiv 0 (i = 1,2,\ldots,k)$ соответствует k линейно независимых собственных векторов $\{b_i(t)\},\ i = \overline{1,k}$.

Произведем регуляризацию задачи (12), для чего введем регуляризующие переменные

$$\tau = \frac{t}{\varepsilon^2}, \qquad \mu_i = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \lambda_i(s)ds \equiv \frac{\psi_i(t)}{\varepsilon},\ \ i = k+1,\ldots,m,\ \ \xi_l = \frac{\varphi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon}},$$

$$\eta_l = \frac{\varphi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}, \qquad \varphi_l(x) = (-1)^{(l-1)}\int_{l-1}^x \frac{ds}{\sqrt{a(s)}},\ \ l = 1,2 \quad (13)$$

и расширенную функцию $\tilde{u}(M,\varepsilon),\ M = (x,t,\eta,\xi,\tau,\mu),\ \xi = (\xi_1,\xi_2)$, $\eta = (\eta_1,\eta_2),\ \mu = (\mu_{k+1},\mu_{k+2},\ldots,\mu_m)$ такую, что

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)\big|_{\theta=\gamma(x,t,\varepsilon)} \equiv u(x,t,\varepsilon), \qquad \gamma(x,t,\varepsilon) = \left(\frac{\varphi(x)}{\sqrt{\varepsilon}}, \frac{\varphi(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}, \frac{t}{\varepsilon^2}, \frac{\psi(t)}{\varepsilon}\right), \quad (14)$$

$$\theta = (\eta,\xi,\tau,\mu), \varphi(x) = \big(\varphi_1(x),\varphi_2(x)\big), \psi(t) = (\psi_{k+1}(t),\psi_{k+2}(t),\ldots,\psi_m(t))$$

Тогда, на основании (12), (13), (14), относительно расширенной функции получим задачу

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u}(M,\varepsilon) \equiv \frac{1}{\varepsilon} T_0 \tilde{u} + \mathcal{D}_\lambda \tilde{u} - \sqrt{\varepsilon} L_\eta \tilde{u} + \varepsilon T_1 \tilde{u} - \varepsilon\sqrt{\varepsilon} L_\xi \tilde{u} - \varepsilon^2 L_x \tilde{u} = f(x,t), \qquad M \in Q$$

$$\tilde{u}\,\big|_{t=\tau=\mu=0} = 0, \tilde{u}\,\big|_{x=0,\xi_1=\eta_1=0} = \tilde{u}\,\big|_{x=1,\xi_2=\eta_2=0} = 0, \qquad (15)$$

$$L_z \equiv a(x)\sum_{l=1}^{2}\left[2\varphi_l'(x)\partial_{xz_l}^2 + \varphi_l''(x)\partial_{z_l}\right],\ T_0 \equiv \partial_\tau - \Delta_\eta, T_1 \equiv \partial_t - \Delta_\xi,$$

$$\mathcal{D}_\lambda \equiv \sum_{j=k+1}^{m} \lambda_j(t)\partial_{\mu_j} - A(t),\ \ L_x \equiv a(x)\partial_x^2,\ \ \ Q(0,1)\times(0,T)\times(0,\infty)$$

Решения задачи (15) будем определять в виде ряда

$$\tilde{u}(M,\varepsilon) = \sum_{k=-2}^{\infty} \varepsilon^{\frac{k}{2}} u_k(M). \qquad (16)$$

Для коэффициентов получим итерационные задачи, которые решаются в следующем классе функций:

$$U = \{u_k(x,t): u_k(x,t) = \sum_{i=1}^{m}[\,v_{k,i}(x,t) + Y_{t,i}(N) +$$

$$+ \sum_{j=k+1}^{m}\left(c_{i,j}^k(x,t) + \sum_{l=1}^{2}\omega_{i,j}^{k,l}(x,t) erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right)\ \exp(\mu_j)]b_i(t),$$

$$v_i(x,t) \in C^\infty(\widetilde{\Omega}),\ \ |Y_i(N)| < c exp\left(-\frac{\eta_l^2}{8\tau}\right), c_{i,j}(x,t),\ \ \omega_{i,j}^l(x,t) \in C^\infty(\widetilde{\Omega})\}.$$

$N = (x,t,\eta,\tau), \eta = (\eta_1,\eta_2),\ \xi = (\xi_1,\xi_2),\ b_i(t),\ i = \overline{1,m}$ –собственный вектор матрицы *A(t)* отвечающий собственному значению $\lambda_i(t)$.

Показано, что сужение частичной суммы ряда (16), посредством регуляризующих функций, является формальным асимптотическим решением исходной задачи (12), т.е. доказана

Теорема 3. *Пусть выполнены условия 1)-3). Тогда сужение частичной суммы при* $\theta = \gamma(x,t,\varepsilon)$*, является асимптотическим решением задачи (12), т.е. при достаточно малых* ε *и n=-2,-1,0,1,…справедлива оценка*

$$\left|\left|u(x,t,\varepsilon) - u_{\varepsilon,n}(x,t,\gamma(x,t,\varepsilon))\right|\right| < c\varepsilon^{\frac{n+1}{2}}.$$

К параграфу 2.3. построен иллюстративный пример, при

$$A(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$

$$a(x) = 1 + x, \qquad f(x,t) = col\big((1+x)t, \qquad 0, \qquad x(1+t)\big);$$

В третьей главе изучается асимптотика решения параболического уравнения с кратной и нестабильной точками спектра.

В параграфе 3.1. рассматривается задача

$$L_\varepsilon u \equiv \varepsilon\partial_t u - \varepsilon^2 a(x)\partial_x^2 u - L(t)u = f(x,y,t), \ \ \ x,t \in \Omega, \qquad (17)$$

$$u\Big|_{t=0} = h(x,y),\ \ u\Big|_{\partial\Omega} = 0, \tag{18}$$
где $\Omega = \{(x,y,t):\ \ x,y \in (0,1),\ t \in (0,T)\}$, $\varepsilon > 0$ – малый параметр.
Задачу (17), (18) будем изучать при следующих предположениях:
1) $a(x) \in C^{\infty}[0,1],\ f(x,t) \in C^{\infty}(\overline{\Omega})$,
2) $a(x) > 0,\ \forall x \in [0,1]$
3) $\{\lambda_i(t)\}$ спектр самосопряженного оператора простой структуры *L(t)*, при каждом $t \in [0,T]$ удовлетворяет условиям
$$\lambda_1(t) \equiv \lambda_2(t)\ \equiv \cdots\ \equiv \lambda_p(t) < \lambda_{p+1}(t) < \lambda_{p+2}(t) < \cdots < \lambda_n(t) < \cdots < 0$$
где $\lambda_i(t) \neq 0,\ \forall\ i = \overline{p+2,n},$ а нестабильный элемент спектра оператора представимо в виде
$$\lambda_{p+1}(t) = tq(t), \qquad q(t) < 0, \qquad \forall\ \ t \in [0,T],$$
Произведем расширения оператора L_ε , для чего введем регуляризующие функции
$$\tau_j = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \lambda_j(s)ds \equiv \frac{\varphi_j(t)}{\varepsilon},\quad \tau_{\boldsymbol{p}+1} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\left(-2\int_0^t \lambda_{p+1}(s)ds\right)^{1/2} \equiv \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\varphi_{p+1}(t),$$
$$\eta = \frac{t}{\sqrt{\varepsilon^2}},\ \ j = p, p+2, p+3,$$
$$\xi_l = \frac{(-1)^{l-1}}{\sqrt{\varepsilon}}\int_{l-1}^{x}\frac{ds}{\sqrt{a(s)}} \equiv \frac{\psi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon}},\ \ \zeta_l = \frac{\psi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}, \tag{19}$$
и вместо искомой функции *u(x,y,t,ε)* рассмотрим расширенную функцию $\tilde{u}(M,\varepsilon), M = (x,y,t,\xi,\tau,\eta),\ \xi = (\xi_1,\xi_2),\ \tau = (\tau_1,\tau_2)$, такую, что
$$\tilde{u}(M,\varepsilon)\Big|_{\theta=\chi(x,t,\varepsilon)} \equiv u(x,y,t,\varepsilon), \tag{20}$$
$$\theta = (\xi,\tau,\eta), \qquad \chi(x,t,\varepsilon) = \left(\frac{\varphi(t)}{\varepsilon}, \frac{\varphi_{p+1}(t)}{\sqrt{\varepsilon}}, \frac{\psi(x)}{\sqrt{\varepsilon}}, \frac{\psi(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}\right),$$
$$\varphi(t) = \big(\varphi_1,\varphi_2,\dots,\varphi_p,\varphi_{p+2},\dots\big), \qquad \psi(x) = \big(\psi_1(x),\psi_2(x)\big).$$
Находя, на основании (19), производные $\partial_t u,\ \partial_x^2 u$, из (17), (18), (20) следует расширенная задача:
$$\tilde{L}_\varepsilon\tilde{u}(M,\varepsilon) \equiv \varepsilon\partial_t\tilde{u} + \frac{1}{\varepsilon}\partial_\eta\tilde{u} + D_\lambda\tilde{u} - \varepsilon\Delta_\xi u - p_\lambda\tilde{u}(M,\varepsilon) - \frac{1}{\varepsilon}\Delta_\zeta\tilde{u} -$$
$$-\sqrt{\varepsilon}D_\zeta\tilde{u} + \sqrt{\varepsilon}\varphi'_{p+1}(t)\left[\partial_{\tau_{p+1}}\tilde{u}\right] - \sqrt{\varepsilon^3}D_\xi\tilde{u} - \varepsilon^2 L_x\tilde{u}(M,\varepsilon) = f(x,y,t), M \in Q \tag{21}$$
$$\tilde{u}\Big|_{t=\tau=0} = h(x),\ \tilde{u}(M,\varepsilon)\Big|_{\partial Q} = 0,$$
$$D_\lambda \equiv \sum_{j=p(j\neq p+1)}^{\infty}\lambda_j(t)\partial_{\tau_j},\quad \Delta_\xi \equiv \partial_{j_1}^2 + \partial_{j_2}^2,$$
$$D_{x\xi_l} = a(x)\big[2\psi'_l(x)\partial_{x\xi_l} + \psi''_l(x)\big], \qquad p_\lambda \equiv \sum_{j=1}^{\infty}\lambda_j^*(t)p_j(t),$$
$$L_x \equiv a(x)\partial_x^2, \qquad D_{x,\xi_l} = a(x)\big[2\psi'_l(x)\partial_{x,\xi_l} + \psi''_l(x)\big],$$

$$L(t)=\sum_{j=1}^{\infty}\lambda_j(t)p_j(t),\ \ \lambda_j^*(t)=\begin{cases}\lambda_p(t), & \forall\ j=1,2,\dots,p\\ \lambda_{p+j}(t), & \forall\ j\geq p+1.\end{cases}$$

где p_j собственные проекторы отвечающие $\lambda_j(t)$.

Решение расширенной задачи (21) будем определить в виде

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)=\sum_{i=-1}^{\infty}\varepsilon^{i/2}\sum_{k=1}^{\infty}b_k(y,t)\Bigg(v_{i,k}(x,t)+\sum_{l=1}^{2}u_{i,k}^{l}(N_l)+$$

$$+\sum_{j=p}^{\infty}\left[C_{i,k}^{j}(x,t)+\sum_{l=1}^{2}Z_{i,k}^{l,j}(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\exp(\tau_j)+$$

$$+\left[q_{i,k}(x,t)+\sum_{l=1}^{2}\omega_{i,k}^{l}(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\gamma(\tau_{p+1})\Bigg)\equiv V_1+V_2+V_3,$$

где $\gamma(\tau_{p+1})$ решение задачи.

В 3.2 рассматривается задача

$$L_e\equiv\varepsilon\partial_t u(x,t,\varepsilon)-\varepsilon^2 a(x)\partial_x^2 u(x,t,\varepsilon)-A(\,t)u(x,t,\varepsilon)=f(x,t),\forall(x,t)\in\Omega \qquad (22)$$

$$u|_{t=0}=h(x),\qquad u|_{x=0}=u|_{x=1}=0$$

Здесь $u=col(u_1,u_2),\ \ f=col(f_1,f_2)\in\ C^\infty(\Omega)$,

$0<a(x)\ \in\ C^\infty[0,1]$, $\quad\varepsilon>0$ −малый параметр,

$\Omega=(0,1)\times(O,T)$, $\quad h(x)=col\big(h_1(x),h_2(x)\big)\ \in\ C^\infty[0,1]$;

Предположим, что

1) Оператор A(t) при каждом $t\in[0,\tau]$ имеет спектр удовлетворяющий условиям:
   $\lambda_1(t)\equiv\lambda_2(t)<\lambda_3(t)<\ \cdots$
2) Собственное значение $\lambda_i(t)=\lambda_1(t),\ i=1,2$ таковы, что
   $\mathrm{Re}\,\lambda_i(t)<0,\forall\,t\in\ [O,T],\ i=1,2;$
3) Собственные и присоединенные векторы ортонормированы, т.е
   $\langle\psi_k,\psi_j\rangle=\sigma_j^k,\ \ k,j=1,2,\dots$
4) Выполняется условия согласование начальных граничных условий.

Введем регуляризующие переменные

$$\xi_l=\frac{\varphi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon}},\zeta_l=\frac{\varphi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}},\qquad\tau=\frac{t}{\varepsilon^2},$$

$$\eta_j=\frac{1}{\varepsilon}\int_0^t\big[\lambda(\xi)+\sqrt{\varepsilon}q_j(s)\big]ds\equiv\sigma_j(t,\varepsilon),\ \ j,l=1,2\dots$$

$$\varphi_l(x)=(-1)^{l-1}\int_{l-1}^{x}\frac{ds}{\sqrt{a(s)}},\quad\eta_k=\frac{1}{\varepsilon}\int_0^t\lambda_k(s)ds\equiv\sigma_k,\qquad k\geq 3,$$

Объявим их, наряду с переменными x и t, независимыми и вместо искомой функции $u(x,t,\varepsilon)$ рассмотрим расширенную функцию

$\tilde{u}(\mathrm{M},\varepsilon),\ M=(x,\varepsilon),\ M=(x,t,\zeta,\xi,\tau,з),\ \zeta=(\zeta_1,\zeta_2),\xi=(\xi_1,\xi_2),\ \eta=(\eta_1,\eta_2)$
такую, что $\tilde{u}(M,\varepsilon)\Big|_{\theta=p(x,t,\varepsilon)}\equiv u(x,t,\varepsilon),$

$\theta=(\zeta,\xi,\tau,\eta),\ p(x,t,\varepsilon)=\left(\frac{\varphi(x)}{\sqrt{\varepsilon}},\frac{\varphi(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}},\frac{t}{\varepsilon},\sigma(t,\varepsilon)\right),\ \varphi=(\varphi_1,\varphi_2),\sigma=(\sigma_1,\sigma_2).$

Для расширенной функции $\tilde{u}(\mathrm{M},\varepsilon)$ можно поставить задачу

$$\widetilde{L_\varepsilon}\tilde{u}(M,\varepsilon)\equiv\frac{1}{\varepsilon}T_\zeta\tilde{u}+\sum_{k=1}^{2}\left[\lambda(t)+\sqrt{\varepsilon}q_k(t)\right]\partial_{\eta_k}\tilde{u}\sum_{k=3}^{\infty}\lambda_k(t)\partial_{\eta_k}\tilde{u}-A(t)\tilde{u}-\sqrt{\varepsilon}L_\zeta\tilde{u}+$$

$$+\varepsilon T_\xi\tilde{u}-\varepsilon\sqrt{\varepsilon}L_\xi\tilde{u}+\varepsilon^2L_x\tilde{u}=f(x,t),\qquad M\in R,\ \ \tilde{u}\Big|_{t=\tau=\eta=0}=h(x),\qquad \tilde{u}|_{\partial R}=0,$$

где

$$T_\zeta\equiv\partial_\tau-\mathcal{D}_\zeta,T_\xi\equiv\partial_t-\mathcal{D}_\xi,\qquad \mathcal{D}_\zeta\equiv a(x)\sum_{l=1}^{2}\left(\varphi_l'(x)\right)^2\partial_{\zeta_l}^2,$$

$$L_\zeta\equiv a(x)\sum_{l=1}^{2}\left[2\varphi_l'(x)\partial_{x\zeta_l}^2+\varphi_l''(x)\partial_{\zeta_l}\right],\ \ L_x\equiv a(x)\partial_x^2,$$

$$R=\{M\colon x,t\ \in\ \Omega,\zeta,\xi,\eta,\tau,\in(0,+\infty)\};$$

Решение расширенного уравнения будем определять в виде

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)=\sum_{j=-1}^{\infty}\left(\sqrt{\varepsilon}\right)^j u_j(M)+\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^j\nu_j(x,t). \tag{23}$$

Итерационные уравнения будем решать в классе функций

$$U=\Big\{u_j(M)\colon u_j(M)=\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{2}u_{k,j}^l\,(N_l)\psi_k(x,t)+$$

$$+\left\{\sum_{k=1}^{2}\left[c_{k,j}(x,t)+\sum_{l=1}^{2}\omega_{k,j}^l(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\times\psi_1(x,t)+\right.$$

$$+q_k(t)\left[c_{k,j-1}(x,t)+\sum_{l=1}^{2}\omega_{k,j-1}^l\,(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\psi_2(x,t)+\beta_{k,j}(t)\psi_2(x,t)+$$

$$\left.+\sum_{i,k=3}^{\infty}\left[c_{kj}^i(x,t)+\sum_{l=1}^{2}\omega_{k,j}^{l,i}(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\psi_i(x,t)\right\}e^{\eta_k}\Big\}.$$

Обеспечивая разрешимость итерационных уравнений в классе U, определим функции входящие в решению.

Устанавливаем, что сужение частичной суммы ряда (23) при $\theta=\rho(x,t,\varepsilon)$ является асимптотическим решением задачи (22), т.е. справедлива оценка

$$\left|U(x,t,\varepsilon)-U_{\varepsilon_n}(M)\right|_{\theta=\rho(x,t,\varepsilon)}<c_1(\sqrt{\varepsilon})^{n+1}+c_2\varepsilon^{n-1} \tag{24}$$

Полученный результат резюмируется в следующей теореме.

Теорема 5. *Пусть заданные функции* $0<a(x),h(x)\in c^{n+1}[0,1],\ A(x,t),f(x,t)\in c^\infty(\bar{\Omega})$ *и имеют место условие 1)-4). Тогда сужение частичной суммы ряда (23) является асимптотическим решением задачи (22) и верна оценка (24).*

ВЫВОДЫ

В диссертационной работе рассматриваются дифференциальные уравнения параболического типа, когда малый параметр входит в уравнение сомножителем временной производной и когда он стоит при всех производных. Впервые построена регуляризованная асимптотика решения сингулярно возмущенных параболических уравнений, когда предельный оператор имеет кратную точку спектра. В случае, когда нуль является кратной точкой спектра, предельный оператор считается оператором простой структуры. При таких же условиях рассматривается задачи, когда спектр содержит кратную нулевую и нестабильную точку спектра. Изучен случай с ненулевой точкой спектра и когда этому ненулевому кратному собственному значению соответствует кратные элементарные делители.

Для всех изученных задачах построена регуляризованная асимптотика решения, когда малый параметр входит сомножителем при временной производной и погранслойная составляющая асимптотики описывается экспоненциальной функцией. В случае, если малый параметр стоит перед пространственной производной, то асимптотика содержит и параболическую погранслойные, а также угловые погранслойные функции. Спектр, наряду с нулевой кратной точкой, содержит и нестабильную точку, то дополнительно возникает внутренний степенной пограничный слой. В случае, когда предельный оператор имеет ненулевую кратную точку спектра и эквивалентен жордановой клетке, то асимптотика решения дополнительно содержит погранслойную функцию имеющую более сложную структуру.

На основе принципа максимума доказан асимптотический характер построенных решений.

РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ ОПУБЛИКОВАНЫ В РАБОТАХ

1. **Кулманбетова, С.М.** Асимптотика решения одной задачи для двумерного сингулярно-возмущенного параболического уравнения [Текст]/ А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Вестник КНУ. – Бишкек, спец. вып, 2011.− С.127-131.

2. **Кулманбетова, С.М.** Асимптотика решения параболической задачи при отсутствии спектра предельного оператора [Текст] / А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Журнал вычислительной математики и математической физики. т.52. №7. 2012. − С.1245-1247.

3. **Кулманбетова, С.М.** Асимптотика решения одной задачи для двумерного сингулярно-возмущенного параболического уравнения [Текст] / А.С.Омуралиев, С.М. Кулманбетова // Астана: Материалы международной научной конференции “Функциональный анализ и его применение” посвященной к 70 летию профессора М.Отелбаева, Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева. 2012. − С. 116-118.

4. **Кулманбетова, С.М.** Нулевые кратные элементы спектра в сингулярно возмущенной параболической задачи [Текст] / А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Известия ВУЗов. – Бишкек, №1. 2012. − С. 3-7.

5. **Кулманбетова, С.М.** Асимптотика решения параболической задачи с одной нестабильной точкой спектра [Текст] / С.М.Кулманбетова // Сборник

Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек, Вып. №44. 2012 − С.161-165.
6. **Кулманбетова, С.М.** Асимптотика решения параболического уравнения с кратной и нестабильной точками спектра [Текст] / С.М.Кулманбетова // Сборник Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек, Вып. №46. 2014. − С.110-117.
7. **Кулманбетова, С.М.** Нулевая кратная точка спектра в сингулярно-возмущенной параболической задачи [Текст] / С.М.Кулманбетова // Сборник Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек, Вып. №46. 2014. − С.118-122.
8. **Кулманбетова, С.М.** Асимптотика решения параболической задачи с двухкратной точкой спектра [Текст] / А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Сборник Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек, Вып. №47. 2014. − С.114-127.
9. **Кулманбетова, С.М.** Сингулярно возмущенная система параболических уравнений в критическом случае [Текст] /А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Вестник Пермского университета. – Пермь, Вып. 2(33). 2016. − С.82-87.
10. **Кулманбетова, С.М.** Сингулярно возмущенная система параболических уравнений в критическом случае [Текст] /А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Итоги науки и техн. Совр. мат. и ее прил. Тем. Обз. Том 132. 2017. – С. 78-80.

Кулманбетова Сагынбүбү Мусековнанын “Спектринин чекити эселүү сингулярдуу козголгон параболалык маселелерди чыгаруунун асимптотикасы” 01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математикалык илимдеринин кандидаты илимий даражасын алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: асимптотика, параболалык теңдеме, чек катмар функциялар, параболалык чек катмар функциялар, сингулярдык козголгон маселелер.

Изилдөөнүн объектиси: спектри эселүү болгон сингулярдуу козголгон параболалык маселелер.

Изилдөөнүн максаты: кичине параметрлүү парабола тибиндеги дифференциалдык теңдемелер үчүн маселелердин асимптотикалык чыгарылышын тургузуу.

Изилдөөнүн ыкмасы: Диссертациялык иште изилденген маселелерди чыгарылышынын регулярланган асимптотикасын тургузууда, сингулярдуу козголгон параболалык маселелерди изилдөө үчүн профессор Омуралиев А.С. тарабынан модификацияланган С.А.Ломовдун методу колдонулду.

Алынган жыйынтыктар жана алардын жаңылыгы: Изилдөөнүн негизинде пределдик операторунун спектри эселүү нөл чекитин камтыган жана кичине параметри убакыт боюнча туунду алдында, ошондой эле бардык туундулар алдында турган парабола тибиндеги дифференциалдык теңдемелер үчүн чыгарылышынын регулярланган асимптотикасы тургузулган. Пределдик операторунун спектри нөл чекити менен катар стабилдүү болбогон чекити камтыган учурлар изилденген. Булардан сырткары пределдик операторунун спектри эселүү нөлгө барабар болбогон чекиттерди камтыган жана ал бир гана жордан торчосуна эквиваленттүү болгон маселенин асимптотикалык чыгарылышынын түзүмү аныкталган жана тургузулган.

РЕЗЮМЕ

«Асимптотика решения сингулярно возмущенных параболических задач с кратной точкой спектра» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: асимптотика, параболическое уравнение, погранслойные функции, параболические погранслойные функциисингулярно возмущенные задачи.

***Объект исследования*:** сингулярно возмущенные параболические задачи с кратной точкой спектра предельного оператора.

Цель исследования: построение асимптотического решения задач для дифференциальных уравнений параболического типа с малым параметром.

Методика исследования: При построении регуляризованной асимптотики решения задач, изучаемых в диссертационной работе, используется метод С.А.Ломова, который модифицировал профессор Омуралиев А.С. для исследований сингулярно возмущенных параболических задач.

Полученные результаты и их новизна: Построена регуляризованная асимптотика решения параболического уравнения с нулевой кратной точкой спектра, когда малый параметр стоит перед производной по времени и при всех производных и когда предельный оператор имеет кратную нулевую точку спектра. Изучены случаи, когда предельный оператор, наряду с кратной нулевой точкой спектра, содержит и нестабильную точку спектра. Рассматривается задача с кратной ненулевой точкой спектра предельного оператора, который эквивалентен одной жордановой клетке, изучена асимптотическая структура решения и построена его асимптотика.

RESUME

Kulmanbetova Sagunbyby Musekovna "Asymptotics of solutions of singularly perturbed parabolic equations with a multiple point of the spectrum" The thesis is submitted to confer the Scholarly Degree of Candidate of Physical and Mathematical sciences on the specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control

Keywords: asymptotics, parabolic equation, boundary layer functions, parabolic boundary layer functions, singularly perturbed problems.

Object of research: singularly perturbed parabolic problems with a multiple point of the spectrum of the limit operator.

The aim of the research: constructing an asymptotic solution of problems for differential equations of parabolic type with a small parameter.

Method of the research: in the research in constructing of the regularized asymptotic solutions of problems S.A. Lomov's method which was modified by A.S Omuraliev for the study of singularly perturbed parabolic problems with a multiple point of the spectrum is used.

The results and their novelty: The asymptotics of the solution of a parabolic equation with a zero multiple point of the spectrum is constructed even when the small parameter stands in front of the time derivative and for all derivatives when the limit operator has a multiple zero point of the spectrum. The cases when the limit operator with a multiple zero point of the spectrum which contains an unstable point of the spectrum is studied.

The task with a multiple zero point of the spectrum of the limit operator which is equivalent to one Jordan cell is studied. Asymptotic structure of the solution is learned and its asymptotics is constructed

Кулманбетова Сагынбүбү Мусековна

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С КРАТНОЙ ТОЧКОЙ СПЕКТРА

Подписано в печать 25.09.2017 г. Формат 60x84 $_{1/16}$.
Бумага офсетная.
Объем 2.0 п.л., Тираж 100 экз.

Отпечатано в «Окуу китеби» КАО
г. Бишкек, бул. Эркиндик, 25
Тел.: 0 (312) 62 23 68