

**КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН БИЛИМ БЕРҮҮ  
ЖАНА ИЛИМ МИНИСТРЛИГИ**

**ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ**

**ЖАЛАЛ-АБАД МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ**

**КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР  
АКАДЕМИЯСЫНЫН ТҮШТҮК БӨЛҮМҮНҮН ЖАРАТЫЛЫШ  
БАЙЛЫКТАРЫ ИНСТИТУТУ**

**ДИССЕРТАЦИЯЛЫК КЕҢЕШ К 01.17.554**

Кол жазма укугунда  
УДК: 517.928

**ОМУРАЛИЕВ МАРСБЕК КЕНЕШАЛИЕВИЧ**

**ЛАГЕРСТРОМДУН ТЕҢДЕМЕСИНИН ЧЕЧИМИНИН БИР  
КАЛЫПТАГЫ АСИМПТОТИКАСЫН ТУРГУЗУУ ЖӨНҮНДӨ**

01.01.02 – «Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана  
оптималдуу башкаруу»

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук  
даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын  
**АВТОРЕФЕРАТЫ**

**Ош – 2018**

Диссертациялык жумуш Социалдык өнүктүрүү жана ишкердик  
Институтунда аткарылды

<b>Илимий жетекчи:</b>	физика-математика илимдеринин доктору, профессор, КР УИАнын мүчө катчысы <b>Алымкулов Келдибай</b>
<b>Расмий оппоненттер:</b>	физика-математика илимдеринин доктору, профессор <b>Джураев А.М.</b> физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент <b>Абдувалиев А.О.</b>
<b>Жетектөөчү мекеме</b>	Аль Фараби атындагы Казак улуттук университети, Алмата, Аль-Фараби проспектиси, 71 - үй.

Диссертациялык иш 2018 - жылдын 16 - февралында саат 15<sup>00</sup>дө Ош мамлекеттик университетинин, Жалал-Абад мамлекеттик университетинин жана Кыргыз Республикасынын УИАнын түштүк бөлүмүнүн жаратылыш ресурстары Институтунун алдындагы физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн уюштурулган К 01.17.554 диссертациялык кеңештин жыйынында корголот. Дареги: 723500 Ленин көчөсү, 331.

Диссертациялык жумуш менен Ош мамлекеттик университетинин Борбордук китепканасынан таанышса болот.

Автореферат 2018- жылдын 15- январында жөнөтүлдү.

Диссертациялык кеңештин  
окумуштуу катчысы  
ф.-м.и.к, доцент

Бекешов Т.О.

## ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨ

Диссертациялык жумуш чексиз аралыкта Лагестромдун алгачкы жана жалпыланган маселелеринин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмаларын тургузууга арналган.

**Жумуштун актуалдуулугу.** Асман механикасындагы козголуу теориясы, радиофизикадагы суюктук жана газдар механикасындагы, математикалык биофизикадагы, медицинадагы жана башка колдонулуучу изилдөөлөрдүн негизинде асимптотикалык анализ дайыма кеңейип олтурат. Бул чөлкөмдүн негизинде дифференциалдык теңдемелердин козголгон назарияты пайда болду. Биринчи жолу асман механикасында кадимки козголгон (регулярдуу) дифференциалдык теңдемелер пайда болду жана анын негизинде классикалык кичине параметр усулу пайда болду. Эгерде нормалдуу турдо жазылган дифференциалдык теңдеме кичине параметрден аналитикалык функция болсо же жылма функция болсо, анда ал дифференциалдык теңдемелердин чечими да кичине параметрден аналитикалык турдо же жылма коз карандылыкта болот.

Классикалык козголуу усулуна француз математиги Анри Пуанкаре (Jules Henri Poincaré) чон салым кошкон. Ал биринчи асимптотикалык катардын так аныктамасын сунуш кылган.

Суюктуктардын жана газдардын механикасында нерселерди айланып отуу процессин уйронуудо сингулярдуу козголгон дифференциалдык теңдемелер пайда болду жана бул назариятты уйронуунун негиздоочусу болуп немец механиги Людвиг Прандтль (Ludwig Prandtl) эсептелет.

Сингулярдуу козголгон дифференциалдык теңдемелерди нормалдуу турдо жазсан анда алардын он жагы, кичине параметр боюнча жылма болбой эң жок дегенде биринчи даражадагы уюлу болот. Андыктан ал теңдемелердин чечимдеринин кичине параметр боюнча асимптотикасын тургузганда коп кыйынчылыктар пайда болот.

Радиофизикада дагы Ван-дер-полдун сингулярдык козголгон теңдемеси пайда болду (Van der Pol - инженер).

Белгилүү математиктер К. Фридрихс (K. Friedrich) жана Л.Сегал (L. Segel)дардын сөздөрү боюнча “Табияттын окуяларын анализдоодо асимптотикалык түрдө жазуу эң сонун математикалык инструмент гана болбостон колдонмо жана эсептоо математика үчүн терең мааниге ээ болот”.

Ошондуктан, сингулярдык козголгон теңдемелердин чечимдеринин асимптотикасын тургузуу үчүн асимптотикалык методдорду иштеп чыгуу колдонмо изилдөөлөр үчүн да чоң кызыгууну жаратат.

Диссертациялык жумушта чексиз аралыкта Лагестромдун моделдик теңдемесинин чечимин бир калыптагы асимптотикасы структуралык жалгаштыруу жана үстөмдүк кылуу методдору менен тургузулду.

### **Изилдөөнүн максаттары:**

1) Чексиз аралыкта Лагестромдун алгачкы маселесинин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмаларын тургузуу.

2) Чексиз аралыкта Лагестромдун жалпыланган маселесинин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмаларын тургузуу.

**Изилдөөнүн методдору.** Кичине параметр усулу, математикалык индукция усулу, мажоранттар усулу, структуралык жалгаштыруу усулу, үстөмдүк кылуу методу, Гриндин функциясы.

### **Изилдөөнүн илимий жаңылыктары**

Чексиз аралыкта Лагестромдун алгачкы жана жалпыланган маселесинин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмалары тургузулду. Чечимдин асимптотикалык мүнөзү жана кичине параметрдин кичине маанисинде бир калыпта жыйналары далилденди.

### **Теориялык жана практикалык баалуулугу.**

Диссертациялык жумуш теориялык мүнөздө, бирок алынган илимий натыйжалар суюктуктардын жана газдардын механикасында, илимдин жана техниканын башка аймактарында колдонулушу мүмкүн. Алынган илимий натыйжалар сингулярдык козголгон теңдемелерди чыгаруу үчүн жаңы методдорду иштеп чыгууда да колдонулушу мүмкүн.

### **Коргоого алып чыгылуучу негизги жоболор**

1) Чексиз аралыкта Лагестромдун алгачкы жана жалпыланган маселелеринин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмаларын тургузуу.

2) Чечимдердин асимптотикалык гана мүнөздө болбостон кичине параметрдин кичине маанисинде бир калыпта жыйналарын да далилделиниши.

**Жумуштун апробациясы.** Изилдөөнүн негизги жыйынтыктары семинарларда, конференцияларда, кафедранын кеңешмелеринде баяндалып талкууланып келген: атап айтсак,

- ф.-м. и. д., профессор К. Алымкулов жетектеген “Дифференциалдык теңдемелер теориясынын заманбап маселелери” аттуу Түштүк Кыргызстандын математиктеринин илимий семинарында (2012-2017 жж, Ош ш.);

- Кыргыз Республикасынын илимине эмгек сиңирген ишмер, ф.-м.и.д., профессор Б.Араповдун 70 жылдык юбилейне арналган эл аралык конференцияда (2013- ж., Ош ш.);
- Кыргыз Россия Славян университетинин 20 жылдык жана КР УИАнын мүчө корреспонденти Я.В. Быковдун 100 жылдык юбилейне арналган эл аралык конференцияда (2013 - ж., Ысык-Көл, Бозтери айылы).
- Казакстан Республикасынын академиги М. Отелбаевдин 70 жылдык юбилейне арналган эл аралык конференцияда (2012 –ж., Астана ш.).

**Диссертациялык жумуш боюнча илимий басылмалар.** Изилдөө иштин темасы боюнча 9 макала [1,4], [6,10] жана тезис [5] жарыкка чыккан.

**Биргеликте жасалган жумуштардагы автордун өзүнүн салымы:** К. Алымкулов менен авторлош болгон [1-2,5, 9-10] жумуштарда маселенин коюлушу жетекчиге, ал эми теоремалардын далилдөөсү, негизги жыйынтыктарды алуу диссертантка таандык. К. Алымкулов жана А.З. Зулпукаров менен авторлош болгон [3] жумушта маселенин коюлушу аларга, ал эми теоремалардын далилдөөсү, негизги илимий жыйынтыктарды алуу диссертантка таандык.

**Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү.** Диссертация колдонулган белгилөөлөр жана аныктамалардын тизмесинен, киришүүдөн, 12 параграфга бөлүнгөн үч баптан, тыянактан жана колдонулган адабияттардын тизмесинен турат. Диссертациянын текстинин көлөмү 88 бет.

Учурдан пайдаланып, маселенин коюлушуна көмөк көрсөтүп, ар дайым баалуу жана пайдалуу кеңештерди берип, диссертациялык жумуштун жыйынтыктарын чогуу талкуулашып, өзүнүн жардамын аябаган илимий жетекчим КР УИА нын мүчө катчысы, ф.-м. и. д., профессор К. Алымкуловго терең ыраазычылыгымды билдирем.

## ДИССЕРТАЦИЯНЫН КЫСКАЧА МАЗМУНУ

Биринчи бап эки параграфтан турат. Биринчи параграфында диссертациялык жумуштун темасы боюнча аткарылган жумуштар баяндалган. Бул параграфта төмөнкү материал берилген:

$n$  ченемдүү декарт координаталар системасында Лапласиан төмөнкүдөй көрүнүшкө ээ

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2}, \text{ мында } u = u(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

ал эми  $u(x_1, x_2, \dots, x_n) = u(r)$  болгондо, мында

$$r = \sqrt{x_1 - x_{0,1}}^2 + x_2 - x_{0,2}}^2 + \dots + x_n - x_{0,n}}^2,$$

Лапласиан төмөнкүдөй көрүнүшкө ээ болуп калат:

$$\Delta u \text{ } r = \frac{d^2 u(r)}{dr^2} + \frac{n-1}{r} \frac{du}{dr}.$$

1950- жылы англиз механиги жана математиги Лагерстром (Lagerstrom A.P.) кысылбоочу суюктуктарды Рейнольдсдун кичине сандарында изилдөө үчүн Навье Стокстун теңдемесинин ордуна төмөнкү моделди сунуштаган

$$\frac{d^2 u(r)}{dr^2} + \frac{n-1}{r} \frac{du}{dr} + u(r) \frac{du}{dr} = 0, \quad u(\varepsilon) = 0, \quad u(\infty) = 1, \quad (1)$$

мында  $0 < \varepsilon$  – кичине параметр,  $n$ - мейкиндиктин өлчөмү.

Белгилеп кетүүчү нерсе, (1)- теңдемеде Лапластын  $n$  ченемдүү операторуна  $u(r)u'(r)$  мүчө кошулган, бул мүчө стационардык системаны изилдөөдө жылуулукту жоготууну чагылдырат.

Кийинчээрэк Лагерстром төмөнкү жалпыланган моделдик маселени сунуш кылган

$$\frac{d^2 u(r)}{dr^2} + \frac{n-1}{r} \frac{du}{dr} + u(r) \frac{du}{dr} + \beta \left( \frac{du}{dr} \right)^2 = 0, \quad u(\varepsilon) = 0, \quad u(\infty) = 1, \quad (2)$$

Мейли  $r = \varepsilon x$ ,  $y = 1 - u$  болсун, анда (1) жана (2) төмөнкү көрүнүшкө келет

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} + \left( \frac{\alpha}{x} + \varepsilon \right) \frac{dy}{dx} - \varepsilon y(x) y'(x) = 0, \quad y(1) = 1, \quad y(\infty) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} + \left( \frac{\alpha}{x} + \varepsilon \right) \frac{dy}{dx} - \varepsilon y(x) y'(x) - \beta y'(x)^2 = 0, \quad y(1) = 1, \quad y(\infty) = 0, \quad (4)$$

мында  $\alpha = n - 1$ .

Мындан ары бардык жерде Лагерстромдун алгачкы маселеси дегенде (3) маселени, ал эми Лагерстромдун жалпыланган маселеси дегенде (4) маселени түшүнөбүз.

Бул параграфта негизинен чет өлкөлүк математиктердин Лагерстромдун моделдик теңдемесинин теориясы боюнча алган илимий натыйжалары келтирилген.

§1.2де экинчи параграфында аталган жумушта алынган негизги жыйынтыктар келтирилген. Глава корутундуланган.

**2- бапта** Лагерстромдун алгачкы маселесинин чечиминин асимптотикасы тургузулат.

§2.1 де бир ченемдүү Лагерстромдун алгачкы маселеси карлаган:

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} + y(x) \frac{dy(x)}{dx} = 0, \quad y(\varepsilon) = 0, \quad y(\infty) = 1$$

бул маселе так интегралданат жана анын чечими төмөнкү көрүнүштө болот

$$y(x) = \frac{e^{x-\varepsilon} - 1}{e^{x-\varepsilon} + 1} = \tanh \frac{x - \varepsilon}{2},$$

бул чечим  $\varepsilon$  боюнча төмөнкүдөй асимптотикалык катарга ажыралат:

$$y(x) = y(x, \varepsilon) = y(x, 0) + y'_x(x, 0)\varepsilon + \dots + y^{(n)}_\varepsilon(x, 0)\varepsilon^n + \dots = \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2} + 2 \frac{e^x - e^{3x}}{(e^x + 1)^4} \varepsilon + \dots$$

§2.2 де эки ченемдүү Лагерстромдун алгачкы маселеси изилденет

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} + \left( \frac{1}{x} + \varepsilon \right) \frac{dy}{dx} = \varepsilon y(x) \frac{dy}{dx}, \quad y(1) = 1, \quad y(\infty) = 0. \quad (5)$$

Төмөнкү теоремалар далилденген

**Теорема 2.1.** (5) маселенин  $I \quad \varepsilon = [1, \varepsilon^{-1}]$  аралыктагы тышкы чечими төмөнкүдөй көрүнүшкө ээ

$$y(x, \varepsilon) = y_0(x) + \varepsilon y_1(x) + \dots + \varepsilon^n y_n(x) + R_{n+1}(x, \varepsilon) \quad (6)$$

жана  $R_{n+1}(x, \varepsilon)$  калдык мүчө үчүн  $|R_{n+1}(x, \varepsilon)| \leq l\mu^{n+1}$  асимптотикалык баа орун алат, мында  $\mu = -\ln \varepsilon^{-1}$ ,  $0 < l = \text{const}$ .

**Теорема 2.2.** (5) маселенин чечими төмөнкүдөй бир калыпта жыйналуучу катар көрүнүшүндө болот

$$y(x, \mu) = y_0(x, \varepsilon) + y_1(x, \varepsilon) \mu + y_2(x, \varepsilon) \mu^2 + \dots + y_m(x, \varepsilon) \mu^m + \dots,$$

мында  $\mu \sim [\ln 1/\varepsilon]^{-1}$ ,  $y_m(x, \varepsilon) = O(1)$ ,  $x \in [1, \infty)$ ,  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

§2.3 дө чени экиден чоң бирок үчдөн кичине болгон Лагерстромдун алгачкы маселеси каралат

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} + \left(\frac{\alpha}{x} + \varepsilon\right) \frac{dy}{dx} = \varepsilon y(x) \frac{dy}{dx}, \quad y(1) = 1, y(\infty) = 0, \quad (7)$$

мында  $1 < \alpha < 2$ .

Төмөнкү теоремалар далилденген

**Теорема 2.3.** (7) маселенин  $I \varepsilon = [1, \varepsilon^{-1}]$  аралыктагы тышкы чечими (6) көрүнүшкө ээ болот, мында  $|R_{n+1}(x, \varepsilon)| \leq l\varepsilon^{n+1}$ .

**Теорема 2.4.** (7) маселенин чечимин төмөнкүдөй бир калыпта жыйналуучу катар көрүнүшүндө жазууга болот

$$y(x, \mu) = y_0(x, \varepsilon) + y_1(x, \varepsilon) \mu + y_2(x, \varepsilon) \mu^2 + \dots + y_n(x, \varepsilon) \mu^n + \dots,$$

мында  $\mu \sim O(\varepsilon^{\alpha-1})$ ,  $y_m(x, \varepsilon) = O(1)$ ,  $x \in [1, \infty)$ ,  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

§2.4 де үч ченемдүү Лагерстромдун алгачкы маселеси изилденген

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} + \left(\frac{2}{x} + \varepsilon\right) \frac{dy}{dx} = \varepsilon y(x) \frac{dy}{dx}, \quad y(1) = 1, y(\infty) = 0. \quad (8)$$

Төмөнкү теоремалар далилденген

**Теорема 2.5.** (8) маселенин  $I \varepsilon = [1, \varepsilon^{-1}]$  аралыктагы тышкы чечимин төмөнкү көрүнүштө болот

$$y(x, \varepsilon) = y_0(x) + \mu y_1(x) + \dots + \mu^n y_n(x) + \mu^{n+1} R_{n+1}(x, \varepsilon)$$

мында  $|R_{n+1}(x, \varepsilon)| \leq l\mu^{n+1}$ ,  $\mu = \varepsilon \ln \frac{1}{\varepsilon}$ .

**Теорема 2.6.** (8) маселенин чечимин төмөнкүдөй бир калыпта жыйналуучу катар көрүнүшүндө жазууга болот

$$y(x, \mu) = y_0(x, \varepsilon) + y_1(x, \varepsilon)\mu + y_2(x, \varepsilon)\mu^2 + \dots + y_n(x, \varepsilon)\mu^n + \dots,$$

мында  $\mu \sim \varepsilon[\ln 1/\varepsilon]$ ,  $y_m(x, \varepsilon) = O(1)$ ,  $x \in [1, \infty)$ ,  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

§ 2.5де төрт ченемдүү Лагерстромдун алгачкы маселеси каралган

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} + \left(\frac{3}{x} + \varepsilon\right) \frac{dy}{dx} = \varepsilon y(x) \frac{dy}{dx}, \quad y(1) = 1, y(\infty) = 0. \quad (9)$$

Төмөнкү теоремалар далилденген

**Теорема 2.7.** (9)- маселенин  $I \varepsilon = [1, \varepsilon^{-1}]$  аралыктагы тышкы чечими (6) көрүнүштө болот, мында  $|R_{n+1}(x, \varepsilon)| \leq l\varepsilon^{n+1}$ .

**Теорема 2.8.** (9)- маселенин чечими үчүн төмөнкү асимптотикалык ажыралма орун алат

$$y(x, \mu) = y_0(x, \varepsilon) + y_1(x, \varepsilon)\mu + y_2(x, \varepsilon)\mu^2 + \dots + y_n(x, \varepsilon)\mu^n + \dots,$$

мында  $\mu \sim O(\varepsilon)$ ,  $y_m(x, \varepsilon) = O(1)$ ,  $x \in [1, \infty)$ ,  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

2- баптын аягында корутунду келтирилген.

**Үчүнчү бапта** Лагерстромдун жалпыланган маселеси изилденген

§3.1де бир ченемдүү Лагерстромдун жалпыланган маселеси каралат

$$y''(x) + y(x)y'(x) = -\beta y'^2(x), \quad y(\varepsilon) = 0, y(\infty) = 1 \quad (10)$$

Төмөнкү теорема далилденген

**Теорема 3.1.** (10) – маселенин чечими төмөнкү көрүнүшкө ээ

$$x - \varepsilon = \beta^2 \int_0^y \frac{ds}{1 - \beta s + c\beta^2 e^{-\beta s}}$$

Белгилеп кетүү керек  $F(s) = 1 - \beta s + c\beta^2 e^{-\beta s}$  функция  $s=1$  де биринчи

тартиптеги нөлгө ээ болушу керек, б.а.  $F(1) = 1 - \beta + c\beta^2 e^{-\beta} = 0$ .

§3.2де эки ченемдүү Лагерстромдун жалпыланган маселеси каралат

$$y''(x) + (x^{-1} + \varepsilon)y'(x) - \varepsilon y(x)y'(x) = \beta(y'(x))^2, \quad y(1) = 1, y(\infty) = 0 \quad (11)$$

мында  $0 < \beta = \text{const}$ .



Төмөнкү теоремалар далилденген

**Теорема 3.2.** (11) маселенин  $y(1)=1$ ,  $y' \llcorner \mu = \left(\ln \frac{1}{\varepsilon}\right)^{-1}$  баштапкы шарттарды канааттандырган  $J \llcorner [1, \varepsilon^{-1}]$  аралыктагы тышкы чечими төмөнкү көрүнүштө болот

$$Y_{x, \varepsilon} = y_0 x + \varepsilon y_1 x + \varepsilon^2 y_2 x + \dots + \varepsilon^n y_n x + \dots \quad (12)$$

**Теорема 3.3.** (11) маселенин чечими төмөнкү көрүнүштө болот

$$y_{x, \mu} = y_0 x, \varepsilon + y_1 x, \varepsilon \mu + y_2 x, \varepsilon \mu^2 + \dots + y_n x, \varepsilon \mu^n + \dots,$$

мында  $\mu \sim [\ln 1/\varepsilon]^{-1}$ ,  $y_m x, \varepsilon = O(1)$ ,  $x \in [1, \infty)$ ,  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

§ 3.3 дө чени экиден чоң бирок үчтөн кичине болгон Лагерстромдун жалпыланган маселеси каралат:

$$y''(x) + (\alpha x^{-1} + \varepsilon)y'(x) - \varepsilon y(x)y'(x) = \beta(y'(x))^2, y(1)=1, y(\infty)=0 \quad (13)$$

Төмөнкү теоремалар далилденген

**Теорема 3.4.** (13)- маселенин  $J \varepsilon = [1, \varepsilon^{-1})$  аралыкта  $y(1)=1$ ,  $y'(1) = \varepsilon$  баштапкы шарттарын канааттандырган тышкы чечими (12) көрүнүштө болот.

**Теорема 3.5.** (13)- маселенин чечими төмөнкү жыйналуучу катар көрөнүшүндө болот

$$y_{x, \mu} = y_0 x, \varepsilon + y_1 x, \varepsilon \mu + y_2 x, \varepsilon \mu^2 + \dots + y_n x, \varepsilon \mu^n + \dots,$$

мында  $\mu \sim O(\varepsilon^{\alpha-1})$ ,  $y_m x, \varepsilon = O(1)$ ,  $x \in [1, \infty)$ ,  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

§3.4 дө үч ченемдүү Лагерстромдун жалпыланган маселеси изилденген  $y''(x) + (2x^{-2} + \varepsilon)y'(x) - \varepsilon y(x)y'(x) = \beta(y'(x))^2$ ,  $y(1)=1$ ,  $y(\infty)=0$  (14)

Төмөнкү теоремалар далилденген

**Теорема 3.6.** (14)- маселенин  $y(1)=1$ ,  $y'(1) = \mu = \varepsilon \ln \frac{1}{\varepsilon}$  баштапкы шарттарды канааттандырган  $J \varepsilon = [1, \varepsilon^{-1}]$  аралыктагы тышкы чечими (12)- көрүнүштө болот.

**Теорема 3.7.** Төмөнкү маселенин чечимин

$$u'' t + \left(\frac{2}{t} + 1\right) u' t = \beta u' t^2 + u t u' t \quad u(\varepsilon)=1, u(\infty)=0$$

төмөнкү асимптотикалык катар көрүнүштө жазууга болот

$$u \llcorner \varepsilon = u_0 \llcorner \mu + u_1 \llcorner \mu + u_2 \llcorner \mu + \dots + u_n \llcorner \mu +$$

мында  $u_k(t, \mu) = O(\mu^k)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ .

**Теорема 3.8.** (14)- маселенин асимптотикалык чечими төмөнкүдөй жыйналуучу катар менен туюнтулат

$$y(x, \mu) = y_0(x, \varepsilon) + y_1(x, \varepsilon)\mu + y_2(x, \varepsilon)\mu^2 + \dots + y_n(x, \varepsilon)\mu^n + \dots,$$

мында  $\mu \sim \varepsilon [\ln 1/\varepsilon]$ ,  $y_m(x, \varepsilon) = O(1)$ ,  $x \in [1, \infty)$ ,  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

§3.5 де төрт ченемдүү Лагерстромдун жалпыланган маселеси изилденет

$$y''(x) + (3x^{-2} + \varepsilon)y'(x) - \varepsilon y(x)y'(x) = \beta(y'(x))^2, y(1) = 1, y(\infty) = 0 \quad (15)$$

Төмөнкү теоремалар далилденген

**Теорема 3.9.** (15)- маселенин  $y(1)=1$ ,  $y'(1) = a = \varepsilon$  баштапкы шарттарды канааттандырган  $J(\varepsilon) = [1, \varepsilon^{-1}]$  аралыктагы тышкы чечими (12) көрүнүштө болот.

**Теорема 3.10.** Төмөнкү маселенин чечимин

$$u''(t) + \left(\frac{3}{t} + 1\right)u'(t) = \beta u'(t)^2 + u(t)u'(t), u(\varepsilon) = 1, u(\infty) = 0$$

төмөнкүдөй жазууга болот

$$u_k(t, \varepsilon) = u_0(t) + u_1(t) + \dots + u_m(t) + \dots,$$

мында  $u_k(t) = u_k(t, \varepsilon) = O(\varepsilon^{3k})$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ ,  $\varepsilon \rightarrow 0$ ,

$$u_0(\varepsilon) = 1, u_0(\infty) = 1, u_k(\varepsilon) = 0, u_k(\infty) = 0, k = 0, 1, 2, \dots.$$

**Теорема 3.11.** (15)- маселенин асимптотикалык чечимин төмөнкүдөй жыйналуучу катар көрүнүштө жазууга болот

$$y(x, \mu) = y_0(x, \varepsilon) + y_1(x, \varepsilon)\mu + y_2(x, \varepsilon)\mu^2 + \dots + y_n(x, \varepsilon)\mu^n + \dots,$$

мында  $\mu \sim O(\varepsilon)$ ,  $y_m(x, \varepsilon) = O(1)$ ,  $x \in [1, \infty)$ ,  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

## Тыянак

Чексиз аралыкта Лагестромдун алгачкы жана жалпыланган маселесинин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмалары тургузулду.

Чечимдин асимптотикалык гана мүнөздө болбостон кичине параметрдин кичине маанисинде бир калыпта жыйналары да далилденди.

## **ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ ЖЫЙЫНТЫКТАРЫ ЖАРЫЯЛАНГАН ЖУМУШТАРДЫН ТИЗМЕСИ**

1. Омуралиев, М.К. Построение асимптотики решения сингулярно возмущенной задачи Лагерстрёма размерности два, методом структурного сращивания [Текст] / К. Алымкулов, Омуралиев М.К. // Вестник ОшГУ. – 2013. - №1. – С. 55-61.
2. Омуралиев, М.К. Построение асимптотики решения сингулярно возмущенной задачи Лагерстрёма размерности три, методом структурного сращивания [Текст] / К. Алымкулов, Омуралиев М.К. // Вестник ОшГУ. – 2013. - №1. – С. 61-65.
3. Омуралиев, М.К. Построение асимптотики решения сингулярно возмущенной обобщенной задачи Лагерстрёма размерности два, методом структурного сращивания [Текст] / К. Алымкулов, Омуралиев М.К., Зулпукаров А. // Вестник ОшГУ. – 2013. -№2. Вып. 2. – С. 173-176.
4. Омуралиев, М.К. Построение асимптотики решения сингулярно возмущенной задачи Лагерстрёма размерности четыре, методом структурного сращивания [Текст] / Омуралиев М.К. // Вестник ОшГУ. – 2013. -№2. Вып. 2. – С. 192-196.
5. Омуралиев, М.К. Построение асимптотики решения сингулярно возмущенной обобщенной задачи Лагерстрёма размерности три, методом структурного сращивания [Текст] / К. Алымкулов, Омуралиев М.К. // Материалы 2-й международной конференции, посвященной 20-и летию образования КРСУ им. Б.Н. Ельцина и 100 летию профессора Я.В. Быкова. Т. 2. 2013. – С. 88-94.
6. Омуралиев, М.К. Построение асимптотики решения сингулярно возмущенной обобщенной задачи Лагерстрёма размерности четыре, методом структурного сращивания [Текст] / Омуралиев М.К. // ИЗВЕСТИЯ ВУЗОВ. – 2014. - № 11. – С. 3-6.
7. Омуралиев, М.К. Построение асимптотики решения сингулярно возмущенной задачи Лагерстрёма методом структурного сращивания в случае размерности больше двух, но меньших три [Текст] / Омуралиев М.К. // ИЗВЕСТИЯ ВУЗОВ. – 2014. - № 11. – С. 10-14.
8. Omuraliev, M.K. Method of Structural Matching and its Application to Lagerstrom's Model Equation [Text] / K. Alymkulov, M.K. Omuraliev // International Journal of Scientific and Innovative Mathematical Research (IJSIMR), Volume 3, Issue 3, March 2015. –Pr. 81-88.
9. Омуралиев, М.К. Построение асимптотики решения сингулярно возмущенной задачи Лагерстрёма методом структурного сращивания в случае нецелой размерности пространства [Текст] / К. Алымкулов, Омуралиев М.К. // Приволжский научный вестник. – 2017. -№ 3(67). – С. 5-9.
10. Омуралиев, М.К. Построение асимптотики решения сингулярно возмущенной обобщенной задачи Лагерстрёма в случае, когда

размерности больше одного, но меньших двух методом структурного страчивания [Текст] / К. Алымкулов, Омуралиев М.К. // Сборник научных работ Евразийского Научного Объединения. – Москва: ЕНО, 2017. – С. 1-4.

**Омуралиев Марсбек Кенешалиевичтин «Лагерстромдун  
теңдемесинин чечиминин бир калыптагы асимптотикасын тургузуу  
жөнүндө» деген темадагы 01.01.02 – «Дифференциалдык теңдемелер,  
динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу» адистиги  
боюнча физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук  
даражасын алуу үчүн жазылган диссертациясынын  
РЕЗЮМЕСИ**

**Урунттуу сөздөр:** Лагерстромдун теңдемеси, Лагерстромдун жалпыланган теңдемеси, асимптотикалык ажыралма, кичине параметр, структуралык жалгаштыруу усулу, үстөмдүк кылуу методу, Гриндин функциясы.

**Изилдөөнүн объекти.** Лагерстромдун алгачкы жана жалпыланган маселеси.

**Иштин максаттары.** Чексиз аралыкта Лагерстромдун алгачкы жана жалпыланган маселесинин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмаларын тургузуу.

**Изилдөөнүн усулдары:** кичине параметр усулу, математикалык индукция усулу, мажоранттар усулу, структуралык жалгаштыруу усулу, үстөмдүк кылуу методу, Гриндин функциясы.

**Изилдөөнүн илимий жаңылыктары.**

Чексиз аралыкта Лагерстромдун алгачкы жана жалпыланган маселесинин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмаларын тургузулду. Чечимдин асимптотикалык гана мүнөздө болбостон кичине параметрдин кичине маанисинде бир калыпта жыйналары да далилденди.

## РЕЗЮМЕ

**диссертационной работы Омуралиева Марсбека Кенешалиевича на тему «О построении равномерной асимптотики решения уравнения Лагерстрома» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»**

**Ключевые слова:** уравнение Лагерстрома, обобщенное уравнение Лагерстрома, асимптотическое разложение, малый параметр, метод структурного сращивания, метод доминантного анализа, функция Грина.

**Объект исследования.** Исходная и обобщенная задачи Лагерстрома.

**Цель работы.** Построить равномерные асимптотические разложения решения исходной и обобщенной задачи Лагерстрома на бесконечном отрезке.

**Методы исследования:** метод малого параметра, метод математической индукции, метод мажорант, метод структурного сращивания, метод доминантного анализа.

**Научная новизна.** Впервые получены равномерные асимптотические приближения исходного и обобщенного модельного уравнения Лагерстрома второго порядка на бесконечном отрезке. Доказана не только асимптотический характер решения, но и равномерная сходимость построенной асимптотики.

## SUMMARY

**Omuraliev Marsbek Keneshalievich**

**Dissertation « On the construction of the uniform asymptotics of the solution of the Lagerstrom equation » for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences**

(specialty 01.01.02 – differential equations, dynamical systems and optimal control)

**Key words:** Lagerstrom equation, generalization Lagerstrom equation, asymptotic expansion, small parameter, structural matching method, method of dominant analysis, the function of Green.

**Object of research.** The initial and generalized Lagerstrom problems

**Aim of research.** It is constructed the uniform asymptotic expansions of the solution of the initial and generalized Lagerstrom problem on an infinite interval.

**Methods of research:** method of the small parameter, method of mathematical induction, method of majorant, structural matching method, method of dominant analysis,.

**Scientific novelty.** For the first time, we obtained uniform asymptotic approximations of the initial and generalized second-order Lagerstrom equation on an infinite interval. It is proved not only the asymptotic nature of the solution, but also the uniform convergence of the constructed asymptotic.

**ОМУРАЛИЕВ МАРСБЕК КЕНЕШАЛИЕВИЧ**

**ЛАГЕРСТРОМДУН ТЕҢДЕМЕСИНИН ЧЕЧИМИНИН БИР  
КАЛЫПТАГЫ АСИМПТОТИКАСЫН ТУРГУЗУУ ЖӨНҮНДӨ**

01.01.02 – «Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана  
оптималдуу башкаруу»

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук  
даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын  
**АВТОРЕФЕРАТЫ**

Басмага берилди: 11.01.2018 г.

Көлөмү: 1 б.т.

Формат 60x84 1/16.

Нускасы 120 даана

---

Ош МУнун “Билим” басма борбору  
Ош ш., Ленин к., 331.