**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**

ОШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**ИНСТИТУТ ПРИРОДНЫХ РЕСУРСОВ
ЮЖНОГО ОТДЕЛЕНИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**

ЖАЛАЛ-АБАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ДИССЕРТАЦИОННЫЙ СОВЕТ К 01.17.554

На правах рукописи
УДК: 517.957

ТОКТОРБАЕВ АЙБЕК МАМАДАЛИЕВИЧ

РАЗРЕШИМОСТЬ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ РЕАГИРУЮЩЕЙ СМЕСИ ГАЗОВ

01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Ош – 2018

Диссертационная работа выполнена на кафедре дифференциальных уравнений Кыргызского национального университета им. Ж.Баласагына

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук, профессор Искендерова Джамиля Абыкаевна
Официальные оппоненты:	
	доктор физико-математических наук, доцент Джураев Абубакир Мухтарович
	кандидат физико-математических наук, доцент Зулпукаров Жакшылык Алибаевич
Ведущая организация	Институт математики Национальной Академии Наук КР, г. Бишкек, проспект Чуй, 265 а.

Защита диссертации состоится «29» июня 2018 г. в 16.30 часов на заседании диссертационного совета К 01.17.554 по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук при Ошском государственном университете, Институте природных ресурсов Южного отделения Национальной академии наук Кыргызской Республики и Жалал-Абадском государственном университете по адресу: 723500, г.Ош, ул. Ленина, 331

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной библиотеке Ошского государственного университета и на сайте http://www.oshsu.kg/univer/?lg=1&id_parent=3688.

Ученый секретарь
диссертационного совета
к.ф.-м.н., доцент Бекешов Т.О.

Актуальность темы. Один из разделов дифференциальных уравнений составляют краевые задачи газовой динамики, являющиеся актуальными в связи с многочисленными приложениями, оригинальностью постановок задач и методов их решения. С теоретической точки зрения уравнения механики сплошной среды издавна привлекают внимание особенностями постановок задач и своеобразием методов их решения.

Стремительное развитие численных методов на основе применения ЭВМ является в настоящее время одним из основных стимулов к изучению моделей механики.

Процессы, происходящие в движущихся жидкостях, математически описываются уравнениями Навье-Стокса. Такие уравнения как известно, нелинейны и оптимальным способом их решения в настоящее время является численные методы. Разработка численных методов для уравнений Навье-Стокса имеет большую прикладную и теоретическую ценность. Для построения эффективных численных алгоритмов необходимо провести строгий математический анализ разрешимости краевых задач.

Кроме того, задачи, встречающиеся при изучении проблем механики, представляют самостоятельный научный и практический интерес, поскольку их решение связано с дальнейшим развитием теории дифференциальных уравнений и разностных схем.

Изучению уравнений Навье-Стокса посвящены работы многих авторов. Обзор исследований по вопросам корректности краевых задач для уравнений вязкого газа приведен в монографии С. Н. Антонцева “Краевые задачи механики неоднорных жидкостей”. Начало изучению краевых задач положила работа Дж. Серрина, в которой были сформулированы основные постановки краевых задач и доказаны теоремы единственности в классе гладких решений. Дж. Нэшу принадлежит первая теорема существования классического решения задачи Коши «в малом» по времени. Несколько иными методами его результат был повторен и обобщен в работах Н. Итая, А.И. Вольперта и С.И. Худяева. Для смешанных краевых задач локальные теоремы существования и единственности установлены В.А. Солонниковым, А. Тани.

Общие вопросы электрогазодинамики рассмотрены в монографиях И.П. Верещегина, В.И. Левитова, Г.З. Мирзабекяна, М.М. Пашина, А.Б. Ватажина, В.И. Грабовского, В.А. Лихтера, В.И. Шульгина, Ю.С. Бортникова, Н.Б. Рубашова.

Разрешимость одномерных уравнений, описывающих ЭГД – течение при отсутствии магнитного поля были рассмотрены Н.Т. Файзулиной. при баротропном движении для общего случая, когда в среде находятся либо положительные ионы, либо отрицательные и в случае вязкого теплопроводного газа. Стабилизация решений нестационарной задачи ЭГД в случае вязкого теплопроводного газа изучалась Н.Т. Копыловой.

Объект и предмет исследования. В диссертации исследуются различные модели, описывающие нестационарное, одномерное движение двухкомпонентной смеси газов, между которыми протекает химическая реакция (в пористой и непористой среде, для вырождающихся и не вырождающихся уравнений) и вязкого теплопроводного газа с учетом магнитного и электрического полей.

Математические исследования рассматриваемых моделей составляют один из разделов теории дифференциальных уравнений в частных производных. Объект диссертации составляют уравнения неклассического типа. Исследуемые модели механики сплошной среды характерны тем, что наряду с уравнениями движения приходится рассматривать дополнительные определения «параметров неоднородности» (плотность, температура, концентрация, напряженность магнитного поля, напряженность электрического поля). В результате возникают нестандартные системы уравнений, не относящиеся ни к одному из классических типов. Математическая особенность всех изучаемых систем уравнений, помимо их нелинейности, связана с тем, что это системы составного типа. Поэтому для каждой конкретной системы разрабатывается соответствующая методика исследования, так как общая теория уравнений составного типа, даже линейных, развита еще недостаточно полно. Своеобразие отдельных моделей проявляется при получении априорных оценок для решения краевых задач.

Цель и задачи исследования. Целью диссертации является доказательство существование и единственности обобщенных решений краевых задач и задач Коши для уравнений одномерных нестационарных движений в неограниченной области реагирующей смеси сжимаемых и вязких газов в разных модельных ситуациях.

Методика исследования. Вывод априорных оценок и использование их в методах исследования нелинейных краевых задач.

Научная новизна полученных результатов. В работе достигнуты следующие основные научные результаты:

-Доказана однозначная разрешимость «в целом» по времени задачи Коши, описывающей одномерное нестационарное течение в неограниченной области двухкомпонентной смеси газов, между которыми протекает химическая реакция, когда искомые функции имеют разные пределы на бесконечности

-Доказаны существование и единственность обобщенного решения краевых задач для вырождающихя и не вырождающихся уравнений движения в неограниченной области с контактным разрывом и с учетом пористости среды.

- Доказана однозначная разрешимость «в целом» по времени краевых задач для одномерных нестационарных движений в неограниченной области сжимаемых и вязких газов с учетом магнитного и электрического полей.

-Доказана однозначная разрешимость «в целом» по времени задачи в ограниченной и неограниченной областях, с непроницаемыми и проницаемыми (протекание вязкого газа сквозь ограниченную область) границами, с постоянным и переменным коэффициентами теплопроводности и неоднородной (по температуре) граничной задачи.

-Все результаты являются новыми.

Теоретическая и практическая значимость полученных результатов.

Работа носит теоретический характер. Изучены задачи, которые возникают непосредственно из приложений. Дана постановка и исследованы важные задачи механики сплошной среды, приводящие к новым широким классам систем дифференциальных уравнений в частных производных. Результаты диссертации могут найти применение в теории краевых задач для нелинейных уравнений, могут быть использованы при исследовании качественных свойств решений уравнений газовой динамики и гидродинамики, а также для обоснования алгоритмов численного исследования течений вязкого газа.

Основные положения, выносимые на защиту:

-Доказательство однозначной разрешимости «в целом» по времени задачи Коши, описывающей одномерное нестационарное течение в неограниченной области двухкомпонентной смеси газов, между которыми протекает химическая реакция. Причем искомые функции имеют разные пределы на бесконечности

-Доказательство существование и единственности обобщенного решения краевых задач для вырождающихя и не вырождающихся уравнений, движения в неограниченной области с контактным разрывом и с учетом пористости среды.

- Доказательство однозначной разрешимости «в целом» по времени краевых задач для одномерных нестационарных движений в неограниченной области сжимаемых и вязких газов с учетом магнитного и электрического полей.

-Доказательство однозначной разрешимости «в целом» по времени задачи в ограниченной и неограниченной областях, с непроницаемыми и проницаемыми (протекание вязкого газа сквозь ограниченную область) границами, с постоянным и переменным коэффициентами теплопроводности и неоднородной (по температуре) граничной задачи.

Апробация работы. Итоги диссертации сообщались и дискутировались на семинарах кафедры «Дифференциальные уравнения» КНУ им.Ж.Баласагына (г.Бишкек); на семинаре «Уравнения в частных производных» (г. Ош, ОшГУ, 2010-2016 гг.), руководитель – д.ф.-м.н., профессор А. Сопуев; межвузовском научном семинаре «Актуальные вопросы теории дифференциальных уравнений» ОшГУ, руководитель – д.ф.-м.н., профессор, член кор. К. Алымкулов (г. Ош, 2010-2016 гг); семинаре по дифференциальным уравнениям, руководитель – д.ф.-м.н., профессор К.С. Алыбаев (г. Жалал-Абад, ЖАГУ. 2010-2016 гг).

Результаты диссертации также были представлены на следующих конференциях:

VI совещании Росссийско – казахстанской группы по вычислительным и информационным технологиям (г. Алмата, 2009г.)

на III конгрессе мирового математического сообщества тюркоязычных стран (г. Алматы, 2009г.);

на III международной конференции «Асимптотические, топологические и компьютерные методы в математике» (Иссык-Куль, 2010 г.);

на IV конгрессе мирового математического сообщества тюркоязычных стран (г. Баку, 2011г.);

на Международной научной конференции «Функциональный анализ и его приложения» (г. Астана, 2012г.);

на третьей Международной конференции по анализу и прикладной математике (г.Алмата, 2016г.);

на Международной конференции «Информационные технологии и математическое моделирование в науке, технике и образовании» (г. Бишкек, 2016г.).

Публикации по теме диссертации. Результаты диссертации изданы в работах [1] - [13].

Личный вклад автора в совместных работах. В статьях [1] – [3], [5], [6], [8] – [13] научному руководителю принадлежат постановки задач и их обсуждение, а автору – доказательство теорем существования и единственности решений, вывод априорных оценок.

Структура и объем работы. Работа состоит из трех глав, семи разделов, введения, заключения, списка литературы, содержащего 112 наименований. Нумерация разделов – двузначная, нумерация формул, определений, лемм и теорем – трехзначная. Количество страниц – 134.

В заключении выражаю благодарность д.ф.-м.н., профессору Д.А. Искендеровой за помощь и поддержку в течение ряда лет.

Краткое содержание работы

Во введении обосновывается актуальность направления исследования, сформулированы основные цели и задачи, научная новизна работы, значение для науки и практики, методика исследования, апробация диссертации, структура и объем диссертации.

В первой главе. содержится обзор работ, близких по тематике к теме диссертации.

Вторая глава посвящена решению уравнений нестационарного одномерного течения в неограниченной области многокомпонентной смеси газов, между которыми протекает химическая реакция

В разделе 2.1 рассматривается система уравнений течений реагирующей смеси газов в массовых лагранжевых координатах:

$$\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial t}-\frac{\partial u}{\partial x}=0, \quad \mathrm{v}=\frac{1}{\rho},$$

$$\frac{\partial c}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\chi}{\mathrm{v}}\frac{\partial c}{\partial x}\right)-c\,g,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu}{\mathrm{v}}\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(r\frac{\theta}{\mathrm{v}}\right), \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda_1}{\mathrm{v}}\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda_2}{\mathrm{v}}\theta\frac{\partial c}{\partial x}\right)-r\frac{\theta}{\mathrm{v}}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\mu}{\mathrm{v}}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\delta\,c\,g\,.$$

Здесь $\rho, u, \theta, \mathrm{v}, c$ – соответственно плотность, скорость, температура смеси, удельный объем, массовая концентрация компонент – искомые функции пространственной переменной $x,\ x\in R=(-\infty;\infty)$ и времени $t,\ t\in[0,T],\ 0<T<\infty$; $\chi,\ \mu,\ \lambda_1,\ \lambda_2,\ r,\ \delta$ – положительные постоянные.

Функции u_0, θ_0, c_0, v_0, задающие начальные данные

$$u|_{t=0}=u_0(x),\ \ \theta|_{t=0}=\theta_0(x),\ \ c|_{t=0}=c_0(x),\ \ \mathrm{v}|_{t=0}=\mathrm{v}_0(x), \tag{2.2}$$

предполагаются известными и непрерывными, причем $0<c_0(x)\le 1$, $\mathrm{v}_0(x), \theta_0(x)$ – строго положительные, ограниченные функции и устремляются к неодинаковым постоянным бесконечности:

$$\lim_{x\to-\infty}u_0(x)=u_0^1,\quad \lim_{x\to+\infty}u_0(x)=u_0^2,\quad u_0^1<u_0^2,$$

$$\lim_{x\to-\infty}\mathrm{v}_0(x)=\mathrm{v}_0^1,\quad \lim_{x\to+\infty}\mathrm{v}_0(x)=\mathrm{v}_0^2,\quad \mathrm{v}_0^1\ne \mathrm{v}_0^2, \tag{2.3}$$

$$\lim_{x\to-\infty}c_0(x)=c_0^1,\quad \lim_{x\to+\infty}c_0(x)=c_0^2,\quad c_0^1\ne c_0^2,$$

$$\lim_{x\to-\infty}\theta_0(x)=\theta_0^1,\quad \lim_{x\to+\infty}\theta_0(x)=\theta_0^2,\quad \theta_0^1\ne \theta_0^2\,.$$

ТЕОРЕМА 2.1. *Пусть начальные данные (2.2) удовлетворяют условиям (2.3) и* $(u_0-f,\ \mathrm{v}_0\psi-1,\ \theta_0\varphi-1,\ c_0\gamma-1)\in W_2^1(R)$. *Функция* $g(\rho,c,\varphi\theta)$ *положительная, непрерывная в любой компактной области своих аргументов, а по* $(\varphi\theta)^{1/2}$, *и удовлетворяет условию Липшица и* $g(\rho,c,1)=0$.

Тогда существует и единственно обобщенное решение задачи (2.1)-(2.2), причем

$$(\mathrm{v}\psi-1)\in L_\infty\left(0,T;W_2^1(R)\right),\quad \left(\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial t},\frac{\partial u}{\partial t},\frac{\partial \theta}{\partial t},\frac{\partial c}{\partial t},\right)\in L_2(\Pi),$$

$$(u-f,\ \theta\varphi-1,\ c\gamma-1)\in L_\infty\left(0,T;W_2^1(R)\right)\cap L_2\left(0,T;W_2^2(R)\right),\ \ \Pi=R\times(0,T),$$

$$0<c(x,t)\le 1,\ \ 0<m\le\left(\mathrm{v}(x,t),\ \theta(x,t)\right)\le M<\infty,\quad m,M=const$$

Здесь $\psi(x),\ f(x),\ \varphi(x),\ \gamma(x)$ *– некоторые вспомогательные функции, обладающие свойствами:*

$$0<C_1^{-1}<\psi(x)<C_1,\quad \lim_{|x|\to\infty} \mathrm{v}_0(x)\psi(x)=1,\quad \psi'(x)\in W_2^1(R),$$

$$|f(x)|<C_2<\infty,\quad \lim_{x\to-\infty} f(x)=u_0^1,\quad \lim_{x\to+\infty} f(x)=u_0^2,$$

$$0<f'(x)\le C_3,\ f'(x)\in W_2^1(R),\ f'(x)\in L_1(R), \qquad (2.4)$$

$$0<C_4^{-1}<\varphi(x)<C_4,\quad \lim_{|x|\to\infty} \theta_0(x)\varphi(x)=1,\quad \varphi'(x)\in W_2^1(R),$$

$$1\le\gamma(x)<C_5<\infty,\quad \lim_{|x|\to\infty} c_0(x)\gamma(x)=1,\quad \gamma'(x)\in W_2^1(R).$$

$$(\varphi'(x))^2<\delta\, f'(x),\quad (\gamma'(x))^2<\delta\, f'(x),\quad 0<\delta<1.$$

Нетрудно проверить существование таких функций
Здесь, и в дальнейшем C_i *– некоторые положительные постоянные.*

Доказательство этой и остальных теорем проводится по следующей схеме: а) выводятся глобальные априорные оценки, положительные постоянные C, C_i, N_i, K_i в которых зависят только от данных задачи и величины T, $0<T<\infty$ интервала времени, но не зависят от промежутка существования локального решения; б) доказывается локальная теорема существования; в) на основе полученных глобальных априорных оценок локальное решение продолжается на весь промежуток времени $[0,T]$, $0<T<\infty$; г) доказывается единственность решения.

В разделе 2.2 рассматривается система уравнений, описывающая течение реагирующей смеси газов в пористой среде в массовых лагранжевых координатах:

$$\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial t}-\frac{\partial u}{\partial x}=0,\quad \mathrm{v}=\frac{1}{\rho},$$

$$\frac{\partial c}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\chi}{\mathrm{v}}\frac{\partial c}{\partial x}\right)-c\,g,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu}{\mathrm{v}}\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(r\frac{\theta}{\mathrm{v}}\right)-\beta(x)|u|^{\alpha}u, \qquad (2.5)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda_1(\theta)}{\mathrm{v}}\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda_2(\theta)}{\mathrm{v}}\theta\frac{\partial c}{\partial x}\right)-r\frac{\theta}{\mathrm{v}}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\mu}{\mathrm{v}}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\delta\, c\, g.$$

Здесь $\beta(x)$ – коэффициент проницаемости – непрерывная, неотрицательная, ограниченная функция и $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\beta(x)dx\le C;\ 0\le\alpha<1$.

Начальные и граничные условия записываются в виде (2.2) и (2.3).

ТЕОРЕМА 2.2. *Пусть* $\lambda_1(\theta)=\chi\theta,\ \lambda_2(\theta)=\beta\theta^{1/2},\ \chi,\beta=const>0$, *и начальные данные (2.2) удовлетворяют условиям (2.3) и*

$$(u_0-f,\ \mathrm{v}_0\psi-1,\ \theta_0\varphi-1,\ c_0\gamma-1)\in W_2^1(R).$$

Функция $g(\rho, c, \varphi\theta)$ *положительная, непрерывная в любой компактной области своих аргументов, а по* $(\varphi\theta)^{1/2}$ *, и удовлетворяет условию Липшица и* $g(\rho, c, 1) = 0$.

Тогда существует и единственно обобщенное решение задачи (2.5), (2.2), (2.3), причем

$$(v\psi - 1) \in L_\infty\left(0, T; W_2^1(R)\right), \quad \left(\frac{\partial v}{\partial t}, \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial \theta}{\partial t}, \frac{\partial c}{\partial t},\right) \in L_2(\Pi),$$

$$(u - f,\ \theta\varphi - 1,\ c\gamma - 1) \in L_\infty\left(0, T; W_2^1(R)\right) \cap L_2\left(0, T; W_2^2(R)\right),\ \Pi = R \times (0, T),$$

$$0 < c(x,t) \le 1,\ 0 < m \le (v(x,t),\ \theta(x,t)) \le M < \infty, \quad m, M = const$$

В разделе 2.3 изучается задача Коши с разрывными начальными данными, соответствующими контактному разрыву. Причем искомые функции в начальный момент времени имеют разные пределы на бесконечности. Особенностью течений с конечной вязкостью является отсутствие в них ударных волн, т.е. кроме контактного, другого сильного разрыва быть не может. Будем рассматривать массовые лагранжевы координаты.

Введем обозначения:

$\Omega_1 = \{x : -\infty < x < 0\}, \quad \Omega_2 = \{x : 0 < x < \infty\}, \quad R = \Omega_1 \cup \Omega_2, \quad \Pi_{it} = \Omega_i \times (0, t), \quad i = 1, 2,$

$\Gamma = \{(0, t) \mid 0 \le t < T\},$ где $x = 0$ – линия контактного разрыва.

Система уравнений (2.1) отображает течение отдельной смеси газов не на границе контактного разрыва.

На границе контактного разрыва $x = 0$ выполняются условия:

$$[u] = [\theta] = [c] = \left[\frac{\mu}{v}\frac{\partial u}{\partial x} - r\frac{\theta}{v}\right] = \left[\frac{\lambda}{v}\frac{\partial \theta}{\partial x}\right] = \left[\frac{\nu}{v}\theta\frac{\partial c}{\partial x}\right] = \left[\frac{\chi}{v}\frac{\partial c}{\partial x}\right] = 0, \ (x = 0) \qquad (2.6)$$

где $[f] = f(+0, t) - f(-0, t)$ – скачок функции f.

Начальные данные (2.2) гладкие при $x \ne 0$, удовлетворяют условиям (2.6) при $x = 0$ и имеют конечные пределы (2.3) на бесконечности.

Введем вспомогательные функции $\psi(x), f(x), \gamma(x), \varphi(x)$, обладающие свойствами (2.4) и $\quad [\psi] = [\varphi] = [f] = [\gamma] = 0 \quad (x = 0)$. (2.7)

ТЕОРЕМА 2.3. *Пусть что начальные данные (2.2) удовлетворяют условиям (2.3),* $(u_0 - f,\ v_0\psi - 1,\ \theta_0\varphi - 1,\ c_0\gamma - 1) \in W_2^1(\Omega_i)\ (i = 1, 2)$. *Функция* $g(\rho, c, \varphi\theta)$ *положительная, непрерывная в любой компактной области своих аргументов, а по* $\varphi\theta$ *удовлетворяет условию Липшица и* $g(\rho, c, 1) = 0$.

Тогда существует единственное обобщенное решение задачи (2.1) - (2.3), (2.6) «в целом» по времени, причем

$$(v\psi - 1) \in L_\infty\left(0, T; W_2^1(\Omega_i)\right), \ \frac{\partial v}{\partial t} \in L_\infty(0, T; L_2(\Omega_i)), \ \left(\frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial \theta}{\partial t}, \frac{\partial c}{\partial t},\right) \in L_2(\Pi_{it}),$$

$$(u - f, \varphi\theta - 1,\ c\gamma - 1) \in L_\infty\left(0, T; W_2^1(\Omega_i)\right) \cap L_2\left(0, T; W_2^2(\Omega_i)\right), \ (i = 1, 2),$$

$$0 < c(x,t) \le 1,\ 0 < m \le (v(x,t),\ \theta(x,t)) \le M < \infty, \quad m, M = const,\ t \in [0, T].$$

В разделе 2.4 изучаются задача Коши для вырождающихся уравнений, описывающие одномерное течение реагирующей смеси газов в лагранжевых координатах:

$$\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial t}-\frac{\partial u}{\partial x}=0, \quad \mathrm{v}=\frac{\rho^0}{\rho},$$

$$\rho^0\frac{\partial c}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\chi}{\mathrm{v}}\frac{\partial c}{\partial x}\right)-\rho^0 c\, g,$$

$$\rho^0\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu}{\mathrm{v}}\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\frac{\partial p}{\partial x}, \quad p=k\rho^0\frac{\theta}{\mathrm{v}}, \tag{2.8}$$

$$\rho^0\frac{\partial \theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda_1}{\mathrm{v}}\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda_2}{\mathrm{v}}\theta\frac{\partial c}{\partial x}\right)-p\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\mu}{\mathrm{v}}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\delta\rho^0 c\, g .$$

В начальный момент $t=0$ все характеристики среды известны:

$$u\big|_{t=0}=u^0(x), \theta\big|_{t=0}=\theta^0(x), \rho\big|_{t=0}=\rho^0(x),\ c\big|_{t=0}=c^0(x),\ \mathrm{v}\big|_{t=0}=1, \quad |x|<\infty, \tag{2.9}$$

причем $0<c^0(x)\le 1$, $(\rho^0, u^0, \theta^0, c^0)$ – непрерывные, (ρ^0, θ^0) – ограниченные функции и имеют конечные пределы на бесконечности:

$$\lim_{x\to-\infty}\rho^0(x)=\rho_1^0, \quad \lim_{x\to+\infty}\rho^0(x)=0,$$

$$\lim_{x\to-\infty}u^0(x)=u_1^0, \quad \lim_{x\to+\infty}u^0(x)=u_2^0, \quad u_1^0<u_2^0,$$

$$\lim_{x\to-\infty}\theta^0(x)=\theta_1^0, \quad \lim_{x\to+\infty}\theta^0(x)=\theta_2^0, \quad \theta_1^0\ne\theta_2^0, \tag{2.10}$$

$$\lim_{x\to-\infty}c^0(x)=c_1^0, \quad \lim_{x\to+\infty}c^0(x)=c_2^0, \quad c_1^0\ne c_2^0$$

Введем вспомогательные функции $f(x), \varphi(x), \gamma(x)$, обладающие свойствами:

$$|f(x)|<C_2<\infty, \quad \lim_{x\to-\infty}f(x)=u_0^1, \quad \lim_{x\to+\infty}f(x)=u_0^2,$$

$$0<f'(x)\le C_3,\ f'(x)\in W_2^1(R),\ f'(x)\in L_1(R), \quad f'(x)\le C_0\sqrt{\rho^0(x)}, \quad \frac{f''}{\sqrt{\rho^0(x)}}\in L_2(R),$$

$$0<C_4^{-1}<\varphi(x)<C_4, \quad \lim_{|x|\to\infty}\theta_0(x)\varphi(x)=1, \quad \varphi'(x)\in W_2^1(R), \tag{2.11}$$

$$1\le\gamma(x)<C_5<\infty, \quad \lim_{|x|\to\infty}c_0(x)\gamma(x)=1, \quad \gamma'(x)\in W_2^1(R).$$

$$|\varphi'(x)|<\delta\, f'(x), \quad 0<\delta<1.$$

ТЕОРЕМА 2.4. *Пусть начальные данные (2.9) удовлетворяют условиям (2.10) и* $(u_0-f,\ \mathrm{v}_0-1,\ \theta_0\varphi-1,\ c_0\gamma-1)\in W_2^1(R)$, $\rho^0(x)\in L_1(0;\infty)$, $\dfrac{\rho_x^0}{\rho^0}\in L_2(R)$, *Функция* $g(\rho, c, \varphi\theta)$ *положительная, непрерывная в любой компактной области своих аргументов, а по* $(\varphi\theta)^{1/2}$, *удовлетворяет условию Липшица и* $g(\rho, c, 1) = 0$.

Тогда в полосе $\Pi = R \times (0, T)$ *с конечной высоты* T, $0 < T < \infty$ *существует единственное обобщенное решение задачи (2.8), (2.9), причем*

$$\left(\sqrt{\rho^0}(u - f), \rho^{0^{3/2}}(\varphi\theta - 1), \sqrt{\rho^0}(c\gamma - 1), \sqrt{\rho^0}u_x, \mathrm{v}_x, \rho^{0^{3/2}}\theta_x, c_x \right) \in L_\infty(0, T; L_2(R)),$$

$$\left(\sqrt{\rho^0}u_t, \left(\rho^0\right)^{3/2}\theta_t, \sqrt{\rho^0}c_t, u_{xx}, c_{xx}, \rho^0\theta_x, \rho^0\theta_{xx} \right) \in L_2(\Pi), \quad \Pi = R \times (0, T),$$

$$0 < c(x,t) \le 1, \ (\mathrm{v}(x,t), \ \theta(x,t)) \ge m > 0, \quad \left(\rho^{0^2}(x)\theta(x,t), \ \mathrm{v}(x,t) \right) \le M < \infty, \quad m, M = const.$$

В третьей главе исследуются уравнения нестационарного одномерного движение в неограниченной области вязкого теплопроводного газа с учетом магнитного и электрического полей. С помощью априорных оценок доказывается однозначная разрешимость в «целом» по времени начально-краевых задач, описывающих ЭГД. Рассматриваются случаи, когда коэффициент теплопроводности постоянен, а также зависит от плотности или температуры. Кроме тех, изучается краевая задача с неоднородными граничными данными для температуры.

Уравнения магнитной электрогазодинамики в массовых лагранжевых координатах описываются системой:

$$\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \mathrm{v} = \frac{1}{\rho},$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu}{\mathrm{v}} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} - \mu_e H \frac{\partial H}{\partial x} + \varepsilon E \frac{\partial E}{\partial x}, \quad p = r\frac{\theta}{\mathrm{v}},$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda(\theta, \mathrm{v})}{\mathrm{v}} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) - p\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\mu}{\mathrm{v}}\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{\mu_e \mu_H}{\mathrm{v}}\left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + b\varepsilon \mathrm{v}E^2 \frac{\partial E}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{v}H = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu_H}{\mathrm{v}} \frac{\partial H}{\partial x} \right), \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -bE\frac{\partial E}{\partial x}.$$

Здесь $u, \rho, \mathrm{v}, \ \theta, \ p, \ H, \ E$ – функции плотности, скорости, температуры, напряженности магнитного поля, напряженности электрического поля, давления – искомые функции пространственной переменной $x, \ x \in \Omega = (0;1)$ и времени $t, \ t \in [0, T]$, $0 < T < \infty$. Коэффициенты $\mu, \varepsilon, \lambda, \mu_e, \mu_H, b, \ r$ – положительные постоянные; $\lambda(\theta, \mathrm{v})$ – коэффициент теплопроводности среды – некоторая положительная функция или постоянная в зависимости от условия изучаемой задачи.

В разделе 3.1 рассматривается задача о движении газа в области $Q=\{(x,t):0<x<1,\ 0<t<T\}$ с непроницаемыми диэлектрическими стенками (λ-положительная постоянная величина).

Начальные и граничные условия имеют вид:

$u|_{t=0}=u_0(x),\ \ \mathrm{v}|_{t=0}=\mathrm{v}_0(x),\ \ \theta|_{t=0}=\theta_0(x),\ \ E|_{t=0}=E_0(x),\ \ H|_{t=0}=H_0(x)$. (3.2)

причем $(u_0,\mathrm{v}_0,\theta_0,E_0,H_0)$ – непрерывные, $0<m_0\le(\mathrm{v}_0(x),\theta_0(x))\le M_0<\infty,\quad x\in\Omega$.

$$u|_{x=0}=u|_{x=1}=0,\quad H|_{x=0}=H|_{x=1}=0,\quad \left.\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|_{x=0}=\left.\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|_{x=1}=0,$$

$$E|_{x=0}=0,\quad \left.\frac{\partial E}{\partial x}\right|_{x=0}=0. \tag{3.3}$$

ТЕОРЕМА 3.1. *Пусть* $\lambda(\theta,\mathrm{v})=\lambda=const>0$, *начальные данные (3.2) достаточно гладкие функции:* $(\mathrm{v}_0,u_0,\theta_0,H_0,\ E_0)\in W_2^1(\Omega)$,

$$u_0(0)=u_0(1)=0,\ H_0(0)=H_0(1)=0,\ E_0(0)=E_0'(0)=0,\ E_0'(x)\ge0.$$

Тогда в области $Q=\Omega\times(0,T)$ *с любым конечным* T *существует единственное обобщенное решение задачи (3.1) – (3.3),*

причем $(\mathrm{v}(t),\ E(t))\in L_\infty(0,T;W_2^1(\Omega)),\qquad (\mathrm{v}_t,\ u_t,\ \theta_t,\ H_t,\ E_t)\in L_2(Q)$,

$(u(t),\theta(t),\ H(t))\in L_\infty(0,T;W_2^1(\Omega))\cap L_2(0,T;W_2^2(\Omega)),\quad \Omega=(0,1),\ Q=\Omega\times(0,T)$,

$\mathrm{v}(x,t),\ \theta(x,t)$ *– строго положительные, ограниченные функции.*

В разделе 3.2 рассматривается краевая задача для уравнений магнитной электрогазодинамики с переменным коэффициентом теплопроводности.

ТЕОРЕМА 3.2. *Пусть что начальные данные (3.2) достаточно гладкие функции: и* $(\mathrm{v}_0,u_0,\theta_0,H_0,\ E_0)\in W_2^1(\Omega)$,

$$u_0(0)=u_0(1)=0,\ H_0(0)=H_0(1)=0,\ E_0(0)=E_0'(0)=0,\ E_0'(x)\ge0$$

Коэффициент теплопроводности может зависеть 1) от температуры $\lambda(\theta,\mathrm{v})=\chi\,\theta$, *или 2) от удельного объема* $\lambda(\theta,\mathrm{v})=\chi\,\mathrm{v}$, $\chi=const>0$.

Тогда существует единственное обобщенное решение задачи (3.1) – (3.3), причем

$(\mathrm{v}(t),\ E(t))\in L_\infty(0,T;W_2^1(\Omega)),\qquad (\mathrm{v}_t,\ u_t,\ \theta_t,\ H_t,\ E_t)\in L_2(Q)$,

$(u(t),\theta(t),\ H(t))\in L_\infty(0,T;W_2^1(\Omega))\cap L_2(0,T;W_2^2(\Omega)),\quad \Omega=(0,1)$,

$\mathrm{v}(x,t),\ \theta(x,t)$ *– строго положительные, ограниченные функции.*

В разделе 3.3 изучается неоднородная краевая задача для системы (3.1) уравнений магнитной электрогазодинамики.

Искомые функции удовлетворяют граничным условиям:

$$\left.\frac{1}{\mathrm{v}}\frac{\partial u}{\partial x}-p\right|_{x=0}=\left.\frac{1}{\mathrm{v}}\frac{\partial u}{\partial x}-p\right|_{x=1}=H|_{x=0}=H|_{x=1}=0,\qquad E|_{x=0}=\left.\frac{\partial E}{\partial x}\right|_{x=0}=0 \tag{3.4}$$

$$\theta\big|_{x=0}=\chi_0(t),\quad \theta\big|_{x=1}=\chi_1(t),$$
$$\chi_i(t)\in W_2^1(0,T),\quad \chi_i(t)\ge m_0>0,\quad \chi_i(0)=\theta_0(i),\quad i=0,1.$$

ТЕОРЕМА 3.3. *Пусть начальные данные (3,2) обладают следующими свойствами гладкости:*
$$(\mathrm{v}_0,u_0,\theta_0,H_0,E_0)\in W_2^2(\Omega),\quad E_0'(x)\ge 0.$$
Тогда в области $Q=\Omega\times(0,T)$ *с любым конечным* T *существует единственное обобщенное решение задачи (3,1) – (3,4), которое удовлетворяет уравнениям и начальным данным почти всюду, причем*
$$(\mathrm{v}(t),\,E(t))\in L_\infty(0,T;W_2^1(\Omega)),\quad (\mathrm{v}_t,\,u_t,\,\theta_t,H_t,E_t)\in L_2(Q),$$
$$(u(t),\theta(t),\,H(t))\in L_\infty(0,T;W_2^1(\Omega))\cap L_2(0,T;W_2^2(\Omega)),$$
$$Q=\Omega\times(0,\,T),\ \ \Omega=(0,\,1),$$
$\mathrm{v}(x,t),\ \theta(x,t)$ *– строго положительные, ограниченные функции.*

Замечание. Однозначно разрешима начально-краевая задача в области $\Omega=(0,1)$ для системы уравнений (3.1) с начальными данными (3.2) и следующими граничными условиями:

1. Задан тепловой поток
$$u\big|_{x=0}=u\big|_{x=1}=H\big|_{x=0}=H\big|_{x=1}=0,\qquad E\big|_{x=0}=\left.\frac{\partial E}{\partial x}\right|_{x=0}=0,$$
$$\left.\frac{\lambda}{\mathrm{v}}\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|_{x=0}=q_0(t),\quad \left.\frac{\lambda}{\mathrm{v}}\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|_{x=1}=q_1(t),$$
$$q_i(t)\in W_2^1(0,T),\quad q_0(t)\le 0,\quad q_1(0)\ge 0,\quad i=0,1,\ q_0^2(t)+q_1^2(t)\ne 0.$$

2. Заданы условия третьего рода для температуры
$$u\big|_{x=0}=u\big|_{x=1}=H\big|_{x=0}=H\big|_{x=1}=0,\qquad E\big|_{x=0}=\left.\frac{\partial E}{\partial x}\right|_{x=0}=0,$$
$$\left.\frac{\lambda}{\mathrm{v}}\frac{\partial\theta}{\partial x}-k_0(t)\theta\right|_{x=0}=\sigma_0(t),\quad \left.\frac{\lambda}{\mathrm{v}}\frac{\partial\theta}{\partial x}+k_1(t)\theta\right|_{x=1}=-\sigma_1(t),$$
$$q_i(t)\in W_2^1(0,T),\quad \sigma_i(t)\le 0,\quad k_i(t)\ge 0,\quad i=0,1,\quad (k_i(t),\sigma_i(t))\in W_2^1(0,T).$$

В разделе 3.4 рассматривается задача Коши для системы (3.1) уравнений магнитной электрогазодинамики с учетом электрического поля массовых лагранжевых координатах и начальными условиями (3.2) с непрерывными $(u_0,\mathrm{v}_0,\theta_0,E_0,H_0)$, $0<m_0\le(\mathrm{v}_0(x),\theta_0(x))\le M_0<\infty,\quad x\in R$ и
$$\lim_{|x|\to\infty}u_0(x)=0,\qquad \lim_{|x|\to\infty}E_0(x)=0,\qquad \lim_{|x|\to\infty}H_0(x)=0,$$
$$\lim_{|x|\to\infty}\mathrm{v}_0(x)=\mathrm{v}_\infty=1,\qquad \lim_{|x|\to\infty}\theta_0(x)=\theta_\infty=1. \tag{3.5}$$

ТЕОРЕМА 3.4. *Пусть начальные данные (3.2) обладают свойствами гладкости:* $(\mathrm{v}_0 - 1, u_0, \theta_0 - 1, H_0, E_0) \in W_2^1(R)$.
Тогда в полосе $\Pi = R \times (0, T)$, $R = (-\infty, \infty)$ *с произвольной конечной высотой* T, $0 < T < \infty$ *существует единственное обобщенное решение задачи (3.1),(3.2) и* (3.5) *удовлетворяющее уравнениям и начальным данным почти всюду, причем*

$$(\mathrm{v}(t), E(t)) \in L_\infty(0,T;W_2^1(R)), \qquad (\mathrm{v}_t, u_t, \theta_t, H_t, E_t) \in L_2(\Pi),$$

$$(u(t), \theta(t), H(t)) \in L_\infty(0,T;W_2^1(R)) \cap L_2(0,T;W_2^2(R)),$$

$$\Pi = R \times (0, T), \; R = (-\infty, \infty),$$

$\mathrm{v}(x,t)$, $\theta(x,t)$ *– строго положительные, ограниченные функции.*

Замечание. Однозначно разрешима задача Коши для системы уравнений (3.1) с начальными данными (3.2), (3.5) в случаях, когда коэффициент теплопроводности зависит от температуры $\lambda(\theta, \mathrm{v}) = \chi\theta$ или удельного объема $\lambda(\theta, \mathrm{v}) = \chi \mathrm{v}$, $\chi = const > 0$.

Выводы

В настоящей диссертации изучены некоторые уравнения газовой динамики, причем нелинейные. Исследованы на однозначную разрешимость различные модельные задачи.

Исследованные системы уравнений нелинейные и имеют составной тип. В связи с этим возникла необходимость индивидуального подхода к каждой конкретной задаче. Основное внимание уделено выводу глобальных априорных оценок:

-Доказана однозначная разрешимость «в целом» по времени задачи Коши, описывающей одномерное нестационарное течение в неограниченной области двухкомпонентной смеси газов, между которыми протекает химическая реакция, когда искомые функции имеют разные пределы на бесконечности

-Доказаны существование и единственность обобщенного решения краевых задач для вырождающихя и не вырождающихся уравнений движения в неограниченной области с контактным разрывом и с учетом пористости среды.

- Доказана однозначная разрешимость «в целом» по времени краевых задач для одномерных нестационарных движений в неограниченной области сжимаемых и вязких газов с учетом магнитного и электрического полей.

-Доказана однозначная разрешимость «в целом» по времени задачи в ограниченной и неограниченной областях, с непроницаемыми и проницаемыми (протекание вязкого газа сквозь ограниченную область) границами, с постоянным и переменным коэффициентами теплопроводности и неоднородной (по температуре) граничной задачи.

-Все результаты являются новыми.

Список опубликованных работ

1. Токторбаев А.М. Разрешимость уравнений реагирующей смеси газов в нограниченной области [Текст] / Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев //-Труды VI совещ. Рос.–Каз. раб. гр. по выч. и инф. техн. –Алматы. 2009.– С.183-190.
2. Токторбаев А.М. Movement of reacting gas mixture with contact discontinuity [Текст] / Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев //- Rep. of the third cong. of the world math. society of Turkic coun. - Almaty. 2009. V.1.– С.308-315.
3. Токторбаев А.М. Задача Коши для уравнений реагирующей смеси газов в пористой среде [Текст] / Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев // Вестник Кырг.-Российск. Славянск. ун-та. - 2010. Т.10. -№ 9. – С.163-166.
4. Токторбаев А.М. Разрешимость одной модели реагирующей смеси газов [Текст] / А.М. Токторбаев // Вест. КНУ им. Ж. Баласагына–Биш.2010 Сер. 5 В.4 – С.29-34.
5. Токторбаев А.М. Задача Коши для модели реагирующей смеси газов в пористой среде [Текст] / Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев // Вестник Казахск. нац. ун-та. - 2011. -№ 1 (68).–С. 57-63.
6. Токторбаев А.М. Movementof reacting gas mixture with contact discontinuity in porous medium [Текст] Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев // Вестник Евразийск. нац. ун-та. Астана. - 2011. -№ 2 (81). –С. 28-35.
7. Токторбаев А.М. Локальная разрешимость задачи Коши для уравнений реагирующей смеси газов. [Текст] / А.М. Токторбаев // Вест. ОшГУ 2012 № 3-выпуск III –С. 142-147.
8. Токторбаев А.М. Локальная разрешимость краевой задачи для уравнений реагирующей смеси газов [Текст] / Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев // Вестник Ошского гос.ун-та.- 2015. -№ 1 – С. 192-198.
9. Токторбаев А.М. Разрешимость одной модели магнитной электрогазодинамики [Текст] / Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев //. Привол. науч. вест. - 2016.– С. 8-15.
10. Токторбаев А.М. Краевая задача для уравнений магнитной газовой динамики с учетом электрического поля [Текст] / Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев // Инновации в науке. - СибАК. 2016. – С. 22-35.
11. Токторбаев А.М. Problem with inhomogeneous boundary values for the equations of magnetic electrogazd. / Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев //. Third Intern. Conf. on Analysis and Applied Math. - Almaty, 2016. – P. 5144
12. Токторбаев А.М. Неоднородная задача для уравнений магнитной газовой динамики с учетом электрического поля [Текст] Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев // Известия КГТУ им. И.Раззакова. - Бишкек, 2016, -№ 3 (39), часть 1, – С. 108-116.
13. Токторбаев А.М. Разрешимость неоднородной задачи для уравнений магнитной электрогазодинамики [Текст]/ Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев. Проб. современной науки и образования. – Иваново, РФ, 2017- № 8 (90) – С. 6-12.
14. Токторбаев А.М. Разрешимость модели магнитной электрогазодинамики в неограниченной области [Текст]/ Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев. // Наука и образование: новое время - Чебоксары, РФ, 2017 -№ 5. –С. 8-12.
15. Токторбаев А.М. Задача Коши для уравнений магнитной газовой динамики с учетом электрического поля [Текст]/ Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев. // Актуальные проблемы современной науки - Спутник+, М. РФ, 2017 -№ 6. –С.17-22.

Токторбаев Айбек Мамадалиевичтин 01.01.02 – «Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу» адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн «Реакция кылуучу газдардын аралашмасынын теңдемелери үчүн Коши маселесинин чечилиши» темасындагы диссертациялык ишине **РЕЗЮМЕ**

Ачкыч сөздөр: Новье - Стокстун теңдемелери ылдамдык, тыгыздык, температура, концентрация, магниттик талаа, электрдик талаа, жалпыланган чечим, априордук баалоолор, чечимдмн жашашы, чечимдин жалгыздыгы

Изилдөөнүн объекти: Ортосунда химиялык реакция болуп өтүүчү эки компоненттүү газдар аралашмасынын о.э. магниттик жана электрдик талааларды эске алуу менен болгон илешкээк, жылуулук өткөрүмдүү газдын стационардык эмес, бир ченемдүү кыймылын баяндоочу ар түрдүү моделдер.

Изилдөөнүн предмети: Газдардын реакция кылуучу аралашмасынын теңдемелери үчүн Коши маселесинин жана магниттик электрогазодинамиканын теңдемелери үчүн чектик маселелердин бир маанилүү чечилиши.

Изилдөөнүн максаты: Илешкээк кысылуучу газдардын бир ченемдүү кыймылынын ар түрдүү кырдаалдардагы моделдик теңдемелери үчүн чектик жана Коши маселелеринин жалпыланган чечимдеринин (Соболевдин тандалып алынган класстары үчүн) жашашы жана жалгыздыгы жөнүндөгү глобалдык маселелерди чечүү..

Изилдөөнүн усулдары: Априордук баалоолорду келтирип чыгаруу жана аларды сызыктуу эмес чектик маселелерди изилдөөүн усулдарында колдонуу.

Изилдөөнүн илимий жаңычылдыгы жана назарияттык маанилүүлүгү: Диссертацияда төмөндөгүдөй негизги илимий жыйынтыктар алынган:

– Ортосунда химиялык реакция болуп өтүүчү газдардын эки компоненттүү аралашмасынын чектелбеген аймакта бир ченемдүү стационардык эмес агымын баяндоочу Коши маселесинин изделүүчү функциялар чексиздикте ар түрдүү пределдерге ээ болушкан учурда убакыт боюнча «бүтүндөй» бир маанилүү чечилиши далилденген.

– Контакттык үзүлүүгө ээ болгон жана чөйрөнүн көзөнөктүүлүгүн эсепке алуу менен газдардын чектелбеген аймакта болгон кыймылынын кубулуучу жана кубулбоочу теңдемелеринин жалпыланган чечимдеринин жашашы жана жалгыздыгы далилденген.

– Илешкээк кысылуучу газдын магниттик жана электрдик талааларды эсепке алуу менен чектелбеген аймакта болгон бир ченемдүү стационардык эмес кыймылын баяндоочу чектик маселелердин убакыт боюнча «бүтүндөй» бир маанилүү чечилиши далилденген.

– Өткөрүмдүү жана өткөрүмдүү эмес чек араларга (илешкээк газдын чектелген аймак боюнча агып өтүүсү), ошондой эле турактуу жана өзгөрмө жылуулук өткөрүмдүүлүк коэффициентине ээ болгон, андан башка бир тектүү эмес (температура боюнча) чектик маселелердин чектелген жана чектелбеген аймактарда «бүтүндөй» бир маанилүү чечилиши далилденген.

– Алынган бардык жыйынтыктар жаңы болуп саналат.

Диссертациянын жыйынтыктары сызыктуу эмес теңдемелер үчүн чектик маселелердин назариятында колдонулуш таба алат.

Изилдөөнүн практикалык мааниси. Тикеден – тике колдонулуштардан улам келип чыгуучу маселелер окуп үйрөнүлгөн. Диссертациянын жыйынтыктарын сызыктуу эмес теңдемелер үчүн чектик маселелердин теориясында колдонууга жана газо-гидродинамиканын теңдемелеринин чечимдеринин сапаттык касиеттерин изилдөөдө, ошондой эле илешкээк газдын агымдарын сандык изилдөө алгоритмдерин негиздөө үчүн пайдаланууга болот.

РЕЗЮМЕ

диссертационной работы Токторбаев ААйбека Мамадалиевича на тему: «Разрешимость задачи Коши для уравнений реагирующей смеси газов» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Ключевые слова: Уравнеия Новье- Стокса, скорость, плотность, температура, концентрация, магнитное поле, электрическое поле, обобщенное решение, априорные оценки, существование решения, единственность решения

Объект исследования: различные модели, описывающие нестационарное, одномерное течение двухкомпонентной смеси газов, между которыми протекает химическая реакция и движение вязкого теплопроводного газа с учетом магнитного и электрического полей.

Предмет исследования: однозначная разрешимость задач Коши для уравнений реагирующей смеси газов и краевых задач для уравнений магнитной электрогазодинамики.

Цель исследования: Целью диссертации является доказательство глобальных теорем существования и единственности (для выбранных классов Соболева) обобщенных решений краевых задач и задач Коши для уравнений одномерного движения вязкой сжимаемой жидкости в разных модельных ситуациях.

Методика исследования Вывод априорных оценок и использование их в методах исследования нелинейных краевых задач.

Научная новизна и теоретическая значимость исследования: В диссертации получены следующие основные результаты:

- Доказана однозначная разрешимость «в целом» по времени задачи Коши, описывающей одномерное нестационарное течение в неограниченной области двухкомпонентной смеси газов, между которыми протекает химическая реакция, когда искомые функции имеют разные пределы на бесконечности

-Доказаны существование и единственность обобщенного решения краевых задач для вырождающихя и не вырождающихся уравнений движения в неограниченной области с контактным разрывом и с учетом пористости среды.

- Доказана однозначная разрешимость «в целом» по времени краевых задач для одномерных нестационарных движений в неограниченной области сжимаемых и вязких газов с учетом магнитного и электрического полей.

-Доказана однозначная разрешимость «в целом» по времени задачи в ограниченной и неограниченной областях, с непроницаемыми и проницаемыми (протекание вязкого газа сквозь ограниченную область) границами, с постоянным и переменным коэффициентами теплопроводности и неоднородной (по температуре) граничной задачи.

-Все результаты являются новыми.

Теоретическая ценность работы определяется новыми результатами о разрешимости краевых задач для систем нелинейных уравнений

Практическое значение исследования. Исследованы задачи, которые возникают непосредственно из приложений. Результаты диссертации могут найти применение в теории краевых задач для нелинейных уравнений и теории разностных схем, а также для обоснования алгоритмов численного исследования течений вязкого газа.

SUMMARY

Dissertation research of Toktorbaev Aibek Mamadalievich thesis "Solvability of the Cauchy problem for equations of the reacting gas mixture" for the degree of candidate of physical and mathematical sciences, specialty 01.01.02 - "Differential equations, dynamical systems and optimal control"

Key words: speed, density, temperature, Concentration, magnetic field, electric field, generalized solution, A priori estimates, the existence of a solution, the uniqueness of the solution.

The object of the study: various models describing the non-stationary, one-dimensional flow of a two-component mixture of gases, between which a chemical reaction and the motion of a viscous heat-conducting gas takes place, taking into account the magnetic and electric fields.

The subject of the study: unique solvability of Cauchy problems for the equations of the reacting gas mixture and boundary value problems for the equations of magnetic electrogasdynamics.

The purpose of the stuby the aim of the thesis: is to prove global existence and uniqueness theorems for generalized solutions of boundary value problems for one-dimensional equations of magnetic electrogasdynamics and Cauchy problems for equations of one-dimensional unsteady flow of a reacting gas mixture in different model situations.

Research methods: Is reduced to the conclusion of a priori estimates a using in the methods of invertigating nontinear boundary value problems.

Scientific novelty and theoretical significance of the research: The following main results were obtained in the dissertation:

- Prover unique solvability of the "Cauchy problem" as a whole, which describes the one-dimensional nonstationary flow of a two-component mixture of gases, between which a chemical reaction prceeds. Moreover, the required functions have different limits at infinity
- Prover the existence and uniqueness of the generalized solution of boundary value problems for degenerate and non-degenerate equations, motion with contact discontinuity, motion taking into account the porosity of the medium.
- Prover the unique solvability of the problem of boundary value problems for one-dimensional nonstationary motions of compressible and viscous gases with allowance for the magnetic and electric fields uniquely in time.
- Prover the unique solvability of the problem "in the whole" with respect to the time of the problem in a bounded and unbounded region, with impermeable and permeable (the flow of the viscous gas through a bounded region), with constant and variable coefficients of thermal conductivity and inhomogeneous (in temperature) boundary tasks.
- All results are new.

The theoretical value of the work is determined by new results on the solvability of boundary value problems for systems of nonlinear equations

The practical significance of the study: Problems that arise directly from applications are studied. The results of the thesis can find application in the theory of boundary value problems for nonlinear equations and the theory of difference schemes, as well as for justifying algorithms for numerical investigation of viscous gas flows.

Токторбаев Айбек Мамадалиевич

РАЗРЕШИМОСТЬ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ РЕАГИРУЮЩЕЙ СМЕСИ ГАЗОВ

01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Подписано в печать:	24.05.2018
Формат: 60x84 1/16.	Бумага офсетная
Объем: 1,25 п.ф.	Тираж: 30 шт.

Редакционно-издательский отдел «Билим» ОшГУ
г. Ош, ул. Ленина, 331.