КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫ
МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТУ
Ж. БАЛАСАГЫН АТЫНДАГЫ КЫРГЫЗ УЛУТТУК УНИВЕРСИТЕТИ

Д 01.17.560 Диссертациялык кеңеши

Кол жазма укугунда
УДК 517.968

МАМБЕТОВ ЖООМАРТ ИМАНАЛИЕВИЧ

СЫЗЫКТУУ ЭМЕС, ЖЕКЕЧЕ ТУУНДУЛУУ БИРИНЧИ ТАРТИПТЕГИ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ЖАНА ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР СИСТЕМАСЫНЫН ЧЫГАРЫЛЫШТАРЫН КОШУМЧА АРГУМЕНТ КИЙИРҮҮ УСУЛУ МЕНЕН ИЗИЛДӨӨ

01.01.02-дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын
АВТОРЕФЕРАТЫ

Бишкек-2018

Диссертациялык иш академик М. М. Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин “Колдонмо математика” кафедрасында аткарылган.

Илимий жетекчи: физика-математика илимдеринин доктору, доцент **Аширбаева А.Ж.**

Расмий оппоненттер: физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Асанов А.**
физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Сопуев А.С.**

Жетектөөчү мекеме: Абай атындагы Казак улуттук педагогикалык университети.
Дареги: 050060, Алма-Ата шаары, Достук көчөсү 13.

Диссертацияны коргоо 2018-жылдын 1-ноябрында саат 14^{00} дө Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин алдындагы физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) илимий даражасын изденип алуу үчүн диссертацияларды коргоо боюнча Д. 01.17.560 Диссертациялык кеңешинин отурумунда өтөт. Дареги: Кыргызстан, 720054, Бишкек шаары, Абдымомунов көчөсү 328, КУУнун №6 окуу-лабораториялык корпусу, 211- аудитория.

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Борбордук илимий китепканасынан жана МИ www.math.aknet.kg сайтынан таанышууга болот.

Дареги: Кыргыз Республикасы, 720071, Бишкек шаары, Чүй проспектиси 265-а.

Автореферат 2018 -жылдын « ___» _____________ жарык көргөн.

Диссертациялык кеңештин
окумуштуу катчысы,
ф.-м.и.д., профессор Байзаков А.Б.

ИЗИЛДӨӨНҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Теманын актуалдуулугу. Учурда кошумча аргумент кийирүү усулу өнүгүп жатат, ал ар кандай түрдөгү сызыктуу эмес, жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелерди интегралдык теңдемелерге келтирүүнүн принципиалдуу мүмкүнчүлүктөрүн берет жана ошону менен бирге, динамикалык системалар теориясындагы маселелердин кеңири классынын чыгарылыштарынын жашоосун далилдейт, муну башка усулдар менен жасоо мүмкүн эмес.

М.И. Иманалиев жана Ю.А. Ведь мүнөздөөчүлөр усулунун өнүгүүсү катары кошумча аргумент кийирүү усулун иштеп чыгышкан. Ар түрдүү сызыктуу эмес, жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелерди октогу баштапкы шарттары менен интегралдык теңдемелерге келтиришкен жана кысуучу чагылтуулардын принцибин колдонуу менен чыгарылыштардын локалдык жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттарын табыщкан.

Бул усулдун аксиомалык негизи П.С. Панков жана Т.М. Иманалиев тарабынан аныкталган. Алар тиешелүү жаңы түшүнүктөрдү, аныктамаларды киргизишкен жана кошумча аргумент кийирүү усулунун негизи болуп жекече туундулуу дифференциалдык операторлордун кандайдыр бир мааниде интегралдык операторлор менен орун алмаштыруусу мүмкүн экендигин көрсөтүшкөн. Аны кыскача “квазикоммутативдүүлүк” деп аташкан.

Г.М. Кененбаева менен бирдикте алар кошумча аргумент кийирүү усулун сызыктуу эмес, жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы маселелердин сандык чыгарылыштары үчүн да колдонууга мүмкүн болоорун көрсөтүшкөн. Аны менен бирге, ал бекемделген торчолорду колдонгон усулдардын (сандык дифференцирлөө жүргүзүлбөйт) алдында жана мүнөздөөчүлөр усулунун тибиндеги усулдардын (эсептөө сынык сызык боюнча эмес түз сызык боюнча жүргүзүлөт) алдында артыкчылыкка ээ болот. Мындан сырткары, бул усул, интегралдык теңдемелер үчүн колдонулган жыйынтык катары, кепилдүү жыйынтыкты алуу үчүн ыңгайлуураак келет.

Ал эми, А.Ж. Аширбаеванын иштеринде ар кандай тартиптеги дифференциал-дык операторлордун композициясы болгон сызыктуу эмес оператордук-дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы маселелердин кеңири классын изилдөө үчүн, кошумча аргумент кийирүү усулунун жалпы схемасы тургузулган. Бул схеманын экинчи, үчүнчү, төртүнчү жана ар кандай тартиптеги теңдемелердин ар түрдүү айкын типтери үчүн колдонулушу көрсөтүлгөн. Кээ бир мисалдар үчүн чыгарылыштар жыйналуучу катарлар түрүндө да алынган, мүнөздөөчүлөр усулун колдонуу мүмкүн болбогон учур үчүн да. Сунушталган схема компьютердик программа түрүндө ишке ашырылып, кошумча аргумент кийирүү усулунун басымдуу мүмкүнчүлүгүн көрсөткөн эсептөөлөр жүргүзүлгөн.

Кошумча аргумент кийирүү усулун колдонуу менен Кортевег-де Фриз тибиндеги жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер жана сызыктуу эмес, жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер, ошондой эле жекече туундулуу, толкундуу дифференциалдык теңдемелер изилденген.

Акыркы учурларда кошумча аргумент кийирүү усулу ар түрдүү мүнөздөөчүлөрүнүн багыттары менен жекече туундулуу, биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелер системаларынын чыгарыла тургандыгын изилдөө үчүн колдонулууда.

Кошумча аргумент кийирүү усулу жана башка усулдар менен изилденбеген, теориялык кызыгууну туудуруучу, жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер системаларынын класстары бар. Кошумча аргумент кийирүү усулун, жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер системаларына жайылтуу жумуштун актуалдуулугун аныктайт.

Изилдөөнүн максаты. Жумуштун максаты кошумча аргумент кийирүү усулун жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер жана интегро-дифференциалдык теңдемелер системаларынын жаңы класстарына жайылтуу жана өнүктүрүү болуп саналат.

Изилдөөнүн усулу. Кошумча аргумент кийирүү усулунун жардамы менен каралган теңдемелердин системалары үчүн баштапкы маселелер, интегралдык теңдемелердин системаларына келтирилет. Мындай системалардын чечимдеринин жашашынын далилдениши кысып чагылтуу принцибинин жардамы менен алгачкы маселелердин чечимдеринин жашашын камсыз кылат. Ошону менен бирге жакындаштырып эсептөөлөр дагы колдонулат.

Илимий иштин жаңылыгы.

Төмөнкү жыйынтыктар алынган:

- сызыктуу эмес, жекече туундулуу биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелер системалары үчүн, мурда изилденгендерден жалпыланган түрдө, баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары алынган;
- көп мейкиндиктик өзгөрмөлүү, сызыктуу эмес, жекече туундулуу, биринчи тартиптеги жалпы дифференциалдык теңдемелер системалары үчүн, баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары алынган;
- кубулган ядролуу, сызыктуу эмес, жекече туундулуу биринчи тартиптеги, интегро-дифференциалдык теңдемелер системасынын чыгарылышы тургузулган**.**
- дифференциалдык теңдемелер үчүн алынган жыйынтыктар сызыктуу эмес, жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер системаларынын кеңири класстарына жалпыланган;
- биринчи жолу, кошумча аргумент кийирүү усулу менен теңдемелер системалары үчүн компьютердик программа ишке ашырылган.

Теориялык жана практикалык баалуулугу. Диссертациянын жыйынтыктары так далилдөөлөр менен бекемделген. Иште алынган жыйынтыктар боюнча конкреттүү маселелердин чыгарылыштары тургузулган.

Иштелип чыккан сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер системаларын чыгаруу үчүн, кошумча аргумент кийирүү усулун колдонуу схемасын башка класстардагы сызыктуу эмес дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин системаларын чыгаруу үчүн да колдонууга болот.

Диссертацияда жаңы жыйынтыктар алынган, алар жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер теориясына белгилүү бир салымын сунуш кылат.

Иштин коргоого сунушталган негизги жоболору:

1. Квазисызыктуу, жекече туундулуу биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелер системаларынын классы үчүн, мурда изилденгендерден жалпыланган, баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын жашоосу жана жалгыздыгы теоремаларын далилдөө;
2. Кубулган ядролуу, сызыктуу эмес, жекече туундулуу биринчи тартиптеги, интегро-дифференциалдык теңдемелер системасынын чыгарылышын тургузуу;
3. Көп мейкиндиктик өзгөрмөлүү, квазисызыктуу, жекече туундулуу биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелер системаларынын чыгарылыштарынын жашашынын шарттарын аныктоо;
4. Сызыктуу эмес, жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер системаларынын кеңири класстары үчүн баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын жашоосу жана жалгыздыгы теоремаларын далилдөө;
5. Кошумча аргумент кийирүү усулу менен теңдемелер системаларын чыгаруу үчүн компьютердик программалоо усулу түзүлгөн.

Ишти апробациялоо. Изилдөөлөрдүн жыйынтыктары боюнча төмөндөгүдөй баяндамалар жасалды:

- Түрк дүйнөсүнүн математиктеринин V конгрессинде (Булан-Сөгөттү айылы, 2014 июну, тезис [10] жарык көргөн),
- ОшМУнун 75 жылдыгына арналган илимий конференциясында (Ош, 2015 октябры);
- академик М.И. Иманалиевдин 85 жылдыгына арналган «Башкаруу теориясында, топологияда жана оператордук теңдемелердеги көйгөйлүү маселелер», аттуу эл аралык илимий конференциясында (Бишкек ш. – Чолпон-Ата ш., 2016 сентябры, тезис [11] жарыяланган);
- профессор А. Керимбековдун 70 жылдыгына арналган «Башкаруу теориясында, топологияда жана оператордук теңдемелердеги көйгөйлүү маселелер», аттуу эл аралык илимий конференциясында (Бишкек ш. – Чолпон-Ата ш., 2016 июну, тезис [12] жарыяланган);

- Түрк дүйнөсүнүн математиктеринин VI конгрессинде (Казак Республикасы, Астана ш., 2017 октябры, тезис [13] жарыяланган);
- «II Борубаевдик окуулар» аттуу эл аралык илимий конференциясында (Бишкек ш., 2018 марты, тезис [14] жарыяланган);
- академик М.М. Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин «Колдонмо математика» кафедрасындагы семинарларда (2014-2018).

Жарыя наамалар. Иштин негизги жыйынтыктары [1-9] макалаларында жарык көргөн. Ошондой эле [10-14] докладдардын тезистери жарык көргөн. Биргелешип жарыялаган эмгектерде маселелердин коюлушу илимий жетекчиге, алынган негизги жыйынтыктар жана баалоолор изденүүчүгө таандык.

Диссертация темасынын негизги илимий-изилдөө жайлардын илимий-изилдөө иштери менен байланышы. Диссертациялык изилдөө академик М.М. Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин "Колдонмо математика" кафедрасында бекитилген «Сызыктуу эмес, жекече туундулуу биринчи тартиптеги дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер системасынын чыгарылыштарын кошумча аргумент кийирүү усулу менен изилдөө» темасынын алкагында жүргүзүлгөн.

Диссертациянын көлөмү жана түзүлүшү. Диссертация киришүүдөн, төрт баптан, жыйынтыктардан, колдонулган булактардын тизмесинен, тиркемеден турат – бардыгы 82 бет.

ИШТИН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

Шарттуу белгилөөлөр жана кыскартуулар:

N – натуралдык сандар көптүгү;

R – чыныгы сандар көптүгү;

$R_+=[0,\infty)$, $R_{++}=(0,\infty)$;

R^n $(n\in N)$ – ченемдүү чыныгы евклиддик мейдиндик жана алардын $x=(x_1, x_2, \ldots,x_n)$ чекиттери;

$\|\cdot\|$ – норма; үзгүлтүксүз (жана чектелген, эгерде аныкталуу областы чектелбеген болсо) функциялар үчүн функциянын модулунун максимумун түшүнөбүз;

$\equiv$ – теңдештик белгиси;

$T\in R_{++}$, $m, n\in N$ – кандайдыр бир бекемделген сан;

$G_2(T)=\{(s,t)|0\le s\le t\le T\}$;

$Q_1(T)=[0,T]\times R$;

$Q_1=R_+\times R$;

$Q_1^n(T)=[0,T]\times R^n$;

Ω - R^n евклиддик мейкиндигинин көптүкчөлөрү;

$C(\Omega\to B)$ жана $C^{(..)}(\Omega\to B)$ – аныкталган жана үзгүлтүксүз (тиешелүү кошумча шарттары менен) $\Omega\to B$ функциялардын мейкиндиги; $B=R$ болгондо $«\to R»$ белгилөөсүн таштап коебуз;

$C(\Omega), C^{(k)}(\Omega), C^{(\alpha_1,\alpha_2,...\alpha_\delta)}(\Omega)$ – Ω да аныкталган жана үзгүлтүксүз (тиешелүү түрдө k-чы тартипке чейин жекече туундулары менен бирге; тиешелүү түрдө i-чи (i=1,…,n) аргументи боюнча α_i тартибине чейинки жекече туундулары менен бирге) функциялардын мейкиндиги;

$\overline{C}, \overline{C}^{(...)}$– кошумча чектелүү шарты бар (тиешелүү түрдө көрсөтүлгөн туундулар үчүн да) функциялардын мейкиндиги;

$Lip(N|_u, M|_v, ...)$ – u өзгөрүлмөсү боюнча N коэффициенти менен, v өзгөрүлмөсү боюнча M коэффициенти менен,… Липшиц шартын канаатандырган функциялардын классы; бир өзгөрүлмөлүү функция үчүн индекс алынып салынат;

$S^{(\alpha_1,\alpha_2)}(Q_1)$– Q_1 жарым тегиздигинде x боюнча тиешелүү туундулары чектелген $u(t,x) \in C^{(\alpha_1,\alpha_2)}(Q_1)$ функцияларынын мейкиндиги;

Туундулардын төмөндөгүдөй ар түрдүү жазылыштарын колдонобуз:

$$D_x u(t,x) = u_x'(t,x) = \frac{\partial u(t,x)}{\partial x}; \quad D_x^2 u(t,x) = u_{xx}''(t,x) = \frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2}.$$

А.Ж. Аширбаева сунуштагандай функциядан операторлорду төмөнкү түрдө жазабыз:

- оператордун аталышы, кийинки кашаа ичинде;
- жыйынтыктоочу функциянын өзгөрүлмөлөрү (эгерде мындай өзгөрүлмөлөр жок болсо, анда адат боюнча оператор функционал деп аталат);
- (;) белгисинен кийин функция жана (кашаа ичинде) функциянын өзгөрүлмөлөрү-аргументи;
- (:) белгисинен кийин функциядагы байланышкан өзгөрмөлөр-аргумент (эгерде бардык өзгөрүлмөлөр байланышса, аларды саноо шарт эмес).

Байланышкан өзгөрүлмөлөр боюнча «оператор аргумент боюнча (биринчи, экинчи,…) таасир этет» дейбиз.

Бош өзгөрүлмөлөрдөн айырмаланып, байланышкан өзгөрүлмөлөрдүн касиеттерине жараша алардын аталышы мааниге ээ эмес.

Мисалы:

$H(t,x,z; u(x,s,z):s,z; w(t,s):t,s) = H(t,x,z; u(x,x,z): x, z; w(p,q):p,q) =$

$$= t + \int_0^1 u(x,s,z)ds + u(x,\frac{1}{2},\frac{1}{4}) + w(0,0) = t + \int_0^1 u(x,\xi,z)d\xi + u(x,\frac{1}{2},\frac{1}{4}) + w(0,0).$$

«Оператор u функциясынын экинчи жана үчүнчү аргументи боюнча жана w функциясынын эки аргументи боюнча таасир этет».

Функция үчүн аныкталган операторду көп сандагы өзгөрүлмөлөрдөн функция үчүн жайылтууга болот. Муну биз «оператордун каноникалык кеңейиши» дейбиз жана тиешелүү түрдө белгилейбиз.

Мисалы: функционал жана анын канондук кеңейиши

$$G(u(s):s) = \int_0^1 u^3(s)ds; G(x;u(x,s):s) = \int_0^1 u^3(x,s)ds.$$

$\Omega(t) \in C(R_+)$ (индекси менен) – так өсүүчү функциялар, $W(0)=0$ шартын канааттандырган; $\Omega(0)=0$; $\Lambda(T; \Omega(t):t)$ - дан алынган Т* каалагандай саны үчүн $W(T^*)<1$.

Белгисиз функцияларды u менен белгилейбиз, кошумча белгисиз функцияларды v, p, w менен (индекстери болушу мүмкүн).

Диссертациянын кыскача мазмуну

Биринчи бапта илимий булактардын обзору жана алынган жыйынтыктар каралган.

1.1. бөлүмүндө кошумча аргумент кийирүү усулу өркүндөтүлгөн түрдө баяндалган.

1.2. бөлүмүндө кошумча аргумент кийирүү усулунун компьютердик ишке ашырылышынын обзору келтирилген жана буга чейин теңдемелер системасы үчүн эмес, скалярдык теңдемелер үчүн гана ишке ашырылгандыгы боюнча жыйынтык алынган.

Биринчи тартиптеги теңдемелер жана алардын системалары боюнча белгилүү жыйынтыктардын обзору 1.3. бөлүмүндө келтирилген.

1.4. бөлүмүндө категория теориясындагы керектүү маалыматтар баяндалган. Кошумча аргумент кийирүү усулу биринчи жолу категориялар теориясынын тилинде берилген.

1.5. бөлүмү диссертациянын кыскача жыйынтыктарын камтыйт.

1.6. бөлүмү биринчи бап боюнча корутунду. Бул бапта кошумча аргумент кийирүү усулу өркүндөтүлгөн түрдө баяндалган-кошумча аргумент кийирүү усулунун негизги транзитивдүү теңдештиги, квазикоммутативдүүлүктүн аныктамалары, тескериси жок операторлор үчүн солдук квазиокшоштук жана кеңейтилгенсолдук квазиокшоштук, кошумча аргумент кийирүү усулунун негизги леммасы, кошумча аргумент кийирүү усулунун негизги схемасы жана анын ишине мисал каралган.

Кошумча аргумент кийирүү усулунун компьютердик ишке ашырылышынын обзору келтирилген, буга чейин теңдемелер системасы үчүн эмес, скалярдык теңдемелер үчүн гана ишке ашырылгандыгы боюнча жыйынтыктар алынган.

Бапта келтирилген обзордон, башка авторлордун иштеринде, кээ бир жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер системалары кошумча аргумент кийирүү усулу менен каралган. Сызыктуу эмес, жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер жалпыланган системалары каралган эмес. Башка усулдар менен да жалпыланган теңдемелер системасы каралган эмес.

Экинчи бапта квазисызыктуу, жекече туундулуу биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелер системасынын чыгарылыштарын изилдөө аткарылган.

2.1 бөлүмүндө

$$\frac{\partial u_i(t,x)}{\partial t} + u_1(t,x)\frac{\partial u_i(t,x)}{\partial x} = f_i(t,x,u_1(t,x),u_2(t,x),\ldots,u_n(t,x)),(t,x) \in Q_1(T) \quad (1)$$

көрүнүшүндөгү жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер системасы

$$u_i(0,x)=\varphi_i(x), \quad x\in R, \quad \varphi_i(x)\in \overline{C}^1(R), i=1,\ldots,n, \tag{2}$$

баштапкы шарты менен каралат.

Төмөндөгүдөй теорема далилденген.

2.1.1-ТЕОРЕМА. Эгерде

$$f_i(t,x,u_1,u_2,\ldots,u_n)\in \overline{C}^{(1)}(Q_1(T)\times R^n), \quad i=1,2,..,n, \tag{3}$$

болсо, анда $\left(\overline{C}^{(1)}(Q_1(T_*))\right)^n$ мейкиндигинде (1)-(2) - маселе жалгыз чыгарылышка ээ боло тургандай, $0<T_*\le T$ саны жашайт.

Конкреттүү мисал карайлы.

2.2.1-МИСАЛ. Төмөндөгүдөй

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_1(t,x)}{\partial t}+u_1(t,x)\dfrac{\partial u_1(t,x)}{\partial x}=u_2(t,x)-x+1, \\ \dfrac{\partial u_2(t,x)}{\partial t}+u_1(t,x)\dfrac{\partial u_2(t,x)}{\partial x}=1+t, \end{cases} \tag{4}$$

жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер системасы

$$u_1(0,x)=1, \quad u_2(0,x)=x, \ x\in R. \tag{5}$$

баштапкы шарттары менен каралат.

Удаалаш жакындаштыруу усулун колдонобуз.

(4), (5) – маселелерин жакындаштырып чыгарууда, интегралды эсептөөнүн трапеция ыкмасын колдонуу менен pascal тилинде программа түзүлгөн. Бул чыгарылыш так жообуна өтө жакын.

$$u_1(t,x)=1+t, \quad u_2(t,x)=x, \ x\in R.$$

2.2 бөлүмүндө

$$\frac{\partial u_i(t,x)}{\partial t}+a(t,x,u_n(t,x))\frac{\partial u_i(t,x)}{\partial x}= f_i(t,x,u_1(t,x),u_2(t,x),\ldots,u_n(t,x)), \tag{6}$$

$(t,x)\in Q_1(T),$

теңдемеси (2) – баштапкы шарты менен каралат.

Төмөнкүдөй теорема далилденет:

2.2.1-ТЕОРЕМА. Айталы *i=1,2,..,n* үчүн $\varphi_i(x)\in Lip(L_i),$ $L_i>0-const,$ $f_i(t,x,u_1,u_2,\ldots,u_n)\in \overline{C}^{(1)}(Q_1(T)\times R^n)\cap Lip(M_0^i\big|_x, M_1^i\big|_{u_1},\ldots,M_n^i\big|_{u_n}),\ M_j^i>0-const,$ $j=0,1,2,\ldots,n, \quad a(t,x,u_n)\in \overline{C}^{(1)}(Q_1(T)\times R)\cap Lip(N_0\big|_x, N_1\big|_{u_n}),\ N_0,N_1>0-const.$

шарттары аткарылсын. Анда $\left(\overline{C}^{(1)}(Q_1(T_*))\right)^n$ мейкиндигинде (2) – баштапкы шарты менен берилген (6) - система жалгыз чыгарылышка ээ боло тургандай, $0<T_*\le T$ саны табылат.

2.3 бөлүм экинчи бап боюнча корутунду. Экинчи бапта кошумча аргумент кийирүү усулунун жардамында квазисызыктуу, жекече туундулуу, биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелер системаларынын кээ бир типтеринин:

- бирдей сызыктуу эмес көбөйтүүчүлөрү;

- бирдей сызыктуу эмес функциялары менен чыгарылыштары жашашынын жетиштүү шарттары табылган.

Жогорудан көрүнүп тургандай, кошумча аргумент кийирүү усулун кеңири класстагы жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер системалары үчүн колдонууга боло тургандыгы көрсөтүлгөн.

Диссертациялык иштин үчүнчү бабында көп мейкиндиктик өзгөрмөлүү, жекече туундулуу биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелер системалары үчүн кошумча аргумент кийирүү усулун колдонуу ишке ашырылган.

3.1 бөлүмүндө төмөндөгүдөй

$$\frac{\partial u_i(t,x)}{\partial t} + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(x)\frac{\partial u_j(t,x)}{\partial x_j} = f_i(t,x),\ i=1,\ldots,n \tag{7}$$

дифференциалдык теңдемелер системасы

$$u_i(0,x) = \varphi_i(x), \quad x\in R^n, \quad \varphi_i(x)\in \overline{C}^1(R^n), i=1,...,n, \tag{8}$$

баштапкы шарттары менен берилген.

Мында $a_{ij}(x), f_i(t,x)$, $i, j=1,\ldots,n$ - берилген функциялар.

3.1.1 -ТЕОРЕМА. Айталы $a_{ij}(x)\in \overline{C}^{(1)}(R^n), \quad i, j=1,\ldots,n, a_{ij}(x)\neq 0$ болсун жана төмөнкү теңдештик аткарылсын:

$$\frac{a_{1i+1}(x)}{a_{11}(x)} = \frac{a_{2i+1}(x)}{a_{21}(x)} = \ldots = \frac{a_{ni+1}(x)}{a_{n1}(x)} = b_{i+1}, \quad (i=1,\ldots,n-2),$$

$f(t,x)\in \overline{C}^{(1)}(Q_1^n(T))$.

Анда (8) – баштапкы шарты менен берилген (7) - дифференциалдык теңдемелер системасы $\overline{C}^{(1)}(Q_1^n(T))$ мейкиндигинде жалгыз гана чыгарылышка ээ болот.

Көбөйтүүчүлөрү диагонал матрицалуу интегро-дифференциалдык теңдемелеринин системасы үчүн кошумча аргумент кийирүү усулунун колдонулушу 3.2. бөлүмүндө каралган.

3.3. бөлүмүндө төмөндөгүдөй

$$\frac{\partial u_i(t,x_1,..,x_n)}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n} u_{n+1-k}(t,x_1,..,x_n)\frac{\partial u_i(t,x_1,..,x_n)}{\partial x_k} = \tag{9}$$
$$= f_i(t,x_1,..,x_n,u_1(t,x_1,..,x_n),u_2(t,x_1,..,x_n),\ldots,u_n(t,x_1,..,x_n)),$$

i=1,2,…,n, $(t,x_1,..,x_n)\in Q_1^n(T)$,

сызыктуу эмес, дифференциалдык теңдемелер системасы (8) - баштапкы шарты менен берилген жана төмөнкүдөй теорема далилденген.

3.3.1-ТЕОРЕМА . Айталы i=1,2,…,n үчүн

$$f_i(t,x_1,...,x_n,u_1,u_2,...,u_n)\in \overline{C}^1(Q_1^n(T)$$

болсун. Анда $\overline{C}^1(Q_1^n(T))$ мейкиндигинде (9), (8) маселеси жалгыз чыгарылышка ээ боло тургандай, алгачкы берилгендердин негизинде так аныкталуучу

$0 < T_* \le T$ саны жашайт жана чыгарылыш $s{=}t$ болгондогу төмөнкү интегралдык теңдеменин чыгарылышы менен дал келет:

$$\omega_i(s,t,x_1,...,x_n) = \varphi_i(x_1 - \int_0^t \omega_{n+1}(\nu,t,x_1,...,x_n)d\nu,...,x_n - \int_0^t \omega_1(\nu,t,x_1,...,x_n)d\nu) +$$

$$+\int_0^s f_i(\rho,x_1 - \int_\rho^t \omega_{n+1}(\nu,t,x_1,...,x_n)d\nu,...,x_n - \int_\rho^t \omega_1(\nu,t,x_1,...,x_n)d\nu,\omega_1(\rho,t,x_1,...,x_n),....,\omega_n)d\rho,$$

Сызыктуу эмес бөлүгүндө түрдүү белгисиз функциялар болгон, жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелердин системасынын жалпы түрүн изилдөө үчүн кошумча аргумент кийирүү усулун колдонуу 3.4 бөлүмдө каралган.

Жекече туундулуу биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелер системасы

$$\frac{\partial u_i(t,x_1,..,x_n)}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n} a_k(t,x_1,...,x_n,u_{n+1-k}(t,x_1,..,x_n))\frac{\partial u_i(t,x_1,..,x_n)}{\partial x_k} =$$
$$= f_i(t,x_1,..,x_n,u_1(t,x_1,..,x_n),u_2(t,x_1,..,x_n),...,u_n(t,x_1,..,x_n)), \qquad (10)$$

$i = 1,2,..,n, \quad (t,x_1,..,x_n) \in Q_1^{\,n}(T),$

(8) – баштапкы шарты менен берилген.

3.4.1-ТЕОРЕМА . Айталы $i{=}1,2,..,n$ лер үчүн

$a_i(t,x_1,...,x_n,u) \in \overline{C}^1(Q_1^{\,n}(T)\times R),\ f_i(t,x_1,...,x_n,u_1,u_2,...,u_n) \in \overline{C}^1(Q_1^{\,n}(T)\times R^n),$

функциялары болсун.

Анда $\overline{C}^1(Q_1^{\,n}(T))$ мейкиндигинде (10), (8) маселеси жалгыз чыгарылышка ээ боло тургандай, алгачкы берилгендердин негизинде так аныкталуучу $0 < T_* \le T$ саны жашайт.

3.5. бөлүм 3-бап боюнча корутунду. Бул бапта кошумча аргумент кийирүү усулу менен кошумча белгисиз функцияларды киргизүү усулу менен бирдикте, көп мейкиндиктик өзгөрмөлүү, жекече туундулуу биринчи тартиптеги кээ бир дифференциалдык теңдемелер системалары үчүн, баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын жашашынын жетиштүү шарттары табылган.

Төртүнчү бапта сызыктуу эмес, жекече туундулуу биринчи тартиптеги интегро-дифференциалдык теңдемелер системалары үчүн кошумча аргумент кийирүү усулу колдонулган.

4.1. бөлүмүндө интегро-дифференциалдык теңдемелер системаларынын (7) ге караганда жалпы түрү каралган:

$$\frac{\partial u_i(t,x)}{\partial t} + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(x)\frac{\partial u_j(t,x)}{\partial x_j} = f_i(t,x) + \int_0^t K(t,s)u_i(s,x)ds, i = 1,\dots,n \qquad (11)$$

(8) – баштапкы шарттары менен каралган жана төмөнкүдөй теорема далилденген.

4.1.1-ТЕОРЕМА. Айталы 3.1.1 теореманын шарттары жана $K(t,s) \in \overline{C}(G_2(T))$ аткарылсын. Анда (8) – баштапкы шарты менен берилген (11) - интегро-дифференциалдык теңдемелер системалары $\overline{C}^{(1)}(Q_1{}^n(T))$ мейкин-дигинде жалгыз чыгарылышка ээ болот.

Диагоналдуу туундулар матрицасы менен интегро-дифференциалдык теңдемелеринин системасы үчүн кошумча аргумент кийирүү усулунун колдонулушу 4.2 бөлүмүндө аткарылган.

Төмөнкүдөй интегро-дифференциалдык теңдемелер системасы

$$\frac{\partial u_i(t,x)}{\partial t} + a_i(x)\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial u_j(t,x)}{\partial x_j} = f_i(t,x) + \int_0^t K(t,s)u_i(s,x)ds, i=1,\ldots,n, \tag{12}$$

$(t,x) \in Q_1{}^n(T)$,

(8) – баштапкы шарттары менен берилген.

4.3. бөлүмүндө кубулган ядролуу, сызыктуу эмес, жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер системасы каралган.

Бул бөлүмдө төмөнкүдөй

$$\frac{\partial u_j(t,x)}{\partial t} + u_1(t,x)\frac{\partial u_j(t,x)}{\partial x} = \int_0^1\int_0^1\sum_{p=1}^{n} H_{jp}(t)K_{jp}(\tau,\xi)u_p(\tau,\xi)d\tau d\xi,$$
$$j=1,\ldots,n, (t,x) \in Q_1 .$$

сызыктуу эмес, жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелердин системасы

$$u_i(0,x) = x, \quad i=1,2,..,n, \quad x \in R$$

баштапкы шарты менен каралган.

Мындай системага мисал чыгарылган жана чыгарылышы тургузулган. Ошондой эле, жогорудагыдай баштапкы шартта бифуркациялык чыгарылышы менен мисал тургузулган:

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} + u(t,x)\frac{\partial u(t,x)}{\partial x} = \int_0^1\int_0^1 u^2(\tau,\xi)d\tau d\xi.$$

4.4. бөлүмүндөгү төртүнчү бап боюнча корутунду. Сызыктуу эмес, жекече туундулуу биринчи тартиптеги интегро-дифференциалдык теңде-мелер системаларынын ар кандай түрлөрү үчүн баштапкы маселелердин чыгарылыштардын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарт-тары алынган. Биринчи эки жыйынтык жогоруда көрсөтүлгөн көп мейкиндиктик өзгөрүлмөлүү, сызыктуу эмес, жекече туундулуу биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелердин системасы үчүн алынган тиешелүү жыйынтыктарды жалпылайт. Үчүнчү жыйынтык маселени алгебралык теңдемелер системасына келтирүүнүн жардамында алынган жана интегралдык мүчөсү менен теңдемелер үчүн өзгөчөлөнүп турат.

Интегралдык мүчөсү сызыктуу эмес болгон теңдемеге мисал тургузулган, чыгарылыштардын бифуркациясы (экиге айрылуусу) менен кралган.

Тиркемеде программа жана эсептөөнүн жыйынтыгы келтирилген.

Корутунду

Диссертацияда кошумча аргумент кийирүү усулу менен сызыктуу эмес, жекече туундулуу биринчи тартиптеги дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин түрдүү системалары үчүн, баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары алынган. Аны менен бирге эле, кубулган ядролуу сызыктуу эмес, жекече туундулуу биринчи тартиптеги интегро-дифференциалдык теңдемелердин системасынын чыгарылышы тургузулган.

Алынган жыйынтыктар көп мейкиндиктик өзгөрүлмөлөр учуру үчүн жалпыланган.

Диссертациянын жыйынтыктары так далилдөөлөр менен бекемделген.

Компьютердик программа түзүлгөн.

Диссертацияда жаңы жыйынтыктар алынып жана алар жекече туундулуу биринчи тартиптеги интегро-дифференциалдык теңдемелер теориясына белгилүү бир салымын сунуш кылат.

Иштелип чыккан сызыктуу эмес дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин системаларын чыгаруу үчүн кошумча аргумент кийирүү усулун колдонуу схемасын башка класстардагы сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелердин системаларын чыгаруу үчүн колдонууга болот.

Автор өзүнүн илимий жетекчиси ф.-м.и.д., доцент Аширбаева Айжаркын Жоробековнага изилдөө көйгөйүн коюп бергендиги жана ишке ар дайым көңүл бургандыгы үчүн терең ыраазычылыгын билдирет.

Диссертациянын негизги мазмуну төмөнкү макалаларда жарыяланган:

1. Мамбетов Ж.И. Решение системы интегро-дифференциальных уравнений методом дополнительного аргумента [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Ж. И. Мамбетов // Вестник ОшГУ. Специальный выпуск – Ош, 2013. – № 1. – С. 91-94.
2. Мамбетов Ж.И. Исследование системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных методом дополнительного аргумента [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Ж.И. Мамбетов // Вестник ЖАГУ. – Жалал-Абад, 2016. – № 1(32). – С. 34-37.
3. Мамбетов Ж.И. Решение системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных методом дополнительного аргумента [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Ж.И. Мамбетов // Естественные и математические науки в современном мире. Новосибирск, 2017. – № 1(48). – С.111-124.

4. Мамбетов Ж.И. Метод дополнительного аргумента для системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка со многими переменными [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Ж.И. Мамбетов // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. Бишкек, 2017. – № 5. – С. 87-90.
5. Мамбетов Ж.И. Решение нелинейного операторно-дифференциального уравнения в частных производных второго порядка со многими переменными методом дополнительного аргумента [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Э.А. Мамазиаева, Ж.И. Мамбетов // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. Бишкек, 2017. – № 5. – С. 81-86.
6. Мамбетов Ж.И. Построение решений системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с вырожденным ядром [Текст] / Ж.И. Мамбетов // Вестник ОшГУ. – Ош, 2017. – № 4. – С. 113-116.
7. Мамбетов Ж.И. Решение системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка со многими переменными [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Ж.И. Мамбетов // Международный научно-исследовательский журнал. 2018. – № 3(69). – С. 6-10.
8. Мамбетов Ж.И. Применение метода дополнительного аргумента для системы интегро-дифференциальных уравнений [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Ж.И. Мамбетов // Известия ОшТУ. – Ош, 2015. – № 1. – С. 103-105.
9. Мамбетов Ж.И. Решение системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с тремя переменными [Текст] / Ж.И. Мамбетов // Вестник ОшГУ. – Ош, 2018. – № 2. – С. 135-140
10. Mambetov Zh. Using the method of additional argument for system of integro-differential equations [Текст]/ Ashirbaeva A., Mambetov J. // Abstracts of the V Congress of Turkic world mathematicians, Bulan-Sogottu, Kyrgyzstan. 2014 / Ed. by Academician A. Borubaev. – P. 167.
11. Mambetov Zh. Using the method of additional argument for non-linear partial differential equations [Текст]/ Mambetov Zh. // Abstracts of the V International Scientific Conference «Asymptotical, Topological and Computer Methods in Mathematics», Bishkek, 2016 / Ed. by Academician A. Borubaev. – P. 43.
12. Мамбетов Ж.И. Метод дополнительного аргумента для системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка со многими переменными [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Ж.И. Мамбетов // Abstracts of Third International Scientific Conference «Actual problems of the theory of control, topology and operator equations» Bishkek, Cholpon-Ata, 19-22 June, 2017 / Ed. by Academician A. Borubaev. – P. 61.
13. Mambetov Zh. Method of additional argument for system of non-linear partial differential equations of the first order [Текст]/ Ashirbaeva A., Mambetov Zh. // Abstracts of VI Congress of the Turkic World Mathe-matical

Society, October 2-5, 2017 Astana, Kazakhstan / Ed. by Acad. B.T. Zhumagulov. – P. 37.
14. Мамбетов Ж.И. Решение системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка со многими переменными [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Ж.И. Мамбетов // II Борубаевские чтения, г. Бишкек, 1 марта 2018 года. Тезисы докладов. – С. 18.

Мамбетов Жоомарт Иманалиевичтин 01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдуу башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган «Сызыктуу эмес, жекече туундулуу биринчи тартиптеги дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер системасынын чыгарылыштарын кошумча аргумент кийирүү усулу менен изилдөө» аттуу диссертациялык ишинин

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер системасы, сызыктуу эмес теңдеме, интегро-дифференциалдык теңдеме, кошумча аргумент кийирүү усулу, Коши маселеси, кысуучу чагылтуулардын принциби.

Кошумча аргумент кийирүү усулунун негизинде, сызыктуу эмес, жекече туундулуу биринчи тартиптеги дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер системасын изилдөөнүн жалпы схемасы сунуш кылынган. Каралган теңдемелер системасы үчүн баштапкы маселелер интегралдык теңдемелер системаларына келтирилген. Чыгарылыштардын жашоосун далилдөө кысуучу чагылтуулардын принцибин колдонуу менен жүргүзүлөт.

Биринчи тартиптеги сызыктуу эмес, жекече туундулуу, дифференциалдык теңдемелер системасы үчүн, көп өзгөрмөлүү биринчи тартиптеги жекече туундулуу, сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелеринин жалпы системасы үчүн жана биринчи тартиптеги жекече туундулуу, сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелердин системасын кеңири классы үчүн каралган баштапкы маселенин чечиминин жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары алынган.

Кошумча аргумент кийирүү усулу боюнча теңдемелер системасын чыгаруу үчүн компьютердик программа түзүлгөн.

РЕЗЮМЕ

Мамбетов Жоомарт Иманалиевич

Диссертация «Исследование решений систем нелинейных дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка методом дополнительного аргумента» представлена на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Ключевые слова: Система дифференциальных уравнений в частных производных, нелинейное уравнение, интегро-дифференциальное уравнение, метод дополнительного аргумента, задача Коши, принцип сжимающих отображений.

Предложена общая схема исследования систем нелинейных дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка на основе метода дополнительного аргумента. Начальные задачи для таких уравнений сведены к системам интегральных уравнений. Доказательства существования решений проводятся с использованием принципа сжимающих отображений.

Получены достаточные условия существования и единственности решения начальной задачи для систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка, для общих систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка со многими пространственными переменными и для широких классов нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных.

Реализована компьютерная программа для решения систем уравнений по методу дополнительного аргумента.

SUMMARY

Mambetov Zhoomart Imanalievich

Dissertation "Investigation of solutions of system of non-linear partial differential and integro-differential equations of first order by means of the method of additional argument" submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences on specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control

Key words: system of partial differential equations, non-linear equation, integro-differential equation, method of additional argument, Cauchy problem, contracting mappings principle.

A scheme to investigate system of nonlinear partial differential and integro-differential equations on the base of the method of additional argument is proposed. Initial value problems for considered system of equations are reduced to systems of integral equations. Proving of existence of solutions is performed by means of applying the contracting mappings principle.

Sufficient conditions for the existence and uniqueness of the solution of the initial value problem for systems of nonlinear partial differential equations of the first order, for general systems of nonlinear partial differential equations of the first order with many spatial variables and for wide classes of nonlinear integro-differential partial differential equations are obtained.

A computer program for solving systems of equations by the method of an additional argument is implemented.

Подписано в печать ---.2018.

Формат 60*86 1/16. Объем 2 п.л. Тираж 120 экз. Заказ №05166

Редакционно-издательский отдел ОшТУ им. академика М.М. Адышева

723503 г. Ош, ул. Исанова 81а