

**КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН БИЛИМ БЕРҮҮ ЖАНА  
ИЛИМ МИНИСТРЛИГИ**

**ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ**

**КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР  
АКДЕМИЯСЫНЫН ТҮШТҮК БӨЛҮМҮНҮН ЖАРАТЫЛЫШ  
БАЙЛЫКТАРЫ ИНСТИТУТУ**

**ЖАЛАЛ-АБАД МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ**

**ДИССЕРТАЦИЯЛЫК КЕҢЕШ К.01.17.554**

Кол жазма укугунун негизинде

УДК 517.928

**Мурзабаева Айтбу Бусурманкуловна**

**СИНГУЛЯРДУУ ДҮҮЛҮККӨН ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК  
ТЕҢДЕМЕЛЕРДИ КУБУЛГАНДА КӨПТҮКТӨРДҮ БӨЛҮҮ  
МЕНЕН ИЗИЛДӨӨ**

01.01.02 – «Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык  
системалар жана оптималдуу башкаруу»

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук  
даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын

**АВТОРЕФЕРАТЫ**

Ош-2019

Диссертациялык жумуш Ош технологиялык университетинин “Колдонмо математика” кафедрасында аткарылган

**Илимий жетекчиси:** Алыбаев К.С. – физика-математикалык илимдердин доктору, профессор

**Расмий оппоненттер:** Арипов М.М.- физика-математикалык илимдердин доктору, профессор (Ташкент шаары, Өзбекстан)

Турсунов Д.А.- физика-математикалык илимдердин доктору, профессор (Ош шаары, Кыргызстан)

**Жетектөөчү мекеме:** КР УИАнын математика Институту

Дареги: Бишкек шаары, Чуй проспектиси, 265 а.

Диссертацияны коргоо 2019-жылдын «17» май күнү саат 14 дө 723500, Ош шаары, Ленин көчөсү, 331 дареги боюнча Ош мамлекеттик университетинин, Кыргыз Республикасынын улуттук илимдер академиясынын түштүк бөлүмүнүн жаратылыш ресурстары институтунун жана Жалал-Абад мамлекеттик университетинин алдындагы физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн уюштурулган К 01.17.554 диссертациялык кеңешинин жыйынында өткөрүлөт.

Диссертация менен Ош мамлекеттик университетинин Борбордук китепканасынан жана КРЖАК <http://vak.kg> сайтынан таанышууга болот.

Автореферат 2019 - жылдын ... жөнөтүлдү.  
Диссертациялык кеңештин  
Окумуштуу катчысы  
ф. -м.и.к., доцент

Бекешов Т.О.

## ЖУМУШТУН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

**Теманын актуалдуулугу.** Сингулярдуу дүүлүккөн теңдемелер(СДТ) физиканын, механиканын, электротехниканын, гидродинамиканын, автоматтык жөнгө салуу жана башкаруунун маселелерин чечүүдө пайда болот. Мисалга алсак СДТ кванттык механикада маанилүү ролду ойнойт. Мындай класстагы теңдемелерди изилдөөчүн Вентцель, Крамерс, Бриллюэн берилген СДТ чечимдеринин абалын изилдөөгө мүмкүндүк берген так эмес усулдарды түзүшкөн. Физиктер көпчүлүк учурларда чечимдердин абалын изилдөөгө мүмкүндүк берген асимптотикалык усулдарды ВКБ усулдары аташат. СДТ ошондой эле гидродинамиканын маселелерин изилдөөдө да пайда болот. Илешкек суюктуктун эки түрү жашайт: ламинардык жана турбуленттик. Биринчи агым ылдамдыктын вектор – функциясынын жардамы менен сүрөттөлөт, бирок жай жана каалгып өзгөрөт, вектор талаанын түз сүрөттөлүшү математикалык физиканын так жана ачык маселеси болот. Турбуленттик агымдагы болуп өткөн өзгөрүүлөр абдан тез жана регулярдуу эмес, аны статистикалык терминдерде гана сүрөттөөгө мүмкүн. Агымдын ылдамдыгы өсүп же суюктуктун илешкектиги азайганда, ламинардык абалдан турбуленттикке өтүү күтүлбөгөн жерден болуп турат. Мунун натыйжасында бул абалдардын арасындагы айырмачылыктар сандыкка караганда (абалдары сапаттык ар түрдүү) көбүрөөк сапаттык болот. Бул кубулуштун жалпы кабыл алынган түшүндүрүүсү болуп, агымда пайда ламинардык дүүлүгүлөр убакыттын өтүшү менен өчөт, б.а “туруктуу” болот, ошол убакытта турбуленттик агымда аныкталган дүүлүгүлөр мурдагы абалды толугу менен өзгөртөт.

Бул кырдаалды анализдөөчүн ламинардык агымдын кичине дүүлүгүсүндө, Навье-Стокстун сызыкташтырылган теңдемелерин колдонуу аракети болгон. Мындай ыкма Рэлейге таандык. Бул теорияда башкы ролду Орра-Зоммерфельданын теңдемеси ойнойт. Берилген теңдемеде  $R$ ,  $\alpha$  параметрлери катышат. ( $R$ -Рейнольдстын саны и  $\alpha$ - термелүүчү дүүлүгүлөрдүн жыштыгы).  $\alpha \cdot R$  дин чоң маанилеринде ламинардык абалдан турбуленттикке өтүү болот. Мындан башка теңдеме комплекстик тегиздикте бурулуу чекитине ээ. Эгерде  $\varepsilon = (R\alpha)^{-\frac{1}{2}}$  кичине параметри киргизилсе, анда Орра-Зоммерфельданын теңдемеси СДТге айланат. Теңдемелердин мындай класстарын Вазов, Рабенштейн, Линь, Лангер, Сибуйлар изилдешкен.

Мындай теңдемелердин класстары үчүн чыгарылыштардын асимптотикалык ажыралмасын тургузуу деп аталып К.А.Алымкулов тарабынан, өзү түзгөн чектик функциялардын жалпыланган усулу аркылуу жүргүзүлгөн.

Азыркы убакта СДТдин ар түрдүү класстары изилденген. Биз негизинен кичине параметрдин ( $\varepsilon = 0$ ) нөлдүк маанисинде тартиби төмөндөөчү СДТди изилдөөгө арналган жумуштарды анализдейли.

СДТдин баштапкы жана чектик шарттары менен чыгарылыштары изилденген жумуштарга Л.С.Понтрягиндин, Е.Ф.Мищенкоун,

Н.Х.Розовдун, А.Н.Тихоновдун, А.Б.Васильеванын, В.Ф.Бутузовдун, М.И.Иманалиевдин, К.Алымкуловдун, П.С. Панковдун, К. Какишовдун, С. Каримовдун, К.С.Алыбаевдин, Г.М. Кененбаеванын, Д.Турсуновдун, К.Б. Тампагаровдун жумуштарын киргизүүгө болот.

Л.С.Понтрягиндин, Е.Ф.Мищенкоун, Н.Х.Розовдун жумуштарында релаксациялык термелүүлөр изилденген, ал эми А.Н. Тихонов жалпы түрдө боюнча пределге өтүү жөнүндөгү маселени чечкен, берилген СДТ(R)нин чыгарылышы боюнча кубулган теңдеменин чыгарылышына умтулуунун жетиштүү шарттарын келтирген. А.Б.Васильева  $\varepsilon$  параметри боюнча чыгарылыштын асимптотикалык ажыралмасын түзгөн жана В.Ф. Бутузов менен биргеликте СДТди чектик шарттары менен изилдешкен. Баштапкы секириктери менен СДТлер М.И. Вишиктин, Л.А.Люстерниктин жана К.А.Касымовдун жумуштарында изилденген. Чектик шарттары менен СДТлер К. Алымкуловдун жумуштарында, ал аркылуу иштелген усулдарды колдонуу менен изилденген. М.И.Иманалиев интегро-дифференциалдык СДТдин чечимдеринин ажыралмасын алуунун бир топ ыңгайлуу усулун иштеп чыккан. М.И.Иманалиев жана П.С. Панков, Г.М.Кененбаева СДТ теориясында бир катар жаңы кубулуштарды табышкан. К.Какишов СДТнин он жагы көз каранды эмес өзгөрмөнүн кээ бир маанилеринде үзүлүүгө ээ болгон учурду караган жана М.И. Иманалиевдин методун колдонуп чечимдин асимптотикалык ажыралмасын түзгөн.

С.Каримов, К.С.Алыбаев, Д.Турсунов, К.Б. Тампагаров СДТдин чечимдерин комплекстик аймакта изилдешкен. Берилген СДТнин чечимдери, тиешелүү болгон кубулган теңдемелер (КТ) жалгыз чечимге ээ учурда, кошумча шарттары менен изилденген.

СДТдин теория системасында жаңы эффектерди жана кубулуштарды системалуу издөө үчүн СДТ(R) (чыныгы аргументтүү СДТ) кубулган системанын чечимдеринин көптүгүн чекиттик деп кароо сунушталган, ал эми СДТ(C) (комплекттүү аргументтүү СДТ) үчүн изилдөөлөр жүргүзүлгөн эмес.

Кубулган теңдеме эки же андан көп чечимге ээ болуп, (КТ)нин чечимдерин бөлүү аркылуу СДТ(RVC) изилдөө актуалдуу маселе болот жана бул маселени чечүү берилген жумуштун негизги мазмунун түзөт.

**Диссертациянын темасынын илим изилдөө жумуштар менен байланышы.** Жумуш Ош технологиялык университетинин «Колдонмо математика» кафедрасынын илим изилдөө темасы менен байланышта аткарылган.

**Изилдөөнүн максаты.** 1.Берилген СДТнин чечиминин ага тиешелеш болгон (КТ)нин чечимине асимптотикалык жакындашуусун изилдөө. 2. Башкы көптүктү (БК) бөлүүгө негизделген СДТ(RVC) изилдөөнүн бирдиктүү усулун иштеп чыгуу. 3.(БК) бөлүү, тартуучу көптүктөр жана алар менен байланышкан башка түшүнүктөрдү аныктоо. 4. (БК) бөлүү усулун иштеп чыгуу. 5. (КТ) чечимдери үчүн (кабыл алынган аныктамаларга ылайык)

тартуучу жана чектеш тартуучу көптүктөрдүн жашашын далилдөө.6. СДТ(С) үчүн тартуучу аймактардын чектерин аныктоо.

**Изилдөөнүн усулдары:** - Берилген негизги функцияларды (НФ), негизги вектор функцияларды (НВФ) жана кубулган теңдемелердин чечимдеринин көптүгүн колдонуу менен (БК) бөлүү; - Изилденүүчү маселени эн жөнөкөй түргө алып келүүчү аймактарды конформдуу чагылдыруу; - Интегралдардын асимптотикалык туюнтулушу; - СДТ чечимдеринин жана тартуучу көптүктөрдүн жашашын далилдөөдө колдонуу; - Удаалаш жакындаштырууну; - Удаалаш жакындаштырууну бир калыпта жыйналуучулугун далилдөө үчүн катарларды салыштырууну пайдалануу.

**Илимий жаңылык:** 1. (КТ) бир нече чечимдерге ээ болгон учурда  $\text{СДТ}(R \vee C)$  чечимдерин изилдөөнүн (БК) бөлүүгө негизделген усулду иштетиши. 2. (КТ) чечимдери үчүн тартуучу көптүк түшүнүгү киргизилүү менен (БК) бөлүктөрүнүн жана (КТ) чечимдеринин ортосундагы байланыш түзүлгөн. 3. (КТ) айрым чечимдери үчүн тартуучу көптүктүн жашабай калган учурлары каралган. 4.  $\text{СКТ}(R)$  үчүн тартуучу интервалынын жана бириктирилген системанын (А.Н.Тихонов боюнча) тынч абал чекитинин туруктуулук интервалынын ортосундагы байланыш изилденген. 5. Тартуучу аймактын баштапкы маанилерден көз карандылыгы далилденген жана тартуучу аймактардын кенейтүү мүмкүнчүлүктөрү каралган. 6.  $\text{СКТ}(C)$  чечимдерин кандайдыр бир сызыктарда көрсөтүү аркылуу тартуучу аймактардын жашашы далилденген. 7. Тартуучу көптүктөрдүн жашашы (КТ) чечимдеринин туруктуулук шарты колдонулбай ишке ашырылган.

**Диссертациялык жумуштун теориялык мааниси.** Жумушта (КТ) бир нече чечимдерге ээ болгон СДТди изилдөөнүн жаңы усулу иштелип чыккан. Усулдун негизин жаңы киргизилген түшүнүктөр: (БК)дү бөлүү, тартуучу көптүк жана алар менен байланышкан түшүнүктөр түзөт. Биринчи жолу берилген СДТлердин чечимдери каралган аймактардын кээ бир сызыктарында жана римандык беттерде көрсөтүлгөн.

**Жумуштун практикалык баалуулугу.** Жумушта алынган жыйынтыктар бир нече стационардык чечимдерге ээ болгон жана дүүлүгүнүн (ички жана сырткы) таасири менен бир абалдан башка бир абалга көз ирмемде өткөн (суюктуктун илешкээктүүлүк менен агымы учурундагыдай) процесстерди изилдөөдө колдонулушу мүмкүн. Мындай процесстер кванттык физикада, гидродинамикада, дүүлүгүү теориясында, термелүүдө, автоматтык жөнгө салуу теориясында, башкарууда, электротехникада, радиотехникада, механизмдер жана машиналар теориясында байкалат. Ошондой эле жыйынтыктарды “Математика” багыты боюнча студенттер, магистрлер, аспиранттар үчүн сингулярдуу дүүлүккөн теория боюнча лекциялык курстарды окууда, СДТлер менен байланышкан башка теоретикалык маселелерди чечүү үчүн колдонсо болот.

### **Коргоого коюлган негизги жоболор**

1. Кубулганда чечимдин жалгыздыгын жоготкон СДТди системалуу изилдөө үчүн башкы көптүктөр (БФ), негизги функциялар (НФ),

негизги вектор функциялар (НВФ), башкы көптүктөрдү (БК) бөлүү түшүнүктөрүн киргизүү менен жаңы усул иштелип чыккан.

2. (НФ) жана (НВФ) колдонуу менен (БК) бөлүү жүргүзүлгөн.
3. (КТ) чечимдерин бөлүүчү (КТ) чечимдеринин тартуучу көптүгү түшүнүгү киргизилген.
4. Тартуучу көптүктөрдүн жашашынын жалпы шарттары келтирилген.
5. Тартуучу аймактардын чектерин аныктоо жана кеңейтүү, маселелери чечилген.

**Жумуштун апробациясы.** Жумуштун жыйынтыктары төмөнкү семинарларда жана конференцияларда баяндалган жана талкууланган.

- Кыргызстандын түштүгүндөгү математиктердин илимий семинарында (профессор, КР УИА корреспондент-мүчөсү К. Алымкуловдун жетекчилиги астында);
- Жалал-Абад мамлекеттик университетинин илимий семинарында (ф.-м.и.д, профессор К.С.Алыбаевдин жетекчилиги астында);
- М.М.Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин “КМ” кафедрасынын илимий-методикалык семинарларында (Ош ш.,Кыргызстан,2008-2018ж);
- Бүткүл дүйнөлүк түрк тилдүү мамлекеттердин математикалык коомунун V конгрессинде (Булан-Соготту а., Кыргызстан, июнь, 2014-ж.);
- Ысык-Көлдөгү эл аралык математиктердин форумунда (Бостери а.,Кыргызстан, июнь, 2015-ж.);
- Академик М.И. Иманалиевдин 85 жылдыгына арналган “Математиканын асимптотикалык, топологиялык жана компьютердик усулдары” аттуу V эл аралык илимий конференциясында (Бишкек ш.,сентябрь, 2016-ж.)
- Академик А.Жайнговдун 75 жылдыгына арналган “Илимде, техникада жана билим берүүдө маалыматтык технологиялар жана математикалык моделдер” аттуу эл аралык илимий конференцияда (Бишкек ш.,октябрь, 2016-ж.);
- Ош технологиялык университетинин “ОшТУнун илимий сессиясы”аттуу семинарында (Ош ш., Кыргызстан,январь, 2016-ж.);
- “Илимдеги инновациялар” аттуу эл аралык илимий-практикалык конференцияда (Новосибирск ш., Орусия, ноябрь, 2016-ж.);
- “Табигый жана математикалык илимдер” аттуу эл аралык илимий-практикалык конференцияда (Новосибирск ш.,Орусия, декабрь,2016-ж.);
- “Бекболотовдук окуулар” аттуу илимий-практикалык конференцияда (Жалал-Абад ш.,Кыргызстан, февраль, 2017-ж.);
- Илим күнүнө арналган илимий-практикалык конференцияда (Жалал-Абад ш., Кыргызстан, ноябрь,2017-ж.);
- “Илимдин жыйынтыктары теорияда жана практикада” аттуу эл аралык илимий-практикалыкконференцияда (Москва.Орусия,декабрь,2017ж);
- “П.Бөрүбаевдик окуулар” атуу эл аралык илимий конференцияда (Бишкек ш., март, 2018);

- ЖАМУнун 95 жылдыгына арналган эл аралык илимий-практикалык конференцияда (Жалал-Абад ш., Кыргызстан, апрель, 2018-ж.);
- Академик А.М. Самойленконун 80 жылдыгына арналган “Математикалык анализ, дифференциалдык тендеме жана колдонулуштар” аттуу 8-эл аралык MADEA 8 конференцияда (Бишкек-Чолпон-Ата ш., Кыргызстан, июнь, 2018-ж.);
- “Анализ жана колдонмо математика боюнча эл аралык конференция” (ИСААМ) аттуу эл аралык илимий конференцияда (Лефкоса ш., Түндүк Кипр, 2018-ж.);
- “Учурдагы илимдин теориялык жана практикалык суроолору” аттуу эл аралык илимий-практикалык конференцияда (Москва ш., Орусия, июль, 2018-ж.);

**Жарыя наамалар.** Диссертациянын негизги натыйжалары 11 макалада жана 6 баяндама тезистер түрүндө жарык көргөн. Биргелешкен жумуштарда К.С.Алыбаевке маселенин коюлушу, ал эми авторго бүтүндөй коюлган маселени чечүү таандык. РИНЦ системасы боюнча бардыгы 11 жумуш жарык көргөн: анын ичинен 4макала Кыргызстандын РИНЦнен, 6 макала Россиянын РИНЦнен, аларды ичинен 2 макаланын импакт фактору 0,207, 2 макаланын импакт фактору 0,149, бир макала импакт фактору 0,22 Scopus тан жарык көргөн.

КР ЖАКы кабыл алган упайларды эсептөө шкаласы боюнча жарык көргөн жумуштардын жыйынтыгы -240 упайды түздү.

**Жумуштун көлөмү жана структурасы.** Жумуш мазмундан, шарттуу белгилердин тизмесинен жана аныктамалардан, жумушта кабыл алынган түшүнүктөрдөн жана кыскача колдонулган математикалык жазмалардан, кыскартуулардан, киришүүдөн, базалык жана далилдөөчү бөлүктөрдөн турат. 1-глава жана 2-глава базалык бөлүктү түзүшөт. Далилдөөчү бөлүк 3-4-главадан турат. Главалар параграфтарга, ал эми параграфтар (зарыл болгондо) бөлүкчө пункттарга бөлүнгөн. Ар бир главадан кийин глава боюнча жалпы бүтүмдөр, ал эми аягында жумуштун жыйынтыгы келтирилген. Колдонулган булактардын тизмеси 94 аталыштан турган тизме түзүлгөн. Диссертация жалпы көлөмү машина жазмасында Times News Roman менен 14 өлчөмүндө КР ЖАКтын президиумунун 28.06.2018 №112токтомунун бекитилген көрсөтмөсүнө ылайык терилген жана жалпы көлөмү 150 бетти түзөт. Диссертациялык жумушта 33 сүрөт камтылган. Главаларды номерлөө –(удалаш) коюлган. Параграфтын номери чекиттер менен бөлүнгөн эки сандан турат. Биринчи сан главанын номерин, ал эми экинчиси параграфтын номерин билгизет. Теоремалар, аныктамалар, формулалар, сүрөттөр жана шарттар үч сан менен номерленген. Биринчи сан главанын номерин, экинчи- параграфтын номерин, ал эми үчүнчү-теореманын, аныктаманын, формуланын, сүрөттүн жана шарттын номерлерин билгизет. Ошондой эле параграфтын бөлүкчө пункттары үч сан менен номерленген жана биринчиси главанын номерин, экинчиси параграфтын, ал эми үчүнчүсү бөлүкчө пункттун номерин билдирет.

### **Жумушта төмөнкү аныктамалар кабыл алынган:**

**Аныктама 1.** 1. (НФ) же (НВФ) жана, (НФ) же (НВФ) аныкталган  $\Delta$  көптүгү берилген. 2. (НФ) жана (НВФ)га  $\{(U)\}$  шарттары коюлган. 3.  $\{(U)\}$  шарттары  $\Delta$  көптүгүн бөлүктөргө бөлөт. 1-3 шарттары аткарылганда  $\Delta$  көптүгүн  $\{(U)\}$  шарттарына карата бөлүү жүргүзүлдү деп айтабыз.

**Аныктама 2.** Теңдеменин көз каранды эмес өзгөрүлмөлөрүнүн маанилеринин көптүгүн башкы көптүктөр деп атайбыз жана (БК) деп белгилейбиз.

**Аныктама 3.**  $z(t, \varepsilon)$  – берилген СДТнин чечими (кээ бир баштапкы шарттарды канаттандыруучу) болсун жана  $\xi(t)$  -  $\Delta$  көптүгүндө аныкталган СДТ тиешелеш (КТ)нин чечими болсун. Эгерде  $\forall t \in \Delta (z(t, \varepsilon) \rightarrow \xi(t) \in \text{боюнча})$  болсо, анда  $\Delta \xi(t)$  чечиминин тартуучу көптүгү деп атайбыз жана  $\Delta(\xi(t))$  көрүнүштө белгилейбиз.

§2.1де өтө анык жана түшүндүрмөлүү аныктамалар берилген. “Көптүк” түшүнүгү эки мааниде колдонулат. Эгерде  $t \in R$  болсо, анда “көптүк”  $\equiv$  “интервал”;  $t \in S$  болсо, “көптүк”  $\equiv$  “аймак”.

**Аныктама 4.** 1.  $\Delta = \Delta_1 \cup \Delta_2$ . 2.  $\Delta_1(\xi_1(t))$ ,  $\Delta_2(\xi_2(t))$  мында  $\xi_1(t)$ ,  $\xi_2(t)$  – (КТ)нин чечимдери болушсун. Эгерде 1-2-шарттар аткарылса, анда  $\Delta_1$  жана  $\Delta_2$  көптүктөрүн чектеш тартуучу көптүктөр деп атайбыз.

### **Жумуштун кыскача мазмуну**

1-глава бул жумушка өз ара байланышы бар мурда жумуштардын кыскача жыйынтыктарын камтыйт жана үч параграфтан турат.

Биринчи параграфта А.Н.Тихоновдун пределге өтүү, А.Б.Васильева, М.И.Иманалиев жана алардын окуучулары тарабынан алынган чектик катмарлардын, ошондой эле Л.С. Понтрягин, Е.Ф. Мищенко тарабынан алынган релаксациялык термелүүнүн теориясын жана М.И.Иманалиев, П.С.Панков жана Г.М.Кененбаева тарабынан жүргүзүлгөн СДТ(R) теориясындагы “эффекттер” жана “кубулуштар” боюнча жыйынтыктар камтылган.

Пределге өтүү теориясында жана чектик катмарларда берилген СДТ(R)ге тиешелеш (КТ)лер бир чечимге ээ болушат. Релаксациялык термелүүлөрдү изилдөөдө (КТ)нин чечимдеринин туруктуулугу колдонулган. Жаңы “эффектерди” жана “кубулуштарды” алуу үчүн (КТ)нин чечиминин көптүгү (КТ)нин ар бир чечимдери бөлүнбөстөн чекиттик көптүк катары каралган.

**§1.2** СДТ(C) М.А.Шишкова, А.И. Нейштат, К.С.Алыбаев, Г.М.Анарбаева, Д.А. Турсунов, М.А. Азимбаев, К.Б.Тампагаров тарабынан алынган изилдөөлөрдүн натыйжаларын камтыйт. Жогорудагы көрсөтүлгөн жумуштарда берилген СДТ(C)лер кубулганда жалгыз, обочолонгон чечимге ээ болушат. Буга чейин кубулганда бир нече чечимге ээ болгон СДТ(C)лер изилденген эмес. **§1.3** тө 1-глава боюнча бүтүм келтирилген.

**2-глава** маселенин жалпы коюлушун жана колдонулуучу жардамчы материалдарды камтыйт жана сегиз параграфтан турат.

**§1.2ге** маселенин жалпы коюлушу киргизилген. Берилген жумуштун негизги изилдөө объектиси болуп  $n(n \geq 1)$  биринчи тартиптеги СДТ( $R \vee C$ ) турган

$$\varepsilon z'(t, \varepsilon) = f(t, z(t, \varepsilon)) \quad (1)$$

$$z(t_0, \varepsilon) = z^0(\varepsilon) \quad (2)$$

баштапкы шарты менен каралат.  $t \in \Delta \subset C$  и  $\Delta$  - бир байламталуу аймак,  $t_0 \in \Delta$  жана анын ички чекити;  $z(t, \varepsilon) = colon(z_1(t, \varepsilon), \dots, z_n(t, \varepsilon))$ ,  $n \in N$ ;  $f(t, z)$ -  $t, z$  өзгөрүлмөлөрү боюнча кандайдыр бир  $N$  аймагында аныкталган комплекс маанилүү аналитикалык функция,

$$f(t, z) = colon(f_1(t, z), f_2(t, z), \dots, f_n(t, z)).$$

(1)ге тиешелеш (КТ) $f(t, \xi(t)) = 0$  түргө ээ. (3)

(3) система  $\xi_j(t)$  ( $j = 1, \dots, k$ ) обочолонгон чечимге ээ болот деп эсептейли.

**Аныктама 2.1.1.** Эгерде  $\xi_j(t) \in Q(\Delta)$  жана  $\forall t \in \Delta (\xi_j(t) \neq \xi_m(t) j \neq m)$ , анда  $\xi_j(t)$  жана  $\xi_m(t)$  чечимдери  $\Delta$  аймагында обочолонгон деп аталат.  $Q(\Delta)$ -  $\Delta$  аймагындагы аналитикалык функциялардын мейкиндиги.

**Аныктама 2.1.2.** Шарттар аткарылсын 1.  $t_0$  чекитин камтыган  $\Delta_j \subset \Delta$  аймак жашасын. 2.  $\forall t \in \Delta_j$  (1)-(2) маселесинин чечими  $z(t, \varepsilon)$ , жашасын.

3.  $\forall t \in \Delta_j (z(t, \varepsilon) \rightarrow \xi_j(t) \varepsilon$  боюнча).

Бул шарттар аткарылганда  $\Delta_j$  аймагын  $\xi_j(t)$  чечиминин тартуучу аймагы деп атайбыз. (1)-(2) маселе  $t \in [t_0, T]$  - чыныгы октун кесиндисинде каралсын жана (3) кубулган теңдеме  $t \in [t_0, T]$  аралыкта аныкталган  $\xi_j(t)$

( $j = 1, 2, \dots, k$ ) чечимдерге ээ болсун.

**Аныктама 2.1.3.** Эгерде  $\xi_j(t) \in C^1([t_0, T])$  жана  $\forall t \in [t_0, T]$

( $\xi_j(t) \neq \xi_m(t) j \neq m$ ) болсун, анда  $\xi_j(t)$  жана  $\xi_m(t)$  чечимдер  $[t_0, T]$  да обочолонгон деп аталат.

**Аныктама 2.1.4.** 1.  $(t_0, t_j) \subset [t_0, T]$  интервалы жашасын; 2.  $\forall t \in (t_0, t_j)$  (1)-(2) маселесинин  $z(t, \varepsilon)$  чыгарылышы жашасын; 3.  $\forall t \in (t_0, t_j) (z(t, \varepsilon) \rightarrow \xi_j(t) \varepsilon$  боюнча); анда  $(t_0, t_j)$  ны  $-\xi_j(t)$  чечиминин тартуучу интервалы деп атайбыз.

**Маселе.** (1) теңдемесинин оң жагына кандай шарттарды канаттандырганда  $\xi_j(t)$  чечимдеринин тартуучу аймактары (интервалдары) жашайт?

Кийинки изилдөөлөрдүн негизин ар түрдүү биринчи тартиптеги СДТ( $R$ ) жана СДТ( $C$ ) же алардын системасы үчүн коюлган маселени чечүү түзөт.

**§2.2** негизги функциялар (НФ), негизги вектор функциялар (НВФ) жана башкы көптүктөрдү бөлүү аныкталган. Эгерде (СДТ) берилсе

$$\varepsilon z'(t, \varepsilon) = a(t)z(t, \varepsilon) + \varepsilon b(t) + f(t, z(t, \varepsilon)), \quad (4)$$

анда  $t$  боюнча анын оң жагы кандайдыр бир  $\Delta$  көптүгүн аныктайт.

**Аныктама 2.2.1.**  $a_j(t)$  функциясын негизги функция (НФ) деп атайбыз.

Бир нече теңдемеден турган биринчи тартиптеги система каралсын.

$$\varepsilon z'(t, \varepsilon) = A(t)z(t, \varepsilon) + \varepsilon b(t) + f(t, z(t, \varepsilon)), \quad (5)$$

мында  $A(t)$  -  $n \times n$  тартибиндеги квадраттык матрица;  $b(t) = colon(b_1(t), \dots, b_n(t))$ ,  $f(t, z) = colon(f_1(t, z), \dots, f_n(t, z))$ ;  $t \in \Delta$  жана тиешелеш кубулган система  $\xi_k(t)$  -  $n$  чендүү вектор-мамыча ( $k = 1, 2, \dots, m$ ) обочолонгон чечимдерге ээ болсун.

(5) системада  $z(t, \varepsilon) = \xi_k(t) - v_k(t, \varepsilon)$  деп алуу менен, мында  $v_k(t, \varepsilon)$  - жаңы белгисиз вектор функция, төмөнкү системаны алабыз

$$\varepsilon v'_k(t, \varepsilon) = A_k(t)v_k(t, \varepsilon) + \varepsilon b_k(t) + f_k(t, v_k(t, \varepsilon)). \quad (6)$$

$A_k(t)$  матрицасы ар бир бекемделген  $k$  үчүн ар түрдүү  $a_{kj}(t)$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) өздүк маанилерге ээ болсун. Бул учур үчүн  $\Delta$  (бекемделген  $k$  да) көптүгү  $\{a_{kj}(t), b_{kj}(t), f_{kj}(t, v_k)\}$  жыйындылар менен аныкталат.

**Аныктама 2.2.2.**  $a_{k0}(t) = (a_{k1}(t), \dots, a_{kn}(t))$  вектор функциясын негизги вектор- функция (НВФ) деп атайбыз.

Кубулган теңдеменин (системанын) чечимдери ар түрдүү тартуучу көптүктөргө ээ болорун алдын ала күтүүгө болот жана негизги маселе мындай көптүктөрдү тактоо болуп калат. Ошентип, тартуучу көптүктүн жашашын далилдөө үчүн алдын-ала кандайдыр бир каражаттардын жардамы менен көптүктөрдү бөлүккө бөлүүнү жүргүзүү жана тартуучу көптүктөр боло турган бөлүктөрдү ажыратып алуу керек. Демек көптүктөрдү “бөлүү” эки түзүүчүдөн турат: “көптүктөрдү бөлүккө бөлүү” жана “бөлүктөрдү тандап алуу”. (БК)тү бөлүү (НФ) же (НВФ) колдонуу менен ишке ашырылат, ал эми тандоо жана тартуучу жашашы көптүктөрдүн теоремаларда тастыкталат.

**§2.3** гармоникалык функциялардын дэнгээл сызыктарынын касиеттерине тийиштүү болгон материалдарды камтыйт.

**§2.4** тө гармоникалык функцияларды колдонуу менен аймактарды бөлүү ыкмалары баяндалган.  $a_j(t)$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) функциясы берилип жана U 2.4.1  $a_j(t) \in Q(\Delta)$  жана  $\forall t \in \Delta (a_j(t) \neq 0)$  шарты аткарылсын.

$A_j(t) = \int_{t_0}^t a_j(\tau) d\tau$  функциялары аныкталган, мында  $t_0 \in \Delta$  жана анын ички чекити,  $t = t_1 + it_2$ ,  $Re A_j(t) = A_{j1}(t_1, t_2)$ ,  $Im A_j(t) = A_{j2}(t_1, t_2)$ .

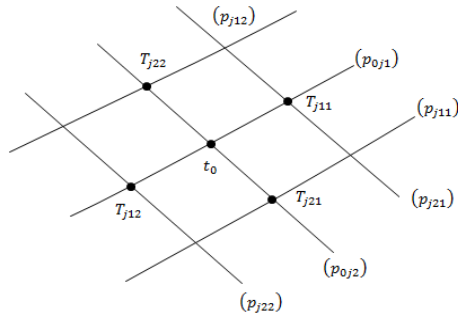
$(p_{0j1}) = \{t \in \Delta \mid Re A_j(t) = 0\}$  сызыгы  $\Delta$  аймагын  $\Delta_{j11}, \Delta_{j12}$  бөлүктөргө бөлөт.

$$(\forall t \in \Delta_{j11} (A_{j1}(t_1, t_2) \leq 0) \wedge \forall t \in \Delta_{j12} (A_{j1}(t_1, t_2) \geq 0)) \quad (A1)$$

шарты кабыл алынган. Ушундай эле  $(p_{0j2}) = \{t \in \Delta \mid Im A_j(t) = 0\}$  сызык  $\Delta$  аймагын  $\Delta_{j21}, \Delta_{j22}$  бөлүктөргө бөлөт.

$$(\forall t \in \Delta_{j21} (A_{j2}(t_1, t_2) \leq 0) \wedge \forall t \in \Delta_{j22} (A_{j2}(t_1, t_2) \geq 0)) \quad (A2)$$

шарты алабыз.  $(p_{j11}), (p_{j12}), (p_{j21}), (p_{j22})$ :  $(p_{j1k}) = \{t \in \Delta \mid Re A_j(t) = p_{j1k} - const\}$ ,  $(p_{j2k}) = \{t \in \Delta \mid Im A_j(t) = p_{j2k} - const\}$ , ( $k = 1, 2$ ) дэнгээл сызыктары менен чектелген  $\Delta_{j0}$  аймак аныкталган. 1- сүрөт.



1-сүрөт

$t_0$  чекити  $\Delta_{j_0}$  аймагынын ички чекити болот.

**Аныктама 2.4.1.**  $\Delta_{j_0}$  аймагын базалык деп атайбыз жана  $\Delta_{j_0}(B)$  белгилейбиз.

**§ 2.5те** §2.4тө аныкталган базалык аймактарды  $w = A(t)$  ( $j$  - фиксированное) конформдуу чагылдыруусун колдонуу  $w$  тегиздигинин  $(\mathcal{P}_{j_0})$ тик бурчтугуна чагылдырылган.

**§ 2.6** §2.4тө аныкталган базалык аймактардын кесилиши жөнүндөгү маселени чечүүгө арналган.  $\Delta_{j_0}(B) (j = 1, 2, \dots, n)$  базалык аймактар аныкталсын.  $ReA_j(t) \leq 0$  боло турган  $\bigcap_j \Delta_{j_0} = \Delta_0$  жашайбы? Ар бир өзүнчө алынган  $\Delta_{j_0}(B)$   $ReA_j(t) = A_{j_1}(t_1, t_2) \leq 0$  аткарылган бөлүккө ээ.  $\Delta_0(B1)$  белгилөөсү киргизилет.

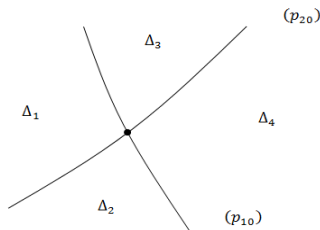
**Аныктама 2.6.1.**  $\Delta_0(B1)$  аймагын 1-түрдөгү базалык аймак деп атайбыз.  $a_j(t) (j = 1, 2), t \in \Delta$  функциялары каралат жана  $a_j(t)$  үчүн U2.4.1 шарты жана (A1), (A2) макулдуктары аткарылат.  $A_{j_1}(t_1, t_2) = Re \int_{t_0}^t a_j(\tau) d\tau$  функциялары үчүн  $\Delta_{0j}(B1)$  төрдө белгиленген 1- түрдөгү базалык аймактар жашайт. Кандай шарттарда  $\bigcap_{j=1}^2 \Delta_{0j}(B1) = \Delta_{02}$  жашайт деген маселеси коюлат.  $\Delta_{02}(B2)$  белгилөөсү киргизилген.

**Аныктама 2.6.2.**  $\Delta_{02}(B2)$  аймагын 2-түрдөгү базалык аймак деп атайбыз.  $(p_{j_1}) = \{t \in \Delta | A_{j_1}(t_1, t_2) = p_{j_1} - const\} j = 1, 2$  денгээл сызыктары аныкталган жана  $\{(p_{j_1})\}$  көптүктөрү түзүлгөн.

U2.6.1 Каалагандай  $(p_{11}) \in \{(p_{11})\}$  жана  $(p_{21}) \in \{(p_{21})\}$  сызыктары бир гана чекитте кесилишет шарты аткарылсын.

U2.6.1 шартына ылайык  $\Delta$  аймагы төрт  $\Delta_k (k = 1, 2, 3, 4)$  бөлүккө бөлүнөт жана бир гана бөлүгүндө  $A_{j_1}(t_1, t_2) \leq 0 (j = 1, 2)$  аткарылат, ал эми калган бөлүктөрдө  $A_{j_1}(t_1, t_2)$  функциялары биргеликте ар түрлүү белгилерге ээ.  $A_{j_1}(t_1, t_2) \leq 0 (j = 1, 2)$  болгон бөлүк  $\Delta_1$  деп болуп белгиленет (2-сүрөт).

2.6.1 аныктамага ылайык  $\Delta_1$  аймагы 2-түрдөгү базалык аймак болот.



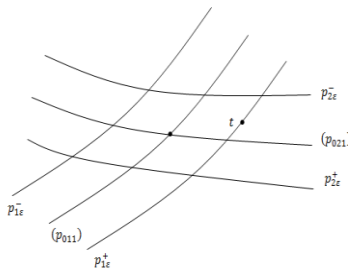
2-сүрөт.

$\forall t \in \Delta_1 (A_{j1}(t_1, t_2) \leq 0), \forall t \in \Delta_2 (A_{11}(t_1, t_2) \leq 0, A_{21}(t_1, t_2) \geq 0), \forall t \in \Delta_3 (A_{11}(t_1, t_2) \geq 0, A_{21}(t_1, t_2) \leq 0), \forall t \in \Delta_4 (A_{j1}(t_1, t_2) \geq 0).$  (A3)

макулдашуусу кабыл алынган. Кийинки изилдөөлөр үчүн  $\Delta_k$  аймагын бөлүү жүргүзүлгөн.  $(p_{1\varepsilon}^\pm) = \{t \in \Delta \mid A_{11}(t_1, t_2) = \mp \varepsilon \ln \varepsilon\},$

$(p_{2\varepsilon}^\pm) = \{t \in \Delta \mid A_{21}(t_1, t_2) = \mp \varepsilon \ln \varepsilon\}$  денгээл сызыктары киргизилген.

$\Delta$  аймагын бөлүү (3-сүрөттө) көрсөтүлгөн.



3-сүрөт

$(p_{1\varepsilon}^-)$  жана  $(p_{2\varepsilon}^-)$  менен чектелген  $\Delta_1$  бөлүгү  $\Delta_{1\varepsilon}$ ;  $(p_{1\varepsilon}^-)$  жана  $(p_{2\varepsilon}^+)$  менен чектелген  $\Delta_2$  бөлүгү  $\Delta_{2\varepsilon}$ ;  $(p_{1\varepsilon}^+)$  жана  $(p_{2\varepsilon}^-)$  менен чектелген  $\Delta_3$  бөлүгү  $\Delta_{3\varepsilon}$ ;  $(p_{1\varepsilon}^+)$  жана  $(p_{2\varepsilon}^+)$  менен чектелген  $\Delta_4$  бөлүгү  $\Delta_{4\varepsilon}$  аркылуу белгиленген;

§ 2.7 де ийрилдин ар түрдүү (Жордан, Кантор, Урысон боюнча) аныктамалары келтирилген жана  $\varepsilon z'(t, \varepsilon) = a(t)z(t, \varepsilon) + f(t, z(t, \varepsilon), \varepsilon)$  түрдөгү биринчи тартиптеги СДТ  $z(t_0, \varepsilon) = z^0$  баштапкы шартын канаттандырган чечими мында  $t \in \Delta \subset C$  и  $t_0 \in \Delta$  жана анын ички чекити, U2.7.1  $a(t) \in Q(\Delta).$

U2.7.2  $f(t, z, \varepsilon) \in Q(H),$  мында  $H-(t, z)$  өзгөрүлмөлөрүнүн кээ бир көптүктөрү  $f(t, z, \varepsilon)$  боюнча үзгүлтүксүз, шартында түздөлүүчү Жордандык ийрилдин  $p_k (k = 1, 2, 3, \dots, n)$  бөлүктөрдөн турган ийримдерде каралып, ар бөлүктө чечим көрсөтүлгөн. Бул көрсөтүүлөр 3 жана 4-главаларда колдонулат.

§ 2.82-глава боюнча жыйынтыкты камтыйт.

**3-главада** биринчи тартиптеги СДТлер каралган жана глава алты параграфтан турат.

$$\S 3.1 \text{ де } \varepsilon z'(t, \varepsilon) = f(t, z) = a(t)(z(t, \varepsilon) - b_1)(z(t, \varepsilon) - b_2), \quad (7)$$

теңдемеси каралган, мындат  $\in [0, T]$ ,  $b_j \in R_+$  ( $j = 1, 2$ ) жана  $0 < b_1 < b_2$ ,

$$t_0 = 0, z(0, \varepsilon) = z^0 - \text{const} \quad (8)$$

баштапкы шарттары менен каралган, U3.1.1  $a(t) \in C([0, T])$

U3.1.2  $a(t) < 0$  ( $0 \leq t < t_0$ );  $a(t_0) = 0$ ;  $a(t) > 0$  ( $t_0 < t \leq T$ ) шарттары аткарылсын

Кубулган теңдеменин ээ:  $\xi_1 = b_1, \xi_2 = b_2, \dots$ , чечимдери (9)

Тартуучу интервалдардын жашашынын жана тынч абал чекиттин туруктуулугунун интервалдары менен болгон байланышы төмөнкү теорема аркылуу чечилет.

**Теорема 3.1.1.** (7)-(8) маселеси каралып жана U3.1.1, U3.1.2 шарттары аткарылсын. Анда (9) чечимдер үчүн тартуучу интервалдар жашайт жана тартуучу интервалдардын айрымдары тынч абал чекиттердин туруксуз интервалдарын камтыйт.

Алынган натыйжалардын анык экендигин тастыктаган мисалдар келтирилген.

$$1. \quad a(t) = -\cos t, t \in R. \quad 2. \quad a(t) = \begin{cases} 2(t-1), 0 \leq t \leq 2; \\ 2(t-3), 2 \leq t \leq 4; \\ 2(t-5), 4 \leq t \leq 6. \end{cases}$$

$$\text{Андан кийин } \varepsilon z'(t, \varepsilon) = f(t, z) = a(t)z(z - b_1)(z - b_2), \quad (10)$$

теңдемеси каралат, мындат  $\in [0, T]$ ,  $b_j \in R_+$  и  $b_1 < b_2$ ,

$$z(0, \varepsilon) = z^0 - \text{const} \quad (11)$$

U3.1, U3.2 шарттары аткарылсын деп алынат. Берилген теңдемени

$\Omega = \{(t, z) | 0 \leq t \leq T, 0 < z\}$  көптүктө карайбыз. Кубулган теңдеме төмөнкү чечимдерге ээ:  $\xi_1 = 0, \xi_2 = b_1, \xi_3 = b_2$ . (12)

$\Omega$  көптүгү  $z = b_1, z = b_2$  түз сызыктары менен үч бөлүккө бөлүнөт:

$$\Omega_j = \{(t, z) | 0 \leq t \leq T, b_{j-1} < z < b_j\}, j = 1, 2, 3, \quad b_0 = 0, b_3 = +\infty.$$

Төмөнкү теорема тартуучу интервалдардын жана таасирдүү аймактардын өз ара байланышын туюнтат.

**Теорема 3.1.2.** (10)-(11) маселеси каралсын жана  $a(t)$  үчүн U3.1.1, U3.1.2 шарттары аткарылсын. Анда  $(0, z^0) \in \Omega_j$  учурлардын ар бири үчүн (12) чечимдердин бирөөсү үчүн тартуучу интервалдар жашайт.

Мисалдар келтирилген.

**1-мисал.**  $a(t) = 2(t-1), t \in [0, 3], t_0 = 0, b_1 = 1, b_2 = 2$ .

**2-мисал.**  $a(t) = \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right], k \in Z_+$ - терс эмес бүтүн сандардын көптүгү,  $t_0 = -\frac{\pi}{2}, b_1 = 1, b_2 = 2$ .

**§3.2** Бернуллинин СДТлери

$$\varepsilon z'(t, \varepsilon) = a(t)z(t, \varepsilon) + b(t)z^2(t, \varepsilon) \quad (13)$$

$$z(t_0, \varepsilon) = z^0 - \text{const}, \quad (14)$$

баштапкы шарты менен  $t$  нын чыныгы жана комплекстүү маанилеринде изилденген.

§3.2 эки бөлүкчөдөн турат. 3.2.1 бөлүкчөдө чыныгы аргументтүү Бернуллинин теңдемеси төмөнкү учурларда каралат: 1. U3.2.1.  $a(t), b(t) \in C^2[t_0, T] \wedge \forall t \in [t_0, T] (b(t) \neq 0)$ . U3.2.2.  $\forall t \in [t_0, T] (a(t) < 0)$  (13) кө тиешелеш (КТ)  $\xi_1(t) \equiv 0, \xi_2(t) = -a(t)/b(t)$  чечимдерге ээ.

**Теорема 3.1.2** (13)-(14) маселеси каралсын жана U3.2.1, U3.2.2 шарттары аткарылсын. Анда  $(t_0, T]$ -  $\xi_1(t)$  чечими үчүн тартуучу интервал болот.  $\xi_2(t)$  чечими тартуучу интервалга ээ эмес.

2. U3.2.3.  $\forall t \in [t_0, T] (a(t) > 0)$  шарты аткарылсын

**Теорема 3.2.2** (13)-(14) маселеси каралсын жана U3.2.1, U3.2.3 шарттары аткарылсын. Анда  $(t_0, T]$ -  $\xi_2(t)$  үчүн тартуучу интервал болот.  $\xi_1(t)$  тартуучу интервалга ээ эмес.

3. U3.2.4.  $\forall t \in [t_0, T] (a'(t) > 0) \wedge a(T_0) = 0 (t_0 < T_0 < T)$

U3.2.5.  $\exists! T_1 (T_0 < T_1 < T) \wedge F(T_1) = 0$  шарттары аткарылсын. Бул шарттар чектеш тартуучу интервалдардын жашашын камсыздайт.

**Теорема 3.2.3.** (13)-(14) маселеси каралсын жана U3.2.1, U3.2.4, U3.2.5 шарттары аткарылсын. Анда  $(t_0, T_1)$ -  $\xi_1(t)$  үчүн тартуучу интервал, ал эми  $(T_1, T]$ -  $\xi_2(t)$  үчүн тартуучу интервал болот.

### Каралган учурлар үчүн мисалдар келтирилген

1.  $a(t) \equiv -1, b(t) \in C^2[-1, 1]$ .

2.  $a(t) = \exp t, b(t) \in C^2[0, 1]$  и  $\forall t \in [0, 1] (b(t) \neq 0)$ .

3.  $a(t) = 2t, b(t) \in C^2[-1, 2]$  и  $\forall t \in [-1, 2] (b(t) \neq 0)$ .

3.2.2де U3.2.6.  $a(t), b(t) \in Q(\Delta)$  и  $\forall t \in \Delta (a(t) \neq 0, b(t) \neq 0)$  шартында комплекстүү аргументтүү Бернуллинин теңдемеси изилденген. (КТ)

$\xi_1(t) \equiv 0, \xi_2(t) = -\frac{a(t)}{b(t)} \in Q(\Delta)$  чечимдерге ээ. Тартуучу аймактардын жашашын далилдөө үчүн §2.4 (бир функция үчүн) түзүүлөр колдонулган.  $\Delta_{k\varepsilon} (k = 1, 2)$  аймактары каралат. Төмөнкү теорема орун алат:

**Теорема 3.2.1.** (чектеш тартуучу аймактардын жашашы). U3.2.6 жана  $(AK(k = 1, 2))$  шарттары аткарылсын. Анда  $\forall t \in \Delta$  үчүн (13)-(14) маселенин чечими жашайт жана  $\Delta_{k\varepsilon} (k = 1, 2)$  аймактар тиешелүү түрдө  $\xi_k(t) (k = 1, 2)$  чечимдер үчүн тартуучу аймактар болот.

**Мисал.**  $a(t) \equiv a \in C \wedge a - \text{const}, b(t) \in Q(\Delta), t_0 \in \Delta \subset C$ .

§ 3.3тө Риккати түрүндөгү СДТ

$$\varepsilon z'(t, \varepsilon) = a(t)z(t, \varepsilon) + \varepsilon b(t) + c(t)z^2(t, \varepsilon) \quad (15)$$

$$z(t_0, \varepsilon) = z^0(\varepsilon), \quad (16)$$

баштапкы шарты менен изилденген, мында  $t \in \Delta \subset C, t_0 \in \Delta$  жана анын ички чекити.

U3.3.1.  $a(t) \in Q(\Delta)$  жана  $\forall t \in \Delta (a(t) \neq 0)$  шарты аткарылсын.

Тартуучу аймактардын жашашын далилдеш үчүн §2.4тө жүргүзүлгөн түзүүлөр колдонулган. §2.4тө түзүүлөрдүн негизинде  $\Omega_{10}(B)$  базалык аймагы эки бөлүктөн турат. Бул бөлүктөр  $\Delta_{111}(B)$  жана  $\Delta_{112}(B)$  менен белгиленген. Аныктама жана (A1) макулдашуусу боюнча

$(\forall (t_1, t_2) \in \Delta_{111}(B) (A_{11}(t_1, t_2) \leq 0) \wedge \forall (t_1, t_2) \in \Delta_{112}(B) (A_{11}(t_1, t_2) \geq 0))$ .

$\xi_1(t) \equiv 0$  чечими каралат жана  $|z^0| \leq M_0 \varepsilon$  (17) деп эсептелет.

**Теорема 3.3.1.** U3.3.1, U3.3.2 шарттары аткарылсын. Анда (15), (17) маселесинин чечими  $\Delta_{111}(B)$  да жашайт жана  $\Delta_{111}(B)$  аймагы  $\xi_1(t) \equiv 0$  чечиминин тартуучу аймагы болот.

3.3.1 теоремасынын далилдөөсү аймактардын конформдуу чагылдыруусун колдонуп жүргүзүлөт (§2.5).

Андан кийин  $\xi_2(t)$  чечими каралат.

**Теорема 3.3.2** U3.3.1, U3.3.2 шарттары аткарылсын. Анда (15) тин  $|z^0 - \xi_2(t_0)| \leq M\varepsilon$  шартын канааттандыруучу чечими жашайт жана  $\Delta_{112}(B)$  аймагы  $\xi_2(t)$  чечиминин тартуучу аймагы болот.

**§ 3.4** тө биринчи тартиптеги СДТ

$$\varepsilon z'(t, \varepsilon) = f(t, z(t, \varepsilon)), \quad (18)$$

$$z(t_0, \varepsilon) = z^0(\varepsilon) \quad (19)$$

баштапкы шарты менен каралган,  $t \in \Delta, t_0 \in \Delta$  (КТ)

$\xi_j(t), (j = 1, 2, \dots, n) \in Q(\Delta)$  обочолонгон чечимдерге ээ жана U3.4.1 шарты аткарылат.  $f(t, z) \in Q(H), H - (t, z)$  өзгөрүлмөсүнүн кандайдыр бир аймагы болсун. (18) де  $z(t, \varepsilon) = u_j(t, \varepsilon) + \xi_j(t)$  алмаштыруусун жүргүзүп

$$\varepsilon u_j'(t, \varepsilon) = a_j(t)u_j(t, \varepsilon) + \varepsilon b_j(t) + g_j(t, u_j(t, \varepsilon)) \quad (20)$$

$$f_z'(t, \xi_j) \equiv a_j(t), \quad \frac{1}{2!} f_z''(t, \xi_j) u_j^2 + \dots \equiv g_j(t, u_j), \quad -\xi_j'(t) \equiv b_j(t)$$

теңдемесин алабыз.

$$U3.4.2 \forall (t, z) \in H (|g_t(t, \tilde{u}_j) - g_j(t, \tilde{u}_j)| \leq M_0 |\tilde{u}_j - \tilde{u}_j| \max\{|\tilde{u}_j|, |\tilde{u}_j|\}),$$

$$U3.4.3 \forall t \in \Delta (a_j(t) \neq 0). \quad u_j(t_0, \varepsilon) = u_j^0(\varepsilon), \quad |u_j^0(\varepsilon)| \leq M_1 \varepsilon. \quad (21)$$

шарттар аткарылсын.

**Теорема 3.4.1.** U3.4.1, U3.4.2, U3.4.3 шарттары аткарылсын. Анда ар бир  $\xi_j(t)$  үчүн: 1. (18) теңдемесинин  $z_j(t_0, \varepsilon) = z_j^0(\varepsilon), |z_j^0(\varepsilon) - \xi_j(t_0)| \leq M_2 \varepsilon$  шартын канааттандыруучу  $z_j(t, \varepsilon)$  чечими. 2.  $\Delta_j \subset \Delta$  аймагы жашайт жана  $\forall t \in \Delta_j (z_j(t, \varepsilon) \rightarrow \xi_j(t) \varepsilon$  боюнча).

3.4.1 теореманы далилдөө үчүн (21) шарты менен (20) теңдеме каралат жана аймактарды конформдуу чагылдыруу колдонулат (§ 2.5). Бул параграфта тартуучу аймактын  $\Delta_j(z_j(t, \varepsilon))$  жалпы бөлүгү жалпак аймак, жөнөкөй жаалар(сызыктар), чекиттер болушу мүмкүн экендиги мисалдарда далилденген.

**§ 3.5re** тартуучу аймактардын баштапкы маанилерден көзкарандылыгы жана тартуучу аймактардын чектеринин кеңейүү мүмкүндүгү далилденген.

$$\varepsilon z'(t, \varepsilon) = a(t)z(t, \varepsilon) + z^2(t, \varepsilon) + \varepsilon f(t, z(t, \varepsilon)), \quad (22)$$

$$z(\tilde{t}_0, \varepsilon) = \tilde{z}^0(\varepsilon), |\tilde{z}^0(\varepsilon)| \leq M_0 \varepsilon, \quad (23)$$

маселе каралсын, мында  $t \in \Delta \subset C, \tilde{t}_0 \in \Delta$  жана анын ички чекити болсун.

U3.5.1  $\forall t \in \Delta (a(t) \neq 0)$  жана  $a(t) \in Q(\Delta)$  U3.5.2  $f(t, z) \in Q(H), H -$  өзгөрүлмөлөрүнүн кандайдыр бир аймагы жана  $\forall ((t, \tilde{z}), (t, \tilde{\tilde{z}})) (|f(t, \tilde{z}) - f(t, \tilde{\tilde{z}})| \leq M |\tilde{z} - \tilde{\tilde{z}}|)$  шарттары аткарылсын.

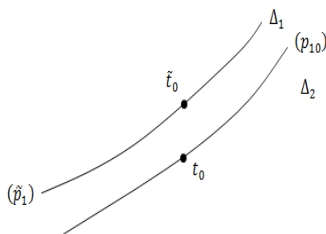
Кубулган тендеме  $\xi_1(t) \equiv 0, \xi_2(t) = -a(t)$  чечимдерге ээ.  $\tilde{t}_0$  чекити менен дал келбеген  $t_0 \in \Delta$  каалагандай ички чекитти алып алуу менен

$A(t) = \int_{t_0}^t a(\tau) d\tau$  функциясы аныкталат.  $A(t), t_0$  чекитинде жөнөкөй нөлгө ээ, ошондуктан  $(p_{10}) = \{t \in \Delta | ReA(t) = 0\}$  денгээл сызыгы  $\Delta$  аймагын  $\Delta_1, \Delta_2$  бөлүктөргө бөлөт,  $\forall t \in \Delta_1 (ReA(t) \geq 0) \wedge \forall t \in \Delta_2 (ReA(t) \leq 0)$  деп алууга болот.

Эгерде 3.3.1-3.3.2 теореманын натыйжаларын пайдалансак, анда  $\Delta_1$  аймагы  $|z(t_0, \varepsilon) - a(t_0)| \leq M_0 \varepsilon$  шарттагы  $\xi_2(t)$  чечиминин тартуучу аймагы, ал эми  $\Delta_2$  аймагы  $|z(t_0, \varepsilon)| \leq M_0 \varepsilon$  болгондо  $\xi_1(t)$  чечиминин тартуучу аймагы болоору келип чыгат. Берилген параграфта баштапкы  $\tilde{t}_0$  маанилерден тартуучу аймактын жашашынын көз карандылыгы изилденген.

$\tilde{t}_0 \in \Delta_1$  жана  $A_0(t) = \int_{\tilde{t}_0}^t a(\tau) d\tau$  болсун. Анда  $A_0(t) = A(t) - A(\tilde{t}_0)$ .

$(\tilde{p}_1) = \{t \in \Delta_1 | ReA(t) = ReA(\tilde{t}_0) = \tilde{p}_1 - const > 0\}$  денгээл сызыгы каралат. (4-сүрөт)

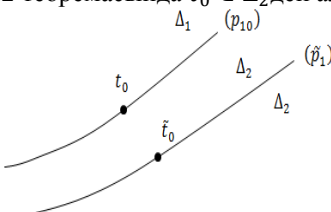


4-сүрөт.

Төмөнкү теоремалар тартуучу аймактардын баштапкы маанилерден көз карандылыгын билдирет.

**Теорема 3.5.1.** U3.5.1, U3.5.2 шарттары аткарылсын. Анда: 1.  $\Delta_1$  жана  $\Delta_2$  бөлүктөрүнөн туруучу  $\Delta_{11}$  аймагы жана (22), (23) маселесинин  $\Delta_{11}$  де аныкталган чечими жашайт. 2.  $\Delta_{11}$  аймагы  $\xi_1(t)$  чечимин тартуучу аймагы болот.

**Теорема 3.5.2.** U3.5.1, U3.5.2 шарттары аткарылсын. Анда: 1. (22), (23) маселесинин  $\Delta_{12}$  де аныкталган чечими жашайт. 2.  $\Delta_{12}$  аймагы  $\xi_2(t)$  чечиминин тартуучу аймагы болот жана  $\Delta_2$  жана  $\Delta_1$  аймактардын бөлүктөрүнөн турат. 3.5.2 теоремасында  $\tilde{t}_0 \in \Delta_2$  деп алынган (5-сүрөт).



5-сүрөт

Далилденген теоремалардан тартуучу аймактарды кеңейтүү мүмкүндүгү келип чыгат. Мисалга алсак, 3.5.1 теоремасында  $(\tilde{p}_1)$  денгээл сызыкты

$\Delta_1$  аймакка “терең” жылдырып  $\Delta_{11}$  тартуучу аймактын кеңейүүсүн алабыз. Чектер  $\Delta$  аймактын чегине тирелет (эгер  $\Delta$  чектелсе) же чексизге умтулушат (эгер  $\Delta$  чектелбесе).  $\Delta_{12}$  үчүн ушундай эле окшоштук орун алат.

**Мисал**  $a(t) \equiv a - \text{const} \in C, t_0 = 0, a = a_1 + ia_2, 0 < a_1, 0 < a_2$ .

**§ 3.6 да** 3-глава боюнча жыйынтыктар келтирилген.

**4-глава** биринчи тартиптеги бир нече тендемеден турган системаларды изилдөөгө арналган жана беш параграфтан турат.

**§ 4.1 де** кубулган системанын чечимдеринин системага кирген тендемелердин чечимдеринин санынан көз карандылыгы далилденген. Маселен СДТ системасы

$$\varepsilon z'(t, \varepsilon) = A(t)z(t, \varepsilon) + b(t)z^2(t, \varepsilon) + \varepsilon f(t, z(t, \varepsilon)), \quad (24)$$

$$z(t_0, \varepsilon) = z^0(\varepsilon), \quad (25)$$

баштапкы шарты менен берилсе, мында

$$z(t, \varepsilon) = \text{colon}(z_1(t, \varepsilon), \dots, z_n(t, \varepsilon)), A(t) = \text{diag}(a_1(t), \dots, a_n(t)),$$

$$b(t) = \text{diag}(b_1(t), \dots, b_n(t)), z^2(t, \varepsilon) = \text{colon}(z_1^2(t, \varepsilon), \dots, z_n^2(t, \varepsilon)),$$

анда бул системанын кубулган системасы  $2^n$  ( $n \in N$ ) чечимге ээ болоору көрсөтүлгөн.

В **§ 4.2 де**  $\varepsilon z'(t, \varepsilon) = A(t)z(t, \varepsilon) + b(t)z^2(t, \varepsilon)$  (26)

түрдөгү системанын  $z(t_0, \varepsilon) = z^0 - \text{const}$ , (27)

баштапкы шарты менен берилген, мында  $z(t, \varepsilon) = \text{colon}(z_1(t, \varepsilon), z_2(t, \varepsilon))$ ,

$$A(t) = \text{diag}(a_1(t), a_2(t)), \quad b(t) = \text{diag}(b_1(t), b_2(t))$$

$$z^2(t, \varepsilon) = \text{colon}(z_1^2(t, \varepsilon), z_2^2(t, \varepsilon)), \quad z^0 = \text{colon}(z_1^0, z_2^0).$$

Кубулган тендеме:  $\xi^1(t) = \text{colon}(0; 0)$ ,  $\xi^2(t) = \text{colon}(0; -a_2(t)/b_2(t))$ ,

$$\xi^3(t) = \text{colon}(-a_1(t)/b_1(t), 0), \xi^4(t) =$$

$\text{colon}(-a_1(t)/b_1(t), -a_2(t)/b_2(t))$  чечимдерге ээ. Берилген параграф эки

бөлүкчө пунктту камтыйт. 4.2.1 бөлүкчө пунктта (26) системасы  $t$  нын

чыныгы маанилеринде U.4.2.1  $\forall t \in [t_0, T](a_k(t) \neq 0)$ . U.4.2.2  $a_k(t), b_k(t) \in C^2([t_0, T])$  шарттардын негизинде изилденген.

Изилдөөлөрдүн жыйынтыктары төмөнкү теоремаларда келтирилген:

**Теорема 4.2.1.**  $\forall t \in [t_0, T](a_k(t) > 0)$  болсун жана U.4.2.2 аткарылсын.

Анда  $(t_0, T](\xi^4(t))$ .

**Теорема 4.2.2.**  $\forall t \in [t_0, T](a_k(t) < 0)$  болсун жана U.4.2.2 аткарылсын.

Анда  $(t_0, T](\xi^1(t))$ .

**Теорема 4.2.3.**  $\forall t \in [t_0, T](a_1(t) > 0, a_2(t) < 0)$  болсун жана U.4.2.2 аткарылсын. Анда  $(t_0, T](\xi^3(t))$ .

**Теорема 4.2.4.**  $\forall t \in [t_0, T](a_1(t) < 0, a_2(t) > 0)$  болсун жана U.4.2.2 аткарылсын. Анда  $(t_0, T](\xi^2(t))$ .

**Теорема 4.2.5.** (чектеш тартуучу интервалдардын жашашы).

$$\forall t \in [t_0, T_0)(a_1(t) < 0), \quad a_1(T_0) = 0, \forall t \in (T_0, T]$$

$$(a_1(t) > 0) \exists! T_1(T_0 < T_1 < T \wedge A_1(T_1) = 0), \forall t \in (t_0, T](a_2(t) >$$

0) болсун, жана U.4.2.2 аткарылсын. Анда  $(t_0, T_1)(\xi^2(t)), (T_1, T](\xi^4(t))$ .

4.2.2 бөлүкчө пунктта (26) система  $t$ нын комплекстик маанилеринде изилденген,  $U4.2.3. a_j(t), b_j(t) \in Q(\Delta) \wedge \forall t \in \Delta(a_j(t) \neq 0, b_j(t) \neq 0)$  шарты аткарылат.

Орун алат: **Лемма 1.** Ар бир  $\Delta_{k\varepsilon} (k = 1, 2, 3, 4)$  бөлүкчөдө  $(\exp \frac{1}{\varepsilon} A_{j1}(\tau_1) \rightarrow 0 \varepsilon$  боюнча) же  $(\exp \frac{-1}{\varepsilon} A_{j1} \rightarrow 0 \varepsilon$  боюнча) ( $j = 1, 2$ ) жана **теорема 4.2.6.** (чектеш тартуучу аймактардын жашашы).

U2.6.1 жана U4.2.3 шарттар аткарылсын. Анда: 1. (26)-(27) маселесинин чечими. 2.  $\Delta_{k\varepsilon}(\xi^k(t))(k = 1, 2, 3, 4)$  тартуучу аймактар жашайт.

$\Delta_{k\varepsilon}$  аймактар § 2.6 аныкталган,  $ReA_{j1}(t) = ReA_j(t) = Re \int_{t_0}^t a_j(\tau) d\tau$ .

**§4.3** биринчи тартиптеги эки теңдемеден турган система

$$\varepsilon z'(t, \varepsilon) = A(t)z(t, \varepsilon) + b(t)z^2(t, \varepsilon) + \varepsilon g(t, z(t, \varepsilon)), \quad (28)$$

$$z(t_0, \varepsilon) = z^0(\varepsilon), \quad (29)$$

баштапкы шарты менен изилденген,  $t \in \Delta$ ,  $t_0 \in \Delta$  жана анын ички чекити;

$z(t, \varepsilon) = colon(z_1(t, \varepsilon), z_2(t, \varepsilon))$ ,  $A(t) = diag(a_1(t), a_2(t))$ ;

$b(t) = diag(b_1(t), b_2(t))$ ;  $z^2(t, \varepsilon) = colon(z_1^2(t, \varepsilon), z_2^2(t, \varepsilon))$ ;

$z^0 = colon(z_1^0, z_2^0)$ ;  $g(t, z) = colon(g_1(t, z), g_2(t, z))$ ;

Төмөнкү шарттар аткарылсын: U4.3.1.  $a_j(t), b_j(t) \in Q(\Delta)$ .

U4.3.2.  $\forall t \in \Delta(a_j(t) \neq 0, b(t) \neq 0)$  ( $j=1, 2$ ).

U4.3.3.  $g(t, z) \in Q(H)$  и  $\forall ((t, \tilde{z}), (t, \tilde{\tilde{z}})) \in H(\|g(t, \tilde{z}) - g(t, \tilde{\tilde{z}})\| \leq M_j \|\tilde{z} - \tilde{\tilde{z}}\|)$ ,

мында  $H = \{(t, z) | t \in \Delta, \|z - \xi_j\| \leq M_0\}$ .  $\xi_1(t) = colon(0; 0)$ ,

$\xi_2(t) = colon(0; -a_2(t)/b_2(t))$ ,  $\xi_3(t) = 0$ ,  $\xi_4(t) = 0$ .

$ReA_j(t) = Re \int_{t_0}^t a_j(\tau) d\tau = ReA_{j1}(t_1, t_2)$ ,  $(p_{j1}) = \{t \in \Delta | A_{j1}(t_1, t_2) = p_{j1}\}$ ,

$j = 1, 2$  денгээл сызыктары киргизилген жана  $\{(p_{j1})\}$  көптүктөрү түзүлгөн.

Төмөнкү шарт аткарылсын: U4.3.4  $(p_{11}) \in \{(p_{11})\}$  жана  $(p_{21}) \in \{(p_{21})\}$  каалагандай сызыктар бир гана чекитте кесилишет.

Бул шарт боюнча  $(p_{j0})$  сызыктары  $\Delta$  аймагын  $\Delta_k (k=1, 2, 3, 4)$  бөлүктөргө бөлөт.

Далилденген: **Лемма 2.** U4.3.4 жана (A3) шарттар аткарылсын. Анда  $A_{11}(t_1, t_2)$  функциясы  $(p_{21})$  ди бойлото анык монотондуу, ал эми  $A_{21}(t_1, t_2)(p_{11})$  ди бойлой анык монотондуу.

**Теорема 4.3.1.** (чектеш тартуучу аймактарынын жашашы). U4.3.1-U4.3.4 жана (A3) шарттары аткарылсын. Анда ар бир  $\xi_j(t)$  чечими үчүн (28)-(29) маселенин  $\|z(t, \varepsilon) - \xi_j(t)\| \leq M_2 \varepsilon$  шартын канааттандырган  $z(t, \varepsilon)$  чечими жана  $\xi_j(t) (j = 1, 2, 3, 4)$  чечимдери үчүн тиешелеш түрдө  $\Delta_{j1}(B2) \subset \Delta_j (j = 1, 2, 3, 4)$  тартуучу аймактар жашайт.

Алынган натыйжаларды сүрөттөөчү мисалдар келтирилген.

1.  $a_1(t) = 1, b_1(t) = 1, a_2(t) = 1, b_2(t) = 1$ .
2.  $a_1(t) = 1, b_1(t) = 1, a_2(t) = -1, b_2(t) = -1$ .
3.  $a_1(t) = 2t, b_1(t) = 1, a_2(t) = 2(t-1), b_2(t) = 1$ .

## **КОРУТУНДУЛАР**

Берилген жумушта кубулганда бир нече чечимдерге ээ болгон СДТ(RVC) каралган. Берилген СДТ(RVC) чечимдеринин кубулган теңдемелердин чечимдерине асимптотикалык жакыndoоcун изилдөө маселеси коюлат. Коюлган маселени чечүү үчүн алгачкы изилдөөлөрдүн жыйынтыгына сереп жүргүзүлөт. Жүргүзүлгөн серептин жыйынтыгы көргөзгөндөй, СДТ(R)лер негизинен кубулган теңдемелер жалгыз чыгарылышка ээ болгондо же кубулган теңдеменин чечимдеринин көптүгү чекит катары каралып айрым чечимдер жана тиешелеш тартуучу интервалдар бөлүнбөстөн изилденген. СДТ(С)дин кубулган теңдемеси бир нече чечимге ээ болгон учурга мурда изилдөөлөр жүргүзүлгөн эмес.

Коюлган маселени чечүү үчүн жаңы түшүнүктөр киргизилген: башкы көптүктөр (БК), негизги функциялар(НФ), негизги вектор функциялар (НВФ), тартуучу көптүктөр киргизилген жаңы жана алар менен байланышкан түшүнүктөрдү колдонуу менен (БК)дү бөлүү усулу иштелген.

(БК)төрдү бөлүү эки түзүүчүдөн турат: көптүктү бөлүүккө бөлүү жана бөлүктү тандап алуу. (БК) бөлүү, (НФ) жана (НВФ)ны колдонуу менен жүргүзүлгөн. (БК)төрдү бөлүүнү жана бөлүктөрдү тандоону колдонуп тартуучу көптүктүн жашашы далилденген. СДТ(С)үчүн тартуучу аймактардын далилдөөсү чечимдерди кээ бир сызыктарда көрсөтүү аркылуу ишке ашырылган.

(КТ) айрым чечимдери үчүн тартуучу көптүктүн жашабай калган учурлары каралган. Тартуучу көптүктөрдүн жашашынын жалпы шарттары келтирилген. Тартуучу көптүктөрдүн жашашын далилдөө кубулган теңдемелердин чыгарылыштарынын туруктуулугун колдонбой ишке ашырылган. СДТ(С) чыгарылыштары үчүн тартуучу аймактарды кеңейтүү мүмкүнчүлүгү изилденген.

Автор диссертациялык жумушту талкуулоодо пайдалуу кеңештери үчүн илимий жетекчи физика-математикалык илимдердин доктору, профессор **Алыбаев Курманбек Сармановичке** терең ыраазычылыгын билдирет.

### **Диссертациянын негизги мазмуну төмөнкү жумуштарда жарыяланган:**

1. Мурзабаева А.Б. Нарушение единственности решений вырожденного уравнения для сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст]/ А.Б. Мурзабаева //Известия КГТУ им.И.Раззакова. Материалы Международной конференции «Информационные технологии и математическое моделирование в науке, технике и образовании», посвященной 75-летию академика А.Жайнакова. -Бишкек, 2016. -С.162-69
2. Мурзабаева А.Б. Сингулярно возмущенные уравнения с аналитическими функциями при нарушении единственности решений вырожденного уравнения. [Текст] /А.Б. Мурзабаева //Инновации в науке: сб. статей по материалам LXIII Международной научно-практической конференции. №11(60). - Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 42-49.

3. Мурзабаева А.Б. Сингулярно возмущенные уравнения при нарушении единственности решений вырожденного уравнения и условия устойчивости[Текст] /А.Б. Мурзабаева // Естественные и математические науки в современном мире: сб. статей по материалам XLIX Международной научно-практической конференции. № 12 (47). - Новосибирск: СибАК, 2016. - С. 77-85.
4. Мурзабаева А.Б. Сингулярно возмущенные уравнения с неаналитическими правыми частями теряющие единственность при вырождении [Текст]/ А.Б. Мурзабаева //Вестник ЖАГУ, 2017, № 1(34). - С. 27-33.
5. Мурзабаева А.Б. Сингулярно возмущенные уравнения с аналитическими функциями теряющие единственность при вырождении [Текст] /К.С.Алыбаев, А.Б. Мурзабаева // Итоги науки в теории и практике 2017: сб. научных трудов Евразийского Научного Объединения по материалам XXXIV международной научной конференции. № 12 (34). Москва, 2017. - С. 15-20.
6. Мурзабаева А.Б. Системы сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями теряющие единственность при вырождении[Текст] /А.Б.Мурзабаева//Теоретические и практические вопросы современной науки: сб. научных трудов Евразийского Научного Объединения по материалам XLI международной научной конференции. № 7 (41). Москва, 2018. - С. 12-18.
7. Мурзабаева А.Б. Построение областей притяжения при вырождении сингулярно возмущенных уравнений[Текст] /К.С.Алыбаев, А.Б. Мурзабаева //Международный научно-исследовательский журнал. № 9 (75). Екатеринбург, 2018. - С. 7-11.
8. Мурзабаева А.Б. Построение размеченных множеств применением гармонических функций[Текст] / А.Б. Мурзабаева // Международный научно-исследовательский журнал. № 9 (75). Екатеринбург, 2018.-С. 32-36.
9. Murzabaeva A.B. Singularly perturbed first-order equations in complex domains that lose their uniqueness under degeneracy. [Text] /K.S.Alybaev, A.B. Murzabaeva //In “International Conference on Analysis and Applied Mathematics” (ICAAM 2018), AIP Conference Proceedings Vol. no. 1997, American Institute of Physics.-2018.-P.020076-1-020076-5.Режим
10. доступа:<https://doi.org/10.1063/1.5049070>.
11. Мурзабаева А.Б. Представление решений сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений на линиях[Текст] / А.Б. Мурзабаева //Вестник ЖАГУ. № 4. Жалал-Абад, 2018. - С. 3-7.
12. Мурзабаева А.Б. Исследование сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с разделением множеств при вырождении [Текст] / А.Б. Мурзабаева //Вестник ЖАГУ. № 4. Жалал-Абад, 2018. - С. 7-15.

**Мурзабаева Айтбү Бусурманкуловнанын 01.01.02-**  
дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык  
башкаруу адистиги боюнча «Сингулярдуу дүүлүккөн дифференциалдык  
теңдемелерди кубулганда көптүктөрдү бөлүү менен изилдөө» аталыштагы  
темада физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук  
даражасын алуу үчүн сунушталган диссертациясынын

## **РЕЗЮМЕСИ**

**Урунттуу сөздөр:** сингулярдуу дүүлүккөн теңдеме, аналитикалык функция, баштапкы маселе, деңгээл сызыгы, көптүктөрдү бөлүү.

**Изилдөөнүн объектиси:** Кубулганда бир нече чыгарылышка ээ болгон чыныгы жана комплекстик аргументтүү сингулярдуу дүүлүккөн дифференциалдык теңдемелер (системалар)  $СДТ(R\vee C)$ .

**Изилдөөнүн максаты:** Берилген  $СДТ(R\vee C)$  чечимдеринин кубулган теңдемелердин (КТ) чечимдерине асимптотикалык жакындыгын изилдөө.

**Изилдөөнүн усулдары:** Берилген  $СДТ(R\vee C)$  башкы көптүктөрүн (БК) бөлүүгө негизделген жаңы усул иштелип чыгылган жана конформдуу чагылдыруу, удаалаш жакындаштыруу усулдары колдонулган.

**Илимий жаңылык:** 1. (КТ) бир нече чечимдерге ээ болгон учурда  $СДТ(R\vee C)$  чечимдерин изилдөөнүн (БК) бөлүүгө негизделген усул иштелген. 2. (КТ) чечимдери үчүн тартуучу көптүк түшүнүгү киргизилүү менен (БК) бөлүктөрүнүн жана (КТ) чечимдеринин ортосундагы байланыш түзүлгөн. 3. (КТ) айрым чечимдери үчүн тартуучу көптүктүн жашабай калган учурлары каралган. 4.  $СКТ(R)$  үчүн тартуучу интервалынын жана бириктирилген системанын (А.Н.Тихонов боюнча) тынч абал чекитинин туруктуулук интервалынын ортосундагы байланыш изилденген. 5. Тартуучу аймагынын баштапкы маанилерден көз карандылыгы далилденген жана тартуучу аймактарын кенейтүү мүмкүнчүлүктөрү каралган. 6.  $СКТ(C)$  чечимдерин кандайдыр бир сызыктарда көрсөтүү аркылуу тартуучу аймактардын жашашы далилденген. 7. Тартуучу көптүктөрдүн жашашы (КТ) чечимдеринин туруктуулук шарты колдонулбай ишке ашырылган.

**Изилдөөнүн практикалык маанилүүлүгү:** Жумушта алынган жыйынтыктар кванттык физикадагы, гидродинамикадагы, дүүлүгүү теориясындагы, автоматтык жөнгө салуу теориясындагы, башкаруудагы, электротехникадагы, радиотехникадагы, механизмдер жана машиналар теориясындагы процесстерди изилдөөдө колдонулушу мүмкүн. Ошондой эле жыйынтыктарды “Математика” багыты боюнча студенттер, магистрлер, аспиранттар үчүн сингулярдуу дүүлүккөн теория боюнча лекциялык курстарды окууда,  $СДТ$ лер менен байланышкан башка теоретикалык маселелерди чечүү үчүн колдонсо болот.

## Резюме

диссертации **Мурзабаевой Айтбу Бусурманкуловны** на тему “Исследование сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с разделением множеств при вырождении” представлена на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

**Ключевые слова:** сингулярно возмущенные уравнения, аналитическая функция, начальная задача, линии уровня, разделение множеств.

**Объект исследования:** Сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения (системы) с действительными и комплексными аргументами (СВУ(RVC)), которые при вырождении имеют несколько решений.

**Цель работы:** Исследовать асимптотическое приближение решений заданных СВУ(RVC) к решениям соответствующих вырожденных уравнений (ВУ).

**Методы исследования:** Разработан новый метод исследования СВУ(RVC) основанный на разделение главных множеств (ГМ) заданных уравнений, а также методы конформного отображения, последовательных приближений.

**Научная новизна:** 1. Разработан единый метод исследования СВУ(RVC), которые при вырождении имеют несколько решений основанный на деление (ГМ). 2. Установлена взаимосвязь между частями (ГМ) и множеством решений (ВУ), с введением понятия множества притяжений для решений (ВУ). 3. Рассмотрены случаи, когда не для всех решений (ВУ), существуют множества притяжений; 4. Для СВУ(R) исследована взаимосвязь интервала притяжения и интервала устойчивости точки покоя присоединенной системы (по терминологии А.Н.Тихонова). 5. Доказано, зависимость областей притяжений от начальных значений и возможность расширения областей притяжений. 6. Для доказательства существования областей притяжений, решения СВУ(C) представлены на некоторых линиях. 7. Доказательство существования множеств притяжений осуществлена без привлечения условий устойчивости решений (ВУ).

**Практическое значение исследования.** Результаты полученные в работе могут быть применены при исследовании процессов в квантовой физике, гидродинамике, в теории возмущений, колебаний, теории автоматического регулирования, управления, электротехнике, радиотехнике, в теории механизмов и машин. Также результаты можно использовать при чтении лекционных курсов по теории теории сингулярных возмущений для студентов, магистров и аспирантов по направлениям «Математика», а также для решений других теоретических задач, связанных с СВУ.

## Summary

Thesis of Murzabaeva Aitbu Busurmankulovna on the topic “Study of singularly perturbed differential equations with separation of sets under degeneration” is submitted for the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences in the specialty 01.01.02 - Differential Equations, Dynamical Systems and Optimal Control

**Keywords:** singularly perturbed equations, analytic function, initial problem, level lines, separation of sets.

**Object of study:** Singularly perturbed differential equations (systems) with real and complex arguments (SPE (RVC)), which have several solutions for degeneration.

**Objective:** To investigate the asymptotic approximation of solutions given (SPE (RVC)) to solutions of the corresponding degenerate equations (DE).

**Research methods:** A new research method of the SPE (RVC) was developed based on the separation of the main sets (MS) of given equations, as well as the methods of conformal mapping, successive approximations.

**Scientific novelty:** 1. A unified method of research of SPE (RVC) has been developed, which, when degenerated, have several solutions based on division (MS). 2. The interrelation between the parts (MS) and the solution set (DE) is established, with the introduction of the concept of the set of attractings for the solutions (DE). 3. Cases are considered when not for all solutions (DE), there exist sets of attractings; 4. For the SPE (R), the interrelation of the interval of attraction and the interval of stability of the point of rest of the attached system was investigated (in the terminology of A.N. Tikhonov). 5. It is proved that the domain of attraction depends on initial values and the possibility of expanding the domain of attraction. 6. To prove the existence of domains of attraction, solutions of SPE (C) are presented on some lines. 7. The proof of the existence of sets of attractings is carried out without invoking the conditions of stability of solutions (DE).

**The practical significance of the study.** The results obtained in the work can be applied in the study of processes in quantum physics, hydrodynamics, in the theory of perturbations, oscillations, the theory of automatic control, control, electrical engineering, radio engineering, in the theory of mechanisms and machines. Also, the results can be used when reading lecture courses on the theory of the theory of singular perturbations for students, masters and graduate students in the areas of "Mathematics", as well as for solving other theoretical problems related to SPE.

