

**ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ**

*Кол жазма укугунда*

*УДК 517.968.*

**ОРОЗМАМАТОВА ЖЫПАРГҮЛ ШЕРМАМАТОВНА**

**ЧЕКСИЗ АЙМАКТАРДА БИРИНЧИ ТҮРДӨГҮ ФРЕДГОЛЬМ  
СЫЗЫКТУУ ИНТЕГРАЛДЫК ТЕҢДЕМЕСИН  
РЕГУЛЯРИЗАЦИЯЛОО ЖАНА ЧЕЧИМДЕРИНИН ЖАЛГЫЗДЫГЫ**

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар  
жана оптималдуу башкаруу адистиги

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын  
изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын  
**АВТОРЕФЕРАТЫ**

**Ош – 2019**

Диссертациялык иш М.М. Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин Экономикадагы колдонмо информатика кафедрасында аткарылды

<b>Илимий жетекчиси:</b>	физика-математика илимдеринин доктору, доцент Каденова З.А.
<b>Расмий оппоненттер:</b>	физика-математика илимдеринин доктору, профессор Ягола А.Г.  физика-математика илимдеринин доктору, профессор Алыбаев К.С.
<b>Жетектөөчү мекеме:</b>	Ж.Баласагын атындагы кыргыз улуттук университети, Бишкек шаары, Фрунзе көчөсү 547

Диссертация 2019 жылдын 17-майында саат 16<sup>30</sup> да Ош мамлекеттик университетинин, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын туштук бөлүмүнүн жаратылыш ресурстары институтунун жана Жалал-Абад мамлекеттик университетинин алдындагы физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу боюнча К.01.17.554 диссертациялык кенешинин отурумунда корголот. Дареги: Кыргыз Республикасы, 723500, Ош шаары, Ленин көчөсү, 331, башкы корпус, 328-ауд.

Диссертация менен Ош мамлекеттик университетинин китепканасынан жана [www.oshsu.kg](http://www.oshsu.kg). сайтынан таанышууга болот. Дареги: Кыргыз Республикасы, 723500 Ош шаары, Ленин көчөсү, 331, башкы корпус.

Автореферат 2019-жылдын 16-апрелинде таркатылды.

Диссертациялык кенештин окумуштуу катчысы

ф.-м.и.к.,

доц. Бекешов Т.О.

## ИШКЕ ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨ

**Диссертациянын темасынын актуалдуулугу.** Акыркы жылдары биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелер теориясы корректтүү эмес теориялар аймагы катары өнүгүп келе жатат. Математикалык маселелердин арасында чечимдери баштапкы маалыматтардын бир аз өзгөрүүлөрүнө туруксуз маселелердин классы бар. Алар баштапкы маалыматтардын бир аз эле өзгөрүшү чыгарылыштарынын олуттуу эркин өзгөрүшүнө алып келиши менен мүнөздөлөт. Биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелер мындай корректтүү эмес коюлган маселелер классынын бир түрү болуп эсептелет.

Көпчүлүк тескери маселелер корректтүү эмес коюлган маселелерге кирет мисалы, тажрыйбадан алынган жакындаштырылган маалыматтарды иштетүүдө баштапкы маалыматтардын бир аз өзгөрүшү чечимдеринин бир топ өзгөрүшүнө алып келиши мүмкүн. Корректтүү эмес коюлган маселелерди чыгаруунун азыркы теориясы россиялык математиктер – А.Н. Тихоновдун, М.М. Лаврентьевдин, В.К.Ивановдун эмгектерине, жана алардын илимий мектептерине негизделип, келип чыккан кыйынчылыктарды жоюуга шарт түзөт. Корректтүү эмес маселелер теориясынын жана тиркемелеринин өнүгүшүнө окумуштуулар М.М.Лаврентьев, А.Н.Тихонов, В.Я. Арсенин, В.К. Иванов, В.В. Васин, М.И. Иманалиев, В.П.Танана, В.Г. Романов, А.Г. Ягола, Ю.Е. Аниконов, С.П. Шишатский, В.А. Морозов, А.Л. Бухгейм, А.М. Денисов, Н.С. Габбасов, С.И. Кабанихин, А.С. Апарцин, А. Асанов, А. Саадабаев, Т.Д.Омуров, Т.Т. Каракеев, Б.С. Аблабеков, З.А. Каденова, Г. Сапарова ж.б. олуттуу салымдарын кошушкан.

**Диссертациянын темасынын илимий-изилдөө программалары жана долбоорлор менен байланышы.** Диссертациялык иш Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Теориялык жана колдонмо математика институтунун ИИИнин: «Жер титирөөлөрдү ыкчам прогноздоо үчүн геофизикалык көрсөткүчтөрдү талдоодо компьютердик моделдештирүү, динамикалык системалар, тескери жана оптималдаштыруу экономикалык маселелери теориясынын асимптотикалык жана аналитикалык усулдарын өнүктүрүү жана тиркемелери» (2012-2014-жж., мамлекеттик каттоо номери №0005756), «Динамикалык системалардын туруктуулугу, тескери маселелердин чечимдери, экономикалык жана геофизикалык процесстер теориясында компьютердик моделдештирүүнү, асимптотикалык, топологиялык жана аналитикалык усулдарды өнүктүрүү жана тиркемелери» (2015-2017-жж., мам. каттоо номери №0007125) долбоорлорунун алкагында аткарылды жана ушул долбоорлор боюнча отчетторго киргизилди.

**Изилдөөнүн максаты** биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелерди жана алардын системаларын жарым окто жана окто чыгаруу үчүн регуляризациялоочу операторлорду тургузуу, мындай теңдемелердин жана системалардын чечимдеринин жалгыздыгы теоремасын далилдөө жана

корректтүүлүк көптүктөрүнүн ар түрдүү топтомдорунда туруктуулугун баалоо болуп саналат.

Коюлган максатка жетуу үчүн төмөнкү **маселелер** аныкталды:

- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелери үчүн чечимдеринин жалгыздыгынын шарттарын алуу;
- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин жана алардын системаларынын регуляризациялоо операторун тургузуу жана жарым окто, чексиз окто чечимдеринин туруктуулугун баалоо;
- үчүнчү түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин жана алардын системаларынын регуляризациялоо операторун тургузуу жана жарым окто, чексиз окто чечимдеринин туруктуулугун баалоо;
- биринчи жана үчүнчү түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин системасынын бир классы үчүн ар түрдүү корректтүүлүк көптүгүндө чечимдеринин жалгыздыгы теоремасын далилдөө жана туруктуулугун баалоо.

**Изилдөөнүн ыкмалары.** Изилдөөнүн жүрүшүндө функционалдык анализ усулу, терс эмес квадраттык формалар ыкмасы, М.М.Лаврентьевдин регуляризациялоо ыкмасы, интегралдык өзгөртүүлөр ыкмалары колдонулду.

**Иштин илимий жаңылыгы:**

- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин бир классы үчүн жарым окто чечимдеринин жалгыздыгы теоремасы далилденди;
- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин бир классы үчүн жарым окто чечимдерин М.М.Лаврентьев боюнча регуляризациялоо оператору тургузулду жана туруктуулугу бааланды;
- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин бир классы үчүн окто чечимдеринин жалгыздыгы теоремасы далилденди;
- үчүнчү түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин бир классы үчүн окто чечимдерин М.М.Лаврентьев боюнча регуляризациялоо оператору тургузулду жана туруктуулугу бааланды;
- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин системасынын бир классы үчүн жарым окто чечимдеринин жалгыздыгы теоремасы далилденди;
- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин системасынын бир классы үчүн окто чечимдерин М.М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоо оператору тургузулду жана туруктуулугу бааланды;
- үчүнчү түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелер системасынын жарым окто чечимдеринин жалгыздыгы теоремасы далилденди.

**Изилдөөнүн теориялык маанилүүлүгү жана практикалык баалуулугу.** Иш теориялык мүнөзгө ээ. Изилдөөнүн натыйжасында алынган теориялык жыйынтыктар илимдин жана техниканын ар кандай тармактарында колдонулушу мүмкүн.

**Изилдөөнүн экономикалык маанилүүлүгү.** Изилдөөнүн натыйжалары макроэкономикалык моделдерди, ар кандай экономикалык кубулуштардын динамикасын, узак убакыт интервалдарындагы эволюциясын изилдөөдө колдонулушу мүмкүн.

**Диссертациянын коргоого алынып чыгуучу негизги жоболору:**

- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин жарым окто чечимдеринин жалгыздыгынын жетиштүү шарттары;
- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин бир классы үчүн жарым окто чечимдерин М.М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоо оператору жана туруктуулугу;
- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин окто чечимдеринин жалгыздыгынын жетиштүү;
- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин бир классы үчүн окто чечимдеринин М.М.Лаврентьев боюнча регуляризациялоо оператору жана туруктуулугу;
- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин системасынын жарым окто чечимдеринин жалгыздыгынын жетиштүү шарттары;
- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин системасынын бир классы үчүн жарым окто чечимдерин М.М.Лаврентьев боюнча регуляризациялоо оператору жана туруктуулугу;
- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин системасынын бир классы үчүн чексиз окто чечимдерин М.М.Лаврентьев боюнча регуляризациялоо оператору тургузулду жана туруктуулугу.

**Изденүүчүнүн жеке салымы.** Биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелерди, алардын системаларын чыгаруу үчүн регуляризациялоочу операторлорду тургузууда, алардын чечимдеринин жалгыздыгы теоремасын далилдөөдө жана туруктуулугун баалоодо турат.

**Изилдөөнүн жыйынтыктарын апробациялоо.** Диссертациянын материалдары боюнча бир нече эл аралык жана республикалык конференцияларда баяндамалар жасалды:

- «Бесконечномерный анализ, стохастика, математическое моделирование: новые задачи и методы» Проблемы математического и естественнонаучного образования эл аралык конференциясы (Москва: РУДН, 2014-жылдын 15-18-декабры);
- «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач» эл аралык илимий конференциясы (Новосибирск, 2015-ж. 19-24-октябры);
- Бөрүбаев окууларындагы баяндамалардын тезистери (Кыргыз Республикасы, Бишкек шаары, 2018-жылдын 1-марты);
- Mathematical Analysis, Differential Equations & Applications баяндаманын тезистери – MADEA-8 (Чолпон ата, 2018- жылдын 17-23 июну).

Диссертациялык изилдөөнүн натыйжалары М.М. Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин «Экономикадагы колдонмо информатика» кафедрасынын кеңейтилген отурумунда талкууланды (протокол №3, 30-октябрь, 2018-жыл)

**Публикациялар.** Диссертациялык иштин негизги мазмуну изденүүчүнүн РИНЦке кирген рецензирленүүчү басылмаларда, жыйнактарда жана чет өлкөлүк мезгилдик басылмаларда жарыкка чыккан 8 илимий макаласында жарыяланган. Импакт-фактору бар журналдарда - 2 макала.

**Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү.** Диссертация киришүүдөн, параграфтарга бөлүнгөн үч бөлүмдөн, корутундудан жана 103 аталыштагы колдонулган булактардын тизмесинен турат. Иштин мазмуну машинада терилген 92 беттен турган текстте чагылдырылган.

## ИШТИН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

*Биринчи бөлүмдө* диссертациянын темасы боюнча иштердин обзору жана кошумча материалдар чагылдырылды. Анда корректтүү эмес маселелер жана корректтүү эмес маселелерге келтирилүүчү маселелер теориясындагы илимий изилдөөлөрдүн негизги жыйынтыктарынын обзору жасалды.

*2-бөлүмдө* функционалдык анализ, квадраттык формалар жана барабарсыздыктар ыкмаларын пайдаланып биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелердин жарым окто жана чексиз окто чечимдеринин жалгыздыгы теоремасы далилденди. Биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелердин  $L_2[a, \infty)$  жана  $L_2(-\infty; \infty)$  мейкиндигинде чечимдери үчүн туруктуулуктун баалары алынган жана М.М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоочу операторлор тургузулган.

4 параграфтан турган 2-бөлүм биринчи жана үчүнчү түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин жарым окто жана чексиз окто чечимдеринин жалгыздыгы, регуляризациялоо жана туруктуулугун баалоо боюнча изилдөөлөргө арналды.

2.1-§та төмөнкү түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдеме каралды

$$Ku \equiv \int_a^\infty K(t, s)u(s)ds = f(t), \quad t \in [a, \infty), \quad (1)$$

Мында  $\int_a^\infty \int_a^\infty |K(t, s)|^2 ds dt < \infty,$

$$K(t, s) = \begin{cases} A(t, s), & a \leq s \leq t < \infty, \\ B(t, s), & a \leq t \leq s < \infty. \end{cases}$$

Төмөнкү шарттар аткарылсын дейли:

а) бардык  $(t, s) \in G = \{(t, s), a \leq s \leq t < \infty\};$

$$H'_t(t, s), H'_s(t, s), H''_{st}(t, s) \in L_2(G) \text{ үчүн}$$

- $H(t, s) = A(t, s) + B(s, t)$  туундулары
- б) бардык  $t \in [a, \infty)$  үчүн  $\lim_{t \rightarrow \infty} H(t, a) \geq 0$ ,  $H'_t(t, a) \leq 0$ ,
- бардык  $s \in [a, \infty)$  үчүн  $\lim_{t \rightarrow \infty} H'_s(t, s) \geq 0$ ,
- бардык  $(t, s) \in G$  үчүн  $H''_{st}(t, s) \leq 0$ .

в) Төмөнкү шарттардын жок дегенде бирөө аткарылсын:

- 1) дээрлик бардык  $t \in [a, \infty)$  үчүн  $H'_t(t, a) < 0$ ,
- 2) дээрлик бардык  $s \in [a, \infty)$  үчүн  $\lim_{t \rightarrow \infty} H'_s(t, s) > 0$ ,
- 3) дээрлик  $(t, s) \in G$  үчүн  $H''_{st}(t, s) < 0$ .

**1-теорема.** а), б) жана в) аткарылсын дейли. Анда (1) тендеменин  $L_2[a, \infty) \cap C[a, \infty)$  – мейкиндигинде чечимдери жалгыз.

2.2-бөлүмдө бир эле мезгилде (1) теңдемеси менен экинчи түрдөгү төмөнкү теңдеме каралды:

$$\varepsilon u(t, \varepsilon) + \int_a^\infty K(t, s) u(s, \varepsilon) ds = f(t), \quad t \in [a, \infty), \varepsilon > 0 \quad (2)$$

мында  $\varepsilon$  – кичине параметр.

(1) интегралдык теңдемеси үчүн төмөнкү корректтүүлүк көптүгүндө туруктуулуктун баасы алынган

$$M_\alpha = \left\{ u(t) \in L_2[a, \infty) : \sum_{v=1}^\infty \lambda_v^\alpha |u^{(v)}|^2 \leq c \right\}$$

мында  $c > 0$ ,  $0 < \alpha < \infty$ ,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$  –  $M(t, s)$  ядросунун мүнөздүү сандары, модулдарынын чоңоюу тартибинде жайгаштырылган,  $|\lambda_1| \leq |\lambda_2| \leq \dots$  жана  $\varphi_1(t), \varphi_2(t) \dots$  – тиешелүү ортонормаланган өздүк функциялар,

$$M(t, s) = \begin{cases} H(t, s), & a \leq s \leq t < \infty, \\ H(s, t), & a \leq t \leq s < \infty, \end{cases} \quad (3)$$

$$H(t, s) = \frac{1}{2} [A(t, s) + B(s, t)], \quad (t, s) \in G = \{(t, s) : a \leq s \leq t < \infty\},$$

$$u^{(v)} = \int_a^\infty u(t) \varphi_v(t) dt.$$

Төмөнкү теоремалар далилденди.

**2-теорема.**  $M(t, s)$  – толук ядро жана  $0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots$  болсун дейли. Анда (1) теңдеменин  $L_2[a, \infty)$  мейкиндигинде чечимдери жалгыз.

**3-теорема.**  $M(t, s)$  матрицалык ядросунан туунду болгон  $M$  оператору оң болсун. Анда  $K(M_\alpha)$  көптүгүндө  $K$  операторуна тескери  $K^{-1}$  оператору

$\frac{\alpha}{2 + \alpha}$  Гёльдер көрсөткүчү менен текши үзгүлтүксүз.

(1) интегралдык теңдемесин  $M_\alpha$  корректтүүлүк көптүгүндө чыгаруу үчүн М.М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоочу операторлору тургузулган. Тагыраак айтканда (2) теңдеменин  $u(t, \varepsilon)$  чечимдери  $L_2[a, \infty)$  нормасы боюнча (1) теңдеменин  $\varepsilon \rightarrow 0$  үчүн  $u(t)$  чечимдерина туура келет, мында  $u(t) \in M_\alpha$ .

2.3-параграфта биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелери каралды

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(t, s) u(s) ds = f(t), t \in R = (-\infty, \infty), \quad (4)$$

$$\text{мында} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |K(t, s)|^2 dt ds < \infty,$$

$$K(t, s) = \begin{cases} A(t, s), & -\infty < s \leq t < \infty; \\ B(t, s), & -\infty < t \leq s < \infty. \end{cases}$$

Төмөнкү шарттар аткарылсын деп алабыз:

$$\text{а) } H(t, s), H'_t(t, s), H'_s(t, s), H''_{ts}(t, s) \in C(G),$$

$$\alpha(t) = \lim_{s \rightarrow -\infty} H(t, s), t \in R,$$

$$\alpha(t) \in C(R), \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \alpha(t) = a_0 \in R, a_0 \geq 0, \alpha'(t) = \lim_{s \rightarrow -\infty} H'_t(t, s) \leq 0, t \in R,$$

$$H''_{ts}(t, s) \leq 0, (t, s) \in G, \alpha'(t) \in L_1(R),$$

$$\text{бардык } s \in R, \beta(s) \in C(R) \cap L_1(R); \text{ үчүн } \beta(s) = \lim_{t \rightarrow \infty} [H'_s(t, s)] \geq 0$$

$$\text{б) } \sup_{(t, s) \in G} |H(t, s)| \leq L < \infty, \sup_{t \in R} \int_{-\infty}^t |H'_s(t, s)| ds \leq M < \infty, H''_{ts}(t, s) \in L_1(G),$$

$$\sup_{t \in [s, \infty)} |H'_s(t, s)| \leq \gamma(s) \in L_1(R);$$

в) Төмөнкү шарттардын жок дегенде бирөөсү аткарылсын:

$$1) \text{ дээрлик бардык } t \in R; \text{ үчүн } \alpha'(t) < 0$$

$$2) \text{ дээрлик бардык } s \in R; \text{ үчүн } \beta(s) > 0$$

$$3) \text{ дээрлик бардык } (t, s) \in G. \text{ үчүн } H''_{ts}(t, s) < 0$$

**4-теорема.** а), б) жана в) шарттары аткарылсын дейли. Анда (4) интегралдык теңдеменин чечимдери  $L_1(R)$  мейкиндигинде жалгыз.

2.4-параграфта бир эле мезгилде (4) теңдеме менен экинчи жана үчүнчү түрдөгү төмөнкү интегралдык теңдеме каралды:



$$Ku \equiv a(t)u(t) + \int_{-\infty}^{\infty} K(t,s)u(s)ds = f(t), \quad t \in (-\infty, \infty), \quad (5)$$

$$(\varepsilon + a(t))u(t, \varepsilon) + \int_{-\infty}^{\infty} K(t,s)u(s, \varepsilon)ds = f(t), \quad t \in (-\infty, \infty), \quad \varepsilon > 0, \quad (6)$$

мында  $\varepsilon$  – кичине параметр,  $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |K(t,s)|^2 dt ds < \infty$ ,

$$K(t,s) = \begin{cases} A(t,s), & -\infty < s \leq t < \infty, \\ B(t,s), & -\infty < t \leq s < \infty. \end{cases}$$

$A(t,s), B(t,s), a(t)u f(t)$  – берилген функциялар,  $u(t)$  – изделүүчү функция болсун. Бардык жерде  $a(t)$  функциясы бардык  $t \in (-\infty, \infty)$  үчүн  $(-\infty, \infty)$  жана  $a(t) \geq 0$  үзгүлтүксүз чектелүү функция.

$$Q_\alpha = \left\{ u(t) \in L_2(-\infty, \infty) : \sum_{v=1}^{\infty} \lambda_v^\alpha |u^{(v)}|^2 \leq c \right\} \text{ корректтүүлүк көптүгүндө}$$

(5) интегралдык теңдеменин чечимдеринин туруктуулугу бааланды.

мында  $c > 0$ ,  $0 < \alpha < \infty$ ,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots - M(t,s)$  ядросунун модулдарынын чоңоюу тартибинде жайгаштырылган мүнөздөөчү сандары,  $|\lambda_1| \leq |\lambda_2| \leq \dots$  жана  $\varphi_1(t), \varphi_2(t) \dots$  - тиешелүү ортонормаланган өздүк функциялар,

$$M(t,s) = \begin{cases} H(t,s), & -\infty < s \leq t < \infty, \\ H(s,t), & -\infty < t \leq s < \infty. \end{cases}$$

$$H(t,s) = \frac{1}{2} [A(t,s) + B(s,t)], \quad (t,s) \in G = \{(t,s) : -\infty < s \leq t < \infty\},$$

$$u^{(v)} = \int_a^\infty u(t) \varphi_v(t) dt.$$

(5) интегралдык теңдемесин  $Q_\alpha$  корректтүүлүк көптүгүндө чыгаруу үчүн М.М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоочу операторлору тургузулду. Тагыраак айтканда (5) теңдеменин  $u(t, \varepsilon)$  чечимдери  $L_2(-\infty, \infty)$  нормасы боюнча (6) теңдеменин  $\varepsilon \rightarrow 0$  учуру үчүн  $u(t)$  чечимдерина окшош болот, мында  $u(t) \in Q_\alpha$ .

3-бөлүмдө биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелер чексиз аймактарда каралды. Функционалдык анализ, квадраттык формалар жана барабарсыздыктар ыкмаларын пайдаланып биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелер системаларынын жарым окто жана чексиз окто чечимдеринин жалгыздыгы теоремасы далилденди. Биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелер системалары үчүн  $L_2([a, \infty), R^n)$ ,

$L_2((-\infty; +\infty); R^n)$  мейкиндигинде туруктуулуктун баалары алынды жана регуляризациялоочу операторлор тургузулду. Мындан тышкары, үчүнчү сызыктуу интегралдык теңдемелер системасынын жарым окто чечимдеринин жалгыздыгы теоремасы далилденди.

3.1-параграфта бир эле мезгилде төмөнкү биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин системалары жарым окто каралды

$$\int_a^\infty K(t, s)u(s)ds = f(t), t \in [a, \infty) \quad (7)$$

$$\varepsilon u(t, \varepsilon) + \int_a^\infty K(t, s)u(s, \varepsilon)ds = f(t), \quad t \in [a, \infty), \varepsilon > 0 \quad (8)$$

мында  $\varepsilon$  – кичине параметр,

$$K(t, s) = \begin{cases} A(t, s), a \leq s \leq t < \infty; \\ B(t, s), a \leq t \leq s < \infty. \end{cases}$$

$$A(t, s) = a_{ij}(t, s) = \begin{pmatrix} a_{11}(t, s) & a_{12}(t, s) & \dots & a_{1n}(t, s) \\ a_{21}(t, s) & a_{22}(t, s) & \dots & a_{2n}(t, s) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}(t, s) & a_{n2}(t, s) & \dots & a_{nn}(t, s) \end{pmatrix},$$

$$B(t, s) = b_{ij}(t, s) = \begin{pmatrix} b_{11}(t, s) & b_{12}(t, s) & \dots & b_{1n}(t, s) \\ b_{21}(t, s) & b_{22}(t, s) & \dots & b_{2n}(t, s) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1}(t, s) & b_{n2}(t, s) & \dots & b_{nn}(t, s) \end{pmatrix}$$

$$f(t) = (f_i(t)) = (f_1(t), \dots, f_n(t))^T.$$

$$N_\alpha = \left\{ u(t) \in L_2([a, \infty); R^n) : \sum_{v=1}^\infty \lambda_v^{-\alpha} |u^{(v)}|^2 \leq c \right\} \quad \text{корректтүүлүк}$$

көптүгүндө (7) интегралдык теңдемелеринин чечимдеринин туруктуулугу бааланды

$$u^{(v)} = \int_a^\infty \langle u(t), \phi^{(v)}(t) \rangle dt, \quad (v = 1, 2, \dots).$$

мында  $c > 0$ ,  $0 < \alpha < \infty$ ,  $\lambda_v$  –  $M(t, s)$  матрицалык ядросунун модулдарынын азаюу тартибинде жайгаштырылган жеке маанилери, жана вектор-функциялар,  $\phi^{(v)}(t) = (\phi_1^{(v)}(t) \dots \phi_n^{(v)}(t))^T - \lambda_v$  жеке маанилерине туура келген жеке ортонормаланган вектор-функциялар.

$$M(t, s) = \begin{cases} H(t, s), & a \leq s \leq t < \infty, \\ H^*(s, t), & a \leq t \leq s < \infty. \end{cases}$$

$$H(t, s) = (H_{ij}(t, s), H^*(s, t) = (H_{ji}(s, t)).$$

$$H(t,s) = \frac{1}{2}(A(t,s) + B^*(s,t)), \quad (t,s) \in G = \{a \leq s < t < \infty\}$$

Төмөнкү теорема далилденди:

**5-теорема.**  $M(t,s)$  матрицалык ядросунун туундусу болгон  $M$  оператору оң болсун. Анда  $K(N_\alpha)$  көптүгүндө  $K$  операторуна тескери  $K^{-1}$  оператору,  $\frac{\alpha}{2+\alpha}$  Гёльдер көрсөткүчү менен текши үзгүлтүксүз болот, б.а. төмөнкү баалоо туура:

$$\|u(t)\|_{L_2} \leq c^{\frac{1}{2+\alpha}} \|f(t)\|_{L_2}^{\frac{\alpha}{2+\alpha}} \quad 0 < \alpha < \infty \quad (9)$$

Биринчи түрдөгү (7) сызыктуу интегралдык теңдемелер системасын  $N_\alpha$  корректтүүлүк көптүгүндө чыгаруу үчүн М.М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоочу операторлору тургузулду. Тагыраак айтканда экинчи түрдөгү (8) сызыктуу интегралдык теңдемелер системасынын  $u(t, \varepsilon)$  чечимдеринин  $L_2([a, \infty); R^n)$  нормасы боюнча (7) сызыктуу интегралдык теңдемелер системасынын  $\varepsilon \rightarrow 0$  учуру үчүн  $u(t)$  чечимдерина окшош болот, мында  $u(t) \in N_\alpha$ .

Б.а. төмөнкү баалоо анык

$$\|u(t, \varepsilon) - u(t)\|_{L_2} \leq c^{\frac{1}{2}} \lambda_1^{\frac{a(2a+1)}{4(1+a)}} \varepsilon^{\frac{\alpha}{4(1+\alpha)}}, \quad 0 < a < \infty \quad (10)$$

3.2-параграфта төмөнкү биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин системалары чексиз окто каралды:

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(t,s)u(s)ds = f(t), \quad t \in (-\infty, \infty), \quad (11)$$

$$\varepsilon u(t, \varepsilon) + \int_{-\infty}^{\infty} K(t,s)u(s, \varepsilon)ds = f(t), \quad t \in R, \quad \varepsilon > 0 \quad (12)$$

мында  $\varepsilon$  – кичине параметр,  $K(t,s) = \begin{cases} A(t,s), & -\infty < s \leq t < \infty; \\ B(t,s), & -\infty < t \leq s < \infty. \end{cases}$

$$A(t,s) = a_{ij}(t,s) = \begin{pmatrix} a_{11}(t,s) & a_{12}(t,s) & \dots & a_{1n}(t,s) \\ a_{21}(t,s) & a_{22}(t,s) & \dots & a_{2n}(t,s) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}(t,s) & a_{n2}(t,s) & \dots & a_{nn}(t,s) \end{pmatrix},$$

$$B(t,s) = b_{ij}(t,s) = \begin{pmatrix} b_{11}(t,s) & b_{12}(t,s) & \dots & b_{1n}(t,s) \\ b_{21}(t,s) & b_{22}(t,s) & \dots & b_{2n}(t,s) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1}(t,s) & b_{n2}(t,s) & \dots & b_{nn}(t,s) \end{pmatrix},$$

$$f(t) = (f_i(t)) = (f_1(t), \dots, f_n(t))^T,$$

$$u(t) = (u_i(t)) = (u_1(t), \dots, u_n(t))^T.$$

Мында  $A(t,s)$  жана  $B(t,s)$  – берилген матрицалык функциялар,  $f(t)$  – белгилүү вектор-функция,  $u(t)$  – белгисиз вектор-функция. Бардык жерде  $\|K(t,s)\| \in L_2(R \times R)$ ,  $\|f(t)\| \in L_2(R)$  деп алабыз.

Белгилеп алабыз:

$$H(t,s) = \frac{1}{2}(A(t,s) + B^*(s,t)), \quad (t,s) \in G = \{-\infty < s < t < \infty\}$$

$M(t,s) = M_{ij}((t,s))$  жаңы матрицалык функциясын төмөнкүдөй кийиребиз

$$M(t,s) = \begin{cases} H(t,s), & -\infty < s \leq t < \infty; \\ H(s,t), & -\infty < t \leq s < \infty, \end{cases}$$

$$H(t,s) = (H_{ij}(t,s)), \quad H(s,t) = (H_{ij}(s,t)).$$

Мындан  $M(t,s) = M(s,t) \quad (t,s) \in G$  экендиги түшүнүктүү жана

$$M(t,s) = \sum_{v=1}^m \lambda_v \begin{pmatrix} \phi_1^{(v)}(t) \\ \dots \\ \phi_n^{(v)}(t) \end{pmatrix} (\bar{\phi}_1^{(v)}(s) \dots \bar{\phi}_n^{(v)}(s)), m \leq \infty, \quad (13)$$

мында  $\lambda_v - M(t,s)$  матрицалык ядросунун модулдарынын азаюу тартибинде жайгашкан өздүк маанилери, жана вектор-функциялар.

$\phi^{(v)}(t) = (\phi_1^{(v)}(t) \dots \phi_n^{(v)}(t))^T - \lambda_v$  өздүк маанилерине туура келген өздүк ортонормаланган вектор-функциялар.

Мындан ары  $M(t,s)$  матрица катарынын бардык  $\lambda_v$  өздүк маанилери оң деп эсептейбиз.

$M(t,s)$  матрицалык ядросунун туундусу болгон  $M$  операторунун толук үзгүлтүксүздүгүнөн жана туташтыгынан улам,  $\{\phi^{(v)}(t)\}$  өздүк вектор-функцияларынын  $L_2(R; R^n)$  дагы ортонормаланган удаалаштыгы толук болот.

$$P_\alpha = \left\{ u(t) \in L_2(R; R^n) : \sum_{v=1}^{\infty} \lambda_v^{-\alpha} |u^{(v)}|^2 \leq c \right\} \quad \text{корректтүүлүк көптүгүндө}$$

интегралдык теңдемелеринин чечимдеринин туруктуулугу бааланды, мында  $c > 0$ ,  $0 < \alpha < \infty$ ,

$$u^{(v)} = \int_{-\infty}^{\infty} \langle u(t), \phi^{(v)}(t) \rangle dt, \quad (v = 1, 2, \dots)$$

**6-теорема.**  $M(t,s)$  матрицалык ядросунун туундусу болгон  $M$  оператору оң болсун, мында  $M(t,s)$  (12) формулалары боюнча аныкталсын дейли. Анда  $K(P_\alpha)$  көптүгүндө ( $K(P_\alpha) - P_\alpha$  нын образы)  $K^{-1}$  операторуна тескери  $K$  операторун чагылдырууда  $\frac{\alpha}{2+\alpha}$  Гёльдер көрсөткүчү менен текши үзгүлтүксүз болот.  
б.а.

$$\|u(t)\| \leq c^{\frac{1}{2+\alpha}} \|f(t)\|, \quad \frac{\alpha}{2+\alpha} \quad 0 < \alpha < \infty. \quad \text{баалоосу туура} \quad (14)$$

Биринчи түрдөгү (10) сызыктуу интегралдык теңдемелер системасын  $P_\alpha$  корректтүүлүк көптүгүндө чыгаруу үчүн М.М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоочу операторлору тургузулду. Тагыраак айтканда экинчи түрдөгү (11) сызыктуу интегралдык теңдемелер системасынын  $u(t, \varepsilon)$  чечимдерин  $L_2((-\infty, \infty); R^n)$  нормасы боюнча (11) сызыктуу интегралдык теңдемелер системасынын  $\varepsilon \rightarrow 0$  учуру үчүн  $u(t)$  чечимдери окшош болот, мында  $u(t) \in P_\alpha$ .

3.3 -параграфта төмөнкү түрдөгү система каралды:

$$P(t)u(t) + \int_a^\infty K(t, s)u(s)ds = f(t), \quad t \in [a, \infty), \quad (15)$$

$$\text{мында } K(t, s) = \begin{cases} A(t, s), & a \leq s \leq t < \infty; \\ B(t, s), & a \leq t \leq s < \infty. \end{cases}$$

Мында  $P(t)$ ,  $A(t, s)$  жана  $B(t, s)$  – берилген матрицалык функциялар,  $f(t)$  – белгилүү вектор-функция,  $u(t)$  – белгисиз вектор-функция.

$$\|K(t, s)\| \in L_2([a, \infty) \times [a, \infty)), \quad \|f(t)\| \in L_2[a, \infty).$$

Төмөнкү шарттар аткарылсын дейли:

а)  $H(t, s)$  туундулары  $H_t'(t, a)$ ,  $H_s'(t, s)$ ,  $H_{st}''(t, s)$  жана  $(H(t, a))^* = H(t, a)$ ,  $(H_s'(t, s))^* = H_s'(t, s)$ ,  $(H_{st}''(t, s))^* = H_{st}''(t, s)$  мында  $H^* - H$  матрицасына айкалышкан матрица жана  $\|H_t'(t, s)\|, \|H_s'(t, s)\|, \|H_{st}''(t, s)\| \in L_2(G)$ ;  $\|P(t)\| \in C[a, \infty)$ - бардык үзгүлтүксүз жана  $[a, \infty)$ ; чектелүү функциялардын мейкиндиги.

$$\text{б) } \lim_{t \rightarrow \infty} \langle H(t, a)u, u \rangle \geq 0, \quad \forall u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} \in R^n \quad \text{б.а. } H(\infty, a) \geq 0;$$

$$\langle H_t'(t, a)u, u \rangle \leq 0, \quad \forall u \in R^n \quad \text{т.е. } H_t'(t, a) \leq 0; \quad \forall t \in [a, \infty);$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \langle H_s'(t, s)u, u \rangle \geq 0, \quad \forall u \in R^n \quad \text{б.а.} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} H_s'(t, s) \geq 0; \quad \forall s \in [a, \infty);$$

дээрлик бардык  $t \in [a, \infty)$  үчүн

$$\langle H_{st}''(t, s)u, u \rangle \leq 0, \quad \forall u \in R^n \quad \text{т.е. } H_{st}''(t, s) \leq 0, \quad \forall (t, s) \in G,$$

$$\left\langle \frac{1}{2} [P(t) + P^*(t)]u, u \right\rangle \geq \alpha(t)\|u\|^2, \quad \forall u \in R^n, \alpha(t) \in C[a, \infty), \alpha(t) \geq 0$$

в) төмөнкү шарттардын жок дегенде бирөө аткарылсын:

- 1) дээрлик бардык  $t \in [a, \infty)$  үчүн  $\langle H'_t(t, a)u, u \rangle < 0, \forall u \in R^n, u \neq 0$   
б.а.  $H'_t(t, a) < 0$ ;
- 2) дээрлик бардык  $s \in [a, \infty)$  үчүн  $\lim_{t \rightarrow \infty} \langle H'_s(t, s)u, u \rangle > 0, \forall u \in R^n, u \neq 0$   
б.а.  $H'_s(t, s) > 0$ ;
- 3) дээрлик бардык  $(t, s) \in G = \{(t, s) : a \leq s \leq t < \infty\}$  үчүн  
 $\langle H''_{st}(t, s)u, u \rangle < 0, \forall u \in R^n, u \neq 0$  б.а.  $H''_{st}(t, s) < 0$ .
- 4) дээрлик бардык үчүн  $\alpha(t) > 0$ .
- Төмөнкү теорема далилденди.
- 7-теорема.** а), б), жана в) шарттары аткарылсын. Анда (15) системанын чечимдери  $L_2([a, \infty), R^n) \cap C([a, \infty); R^n)$  – мейкиндигинде жалгыз.

## ТЫЯНАКТАР ЖАНА СУНУШТАР:

Жүргүзүлгөн изилдөөлөрдүн натыйжасында диссертациялык иште төмөнкү маселелер чечилди жана теориялык жана практикалык тыянактар чыгарылды:

-биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык тендемелер үчүн жарым октогу чечимдеринин жалгыздыгынын жетиштүү шарттары аныкталды;

-үчүнчү түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык тендемелердин октогу чечимдеринин жалгыздыгынын жетиштүү шарттары аныкталды;

-биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык тендемелер бир классы үчүн чексиз окто чечимдеринин туруктуулугу бааланды жана М.М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоочу операторлору тургузулду;

-үчүнчү түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык тендемелер системасы үчүн жарым окто чечимдеринин жалгыздыгынын жетиштүү шарттары аныкталды;

-биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык тендемелер системасынын бир классы үчүн жарым окто, чечимдеринин туруктуулугу бааланды жана М.М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоочу операторлор тургузулду.

Диссертациялык иште биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык тендемелердин жана биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык тендемелер системаларынын чексиз аймактарда чечимдеринин жалгыздыгы, туруктуулугу жана регуляризациялоо маселелери изилденди. Терс эмес квадраттык формалар ыкмасы менен биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык тендемелери жарым окто, чексиз окто жана үчүнчү түрдөгү сызыктуу

интегралдык теңдемелер системаларынын жарым окто чечимдеринин жалгыздыгы теоремасы далилденди.

Функционалдык анализ жана барабарсыздыктар ыкмаларын пайдаланып биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелерди жана биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелер системаларын жарым окто чыгаруу үчүн регуляризациялоочу операторлор тургузулду жана туруктуулуктун баалары алынды.

Биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелердин жана биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелер системаларынын чексиз аймактарда чечимдеринин жалгыздыгы, туруктуулугу жана регуляризациялоо маселелерин изилдөөнүн натыйжалары илимдин жана техниканын ар түрдүү аймактарында колдонулушу мүмкүн.

## **ДИССЕРТАЦИЯ БОЮНЧА ЖАРЫЯЛАНГАН ЖУМУШТАРДЫН ТИЗМЕСИ:**

1. Орозмаматова Ж.Ш. О единственности решений линейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода на полуоси // Известия вузов Кыргызстана. - №11. - Бишкек, 2015. 3-7-бб.
2. Орозмаматова Ж.Ш. Регуляризация и оценки устойчивости решений систем линейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода на полуоси // Символ науки. – 5-чыл. – 3-бөлүк. – Уфа: «Омега Сайнс», 2016. – 39-43-бб.
3. Орозмаматова Ж.Ш. Регуляризация и оценки устойчивости решений линейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода на полуоси // Известия вузов Кыргызстана. - №11. - Бишкек, 2017. - 17-23-бб.
4. Орозмаматова Ж.Ш. Об одном классе линейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода на оси // Известия вузов Кыргызстана. - №11. - Бишкек, 2017. - 3-9-бб.
5. Орозмаматова Ж.Ш. О единственности решения систем линейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода на полуоси // Символ науки. - №1. Уфа: «Омега Сайнс», 2018. - 8-12-бб.
6. Орозмаматова Ж.Ш. Регуляризация и оценки устойчивости решений систем линейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода на оси // Символ науки. - №1. Уфа: «Омега Сайнс», 2018. - 12-18-бб.
7. Орозмаматова Ж.Ш. Об одном классе линейных интегральных уравнений Фредгольма третьего рода на оси // Постулат. – 2018. №8. -79-85-бб.
8. Орозмаматова Ж.Ш. Об одном классе систем линейных интегральных уравнений Фредгольма третьего рода на полуоси // Синергия. - 2018. - №4. -33-39-бб.



**Орозмаматова Жыпаргүл Шермаматовнанын «Чексиз аймактарда биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелерин регуляризациялоо жана чечиминин жалгыздыгы» деген темада 01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдуу башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн даярдалган диссертациялык ишинин**

## **РЕЗЮМЕСИ**

**Негизги сөздөр:** биринчи жана үчүнчү түрдөгү Фредгольм интегралдык теңдемелери, туруктуулугун баалоо, регуляризациялоо.

**Изилдөөнүн объектиси** катары Фредгольм интегралдык теңдемелеринин ар түрдүү класстары каралды.

**Иштин максатын** биринчи жана үчүнчү түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемесин чексиз аймактарда чыгаруу үчүн регуляризацияны тургузуу жана чечимдеринин жалгыздыгын далилдөө, жана аларды чыгаруунун натыйжалуу ыкмаларын теориялык жактан негиздөө менен иштеп чыгуу түздү.

**Изилдөөнүн ыкмалары.** Изилдөөнүн жүрүшүндө функционалдык анализ, тескери эмес квадраттык формалар, М.М. Лаврентьевдин регуляризациялоо ыкмасы, интегралдык өзгөртүүлөр ыкмалары ж.б. колдонулду.

**Изилдөөнүн илимий жаңылыктары:**

- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин бир классы үчүн жарым окто чечимдеринин жалгыздыгы теоремасы далилденди;

- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин бир классы үчүн жарым окто чечимдеринин М.М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоо оператору тургузулду жана туруктуулугу бааланды;

- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин бир классы үчүн окто чечимдеринин жалгыздыгы теоремасы далилденди;

- үчүнчү түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин бир классы үчүн окто чечимдеринин М.М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоо оператору тургузулду жана туруктуулугу бааланды;

- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин системасынын бир классы үчүн жарым окто чечимдеринин жалгыздыгы теоремасы далилденди;

- биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелеринин системасынын бир классы үчүн окто чечимдеринин М.М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоо оператору тургузулду жана туруктуулугу бааланды;

- үчүнчү түрдөгү Фредгольм сызыктуу интегралдык теңдемелер системасынын жарым окто чечимдеринин жалгыздыгы теоремасы далилденди.

**Иштин теориялык жана практикалык маанилүүлүгү.** Иш теориялык мүнөзгө ээ. Изилдөөнүн натыйжасында алынган теориялык жыйынтыктар илимдин жана техниканын ар кандай аймактарында колдонулушу мүмкүн.

**Колдонуу чөйрөлөрү.** Интегралдык теңдемелердин чечимдери зор колдонмо мааниге ээ, алсак, физикалык эксперименттерде, экономикалык системаларды моделдештирүүдө, геофизикада, астрофизикада, сүрөттөрдү иштетүүдө, термелүүчү спектроскопияда, электрондук микроскопияда, акустикада колдонулушу мүмкүн. Изилдөөнүн натыйжаларын жогорку окуу жайларында дифференциалдык теңдемелер курсун окутууда кошумча материал катары пайдаланууга болот.

## РЕЗЮМЕ

**диссертационной работы Орозмаматовой Жыпаргул Шермаматовны на тему: «Регуляризация и единственность решений линейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода в неограниченных областях», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление**

**Ключевые слова:** интегральное уравнение Фредгольма первого рода и третьего рода, единственность решения, регуляризация, оценка устойчивости.

**Объектом исследования** являются различные классы интегральных уравнений Фредгольма.

**Цель работы** заключается в построении регуляризации и доказательстве единственности решений линейных интегральных уравнений Фредгольма первого и третьего родов в неограниченных областях и разработке эффективных методов их решения с теоретическим обоснованием.

**Методика исследования.** В ходе проведенного исследования использованы методы функционального анализа, метод неотрицательных квадратичных форм, метод регуляризации М.М. Лаврентьева, методы интегральных преобразований.

**Научная новизна:**

- установлены достаточные условия единственности решения для линейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода на полуоси;
- построены регуляризирующие операторы по М.М. Лаврентьеву и получены оценки устойчивости решений для одного класса линейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода на полуоси;
- установлены достаточные условия единственности решения для линейных интегральных уравнений Фредгольма третьего рода на оси;
- построены регуляризирующие операторы по М.М. Лаврентьеву и получены оценки устойчивости решений для одного класса линейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода на оси;
- установлены достаточные условия единственности решения для линейных систем интегральных уравнений Фредгольма первого рода на полуоси;
- построены регуляризирующие операторы по М.М. Лаврентьеву и получены оценки устойчивости решений для одного класса систем линейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода на полуоси;
- построены регуляризирующие операторы по М.М. Лаврентьеву и получены оценки устойчивости решений для одного класса систем линейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода на оси.

**Теоретическая и практическая значимость.** Работа носит теоретический характер. Полученные по результатам исследования теоретические результаты могут быть применены в различных областях науки и техники.

**Область применения.** Решение интегральных уравнений имеет большое прикладное значение, в частности, могут быть применены при математической обработке (интерпретации) результатов измерений в физических экспериментах, моделировании экономических систем, геофизике, астрофизике, обработке изображений, колебательной спектроскопии, электронной микроскопии, акустике. Результаты исследования могут быть использованы в качестве дополнительного материала при прочтении курса дифференциальных уравнений в высших учебных заведениях.

## SUMMARY

of the thesis of Orozmamatova Zhipargul Shermamatovna on the theme “Regularization and uniqueness of solutions of Fredholm linear integral equations of the first kind in unbounded domains”, submitted for the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences in specialty 01.01.02-differential equations, dynamic systems and optimal control

**Keywords:** Fredholm integral equation of the first kind, uniqueness of the solution, regularizing stability estimate.

**The object of the research** is various classes of Fredholm integralequations.

**The goal of the work** is to construct a regularization and proof of the uniqueness of the solutions of the linear Fredholm integral equations of the first and third kinds in unbounded domains and to develop effective methods for their solution with theoretical justification.

**Research methodology.** In the course of the study, functional analysis, the method of nonnegative quadratic forms, the method of regularization of M.M. Lavrentev, the method of integral transformations were used.

**Scientific novelty:**

- established sufficient conditions for the uniqueness of the solution for the Fredholm linear integral equations of the first kind on the semi-axis;

- configured operators according to M.M. Lavrentev and obtained estimates of the stability of solutions for a class of Fredholm linear integral equations of the first kind on a semi-axis;

- established sufficient conditions for the uniqueness of the solution for the Fredholm linear integral equations of the third kind on the axis;

- regularizing operators were constructed according to M.M. Lavrent'ev and estimates were obtained for the stability of solutions for one class of Fredholm linear integral equations of the first kind on the axis;

- established sufficient conditions for the uniqueness of the solution for linear systems of Fredholm integral equations of the first kind on a semi-axis;

- regularized operators according to M. M.Lavtentyev were constructed and estimates were obtained for the stability of solutions for a class of systems of Fredholm linear integral equations of the first kind on a semi-axis;

- regularized operators according to M. M.Laventyev were constructed and estimates of the stability of solutions were obtained for a class of systems of Fredholm linear integral equations of the first kind on the axis.

**Theoretical and practical significance.** The work is theoretical. The theoretical results obtained from the research results can be applied in various fields of science and technology.

**Application area.** The solution of integral equations is of great practical importance, in particular, can be applied in mathematical processing (interpretation) of measurement results in physical experiments, modeling of economic systems, geophysics, astrophysics, image processing, vibrational spectroscopy, electron microscopy, acoustics. The results of the study can be used as additional material when reading the course of differential equations in higher educational descriptions.

Тиражы 50 экз. Форматы 60 x 84/16.  
Буйуртма №534. Көлөмү 1,25 б.т.  
ОшТУ РББ басып чыгарылды  
Ош ш. Исанова көч 81.