НациональнАЯ академиЯ наук кыргызской республики

институт теоретической и прикладной математики

КЫРГЫЗСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИМени Ж. БАЛАСАГЫНА

**Диссертационный совет Д 01.15.513**

***На правах рукописи***

***УДК 517.968***

**ТАГАЕВА САБИНА БАЗАРБАЕВНА**

**РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЙ**

**ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВОЛЬТЕРРА 3-ГО РОДА**

**В НЕОГРАНИЧЕННЫХ ОБЛАСТЯХ**

Специальность 01.01.02 – дифференциальные уравнения,

динамические системы и оптимальное управление

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

**диссертации на соискание ученой степени кандидата**

**физико-математических наук**

**Бишкек – 2015**

Работа выполнена в Кыргызском государственном техническом университете имени И.Раззакова.

**Научный руководитель:** доктор физико-математических наук,

профессор **Асанов А.**

**Официальные оппоненты:** доктор физико- математических наук

профессор **Какишов К.**

кандидат физико-математических наук

доцент **Эгембердиев Ш. А.**

**Ведущая организация:** Казахский Национальный аграрный

университет

Адрес: Казахстан ,050010 , г. Алматы, проспект Абая, 8.

Защита диссертации состоится «18» сентября 2015 г. в 1600 часов на заседании диссертационного совета Д 01.15.513 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора (кандидата) физико-математических наук при Институте теоретической и прикладной математики НАН Кыргызской Республики и Кыргызском Национальном университете им. Ж. Баласагына по адресу: Кыргызстан, 720054, г. Бишкек, ул. Абдумомунова 328, лабораторный корпус № 6 КНУ, аудитория 211.

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной библиотеке НАН Кыргызской Республики по адресу: Кыргызстан, 720071, г. Бишкек, проспект Чуй, 265-а.

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2015 г.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Искандаров С. |

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** В различных областях человеческой деятельности возникает следующая ситуация. Некоторая область в пространстве недоступна для непосредственных измерений, но имеется возможность измерять на ее границах суммарные характеристики распределенных в ней величин, в том числе плотность, скорость распространения волн, параметры упругости, проводимость, диэлектрическую и магнитную проницаемость, а также свойства и местоположение неоднородностей, дефектов, инородных включений. Математически такие задачи сводятся к интегральным уравнениям первого рода, где ядро представляет свойства среды, свободный член - результаты измерений на границах, искомая функция - показатели среды во внутренних точках. Если происходит простое суммирование, то уравнение является линейным; если еще имеет место взаимодействие между показателями среды в различных точках, то возникает нелинейное уравнение. В противоположность «прямым» задачам - суммированию известных функций - такие задачи стали называться обратными.

Далее, было выяснено, что такие задачи в рамках существовавших в первой половине ХХ века математических понятий являются некорректными - большие изменения искомых непрерывных функций могут приводить к малым изменениям заданных функций. В связи с этим А.Н.Тихонов поставил вопрос о дополнительной информации, необходимой для исследования некорректных задач, и ввел соответствующие практике предположения о существовании решения и компактности множества решений, что дало возможность сформулировать теоремы об условной корректности поставленных задач. Он также предложил конкретный метод регуляризации, который применительно к интегральным уравнениям первого рода состоит в добавлении малого слагаемого - сингулярного возмущения.

Интегрирование различных типов дифференциальных уравнений приводит их к интегральным уравнениям второго рода.

Особую роль играют интегральные уравнения третьего рода, сочетающие в себе особенности интегральных уравнений первого и второго рода, поэтому их исследование, а также исследование их сингулярных возмущений является актуальным.

Ранее в литературе были найдены достаточные условия существования решений интегральных уравнений третьего рода в пространствах обобщенных функций, а также - в пространствах обычных функций при предположении гладкости коэффициентов, но с значительными дополнительными условиями. Также, были найдены достаточные условия сходимости решений сингулярно-возмущенных интегральных уравнений третьего рода к решениям соответствующих вырожденных интегральных уравнений, но не исследовался вопрос о другой возможной асимптотике решений.

**Связь темы диссертации с государственными программами**. Диссертация выполнялась в рамках научно-исследовательской работы по теме "Качественные теории некоторых классов дифференциальных, интегро-дифференциальных уравнений и их приложения" кафедры "Высшая математика" КГТУ им. И. Раззакова, № госрегистрации 0003459. Материалы вошли в отчеты по этой теме.

**Цель работы.**

1. Найти достаточно широкие условия существования и единственности решений линейных и нелинейных интегральных уравнений и систем уравнений третьего рода без предположения дифференцируемости известных функций.
2. Выявить возможные альтернативные виды асимптотики решений сингулярно-возмущенных интегральных уравнений третьего рода.
3. Разработать методы приближенного решения интегральных уравнений третьего рода, когда исходные данные являются сложными для аналитического решения.
4. Найти достаточные условия существования и единственности решений интегральных уравнений третьего рода в пространствах суммируемых функций.
5. Найти возможные спектральные свойства линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода.

Методика исследования. В работе используется принцип сжимающих отображений, метод разложения в ряд, развит метод предельных соотношений для интегральных операторов от функций, на этой основе разработан эффективный метод приближенного решения линейных интегральных уравнений третьего рода, применена методика поиска новых явлений Г.М.Кененбаевой, проведен вычислительный эксперимент, позволивший выдвинуть гипотезу о спектральных свойствах.

Научная новизна работы. Основные научные результаты:

1. Найдены условия существования и единственности решений линейных и нелинейных интегральных уравнений и систем уравнений Вольтерра третьего рода с требованием существования производных известных функций только в начальной точке, показана их неулучшаемость.
2. Обнаружено новое явление частичного поворота решения вырожденного уравнения в теории сингулярных возмущений интегральных уравнений Вольтерра третьего рода, найдены различные возможные виды асимптотики решений сингулярно-возмущенных возмущений интегральных уравнений третьего рода с вырожденным ядром, кроме сходимости к решению вырожденного уравнения: сходимость с пограничным слоем, сходимость к разрывной функции, сходимость к обобщенной функции.
3. Разработан эффективный метод приближенного решения линейных интегральных уравнений третьего рода.

4. Найдены достаточные условия существования и единственности решений линейных и нелинейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода и их систем в пространствах суммируемых функций.

5. Выявлен общий вид спектра линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода с постоянными ядрами.

Теоретическая и практическая ценность. Результаты работы представляют, прежде всего, теоретический интерес. Полученные результаты могут быть применены для решения задач из различных областей науки и техники, сводящихся к интегральным уравнениям Вольтерра третьего рода.

Основные положения, выносимые на защиту:

- условия существования и единственности решений линейных и нелинейных интегральных уравнений и систем уравнений Вольтерра третьего рода, с требованием существования производных известных функций только в начальной точке;

- новое явление частичного поворота решения вырожденного уравнения в теории сингулярных возмущений интегральных уравнений Вольтерра третьего рода;

- метод приближенного решения линейных интегральных уравнений третьего рода на основе предельного соотношения для интегрального оператора;

- достаточные условия существования и единственности решений линейных и нелинейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода и их систем в пространствах суммируемых функций;

- общий вид спектра линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода с постоянными ядрами.

**Апробация работы.** Результаты диссертации докладывались

- на III конгрессе Всемирного математического общества Тюркских стран, г. Алматы, 2009 г.;

- на Международной научно-технической конференции «Наука, образование, инновации: приоритетные направления развития», посвященной 55-летнему юбилею КГТУ им. И.Раззакова, г. Бишкек, 2009 г.;

- на Международной межвузовской научно-практической конференции «Инновационные технологии и передовые решения», г. Бишкек, 2013 г.;

- на научно- практической конференции «Прикладная математика и механика: проблемы и перспективы», посвященной 85- летию Рахима Усубакунова, г. Бишкек, 2014 г.;

- на расширенном заседании кафедры «Высшая математика» КГТУ им. И.Раззакова, г. Бишкек, 2014 г.;

- на научно- техническом совете кафедры «Прикладная математика и информатика» КГУСТА им. Н.Исанова, г. Бишкек, 2015 г.

**Публикации по теме диссертации.** Основные результаты диссертации были опубликованы в статьях [1]-[10] и монографии [11]. В статье [1] научному руководителю принадлежит постановка задачи, а автору - ее решение, в статье [10] соавтору принадлежит общее изложение, а автору - обнаружение явления частичного поворота решения вырожденного уравнения.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, шести глав, состоящих из 24 разделов, выводов, списка использованных источников из 58 наименований и приложений - инструкций и программ на языке *pascal* и численных результатов решений интегральных уравнений третьего рода, программы на языке *MathCad* и графика решения, иллюстрирующего явление частичного поворота решения вырожденного уравнения.

Нумерация разделов - двойная: первая цифра указывает на номер главы, вторая – на номер раздела. Нумерация теорем, формул, следствий, примеров - тройная: первая цифра указывает на номер главы, вторая - на номер раздела, третья - на порядковый номер в разделе. Объем текста 99 страниц.

Содержание работы

**В первой главе** содержится обзор литературы по интегральным уравнениям третьего рода, их сингулярным возмущениям, некорректным задачам.

Обозначения: ε - малый положительный параметр, Δ⊂ R - некоторая область, ограниченная слева; не умаляя общности, можно считать, что

Δ=[0, T] или Δ= R + .

Δ2 =Δ×Δ; G2={(t,s) ∈ Δ2: 0 ≤ s ≤ t∈Δ}.

P(Δ) - пространство неотрицательных функций в области Δ,

Q(Δ) - пространство строго возрастающих функций в области Δ.

Lk(Δ) (где k≥1) - нормированное пространство функций на Δ, суммируемых со степенью k, Lkn(Δ) - соответствующее пространство вектор-функций, с единым обозначением нормы

*Lk ,λ (Δ) (*где *λ(t) ∈ P(Δ))* - пространство функций на *Δ*, суммируемых со степенью *k* и весом *λ(t),* с нормой

*Lk ,λ n(Δ)* - пространство вектор-функций, по аналогии с предыдущим обозначением, с таким же обозначением нормы.

Для краткости будем пользоваться следующим соглашением. Все функ-

ции и константы (в том числе матричные, векторные), участвующие в постановках задач, будем считать известными, кроме функций (или вектор-функций) *u* и переменных *v,* являющихся неизвестными; все известные функции, если это не оговорено отдельно, предполагаются непрерывными,

Рассматривается класс уравнений вида

(1)

где *K(t,s), f(t), a(t)* - заданные функции, *a(0)=0, a(t)∈C(Δ)∩Q(Δ),*

а также уравнения, возмущенные малым параметром

(2)

Во второй главе изучаются уравнения третьего рода вида (1).

Полагая *t=0* в(1)*,* получаем

*f(0)=0.* (3)

Вводится оператор

(4)

**Лемма 1.** Если выполняется (3) и условия 1) *K(t,s)∈C(G2), f(t)∈C(Δ),a(t)* *∈ C(Δ);* 2) *a(0)=0;* 3)существует *(0)* и *(0)>0;* 4) *a(t)>0* для всех *t∈Δ\{0};* 5)существует *(0),* то оператор (4) определен и переводит непрерывные функции в непрерывные.

При помощи принципа сжимающих отображений доказывается

**Лемма 2.** Если выполняются условия леммы 1 и

(5)

то уравнение (1) имеет локальное решение: существует такое *T1≤ T*, что оно имеет решение в *C([0, T1]).*

На основе этих лемм доказывается

**Теорема 1.** Если выполняются условия леммы 2, то уравнение (1) имеет решение в *C(Δ).*

Условие (5) является неулучшаемым.

**Пример 1.** Рассматривается уравнение

(6)

Здесь Дифференцирование дает: *u(t)=ln t + C (t>0).* При любом *С* будет *u(t) →* при *t → +0,* то есть *u(t)* - не может быть непрерывным*.*

Найдено уравнение, для которого возникает следующее новое явление.

**Определение 1.** Если для решения возмущенного уравнения *uε (t)* ирешения вырожденного уравнения *u0(t)* выполняются соотношения

и не для всех будет

то будем говорить, что имеет место явление частичного поворота решения вырожденного уравнения.

**Пример 2.** Рассматривается уравнение вида (1) с *T=2*:

(7)

его решение ,

и вырожденное уравнение

(8)

его гладкое решение *u0(t)= t−1.*

Получаем

Отсюда видно, что имеет место явление частичного поворота решения вырожденного уравнения (при *1<t≤ 2*).

**Теорема 2**. Если для некоторого *t0>0* заданные функции представимы в виде: *a(t)=(t− t0)2a1(t), a1(t)> 0, K(t,s)= k1(s− t0 ), f(t)≡ f0 = const ≠* *0,*

что имеет место явление частичного поворота решения вырожденного уравнения для (1)-(2).

Построен приближенный метод для решения (1) при условии

*K(0,0) ≠ − (0)*. (9)

Начальное значение искомой функции *u(t)* определяется из алгебраического уравнения второй части (4), дальнейшие значения вычисляются последовательно, с использованием свойств уравнений Вольтерра. Расчеты показали сходимость и в тех случаях, когда не выполняется условие (5). Таким образом, установлена аналогия между свойствами уравнений Фредгольма второго рода и уравнений Вольтерра третьего рода.

Далее, предполагается выполнение следующих условий для уравнений (1) и (2):

А) при любом фиксированном *t∈Δ* будет *K(t,s)∈ Lk([0,t]), k≥1,* функция *K(t,t)∈P(Δ)* и обращается в нуль только на конечном множестве точек;

Б) *(*∀*(τ,s), (η,s)∈G) |K(τ,s) –K(η,s)|≤ l(s) |ϕ(τ) –ϕ (η)|,*

где *l(t)∈P(Δ)∩ Lk(Δ), k ≥1,* .

В) *a(0)=0,* функция *a(t)* - строго возрастающая.

Вводятся обозначения *λ(t):=K(t,t)/a(t), aε(t):= ε+a(t),*

*λε (t):=K(t,t)/aε (t), ψ(x) -* функция, обратная к *a(t),*

Г) и существует такое, что

**Лемма 3.** Пусть и

Тогда

*,*

где .

**Лемма 4.** Пусть выполняются А), Б) и Тогда .

**Лемма 5.** Пусть выполняются А)-Г) и . Тогда для любого существует единственное решение уравнения (2) в .

**Теорема 3.** Пусть выполняются А)-Г). Тогда, если при почти всех и уравнение (1) имеет решение , то реше-ние уравнения (2) при сходится по норме к .

**В главе 3** рассмотрено скалярное уравнениеи система

R , (10)

R , (11)

где *λ∈* R , *f(t), g(t)* - целые аналитические функции с вещественными коэффициентами, все константы - вещественные числа, выполняется условие *f(0)=0, g(0)=0*.

Требуется найти условия, при которых (10) и (11) имеют такие же целые аналитические решения, то есть представимы в виде рядов

…, …,

где сходимость - такого же порядка, как для рядов, представляющих функции *f(t), g(t):* …, …

Для (10) получена последовательность уравнений

, … (12)

**Теорема 4.** Если *λ* не равно отрицательному целому числу, то уравнение (10) имеет единственное аналитическое решение, иначе оно либо имеет бесконечное количество аналитических решений, либо не имеет аналитического решения.

Если *λ* не равно отрицательному целому числу, то единственное аналитическое решение

Если *λ* равно отрицательному целому числу и = 0, то - бесконечное количество аналитических решений

Если *λ* равно отрицательному целому числу и то аналитических решений нет. Таким образом, спектр уравнения(10) - это все отрицательные целые числа.

Для (11) получена последовательность систем

(13)

…

Уравнение для определителя первой системы

(14)

где

. Обозначим если то - корень уравнения (14), если то -корни уравнения (14).

**Теорема 5.** Если то система (11) имеет единственное аналитическое решение при любом *λ;*

Если то система (11) имеет единственное аналитическое решение при *λ,*не равном , умноженному на натуральное число;

Если то система (11) имеет единственное аналитическое решение при *λ,* не равном или умноженным на натуральное число.

**В главе 4** изучаются системы линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода. Рассматривается класс уравнений вида (1), где *K(t,s), a(t)* - заданные *n×n -* матрицы-функции*, det a(0)=0, f(t)* - заданная *n-*вектор-функция, *u(t)* - искомая *n-*вектор-функция.

Необходимым условием существования решения является разрешимость *n×n-*системы линейных уравнений

*a(0)u(0)=f(0).* (15)

В свою очередь, в силу альтернативы Фредгольма для алгебраических уравнений, для этого необходимо и достаточно, чтобы

*〈 f(0),vk〉 =0* (16)

для всех ненулевых решений однородной сопряженной системы

*a\*(0)v=0.* (17)

Вводится оператор

(18)

**Лемма 6.** Если выполняются условия (16)-(17) и условия

1) *K(t,s)∈C(G2→Rn×n), f(t)∈C(Δ→Rn),a(t)* *∈ C(Δ→Rn×n);* 2) *det a(0)=0;* 3)существует *(0)* и *det (0)≠ 0;* 3) *det a(t) ≠ 0* для всех *t∈Δ\{0};* 4)существует *(0),* то оператор (18) определен и переводит непрерывные вектор-функции в непрерывные.

**Лемма 7.** Если выполняются условия леммы 6 и

(19)

то векторно-матричное уравнение вида (1) имеет локальное решение: существует такое *T1≤ T*, что уравнение (1) имеет решение в *C([0, T1]).*

**Теорема 6.** Если выполняются условия леммы 7, то векторно-мат-ричное уравнение вида (1) имеет решение в *C(Δ).*

Наряду с (1) рассматривается следующая система:

(20)

Предполагается выполнение следующих условий:

А) для при любом фиксированном

и функция

Б) при и где ,

- собственные значения матрицы ;

В) (∀, где при и .

Обозначается

**Лемма 8.**Пусть

(21)

где - резольвента матричного ядра , - матричная функция Коши (матрициант) для системы

.

Тогда, если ,,, и при всех , , то

, где , ,

.

**Лемма 9**. Пусть выполняются А)- В) и

Тогда справедлива оценка

**Теорема 7**.Пусть выполняются А)- ), *,* - возрастающая функция на . Тогда, если при почти всех , , , система (1) имеет решение , то решение системы (20) при сходится по норме к ). При этом:

где .

**В главе 5** изучаются нелинейные интегральные уравнения Вольтерра третьего рода. Рассматривается класс уравнений вида

(22)

где *K2(t,s,u), f(t), a(t)* - заданные функции, *a(0)=0, a(t)∈C(Δ)∪ Q(Δ)*.

Вводится оператор

(23)

**Лемма 10.** Если выполняются (3) и условия 1) *K2(t,s,u)∈C(G2×****R*** *)* и удовлетворяет условию Липшица по *u* с коэффициентом *L;*

2) *f(t)∈C(Δ),a(t)* *∈ C(Δ);* 3) *a(0)=0;* 4)существует *(0)* и *(0)>0;* 5) *a(t)>0* для всех *t∈Δ\{0};* 6)существует *(0),* то оператор (23) определен и переводит непрерывные функции в непрерывные.

**Лемма 11.** Если 1) выполняются условия леммы 10; 2) существует такая функция *Λ(t)∈C(Δ), 0≤Λ(t)≤ L,* что |*K2(t,s,u1)− K2(t,s,u2)| ≤ Λ(t)| u1− u2| (0≤ s≤ t); ,* то уравнение (22) имеет локальное решение: существует такое *T1≤ T*, что это уравнение имеет решение в *C([0, T1]).*

**Теорема 8.** Если выполняются условия леммы 11, то уравнение (22) имеет решение в *C(Δ).*

Построен приближенный метод решения уравнений вида (22) в условиях леммы 11.

Далее предполагается, что ядро представимо в виде: а также

А) при любом фиксированном , функция ;

Б) (∀ где при и ;

В) (∀,

где при , при R ;

- неотрицательная функция, .

Рассматривается сингулярно- возмущенное уравнение

(24)

**Лемма 12.** Пусть

.

Тогда

**Лемма 13**. Пусть выполняются А), Б) и . Тогда

**Теорема 9.** Если выполняются условия А)- В) и то для любого существует единственное решение ∈ уравнения (24).

**В главе 6**  изучаются векторно- матричные нелинейные интегральные

уравнения Вольтерра третьего рода, получены результаты, аналогичные результатам главы 5 и главы 4.

Основное содержание диссертации опубликовано

в следующих работах:

1. Тагаева C.Б. Регуляризация и единственность решений линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода в пространстве суммируемых функций [Текст] / А. Асанов, С.Б. Тагаева // Образование через науку: Материалы Международного научно-технического симпозиума. – Бишкек, Кыргызский Национальный технический университет, 2004. Т. 1. С. 488-492.

2. Тагаева С.Б. Регуляризация и единственность решений систем линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода в пространстве суммируемых функций [Текст] / С.Б. Тагаева // Проблемы автоматизации, управления, экономики и подготовки кадров для современных производств: Материалы 2-й Международной научно-технической конференции. – Бишкек, 2008. С.141-147.

3. Тагаева С.Б. Линейные интегральные уравнения Вольтерра третьего рода с недифференцируемыми ядрами в пространстве суммируемых функций [Текст] / С.Б. Тагаева // Наука, образование, инновации: приоритетные направления развития: Материалы международной научно-технической конференции / Известия Кыргызского Национального технического университета, 2009. № 17. С. 220-223.

4. Tagaeva S.B. Regularization and unity of Volterra linear integral equations solutions of third kind in the space of summed up functions [Текст] / S.B. Tagaeva // Reports of the Third Congress of the World Mathematical Society of Turkic countries, Vol. 1. – Almaty: Al-Farabi Kazakh National University, 2009. – Pp. 401-406.

5. Тагаева С.Б. Регуляризация и единственность решений систем нелинейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода в пространстве суммируемых функций [Текст] / С.Б. Тагаева // Актуальные проблемы механики и горного машиноведения, развития науки и интеграции ВУЗов: Материалы Международной научной конференции. Ош, 2009. № 1 (27). Часть 1. С. 112-116.

6. Тагаева С.Б. Система линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода в пространстве измеримых функций [Текст] / С.Б. Тагаева // Актуальные проблемы механики и горного машиноведения, развития науки и интеграции ВУЗов: Материалы Международной научной конференции. Ош, 2009. - № 1 (28). Часть 2. С. 56-59.

7. Тагаева С.Б. Регуляризация и единственность решений систем линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода с особенными матричными ядрами в пространстве суммируемых функций [Текст] / С.Б. Тагаева // Научный и информационный журнал «Материаловедение» / Инновационные технологии и передовые решения: Труды I Международной межвузовской научно-практической конференции. – 2013, №1 (2). С. 64-68.

8. Тагаева С.Б. О регуляризации и единственности решений линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода в пространстве суммируемых функций [Текст] / С.Б. Тагаева // Вестник Казахского Национального университета им. Аль-Фараби. Серия математика, механика, информатика, 2013. № 3(78). - С. 87-98.

9. Тагаева С.Б. Регуляризация и единственность решений систем линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода с недифференцируемыми ядрами в пространстве суммируемых функций [Текст] / С.Б. Тагаева // Известия Кыргызского Национального технического университета, 2012. - № 26. С. 217-220.

10. Tagaeva S. Survey of effects and phenomena in some branches of mathematics [Текст] / G. Kenenbaeva, S. Tagaeva // Proceedings of V Congress of the Turkic World Mathematicians (Kyrgyzstan, Bulan-Sogottu, 5-7 June, 2014). – Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2014 Pp. 107-111.

11. Тагаева С.Б. Регуляризация интегральных уравнений III рода и поиск новых явлений [Текст] / С.Б. Тагаева. – Saarbrűcken, Deutschland: Lap Lambert Academic Publishing, 2015. – 79 c.

Тагаева Сабина Базарбаевнанын «Чексиз аймактарда 3-нчү түрүндөгү Вольтерра интегралдык теңдемесинин чыгарылышынын регуляриза-циялоосу жана жалгыздыгы» темасындагы 01.01.02- дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын

**РЕЗЮМЕСИ**

**Урунттуу сөздөр:** үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдеме, начарланган ядро, чыгарылыш, жашоо, жалгыздык, резольвента, регуляризациялоо.

Белгисиз функциянын алдындагы көбөйтүүчү кээ бир чекитте нөлгө барабар болгон интегралдык теңдемелер жана мындай теңдемелерди кичине оң параметр менен регуляризациялоо изилденет.

Аныктоо бардык кесиндиде белгилүү функциялардын дифференциалдоочулугунун шартысыз, сызыктуу жана сызыктуу эмес үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдеменин жана алардын системаларынын чыгарылыштарынын жашоосунун жана жалгыздыгынын кеңирээк жетишүү шарттары табылды. Мисал менен башкы шарттын жакшырбастыгы көрсөтүлдү.

Начарланган теңдемени регуляризациялоодо чыгарылышынын жарым-жартылай бурулуу кубулушунун аныктамасы берилди жана келип чыгуусунун жетиштүү шарттары табылды.

Ядросу начарланган болгон регуляризацияланган интегралдык теңдеменин чыгарылышынын жүрүш-турушунун мүмкүн болгон “начарланган теңдеменин чыгарылышына умтулуусу”, “чек арадагы катмар пайда болуусу менен умтулуусу”, “үзгүлтүктүү функцияга умтулуусу”, “делта-функцияга умтулуусу”аныкталды.

Резюме

Тагаева Сабина Базарбаевна

Диссертация «Регуляризация и единственность решений интегральных уравнений Вольтерра 3-го рода в неограниченных областях» представлена на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

**Ключевые слова:** интегральное уравнение третьего рода, решение, существование, вырожденное ядро, единственность, резольвента, регуляризация.

Изучаются интегральные уравнения, в которых сомножитель при неизвестной функции обращается в нуль в некоторых точках, а также регуляризация таких уравнений с помощью малого положительного параметра.

Найдены достаточно широкие условия существования и единственности решений линейных и нелинейных интегральных уравнений и систем уравнений третьего рода, без предположения о дифференцируемости известных функций на всем отрезке определения. На примере показана неулучшаемость основного условия.

Введено определение и найдены достаточные условия возникновения явления частичного поворота решения вырожденного уравнения при регуляризации.

Найдены возможные виды асимптотического поведения решений регуляризованных уравнений с вырожденным ядром: сходимость к решению вырожденного уравнения; сходимость с возникновением пограничного слоя;

сходимость к разрывной функции; сходимость к дельта-функции.

SUMMARY

Tagaeva Sabina Bazarbaevna

Dissertation “Regularization and uniqueness of solution of Volterra integral equation of the 3rd kind in unbounded domains” is submitted for scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences, speciality 01.01.02 – differential equations, dynamical systems and optimal control

**Key words:** integral equation of the third kind, degenerate kernel, solution, existence, uniqueness, resolvent, regularization

Considered integral equations where the factor by the unknown function vanishes in some points as well as regularization of such equations by means of a small positive parameter.

Sufficiently wide conditions of existence and uniqueness of solutions for linear and non-linear integral equations and their systems without assumption on differentiability of known function within the whole domain are found. Non-improvability of the main condition is demonstrated by an example.

A definition is introduced and sufficient conditions of arising of the phenomenon of partial rotation of solution of a degenerate equation while regularization are found.

Possible types of asymptotical behavior of solutions of regularized equations with degenerate kernel are found: convergence to the solution of the degenerate equation; convergence with arising of boundary layer; convergence to a discontinuous function; convergence to the delta-function.