

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**

**КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. И. РАЗЗАКОВА**

**КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СТРОИТЕЛЬСТВА,  
ТРАНСПОРТА И АРХИТЕКТУРЫ им. Н. ИСАНОВА**

**Диссертационный Совет Д.01.15.505**

*На правах рукописи*  
**УДК 539.4**

**СУББОТИНА ЕЛЕНА АЛЕКСАНДРОВНА**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРОДОЛЬНОЙ ПРОКАТКИ  
АЛЮМИНИЕВОГО ЛИСТА В РЕЖИМАХ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ**

**Специальность 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела**

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

**Бишкек – 2016**

**Работа выполнена в ГОУ ВПО Кыргызско-Российском Славянском университете имени первого президента России Б.Н. Ельцина.**

**Научный руководитель:** доктор физико-математических наук,  
профессор **Рудаев Яков Исаакович**

**Официальные оппоненты:** доктор физико-математических наук,  
профессор **Абдрахманов Сарбагыш  
Абдрахманович** (КГТУ им. И. Раззакова,  
Бишкек)

кандидат физико-математических наук  
**Кыдыралиев Нурлан Насридинович**  
(Институт горного дела и горных технологий  
им. У.А. Асаналиева, Бишкек)

**Ведущая организация:** Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», Россия, 195251, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29.

Защита состоится «17» июня 2016 года в 14.00 ч. на заседании диссертационного совета Д.01.15.505 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора (кандидата) наук при Кыргызском государственном техническом университете им. И. Раззакова и Кыргызском государственном университете строительства, транспорта и архитектуры им. Н. Исанова по адресу: 720044, г. Бишкек, пр. Мира, 66, центральный корпус КГТУ им. Раззакова, ауд. 1/259.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова и Кыргызского государственного университета строительства, транспорта и архитектуры им. Н. Исанова

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 г.

Ученый секретарь  
Диссертационного Совета Д.01.15.505  
к.ф.-м.н.

Б.Т. Мекенбаев

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Одним из наиболее перспективных технологических процессов обработки металлических материалов является горячее формоизменение заготовок. Целью таких процессов можно считать получения полуфабрикатов с требуемой формой, размерами и свойствами. Проектированию подобных операций предшествует глубокая научная проработка, которая, в свою очередь, способствует развитию математических теорий горячего формообразования сплавов. В теоретическом отношении технологические задачи относятся к нестационарному физически и геометрически нелинейному типу, исследуемому в двух и трех мерной постановке со сложными меняющимися граничными условиями.

Из новейших направлений в изучении деформационного поведения металлов, использующих совокупность достижений металловедческого, физического и механического характера, можно выделить задачу практического воплощения сверхпластичности в процессах обработки металлов давлением. Внешне эффект сверхпластичности проявляется в форме аномального квазиоднородного удлинения при низком уровне напряжений пластического течения. Механизмом, ответственным за подобную аномалию, принято считать зернограничное проскальзывание со сменой соседей зерен. Его осуществление облегчается формированием равноосной мелкозернистой структуры. Первый способ получения сплавов с мелким зерном заключается в разработке технологий металлургического и термомеханического воздействия. Вторым методом основан на совмещении процессов нагрева и деформации. Так произошло разделение сверхпластичности на структурную (микрозеренную) и динамическую. Структурная сверхпластичность послужила основой для разработки технологий, в основном, листовой штамповки, включая пневмо- и газотормовку. Динамическая сверхпластичность обусловлена различной природы фазовыми и структурными переходами (полиморфные и мартенситные превращения, динамическая рекристаллизация). В температурно-скоростных условиях фазовых трансформаций происходит формирование мелкозернистой структуры и создаются условия для реализации характерного для сверхпластичности механизма зернограничного проскальзывания. При моделировании технологических операций объёмного типа предпочтительным становится привлечение динамического подхода, поскольку формирование мелкого зерна в исходных заготовках трудно осуществимо. Здесь актуальным следует считать оценку влияния энергосиловых и кинематических параметров процесса на структурное состояние материала в очаге пластической деформации, причем обрабатываемые сплавы должны быть чувствительными к структурным изменениям. Поскольку в очаге деформации даже в изотермических условиях возникает неоднородное поле скоростей деформаций, то сверхпластическая область может занимать лишь часть очага деформации, пограничную зонам высокотемпературной ползучести и термопластичности. Так появляется возможность управлять размером зерна в процессе нагрева и деформации. Конкретными технологическими приложениями подтверждаются предпосылки обработки металлов давлением с пониженным сопротивлением деформированию, с высоким качеством получаемых полуфабрикатов, в частности с мелкозернистой структурой.

**Связь темы диссертации с крупными научными программами, основными научно-исследовательскими работами, проводимыми научными учреждениями.** Работа выполнена в рамках исследовательской программы Института инновационного развития при КРСУ и финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №15-08-06531а.

**Цель и задачи исследования.** Разработка математической модели двумерной изотермической (в температурном режиме сверхпластичности) задачи тонколистовой прокатки алюминиевых сплавов с целью изготовления полуфабриката с оптимальной структурой, близкой к мелкозернистой.

Задачей исследования является установление энергосиловых и кинематических параметров процесса продольной прокатки листа из алюминиевых сплавов на базе управляемой сверхпластической деформации в рамках модели, устанавливающей связь между напряжениями, температурой и скоростями деформаций, разработанной с привлечением теории бифуркаций и соотношений упругопластических процессов малой кривизны. Анализ полей напряжений, скоростей перемещений и деформаций осуществлен аналитически и численно путем совместного решения дифференциальных уравнений равновесия, кинематических зависимостей, условия несжимаемости, определяющих соотношений, граничных условий.

**Научная новизна полученных результатов** заключается в дальнейшем развитии методов управления процессами горячего объемного формообразования, главная цель которого состоит в прогнозировании возможности получения в определенных термомеханических условиях алюминиевого проката с мелкозернистой структурой. Для этого:

- проанализированы особенности сверхпластической деформации металлических материалов и обсуждены методы формирования мелкозернистой структуры, в том числе в алюминиевых сплавах;

- обоснована математическая концепция исследования закономерностей пластического течения в широком температурно-скоростном диапазоне в форме соотношений теории упругопластических процессов малой кривизны с привлечением динамической модели применительно к задаче прокатки алюминиевой полосы;

- показано, что моделирование процесса изотермической горячей прокатки алюминиевого листа связано с анализом очага пластической деформации, выявлением областей сверхпластичности, термопластичности и высокотемпературной ползучести и обусловлено постановкой и решением соответствующей краевой задачи;

- сформулирована и решена задача оптимального управления изотермическим (в условиях сверхпластичности) процессом прокатки, основанная на вариационной задаче максимизации объёма и выбора рационального расположения зоны сверхпластичности в очаге деформации, преследуя конечную цель – изготовления полосы с мелкозернистой структурой.

**Практическая значимость полученных результатов.** Научная значимость работы состоит в дальнейшем развитии теории формоизменения металлов объем-

ного типа в меняющихся температурно-скоростных условиях, включая сверхпластичность. Результатом является решение задачи управления процессам формообразования алюминиевой полосы со структурой, близкой к мелкозернистой. Отдельные материалы научных исследований привлечены для применения в учебном процессе на кафедре «Механика» КРСУ им. Б.Н. Ельцина с включением в магистерскую программу «Динамика и прочность механических систем» и используется при подготовке диссертаций, исследовательских курсовых и дипломных работ.

**Основные положения диссертации, выносимые на защиту:**

- установление соответствия представлений о сверхпластичности динамического типа теории самоорганизации диссипативных структур;
- математическая формулировка изотермической задачи управления технологическими процессами объемного формоизменения с использованием сверхпластичности;
- постановка задачи, включающая выбор очага пластической деформации, дифференциальные уравнения равновесия, кинематические соотношения, условие несжимаемости, определяющие соотношения в форме уравнений теории упруго-пластических процессов малой кривизны, уравнение состояния, следующее из модельных представлений;
- формулировка и решение краевой задачи с установлением полей напряжений и скоростей деформаций, вычислением удельного давления, передаваемого инструментом (валками) на деформируемый сплав;
- исследование очага пластической деформации с использованием установленных ограничений на скоростной диапазон сверхпластичности;
- привлечение критерия оптимизации с выбором в качестве целевой функции объема зоны сверхпластичности, который при оптимальном сочетании энергосиловых, кинематических и термических условий достигает максимума, а расположение области сверхпластичности обусловлено конечной целью процесса изготовления полуфабриката с мелкозернистой структурой;
- пример экспериментального решения задачи продольной прокатки полосы алюминиевого сплава с использованием сверхпластичности.

**Личный вклад соискателя.** Основные результаты диссертационной работы получены лично соискателем. Соискатель самостоятельно осуществляет решение основных уравнений с реализацией необходимых вычислительных процедур. Им лично проведено исследование краевой задачи, моделирующей процесс высокотемпературной прокатки тонколистового алюминиевого сплава. Кроме этого, соискателем сформулирована и решена задача оптимального управления, прогнозирующая изготовление изделия с мелкозернистой структурой.

**Апробации результатов диссертации.** Основные результаты и положения диссертационной работы были доложены и обсуждены на следующих научных конференциях, семинарах и совещаниях:

1. Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы механики сплошных сред», посвященная памяти члена-корреспондента НАН КР, д.ф.-м.н., профессора И.Б. Бийбосунова (г. Бишкек, 26-28 июня, 2012 г.).

2. Конференция «Современные проблемы механики сплошной среды» (г. Ростов-на-Дону, 16-19 октября 2012 г.).

3. 23rd International Conference on Metallurgy and Materials METAL-2014 (May 21th-23rd 2014, Brno, Czech Republic, EU).

4. Международная Научно-техническая конференция «Университетская наука-2014» (г. Мариуполь, 2014г.).

5. 24th International Conference on Metallurgy and Materials METAL-2015 (June 3rd - 5th 2015, Brno, Czech Republic, EU).

6. III Международная заочная научно-практическая конференция «Современные проблемы теории машин» (г. Новокузнецк, 19-20 мая 2015г.).

7. 11-ая Международная научно-техническая конференция «Современные металлические материалы и технологии» (СММТ'2015) (23-27 июня 2015, Санкт-Петербург, Россия).

8. Международная научная конференция, посвященная 80-летию профессора К.Д. Джаманкулова (г. Бишкек: КГТУ, 2015 г.).

**Полнота отражения результатов диссертации в публикациях.** Основные результаты, полученные в диссертационной работе, были опубликованы в 11 научных работах и изданные в центральной печати и зарубежных рецензируемых изданиях и сборниках, входящих в «Перечень периодических научных и научно-технических изданий, выпускаемых в Кыргызской Республике».

**Структура и объем диссертации.** Работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка использованных источников из 74 наименований и включает 121 страницу основного текста, содержит 35 рисунков и 6 таблицы. Общий объем – 121 страница.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** главное внимание уделяется обоснованию целей и задач предлагаемого исследования, подчеркивается важность управления технологическими процессами обработки металлов давлением объемного типа с изготовлением полужабрикатов с регламентированной структурой. Отмечается, что при соблюдении термомеханических режимов сверхпластичности обеспечивается заметное снижение энергосиловых параметров при высоком ресурсе технологической пластичности. С металловедческих позиций формирование при динамической сверхпластичности равноосной мелкозернистой структуры позволяет достигать в изделии оптимального сочетания физико-механических характеристик, повышения прочностных параметров при заметном снижении анизотропии металлов и сплавов. Сформулированы актуальность темы, охарактеризованы основные результаты, их научная и практическая ценность, раскрыта структура диссертации.

**Первая глава** диссертации связана с оценкой роли сверхпластичности металлов и сплавов в современной технике и технологии. В разделе 1.1. приводится ретроспектива взглядов на эффект сверхпластичности, которая, в конечном счете, позволяет условно разделить сверхпластичность на структурную (микрозеренную) и динамическую (полиморфные и мартенситные превращения, динамическая рекристаллизация). Первое направление связано с именами А.С. Бочвара,

О.А. Кайбышева, И.И. Новикова, О.М. Смирнова, Е.Н. Чумаченко, Р.А. Васина, Г.А. Салищева, Т.К. Рыспаева, С.И. Пакера, О.Д. Шерби, К.С. Джифкинса и другие. Второму направлению посвящены исследования А.А. Преснякова, А.П. Гуляева, А.Е. Гвоздева, О.В. Соснина, Б.В. Горева, Я.И. Рудаева, Д.И. Чашникова, С.М. Сулаймановой, Ш.Т. Пазылова, Д.А. Китаевой и других.

Сверхпластичность определяется как особое состояние поликристаллического материала, пластически деформируемого при низком уровне напряжений с сохранением мелкозернистой (1-10 мкм) структуры (структурная сверхпластичность) или сформировавшейся в процессе нагрева и деформации (динамическая сверхпластичность). При обоих типах сверхпластичности преобладающим механизмом является проскальзывание по границам зерен. Следовательно, для реализации сверхпластичности динамического типа исходное структурное состояние материала должно заменяться другим, готовым к сверхпластичности. Подобные изменения обусловлены согласованной суперпозицией скоростей деформаций и структурных (фазовых) переходов эволюционного типа в открытых неравновесных системах. Заметим, что в промышленных алюминиевых сплавах имеет место одна разновидность структурного превращения – динамическая рекристаллизация.

Способы формирования мелкозернистой структуры обсуждены в разделе 1.2. Не останавливаясь подробно на металлургических и термомеханических методах получения мелкого зерна, отметим лишь, что сверхпластическое течение совершается при скоростях деформации  $10^{-2} - 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ . При этом для динамической сверхпластичности характерно влияние схемы напряженного состояния – при переходе от растяжения к сжатию скорость деформации возрастает на порядок. Поэтому в объемных процессах, использующих схему сжатия, возможно снижение усилия деформирования за счет широкого регулирования температурно-скоростных режимов обработки, позволяющих реализовать схемы точного формообразования, а также получение более высокого коэффициента использования металла и регламентированного изменения структуры и свойств металла.

При изотермическом деформировании (раздел 1.3) при соблюдении сверхпластического температурного воздействия имеется возможность перенести ответственность за процесс на поле скоростей деформаций. В соответствии со скоростными ограничениями в очаге деформации появляются, кроме сверхпластической, зоны термопластичности и высокотемпературной ползучести. Учитывая сложность процессов в очаге деформации и разнообразие структурных состояний, предполагается, что уравнение состояния должно удовлетворять переходным условиям, имеющим аналитическую формулировку.

Таким образом, можно утверждать, что сверхпластичность, являясь особым состоянием, позволяет рассматривать возможность реализации технологических режимов с формированием качественных структурных показателей в конечном изделии.

**Вторая глава** посвящена формулировке научных основ моделирования процессов управления технологиями объемного формоизменения промышленных алюминиевых сплавов с использованием сверхпластичности. В разделе 2.1. опи-

сывается кинематический анализ движения сплошной среды. Считается, что для объемных процессов технологического типа приемлем эйлеров подход. В разделе 3.2 показывается, что напряженному состоянию в окрестности точки деформируемого тела соответствует симметричный тензор второго ранга. В рамках геометрической интерпретации процессов деформации выявляется характерный для обработки металлов давлением класс траекторий малой кривизны (И.А. Кийко). В разделе 3.3 отмечается, что при известной термической и кинематической истории процессов деформации должны существовать уравнения состояния, определяющие скалярные законы связи между напряженным и деформированным состояниями. Получаемые при этом функционалы в определенных диапазонах изменения параметров упрощаются, принимая вид функций. Если учесть, что для каждого элемента деформируемого тела должны удовлетворяться уравнения равновесия, систему уравнений, пригодную для описания движения сплошной среды под нагрузкой, можно записать в виде

$$\sigma_{ij,j} + F_{ij} = 0; \quad \dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}(\upsilon_{i,j} + \upsilon_{j,i}); \quad \dot{\varepsilon}_{ii} = 0; \quad \sigma_{ij} - \sigma_0 = \frac{2\sigma_u}{3\dot{\varepsilon}_u} \dot{\varepsilon}_{ij}. \quad (1)$$

Здесь  $\sigma_{ij}$ ,  $\dot{\varepsilon}_{ij}$  – компоненты тензоров напряжений и скоростей деформаций,  $\upsilon_i$  – составляющие вектора скорости перемещений,  $\dot{\varepsilon}_{ii}$  – скорость объемной деформации,  $\sigma_0$  – среднее напряжение,  $\sigma_u$ ,  $\dot{\varepsilon}_u$  – интенсивности напряжений и скоростей деформаций, причем уравнение состояния есть

$$\sigma_u = \sigma_u(\dot{\varepsilon}_u, \varepsilon_u, \theta, \beta), \quad (2)$$

где  $\dot{\varepsilon}_u$  – интенсивность деформаций,  $\theta$  – температура,  $\beta$  – внутренние параметры состояния.

К системе уравнений (1), (2) добавляются контактные условия (раздел 2.4), которые в зоне скольжения (опережения и отставания) записываются следующим образом

$$\tau_k = -\chi \tau_{max}, \quad (3)$$

где  $\tau_k$  – касательные напряжения на контакте металла и инструмента,  $\tau_{max}$  – максимальные касательные напряжение,  $\chi$  – коэффициент трения пары «металл-инструмент».

При задании на участках поверхности контакта компонентов напряжений  $X_{vj}$  граничные условия принимают форму

$$X_{vj} = \sigma_{ij} l_j, \quad (4)$$

причем  $l_j$  – направляющие косинусы нормали к поверхности тела.

В разделе 2.5 приводятся результаты ранее проведенных исследований по высокотемпературному растяжению и сжатию образцов группы промышленных алюминиевых сплавов, схематическое представление которых в пространстве напряжений ( $\sigma$ ), скоростей деформаций ( $\dot{\varepsilon}$ ) и температура ( $\theta$ ) показано на рисунке 1. К указанной группе относятся деформированные сплавы АМг5, 1561, Д18Т, В48, АК4, АК6, АК8. Установлено существование класса изотерм «напряжение-скорость деформации» ( $\sigma - \dot{\varepsilon}$ ), отклоняющихся от монотонного характера с появ-



лением точек бифуркации. Нисходящим ветвям этих изотерм соответствуют режимы сверхпластичности, в которых отмечается низкий уровень напряжений, высокая деформационная способность при растяжении. Структурные изменения при этом заключаются в возникновении и развитии при нагреве и деформации динамической рекристаллизации, которая сопровождается в условиях неоднозначности напряжения по отношению к скорости деформации формированием мелкозернистой равноосной структуры (1-10 мкм). Так создается структурная ситуация, которая с учетом аморфизации границ зерен дает возможность прогнозировать реализацию характерного для сверхпластичности механизма зернограничного проскальзывания.

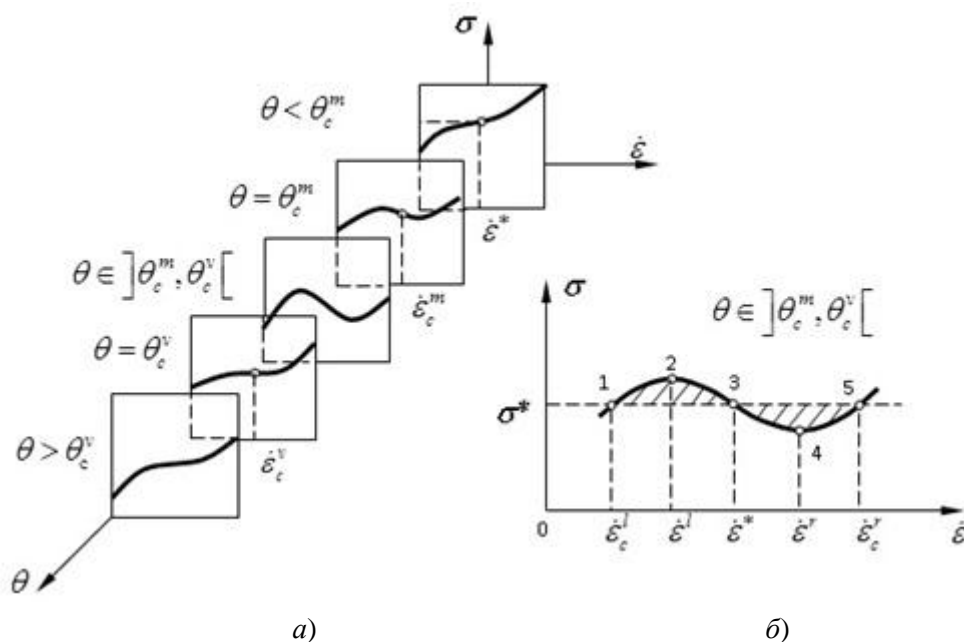


Рисунок 1 – Качественное представление экспериментальных зависимостей «напряжение – скорость деформации» в различных температурных диапазонах (а); к условиям перехода материала в сверхпластическое состояние (б)

Термомеханические параметры, включая диапазоны сверхпластичности сплавов АМг5 и Д18Т, представлены в таблице 1.

Раздел 2.6 связан с формулировкой аналитического представления условий перехода материала в сверхпластическое состояние. Температурный диапазон сверхпластичности (рисунок 1а) ограничен значениями  $\theta \in (\theta_c^m, \theta_c^v)$ , где  $\theta_c^m, \theta_c^v$  – соответственно нижняя и верхняя критические температуры. Скоростные интервалы сверхпластичности равны  $\dot{\epsilon} \in (\dot{\epsilon}^l, \dot{\epsilon}^r)$  (рисунок 1б). Участки 1-2 и 4-5 диаграммы  $\sigma - \dot{\epsilon}$  (рисунок 1б) соответствуют метастабильным состояниям. Условиям перехода отвечает уравнение состояния (раздел 2.7), которое в интенсивностях напряжений и скоростей деформаций (раздел 2.8) будет иметь вид

$$\sigma_u = \sigma^* \left[ 1 + m_0 \left( \frac{\dot{\epsilon}_u}{\dot{\epsilon}^*} - 1 \right)^3 + \beta(\xi) \left( \frac{\dot{\epsilon}_u}{\dot{\epsilon}^*} - 1 \right) \right]. \quad (5)$$

Здесь  $\beta = \beta(\xi)$  – управляющий параметр;  $\xi = (\theta - \theta_c^m) / (\theta_c^v - \theta_c^m)$  – нормированная температура;  $\sigma^* = \sigma^*(\xi)$ ,  $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}^*(\xi)$  – альтернативные внутренние параметры со-

стояния, причем  $\beta = \beta(\xi)$ ,  $\sigma^* = \sigma^*(\xi)$ ,  $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}^*(\xi)$  удовлетворяют соответствующим эволюционным уравнениям ( $\beta < 0$  при сверхпластичности),  $m_0$  – материальная константа.

Таблица 1. Термомеханические параметры сверхпластичности промышленных алюминиевых сплавов

Марка сплава	Исходное состояние	Вид деформации					
		Растяжение			Сжатие		
		$\theta$ , К	$\dot{\epsilon}$ , с <sup>-1</sup>	Примечание	$\theta$ , К	$\dot{\epsilon}$ , с <sup>-1</sup>	Примечание
АМг5	Деформированный	743...783	10 <sup>-3</sup>	СП	743...783	10 <sup>-2</sup> ...10 <sup>-1</sup>	СП
Д18Т	Деформированный	783...833	10 <sup>-3</sup>	СП	783...833	10 <sup>-2</sup>	СП

В колонке  $\dot{\epsilon}$ , с<sup>-1</sup> приведены порядки скоростей деформаций по модулю; символ СП – означает наличие сверхпластического состояния материала.

Заметим, что уравнение (5) получено с привлечением синергетического подхода. Поскольку в изотермических условиях  $\beta$ ,  $\sigma^*$ ,  $\dot{\epsilon}^*$  являются постоянными, то уравнение (5) можно переписать в безразмерной форме

$$\sigma_u = 1 - m_0 - \beta + (3m_0 + \beta)\dot{\epsilon}_u - 3m_0\dot{\epsilon}_u^2 + m_0\dot{\epsilon}_u^3. \quad (6)$$

При  $\theta \in (\theta_c^m, \theta_c^v)$  или  $\xi \in (0;1)$  на скоростной диапазон развития эффекта сверхпластичности накладывается ограничение

$$1 - \left( -\frac{\beta}{3m_0} \right)^{1/2} \leq \frac{\dot{\epsilon}_u}{\dot{\epsilon}^*} \leq 1 + \left( -\frac{\beta}{3m_0} \right)^{1/2}. \quad (7)$$

Укажем, что для сплава АМг5 имеем  $m_0=0,3333$ , а для сплава Д18Т –  $m_0=0,3965$ .

**В третьей главе** излагается постановка и решение двумерной краевой задачи горячей изотермической тонколистовой продольной прокатки алюминиевой полосы.

Под прокаткой понимается процесс непрерывного обжатия металла между вращающимися валками. Схематично процесс прокатки полосы представлен на рисунке 2.

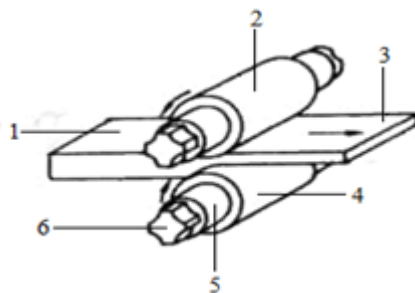


Рисунок 2 – Схема продольной прокатки металла: 1– прокатываемая заготовка, 2 – верхний валок, 3 – направление прокатки, 4 – нижний валок, 5 – шейка вала, 6 – трещина вала

Наиболее важными факторами, оказывающими воздействие на величину

коэффициента контактного трения при горячей прокатке (раздел 3.2), являются качество поверхностей валка и прокатываемого металла, температура прокатки, скорость прокатки, характер перемещения прокатываемого металла относительно валка, величина давления на валки. Коэффициент контактного трения при горячей прокатке алюминиевых сплавов колеблется в интервале 0,3-0,45.

В разделе 3.3 рассматривается геометрия и кинематика процесса продольной прокатки. Предполагается, что операция прокатки осуществляется в валках одинакового радиуса, вращающихся с одинаковыми угловыми скоростями (рисунок 3).

Отношение (рисунок 3)

$$\Lambda = (h_1 - h_2) / h_1 \quad (8)$$

называется обжатием полосы.

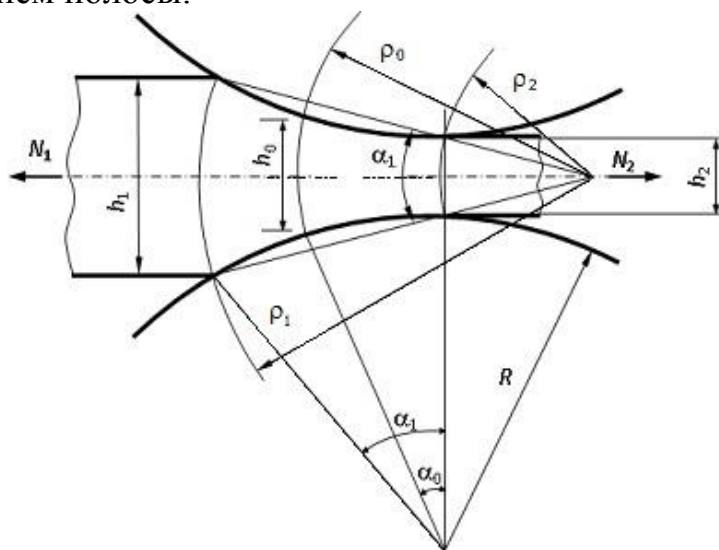


Рисунок 3 – Геометрия процесса прокатки

Часть полосы между входом и выходом из валков считается очагом пластической деформации. Закон изменения толщины полосы в очаге деформации определяется так

$$h = h_2 + 2R(1 - \cos \alpha). \quad (9)$$

Поскольку полагается, что ширина полосы  $b$  более, чем в пять раз превышает длину очага деформации, то деформацией вдоль ширины можно пренебречь. Из условия несжимаемости полосы следует, что

$$v = v_1 h_1 / h = v_2 h_2 / h, \quad (10)$$

где  $v_1, v_2$  – соответственно средние скорости перемещений металла на входе и выходе из валков,  $h$  – текущая ширина полосы, определяемая углом  $\alpha$  (рисунок 3).

Толщина  $h_0$  и угол  $\alpha_0$  соответствуют положению нейтрального слоя, разделяющего зоны отставания и опережения.

Воспользовавшись принципиальной схемой формулировки краевой задачи, изложенной в главе II и допущениями (8) – (10), рассмотрим двумерную задачу горячей изотермической прокатки алюминиевого листа (раздел 3.4) в предположении малости угла захвата валков. Такое условие означает, что для определения

энергосиловых и кинематических параметров технологической операции может быть привлечено исследование течения материала в клиновидном сходящемся канале (В.В. Соколовский, Н.Н. Малинин) с углом при вершине  $\alpha_1$  (рисунок 3).

Отнесем схематизацию, представленную на рисунке 3, к цилиндрической системе координат  $\rho\alpha z$ , причем ось  $z$  направим ортогонально плоскости рисунка.

Исходная система уравнений включает:

– дифференциальные уравнения равновесия Навье-Коши

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\alpha}}{\partial \alpha} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\alpha}{\rho} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{\rho\alpha}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_\alpha}{\partial \alpha} + \frac{2\tau_{\rho\alpha}}{\rho} = 0; \quad (11)$$

– соотношения между скоростями деформаций и перемещений

$$\dot{\epsilon}_\rho = \frac{\partial v_\rho}{\partial \rho}; \quad \dot{\epsilon}_\alpha = \frac{v_\rho}{\rho}; \quad \dot{\gamma}_{\rho\alpha} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial v_\rho}{\partial \alpha}; \quad (12)$$

– условие несжимаемости в скоростях

$$\dot{\epsilon}_\rho + \dot{\epsilon}_\alpha = 0; \quad (13)$$

– определяющие соотношения

$$\sigma_\rho - \sigma_0 = \frac{2\sigma_u}{3\dot{\epsilon}_u} \dot{\epsilon}_\rho; \quad \sigma_\alpha - \sigma_0 = \frac{2\sigma_u}{3\dot{\epsilon}_u} \dot{\epsilon}_\alpha; \quad \tau_{\rho\alpha} = \frac{\sigma_u}{3\dot{\epsilon}_u} \dot{\gamma}_{\rho\alpha}; \quad 3\sigma_0 = \sigma_\rho + \sigma_\alpha, \quad (14)$$

причем компоненты тензора напряжений отнесены к величине  $\sigma^*$ , а тензора скоростей деформаций – к  $\dot{\epsilon}^*$ , геометрические размеры – к ширине полосы  $b_0$ .

Уравнение состояния в безразмерной форме записано выше (6).

Воспользовавшись (раздел 3.5) условием несжимаемости (13) с привлечением кинематических соотношений (12), получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial v_\rho}{\partial \rho} + \frac{v_\rho}{\rho} = 0, \quad (15)$$

решение которого имеет вид

$$v_\rho = k(\alpha) / \rho, \quad (16)$$

где  $k = k(\alpha)$  – неизвестная функция, подлежащая определению.

Компоненты тензора скоростей деформаций и её интенсивность будут равны

$$\dot{\epsilon}_\rho = -\frac{k(\alpha)}{\rho^2}; \quad \dot{\epsilon}_\alpha = \frac{k(\alpha)}{\rho^2}; \quad \dot{\gamma}_{\rho\alpha} = \frac{k'(\alpha)}{\rho^2}; \quad \dot{\epsilon}_u = \frac{1}{\rho^2} L^{\frac{1}{2}}(\alpha), \quad (17)$$

где

$$L(\alpha) = \frac{1}{3} [4k^2(\alpha) + k'^2(\alpha)]. \quad (18)$$

Определяющие соотношения (14) с учетом уравнения состояния (6), запишутся так

$$\sigma_\rho - \sigma_0 = -\frac{2}{3} T(\alpha, \rho) k(\alpha); \quad \sigma_\alpha - \sigma_0 = \frac{2}{3} T(\alpha, \rho) k(\alpha); \quad \tau_{\rho\alpha} = \frac{1}{3} T(\alpha, \rho) k'(\alpha), \quad (19)$$

где

$$T(\rho, \alpha) = (1 - m_0 - \beta)L^{\frac{1}{2}}(\alpha) + \frac{3m_0 + \beta}{\rho^2} - \frac{3m_0}{\rho^4}L^{\frac{1}{2}}(\alpha) + \frac{m_0}{\rho^6}L(\alpha). \quad (20)$$

Из зависимостей (16) – (20) видно, что компоненты тензоров напряжений и скоростей деформаций будут найдены, если установлен явный вид функции  $k = k(\alpha)$ , которую будем называть разрешающей.

Совместное рассмотрение уравнений равновесия (11) с привлечением выражений (16) – (20) определяет величины  $\partial\sigma_0/\partial\rho$  и  $\partial\sigma_0/\partial\alpha$ . Вычисление смешанных производных с последующим приравниванием их друг к другу и группировкой по степеням  $\rho$  приводит к следующей системе дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} 2LL''k' - 3L^2k' + 4LL'k'' - 4L^2k''' - 8LL'k + 16L^2k' &= 0; \\ k''' + 4k' &= 0; \\ 24LL'k + 16L^2k' - L^2k' + 2LL''k' + 4LL'k'' + 4L^2k''' &= 0; \\ 20L'k + L''k' + 2L'k'' + Lk''' - Lk' &= 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Система (21) тождественно удовлетворяется при выполнении условия

$$k''' + 4k' = 0. \quad (22)$$

С учетом тривиальных граничных условий

$$\tau_{\rho\alpha}|_{\alpha=0} = 0; \quad \tau_{\rho\alpha}|_{\alpha=\frac{\alpha_1}{2}} = -\chi\tau_{\max}|_{\alpha=\frac{\alpha_1}{2}}, \quad (23)$$

интеграл уравнения (22) принимает вид

$$k(\alpha) = \frac{c_2}{2}(\psi - \cos 2\alpha), \quad (24)$$

где

$$\psi(\alpha_1, \chi) = \frac{\sqrt{1-\chi^2}}{\chi} \sin \alpha_1 - \cos \alpha_1. \quad (25)$$

Для определения постоянной  $c_2$  (раздел 3.6) вводится в рассмотрение очаг пластической деформации, представляемый в виде клина, ограниченного двумя поверхностями разрыва скоростей  $\rho_1 = \rho_1(\alpha_1)$ ;  $\rho_2 = \rho_2(\alpha_1)$  (рисунок 3). Вычисление секундного объема материала на входе в очаг деформации с использованием теоремы о среднем приводит к равенству

$$2 \int_0^{\frac{\alpha_1}{2}} k(\alpha) d\alpha = v_1 h_1 \alpha_1. \quad (26)$$

Последнее позволяет установить постоянную  $c_2$  и в окончательной форме записать выражения для:

– разрешающей функции  $k = k(\alpha)$

$$k(\alpha) = \frac{v_1 h_1}{\Psi} (\psi - \cos 2\alpha); \quad (27)$$

– скорости радиального перемещения

$$v_\rho = \frac{v_1 h_1}{\Psi \rho} (\psi - \cos 2\alpha); \quad (28)$$

– функций  $\rho_1(\alpha)$ ,  $\rho_2(\alpha)$ , ограничивающих в радиальном направлении очаг деформации

$$\rho_1(\alpha) = h_1 \frac{2\psi\alpha - \sin 2\alpha}{2\bar{\Psi} \sin \alpha}; \quad \rho_2(\alpha) = (1 - \Lambda)h_1 \frac{2\psi\alpha - \sin 2\alpha}{2\bar{\Psi} \sin \alpha}; \quad (29)$$

– составляющих скоростей деформаций

$$\dot{\epsilon}_\rho = -\frac{v_1}{\rho^2 \bar{\Psi}}(\psi - \cos 2\alpha); \quad \dot{\epsilon}_\alpha = \frac{v_1}{\rho^2 \bar{\Psi}}(\psi - \cos 2\alpha); \quad \dot{\gamma}_{\rho\alpha} = \frac{2v_1}{\rho^2 \bar{\Psi}} \sin 2\alpha, \quad (30)$$

где

$$\bar{\Psi} = \frac{\alpha_1}{\psi\alpha_1 - \sin \alpha_1}. \quad (31)$$

Компоненты тензора напряжений (раздел 3.7) определены на основании уравнений равновесия (11) совместно с (19), (20) и представлены в виде

$$\begin{aligned} \sigma_\rho = & \frac{1}{3} \left\{ (1 - m_0 - \beta) L^{-1/2} \left( \frac{k'L'}{2L} - k'' + 4k \right) \ln \frac{\rho}{\rho_2} - 4(1 - m_0 - \beta) L^{-1/2} k - \right. \\ & - \frac{3m_0 + \beta}{2} (k'' - 4k) \left( \frac{1}{\rho_2^2} - \frac{1}{\rho^2} \right) - 4(3m_0 + \beta) \frac{k}{\rho_2^2} + \frac{3}{4} m_0 L^{1/2} \left( \frac{k'L'}{2L} + k'' - 4k \right) \times \\ & \times \left( \frac{1}{\rho_2^4} - \frac{1}{\rho^4} \right) + 12m_0 L^{1/2} \frac{k}{\rho_2^4} - \frac{m_0}{6} L \left( \frac{k'L'}{L} + k'' - 4k \right) \left( \frac{1}{\rho_2^6} - \frac{1}{\rho^6} \right) - 4m_0 L \frac{k}{\rho_2^6} \Big\}; \\ \sigma_\alpha = & \frac{1}{3} \left\{ (1 - m_0 - \beta) L^{-1/2} \left( \frac{k'L'}{L} - k'' + 4k \right) \ln \frac{\rho}{\rho_2} - \frac{3m_0 + \beta}{2} (k'' + 4k) \left( \frac{1}{\rho_2^2} - \frac{1}{\rho^2} \right) + \right. \\ & + \frac{3}{4} m_0 L^{1/2} \left( \frac{k'L'}{2L} + k'' + 12k \right) \left( \frac{1}{\rho_2^4} - \frac{1}{\rho^4} \right) - \frac{m_0}{6} L \left( \frac{k'L'}{L} + k'' + 8k \right) \left( \frac{1}{\rho_2^6} - \frac{1}{\rho^6} \right) \Big\}; \\ \tau_{\rho\alpha} = & \frac{1}{3} k' \left[ (1 - m_0 - \beta) L^{-1/2} + \frac{3m_0 + \beta}{\rho^2} - \frac{3m_0}{\rho^4} L^{1/2} + \frac{m_0}{\rho^6} L \right]. \end{aligned} \quad (32)$$

Поскольку в качестве граничного было принято условие

$$\sigma_\alpha \Big|_{\rho=\rho_2+0} = 0, \quad (33)$$

то соотношения (32) будут относиться к зоне опережения ( $\rho_2 \leq \rho \leq \rho_0$ , где  $\rho_0 = \rho_0(\alpha)$  – уравнение поверхности, разделяющей области отставания ( $\rho_0 \leq \rho \leq \rho_1$ ) и опережения).

В разделе (3.8) перейдем к использованию очевидных условий, заключающихся в равенстве нулю продольных усилий на входе и выходе из очага деформации

$$N_1 = 2 \int_0^{\alpha_{1/2}} \sigma_\rho \Big|_{\rho=\rho_1} dA = 0; \quad N_2 = 2 \int_0^{\alpha_{1/2}} \sigma_\rho \Big|_{\rho=\rho_2} dA = 0. \quad (34)$$

Второе равенство (34) с учетом первой формулы (32) преобразуется к кубическому уравнению

$$a_0(\alpha_1) + a_1(\alpha_1)\mu + a_2(\alpha_1)\mu^2 + a_3(\alpha_1)\mu^3 = 0. \quad (35)$$

Здесь  $\mu$  – параметр, обобщающий скоростной, геометрический и контактный факторы и определяемый выражением

$$\mu = v_1 \left[ \frac{\bar{\Psi}}{h_1(1-\Lambda)} \right]^2, \quad (36)$$

а коэффициенты уравнения (36) представлены в форме

$$\begin{aligned} a_0(\alpha_1) &= \frac{\sqrt{3}}{2}(1-m_0-\beta)J_0(\alpha_1); \quad a_1(\alpha_1) = (3m_0+\beta)J_1(\alpha_1); \\ a_2(\alpha_1) &= -2\sqrt{3}m_0J_2(\alpha_1); \quad a_3(\alpha_1) = \frac{4}{3}m_0J_3(\alpha_1), \end{aligned} \quad (37)$$

причем

$$\begin{aligned} J_0(\alpha_1) &= \int_0^{\frac{\alpha_1}{2}} H_2(\alpha)H_1(\alpha)H^{-\frac{1}{2}}(\alpha)d\alpha; \quad J_1(\alpha_1) = \int_0^{\frac{\alpha_1}{2}} H_1(\alpha)H_2^{-1}(\alpha)d\alpha; \\ J_2(\alpha_1) &= \int_0^{\frac{\alpha_1}{2}} H^{\frac{1}{2}}(\alpha)H_1(\alpha)H_2^{-3}(\alpha)d\alpha; \quad J_3(\alpha_1) = \int_0^{\frac{\alpha_1}{2}} H(\alpha)H_1(\alpha)H_2^{-5}(\alpha)d\alpha, \end{aligned} \quad (38)$$

а

$$H(\alpha) = 1 + \psi^2 - 2\psi \cos 2\alpha; \quad H_1(\alpha) = \psi - \cos 2\alpha; \quad H_2(\alpha) = \frac{2\psi\alpha - \sin 2\alpha}{2\psi \sin \alpha}. \quad (39)$$

Первое равенство (34) (раздел 3.9) приводится к выражению

$$F(\alpha_1) + \int_0^{\frac{\alpha_1}{2}} D_-(\alpha)H_2(\alpha)d\alpha = 0. \quad (40)$$

Здесь  $D_-(\alpha)$  – произвольная функция, определяемая для зоны отставания, а  $F(\alpha_1)$  есть

$$\begin{aligned} F(\alpha_1) &= 2\sqrt{3}(1-m_0-\beta)Q_0(\alpha_1) + 2(3m_0+\beta)\frac{v_1\bar{\Psi}}{h_1}Q_1(\alpha_1) - 2\sqrt{3}m_0\frac{v_1^2\bar{\Psi}^2}{h_1^2}Q_2(\alpha_1) + \\ &+ \frac{8}{9}m_0\frac{v_1^3\bar{\Psi}^3}{h_1^3}Q_3(\alpha_1), \end{aligned} \quad (41)$$

где

$$Q_0(\alpha_1) = \int_0^{\frac{\alpha_1}{2}} \left[ \frac{\psi \sin^2 2\alpha}{H^{\frac{3}{2}}(\alpha)} - \frac{H_3(\alpha)}{H^{\frac{1}{2}}(\alpha)} \right] H_2(\alpha) \ln \left[ \frac{h_1}{\bar{\Psi}} H_2(\alpha) \right] d\alpha; \quad Q_1(\alpha_1) = \int_0^{\frac{\alpha_1}{2}} \frac{H_3(\alpha)}{H_2(\alpha)} d\alpha;$$

$$Q_2(\alpha_1) = \int_0^{\alpha_1} \frac{H^{\frac{1}{2}}(\alpha)}{H^{\frac{3}{2}}(\alpha)} \left[ \frac{\psi \sin^2 2\alpha}{H(\alpha)} + H_3(\alpha) \right] d\alpha; \quad Q_3(\alpha_1) = \int_0^{\alpha_1} \frac{H(\alpha)}{H^{\frac{5}{2}}(\alpha)} \left[ \frac{2\psi \sin^2 2\alpha}{H(\alpha)} + H_3(\alpha) \right] d\alpha. \quad (42)$$

причем

$$\frac{v_1 \bar{\Psi}}{h_1} = \mu \left( \frac{h_1}{\bar{\Psi}} \right) \left[ \frac{2R}{h_1} (1 - \cos \alpha_1) \right]^2. \quad (43)$$

Семейство кривых  $F(\alpha_1)$  аппроксимируется квадратичной функцией вида

$$F(\alpha_1) = b\alpha_1^2 + p\alpha_1, \quad (44)$$

где  $b, p$  – функции параметров  $h_1, \beta, m_0, \chi$ , вычисленные и табулированные для сплавов АМг5 и Д18Т.

С учетом (44) для функции  $D_-(\alpha_1/2)$  имеем

$$D_-(\alpha_1/2) = -(2b\alpha_1 + p) \frac{\bar{\Psi}\rho_1}{h_1}. \quad (45)$$

При известном  $D_-(\alpha_1/2)$  (45) радиальное напряжение на контакте металла и вала будет равно

$$\begin{aligned} 3\sigma_\rho \Big|_{\alpha=\frac{\alpha_1}{2}} &= (1 - m_0 - \beta) L^{\frac{1}{2}} \left( \frac{k'L'}{2L} - k'' + 4k \right) \ln \rho + \frac{3m_0 + \beta}{2\rho^2} (k'' - 4k) - \\ &- \frac{3}{4} m_0 \frac{L^{\frac{1}{2}}}{\rho^4} \left( \frac{k'L'}{2L} + k'' - 4k \right) + \frac{m_0 L}{6\rho^6} \left( \frac{k'L'}{L} - k'' + 4k \right) - (2b\alpha_1 + p) \frac{\bar{\Psi}\rho_1}{h_1}. \quad (46) \\ 3\sigma_\alpha &= (1 - m_0 - \beta) L^{\frac{1}{2}} \left[ \left( \frac{k'L'}{2L} - k'' + 4k \right) \ln \rho + 4k \right] + \frac{3m_0 + \beta}{2\rho^2} (k'' + 4k) - \\ &- \frac{3}{4} m_0 \frac{L^{\frac{1}{2}}}{\rho^4} \left( \frac{k'L'}{2L} + k'' - 20k \right) + \frac{m_0 L}{6\rho^6} \left( \frac{k'L'}{L} - k'' + 28k \right) - (2b\alpha_1 + p) \frac{\bar{\Psi}\rho_1}{h_1}. \end{aligned}$$

В разделе 3.10 устанавливаются границы зон опережения и отставания, исходя из условия

$$\sigma_\rho(\alpha_1/2) \Big|_{\rho=\rho_0+0} = \sigma_\rho(\alpha_1/2) \Big|_{\rho=\rho_0-0}. \quad (47)$$

Это условие приводит к уравнению

$$S_0(\alpha_1) + S_1(\alpha_1)x + S_2(\alpha_1)x^2 + S_3(\alpha_1)x^3 = 0. \quad (48)$$

Здесь

$$x = v_1 h_1 / \bar{\Psi}, \quad (49)$$

$$S_0(\alpha_1) = 2\sqrt{3}(1 - m_0 - \beta) L^{\frac{1}{2}} \left[ \left( \frac{\psi \sin^2 \alpha_1}{H^{\frac{3}{2}}(\alpha_1)} - \frac{H_3(\alpha_1)}{H^{\frac{1}{2}}(\alpha_1)} \right) \ln \rho_2 + H_1(\alpha_1) \right] - (2b\alpha_1 + p) H_2(\alpha_1);$$



$$S_1(\alpha_1) = \frac{2(3m_0 + \beta)}{\rho_2^2} \psi; S_2(\alpha_1) = -2\sqrt{3} \frac{m_0}{\rho_2^4} \left[ \frac{\psi \sin^2 \alpha_1}{H^{\frac{1}{2}}(\alpha_1)} + (3\psi - 2\cos \alpha_1) H^{\frac{1}{2}}(\alpha_1) \right];$$

$$S_3(\alpha_1) = \frac{8}{9} \frac{m_0}{\rho_2^6} [2\psi \sin^2 \alpha_1 + (5\psi - 4\cos \alpha_1) H(\alpha_1)], \quad (50)$$

причем

$$H(\alpha_1) = 1 + \psi^2 - 2\psi \cos \alpha_1; H_1(\alpha_1) = \psi - \cos \alpha_1; H_2(\alpha_1) = \frac{\psi \alpha_1 - \sin \alpha_1}{2 \sin(\alpha_1 / 2)};$$

$$H_3(\alpha_1) = 2 \cos \alpha_1 - \psi; \rho_2(\alpha_1) = h_1(1 - \Lambda) H_2(\alpha_1) / \bar{\Psi}. \quad (51)$$

Численное определение параметра  $x$  (рисунок 4) в зависимости от величины угла захвата  $\alpha_1$  (кривая 1), выполнено при  $h_1 = 0.07$ ,  $\chi = 0.3$ ;  $m_0 = 0.3333$ ;  $R = 0.11$ ;  $\beta = -0.134$  (сплав АМг5). На этом же рисунке кривая 2 при тех же константах подсчитана по трансформированной формуле (43). Точке пересечения отвечает  $\alpha_0 = 0,43149$ , при котором на контакте деформируемого сплава и инструмента имеет место граница областей отставания и опережения. При известном  $\alpha_0$  толщина нейтрального слоя определится по формуле

$$h_0 = (1 - \Lambda) h_1 + 2R(1 - \cos \alpha_0), \quad (52)$$

а величина  $\rho_0(\alpha_1 / 2)$  будет равняться

$$\rho_0(\alpha_1 / 2) = \frac{h_0}{\bar{\Psi}} \frac{\psi \alpha_1 - \sin \alpha_1}{2 \sin(\alpha_1 / 2)}. \quad (53)$$

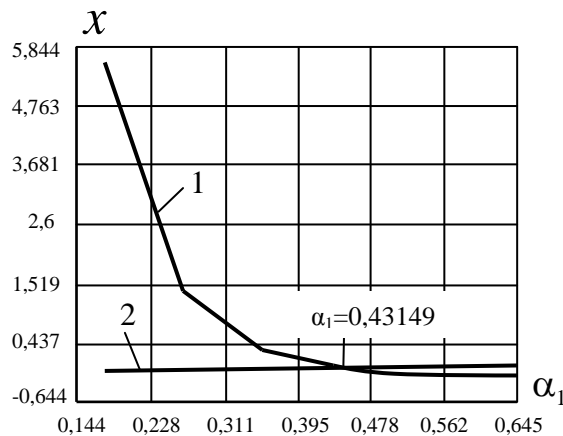


Рисунок 4 – Параметр  $x$  в зависимости от угла захвата  $\alpha_1$  сплав АМг5

Заметим, что конкретные вычисления были проведены для сплавов АМг5 и Д18Т в температурных условиях сверхпластичности и в не их при трех значениях  $h_1 = 0,03$ ;  $0,07$ ;  $0,1$  и  $\chi = 0,3$ ;  $0,4$ ;  $0,45$ . В результате было установлено, что при малых толщинах  $h_1$  и коэффициентах  $\chi$  весь очаг деформации может быть рассмотрен как зона опережения. Изменения параметров  $h_1$  и  $\chi$  в сторону увеличения приводит к разделению зон отставания и опережения, а при достаточно высоких значениях  $h_1$  и  $\chi$  (при диаметре вала 220мм – стан дуо 220) появляются

участки торможения. Обобщая полученные данные, можно отметить, что температурные условия сверхпластичности (раздел 3.11) положительно влияют на технологические параметры – исключается возникновение зон торможения. Укажем также на чувствительность технологических параметров процесса прокатки к размеру исходного зерна. Так, для обоих сплавов в температурно-скоростных условиях сверхпластичности размер зерна составил 4-7 мкм, причем в исходном деформированном состоянии для сплава АМг5 зерно не превышает 45 мкм, а в сплаве Д18Т достигает 130 мкм. Следовательно, в сплаве Д18Т происходит более резкое измельчение зерна, чем в сплаве АМг5. Это сказывается на более жестких условиях процесса прокатки сплава Д18Т сравнительно со сплавом АМг5.

В разделе 3.12 устанавливается величина давления на валки. Эта величина отождествляется с окружным нормальным напряжением на поверхности контакта металла и инструмента

$$\sigma_{\alpha} \Big|_{\alpha=\alpha_1/2} = -q \quad (54)$$

или

$$q = -\frac{1}{3} \left\{ \begin{array}{l} 2\sqrt{3}(1-m_0-\beta)E(\alpha_1/2)\ln \frac{\rho(\alpha_1/2)}{\rho_2(\alpha_1/2)} - 2(3m_0+\beta) \left[ \frac{1}{\rho_2^2(\alpha_1/2)} - \frac{1}{\rho^2(\alpha_1/2)} \right] \psi \frac{v_1 h_1}{\bar{\Psi}} + \\ + 2\sqrt{3} \left[ \frac{1}{\rho_2^4(\alpha_1/2)} - \frac{1}{\rho^4(\alpha_1/2)} \right] H^{\frac{1}{2}}(\alpha_1/2) \left[ \frac{\psi \sin^2 \alpha_1}{H(\alpha_1/2)} + 3\psi - 2\cos \alpha_1 \right] \left( \frac{v_1 h_1}{\bar{\Psi}} \right)^2 - \\ - \frac{8}{9} m_0 \left[ \frac{1}{\rho_2^6(\alpha_1/2)} - \frac{1}{\rho^6(\alpha_1/2)} \right] H(\alpha_1/2) \left[ \frac{2\psi \sin^2 \alpha_1}{H(\alpha_1/2)} + 2\psi - \cos \alpha_1 \right] \left( \frac{v_1 h_1}{\bar{\Psi}} \right)^3; \\ \text{при } \rho_2 \leq \rho \leq \rho_0 \\ 2\sqrt{3}(1-m_0-\beta) \left[ E(\alpha_1/2)\ln \rho(\alpha_1/2) + \frac{\psi - \cos \alpha_1}{H^{\frac{1}{2}}(\alpha_1/2)} \right] + \frac{2(3m_0+\beta)}{\rho^2(\alpha_1/2)} \psi \frac{v_1 h_1}{\bar{\Psi}} - \\ - 2\sqrt{3} \frac{H^{\frac{1}{2}}(\alpha_1/2)}{\rho^4(\alpha_1/2)} \left[ \frac{\psi \sin^2 \alpha_1}{H(\alpha_1/2)} + 6\cos \alpha_1 - 5\psi \right] \left( \frac{v_1 h_1}{\bar{\Psi}} \right)^2 + \\ + \frac{8}{9} m_0 \frac{H(\alpha_1/2)}{\rho^6(\alpha_1/2)} \left[ \frac{2\psi \sin^2 \alpha_1}{H(\alpha_1/2)} + 7\psi - 8\cos \alpha_1 \right] \left( \frac{v_1 h_1}{\bar{\Psi}} \right)^3 - (2b\alpha_1 + p)H_2(\alpha_1/2); \\ \text{при } \rho_0 \leq \rho \leq \rho_1 \end{array} \right. \quad (55)$$

$$E(\alpha_1/2) = \frac{\psi \sin^2 \alpha_1}{H^{\frac{3}{2}}(\alpha_1/2)} - \frac{H_3(\alpha_1/2)}{H^{\frac{1}{2}}(\alpha_1/2)}, \quad (56)$$

причем  $v_1 h_1 / \bar{\Psi}$  определяется так

$$v_1 h_1 / \bar{\Psi} = \mu (h_1 / \bar{\Psi})^3 (1 - \Lambda)^2. \quad (57)$$

**Четвертая глава** посвящена решению задачи оптимизации процесса прокатки в условиях сверхпластичности.

В разделе 4.1 отмечается, что очаг пластической деформации при прокатке рассматривается как сложный объект, в процессе формоизменения которого в зависимости от температурно-скоростных условий возникают области сверхпластичности и пограничные ей зоны высокотемпературной ползучести и термопластичности. Так в очаге деформации создается сложная структурная ситуация, при которой в ней формируется мелкозернистый объем, связанный с пограничными эффектами метастабильными состояниями. Как следствие, возникает задача разработки технологической стратегии с учетом конечной цели процесса, которая (раздел 4.2) заключается в изготовлении полуфабриката со структурой, близкой к мелкозернистой.

В качестве управляющей переменной принимается технологический параметр  $\mu$  (36), учитывающий, кроме скоростей  $v_1$ , геометрические и контактные условия. Целевая функция выбирается в виде объема области сверхпластичности  $W^{sp}$  в очаге деформации, который при оптимальном сочетании силовых, кинематических и температурных показателей должен достигать максимума. Имеем

$$W^{sp} = \iiint_W dW \rightarrow \max \quad (58)$$

или в цилиндрической системе координат

$$2 \int_0^{\frac{\alpha_1}{2}} \rho^2 d\alpha \rightarrow \max. \quad (59)$$

Учитывая условие ограничения на скоростной диапазон сверхпластичности (7), а также зависимости (17), (18) получаем

$$\bar{\rho}_2(\alpha) \leq \rho(\alpha) \leq \bar{\rho}_1(\alpha), \quad (60)$$

причем

$$\bar{\rho}_1 = \left\{ \left[ 1 - \left( -\frac{\beta}{3m_0} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} \left( \frac{4k^2 + k'^2}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}}; \bar{\rho}_2 = \left\{ \left[ 1 + \left( -\frac{\beta}{3m_0} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} \left( \frac{4k^2 + k'^2}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (61)$$

где через  $\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2$  обозначены соответственно верхнее и нижнее значения радиусов, ограничивающих область сверхпластичности.

Таким образом, для  $\bar{\rho}(\alpha) \in (\bar{\rho}_2(\alpha); \bar{\rho}_1(\alpha))$ , может быть сформулирована задача вариационного исчисления, в рамках которой исследуется функционал

$$J = \int_0^{\frac{\alpha_1}{2}} (4k^2 + k'^2)^{\frac{1}{2}} d\alpha. \quad (62)$$

Интегрированием соответствующего уравнения Эйлера получаем ограничение на угол захвата в радиальном направлении области сверхпластичности

$$\alpha_1 < \pi / 4. \quad (63)$$

Вторая часть оптимизационной задачи состоит в выборе оптимального рас-

положения области сверхпластичности в очаге деформации. Учитывая, что в процессе прокатки ставится задача изготовления полосы с мелкозернистой структурой, область сверхпластичности располагаем так, чтобы обеспечить на выходе из валков скоростные условия из сверхпластического диапазона.

Сравнивая уравнение на поверхности разрыва скоростей на выходе из очага деформации (вторая формула 30) и явное выражение

$$\bar{\rho}_2(\alpha) = \frac{2\nu_1 h_1 H^{\frac{1}{2}}(\alpha)}{\sqrt{3\Psi} \left[ 1 + \left( -\frac{\beta}{3m_0} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}. \quad (64)$$

получаем равенство, характеризующее оптимальное взаимное расположение  $\rho_2(\alpha)$  и  $\bar{\rho}_2(\alpha)$ , при котором

$$\rho_2(\alpha_1 / 2) = \bar{\rho}_2(\alpha_1 / 2). \quad (65)$$

Как следствие, для параметра  $\mu_{onm}$  будем иметь

$$\mu_{onm} = \frac{\sqrt{3}}{8} \frac{(\alpha_1 \Psi - \sin \alpha_1)^2 \left[ \frac{2R}{h_1} (1 - \cos \alpha_1) \right]^2}{(1 + \Psi^2 - 2\Psi \cos \alpha_1)^{\frac{1}{2}} \sin^2(\alpha_1 / 2)} \cdot \frac{h_1}{\Psi} \left[ 1 + \left( -\frac{\beta}{3m_0} \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (66)$$

На рисунке 5 показана в графическом виде зависимость скоростного параметра  $\mu$  от угла захвата  $\alpha_1$  при контактном коэффициенте  $\chi = 0,3$ . Кривые 1 и 2 соответствуют решениям уравнения (35)-(36), причем кривая 1 построена вне температурного интервала сверхпластичности при  $\beta = 0,231$  ( $\theta = 693 K$ ), а кривая 2 – в сверхпластическом диапазоне при  $\beta = -0,134$  ( $\theta = 763 K$ ). Кривая 3 получена при  $\beta = -0,134$ , но при оптимальном значении параметра  $\mu_{onm}$  (66).

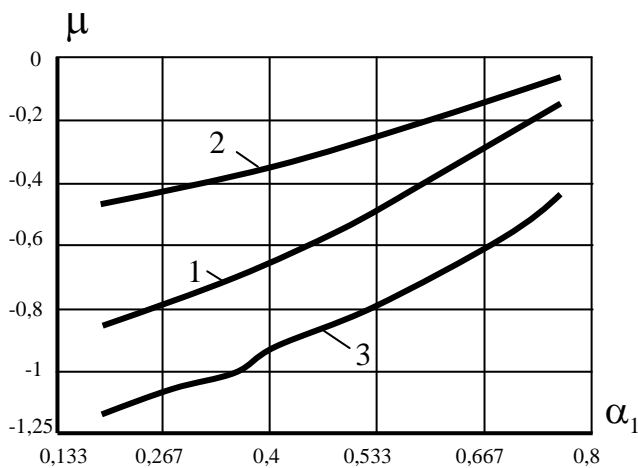


Рисунок 5

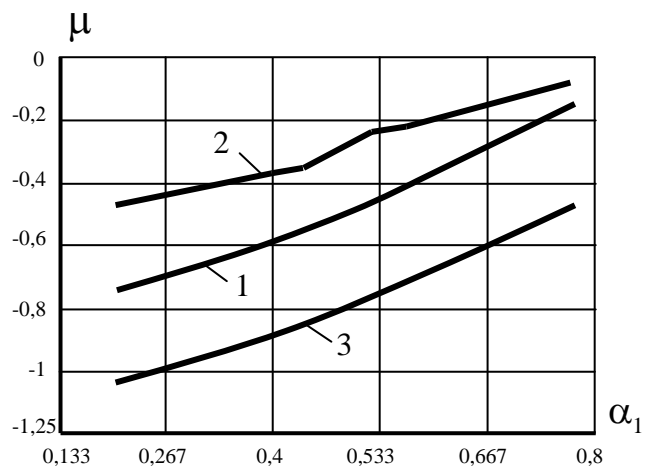


Рисунок 6

Аналогичная ситуация показана на рисунке 6 для сплава Д18Т: кривая 1 –  $\beta = 0,124$  ( $\theta = 713 K$ ), кривая 2 –  $\beta = -0,127$  ( $\theta = 783 K$ ), кривая 3 – формула (66).

Качественно характер поведения функции  $\mu = \mu(\alpha_1)$  не изменится и при других приемлемых значениях  $\chi$ .

На рисунках 7–10 представлены эпюры распределения давления  $q$  по длине очага деформации при том же значении  $\chi = 0,3$ ;  $h_1 = 0,03$  и двух углах захвата валков  $\alpha_1 = \pi/9$  и  $\alpha_1 = \pi/12$ . Рисунки 7, 8 соответствуют сплаву АМг5, а 9, 10 – сплаву Д18Т. Изотермы 1–3 для обоих сплавов отвечают температурам, при которых строились зависимости  $\mu = \mu(\alpha_1)$ .

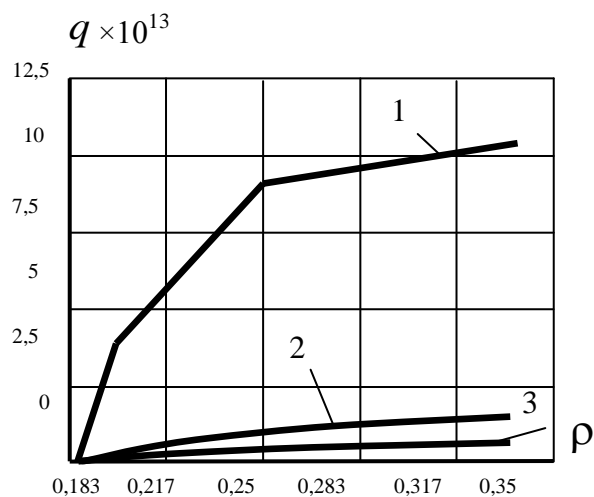


Рисунок 7

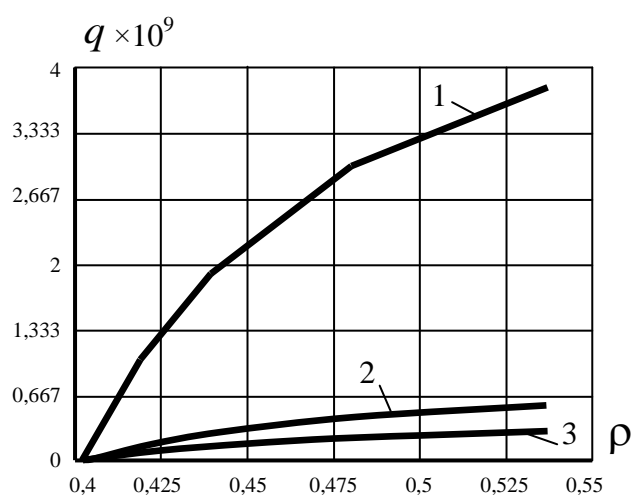


Рисунок 8

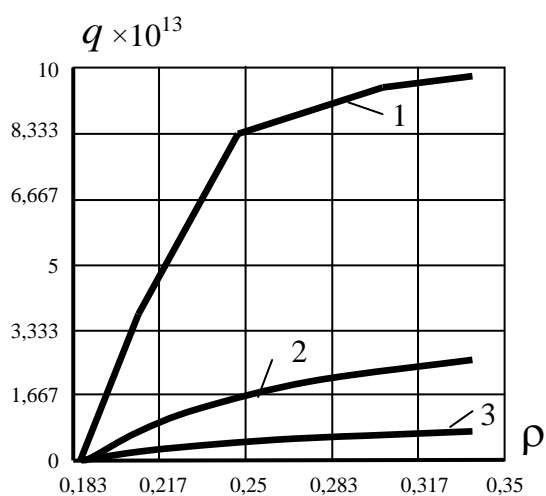


Рисунок 9

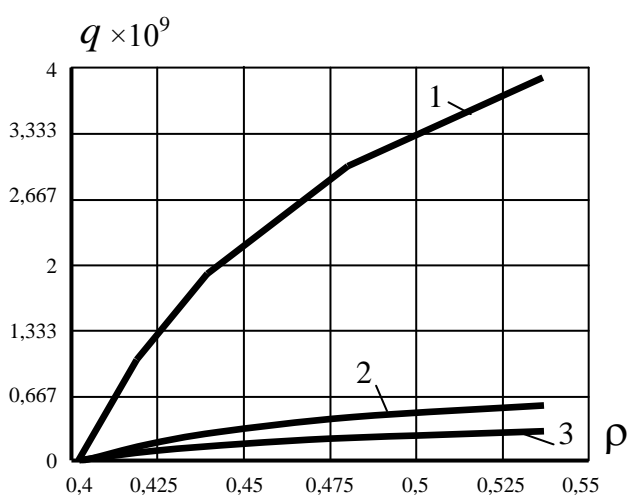


Рисунок 10

Общая тенденция заключается в том, что температурные условия вне сверхпластического диапазона приводят к значительному возрастанию давления на валки (примерно в 5–7 раз), сравнительно с режимами сверхпластичности. При оптимальных значениях параметра  $\mu$  и рациональном расположении зоны сверхпластичности давление на валки снижается еще примерно в 2 раза. Расчеты показали, что увеличение угла захвата  $\alpha_1$  приводит к резкому возрастанию давления на валки. Подобное объясняется снижением параметра  $\mu$  при росте  $\alpha_1$  и, как следствие, повышением давления.

Сравнительный анализ давления на валки при прокатке сплавов АМг5 и Д18Т свидетельствует об упомянутых выше более жестких условиях процесса для сплава Д18Т.

В разделе 4.3 приведены данные об известной попытке осуществить опытно-промышленную реализацию процесса низкоскоростной продольной прокатки литого сплава 1561 в изотермических условиях. Анализ полученных результатов показал возможность изготовления тонкого листа со структурой, близкой к мелкозернистой и минимальной анизотропией механических свойств.

## **ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ**

1. Осуществлен анализ накопленных экспериментальных сведений об особенностях сверхпластического деформирования металлов и сплавов с обсуждением способов подготовки необходимой для реализации эффекта мелкозернистой структуры. Показано, что сверхпластичность промышленных алюминиевых сплавов обусловлена возникновением и развитием в определенных температурно-скоростных условиях структурной трансформации – динамической рекристаллизации, в процессе которой исходная деформированная или литая структура становится равноосной мелкозернистой.

2. Сформулирована система уравнений, пригодная для математического моделирования изотермических процессов управления пластическим течением металлов, включающая уравнения состояния динамического типа и подтвержденная сопоставлением теоретических и опытных данных как для сверхпластичности, так и для пограничных областей высокотемпературной ползучести и термопластичности.

3. Аналитически исследован процесс изотермической продольной прокатки алюминиевого листа в форме постановки и решения двумерной краевой задачи с установлением полей напряжений и скоростей деформаций, давления на валки.

4. Разработан подход к управлению процессом прокатки с рассмотрением очага деформации как сложного объекта, в котором при формоизменении в зависимости от силовых и кинематических характеристик возникают области сверхпластичности и пограничные ей зоны высокотемпературной ползучести и термопластичности. Показано, что в температурных условиях сверхпластичности могут реализовываться операции, в которых очаг деформации рассматривается только как зона опережения.

5. Установлена возможность прогнозировать изготовление алюминиевой полосы со структурой, близкой к мелкозернистой, путем оптимального сочетания давления и скорости вращения валков, получаемого из условия максимизации объема области сверхпластичности в очаге деформации и рационального его расположения. Численные результаты получены для сплавов АМг5 и Д18Т.

## **СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

1. Субботина, Е.А. О продольной прокатке полосы с использованием сверхпластичности [Текст] / Е.А. Субботина // Современные проблемы механики сплошных сред. ИГиОН НАН КР, Бишкек, 2012, Вып.16. – С.290-298.

2. Субботина, Е.А. Теория продольной прокатки алюминиевого листа в термомеханических условиях сверхпластичности [Текст] / Е.А. Субботина // Современные проблемы механики сплошных сред. ИГиОН НАН КР, Бишкек, 2013, Вып.17. – С.233-245.
3. Субботина, Е.А. О поле скоростей деформаций при продольной прокатке полосы в режимах сверхпластичности [Текст] / Е.А. Субботина, Л.И. Васильев // Тез. докл. Межд. научн.-техн. конф. «Университетская наука – 2014». Мариуполь, Украина, 2014, Т1.
4. Субботина, Е.А. О зонах сверхпластичности при прокатке алюминиевого листа [Текст] / Д.А. Китаева, Е.А. Субботина, Л.И. Васильев // Известия Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова. Бишкек, 2014, №32, Ч.II. – С.64-69.
5. Subbotina, E. About the volume forming of aluminium details in superplasticity conditions [Текст] / Rudaev Ya., Kitaeva, D., Subbotina, E. // Proceedings of the 23rd International Conference on Metallurgy and Materials METAL 2014. May 21-23, 2014. Brno, Czech Republic.–Ostrava: TANGER, 2014. – P.347-352.
6. Субботина, Е.А. Решение задачи продольной прокатки алюминиевого листа в условиях сверхпластичности [Текст] / Д.А. Китаева, Г.Е. Коджаспиров, Я.И. Рудаев, Е.А. Субботина // Современные проблемы теории машин. Новокузнецк, 2015, № 3. – С.191-199.
7. Субботина, Е.А. О моделировании процессов объемного формоизменения в режимах сверхпластичности [Текст] / Е.А. Субботина // Современные проблемы теории машин. Новокузнецк, 2015, № 3. – С.200-203.
8. Subbotina, E. Modelling of Longitudinal Rolling Procedure of Aluminum Sheet under Superplasticity Conditions [Текст] / Kodzhaspirov G., Kitaeva D., Rudaev Ya., Subbotina E. // Proceedings of the 24th International Conference on Metallurgy and Materials METAL-2015, Brno, Czech Republic, EU, 2015. – P.3657-3662.
9. Субботина, Е.А. Задача продольной прокатки алюминиевого листа в режимах сверхпластичности [Текст] / Е.А. Субботина, Г.Е. Коджаспиров, Д.А. Китаева, Я.И. Рудаев // Труды 11-й Международной научно-технической конференции «Современные металлические материалы и технологии». Санкт-Петербург, 2015. – С.614-626.
10. Субботина, Е.А. О моделировании высокотемпературных процессов деформирования металлов и сплавов [Текст] / Е.А. Субботина // Известия Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова. Бишкек, 2015, №3 (36). – С.101-106.
11. Субботина, Е.А. Задача продольной прокатки листа из алюминиевой заготовки в режимах сверхпластичности [Текст] / Е.А. Субботина, Г.Е. Коджаспиров, Д.А. Китаева, Я.И. Рудаев // Materials Physics and Mechanics. Санкт-Петербург, 2016, №25. С.49-55.

## РЕЗЮМЕ

диссертации Субботиной Елены Александровны на тему: «Моделирование процесса продольной прокатки алюминиевого листа в режимах сверхпластичности» на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

**Ключевые слова:** прокатка, сверхпластичность, объемное формообразование, мелкозернистая структура, краевая и оптимизационная задачи, алюминиевые сплавы, скорость деформации, давление на валки.

**Объект исследований** являются промышленные алюминиевые сплавы, эффект сверхпластичности которых, развивается в процессе структурного фазового перехода – динамической рекристаллизации.

**Цель работы.** Разработка математической модели двумерной изотермической (в температурном режиме сверхпластичности) задачи тонколистовой прокатки алюминиевых сплавов с целью изготовления полуфабриката с оптимальной структурой, близкой к мелкозернистой.

**Полученные результаты и их новизна.** Моделирование процесса изотермической продольной прокатки алюминиевой полосы сведено к постановке и решению соответствующей краевой задачи. Показано, что в температурном диапазоне сверхпластичности существует интервал давлений на валки, при котором в очаге деформации появляется область сверхпластичности, граничащая с зонами высокотемпературной ползучести и термопластичности. Установлена возможность прогнозировать изготовление полосы со структурой, близкой к мелкозернистой.

**Область применения:** Механика деформируемых твердых тел, теория обработки металлов давлением, авиа- и судостроение.

Субботина Елена Александровнанын «Өтө ийкемдүүлүк режимдериндеги алюминий тилкесин узунунан жукартуу процессин моделдөө» аттуу  
01.02.04 – катуу деформацияланган телонун механикасы адистиги боюнча техникалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражаны изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын  
КЫСКАЧА МАЗМУНУ

**Түйүндүү сөздөр:** жукартуу, өтө ийкемдүүлүк, көлөмдүү формаларды түзүү, майда бүртүктүү структура, четки жана оптимизациялоо маселелери, алюминий эритмеси, деформациянын ылдамдыгы, үбөлүктөргө басым.

**Изилдөөнүн объектиси:** өтө ийкемдүүлүк касиеттери структуралык фазалык өтүү – динамикалык рекристаллизациялоо процессинде өнүккөн өнөр жайлык алюминий эритмелери.

**Иштин максаты.** Майда бүртүктүү структурага жакын оптималдуу түзүлүшү менен чала фабрикатты даярдоо максатында алюминийдин эритмелерин ичке тилкеге чейин ичкертүү үчүн эки ченемдүү изотермикалык (өтө



ийкемдүүлүк температуралык режиминдеги) маселесинин математикалык моделин иштеп чыгуу.

**Алынган натыйжалар жана алардын жаңылыгы.** Алюминий тилкесин узунунан изотермикалык түрдө ичкертүү процессин моделдөө тиешелүү четки маселени аныктап коюууга жана чыгарууга айланат. Өтө ийкемдүүлүк температуралык диапазонунда үбөлүктөргө басымдын интервалы бар экендиги, ошол деформация чордонунда жогорку температуралык сойлоочулук жана термодийкемдүүлүк менен чектешкен өтө ийкемдүүлүк областы пайда болору аныкталды. Майда бүртүктүү структурага жакын структуралуу тилкенин жасалышын болжолдоо мүмкүнчүлүгү белгиленди.

**Колдонуу чөйрөсү:** деформацияланган катуу телолордун механикасы, басым менен металлдарды иштетүү теориясы, авиа-кеме чыгаруу.

## SUMMARY

**dissertation research of Subbotina Elena Aleksandrovna on a subject: «Modeling of process of longitudinal rolling of aluminum sheet in the superplasticity modes» on competition of a scientific degree of the candidate of technical in the specialty 01.02.04 – mechanics of a solid deformable body**

**Keywords:** rolling, superplasticity, volume shaping, fine-grained structure, regional and optimizing tasks, aluminum alloys, deformation speed, pressure upon rolls.

**Object of researches** industrial aluminum alloys which effect of superplasticity, develops in the course of structural phase transition – dynamic recrystallization are.

**The main objectives of the research.** Development of mathematical model two-dimensional isothermal (in temperature condition of superplasticity) problems of thin-sheet rolling of aluminum alloys for the purpose of production of a semi-finished product with the optimum structure close to fine-grained.

**Use of results and their novelty.** Modeling of process of isothermal longitudinal rolling of an aluminum strip is reduced to statement and the solution of the corresponding regional task. It is shown that in the temperature range of superplasticity there is an interval of pressure upon rolls at which in the center of deformation there is an area of superplasticity adjoining on zones high-temperature creep and thermoplasticity. An opportunity to predict production of a strip with the structure close to fine-grained is established.

**Scope:** Mechanics of deformable solid bodies, the theory of processing of metals pressure, an avia - and shipbuilding.

Подписано в печать 29.04.2016. Формат бумаги 60\*84.1/16  
Бумага офсетная. Усл. печ. л. 2,3. Уч.-изд. л. 2,0.  
Тираж 100 экз. Заказ №  
Кыргызско-Российский Славянский университет  
720000, г. Бишкек, ул. Киевская, 44