

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ
РЕСПУБЛИКИ
КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИ-
ВЕРСИТЕТ им. И.РАЗЗАКОВА
КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СТРОИ-
ТЕЛЬСТВА, ТРАНСПОРТА И АРХИТЕКТУРЫ**

Диссертационный совет Д. 01.15.505

На правах рукописи
УДК 532.526

БЕКЕТАЕВА АСЕЛЬ ОРОЗАЛИЕВНА

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВЫХ
ТЕЧЕНИЙ С ВДУВОМ СТРУЙ**

01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

г. Бишкек, 2016

Работа выполнена в

Кыргызском государственном
техническом университете им.
И.Раззакова

Научный консультант:

доктор физико-математических наук,
профессор **Найманова А.Ж.**

Официальные оппонен-
ты:

доктор физико-математических наук,
профессор **Курбаналиев А.Ы** (ОшГУ)
доктор физико-математических наук,
профессор **Калтаев А.Ж.** (КазНУ)
доктор физико-математических наук,
профессор **Мурзакматов М.У**

Ведущая организация:

Евразийский национальный универси-
тет им. Гумилева, 010008, Республика Ка-
захстан, г.Астана, ул. Сатпаева 2

Защита диссертации состоится 30 сентября 2016 года в 14⁰⁰ часов, на за-
седании диссертационного совета Д. **01.15.505** при Кыргызском Государст-
венном Техническом Университете им. И.Раззакова и Кыргызском Государ-
ственном Университете Строительства Транспорта и Архитектуры , по адресу:
720044, Бишкек, пр. Мира, 66. Ауд. 1/314

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеках Кыргызского го-
сударственного технического университета им. И. Раззакова (720044, Кыр-
гызская Республика, г. Бишкек, ул. Мира, 66) и Кыргызского государствен-
ного университета строительства, транспорта и архитектуры им. Н.
Исанова (720020, Кыргызская Республика, г. Бишкек, ул. А. Малдыбаева,
346).

Автореферат разослан «_____» _____ 2016 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета, к.ф.-м.н.

Мекенбаев Б. Т.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. Струя, развивающаяся в поперечном потоке принадлежит к сложным пространственным течениям, которые возникают при управлении тяги ракетного двигателя с помощью газовых рулей и при вдуве газообразного горючего в сверхзвуковой поток. Струйное взаимодействие можно использовать для управления высокоскоростным летательным аппаратом, особенно в условиях сильного аэродинамического нагрева. Присутствие зон возвратных течений, турбулентности и, если течение сверхзвуковое, наличия ударных волн и волн разрежения, является огромной проблемой в изучении физики такого рода течения. В настоящий момент основные физические механизмы взаимодействия ударно-волновой структуры для течения вязких газов описаны в экспериментальных исследованиях Зубкова А.И., Щеца Д., Грубера М., Бен Якара А. и других. В работах Ченаулта С., Вити В., Хассана Е., Кавай С. и других представлено теоретическое исследование взаимодействия вдуваемой струи со сверхзвуковым потоком. Здесь численно решаются полные уравнения Навье-Стокса, где наряду с уравнениями газовой динамики решается большое количество уравнений переноса компонент смеси. При этом практически не изучены закономерности в областях отрыва, смещения, присоединения, образованных в результате взаимодействия падающей ударной волны с пограничным слоем в зависимости от режимных параметров. Известно, что вихревая структура, возникающая в самой струе, аналогична истечению струи несжимаемой жидкости и является давно изученной, однако для течений с большими параметрами нерасчетности выявлено, что в процессе взаимодействия появляются дополнительные вихри. Таким образом, исследование течения с существенно большими нерасчетностями (отношение давление в струе к давлению в потоке) является новой и неизученной задачей. При турбулентном режиме течений на данный момент отсутствует надежная модель турбулентности, позволяющая точно производить расчеты вышеописанных областей. На сегодняшний день численное моделирование является одним из самых мощных инструментов изучения физических процессов, происходящих в аэродинамике высоких скоростей, к которому, и относиться сверхзвуковое течение многокомпонентных турбулентных газов при наличии вдува струй. Несмотря на то, что достигнуты значительные успехи в численном моделировании сверхзвуковых течений, детальное изучение вышеупомянутых процессов с помощью вычислительных инструментов является трудной проблемой. Таким образом, построение адекватной математической модели, построение модели турбулентности и проблема ее замыкания, а также построение устойчивых численных схем высокого порядка точности и изучение механизмов сверхзвукового

многокомпонентного течения в зависимости от режимных параметров потока является актуальной задачей.

Целью настоящей работы является: разработка математической модели и численное исследование взаимодействия сверхзвукового течения с вдувом струй на основе уравнений Навье-Стокса для совершенного газа; разработка метода решения уравнений Навье-Стокса для сверхзвукового течения турбулентного многокомпонентного газа, основанного на WENO схеме. Для достижения цели сформулированы следующие **задачи исследования:**

разработать методику решения осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса для течения многокомпонентной газовой смеси, основанную на WENO (Weighted Essentially Nonoscillatory Schemes) схеме;

решить с помощью построенного алгоритма сверхзвуковое течение в канале с падающей ударной волной; выявить влияние скорости натекающего потока и толщины пограничного слоя на ударно-волновую структуру взаимодействия падающего скачка уплотнения с пограничным слоем на стенке;

построить численную модель и изучить проблему сверхзвукового турбулентного течения в канале с поперечным вдувом струи с нижней стенки, изучить взаимодействие скачка уплотнения с пограничным слоем а также условия отрыва пограничного слоя в зависимости от параметра нерасчетности и ширины щели;

решить численным методом проблему пространственного сверхзвукового турбулентного течения в канале с поперечным вдувом круглых струй и выявить отличительные особенности образования вихревых структур для умеренных и больших параметров нерасчетности;

построить LES (Large Eddy Simulation) метод с использованием спектральных методов задания реальной турбулентности для расчета математической модели турбулентного течения совершенного газа с вдувом струй.

Объектом исследования являются сверхзвуковое турбулентное течение с вдувом струй в канале.

Предметом исследования является численное моделирование и исследование взаимодействия сверхзвукового турбулентного течения с вдувом струй.

Научная новизна заключается в следующем:

- предложена методика решения двумерных осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса для многокомпонентной газовой смеси, основанная на WENO схеме, позволяющая производить расчет сверхзвуковых турбулентных течений;

- установлено влияние числа Маха набегающего потока и толщины пограничного слоя на структуру взаимодействия падающего скачка уплотнения с пограничным слоем; определены предельные значения входного числа Маха набегающего потока, при которых возникает безотрывное течение; выявлены особенности взаимодействия при изменении толщины пограничного слоя а именно показана многоструктурная область отрыва при росте пограничного слоя;

- сформулирована математическая модель сверхзвукового плоского течения в канале с поперечным вдувом струй; численно изучены и найдены закономерности влияния степени нерасчетности на высоту вдуваемой струи а также ширины струи на образование бочкообразной структуры в самой струе; выявлено, что увеличение ширины щели приводит к уменьшению расширения струи, которое является следствием возникновения конфузора между вдуваемой струей и отрывной зоной на верхней стенке; установлено, что, помимо общеизвестной ударно-волновой картины, здесь за струей на нижней стенке появляется новая система скачков уплотнения, обусловленная взаимодействием отраженного скачка уплотнения от верхней стенки с пограничным слоем на нижней стенке;

- разработана численная модель и методика решения трехмерных осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса на основе ENO (Essentially Nonoscillatory Schemes) схемы для задачи поперечного вдува круглой струи в сверхзвуковой поток для умеренных и больших параметров нерасчетности; детально изучен механизм образования вихревых структур как в самой струе так и в результате взаимодействия набегающего потока с вдуваемой струей, установлено, что при умеренных параметрах нерасчетности (меньших десяти), течение струи описывает известную вихревую структуру, но при нерасчетностях больших десяти выявлены новые системы вихрей и описан механизм их возникновения.

- предложена численная модель вдува турбулентной струи в спутный сверхзвуковой поток с применением LES метода и изучена структура смещения вдуваемой струи с набегающим потоком

Научные положения, выносимые на защиту:

- методика численного решения осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса, замкнутых $k-\omega$ моделью турбулентности для сверхзвукового течения многокомпонентной газовой смеси, основанная на WENO схеме, позволяющая при расчетах разрывных решений получать результаты без схемных осцилляций и понижения точности решения на разрывах до первого;

- численная реализация граничных условий не отражения на выходной границе поперечного впрыска струи в сверхзвуковой поток;

- математическая модель сверхзвукового турбулентного течения многокомпонентного вязкого газа с поперечным вдувом струи с нижней стенки плоского канала; результаты численного анализа и полученные закономерности влияния режимных параметров на взаимодействие ударных волн с пограничными слоями; выявлены новые системы скачков уплотнения на нижней стенке канала;

- численная модель пространственного сверхзвукового течения совершенного газа с поперечным вдувом круглых струй и результаты исследования влияния параметра нерасчетности на взаимодействие сильно-недорасширенных струй с набегающим потоком; выявленные новые вихревые структуры как в самой струе, так и в результате взаимодействия основного потока с вдуваемой струей;

- математическая и численная модель сверхзвукового вдува струи в спутный поток с использованием LES осреднения уравнений Навье-Стокса, позволяющая численно получить характеристики турбулентного течения.

Личный вклад автора. Представленная работа является результатом исследований, проведенных автором в 2007-2016 годах. Личный вклад автора в работах, выполненных в соавторстве и включенных в диссертацию, заключается в выборе направления исследований, постановке задач, проведении численных расчетов, анализе, обобщении полученных результатов исследований и их теоретическом обосновании.

Теоретическая и практическая значимость результатов. Разработанная в диссертации математическая модель и метод решения осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса могут быть использованы для расчетов двумерного и трехмерного сверхзвукового турбулентного течения и позволяют исследовать реальные трехмерные процессы.

Апробация работы: основные результаты работы докладывались и обсуждались на: второй международной научной конференции "Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений" (Бишкек, 5-7 сентября 2013 г.); международной научной конференции «Актуальные проблемы математики и математического моделирования» (Алматы, 1-5 июня 2015 г.); 2nd International Conference on Aerospace Engineering (ICOAE 2015) (St.-Petersburg, Russia, June 14-15, 2015); 6th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering (ICMAE 2015) (Rome, Italy, July 16-17, 2015); International Conference "Computational and Information Technologies in Science, Engineering and Education" (CITech-2015) (Almaty, September 24-27, 2015); International scientific conference "Science and Practice: New Discoveries" (Czech Republic, Karlovy Vary – Russia, Moscow, October 24-25, 2015). **Публикации:** по теме диссертации опубликовано 25 печатных работ, которые приводятся в списке литературы и отражают полноту результатов диссертации.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, пяти разделов, заключения и списка использованных источников из 155 наименований. Работа изложена на 270 страницах, содержит 85 рисунка 3 таблицы.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Во введении отражены следующие моменты: актуальность, основные цели работы, новизна, научно-практическое значение диссертационной работы, степень ее разработанности. Также приведены цели исследования.

В первом разделе содержится пять подразделов. В первом, отражен краткий обзор существующих на данный момент работ, посвященных теоретическому и экспериментальному исследованию взаимодействия сверхзвукового течения с поперечной газовой струей. Обсуждаются конечно-разностные методы решения уравнений Навье-Стокса, применительно к задаче сверхзвукового течения с поперечным сдувом струй предложенные разными авторами.. Во втором подразделе рассмотрена проблема взаимодействия ударной волны с пограничным слоем как структурной задачи при моделировании сверхзвуковых течений в канале ГПВРД с вдувом струй. Третий подраздел посвящен проблемам исследования взаимодействия сверхзвуковых струй в спутном потоке как системы разноскоростных сверхзвуковых параллельных потоков а четвертый освещает проблемы моделирования турбулентности для струйных течений, позволяющих получать характеристики реальной турбулентности.

Во втором разделе представлено численное моделирование падающего скачка уплотнения с пограничным слоем. Здесь для поставленной задачи разрабатывается методика решения исходных уравнений, основанная на WENO- схеме четвертого порядка точности а также изучение влияния числа Маха набегающего потока и угла генератора скачка уплотнения на ударно-волновую структуру. Схема картины течения представлена на рисунке 1.

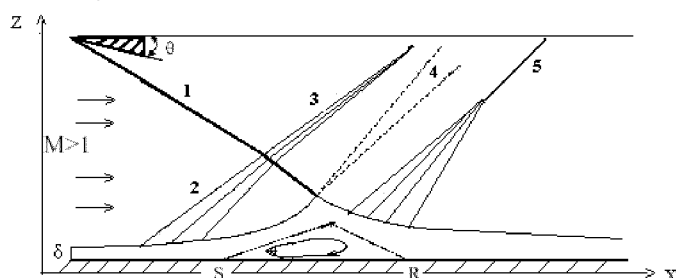


Рисунок 1 – Схема течения

Исходной является система двумерных осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса для многокомпонентного газа, записанная в декартовой

системе координат в консервативной форме и замкнутая $k-\omega$ моделью турбулентности Вилкокса:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial (\vec{E} - \vec{E}_v)}{\partial x} + \frac{\partial (\vec{F} - \vec{F}_v)}{\partial z} = \vec{S} \quad (1)$$

здесь векторы $\vec{U}, \vec{E}, \vec{F}$ имеют следующий вид:

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho w \\ E_t \\ \rho Y_k \\ \rho k \\ \rho \omega \end{pmatrix}, \quad \vec{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho u w \\ (E_t + P)u \\ \rho u Y_k \\ \rho u k \\ \rho u \omega \end{pmatrix}, \quad \vec{F} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho u w \\ \rho w^2 + P \\ (E_t + P)w \\ \rho w Y_k \\ \rho w k \\ \rho w \omega \end{pmatrix},$$

а \vec{E}_v, \vec{F}_v содержат диссипативные члены вида

$$\vec{E}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xz} \\ u \tau_{xx} + u \tau_{xz} - q_x \\ J_{kx} \end{pmatrix}, \quad \vec{F}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \\ \tau_{zz} \\ w \tau_{xz} + w \tau_{zz} - q_z \\ J_{kz} \end{pmatrix},$$

Вектор дополнительных членов имеет следующий вид:

$$\vec{S} = (0, 0, 0, 0, 0, (P_k - \beta^* \rho \omega k) (\gamma \rho P_k / \mu_t - \beta \rho \omega^2))^T$$

Y_k - массовая концентрация k -ой компоненты, $k=1...N$, где N - число компонент смеси газов. Уравнение состояния смеси совершенных газов

имеет вид: $p = \frac{\rho T}{\gamma_\infty M_\infty^2 W}$ где $W = \left(\sum_{k=1}^N \frac{Y_k}{W_k} \right)^{-1}$ молярный вес смеси всех газов,

причем $\sum_{k=1}^N Y_k = 1$. Уравнения для полной энергии $E_t = \frac{\rho h}{\gamma_\infty M_\infty^2} - p + \frac{1}{2} \rho (u^2 + w^2)$

где $h = \sum_{k=1}^N Y_k h_k$ удельная энтальпия смеси а $h_k = h_k^0 + \int_{T_0}^T c_{pk} dT$ - удельная эн-

тальпия k -ой компоненты. Удельные теплоемкости при постоянном давлении для каждой компоненты c_{pk} вычисляются через молярные удельные теплоемкости C_{pk} по формуле: $c_{pk} = C_{pk} / W$, где C_{pk} определяются по экспериментальным данным при помощи полиномиальной интерполяции четвер-

ность, $l = \kappa z \left| 1 - e^{-z^+/A} \right|$ – длина пути перемешивания, $\kappa = 0.41$ – постоянная Кармана, $A = 26$. Вдали от стенки ($z > \delta_1$) принято $\mu_t = 0.0168 \rho V_0 L_0$, где $V_0 = (F_{max}, 0.25 q_{dif}^2 / F_{max})$, $L_0 = 1.6 z_{max} I^k$, $F_{max} = \max(|\Omega| l / \kappa)$, z_{max} соответствует F_{max} , $q_{dif} = \max(|\vec{V}|) - \min(|\vec{V}|)$, $\vec{V} = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$, $I^k = \left[1 + 5.5 (0.3 z / z_{max})^6 \right]^1$ – ограничивающий множитель Клебанава. На нижней стенке задается условие прилипания и теплоизоляции а для параметров $k-\omega$ модели турбулентности на стенке задавались следующие граничные условия $k=0$; $\omega = \frac{6\mu}{0.075 \rho (\Delta y_1)^2}$. Во входном сечении вблизи стенок канала задается пограничный слой, толщина которого определяется по формуле $\delta_1 = 0.37 x (\text{Re})^{0.2}$. Также задается пристенный слой (10% от пограничного слоя) $\delta_2 = 0.1 \delta_1$. Продольная составляющая скорости u принимает следующий вид:

$$u = 0.1 \left(\frac{z}{\delta_2} \right) + 0.9 \left(\frac{z}{\delta_2} \right)^2, \quad x = 0, \quad 0 \leq z \leq \delta_2,$$

в развитом турбулентном пограничном слое профиль продольной скорости задается степенным законом:

$$u = \left(\frac{z}{\delta_1} \right)^{1/7}, \quad x = 0, \quad \delta_2 \leq z \leq \delta_1.$$

в зависимости от распределения скорости значения температуры и плотности примут вид:

$$T = T_w + u(1 - T_w), \quad \rho = \frac{1}{T},$$

где $T_w = \left(1 + r \frac{(\gamma - 1)}{2} M_\infty^2 \right)$ - температура на стенке, $r = 0.88$.

При задании падающей ударной волны во входном сечении вблизи верхней границы для газодинамических параметров ставились условия из решения задачи о косом скачке уплотнения:

$$u = \sqrt{\frac{(\cos \beta)^2}{\cos(\beta - \theta)^2}} \cos \theta, \quad v = \sqrt{\frac{(\cos \beta)^2}{\cos(\beta - \theta)^2}} \sin \theta$$

$$P = P_\infty \frac{2\gamma}{\gamma+1} M_\infty^2 (\sin \beta)^2, \quad \frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{1}{M_\infty^2} \quad \rho = \frac{\frac{\gamma+1}{2} M_\infty^2 (\sin \beta)^2}{1 + \frac{\gamma}{2} M_\infty^2 (\sin \beta)^2}$$

здесь θ - угол наклона генератора скачка уплотнения, β - угол, образованный линией скачка с направлением набегающего потока (найден из зависимости θ от β для семейства линий с различными значениями Маха потока

). На верхней границе - условие симметрии, на и выходной границе задаются условия неотражения. В подразделе 2.5 предложена постановка граничных условий неотражения, основанная на характеристическом анализе гиперболической части уравнений Навье-Стокса.

В подразделе 2.6 для решения исходных осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса для многокомпонентной газовой смеси разрабатывается методика, основанная на WENO схеме четвертого порядка точности. Получение WENO схемы показано для линейного одномерного уравнения, затем производится ее обобщение для нелинейной системы уравнений. Для двумерной задачи схема строится аналогично. Основная идея построения весовых существенно неосциллирующих схем или WENO схем является такой же, как и у ENO схем (существенно неосциллирующих схем), но с одним отличием. В ENO схемах рост нефизических осцилляций в численном решении устраняется с помощью адаптивного сеточного шаблона, в котором для каждой расчетной ячейки выбирается интерполяционный полином с гладким решением исходного уравнения. Таким образом, расчетная сетка вблизи разрыва выбирается из гладкости решения. В WENO схеме выбор расчетной сетки для построения аппроксимирующего полинома осуществляется с помощью выпуклой комбинации всех соответствующих интерполяционных полиномов. Для выпуклой комбинации интерполяционных полиномов производится выбор так называемых весовых коэффициентов. Для более точного учета течения в пограничном слое, вблизи стенки и на уровне щели, т.е. в областях больших градиентов, вводится сгущение сетки в продольном и в поперечном направлениях.

В результате разностная схема для системы уравнений (1) примет вид:

1 шаг

$$\begin{aligned}
 & \Delta t \left\{ - \frac{(R \hat{\Lambda}_{\xi}^{-} R^{-1})_{i+1/2,j} (A_{\xi x}^n)_{i+1,j}}{\Delta \xi} + \frac{\tilde{\mu}_{\xi i,j} + \tilde{\mu}_{\xi i+1,j}}{2 \Delta \xi^2 \tilde{U}_{1,i+1,j}^n} \right\} U_{i+1,j}^* - \\
 & - \left\{ I + \Delta t \left[\frac{(R \hat{\Lambda}_{\xi}^{+} R^{-1})_{i-1/2,j} (A_{\xi x}^n)_{i,j} - (R \hat{\Lambda}_{\xi}^{-} R^{-1})_{i+1/2,j} (A_{\xi x}^n)_{i,j}}{\Delta \xi} + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{\tilde{\mu}_{\xi i-1,j} + 2 \tilde{\mu}_{\xi ij} + \tilde{\mu}_{\xi i+1,j}}{2 \Delta \xi^2 \tilde{U}_{1,i,j}^n} \right] \right\} U_{i,j}^* + \\
 & + \Delta t \left\{ \frac{(R \hat{\Lambda}_{\xi}^{+} R^{-1})_{i-1/2,j} (A_{\xi x}^n)_{i-1,j}}{\Delta \xi} + \frac{\tilde{\mu}_{\xi i,j} + \tilde{\mu}_{\xi i-1,j}}{2 \Delta \xi^2 \tilde{U}_{1,i-1,j}^n} \right\} U_{i-1,j}^* = \\
 & = - \left\{ \tilde{U}_{ij}^n + \Delta t \left[\frac{\partial \tilde{E}_{v22}^n}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}_{v22}^n}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial \zeta} (2 \tilde{E}_{vm}^n - \tilde{E}_{vm}^{n-1}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (2 \tilde{F}_{vm}^n - \tilde{F}_{vm}^{n-1}) \right] \right\}_{ij} -
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$-\frac{\Delta t}{\Delta \xi} \left[\hat{A}_{i+1/2,j}^- (\vec{E}_\xi + \vec{D}_\xi)_{i+1,j}^n - \hat{A}_{i+1/2,j}^- (\vec{E}_\xi + \vec{D}_\xi)_{i,j}^n + \hat{A}_{i-1/2,j}^+ (\vec{E}_\xi + \vec{D}_\xi)_{i,j}^n - \hat{A}_{i-1/2,j}^+ (\vec{E}_\xi + \vec{D}_\xi)_{i-1,j}^n \right] -$$

$$-\frac{\Delta t}{\Delta \eta} \left[\hat{B}_{i,j+1/2}^- (\vec{E}_\eta + \vec{D}_\eta)_{i,j+1}^n - \hat{B}_{i,j+1/2}^- (\vec{E}_\eta + \vec{D}_\eta)_{i,j}^n + \hat{B}_{i,j-1/2}^+ (\vec{E}_\eta + \vec{D}_\eta)_{i,j}^n - \hat{B}_{i,j-1/2}^+ (\vec{E}_\eta + \vec{D}_\eta)_{i,j-1}^n \right] \Big\}$$

2 шаг

$$\Delta t \left\{ -\frac{(T \hat{\Lambda}_\eta^- T^{-1})_{i,j+1/2} (B_{\eta z}^n)_{i,j+1}}{\Delta \eta} + \frac{\tilde{\mu}_{\eta i,j} + \tilde{\mu}_{\eta i,j+1}}{2\Delta \eta^2 \tilde{U}_{i,j+1}^n} \right\} \tilde{U}_{i,j+1}^{n+1} -$$

$$- \left\{ I + \Delta t \left[\frac{(T \hat{\Lambda}_\eta^+ T^{-1})_{i,j-1/2} (B_{\eta z}^n)_{i,j} - (T \hat{\Lambda}_\eta^- T^{-1})_{i,j+1/2} (B_{\eta z}^n)_{i,j}}{\Delta \eta} + \frac{\tilde{\mu}_{\eta i,j-1} + 2\tilde{\mu}_{\eta i,j} + \tilde{\mu}_{\eta i,j+1}}{2\Delta \eta^2 \tilde{U}_{i,j}^n} \right] \right\} \tilde{U}_{i,j}^{n+1} +$$

$$+ \Delta t \left\{ \left[\frac{(T \hat{\Lambda}_\eta^+ T^{-1})_{i,j-1/2} (B_{\eta z}^n)_{i,j-1}}{\Delta \eta} + \frac{\tilde{\mu}_{\eta i,j} + \tilde{\mu}_{\eta i,j-1}}{2\Delta \eta^2 \tilde{U}_{i,j-1}^n} \right] \tilde{U}_{i,j-1}^{n+1} = -\tilde{U}_{i,j}^* \right\}$$

где

$$\hat{A}_{i+1/2,j}^- \left[(\vec{E}_\xi + \vec{D}_\xi)_{i+1,j} - (\vec{E}_\xi + \vec{D}_\xi)_{i,j} \right] + \hat{A}_{i-1/2,j}^+ \left[(\vec{E}_\xi + \vec{D}_\xi)_{i,j} - (\vec{E}_\xi + \vec{D}_\xi)_{i-1,j} \right] =$$

$$= (R \hat{\Lambda}_\xi^- R^{-1})_{i+1/2,j} \left\{ \frac{1}{\sum_{L=0}^2 (\bar{\alpha}_L)_{i+1,j}} \left[(\bar{\alpha}_2)_{i+1,j} \bar{E}_{i+3/2,j} + \frac{1}{2} (\bar{\alpha}_1)_{i+1,j} (\bar{E}_{i+3/2,j} + \bar{E}_{i+1/2,j}) + \right. \right.$$

$$+ (\bar{\alpha}_0)_{i+1,j} \bar{E}_{i+1/2,j} + (\bar{\alpha}_2)_{i+1,j} \Delta_+ \hat{D}_{i+3/2,j} + \frac{1}{2} (\bar{\alpha}_1)_{i+1,j} \left(\Delta_- \hat{D}_{i+3/2,j} + \Delta_+ \bar{D}_{i+1/2,j} \right) +$$

$$\left. + (\bar{\alpha}_0)_{i+1,j} \Delta_- \bar{D}_{i+1/2,j} \right] - \frac{1}{\sum_{L=0}^2 (\bar{\alpha}_L)_{i,j}} \left[(\bar{\alpha}_2)_{i,j} \bar{E}_{i+1/2,j} + \frac{1}{2} (\bar{\alpha}_1)_{i,j} (\bar{E}_{i+1/2,j} + \bar{E}_{i-1/2,j}) + (\bar{\alpha}_0)_{i,j} \bar{E}_{i-1/2,j} + \right.$$

$$\left. + (\bar{\alpha}_2)_{i,j} \Delta_+ \hat{D}_{i+1/2,j} + \frac{1}{2} (\bar{\alpha}_1)_{i,j} \left(\Delta_- \hat{D}_{i+1/2,j} + \Delta_+ \bar{D}_{i-1/2,j} \right) + (\bar{\alpha}_0)_{i,j} \Delta_- \bar{D}_{i-1/2,j} \right] \Big\} +$$

$$+ (R \hat{\Lambda}_\xi^+ R^{-1})_{i-1/2,j} \left\{ \frac{1}{\sum_{L=0}^2 (\alpha_L)_{i,j}} \left[(\alpha_2)_{i,j} \bar{E}_{i+1/2,j} + \frac{1}{2} (\alpha_1)_{i,j} (\bar{E}_{i+1/2,j} + \bar{E}_{i-1/2,j}) + (\alpha_0)_{i,j} \bar{E}_{i-1/2,j} + \right. \right.$$

$$+ (\alpha_2)_{i,j} \Delta_+ \bar{D}_{i+1/2,j} + \frac{1}{2} (\alpha_1)_{i,j} \left(\Delta_- \bar{D}_{i+1/2,j} + \Delta_+ \hat{D}_{i-1/2,j} \right) + (\alpha_0)_{i,j} \Delta_- \hat{D}_{i-1/2,j} \Big] -$$

$$- \frac{1}{\sum_{L=0}^2 (\alpha_L)_{i-1,j}} \left[(\alpha_2)_{i-1,j} \bar{E}_{i-1/2,j} + \frac{1}{2} (\alpha_1)_{i-1,j} (\bar{E}_{i-1/2,j} + \bar{E}_{i-3/2,j}) + (\alpha_0)_{i-1,j} \bar{E}_{i-3/2,j} + \right.$$

$$\left. + (\alpha_2)_{i-1,j} \Delta_+ \bar{D}_{i-1/2,j} + \frac{1}{2} (\alpha_1)_{i-1,j} \left(\Delta_- \bar{D}_{i-1/2,j} + \Delta_+ \hat{D}_{i-3/2,j} \right) + (\alpha_0)_{i-1,j} \Delta_- \hat{D}_{i-3/2,j} \right] \Big\}$$

здесь

$$\bar{E}_{\xi i+1/2} = (R \operatorname{sign}(\Lambda) R^{-1})_{i+1/2} \frac{1}{2} \left[I - \frac{\Delta t}{\Delta \xi} (R |\Lambda| R^{-1})_{i+1/2} \right] \Delta_+ \tilde{E}_i,$$

$$\bar{E}_{\xi i-1/2} = (R \operatorname{sign}(\Lambda) R^{-1})_{i-1/2} \frac{1}{2} \left[I - \frac{\Delta t}{\Delta x} (R |\Lambda| R^{-1})_{i-1/2} \right] \Delta_- \tilde{E}_i,$$

$$\bar{D}_{\xi i+1/2} = (R \operatorname{sign}(\Lambda) R^{-1})_{i+1/2} \frac{1}{6} \left[\frac{\Delta t^2}{\Delta \xi^2} (R |\Lambda| R^{-1})_{i+1/2}^2 - I \right] \Delta_+ \tilde{E}_i,$$

$$\bar{D}_{\xi i-1/2} = (R \operatorname{sign}(\Lambda) R^{-1})_{i-1/2} \frac{1}{6} \left[\frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} (R |\Lambda| R^{-1})_{i-1/2}^2 - I \right] \Delta_- \tilde{E}_i,$$

$$\hat{D}_{\xi i+1/2} = (R \operatorname{sign}(\Lambda) R^{-1})_{i+1/2} \left[\frac{1}{6} \left(\frac{\Delta t^2}{\Delta \xi^2} (R |\Lambda| R^{-1})_{i+1/2}^2 - I \right) + \frac{1}{2} \left(I - \frac{\Delta t}{\Delta x} (R |\Lambda| R^{-1})_{i+1/2} \right) \right] \Delta_+ \tilde{E}_i$$

$$\hat{D}_{\xi i-1/2} = (R \operatorname{sign}(\Lambda) R^{-1})_{i-1/2} \left[\frac{1}{6} \left(\frac{\Delta t^2}{\Delta \xi^2} (R |\Lambda| R^{-1})_{i-1/2}^2 - I \right) + \frac{1}{2} \left(I - \frac{\Delta t}{\Delta x} (R |\Lambda| R^{-1})_{i-1/2} \right) \right] \Delta_- \tilde{E}_i,$$

весовые коэффициенты имеют вид:

$$(\alpha_0)_{ij} = \frac{1}{12(\delta + Is_{ij})^3}, (\alpha_1)_{ij} = \frac{1}{2(\delta + Is_{i+1,j})^3}, (\alpha_2)_{ij} = \frac{1}{4(\delta + Is_{i+2,j})^3},$$

$$(\bar{\alpha}_0)_{ij} = \frac{1}{4(\delta + Is_{ij})^3}, (\bar{\alpha}_1)_{ij} = \frac{1}{2(\delta + Is_{i+1,j})^3} \text{ and } (\bar{\alpha}_2)_{ij} = \frac{1}{12(\delta + Is_{i+2,j})^3}$$

Параметр Is_{ij} является показателем гладкости решения и определяется путем суммирования всех средне-квадратичных значений¹ следующим образом: $Is_{ij} = \frac{1}{2} \left[(\Delta \tilde{U}_{i-2,j})^2 + (\Delta \tilde{U}_{i-1,j})^2 \right] + [\Delta^2 \tilde{U}_{i-2,j}]^2$, где $\Delta \tilde{U}_{ij} = \tilde{U}_{i+1,j} - \tilde{U}_{ij}$ и $\Delta^2 \tilde{U}_{ij} = \Delta \tilde{U}_{i+1,j} - \Delta \tilde{U}_{ij}$. Второе слагаемое правой части системы (2) определяется аналогично. Вычисление поля температуры осуществляется методом Ньютона-Рафсона обладающим квадратичной скоростью сходимости.

Численный эксперимент проводился для следующих параметров вычислительной: высота и ширина $H=20 \text{ см}$ и $L=120 \text{ см}$. При расчете во входном сечении задается толщина пограничного слоя $\delta_1=3.5 \text{ см}$, вычисленная для $x=300 \text{ см}$. Сгущение сетки вблизи стенки осуществляется таким образом, что для первого от стенки узла сетки выполняется условие $z^+=4.5$, для пристенного слоя приходится 5-8 узловых точек по направлению оси z , а расчет пограничного слоя выполняется с использованием 35-40 узлов расчетной сетки. Используется сетка с узлами 301×281 . Для апробации построенного метода рассматривается сверхзвуковое течение вдоль тонкой пластины с генератором скачка уплотнения на верхней границе с параметрами задачи, соответствующими экспериментам работы², где число Маха набегающего потока $M_\infty=5$, число Рейнольдса $Re=40 \cdot 10^6$, температура стенки $T_w=300 \text{ K}$. Эксперимент проводился для угла генератора скачка $\alpha=10^\circ$, который соответствовал

безотрывному течению пограничного слоя. На рисунке 2 представлены результаты сравнения с экспериментами коэффициента трения (рис. 2а) и давления (рис. 2б) на стенке, здесь «■» – эксперимент и «—» – результаты работы¹. Далее производилось изучение взаимодействия скачка уплотнения (угол генератора $\alpha=100^\circ$) с пограничным слоем на стенке при различных числах Маха набегающего потока. Влияние числа Маха потока отражено на картине распределения линий тока и местного числа Маха представлено на рисунке 3 (3.а- $M_\infty=5$, 3.б- $M_\infty=4,5$, 3.в- $M_\infty=4$, 3.г- $M_\infty=3,5$). Результаты показывают, что при числах Маха равных 5 и 4.5 происходит безотрывное взаимодействие падающей ударной волны с пограничным слоем (фигуры 3.а и 3.б). При числах Маха потока равных четырем и ниже уже можно наблюдать возвратное течение на стенке (рис. 3.а и 3.б).

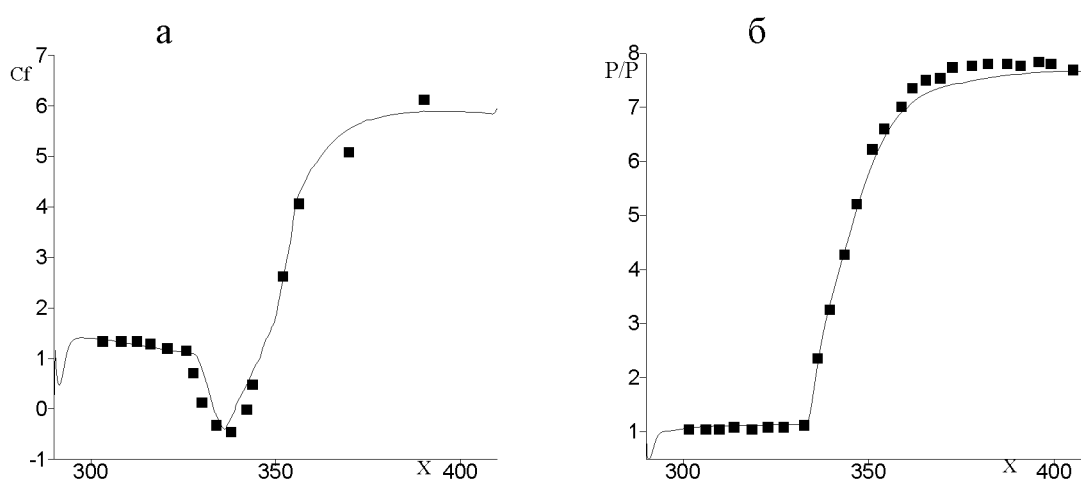


Рис. 2. Распределение коэффициента трения (а) и давления (б) на стенке «■» – эксперимент работы [1], «—» – WENO схема, «---» – результаты работы[1]

Таким образом, рост числа Маха потока заметно сокращает дозвуковую область вблизи стенки и очевидно интенсивности скачка уплотнения для этих случаев не является достаточным для формирования отрывной зоны. Уменьшение Маха потока с 4 до 3,5 приводит к увеличению зоны отрыва потока на стенке, что можно наблюдать из рисунков 3.в и 3.г. Из картины изомах видно, что дозвуковая область в зоне падения скачка уплотнения для больших значений числа Маха потока маленькая, она не успевает сформироваться и практически отсутствует.

¹ Федорова Н.Н. Федорченко И.А. Расчет взаимодействия падающего косоугольного скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем на пластине // Прикладная механика и техническая физика. 2004. Т.45, №3. С. 61-71.

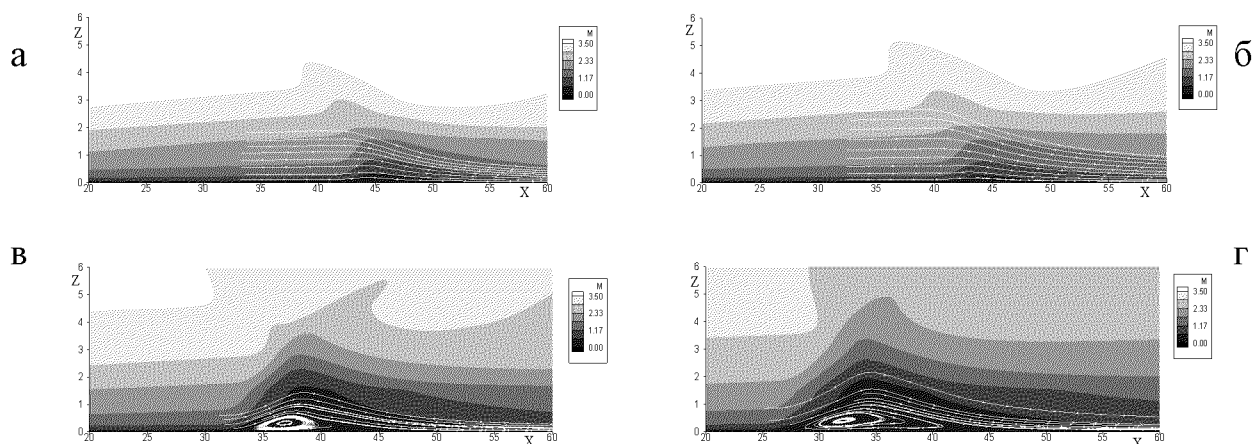


Рис. 3 - Распределение местного числа Маха и Линии тока
а- $M_{\infty}=5$, б- $M_{\infty}=4,5$, в- $M_{\infty}=4$, г- $M_{\infty}=3,5$

Это является следствием того, что при возрастании скорости основного потока угол наклона косога скачка уплотнения уменьшается, что в свою очередь влечет менее интенсивное взаимодействие ударной волны с пограничным слоем.

Картина распределения изобар, представленная на рисунке 4 (4а- $M_{\infty}=5$, 4б- $M_{\infty}=4,5$, 4в- $M_{\infty}=4$, 4г- $M_{\infty}=3,5$) демонстрирует ударно-волновую структуру течения. Здесь видно, что при $M_{\infty}=5$ и $M_{\infty}=4,5$ происходит падение и отражение скачка уплотнения от стенки (1 и 5 на графиках 4а и 4б). Тогда как для случаев $M_{\infty}=4$ и $M_{\infty}=3,5$ (фигуры 4в и 4г) еще возникает λ -образная ударно-волновая структура течения, и которая достаточно хорошо просматривается.

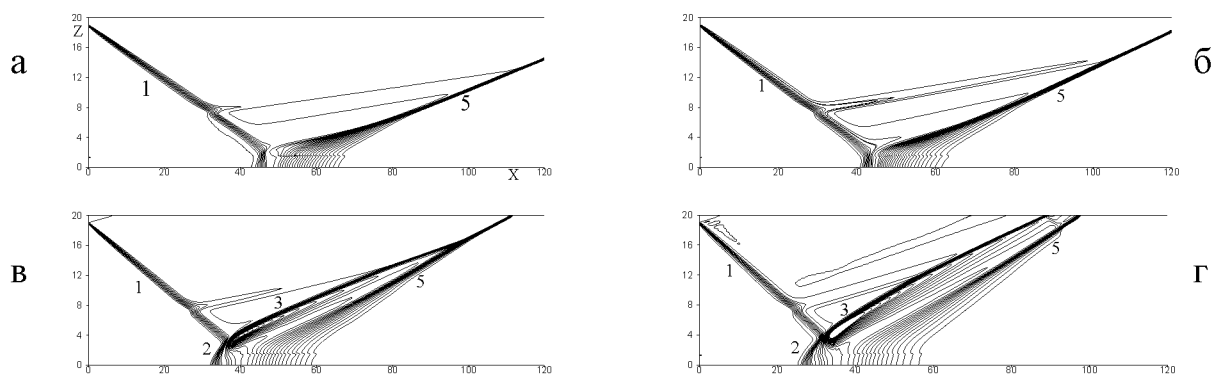
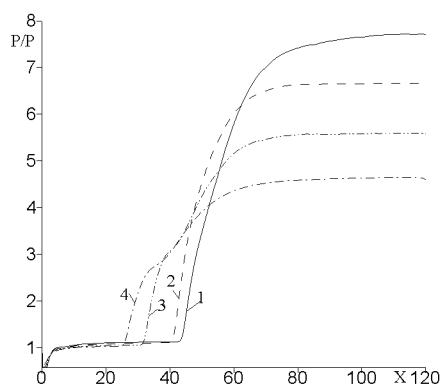


Рис. 4 - Распределение изобар

Из картины распределение давления на стенке, представленной на рисунке 5 (линия 1— $M_\infty=5$, линия 2 — $M_\infty=4,5$, линия 3 — $M_\infty=4$, и линия 4 — $M_\infty=3,5$) можно наблюдать существенное возрастание значений давления в области падения скачка уплотнения 1 на стенке с увеличением числа Маха потока.

Ниже приведены результаты численного эксперимента по изучению взаимодействия скачка уплотнения (угол генератора $\alpha=14^\circ$) с пограничным слоем на стенке при различных значениях числа Рейнольдса. Во входном сечении толщина пограничного слоя и толщина пристенного слоя при разных значениях чисел Re представлены в таблице. Результаты демонстрируют, что при всех исследуемых режимах течения происходит отрывное взаимодействие падающей ударной волны с пограничным слоем, однако размеры и структура области отрыва отличаются. Из представленных рисунков картины местного числа Маха и линий тока наблюдается рост зоны отрыва в зависимости от уменьшения числа Re .



	δ_1	δ_2
$Re=10^6$	0,73	0,14
$Re=10^5$	1,16	0,23
$Re=10^4$	1,82	0,36
$Re=10^3$	2,86	0,57

Рис. 5- Распределение давления на стенке
 1- $M_\infty=5$, 2- $M_\infty=4,5$, 3- $M_\infty=4$, 4- $M_\infty=3,5$

Таблица

Это связано с возрастанием толщины вязкого подслоя пограничного слоя и как следствие, приводящее к большему ее отрыву. Выявлено, что при $Re=10^3$ происходит сложная многовихревая структура отрыва. Для $Re=10^4$ область отрыва уже состоит из двух вихрей, а для $Re=10^5$ и $Re=10^6$ на графиках просматриваются только по одному вихрю. Из фигуры 6, где можно наблюдать поле изобар в области возникновения отрывных зон, для случаев $Re=10^3$ и $Re=10^4$, то есть где имеет место многоструктурная отрывная область, видно, что ударно-волновая картина также имеет сложную форму.

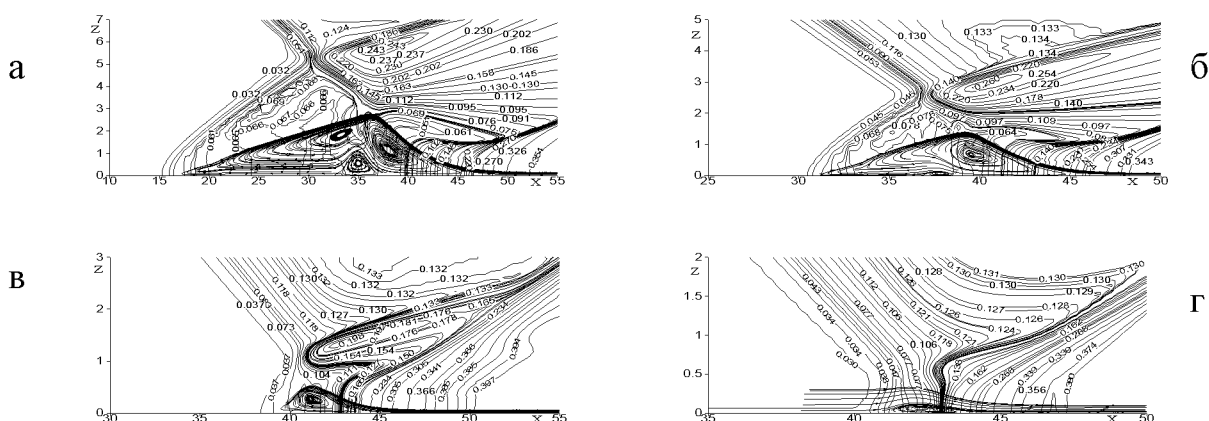


Рис. 6. Распределение изобар и линий тока
а- $Re = 10^3$, б- $Re = 10^4$, в- $Re = 10^5$, г- $Re = 10^6$.

В третьем разделе численно моделируется сверхзвукового течения в плоском канале с поперечным вдувом многокомпонентной струи и изучается взаимодействия ударной волны, возникающей перед вдуваемой струей, с пограничным слоем как на нижней, так и на верхней стенках в зависимости от параметра нерасчетности и ширины струи. Схема течения показана на рисунке 7.

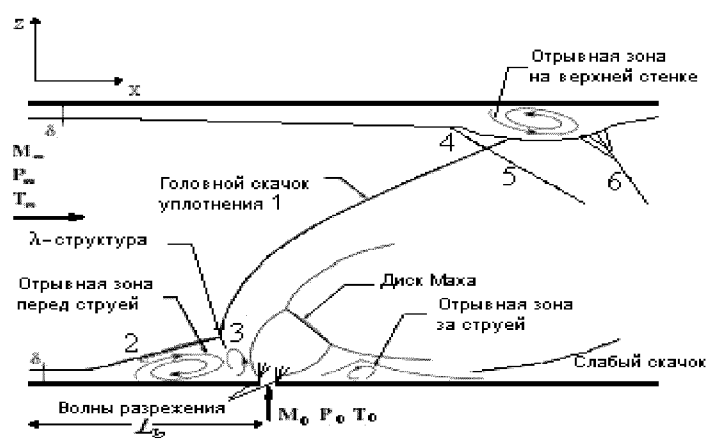


Рисунок 7 – Схема течения

Математическая формулировка рассматриваемой задачи основывается на двумерных осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса для многокомпонентной газовой, описанных в главе 2. В подразделе 3.2 предложено построение полуэмпирической формулы определения удельных теплоемкостей значений температур в диапазоне $70K \leq T \leq 300K$

Для проведения сравнения с опытными данными³ выполнялся расчет задачи плоского сверхзвукового течения воздуха ($M_\infty = 2.9, P_\infty = 0.0663 MPa, T_\infty = 108K$) с перпендикулярным вдувом звуковой струи гелия ($T_0 = 217K$,

$P_0=1.24\text{MPa}$) через щель на нижней стенке шириной 0.0559м . Здесь необходимо знание C_{pk} (Дж/(Мол.К)) компонент O_2, N_2, H_e при температуре ниже 300К . Высота и ширина канала $H=7.62\text{см}$ и $L=25\text{см}$, соответственно. В данном эксперименте Для оценки точности разностной схемы и ее эффективности были проведены расчеты распределения давления на стенке перед щелью и за ней на последовательности сеток с числом узлов от 301×221 до 421×281 . На рисунке 8 показаны распределения давления на стенке, рассчитанные с различными узлами, где кривые: 1) — — — 421×281 ; 2) — — — 401×281 ; 3) — · — 381×281 ; 4) ····· 301×281 ; 5) — · — · 301×221 ; ●●● - эксперимент из работы². Увеличение числа узлов расчетной сетки приводит к тому, что эксперименты и кривые расчетов, начиная с числа узлов 381×281 и выше, практически совпадают, причем из рисунка видно хорошее согласие численных и экспериментальных данных. Таким образом, можно говорить о достаточной точности схемы для сеток с числом узлов 381×281 и выше, что позволяет проводить расчет данной задачи с этими узлами сетки.

Из численных экспериментов влияния параметра нерасчетности на головной скачок уплотнения следует, что угол наклона головного скачка уплотнения возрастает с увеличением отношения давления за скачком и перед ним. Зависимость угла наклона головного скачка уплотнения от параметра нерасчетности приведена на рисунке 9, где ось абсцисс соответствует нерасчетности, ось ординат - углу наклона головного скачка, вычисленного по формуле: $\alpha = \arctg(\max w/u)$. Как видно из графика, угол наклона при малых значениях нерасчетности ($0 < n < 12$) резко возрастает, а затем изменяется линейно.

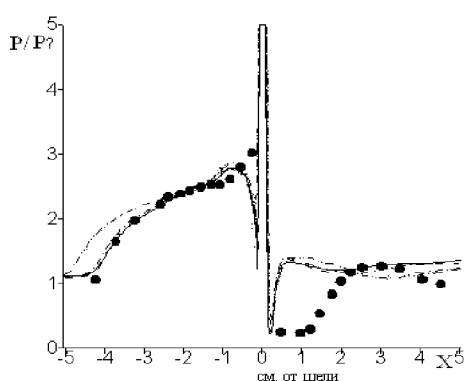


Рис. 8 – Давление на стенке

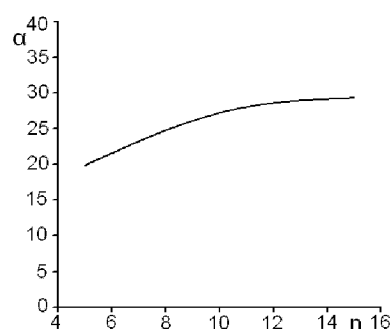


Рис. 9 - Влияние параметра нерасчетности на угол наклона головного скачка

² Шунь Дж.Ш., Юнь С. Численное исследование течений с химическими реакциями на основе LU- факторизованной схемы, построенной методом симметричной последовательной верхней релаксации // Аэрокосмическая техника. - 1990. - № 10. - С.102-113.

Численные эксперименты по изучению взаимодействия скачков уплотнения с пограничными слоями для щелей различной ширины представлены на рисунке 10 (распределение изобар для 10а – h_1 , 10б – h_2 , 10в – h_3). В результате взаимодействия струи с набегающим потоком наблюдается образование систем скачков уплотнения, которые соответствуют ранее изученным и схематически представленным на рисунке 1.

Видно, что отошедший головной (1), косой (2) и замыкающий (3) скачки уплотнения образуют λ -образную систему. Как следует из рисунка 10в для h_3 , скачок (3) слабо выражен, тогда как для двух других случаев (рисунки 10а, б) он отчетливо просматривается. Из рисунка 10 следует, что головной скачок (1), достигая верхней границы, создает положительный градиент давления, который оказывается достаточным для отрыва пограничного слоя на верхней стенке. При этом сверхзвуковая область пограничного слоя отклоняется и порождает волну сжатия (4), которая распространяется в виде отраженного скачка (5). Также на графиках просматривается веер волн разрежения в пограничном слое в виде теней за скачком (5), обусловленного расширением потока в области за скачком (1). Таким образом, здесь наблюдается хорошо известная в литературе картина взаимодействия ударной волны с пограничным слоем. Далее ниже по течению в результате присоединения оторвавшегося потока к обтекаемой стенке, где течение опять становится безотрывным, формируется отраженный скачок уплотнения (6), возникающий в области смешения оторвавшегося пограничного слоя с внешним потоком.

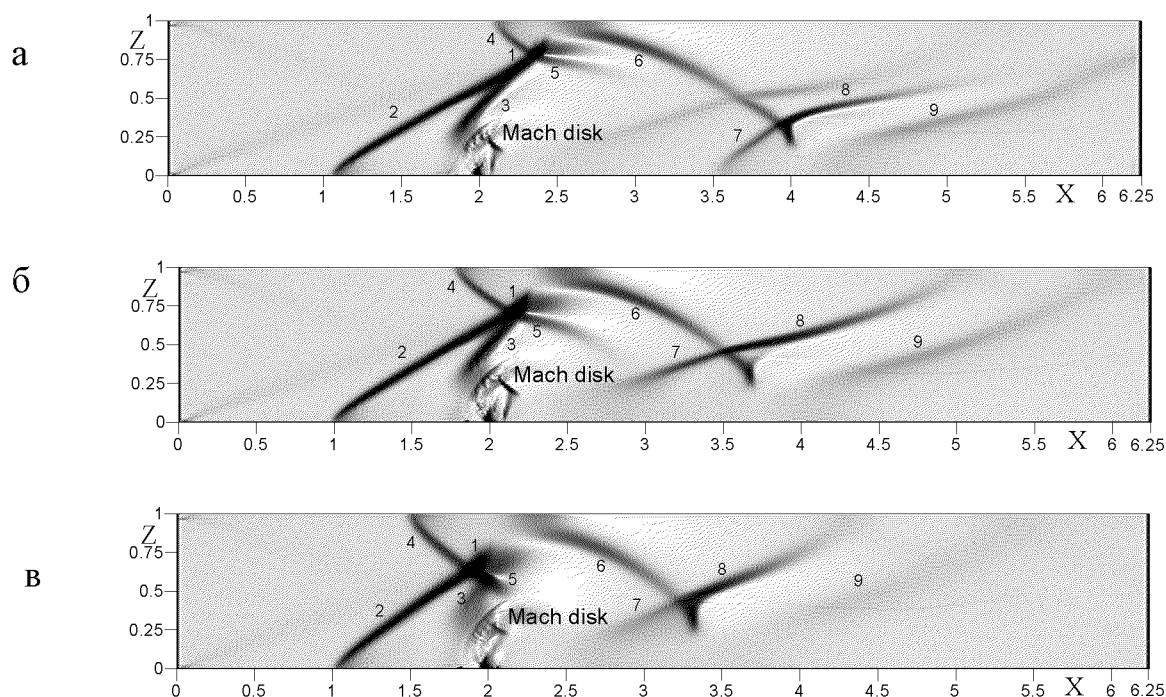


Рис. 10 – Распределение изобар для ширины щели: а) h_1 , б) h_2 , в) h_3

Аналогично картине перед струей, головной (1) скачок уплотнения, волна сжатия (4) и отраженный (5) скачок уплотнения, пересекаясь в одной точке, образуют λ -образную систему. Размеры данной λ -образной структуры значительно возрастают с ростом ширины щели, что можно наблюдать из сравнения рисунков 10а-10в. Здесь видно, что увеличение ширины струи приводит к тому, что волна сжатия (4), сформировавшись вблизи верхней стенки, существенно сдвигается по направлению к входной границе.

Из рисунка 10 следует, что, помимо общеизвестной ударно-волновой картины, здесь появляется дополнительная новая структура, обусловленная взаимодействием отраженного скачка (6) с пограничным слоем на нижней стенке за струей. Видно, что взаимодействие нижнего пограничного слоя и скачка (6) аналогично картине, наблюдаемой на верхней стенке, т.е. создается волна сжатия (7), которая распространяется в виде скачка (8). Также здесь просматривается слабая отраженная волна (9).

Распределение местного числа Маха ($M = \sqrt{u^2 + w^2} / c$, здесь c – местная скорость звука) и линии тока в зоне вдуваемой струи, представлено на рисунке 11 (а– h_1 , б– h_2 , в– h_3). Из графика следует, что для случая h_1 (рис. 11а) струя, истекая из щели со звуковой скоростью, ускоряется и на некотором расстоянии становится сверхзвуковой (значение местного числа Маха увеличивается до 2.5). Граница образовавшейся сверхзвуковой области замыкается, очерчивая круг, который и соответствует бочке, отделяющей сверхзвуковую зону от дозвуковой. В верхней части бочки волны сжатия сходятся, образуя диск Маха. За бочкой течение замедляется и становится дозвуковым. Из рисунка видно, что оно практически смыкается с дозвуковой областью за струей. Также из сравнения рисунков 11 заметно, что погружение сверхзвуковой бочки в дозвуковую область увеличивается с ростом размеров щели. На графике хорошо просматривается диск Маха, размеры которого изменяются неоднозначным образом, хотя общеизвестно, что возрастание размеров щели приводит к расширению бочкообразной структуры в струе и, как следствие, к увеличению диска Маха. Однако, для h_3 можно наблюдать сужение бочки несмотря на то, что размер щели является максимальным. Такой рост размеров диска Маха объясняется тем, что в случае h_3 происходит смещение зоны отрыва в сторону входной границы, соответственно расстояние между струей и верхней возвратной областью становится минимальным (конфузор). Вследствие этого набегающий поток существенно ускоряется, тем самым препятствует расширению струи.

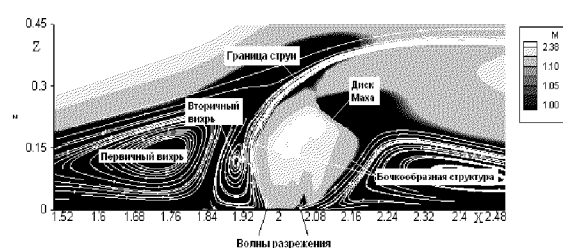
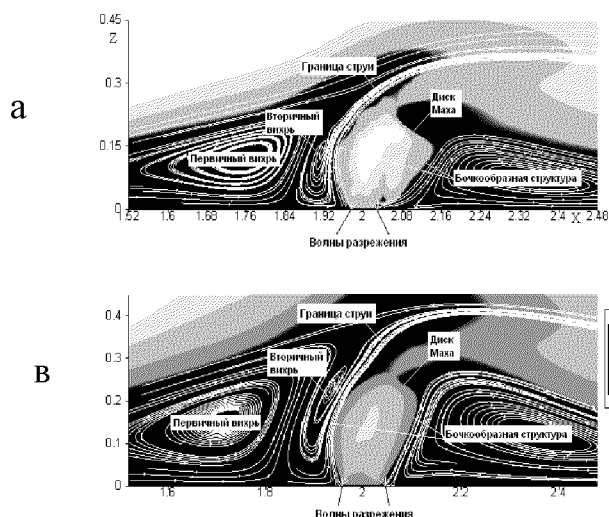


Рис. 11 - Распределение местного числа Маха в области вдува струи для ширины щели: а) h_1 , б) h_2 , в) h_3 .

В четвертом разделе численно моделируется вдув звуковых струй из круглых отверстий, расположенных симметрично на верхней и нижней стенках канала, перпендикулярно сверхзвуковому потоку и изучается динамики возникновения дополнительных вихревых структур в самой струе и за струей в зависимости от параметра нерасчетности в диапазоне от умеренных до больших значений. Для удобства вычисления рассматривается вдув струи только с нижней стенки. Схема течения и качественная картина вихревой структуры показана на рисунке 12.

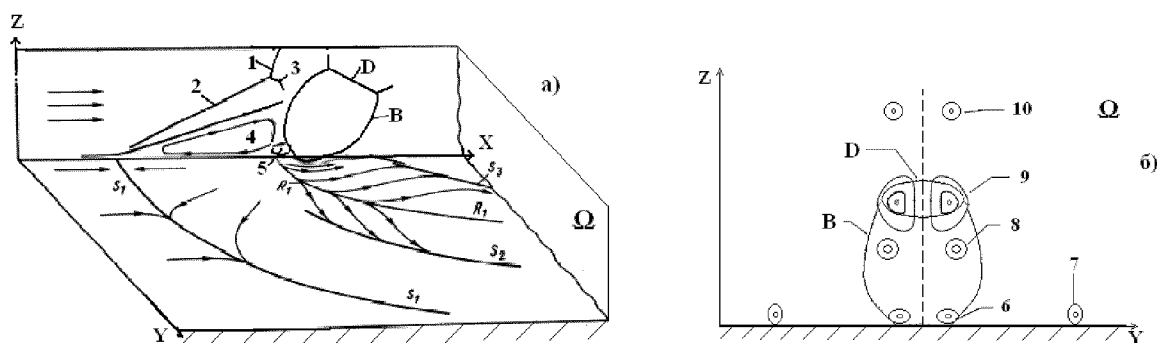


Рис. 12 - Схема течения

Исходной является система трехмерных осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса для сжимаемого турбулентного газа. Начальные и граничные условия имеют вид: в потоке $u=1, v=0, w=0, \rho=1, T=1$; в струе $u=0, v=0, T=1, w=\sqrt{T}M_0/M_\infty, p_0=np_\infty$, где M_0, M_∞ - числа Маха (здесь индекс ∞ относится к значениям параметров потока, индекс 0 - к значениям параметров струи), $n=p_0/p_\infty$ - степень нерасчетности; на стенке задаются ус-

ловия прилипания и теплоизоляции; на верхней границе расчетной области заданы условия симметрии; на боковых границах – условие свободной границы; на выходе - граничные условия неотражения. Вблизи стенки задается пограничный слой, продольная составляющая скорости аппроксимируется степенным законом

Авторами была разработана ENO-схема на основе идеи метода Годунова и показана применимость схемы к решению задачи сверхзвукового течения многокомпонентного газа в плоском канале с вдувом перпендикулярных струй. Для решения поставленной задачи ENO схема обобщается на трехмерный случай. Исследуется обтекание сверхзвуковым потоком с параметрами $Re=1.87 \cdot 10^7$, $Pr=0.9$, $M_\infty=3$, звуковой струи совершенного газа с диаметром отверстия $d=1.4\text{ см}$ и параметром нерасчетности $n=50$. Размеры рассматриваемой области определяются как $H_x=30$, $H_z=15$, $H_y=30$ калибров, а центр струи находится на расстоянии $x_0=10$, $y_0=15$ калибров. Расчет производился на разнесенной сетке размером $201 \times 101 \times 101$ с шагами по пространственным координатам $\Delta x=0.1 \div 0.5$, $\Delta z=0.03 \div 0.25$, $\Delta y=0.1 \div 0.5$, шаг по времени $\Delta t=0.01-0.025$. Во входном сечении задается толщина пограничного слоя $\delta_1=1$, вычисленная для $x=250$. Тогда высота пристенного слоя соответствует ламинарно- турбулентному подслою $z^+=72$, где $z^+=\delta_2 u_\tau/\nu$, а высота пограничного слоя составляет $z^+=2570$, где $z^+=\delta_1 u_\tau/\nu$, здесь

$u_\tau = \left(\frac{1}{2} C_f \right)^{1/2}$ - динамическая скорость, C_f - коэффициент трения потока на стенке, вычисленный по формуле Прандтля-Шлихтинга. Сгущение сетки вблизи стенки осуществляется таким образом, чтобы на расчет пристенного слоя приходилось 5-8 узловых точек по направлению оси z , а расчет всего пограничного слоя выполняется с использованием 22-26 узлов расчетной сетки. Представленные далее на рисунках 13-19 численные результаты расчетов для параметров нерасчетности $3 \leq n \leq 50$ позволяют изучить вихревые структуры, возникающие как в самой струе, так и в области взаимодействия между струей и набегающим потоком. На графике 12а, видно, что в зоне, примыкающей к стенке перед струей, формируются два противоположно вращающихся подковообразных вихря в результате отрыва набегающего потока, вызванного λ -образной системой скачков уплотнения. Вихрь (5), примыкающий к струе, вращается против часовой стрелки, а вихрь (4), отстоящий от него, по часовой стрелке, то есть навстречу набегающему потоку, в результате чего образуются линии стекания и растекания потоков³

³ Глаголев А.И., Зубков А.И., Панов Ю.А. Обтекание струйного газообразного препятствия на пластине сверхзвуковым потоком // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. - 1967. - № 3. - С.97-102.

Пара вихрей за струей (вихрь (8), рисунок 12б) генерируются вихрем (5). Так, в зоне перед струей, т.е. на расстоянии $x=9.1$ калибров от начала расчетной области (рисунок 13 – результаты поля вектора скорости и проекции линий тока на плоскость zy , нормальную к оси x), хорошо видны боковые вихри (8). Численные результаты показывают, что эти вихри, с центрами вращения в слое смещения струи и потока, обтекая струю, увеличиваются в размерах по мере продвижения вниз по потоку.

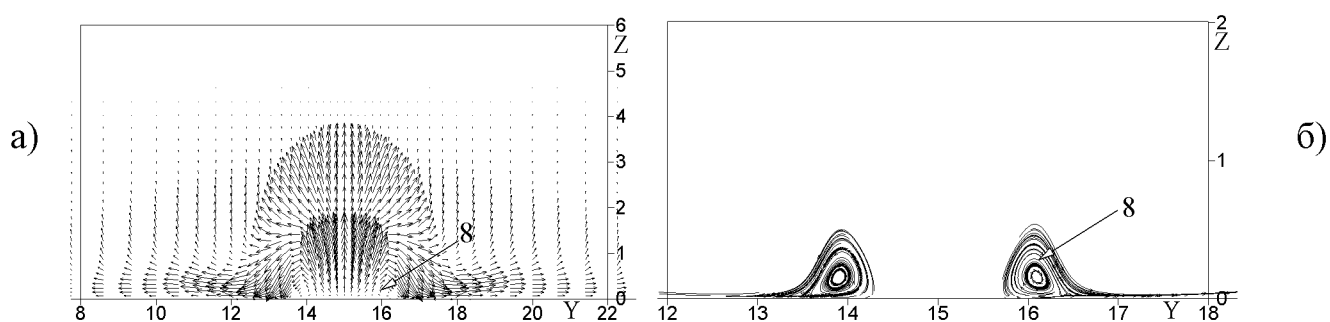


Рис. 13 а) Поле вектора скорости, б) проекции линий тока на плоскость, нормальную к оси x в плоскости zy , сечение $x=9.1$.

Рост размеров этих вихрей обусловлен прежде всего тем, что он сосредоточен в зоне, примыкающей к стенке, и соответственно рост пограничного слоя приводит к его увеличению. Максимальные размеры бокового вихря наблюдаются в сечении $x = 11.40$ и представлены на графике 14 (а) поле вектора скорости,). Ядро вихря расположено около острого угла бочкообразной структуры, возникающей в струе, который можно наблюдать из рисунков 14б, где представлено распределение местного числа Маха и проекции линий тока в этом же сечении. Здесь четко прослеживается, что центр вращения вихря находится у боковой острой кромки бочки. Из численных экспериментов следует, что в сечении $x=13.5$ наблюдается уменьшение интенсивности вихря (8), а также окончание бочкообразной структуры в струе. Далее, в сечении $x = 14.70$, на рисунке 15 (а) вектор скорости, б) изомахи и линии тока), показано возникновение вихря (9), который формируется у основания диска Маха и вносит основной вклад в смещение струи и потока.

Из графика следует, что эта пара вихрей появляется за диском Маха в результате взаимодействия струи и восходящего потока под струей. На рисунке 15б показано, что в точке зарождения вихря поток является дозвуковым. Также на графике 15а можно наблюдать вихревой след вблизи стенки, состоящий из симметрично вращающихся вихрей (6).

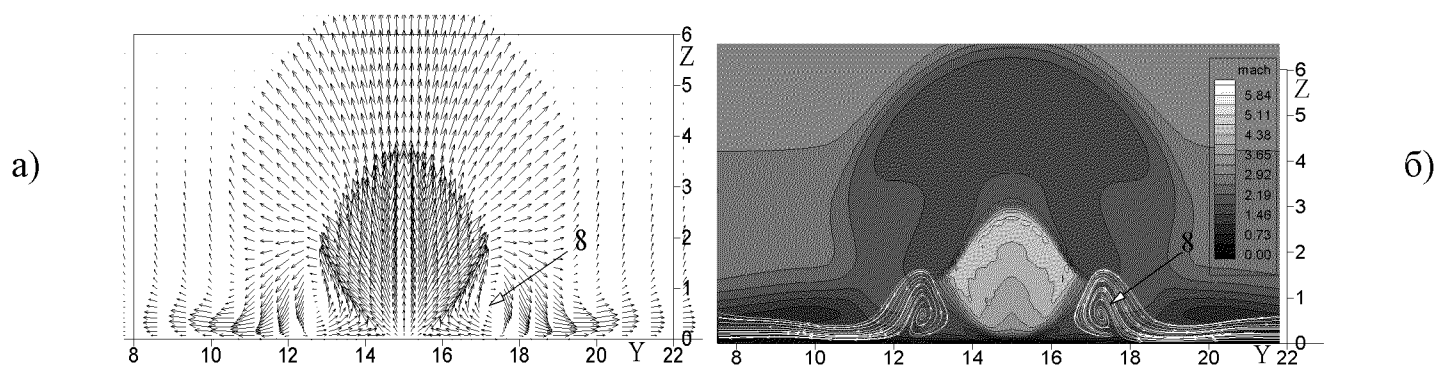


Рис. 14 - а) Поле вектора скорости, б) распределение местного числа Маха и проекции линий тока в плоскости zy , сечение $x=11.4$.

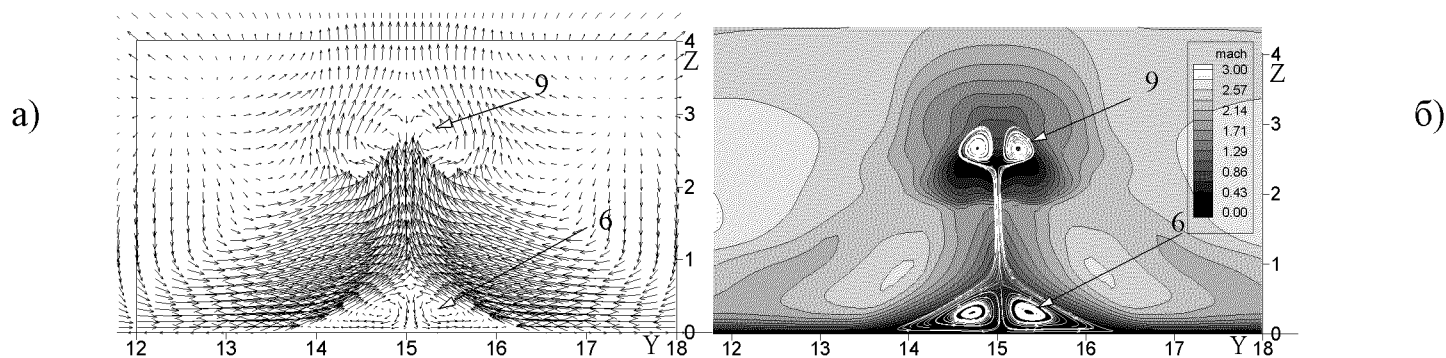


Рис. 15 - а) Поле вектора скорости, б) распределение местного числа Маха и проекции линий тока в плоскости zy , сечение $x=14.7$.

Как было указано выше, часть вихря (5) порождает боковую вихревую систему (8), и, как следует из графика, оставшаяся его часть, примыкающая к струе, формирует вихревой след (6). Возникновение (6) связано с тем, что непосредственно за струей у стенки образуется область пониженного давления, куда и устремляется натекающий поток.

На рисунке 16, на расстоянии $x = 15.80$, представлена картина вихревой системы, уже состоящая из двух пар вращающихся в противоположных направлениях вихрей (8) и (9). Численные результаты показывают что вихрь (8) по мере продвижения его вниз по потоку теряет интенсивность, поэтому он не просматривается в сечениях от $x=14.1$ до $x=15.4$. По всей видимости, дальнейшая интенсификация этого вихря связана с взаимодействием натекающего потока и вдуваемой струи. Здесь же на графике виден вихрь (6), который существенно увеличился в размерах. Из эксперимента следует, что в сечении $x = 18$ две пары вихрей (8) и (9) сливаются в один вихрь, его направление вращения совпадает с вращением вихря (8) и он просматривается вплоть до конца расчетной области.

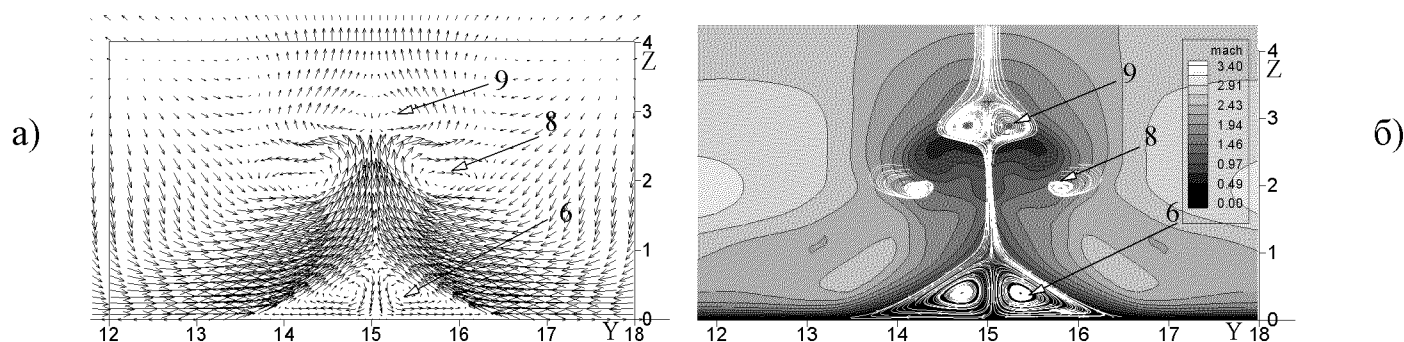
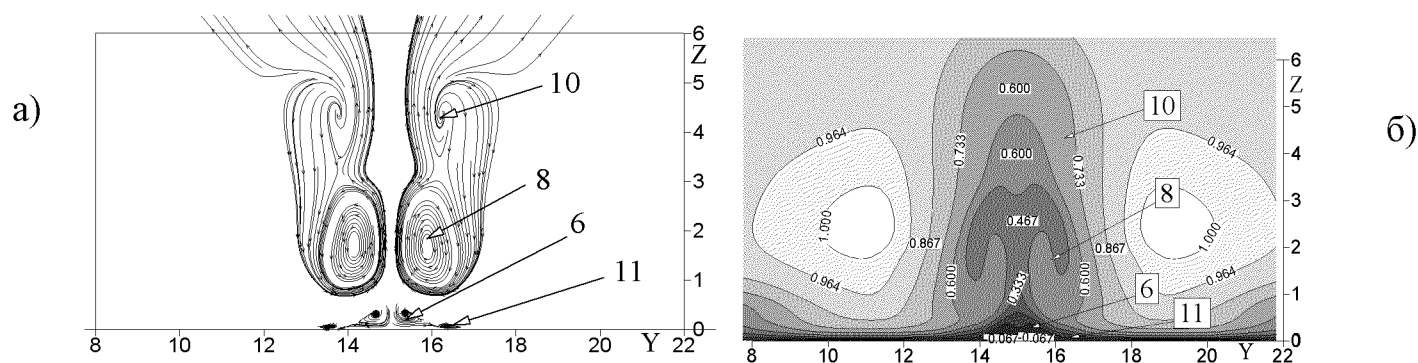


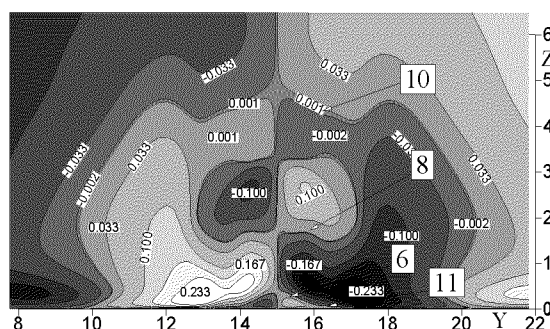
Рис. 16 - а) Поле вектора скорости, б) распределение местного числа Маха и проекции линий тока в плоскости zy , сечение $x=15.8$.

В сечении $x=18.9$ (рисунок 17 из а) распределения проекций линий тока на плоскость zy и б) из изолиний продольной составляющей скорости, в) - из изолиний поперечной составляющей скорости v , г) из изолиний поперечной составляющей скорости w) можно наблюдать вихрь (10), который формируется в результате взаимодействия струи и высокоскоростного натекающего потока, проходящего над бочкообразной структурой. Данный вихрь был впервые численно обнаружен и представлен в работе⁴. Результаты показывают, что вихрь (10) движется вертикально вдоль линии симметрии и на достаточном расстоянии от поверхности пластины.



⁴ Viti V., Neel R., Schetz J. Detailed Flow Physics of the Supersonic Jet Interaction Flow Field // Physics of Fluids. 2009. Vol. 21. April.

в)



г)

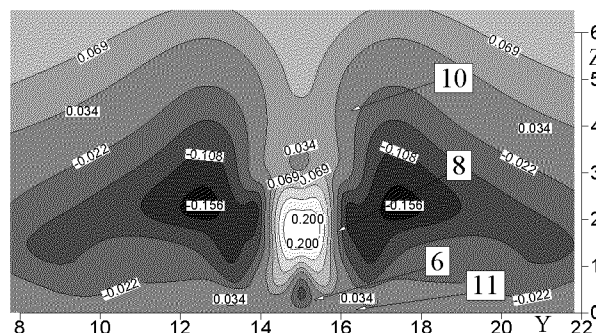


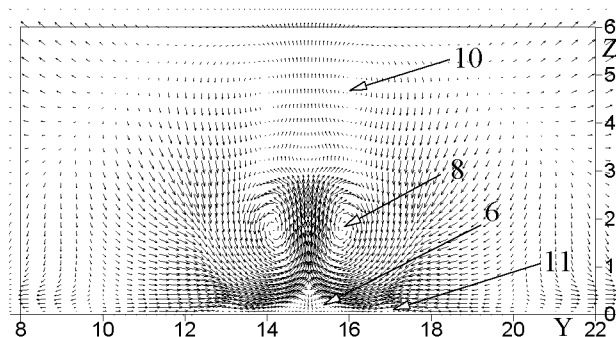
Рис. 17 – а) проекции линий тока, б) изолинии продольной составляющей скорости, в) изолинии поперечной составляющей скорости v , г) изолинии поперечной составляющей скорости w в сечении $x=18.9$.

По всей видимости, появление вихря (10) зависит от интенсивности смещения струи и потока, поскольку ранние численные эксперименты, проведенные с меньшими нерасчетностями, не выявили наличие этой пары вихрей.

При сравнении вихревой структуры (8) в сечениях $x = 18$ и $x=18.9$ можно наблюдать, что центр вращения сместился к стенке. Это факт можно объяснить тем, что на данном уровне происходит прилипание струи к плоскости пластины, в результате чего формируется новая пара вихрей вблизи стенки, обозначенная как (11) (рисунок 17). Тем самым подтверждается предположение, сделанное в работе⁴, о том, что, вероятно, между струей и областью ее прилипания к стенке существует своего рода каверна, в которой возможно появление двух вихрей с противоположным направлением вращения. И, как следует из рисунка, направление вращения вихря (11) совпадает с вращением следа (6).

На расстоянии $x=20.6$ (рисунок 18) видно, что пара вихрей (11) сместилась от линии симметрии и стала более интенсивной. Так же на этом рисунке показаны вихри (8) и (10).

а)



б)

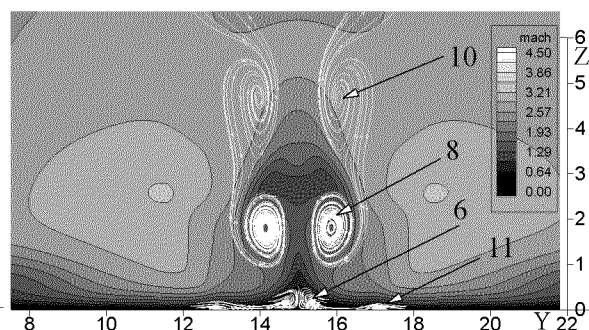


Рис. 18 - а) Поле вектора скорости, б) распределение местного числа Маха и проекции линий тока в плоскости zy , сечение $x=20.6$.

В сечении $x=24$ вихрь (11), находится на значительном расстоянии от линии симметрии, а вихрь (10) уже не наблюдается. Численные эксперименты показывают, что при $x=28$ вихри (11) и (6) объединяются.

Далее выполнены численные эксперименты с нерасчетностями $n=10$ и $n=3$. Ранние исследования авторов, показали возникновение парной вихревой структуры за струей при малых числах нерасчетностей, которые совпадают с результатами численных экспериментов при n меньших 10. Эксперименты, проводимые с малыми параметрами нерасчетности ($n=3$) показали, что кроме отсутствия пар вихрей (10) и (11), наблюдается только возникновение бокового (8) и нижнего (6) вихрей, а структура (9) не генерируется что объясняется уменьшением интенсивности бочкообразной структуры в самой струе, за счет чего не происходит образование дополнительного вихря. При параметре $n=10$ и больше, картина вихревой структуры уже начинается изменяться. Так численный эксперимент показал, что при $n=10$, в отличие от нерасчетности 50, не формируются верхний вихрь (10), это связано с тем, что при меньших нерасчетностях интенсивность смещения струи и потока уменьшается.

В работе было проведено сравнение численных результатов с опытными данными работы⁴ для параметра нерасчетности $n=40$. На рисунке 20 а представлены результаты распределения давления P/P_∞ на стенке в плоскости симметрии (сплошная линия – численные результаты, « $\circ\circ\circ\circ$ » – экспериментальные данные). Здесь начало координат выбранной системы совпадает с центром отверстия для вдува. По оси абсцисс отложена величина $X_1=(X-\frac{1}{2}d)-L_1$, где L_1 - расстояние от передней точки струи до начала повышения давления, d - диаметр струи. Как известно, перед струей вследствие торможения набегающего потока повышается давление и образуются области с различными градиентами давления, что можно наблюдать на графике. Из рисунка следует удовлетворительное согласие результатов расчетов с измерениями опытов.

Сравнение рассчитанных значений длины отрывной зоны и опытных данных⁴ в зависимости от нерасчетности приведено на рисунке 20 б. На графике кривая - пространственное обтекание, « $\Delta\Delta$ »- эксперименты. Как видно из графика численные результаты трехмерного случая хорошо согласуются с экспериментом.

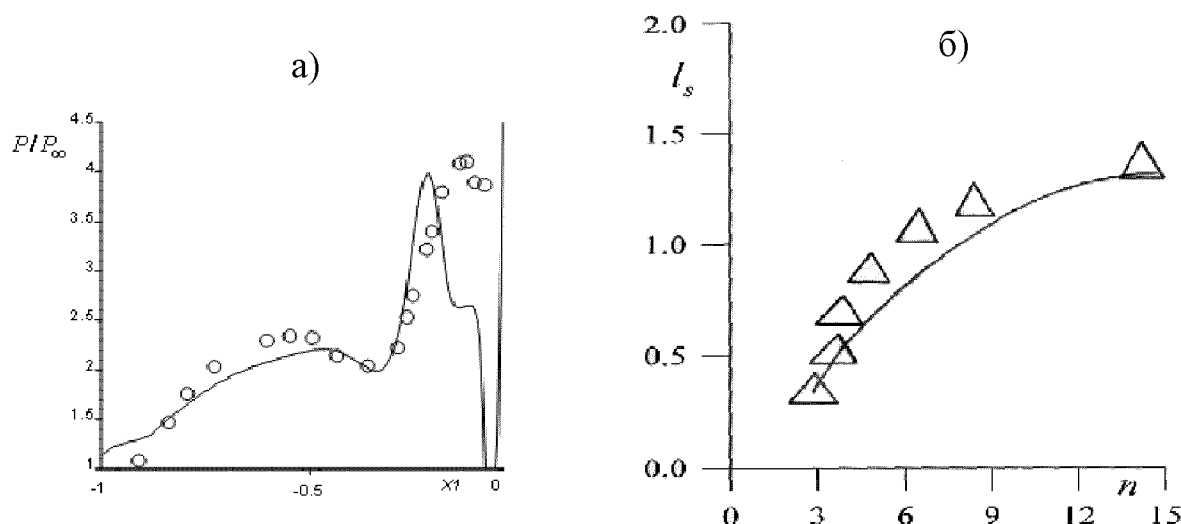


Рис. 19 а) Распределение давления на стенке на оси симметрии при $n=40$.

б) Влияние нерасчетности на длину отрывной зоны

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана методика решения осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса для течения многокомпонентной газовой смеси, основанная на WENO схеме четвертого порядка точности. Проверка метода осуществлялась на примере расчета задачи взаимодействия падающей ударной волны с пограничным слоем. Сопоставление расчетов с опытными данными показывает удовлетворительное согласование результатов. С помощью проведенных численных экспериментов выявлено, что с увеличением числа Маха потока с $M_\infty = 4,5$ и выше формируется безотрывное взаимодействие падающей ударной волны с пограничным слоем вследствие уменьшения пограничного слоя вблизи стенки в результате чего интенсивности скачка уплотнения не достаточно для формирования области отрыва. Изучена динамика образования зоны отрыва в зависимости от увеличения скорости набегающего потока а также проведен анализ избыточного давления на стенке в зависимости от числа Маха сверхзвукового течения. С помощью проведенных численных экспериментов выявлено, что с увеличением числа Рейнольдса потока отрывная область существенно уменьшается вследствие уменьшения пограничного слоя у стенки. Получена экспоненциальная зависимость высоты отрывной области от числа Рейнольдса.

Построена численная модель сверхзвукового течения многокомпонентного газа в канале с поперечным вдувом струй. Изучено влияния ширины щели и параметра нерасчетности ударно-волновую структуру течения, на отрыв пограничного слоя в области взаимодействия и на дальнобойность

вдуваемой водородной струи. С помощью численных экспериментов изучена ударно-волновая структура и отрывная область, возникающая вследствие взаимодействия скачков уплотнения с пограничным слоем как на верхней, так и на нижней стенках канала, в зависимости от размеров вдуваемой струи. Влияние параметра нерасчетности на высоту вдуваемой струи водорода представлено в виде возрастающей зависимости. Показано уменьшение расширения струи с увеличением ширины щели, которое является следствием возникновения конфузора между вдуваемой струей и отрывной зоной на верхней стенке. Выявлено, что, помимо общеизвестной ударно-волновой картины, здесь появляется дополнительная структура, обусловленная взаимодействием отраженного скачка (6) с пограничным слоем на нижней стенке на некотором расстоянии за струей, что может приводить к повышению смещения воздуха и горючего вследствие обширных зон возвратных течений.

Предложена математическая и численная модель пространственного сверхзвукового турбулентного течения с поперечным вдувом круглых струй. Выявлено влияние степени нерасчетности на глубину проникновения звуковой струи в основной поток. Изучен механизм образования вихревых структур в результате взаимодействия набегающего потока с вдуваемой струей с параметрами нерасчетности $3 \leq n \leq 50$. Выявлено, что, начиная с $n \geq 10$, в результате взаимодействия струи и обтекающего ее потока появляется дополнительная пара вихрей (10), а также происходит отрыв у стенки, т.е. формируется вихрь (11).

Предложенные численные модели позволяют изучать сложные физические явления, связанные с возникновением скачков уплотнения и отрывами потока. Полученные результаты демонстрируют широкие возможности при разработке различных схем канала ПВРД (прямоточных воздушно-реактивных двигателей). Численные модели могут быть распространены на регистрирующие течения газо-воздушных смесей.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1 Бекетаева А.О., Найманова А.Ж. Применение ENO-схемы (essentially nonoscillatory) для моделирования течения многокомпонентной газовой смеси. // Вычислительные технологии, Новосибирск, 2007. Т. 12. № S4. С. 17-25.

2 Бекетаева А.О., Пространственное сверхзвуковое течение совершенного газа с поперечным вдувом струй. Математический журнал, 2010, Алматы, т. 10 № 4(38), стр. 19-27.

3 Бекетаева А.О., Найманова А.Ж. Численное исследование пространственного сверхзвукового течения совершенного газа с поперечным

вдувом струй. Прикладная механика и техническая физика, Новосибирск, 2011 г., Т.52, №6, с. 1-10

4 Beketaeva A.O., A. Zh. Naimanova Numerical study of spatial supersonic flow of a perfect gas with transverse injection of jets JOURNAL OF APPLIED MECHANICS AND TECHNICAL PHYSICS, 2011 Volume: 52 Issue: 6 Pages: 896-904 DOI: 10.1134/S0021894411060071

5 Бекетаева А.О., Дуйшеналиев Т.Б. Исследование вихревых структур за поперечной струей в сверхзвуковом потоке Доклады 2-я международная конференция «Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений» 5-7 сентября 2013, Бишкек. 5

6 Бекетаева А.О., Дуйшеналиев Т.Б. Пространственное сверхзвуковое течение совершенного газа с поперечным вдувом струй Известия КГТУ, ISSN 1694-55-57, 2013 № 29, С. 124-132

7 Makasheva A., Belyayev Ye., Beketaeva A. Numerical simulation of the mixing in planar shear layer. // Совместный выпуск: Вычислительные технологии, Новосибирск, Том 20 и Вестник КазНУ им. Аль-Фараби, Серия математика, механика и информатика, № 3 (86), 2015, с. 59-64.

8 A. Beketaeva, A.H. Abdalla, Ye. Moisseyeva. Investigation of Vortex Structures for Supersonic Jet Interaction Flowfield // Applied Mechanics and Materials, Vol.798 (2015), pp 546-550.

9 Ye. Moisseyeva, A. Naimanova, A. Beketaeva. Third order ENO Scheme on Non-uniform Grid for Supersonic Flows II // Applied Mechanics and Materials, Vol.798 (2015), pp 518-522.

10 Ye. Moisseyeva, A. Naimanova, A. Beketaeva. Non-uniform ENO Scheme for Simulation of Supersonic Flows // Joint issue of “Computational Technologies” V. 20 and “Bulletin of KazNU”, ser. math., mech., inf. V. 98 № 3, on results of the International Conference “Computational and Information Technologies in Science, Engineering and Education” (CITech–2015) September 24-27, 2015, Almaty, Kazakhstan, part III, pp. 33-42.

11 Мойсеева Е.С., Найманова А.Ж., Бекетаева А.О. Построение ENO-схемы на неравномерной сетке // Тезисы докладов Международной научной конференции «Актуальные проблемы математики и математического моделирования», Алматы, 1-5 июня 2015 г. - с. 349-352.

12 Бекетаева А.О., Елубаева Ш.М. Метод предобуславливания для существенно дозвуковых течений//Международная конференция «Актуальные проблемы математики и математического моделирования» , Алматы, Казахстан, 1-5 июня 2015 г. – с. 338-342.

13 Beketaeva A.O., Shakhan N.S. Mathematical modeling of shock-wave structures in interaction of shocks with the boundary layers on the bottom and top walls // Abstracts of International science conference «Actual problems of mathematics and mathematical modeling», Almaty, 1-5 of June 2015. - p. 364.

14 Абдалла А., Бекетаева А.О., Шахан Н.Ш. Построение WENO-схемы для решения задачи сверхзвукового течения многокомпонентной газовой смеси // Математический журнал Института математики и математического моделирования МОН РК, Алматы. – 2015. – Том 15, №2 (56). – с.5-21.

15 Бекетаева А.О., Шахан Н.Ш. Влияние параметра нерасчетности на ударно-волновую структуру в сверхзвуковом канале со вдувом струи // Вестник КазНУ. Серия математики, механика, информатики, Алматы "Қазақ университеті". – 2015. – №2 (85). – с.58-68.

16 Бекетаева А.О., Шахан Н.Ш. Математическое моделирование ударно-волновых структур при взаимодействии скачков уплотнения с пограничными слоями нижней и верхней стенки // Совместный выпуск научных журналов «Вестник КазНУ. Серия математики, механика, информатики» (Казахстан) и «Вычислительные технологии» (Новосибирск). – 2015.

17 Бекетаева А.О. Моделирование взаимодействия падающей ударной волны с пограничным слоем // Математический журнал, 2015, Алматы, т. 15 № 3(57), стр. 56-71.

18 Моисеева Е.С., Бекетаева А.О. Математическое моделирование сверхзвукового течения при наличии поперечного вдува струи с применением k- ω модели турбулентности // В сборнике: Science and Practice: new Discoveries Proceedings of materials the international scientific conference. Czech Republic, Karlovy Vary - Russia, Moscow, 24-25 October 2015. Editors I.M. Shvec, L.A. Ismagilova, V.A.Gur'eva, E.A.Telegina, V.I.Sedenko. Киров, 2015. С. 35-42.

19 Бекетаева А.О., Дуйшеналиев Т.Б. Модели пространственного сверхзвукового течения совершенного газа с поперечным вдувом струй // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. 2015. № 2 (30). С. 119-129.

20 Бекетаева А.О., Найманова А.Ж. Вихревые структуры за поперечной струей в сврхзвуковом потоке при больших значениях параметра нерасчетности.// Прикладная механика и техническая физика, Новосибирск, 2015 г., Т.56, №5, с. 1-14.

21 Beketaeva A.O., P. Bruel, and A. Zh. Naimanova Vortical structures behind a transverse jet in a supersonic flow at high jet to crossflow pressure ratios ISSN 0021-8944, Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2015, Vol. 56, No. 5, pp. 777–788

22 Бекетаева А.О., Исследование взаимодействий поперечной струи со сверхзвуком вим потоком в зависимости от параметра нерасчетности// Известия Национальной академии наук Республики Казахстан серия физико-математическая № 1.(305) 2016 с 46-58

23 Бекетаева А.О., Моисеева Е.С., Найманова А.Ж. Численное моделирование взаимодействия ударной волны с пограничным слоем в плоском

сверхзвуковом потоке с вдувом струи // Теплофизика и аэромеханика, 2016, том 23, № 1, С.181-191

24 Бекетаева А.О., Исследование структуры взаимодействия поперечной струи со сверхзвуковым потоком // Наука, новые технологии и инновации, 2015, №6, С. 3-11.

25 Бекетаева А.О., Влияние толщины пограничного слоя на структуру сверхзвукового течения с ударной волной // Наука, новые технологии и инновации, 2015, №6, С. 15-24

26 Моисеева Е.С., Бекетаева А.О. Построение ENO-схемы на неравномерной сетке для моделирования сверхзвукового течения многокомпонентной газовой смеси // Математический журнал Институт математики МОН РК, КАЗАХСТАН, рекомендуемый ККСОН МОН РК. - 2015. - Т.15, №4. - С. 78-93.

РЕЗЮМЕ

диссертации Бекетаевой Асель Орозалиевны на тему: «Моделирование и исследование сверхзвуковых течений с вдувом струй» на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

Ключевые слова: сверхзвуковое течение, многокомпонентный газ, пограничный слой, ударная волна, уравнения Навье-Стокса, разностные схемы.

Объектом исследования являются сверхзвуковое турбулентное течение с вдувом струй.

Целью настоящей работы является: разработка математической модели и численное исследование взаимодействия сверхзвукового течения с вдувом струй на основе осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса для вязкого газа; разработка методики решения уравнений Навье-Стокса для сверхзвукового течения турбулентного многокомпонентного газа, основанного на WENO схеме.

Основные методы исследования обусловлены целями и задачами исследуемых проблем. В работе используются WENO, ENO схемы, метод факторизации, метод матричной прогонки, модели турбулентности.

Научная новизна заключается в предложенной методике решения двумерных осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса для многокомпонентной газовой смеси, основанной на WENO схеме; в установлении влияния числа Маха набегающего потока и толщины пограничного слоя на структуру взаимодействия падающего скачка уплотнения с пограничным слоем; в найденных закономерностях влияния степени нерасчетности а также ширины струи на образование бочкообразной структуры в струе при исследовании поперечного вдува звуковой струи в сверхзвуковом турбулентном плоском канале; в установлении того, что за струей на нижней стенке канала появляется новая система скачков уплотнения, обусловленная взаимодействием отраженного скачка уплотнения от верхней стенки с пограничным слоем на нижней стенке; в определении того, что при умеренных параметрах нерасчетности (меньших десяти), течение круглой струи описывает известную вихревую структуру, но при нерасчетностях больших десяти появляются новые системы вихрей.

Область применения. Предлагаемые в диссертационной работе математические модели, методы их решения, пакеты прикладных программ и полученные закономерности течений могут позволить существенно сократить экономический и социальный риск при проектировании летательных аппаратов различной конфигурации с целью создания управляемой тяги, при усовершенствовании струйных насосов, при проектировании прямоточных воздушно реактивных двигателей.

**«Сырткы үндөрдүн ичинде үйлөө агымын изилдөө жана үлгүлөө»
 деген темадагы Бекетаева Асел Орозалевнанын 01.02.05 □ “
 Суюктуктардын, газдардын жана плазманын механикасы” адистиги
 боюнча физика-математика илимдердин доктору илимий даражасын
 изденүү үчүн жазылган диссертациясынын
 КОРУТУНДУСУ**

Ачкыч сөздөр: сырткы үндөрдүн агымы, көп компоненттүү газ, чектөө катмары, сокку толкуну, Навье-Стокстун теңдемеси, ар түрдүү чиймелер.

Каналдагы турбуленттик сыркы үндөрдүн ичинде үйлөө агымы изилдөөнүн объектиси болуп саналат.

Иштин максаты болп саналат: газдар үчүн Навье-Стокстун теңдемесинин негизинде сыркы үндөрдүн ичинде үйлөө агымынын өз ара аракеттенишүүсүн сандык изилдөө жана математикалык үлгүсүн иштеп чыгуу; WENO чиймесинин негизинде сыркы үндөрдүн ичинде турбуленттүү көп компоненттүү газдар үчүн Навье-Стокстун теңдемеси менен чыгаруунун методикасын иштеп чыгуу;

Негизги илим изилдөө методдорунун максаттарына жана милдеттерине байланыштуу иликтөөчү проблемалар. Диссертациялык иште WENO, ENO схемалары, фактордук, матрицалык ыкмалар турбуленттик үлгүлөр колдонулат.

Илимий жаңылык WENO схемасынын негизинде көп компоненттүү газ аралашмасы үчүн Навье-Стокстун теңдемесинин Фавру боюнча эки өлчөмдүү орточо чыгаруунун ыкмаларын камсыз кылуу болуп саналат; тыгыздалып тушкөн толкундун чек катмарын өз ара аракеттенүү структурасы боюнча чек ара катмарынын агымына жана жоондугуна Мах санынын таасирин түзүүгө; турбуленттик сырткы үндөрдүн жалпак каналында туурасынан кеткен үндүн үйлөө агымын изилдөөдө бочка сыяктуу агымда пайда болгон түзүмү ошондой эле агымдын туурасына эсепсиздик даражасынын таасиринде мыйзамдары табылган; төмөнкү дубалда чек ара катмары менен жогорку дубалдын өз ара аракеттенишүүдө чагылдырыган секириктин тыгыздалышынын шартында каналдын дубалынын түбүндө жаңы тыгыздалган секириктин пайда болгондугу аныкталган; тегерек агымдын ичиндеги белгилүү куюн түзүмдөрүн сүрөттөп, бирок чыгарылбаган ондон ашык жаңы белгилүү куюн системасы пайда болгондугу орточо параметрлердин чыгарылбагандыгы (ондон кем) аныкталды.

Колдонуу чөйрөсү. Диссертациялык иште учуучу аппараттын ар кандай конфигурацияда башкарууну түзүү максатын долбоорлоо, агым насосторун жакшыртуу, түздөн-түз аба реактивдүү кыймылдаткычтарын долбоорлоодо алынган закон ченемдүүлүктөрдүн кыскартылган экономикалык жана социалдык коргоолордун колдонмо программаларынын пакеттери, аларды чыгаруу ыкмалары, математикалык үлгүлөрү сунушталган.

SUMMARY

of the Beketaeva Asel Orozalievna dissertation on the topic “Modeling and investigation of supersonic flows with jet injection” on competition of a scientific degree of the doctor of physical and mathematical sciences on specialty 01.02.05 – mechanics of liquid, gas and plasma

Keywords: supersonic flow, multi-component gas, boundary layer, shock wave, the Navier-Stokes equations, finite difference schemes.

The object of the work: supersonic turbulent flow with jet injection.

The purpose of the work development of mathematical models and numerical study of the interaction of a supersonic flow with jet injection based on the Favre average Navier-Stokes equations; development of method of solution of Navier-Stokes equations for multi-component gas mixture based on WENO scheme.

Methods of the work due to aims of and objectives of investigated problems; used WENO, ENO scheme, factorization method, the, turbulence model.

Scientific novelty is to provide a method of solution a two-dimensional Favre averaged Navier-Stokes equations for a multicomponent gas mixture based on WENO scheme; establishing the influence of the Mach number of the incident flow and the thickness of the boundary layer on the structure of the shock wave boundary layer interaction;

finding in the laws of the influence of the degree of pressure ratio and the jet width to the barrel structure in the jet injection in the problem of cross-sonic jet in supersonic turbulent plane channel; determining that behind the jet on the bottom of the channel wall there is a new system of shock waves, caused by the interaction of the reflected shock wave from the top wall with the boundary layer on the bottom wall;

determining what at moderate parameters pressure ratio (less than ten), for round jet describes a known vortex structure, but at pressure ratio more than ten, new vortex system appearing.

Application area. Offered in dissertation mathematical models, methods for their solutions, application packages and the resulting laws of flows may allow to significantly reduce the economic and social risks in the design of aircraft of different configurations in order to create a controlled traction while improving jet pumps, to construct of ramjet engine.