**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ**

**РЕСПУБЛИКИ**

**КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ**

**УНИВЕРСИТЕТ им. И.РАЗЗАКОВА**

**КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СТРОИТЕЛЬСТВА, ТРАНСПОРТА И АРХИТЕКТУРЫ им. Н.ИСАНОВА**

**Диссертационный совет Д.01.12.005**

**На правах рукописи**

**УДК 533.6.011**

**ДЫЙКАНОВА АЙНУРА ТЫНЧЫБЕКОВНА**

**РАЗРАБОТКА ПРИБЛИЖЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОКОЛОЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ В СОПЛАХ**

**Специальность 01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы**

**АВТОРЕФЕРАТ**

**диссертации на соискание ученой степени кандидата**

**физико-математических наук**

**Бишкек – 2014**

Диссертационная работа выполнена в Кыргызском Национальном аграрном университете им.К.И.Скрябина.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор,

Туганбаев У.М.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор,

(01.02.05) Исманбаев А.И.

кандидат физико-математических наук, доцент,

(01.02.05) Токтакунов Т.Т.

Ведущая организация: Кыргызский Национальный

Университет им. Ж.Баласагына

Защита состоится 28 марта 2014 г. в 1400 часов на заседании Межвузовского диссертационного совета Д.01.12.005 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора (кандидата) наук при Кыргызском государственном техническом университете им.И.Раззакова и Кыргызском государственном университете строительства, транспорта и архитектуры им. Н.Исанова по адресу: 720044, Кыргызская Республика, г.Бишкек, пр.Манаса, 66, ауд.1/259.

C диссертацией можно ознакомиться в библиотеках Кыргызского государственного технического университета им. И.Раззакова и Кыргызского государственного университета строительства, транспорта и архитектуры

им. Н.Исанова.

Автореферат разослан ………. 2014г.

Ученый секретарь

диссертационного совета Д.01.12.005,

к.ф.-м.н., доцент Ж.Ж.Доталиева

**ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ**

**Актуальность темы диссертации**. В настоящее время при исследовании околозвуковых течений существуют аналитические, приближенно-аналитические, численные и экспериментальные методы. Возможности аналитического метода исследований ограничены в основном двумерными постановками задач, так как в плоскости годографа уравнения становятся линейными. В существующих работах, для полных уравнений движений сжимаемой жидкости, находятся решения приближенно-аналитическими методами малых возмущений, автомодельным методом, с применением группового анализа дифференциальных уравнений. Разработки, основанные на идее линеаризации стационарных и нестационарных околозвуковых уравнений в некоторой малой области, заменой нелинейного члена некоторой постоянной величиной, также является одним из методов исследования околозвуковых уравнений. Задача профилирования различных сопел Лаваля и определения внутренних характеристик потока всегда была и остается важной и актуальной, которая богата своей историей и библиографией.

|  |
| --- |
| D:\мои документы\Рисунки ДАТ  2013\Безымянный 19.JPG |
| **Рис.1. Общая схема сопла Лаваля** |

Особенно это ощущается в развитых странах, так как это объясняется большой практической важностью, где сопла используется во многих отраслях промышленности, в аэродинамике. При проектировании сопел основным являет-ся то, что при построении различных его форм необходимо, чтобы оно обеспечивало наибольшую тягу, имела

оптимальные размеры с отсутствием ударных волн. Построению безударных сопел и исследование характера течения в окрестности криволинейной звуковой линии изучались Е.Мейером, С.А.Христиановичем, Ф.И.Франклем, С.В.Фальковичем, О.С.Рыжовым, Б.Ю.Лифшицем. Сопла с прямой звуковой линией рассматривали К.Гертлер, С.А.Христианович и более детально Л.В.Овсянников. Внутри сопел Лаваля существуют дозвуковые, сверхзвуковые зоны и большое различие скоростей между этими областями является причиной многих трудностей при теоретических исследованиях. И, хотя существует большое количество различных теоретических разработок, однако она не получила окончательного разрешения даже при большом количестве существующих численных и экспериментальных разработок. Именно, при изучении картины течения в самом узком месте сопла проявляется сложность исследования, так как здесь образуется смешанная зона и вся трудность исследования заключается в этой зоне.

При исследовании нестационарных течений в основном опирались на изучении полных нелинейных дифференциальных уравнений для потенциала скоростей, определение аналитических решений которых, довольно сложно. Решения этого уравнения, главным образом, базируются на методе малых возмущений, в приближенных методах или численных. Известно, что основным нестационарным околозвуковым уравнением является нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка, полученное Линем-Рейснером-Тзяном (Л.Р.Т), которое обобщает уравнение Кармана. Околозвуковое течение, которое в целом является дозвуковым вплоть до выхода из сопла, но содержит симметричные сверхзвуковые зоны в окрестности самого узкого места, а также исследование течений в соплах с двумя сужениями являются одними из малоизученных вопросов. Исследование полных нестационарных уравнений для потенциала скоростей, описывающих течения в соплах с прямой звуковой поверхностью нами не обнаружено.

**Связь темы диссертации с основными научно-исследовательскими работами.** Диссертационная работа выполнена в соответствии с планом научно-исследовательских работ кафедры «Высшая и прикладная математика» КНАУ им. К.И.Скрябина.

**Цели и задачи исследования.** Разработка и развитие методов исследования стационарных и нестационарных околозвуковых уравнений для плоских, осесимметричных и пространственных течений в соплах Лаваля, в криволинейных каналах и при обтекании тонких тел.

**Для достижения поставленной цели определены следующие задачи:**

- теоретически обоснована разработка новых систем дифференциальных уравнений в различных плоскостях. С введением некоторого гипотетического газа, с применением асимптотического метода малых возмущений и автомодельного метода рассматриваются стационарные плоские, осесимметричные и пространственные задачи теории сопла Лаваля;

- на основании полного осесимметричного уравнения для потенциала скорости в неустановившемся режиме при помощи асимптотического метода малых возмущений, метода разделения переменных и автомодельного метода определяются решения классического уравнения Л.Р.Т, в результате которого получены новые аналитические решения в соплах Лаваля с криволинейной звуковой линией перехода, с прямой звуковой линией, течения в соплах с местными сверхзвуковыми зонами и течение в сопле с двумя сужениями;

- на основании видоизмененного и обобщенного уравнения Л.Р.Т. разработаны комбинированные методы его решения, которые являются более общими сопловыми решениями и решениями в криволинейных каналах, чем ранее полученные для нестационарного потока;

- рассматриваются решения обобщенного уравнения Л.Р.Т. в форме суммы стационарного и нестационарного течений, а полученные решения описывают течения в осесимметричных соплах Мейеровского и Тейлоровского типов и являются наиболее общими решениями, чем решения, полученные другими авторами.

**Научная новизна полученных результатов:**

- указано, что плоские трансзвуковые течения в плоскости годографа при помощи определенных преобразований приводятся к линейным, и в разработке систем нелинейных дифференциальных уравнений в плоскости ();

- исследовано уравнение Чаплыгина в форме Томотика – Тамада при решении

задачи теории сопла Лаваля, с развитием метода малых возмущений и определением

ее необходимых внутренних характеристик с учетом первых трех приближений;

- с введением малого параметра «» разработаны два вида соплового решения

с криволинейной звуковой поверхностью для пространственного стационарного уравнения и построен сам профиль сопла, звуковая поверхность и его характеристики;

- аналитически исследовано полное нестационарное осесимметричное уравнение и разработаны новые решения уравнения Л.Р.Т. в специальных функциях математической физики, в том числе одно сопловое решение;

- проведены исследования плоских и осесимметричных линеаризированных уравнений Л.Р.Т. и разработаны различные классы решений полученного гипергеометрического уравнения Гаусса;

- решены начально - краевые задачи обтекания тонкого профиля тела, помещенного навстречу плоской нестационарной газовой струе и при течении идеального газа в сопле с двумя сужениями;

- разработаны новые решения для полного уравнения потенциала скоростей, а для обобщенного уравнения Л.Р.Т. предложены четыре вида решения, которые обобщают ранее полученные;

- на основании вышеуказанного уравнения предлагаются решения в виде суммы стационарного и нестационарного течений, в результате которого получены решения, развивающие ранее полученные решения в осесимметричных соплах с криволинейной звуковой поверхностью.

**Практическая значимость полученных результатов.** Разработанные теоретические решения различных уравнений движения идеального газа вносят определенный вклад в развитие теории околозвуковых, смешанных и гиперболических уравнений математической физики. Все конечные результаты получены в явной формульной зависимости от параметров течения газа, которые удобны для практического применения, а некоторые из них дают хорошие приближения к известным аналитическим, приближенно-аналитическим, экспериментальным и численным разработкам. Большая часть полученных результатов может быть использована при расчете околозвуковых течений в окрестности самого узкого места сечения сопла, а именно при расчете и определении трансзвуковых течений в рассматриваемой области с указанием основных характеристик, показан механизм изменения местных сверхзвуковых зон в сопле Лаваля, а также при обтекании тонкого тела.

**Экономическая значимость** **полученных результатов.** Разработанные математические модели для течений сжимаемого идеального газа дают возможность аналитически и приближенно-аналитически решить задачи течений в соплах Лаваля, криволинейных каналах и обтекании тонких тел с большими скоростями. Предлагаемые математические модели удобны для численных расчетов внутренних задач. Разработки и методы их решений могут служить дополнением к дорогостоящим экспериментальным исследованиям.

**Основные положения диссертации, выносимые на защиту состоят:**

- в обобщении и интеграции литературных и других научных данных по

рассматриваемой проблеме, в разработке нового теоретического подхода к решению

задач околозвуковых течений в соплах Лаваля;

- в разработке и развитии новых математических моделей околозвуковых течений,

как для стационарных, так и для нестационарных потоков идеального газа в различных плоскостях;

- в развитии асимптотического метода малых возмущений при решении плоской краевой задачи для газа Чаплыгина и нестационарной осесимметричной начально-краевой задачи теории сопла Лаваля;

- в разработке новых автомодельных и специальным образом выбранных решений для уравнения Л.Р.Т., записанных в специальных функциях математической физики, дающие течения в соплах с криволинейной, прямолинейной, с местными сверхзвуковым зонами, а также при обтекании тонких тел звуковым потоком;

- в разработке нового подхода приближенно-аналитического метода решения одного нестационарного уравнения при решении осесимметричной задачи теории сопла Лаваля, а именно в виде суммы стационарного и нестационарного течения газа, когда значимость этих двух слагаемых предполагаются различными или одинаковыми.

**Личный вклад соискателя состоит** в проведении самостоятельных исследований, в получении научных результатов для плоских, осесимметричных и пространственных течений и их анализа, а также в формулировании основных выводов, на основе которых были выполнены исследования рассматриваемых математических моделей для стационарных и нестационарных околозвуковых течений. Отдельно и совместно проведены численные расчеты при определении необходимых внутренних характеристик в соплах Лаваля. При постановке ряда задач исследований и выполнении диссертации, автор получал эффективную помощь и ценные советы научного руководителя доктора физико-математических наук, **профессора Туганбаева У.М.**

**Апробации результатов исследований.** Результаты исследований диссерта-ционной работы докладывались, обсуждались и одобрены на: научных и объединенных семинарах кафедры “Высшей и прикладной математики” КНАУ им. К.И.Скрябина (2008г., 2011г., 2013г., 2014г.); Международной научно-практической конференции «Проблемы вычислительной математики и информационных технологий» (г.Алматы, 1999г.); научно-практической конференции «Проблемы строительства и архитектуры на пороге ХХI века» (г.Бишкек, 2000г.); Международной научной конференции «Проблемы математического моделирования и информационных технологий» (г.Бишкек, 2001г.); Республиканской научной конференции, посвященной 50 - летию КГПУ им. И.Арабаева (г.Бишкек, 2002г.); Межвузовской научно - практической конференции «Социально - экономические механизмы реализации программы КОР КР» (г. Бишкек, 2001); Международной научной конференции «Актуальные проблемы дифференциальных уравнений и математической физики» (г.Алматы, 2005г.); Международной научной конференции «Инновации в образовании, науке и технике» (г.Бишкек, 2006г.); 2-ой Международной научной конференции «Проблемы современной механики» (г.Алматы, 2006г.); Научной конференции «Новые подходы в подготовке кадров для аграрного сектора в связи с посланием Президента КР народу Кыргызстана» (г.Бишкек, 2007г.); конференции, посвященной к 60 - летию гидромелиоративного факультета КАУ им. К.И.Скрябина. (г. Бишкек, 2009г.); Институт горного дела при КГТУ им.И. Раззакова (2014г.), научно-техническом семинаре КГТУ им. И. Раззакова (2014г.), научном семинаре КНУ им.Ж.Баласагына (2014г.). Институт горного дела при КГТУ им. И. Раззакова (2014г.),

**Полнота отражения результатов диссертации в публикациях.** Материалы диссертационной работы опубликованы в 20 научных статьях в периодических изданиях Кыргызской республики, Республики Казахстан.

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа изложена на 144 страницах компьютерного текста, включая 15 рисунков, 2 таблиц и состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованной литературы из 117 наименований.

**ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** приводится анализ современного состояния изучаемой проблемы, указывается актуальность и необходимость проведения данного исследования, цель и задачи исследования, научная новизна, практическая и экономическая значимость, основные положения диссертации, выносимые на защиту, ее краткое содержание и апробации работы.

**В первой главе** на основе общетермодинамических законов механики, приведены основные стационарные уравнения газовой динамики идеального газа для плоского потока в различных фиктивных плоскостях, а также для осесимметричного и пространственного течения. Для этих уравнений, при помощи асимптотического метода малых возмущений, решены краевые задачи теории сопла Лаваля, с определением профиля стенки сопла и всех ее необходимых внутренних параметров с учетом первых трех приближений.

Доказано, что только плоскопараллельные трансзвуковые уравнения на плоскости годографа, при помощи классических преобразований, становятся линейными, а в других плоскостях они остаются нелинейными. Для системы уравнений в плоскости (), с введением второго гипотетического газа в форме  решены две краевые задачи: обтекание тела и течение в криволинейном канале. (см.рис.2-6) Разработана новая математическая модель плоского стационарного потока в плоскости . Избавляясь от функции получаем уравнение относительно 

 (1.1)

где решение этого уравнения ищется в автомодельном виде,

,  (1.2)

в результате, которого получаем нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка. Поменяв местами независимую переменную и искомую функцию, а также вводя новую переменную, получаем известное гипергеометрическое уравнение

Гаусса  (1.3)

Последнее уравнение подробно исследовано, указаны классы решений, укладывающиеся в известную таблицу Шварца.

Далее рассматривается плоская краевая задача для уравнения Чаплыгина в форме

Томотика – Тамада  (1.4)

с краевыми условиями:  - в центре сопла,

 - кривизна стенки,  - симметричности. (1.5)

Из групповых свойств дифференциальных уравнений следует, что уравнение (1.4) с краевыми условиями (1.5) допускают однопараметрическую группу преобразований подобия, оставляющих их инвариантными самим себе. Решение уравнения (1.4) ищется в виде ряда, в результате которого получаем рекуррентные уравнения с соответствующими условиями. Выпишем задачу для нулевого приближения

 (1.6)

со своими начально-краевыми условиями:  - в центре сопла,  - кривизна стенки,  - симметричности. (1.7)

Решение этого уравнения ищется в форме  (1.8)

в результате которого получаем обыкновенное дифференциальное уравнение, где одним из частных его решений является  (1.9)

Определены кривизна стенки сопла, уравнение звуковой линии и две предельные характеристики как:  круговое сопло, - звуковая линия,   - предельные характеристики.

Далее определяются решения следующих двух приближений, удовлетворяющих своим краевым условиям, вторая искомая функция , кривизна следующих приближений и звуковая линия. Произведен переход на физическую плоскость при помощи известных формул Чаплыгина (см.рис.7.)

  (1.10)

В конце главы рассматривается обратная пространственная стационарная задача теории сопла Лаваля. При решении данной задачи потребуем, чтобы отсутствовали скачки уплотнения т.е. рассматриваются только безударные течения, отсутствуют циркуляции скорости потока, тогда опираясь на уравнение

 (1.11)

а - скорость звука, имеющая вид  (1.12)

с условиями на оси симметрии

 , ,  (1.13)

Решение уравнения (1.11) будем искать в виде ряда, в результате которого получим

рекуррентные уравнения относительно искомой функции, где первым членом является уравнение Кармана  (1.14)

а все следующие приближения зависят от предыдущих. В начале решение уравнения (1.14) предлагается искать в виде некоторого полинома

 (1.15) В результате подстановки, получаем незамкнутую систему алгебраических

уравнений, а дополняя его некоторыми соотношениями

, ,  (1.16)

определяем искомые коэффициенты Аi. Отметим, что это решение одновременно описывает течения в плоском, осесимметричном и пространственном сопле в зависимости от параметра Р. Далее определены решения следующих приближений, а также уравнение стенки сопла, звуковой поверхности с учетом последующих двух приближений. Другое решение нелинейного уравнения (1.14) ищется в форме

  (1.17)

в результате, получаем обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка, которое при m=2 имеет решение

**** (1.18)

Сравнивая полученные решения (1.15) и (1.18) убеждаемся, что второе решение является более общим, чем первое.

**Во второй главе** исследуется полное осесимметричное уравнение для потенциала скоростей в неустановившемся режиме, которое при помощи метода малого параметра записывается в виде рекуррентных уравнений, а в околозвуковом приближении в форме Л.Р.Т. Для этого основного классического уравнения при помощи автомодельных и специальным образом выбранных решений, определенных допущениях найден ряд новых решений. Полученные решения описывают различного рода течения в криволинейных каналах, обтекания тонких тел звуковым потоком и течений в соплах с различными звуковыми поверхностями. В последних случаях, это нестационарные течения в плоских и осесимметричных соплах с криволинейной, прямолинейной и в сопле с двумя сужениями. В конце раздела изучается плоское линеаризированное уравнение Мамонтова Е.В., где оно записывается в виде гипергеометрического уравнения Гаусса, частные решения, которого принимают вид различных полиномов, элементарных алгебраических функций, а одно решение описывает течение в сопле с криволинейной звуковой поверхностью.

Полученные в первой главе стационарные результаты служат основой для течений с переменными по времени характеристиками потока. Исследование нелинейных задач механики нестационарных околозвуковых течений газа всегда была актуальной. Ниже, асимптотическим методом малых возмущений, исследуется неустановившееся течение газа для полного уравнения потенциала скоростей

 (2.1)

где   (2.2)

Для исследования течения в осесимметричном сопле поставим следующие начально-краевые условия:  - начальное условие, (2.3а)

 - условия на оси. (2.3б)

Решение этой задачи ищем в виде ряда  (2.4)

Исследуемое уравнение (2.1) с точки зрения размерности, условий подобия, законов растяжения позволило получить следующие рекуррентные уравнения:

 (2.5)

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

 (2.6)

Уравнение (2.5) является основным уравнением для исследования, полученное Л.Р.Т. и решение его ищется в виде

 (2.7)

в результате получаем обыкновенное нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка, а при n = 2 - одно точное решение, вида

 (2.8)

Определена звуковая поверхность  геометрическое место точек, в которых вектор скорости горизонтален  и предельные характеристики   Далее решаются следующие приближения вида (2.6). Эти решения дают поправки для всех характерных поверхностей течения в осесимметричном сопле, к самому профилю сопла, а постоянные интегрирования определены из сравнения полученых решений с начально-граничными условиями (2.3а),(2.3б) (см.рис.8.).

На основе уравнения Л.Р.Т., которое линеаризируется по К.Осватичу как, получим уравнение  (2.9)

Такое допущение не дает возможности математически строго обосновать этот подход и тем не менее, этот метод линеаризации может дать ряд интересных результатов. Разыскивая решения уравнения (2.9) в видах: 

где  где  (2.10)

получаем решение в функциях Бесселя 

и в решениях вырожденного гипергеометрического уравнения Гаусса, который имеет четыре класса решений при помощи соотношений Куммера, а также решения, записанные в полиномах Эрмита, Лагерра, в функциях Бесселя, Уиттекера. Отметим, что одно из решений вида  (2.10)

описывает течение в осесимметричном сопле с криволинейной звуковой линией.

Далее, без применения метода малых возмущений, линеаризации для полного уравнения потенциала скоростей, разработаны простые аналитические решения

     (2.11)

и с выбором определенных соотношений между искомыми функциями решается одна краевая задача теории сопла Лаваля с прямолинейной звуковой поверхностью.

Действительно, если искать решение уравнения (2.1) как

 (2.12)

с начально-краевыми условиями в виде: 



 (2.13)

то получаем систему уравнений для определения искомых функций. Подбирая одно из соотношений вида  (2.14)

относительно  получаем уравнение, которое решается в эллиптических функциях Вейерштрасса, имеющая особенности в виде нулей и полюсов второго порядка. Далее определены остальные функции. Таким образом, нами впервые решена начально-краевая задача теории сопла с прямолинейной звуковой поверхностью для полного нестационарного осесимметричного уравнения (см.рис.9,10). Дальнейшее исследование позволяет утверждать о существовании различных случаев распределения особенностей, которые были установлены Л.В.Овсянниковым и О.С.Рыжовым для стационарного потока.

Далее исследуется плоское линеаризованное уравнение Л.Р.Т., записанное для продольной скорости потока:  (2.15)

Для этого уравнения поставлены следующие начально-краевые условия:

  - на звуковой линии. (2.16) Решение уравнения (2.15) ищется в форме  (2.17)

в результате, которого получаем обыкновенное дифференциальное уравнение, где одним из решений при k = 2, является  (2.18)

описывающее нестационарное течение в плоском сопле Лаваля с криволинейной звуковой линией, вида  (2.19)

С введением новой независимой переменной, определяются целые классы частных решений при различных значениях k. И в конце параграфа, рассмотрены те случаи, когда частные решения можно представить в элементарных функциях.

На основании видоизмененного уравнения Л.Р.Т.  (2.20)

рассматривается задача обтекания тонкого профиля тела, помещенной на встречу плоской нестационарной газовой струе. Считая, что течение является безударным (скачок уплотнения очень слаб), будем искать его решение как

 где  (2.21)

С учетом предпологаемого решения уравнение (2.20) записывается в виде некоторого дифференциального уравнение относительно неизвестной функции. Разрешая это уравнение после некоторых преобразований опрелеяем их как

  (2.22)



 (2.23)

Последнее уравнение подробно исследовано, построен график функции, определены звуковая граница на профиле тела, а в конце все величины записаны в параметрическом виде, удобные для расчетов (см.рис.11,12). Если  а , то получаем стационарное решение задачи, а результат совпадает с работой Ф.И. Франкля.

В конце главы предлагается метод решения плоской нестационарной начально-краевой задачи теории сопла Лаваля с двумя сужениями. Для этого рассматривается уравнение (2.20) с следующими начально-краевыми условиями:

, , (2.24)

Решение уравнения (2.20) ищется в виде  (2.25)

в результате имеем систему из трех уравнений относительно искомых функций. Функция  является двоякопериодической функцией Вейерштрасса, она мераморфна и имеет особенности в нулях и полюсах. Искомая функция записывается  (2.27)

Из последнего уравнения определяются две звуковые линии, причем они располагаются на оси расстоянии . В конце описан механизм течения в таких соплах и указаны поведения найденных функций (см.рис.13).

**В третьей главе** исследуется более обобщенное уравнение, чем уравнение Л.Р.Т., введенное Севостьяновым Г.Д. Данное нестационарное уравнение рассматривается как уравнение, лишенное недостатков самого уравнения Л.Р.Т. и для него разработаны новые сопловые решения с криволинейной звуковой линией, а также в виде комбинированного метода: автомодельного и специальным образом выбранных решений. Эти решения обобщают полученные ранее решения для нестационарного потока в сопле с криволинейной звуковой линией, а также получено новое решение, описывающее нестационарное осесимметричное течение в сопле с местными сверхзвуковыми зонами. Разработаны решения для этого обобщенного уравнения в виде суммы стационарного и нестационарного течений. При этом рассматриваются два случая: когда размерность обоих течений одинаковы и когда второе течение меньше первого. Решения для рассматриваемого нестационарного уравнения являются более общими и совпадают с решениями для стационарного потока в осесимметричном сопле, полученные в конце первой главы.

На основании полного нестационарного осесимметричного уравнения, Севостьянов Г.Д. предлагает следующее околозвуковое уравнение

 (3.1)

и находит одно точное уравнение вида  (3.2)

которое описывает процесс установления расчетного режима в осесимметричном сопле с криволинейной звуковой линией. Ранее нами было найдено другое точное решение  (3.3) которое также описывало сопловое течение. Это решение имеет одно положение остановки на оси, звуковая поверхность не зависит от времени и не имеет произвольную постоянную, которым можно было бы изменять ее кривизну. Ниже предлагается решение в форме  (3.4)

Исследуя это решение, нами определены три вида соплового течения с криволиней-ной звуковой поверхностью, обращенной к набегающему потоку (см.рис.14)

 (3.5)

 (3.6)

 где  - плоская волна. (3.7)

Определение звуковых поверхностей, точек в которых вектор скорости горизон-тален и две предельные характеристики потока, не составляло особых трудностей. Далее для уравнения (3.1) определены новые аналитические решения, причем не все они описывают реальные течения







  (3.8)

Отметим, что последнее решение описывает течение в криволинейном канале, а второе решение - течение в сопле Лаваля с криволинейной звуковой поверхностью.

Уравнение (3.1) допускает решение, обобщающее стационарное решение Томотико-Хасимото, описывающее течение типа Тейлора, которое записывается как

  (3.9)

где  при этом имеем  (3.10)

Исследуя полученное решение получаем, что на оси сопла скорость течения- дозвуковое, а вдали на стенках сопла возникают местные сверхзвуковые зоны, определяющие как ,  (3.11)

(см.рис.15) Разработанные решения применимы и для других уравнений, в частности, уравнений Л.Р.Т., Кармана.

На основании вышеисследованного уравнения (3.1), с начально-краевыми условиями и в предположении, что существует допущение о малости нестационарных возмущений по сравнению cо стационарными 

в первом случае решение ищется в виде , (3.12)

в результате подстановки получаем некоторые дифференциальные уравнение. Это уравнение решается когда будет решена система: 

 . (3.13) Зная решение уравнения Кармана, получаем из второго уравнения (3.14), другое уравнение  (3.14)

которое ищется в виде  где   (3.15)

Подставляя (3.15) в уравнение (3.14) получим обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка, которое при помощи некоторых преобразований приводится к гипергеометрическому уравнению Гаусса – они хорошо изучены. Далее определено решение нестационарной части и в общем виде оно записывается

 (3.16) Рассматривается второй случай, а именно когда. Стационарная часть имеет

известное решение  а нестационарная найдена как:

 (3.17)

В другом случае нестационарная часть решения определена в форме

 (3.18)

Таким образом, для рассматриваемого уравнения (3.1) разработаны два вида его решения, а именно в виде суммы двух слагаемых – стационарного и нестационарного, причем размерность этих слагаемых в первом случае различна, а во втором одинаковы. Полученные решения в обоих случаях описывают нестационарные течения в осесимметричных соплах с криволинейной звуковой поверхностью, а при , полученные решения совпадают с решениями других авторов для стационарного потока.

**ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ**

**1.** Утверждается, что только плоскопараллельные околозвуковые течения в плоскости годографа при помощи классических преобразований записываются в виде линейных уравнений и решена краевая задача течения в криволинейном канале и обтекание тела с введением второго гипотетического газа.

**2.**  Разработана математическая модель для стационарного потока в плоскости , указаны классы решений, укладывающиеся в известную таблицу Щварца и применяя метод малых возмущений, решена краевая задача для газа Чаплыгина в форме Томотика-Тамада с учетом первых трех приближений.

**3.** Для основного стационарного пространственного уравнения разработаны два вида соплового решения с криволинейной звуковой поверхностью – в виде некоторого полинома и автомодельного и определены уравнения стенки сопла, звуковая поверхность с учетом первых трех приближений.

**4.** Полное осесимметричное уравнение для потенциала скоростей в неустано-вившемся режиме при помощи малых возмущений, записано в форме Л.Р.Т. Иссле-дуя это уравнение и применяя известные соотношения Куммера, получены четыре класса решений, а также решения в различных функциях математической физики.

**5.** Впервые разработаны аналитические методы решения для полного нестационар-

ного осесимметричного уравнения, описывающие различные виды течения, в том

числе течения в сопле Лаваля с прямолинейной звуковой поверхностью.

**6.** Исследуются плоское уравнение Л.Р.Т., где его решение найдено в автомо-дельном виде и в специальном разработанном виде, которое описывает обтекание тонкого тела нестационарным потоком газа, а в стационарном случае совпадает с работами других авторов. Здесь же решена начально-краевая задача теории сопла Лаваля с двумя сужениями, причем решение записано в функциях Вейерштрасса и указан механизм течения в таких соплах.

**7.** Исследовано обобщенное околозвуковое уравнение, для которого разработаны четыре вида комбинированных решения, которые обобщают ранее полученные решения в осесимметричном сопле Лаваля с криволинейной звуковой поверхностью и течения в криволинейных каналах с местной сверхзвуковой зоной.

Рассмотрены решения в форме суммы стационарного и нестационарного течений, причем в первом случае второе течение по размерности меньше первого, во втором они одинаковы.

**СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ:**

**1. Дыйканова** **А.Т.**Осесимметричное сопло с прямой звуковой линией [Текст] /У.М.Туганбаев, А.Т.Дыйканова // Проблемы выч.матем. и информац.-технологий. Матер. междунар. научно-практич.конф. (25-26), -Алматы, 1999.-C.361-362.

**2. Дыйканова** **А.Т.** Исследование несимметричных течений в осесимметричных соплах [Текст] / У.М.Туганбаев, А.Т.Дыйканова // Проблемы строительства и архитектуры на пороге XXI века. Часть 3, -Бишкек, 2000.-С.145-149.

**3. Дыйканова** **А.Т.** Некоторые решения для полного уравнения потенциала скоростей [Текст] / У.М.Туганбаев, А.Т.Дыйканова //Доклады международной научной конференции «Проблемы математического моделирования и информационных технологий»(11-12 сентябрь). - Бишкек, 2001.-C.145-148.

**4. Дыйканова** **А.Т.** К течению типа Мейера и Тейлора [Текст] / У.М.Туганбаев, А.Т.Дыйканова,С.С.Кыдырмаева//Материалы научно-практич.конференц., социаль-но-экон. механизмы реализ. прогр.КОР КР.Часть 2, - Бишкек, 2001.-С.253-260.

**5. Дыйканова** **А.Т.** К теории решений нестационарных околозвуковых уравне-ний [Текст] / У.М.Туганбаев, А.Т.Дыйканова, Н.А.Калысова // Вестник института экологии и природопользования при КГПУ им. И.Арабаева. Матер.Республ. науч. конф. посвящ. 50-летию КГПУ им. Арабаева.Вып.1, -Бишкек, 2002.-С.171-175.

**6. Дыйканова** **А.Т.** Исследование одного обобщенного осесимметричного околозвукового уравнения [Текст] / У.М.Туганбаев, М.М.Туганбаев, А.Т.Дыйканова // Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы

дифференциальных уравнений и математической физики» –Алматы, 2005.-C.194.

**7. Дыйканова** **А.Т.** О решениях линейного уравнения околозвукового течения газа [Текст] / У.М.Туганбаев, М.М.Туганбаев, А.Т.Дыйканова // Тезисы докладов международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы диф-х уравнений и математической физики». –Алматы, 2005.-C.195.

**8. Дыйканова** **А.Т.** Исследования одного околозвукового уравнения [Текст] / У.М.Туганбаев, М.М.Туганбаев, А.Т.Дыйканова // Материалы меж. нар. научно-технической конференции «Инновации в образовании науке и технике». Известия КГТУ им.И.Раззакова. – Бишкек, 2006. -C.82-86.

**9. Дыйканова** **А.Т.** Об одной краевой задаче теории сопла Лаваля с плоской звуковой линией перехода [Текст] / У.М.Туганбаев, А.Т.Дыйканова // Программа 2-ой Международной научной конференции «Проблемы современной механики».-

Алматы, Казахстан,7-8 сентября 2006. -С.191

**10. Дыйканова** **А.Т.** Неустановившиеся течения в соплах типа Мейера [Текст]

/А.Т.Дыйканова// Наука и новые технологии. -2006.-№3-4.- С.187-190.

**11. Дыйканова** **А.Т.**Нестационарные течения в соплах криволинейной звуковой линией [Текст] / А.Т.Дыйканова, У.М.Туганбаев // Вестник КАУ,-2007.- С.412-414. **12. Дыйканова** **А.Т.** О решениях одного нестационарного околозвукового урав- нения [Текст] / А.Т.Дыйканова, У.М.Туганбаев // Современные проблемы механики

сплошных сред. Вып.6.-Бишкек, 2007.-С.96-101.

**13. Дыйканова** **А.Т.** О некоторых решениях линейного уравнения околозвукового течения идеального газа [Текст] / А.Т.Дыйканова, У.М.Туганбаев // Вестник КАУ, вып.№5(16). –Бишкек, 2009. –С.57-60.

**14. Дыйканова** **А.Т.** Плоская краевая задача теории сопла Лаваля для газа Чаплыгина [Текст] / У.М.Туганбаев, А.Т.Дыйканова // Современ. проблемы механ. сплошных сред. Вып.17, -Бишкек, 2013.-С.48-54.

**15. Дыйканова** **А.Т.** Стационарная задача околозвукового течения сжимаемой жидкости в соплах [Текст] / А.Т.Дыйканова //Вестник Павлодарского гос. университета им. С.Торайгырова, Казахстан.2013.-С.111-119.

**16. Дыйканова** **А.Т.** Исследования плоских и осесимметричных околозвуковых уравнений в плоскости модуля скорости и функции тока [Текст] / А.Т.Дыйканова // Вестник ТарГУ им.М.Х.Дулати.-Тараз,-2013. –С.131-137.

**17. Дыйканова** **А.Т.** Об образовании сверхзвуковой зоны на профиле обтекаемого тела [Текст] / А.Т.Дыйканова, У.М.Туганбаев // Вестник ТарГУ им.М.Х.Дулати.-Тараз,-2013. –С.138-142.

**18. Дыйканова А.Т.** Исследование нестационарного линейного плоского около-звукового уравнения [Текст] / А.Т.Дыйканова // Современные проблемы механики сплошных сред. Вып.18.-Бишкек, 2013.-С.61-66.

**19. Дыйканова А.Т.**  Плоские нестационарные течения в соплах с двумя суже-ниями [Текст] / А.Т.Дыйканова, У.М.Туганбаев // Современные проблемы механики сплошных сред. Вып.18.-Бишкек, 2013.-С.68-74.

**20. Дыйканова А.Т.** О методе решения обобщенного околозвукового нестацио-

Нарного уравнения применительно к задаче теории сопла Лаваля [Текст] /

А.Т.Дыйканова, У.М.Туганбаев // Известия вузов. -2013,-№4.- С.12-15.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Рисунки ДАТ\Безымянный 7.JPG | C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Рисунки ДАТ\Безымянный 5.JPG | |
| **Рис.2. Кривые функци**и | **Рис.3. Плоскость годографа** | |
| C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Рисунки ДАТ\Безымянный 6.JPG | | C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Рисунки ДАТ\Безымянный 3.JPG |
| **Рис. 4. Физическая плоскость** | | **Рис. 5. Плоскость годографа** |
| C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Рисунки ДАТ\Безымянный 4.JPG | | C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Рисунки ДАТ\Безымянный 12.JPG |
| **Рис. 6. Физическая плоскость** | | **Рис.7. Сопло с криволинейной звуковой линией перехода** |

|  |  |
| --- | --- |
| *C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Рисунки ДАТ\Безымянный 8.JPG* | *C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Рисунки ДАТ\Безымянный 10.JPG* |
| **Рис.8. Течение в осесимметричном сопле**  **Лаваля** | **Рис.9. Сопло с изломом стенки** |
| **C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Рисунки ДАТ\Безымянный 11.JPG** | **C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Рисунки ДАТ\Безымянный 1.JPG** |
| **Рис.10. Течение с прямолинейной звуковой линией с образованием местной сверхзвуковой зоной** | **Рис.11. Обтекание тонкого тела** |

|  |  |
| --- | --- |
| C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Рисунки ДАТ\Безымянный 2.JPG | |
| **Рис.12. Интегральные кривые для функци**и | |
| **C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Рисунки ДАТ\Безымянный 15.JPG** | |
| **Рис.13. Плоское течение в сопле с двумя сужениями** | |
| **C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Рисунки ДАТ\Безымянный 9.JPG** | **C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Рисунки ДАТ\Безымянный 13.JPG** |
| **Рис.14. Звуковые поверхности для различных решений 3.5,3.6,3.7, соответственно** | **Рис.15. Течение в сопле с местными сверхзвуковыми зонами.** |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

**Дыйканова Айнура Тынчыбековнанын “Түтүкчөдөгү үн ылдамдыгынын тегерегиндеги агымдарды изилдөөдө жакындаштырылган аналитикалык ыкмаларды иштеп чыгуу” темасында 01.02.05 – суюктуктардын, газдардын жана плазмалардын механикасы адистиги боюнча физика – математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын**

**КОРУТУНДУ**

**Өзөктүү сөздөр;** идеалдуу газ, Лавалдын түтүкчөсү, транс үн ылдамдыгынын айланасындагы агым, жогорку үн ылдамдыгынын аймагы, тынч абалдагы түтүкчө, годограф ыкмасы, ток функциясы, окко симметриялуу агымдар, ылдамдыктын модулу, күчтүү агымдын мүнөздөмөсү.

**Изилдөөнүн объектиси;** бул үн ылдамдыгынын тегерегиндеги газ динамика-сынын негизи теңдемелерин колдонуу менен, ар кандай ички мүнөздөмөсүнө ээ түтүкчөнүн профили үчүн түзүлгөн Лавалдын түтүкчөсү болуп эсептелет.

**Иштин максаты;** түтүкчөдөгү адекваттуу агымдарга, дифференциалдык теңдемелерди чыгаруу стационардык жана стационардык эмес агымдар менен буга чейин калыптанган теорияларды жана ыкмаларды кайра иштеп чыгуу жолу менен улантуу жана өнүктүрүү камтылган.

**Изилдөөнүн ыкмасы;** математикалык физиканын атайын функцияларын колдонуу менен, автомоделдик жана атайын тандалып алынган чыгарылыштарды, жакында-тылган аналитикалык чыгарылыштарды кайра иштеп чыгууда, каралып жаткан процесстерди моделдештирүүнүн эффективдүү жолун издөөгө байланыштуу.

**Алынган жыйынтык жана анын жаңылыгы;** үн ылдамдыгынын тегерегиндеги агымдардын буга чейин калыптанган модели изилденген жана кайра иштелип чыкты, аларды чыгаруунун жаңы аналитикалык ыкмалары сунушталды жана башка авторлордун иштери менен салыштырылды.

**Сунуштар;** жыйынтыктар үн ылдамдыгынын тегерегиндеги газ динамиасынын теорияларын өнүктүрүүгө чоң салымын кошот. Практикалык колдонууда ыңгайлуу-лугу менен ЖОЖдорго газ динамикасындагы спецкурстарынын программасына сунуштоого болот.

**РЕЗЮМЕ**

**диссертации Дыйкановой Айнуры Тынчыбековны на тему: «Разработка приближенно-аналитических методов исследования околозвуковых течений в соплах» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы.**

**Ключевые слова:** идеальный газ**,** сопла Лаваля, трансзвуковые течения, сверхзву-ковая зона, звуковая линия, безударные сопла, метод годографа, функция тока, осесимметричное течение, модуль скорости, характеристики потока.

**Объект исследования:** являются сопла Лаваля, для которых строятся профиль

сопла и с различными его внутренними характеристиками, с применением основных

уравнений околозвуковой газовой динамики.

**Цель работы:** заключается в развитии и совершенствовании существующих теории и методологии путем разработки и решения дифференциальных уравнений (стационарных и нестационарных течений), адекватных течениям в соплах.

**Методы исследования:** связаны с поиском эффективных способов моделирования изучаемых процессов, разработки приближенно-аналитических решений, базируясь на методе малых возмущений, автомодельных и специальным образом выбранных решений, с использованием специальных функций математической физики.

**Полученные результаты и их новизна:** разработана и исследованы существующие модели околозвуковых течений, предложены новые аналитические методы их решений, сравниваются с работами других авторов, где они встречаются.

**Рекомендации:** результаты вносят определенный вклад в развитие теории околозвуковой газовой динамики, где они получены в простых формульных зависимостях от параметров потока удобные для практического применения. Они могут быть рекомендованы в программы спецкурсов по газовой динамике в университетах.

**RESUME**

**of the dissertation of Dyikanova Ainura Tynchybekovna on theme: "Development of approximate- analytical methods of research of transonic flows in nozzles" for the academic degree of the candidate of physical and mathematical sciences on specialty 01.02.05 - mechanics of fluids, gas and plasma.**

**Keywords:** ideal gas, Laval nozzle, transonic flows, supersonic zone, sonic line, shockless nozzle, hodograph method, flow function, axisymmetric flow, speed module, flow characteristics.

**Object of research:** the objects of research are the Laval nozzles, for which the nozzle profile with its different internal characteristics with the use of basic equations of transonic gas dynamics is built.

**Goal of the work:** is to develop and improve the existing theories and methodologies through development and solution of differential equations (steady and unsteady flows), adequate to the flows in nozzles.

**Research methods:** are connected with finding of effective ways for modelling of studied processes, development of approximate- analytical solutions, based on the method of small perturbations, self-similar and specially chosen solutions with the use of special functions of mathematical physics.

**Obtained results and their novelty:** existing models of transonic flows were developed and researched, the new analytical methods of their solutions were proposed and compared with the works of other authors, where they are met.

**Recommendations:** the results make definite contribution to the theory of transonic gas dynamics, where they are obtained in simple formula dependencies on flow parameters and convenient for practical application. They can be recommended for programs of

special courses on gas dynamics in the universitie