

**Институт физико-технических проблем и материаловедения  
Национальной академии наук Кыргызской Республики  
Диссертационный совет Д.01.09.402**

На правах рукописи  
УДК 530.1:51-72

**Серикбаев Нуржан Сагиндинович**

**СИГМА-МОДЕЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ D-БРАН  
ТИПА ДИРАКА-БОРНА-ИНФЕЛЬДА**

01.04.02 - Теоретическая физика

**Автореферат**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Работа выполнена в „Евразийский международный центр теоретической физики“ при Евразийском национальном университете им. Л.Н. Гумилева Республики Казахстан

**Научный руководитель:** доктор физико-математических наук,  
профессор Мырзакулов Р.

**Официальные оппоненты:** член-корреспондент НАН КР,  
доктор физико-математических наук,  
профессор Шаршекеев О.Ш.,  
  
доктор физико-математических наук,  
профессор Чечин Л.М.

**Ведущая организация:** Казахский национальный педагогический  
университет им. Абая, Казахстан

Защита состоится 18 марта 2011 года в 14.00 часов на заседании Диссертационного совета Д.01.09.402 при Институте физико-технических проблем и материаловедения Национальной академии наук Кыргызской Республики по адресу: 720071, г. Бишкек, проспект Чуй, 265 а.

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной библиотеке Национальной академии наук Кыргызской Республики.

Автореферат разослан 8 февраля 2011г.

**Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
д.ф.-м.н.**



**Т.Э. Урусова**

## ВВЕДЕНИЕ

**Общая характеристика работы.** Диссертация посвящена исследованию D-бран, связанных с ними обобщенных нелинейных сигма-моделей и их геометрических свойств, таких как геометрические потоки (в частности, поток Риччи, поток средней кривизны), а также построению индуцированными ими двумерных поверхностей.

**Актуальность темы.** Одной из главных и важнейших не решенных проблем современной физики является объединение всех четырех фундаментальных взаимодействий в рамках единого теоретического подхода. Одним из наиболее перспективных подходов в этом направлении, который может объединить гравитацию, электромагнетизм, слабые и сильные взаимодействия является теория суперструн. В теории суперструн с необходимостью возникает многомерное пространство-время. В связи с чем возникает проблема ненаблюдаемых дополнительных измерений. Для разрешения этой проблемы в настоящее время существуют два подхода: а) подход Калуцы–Клейна, важным элементом этого подхода является качественное объяснение того факта, что дополнительные измерения, при условии их компактификации на некотором масштабе, являются ненаблюдаемыми в области малых энергий, лежащих ниже этого масштаба; б) бранный подход заключается в том, что, несмотря на четырехмерную природу непосредственно наблюдаемого физического мира, дополнительные измерения пространства-времени могут быть макроскопическими и даже некомпактными. При этом четырехмерность нашего мира достигается посредством локализации материи в многомерном пространстве-времени на его четырехмерных подмногообразиях, называемых бранами. Брана определяется как наблюдаемая четырехмерная Вселенная - времениподобная поверхность, погруженная в пространство-время большей размерности.

Результаты, полученные на протяжении последнего десятилетия показали, что наряду с одномерными протяженными объектами – струнами – в теорию необходимо на равных основаниях включить также многомерные протяженные объекты – D-браны. При этом струна является D1-браной. Основным предположением, мотивированным фундаментальной теорией струн, является то, что наблюдаемый материальный мир может быть привязан к (4-мерному) подмногообразию, вложенному в пространство большего числа измерений, в котором могут распространяться такие поля, как гравитация. У струн могут быть совершенно произвольные условия на границе: замкнутая струна имеет периодичные граничные условия (струна „переходит сама в себя“), у открытых же струн могут быть два типа граничных условий - условия Неймана и условия Дирихле. В первом случае концы струн могут свободно двигаться в объемлющем пространстве. Во

втором же случае конец струны может двигаться только по некоторому многообразию. Это многообразие и называется D-браной.

Структура струнных теорий существенно улучшается с введением D-бран, поскольку возникает целый спектр релятивистских моделей. Вместе с недавним включением в теории D-бран солитонов было осознано, что низкоэнергетическая динамика струн может быть описана с помощью так называемого действия Дирака-Борна-Инфельда (ДБИ). С другой стороны, модели типа ДБИ можно рассматривать как обобщенные нелинейные сигма-модели. Не давно было показано, что действия струны, мембраны и их обобщения, браны (а значит и их уравнения движения) при определенном пределе сводится к соответствующим действиям нелинейных сигма-моделей типа различные непрерывные спиновые цепочки. Последних называют также как спиновые системы, моделями ферромагнетика Гейзенберга и/или уравнениями Ландау-Лифшица. Мы в этой диссертационной работе будем использовать термин спиновые системы или нелинейные сигма-модели.

**Целью диссертационной работы** является построение новых решений уравнения движения D-браны в пространстве-времени анти де Ситтера ( $AdS$ ), исследование возникновения квантовых горловин между бранами с помощью потоков Риччи, а также установление связи между ними и обобщенными нелинейными сигма-моделями.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

1. исследование динамики D-браны в пространстве-времени  $AdS$ ;
2. изучение создания и аннигиляции квантовых горловин между двумя D-бранами с помощью потоков Риччи;
3. исследование обобщенных нелинейных сигма-моделей типа ДБИ;
4. изучение связи обобщенной нелинейной сигма-модели с классом уравнений поверхностей.

**Объектом исследования работы** являются D-браны, обобщенные нелинейные сигма-модели и геометрические потоки, в частности поток Риччи, а также индуцированные или двумерные поверхности.

**Научная новизна исследования.** В данной диссертационной работе впервые получен ряд результатов, обладающих несомненной научной новизной и имеющих существенное значение для понимания физики D-бран. В работе впервые: построен ряд решений уравнений движения D-бран в пространстве-времени анти де-Ситтера; предложена статистическая модель горловины между две бранами; предложена новая нелинейная сигма-модель типа ДБИ; построено ее обобщение, учитывающее анизотропию, а также построен новый класс нелинейных сигма-моделей связанных с двумерными поверхностями.

### **Научные положения, выносимые на защиту:**

- Исследованы D-браны в пространстве-времени  $AdS_3$ ,  $AdS_3 \times S^3$  и  $AdS_p \times S^q$ , получены явные решения их уравнений движения.
- Статистическая модель горловины между двумя бранами, основанная на свойствах потоков Риччи.
- Нелинейная сигма-модель типа ДБИ. Показано, что для малых констант связи она переходит к известной нелинейной сигма-модели (модель Ландау-Лифшица). Построено ее обобщение, учитывающее анизотропию.

— Новый класс нелинейных сигма-моделей, связанных с двумерными поверхностями, порождаемых различными обобщениями формулы Родрига.

**Связь темы с планами научных работ.** Работа выполнена в соответствии с планами научно-исследовательских работ следующих проектов по программе фундаментальных исследований:

— Исследование солитонных моделей нелинейного взаимодействия частиц на базе неабелевых калибровочных теорий. (2006 - 2008гг., руководитель проекта - Р. Мырзакулов);

— Исследование структуры и динамики гравитирующих систем в ускоренно расширяющейся Вселенной. Разработка теории и методов исследования ускоряющегося расширения Вселенной (2009 - 2011гг., руководитель проекта - Р. Мырзакулов).

**Теоретическая и практическая значимость.** Результаты, полученные в данной работе, имеют теоретическую ценность во многих разделах современной теоретической и математической физики, связанных, в частности, с теорией суперструн и бран.

Полученные результаты могут иметь практическое применение как в теоретической, так и в других разделах физики.

**Достоверность, объективность и обоснованность результатов работы** подтверждаются публикациями основных научных результатов в международных изданиях по физике. При проведении соответствующих аналитических вычислений применены современные методы теоретической и математической физики.

**Апробация результатов работы.** Основные результаты работы докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях:

на международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых „Ломоносов-2005“, (Астана, апрель, 2005); на 4-ой Международной научной конференции „Современные достижения физики и фундаментальное физическое образование“, (Алматы, 5-7 октября 2005); на 59-ой научной конференции молодых ученых, посвященной Международному году физики, (Алматы, 18-23 апреля, 2005); на международной научной конференции „Актуальные вопросы теории дифференциальных уравнений с

частными производными и их приложения“, (Астана, 15-17 сентября 2008); на 6-ой международной конференции „Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент“, (Астана, 3-4 октября 2008); на 7-ой международной конференции „Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент“, (Караганда, 23-25 сентября 2010); на международной конференции "Quantum Field Theory and Gravity" (Томск, Россия, 5-9 июль 2010); на "Annual meeting of the California-Nevada Section of the APS" (Пасадена, Калифорния, США, 29-30 октябрь 2010).

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 23 печатных работах, из них журнальных — 5, в зарубежных изданиях — 7, в трудах международных конференций — 11, в том числе единоличных публикаций — 9.

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа состоит из оглавления, введения, трех глав, заключения и списка использованных источников из 198 наименований. Объем диссертации 101 страница включая 11 рисунков.

**Глава I — D-браны в пространстве-времени анти де Ситтера** посвящена исследованию динамики D-бран разных размерностей, вложенных в различные искривленные пространства-времени, которые описываются действием Дирака-Борна-Инфельда. **Глава II — Топологические переходы на бранах** посвящена исследованию статистической модели горловины, соединяющей две браны. Соответствующая статистическая плотность вероятности связана с функционалом Перельмана соответствующего потока Риччи. В главе III — **D1-брана, обобщенная сигма-модель типа Дирака-Борна-Инфельда и двумерные поверхности** устанавливается связь между обобщенными нелинейными сигма-моделями и двумерными поверхностями.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** даны исторический обзор и общая характеристика работы. Показана актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи исследования, положения диссертации, выносимые на защиту, научная новизна результатов и их практическая значимость.

**Глава I — D-браны в пространстве-времени анти де-Ситтера.** В этой главе рассматриваются браны, вложенные в различные пространства  $AdS$ , которые описываются действием ДБИ:

$$S = - \int dt dz \sqrt{-\det(g + F + B^{NS})}, \quad (1)$$

где  $(t, z)$  являются координатами Пуанкаре,  $g$  — метрика фонового пространства-времени,  $F$  — тензор электромагнитного поля,  $B^{NS}$

— потенциал Неве-Шварца. Плотность потока электрического поля определяется как:  $\partial L / \partial E = b$ .

Основным уравнением, рассматриваемым в этом разделе, является уравнение непрерывности тензора-энергии импульса:

$$\Theta_{\beta}^{\alpha} = \frac{\partial L}{\partial_{\alpha} r} \partial_{\beta} r + \frac{\partial L}{\partial F_{\alpha\gamma}} F_{\beta\gamma} - \delta_{\beta}^{\alpha} L, \quad (2)$$

при  $\alpha = \beta = t$  получаем плотность энергии:  $\Theta_t^t = H$ , при  $\alpha = \beta = z$  получаем тензор энергии-импульса:  $\Theta_z^z = a$ .

В разделе 1.1 рассматривается D1-брана в пространстве-времени  $AdS_3$ , для которой метрика записывается в виде:

$$ds^2 = -r^2 dt^2 + r^2 dz^2 + r^{-2} dr^2. \quad (3)$$

Потенциал Неве-Шварца записывается в виде:  $B^{NS} = r^2 dt \wedge dz$ , а тензор электромагнитного поля:  $F = E dt \wedge dz$ . В этих обозначениях лагранжиан для статической браны принимает следующий вид:

$$L = -\sqrt{r^4 + r'^2 - (r^2 + E)^2}, \quad (4)$$

где  $r$  описывает положение D-струны. Откуда и получаем уравнение для тензора энергии-импульса:

$$r'^2 + V(r) = 0, \quad (5)$$

где  $V(r) = -(r^8 - a^2 r^4 - 2abr^6)/(a + br^2)^2$ . Общее решение этого уравнения имеет вид:

$$\begin{aligned} & \{ (\sqrt{(a^2 - 2abr^2 + r^4)}/m_1 - im_2 r \sqrt{1 - r^2/m_2} \sqrt{1 + r^2/m_1} * \\ & E(i \text{ArcSinh}[\sqrt{r/m_1}], -m_1/m_2) + i \sqrt{a^2(1 + b^2)} r \sqrt{1 - r^2/m_2} \sqrt{1 + r^2/m_1} * \\ & F(i \text{ArcSinh}[\sqrt{r/m_1}], -m_1/m_2) \} \left( ar \sqrt{(-a^2 - 2abr^2 + r^4)}/m_1 \right)^{-1} = z - z_0. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $m_i$  — коэффициенты, выраженные через  $a$  и  $b$ . Таким образом, получен профиль D1-браны в пространстве-времени  $AdS_3$ .

В разделе 1.2 рассматривается D1-брана в пространстве-времени  $AdS_3 \times S^3$ . Фоновая метрика в  $AdS_3 \times S^3$  задается выражением

$$ds^2 = -r^2 dt^2 + r^2 dz^2 + r^{-2} dr^2 + d\theta^2 + \sin^2 \theta (d\phi^2 + \sin^2 \phi d\xi^2), \quad (7)$$

где введены сферические координаты  $(\theta, \phi, \xi)$  для  $S^3$ . Тензор электромагнитного поля запишется в виде:  $F = E dt \wedge dz + B dz \wedge d\theta$ , где вводится член  $B dz \wedge d\theta$ , отвечающий за магнитное поле. Соответствующий лагранжиан принимает следующий вид:

$$L = -\sqrt{r^4 + r'^2 - (r^2 + E)^2 + B^2 r^2}. \quad (8)$$



Отсюда получим уравнение для  $r$ :

$$r'^2 + V(r) = 0, \quad (9)$$

где  $V(r) = -[(1 + b^2)r^8 - (a + br^2)^2(r^4 + B^2r^2)]/(a + br^2)^2$ . При  $a = 0$ , решение уравнения (9) имеет следующий вид:

$$\operatorname{arctg} \left( \frac{bB}{\sqrt{b^2B^2 + r^2}} \right) = z - z_0. \quad (10)$$

В разделе 1.3 построены некоторые решения уравнений D-бран в  $AdS_3$ . Зададим потенциал Неве-Шварца следующим выражением  $B^{NS} = -(lr)^2 dt \wedge dz$ , электрическое поле берем в виде:  $F = l^2(r^2 + f)dz \wedge dt$ . Тогда соответствующий лагранжиан имеет вид

$$L = -T_D l^2 \sqrt{r'^2 - \dot{r}^2 + r^4 - (r^2 + f)^2}, \quad (11)$$

для которого получаем следующее уравнение движения:

$$M[\ddot{r} - r'' - (r^3 + rf)] - \frac{1}{2}(\dot{r}M - r'M') = 0. \quad (12)$$

Рассмотрим некоторые точные решения, в частности при  $r(t, z) = r(z)$  имеем точное решение:

$$r = \sqrt{\frac{f}{2}} sh \sqrt{2f}(z - z_0) \quad (13)$$

соответствующее частному случаю  $M(z) = 0$  или  $r'^2 = 2r^2f + f^2$ . Из этого решения видно, что с увеличением значения электромагнитного поля ширина браны уменьшается.

**Глава II — Топологические переходы на бранах.** Эта глава посвящена изучению статистической модели горловины, соединяющей две браны. Статистическое описание основано на функционале Перельмана соответствующего потока Риччи. Потоки Риччи это система дифференциальных уравнений в частных производных — нелинейный аналог уравнения теплопроводности. Эта система описывает деформацию римановой метрики на многообразии. Пусть  $g_{ij}$  есть риманова метрика на многообразии (зависящая от действительного параметра  $\lambda$ ), и  $R_{ij}$  — тензор Риччи. Уравнение потока Риччи имеет вид:

$$\frac{\partial g_{ij}}{\partial \lambda} = -2R_{ij}, \quad (14)$$

где  $\lambda$  — некоторый параметр.

В подразделе 2.1 приведены справочные материалы, касающиеся геометрических потоков, в частности потоков Риччи.



В подразделе 2.2. рассматривается Эйнштейновский лагранжиан с фантомным скалярным полем и с потенциалом синус-Гордона

$$L = -\frac{R}{16\pi G} - \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi - V(\varphi), \quad (15)$$

где  $R$  — скалярная кривизна,  $G$  — гравитационная константа Ньютона, и  $V$  потенциал синус-Гордона с противоположным знаком

$$V = \frac{m^4}{\lambda} \left[ \cos\left(\frac{\sqrt{\lambda}}{m}\varphi\right) - 1 \right]. \quad (16)$$

Здесь  $m$  является массой скалярного поля синус-Гордона, и  $\lambda$  является коэффициентом связи. Тензор энергии-импульса для скалярного поля имеет вид

$$T_i^k = -\partial_i\varphi\partial^k\varphi - \delta_i^k \left[ -\frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi - V(\varphi) \right]. \quad (17)$$

Соответствующие уравнения гравитационного и скалярного поля пишутся в виде

$$G_i^k = 8\pi G T_i^k, \quad (18)$$

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left( \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \frac{\partial\varphi}{\partial x^\nu} \right) = \frac{\partial V}{\partial\varphi}. \quad (19)$$

Показано, что в этом случае имеется горловинное решение уравнения Эйнштейна, которое дает две браны, соединенные горловиной. Ищем метрику для горловинного решения в форме

$$ds^2 = e^{2F(r)} dt^2 - \frac{dr^2}{A(r)} - (r^2 + r_0^2)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (20)$$

Вводим новые безразмерные переменные  $\phi = (\sqrt{\lambda}/m)\varphi$ ,  $x = mr$  и после некоторых алгебраических вычислений получаем из (17)-(19) следующие уравнения

$$-\frac{A'}{A}x + \frac{1}{A} + \frac{x^2}{x^2 + x_0^2} - 2 = \frac{x^2 + x_0^2}{A}\beta \left( -\frac{A}{2}\phi'^2 + \cos\phi - 1 \right), \quad (21)$$

$$\frac{2x^2}{x^2 + x_0^2} - 2 - \frac{A'}{A}x + 2xF' = -\beta(x^2 + x_0^2)\phi'^2, \quad (22)$$

$$\phi'' + \left( -\frac{\beta}{2} \frac{x^2 + x_0^2}{x} \phi'^2 + \frac{A'}{A} + \frac{1}{x} + \frac{x}{x^2 + x_0^2} \right) \phi' = \frac{1}{A} \sin\phi, \quad (23)$$

где  $\beta = m^2/\lambda$ . Граничные условия горловинного решения должны иметь следующий вид  $A'(0) = F'(0) = \phi(0) = 0$ . Подставляя эти условия в (21)-(23), мы получаем ограничения на граничные значения метрики и скалярного поля

в виде:  $A(0) = 1 + 2\beta x_0^2$ ,  $\phi(0) = \pi$ ,  $\phi'(0) = \sqrt{2/\beta x_0^2}$ . Решая численно уравнения (21)-(23) с этими граничными условиями и  $\beta = 1$ , получим результаты, представленные на Рис. 1, 2. Здесь можно видеть что асимптотически (в  $x \rightarrow \pm\infty$ )  $\phi \rightarrow \pi$  и  $e^{2F(x)} \rightarrow \frac{2}{3}x^2$ . Последнее говорит нам, что асимптотика горловинного решения дается пространством  $AdS$ .

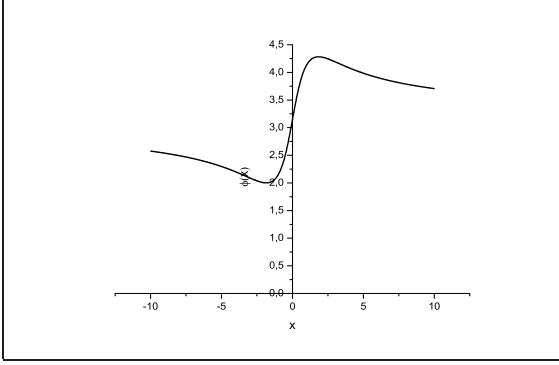


Рис. 1. Профиль скалярного поля  $\phi(x)$ .  
 $\beta = 1$ . Асимптотически  $\phi \rightarrow \pi$ .

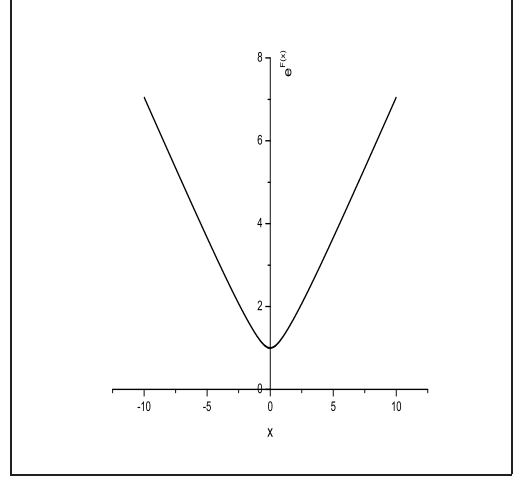


Рис. 2. Профиль  $e^{F(x)}$ .

В подразделе 2.3 с помощью потоков Риччи предложена статистическая модель горловины, соединяющая две браны.

Рассмотрим 3D часть метрики (20)

$$dl^2 = e^{2u(r,\lambda)} dr^2 + e^{2v(r,\lambda)} (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (24)$$

где начальные условия  $\lambda = 0$  дают нам 3D часть метрики кротовой норы (20)

$$u(r, 0) = \frac{1}{2} \ln A(r), \quad e^{2v(r,0)} = (r^2 + r_0^2). \quad (25)$$

Уравнения соответствующего потока Риччи имеют следующий вид:

$$\frac{\partial u}{\partial \lambda} = 2e^{-2u} (v'' - u'v' + v'^2), \quad \frac{\partial v}{\partial \lambda} = e^{-2u} (v'' - u'v' + 2v'^2) - e^{-2v}, \quad (26)$$

где  $u = u(r, \lambda)$ ,  $v = v(r, \lambda)$ . Отметим, что имеется солитонное решение, которое определено как  $\partial u / \partial \lambda = \partial v / \partial \lambda = 0$ . В этом случае решением уравнений (26) является  $(e^v)' = \pm e^u$ . Можно показать, что вводя новую координату  $x$ :  $\pm e^u dr = (e^v)' dr = dx$  метрика (24) может быть записана в форме

$$dl^2 = dx^2 + x^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (27)$$

Непосредственно мы видим, что это есть трехмерное Евклидовое пространство.

Найти аналитическое решение уравнений (26) очень сложно, поэтому мы ищем численное решение. Начальные и граничные условия берем в

следующем виде

$$u(r, \delta) = -\frac{1}{2} \ln A(r); \quad u(r_1, \lambda) = \frac{1}{2} \ln A(r_1)0; \quad (28)$$

$$v(r, 0) = \frac{1}{2} \ln(r^2 + r_0^2); \quad \frac{\partial v(\delta, \lambda)}{\partial r} = 0; \quad v(r_1, \lambda) = \frac{1}{2} \ln(r_1^2 + r_0^2). \quad (29)$$

Результат численных вычислений для этого потока Риччи представлен на рис. 3 и 4. Из рис. 4 видно, что радиус горловины  $e^{v(0, \lambda)} \xrightarrow{\lambda \rightarrow \lambda_0} 0$ . Одновременно в этой точке появляется сингулярность, так как  $e^{u(0, \lambda)} \xrightarrow{\lambda \rightarrow \lambda_0} \infty$ .

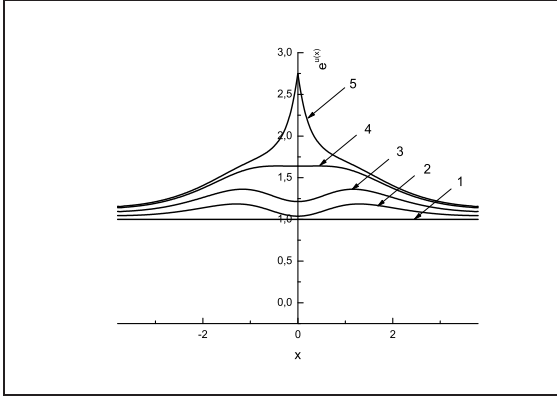


Рис. 3. Профиль функции  $e^{u(r, \lambda)}$ . 1 –  $\lambda = 0$ ; 2 –  $\lambda = 0.3 \cdot \lambda_0$ ; 3 –  $\lambda = 0.6 \cdot \lambda_0$ ; 4 –  $\lambda = 0.9 \cdot \lambda_0$ ; 5 –  $\lambda \approx \lambda_0$ .

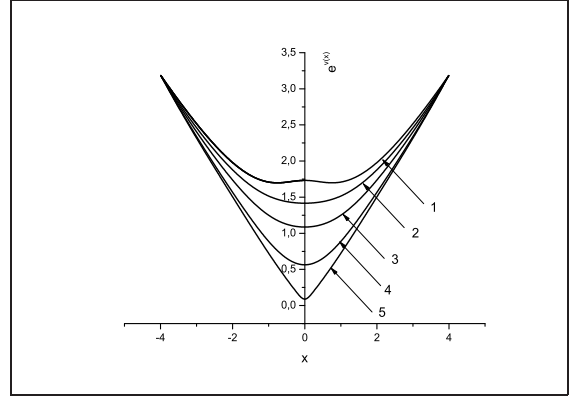


Рис. 4. Профиль функции  $e^{v(r, \lambda)}$ . 1 –  $\lambda = 0$ ; 2 –  $\lambda = 0.3 \cdot \lambda_0$ ; 3 –  $\lambda = 0.6 \cdot \lambda_0$ ; 4 –  $\lambda = 0.9 \cdot \lambda_0$ ; 5 –  $\lambda \approx \lambda_0$ .

Таким образом, в данной главе предложена статистическая модель горловины, соединяющей две браны на основе потоков Риччи.

**Глава III — D1-брана, обобщенная сигма-модель типа Дирака-Борна-Инфельда и двумерные поверхности** — посвящена исследованию обобщенной нелинейной сигма-модели, построению двумерных поверхностей, вложенных в трехмерное евклидово пространство. Здесь устанавливается связь между обобщенными нелинейными сигма-моделями и двумерными поверхностями [1]-[5].

Нелинейная сигма-модель это модель в теории поля, в которой  $k$  скалярных полей  $\varphi^i$  ( $i = 1, \dots, k$ ) рассматриваются как задающие отображение  $\varphi : R^d \rightarrow M$   $d$ -мерного пространства-времени  $R^d$  (произвольной сигнатуры) в некоторое многообразие размерности  $k$  с метрикой  $g_{ij}(\varphi)$ . При этом действие для сигма-модели имеет вид:

$$S = \int \frac{1}{\lambda^2} g_{ij}(\varphi) \partial_\mu \varphi^i \partial^\mu \varphi^j d^d x \quad (\mu = 1, \dots, d). \quad (30)$$

Здесь  $\lambda$  — безразмерная константа связи,  $x$  — точка  $d$ -мерного пространства-времени,  $\partial_\mu \equiv \partial/\partial x^\mu$ ,  $\partial^\mu \equiv \partial/\partial x_\mu$  (по совпадающим верхним и нижним индексам предполагается суммирование).

Исторически первая сигма-модель возникла как эффективная теория безмассовых возбуждений в следующей задаче. Рассмотрим теорию  $(k + 1)$ -компонентного поля с действием

$$S = \int \left\{ \frac{1}{\lambda^2} \partial_\mu \mathbf{n} \partial^\mu \mathbf{n} + V(\mathbf{n}^2) \right\} d^d x. \quad (31)$$

Если потенциал  $V(\mathbf{n}^2)$  обладает минимумом при  $\mathbf{n}^2 = 1$ , то вблизи минимума имеются одно массивное поле, описывающее флуктуации модуля  $|\mathbf{n}|$ , и  $k$  безмассовых полей, описывающих флуктуации направления поля и с сохранением величины  $\mathbf{n}^2 = 1$ . Безмассовые поля допускают интерпретацию как координаты  $\varphi^i$  на сфере  $\mathbf{n}^2 = 1$ , и вклад полей  $\varphi^i$  в действие (31) даётся формулой (30), где  $g_{ij}(\varphi)$  — индуцированная метрика на сфере. Первое приложение этой схемы было связано с теорией трёх псевдоскалярных  $\pi$ -мезонов, которые отождествлялись с полями  $\varphi^i$  в случае  $k = 3$ , а роль массивного поля  $|n|$  играла т. н. сигма-частица, которая и дала название модели. Сигма-модель с действием (30) допускает два обобщения. Во-первых, вместо плоского  $d$ -мерного пространства-времени  $R^d$  можно рассматривать искривлённое. При этом в (30) появится метрика (гравитационное поле)  $G_{\mu\nu}(x)$  и действие приобретёт вид:

$$S = \int \frac{1}{\lambda^2} g_{ij}(\varphi) \partial_\mu \varphi^i \partial_\nu \varphi^j G^{\mu\nu}(x) \sqrt{G} d^d x, \quad (32)$$

где  $G = \det(G^{\mu\nu})$ . Имеет смысл также рассматривать пространство-время произвольной топологии. Такие теории лучше всего изучены в случае  $d = 2$ , они играют значительную роль в современной теории струн. Для струнных приложений представляет также интерес сигма-модель, в которых  $M$  не являются многообразиями, а могут иметь различного рода сингулярности, при этом действие должно быть доопределено в сингулярных точках. Во-вторых, при некоторых значениях  $d$  (например,  $d = 1, 2$ ) можно рассматривать суперсимметричные сигма-модели, в которых  $x^\mu$  заменяются на координаты  $(x^\mu, \theta)$ , в суперпространстве ( $\theta$ -нечётная координата), а поля  $\varphi^i(x)$  — на суперполя  $\Phi^i(x, \theta) = \varphi^i(x) + \theta \psi^i(x)$ . Здесь  $\psi^i$  — фермионные компоненты суперполей, которые можно интерпретировать как касательные векторы к многообразию  $M$ . Современный интерес к сигма-моделям объясняется главным образом их прямой связью с геометрией и теорией суперструн. Геометрические структуры на многообразии проявляются в физических свойствах соответствующих сигма-моделей.

В разделе 3.1 предлагается обобщенная нелинейная сигма-модель типа ДБИ. В этом разделе мы рассматриваем обобщенную нелинейную сигма-модель, заданную следующим действием типа ДБИ

$$S = - \int F(u) dt dx, \quad (33)$$

где

$$F(u) = \frac{\sqrt{\alpha}}{\beta} \left[ \sqrt{\alpha} - \sqrt{\alpha - \beta u} \right] = \frac{\sqrt{\alpha}}{\beta} \left[ \sqrt{\alpha} - \sqrt{\alpha + \beta \det(A_x)} \right] \quad (34)$$

и

$$A = \begin{pmatrix} n_3 & n^- \\ n^+ & -n_3 \end{pmatrix}. \quad (35)$$

Здесь  $u = \mathbf{n}_x^2$ ,

$$\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3), \quad (36)$$

$$\mathbf{n}^2 = n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1, \quad (37)$$

$$\mathbf{n}_x^2 = n_{1x}^2 + n_{2x}^2 + n_{3x}^2, \quad (38)$$

и  $n^\pm = n_1 \pm in_2$ . Уравнения движения для этой модели имеют вид

$$n_{it} = \{n_i, H\} = \epsilon_{imn} \frac{\delta H}{\delta n_m} n_n = \epsilon_{imn} \frac{\delta H}{\delta u} \frac{\delta u}{\delta n_m} n_n, \quad (39)$$

где  $\epsilon_{imn}$  является антисимметричным тензором,  $\epsilon_{123} = 1$ . Гамильтониан запишется в следующем виде

$$H = \int F(u) dx. \quad (40)$$

Здесь скобки Пуассона для двух произвольных функционалов  $A$  и  $B$  имеют вид

$$\{A, B\} = \epsilon_{lmn} \int \frac{\delta A}{\delta n_l} \frac{\delta B}{\delta n_m} n_n dx. \quad (41)$$

Отсюда получаем, что

$$\{n_i(x), n_j(x')\} = \epsilon_{ijk} n_k \delta(x - x'). \quad (42)$$

Уравнения движения (39) в векторной форме примут следующий вид

$$\mathbf{n}_t = \frac{\delta F}{\delta u} \mathbf{n} \wedge \mathbf{n}_{xx}. \quad (43)$$

В подразделе 3.2 рассматривается одномерная нелинейная сигма-модель

$$\mathbf{n}_t = \mathbf{n} \wedge \mathbf{n}_{xx}. \quad (44)$$

Соответствующий гамильтониан задается в виде

$$H = \frac{1}{2} \int \mathbf{n}_x^2 dx. \quad (45)$$

Рассмотрим случай, когда  $\mathbf{n}$  не зависит от  $t$ , т.е.  $\mathbf{n}_t = 0$ . В этом случае нелинейная сигма-модель (44) примет вид

$$\mathbf{n} \wedge \mathbf{n}_{xx} = 0. \quad (46)$$

Таким образом, уравнения движения для нашего случая запишутся в виде

$$\mathbf{n}_{xx} + \mathbf{n}_x^2 \mathbf{n} = 0. \quad (47)$$

Если учитывать анизотропию, то гамильтониан (40) примет вид

$$H = \frac{1}{2} \int [F(u) - \mathbf{n} \cdot J\mathbf{n}] dx, \quad (48)$$

где  $J = \text{diag}(J_1, J_2, J_3)$ ,  $J_i = \text{const}$ . И тогда соответствующие уравнения движения имеют вид

$$\mathbf{n}_t = \frac{dF}{du} \mathbf{n} \wedge \mathbf{n}_{xx} + \mathbf{n} \wedge J\mathbf{n}. \quad (49)$$

Заметим, что если  $\frac{\beta}{\alpha}u \ll 1$ , то

$$\sqrt{\alpha - \beta u} \approx \sqrt{\alpha} - \frac{1}{2} \frac{\beta}{\sqrt{\alpha}} u. \quad (50)$$

Здесь мы использовали формулу

$$(1-x)^n = 1 - nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 - \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \dots \\ + (-1)^k \frac{n!}{(n-k)!k!}x^k + \dots \quad (51)$$

Далее нами рассмотрен многомерный случай. В этом случае, гамильтониан (40) перепишется как

$$H = \int F(v) dx dy dz, \quad (52)$$

где  $v = (\nabla \mathbf{n})^2$  и  $\nabla = \mathbf{i}\partial_x + \mathbf{j}\partial_y + \mathbf{k}\partial_z$ . Соответствующие уравнения движения есть

$$\mathbf{n}_t = \frac{dF}{dv} \mathbf{n} \wedge \Delta \mathbf{n} + \mathbf{n} \wedge J\mathbf{n}, \quad (53)$$

где  $\Delta = \partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2$  — лапласиан. В диссертации рассмотрены и другие варианты этой сигма-модели, например, следующая модель

$$F = \gamma \ln(\delta + \kappa u). \quad (54)$$

В разделе 3.3. устанавливается связь нелинейных сигма-моделей с классом двумерных поверхностей [6], [7]. Рассматривается обобщенное уравнение поверхностей в следующем виде

$$\mathbf{r}_x = a_1 \mathbf{n} \wedge \mathbf{n}_x + a_2 \mathbf{n} \wedge \mathbf{n}_y + a_3 \mathbf{n}_x + a_4 \mathbf{n}_y + a_5 \mathbf{n}, \quad (55)$$

$$\mathbf{r}_y = b_1 \mathbf{n} \wedge \mathbf{n}_x + b_2 \mathbf{n} \wedge \mathbf{n}_y + b_3 \mathbf{n}_x + b_4 \mathbf{n}_y + b_5 \mathbf{n}, \quad (56)$$

где  $\mathbf{n}(x, t)$  - вектор нормали к поверхности,  $a_i(x, t)$ ,  $b_i(x, t)$  — вещественные скалярные функции. Из условия совместности этих уравнений получим

$$a_{5y} - b_{5x} + (a_1 + b_2) \mathbf{n} \cdot (\mathbf{n}_y \wedge \mathbf{n}_x + \mathbf{n} \cdot [(a_3 - b_4) \mathbf{n}_{xy} + a_4 \mathbf{n}_{yy} - b_3 \mathbf{n}_{xx}]) = 0. \quad (57)$$

Отсюда получим следующую нелинейную сигма-модель с самосогласованным потенциалом

$$\mathbf{n} \wedge [a_2 \mathbf{n}_{yy} + (a_1 - b_2) \mathbf{n}_{xy} - b_1 \mathbf{n}_{xx}] + (a_{3y} - b_5) \mathbf{n}_x + (a_5 + b_{4x}) \mathbf{n}_y = 0, \quad (58)$$

$$a_{5y} - b_{5x} = (a_1 + b_2) \mathbf{n} \cdot (\mathbf{n}_x \wedge \mathbf{n}_y). \quad (59)$$

Это является двумерным обобщением сигма-модели (49) с дополнительным уравнением для потенциальных полей:  $a_i$  и  $b_i$ . Рассмотрим частные случаи. Пусть выполняются следующие соотношения:  $a_1 = a_2 = a_4 = a_5 = b_1 = b_2 = b_3 = b_5 = 0$ ,  $a_3 = -\rho_1$ ,  $b_4 = -\rho_2$ . Тогда из (55) – (56) получим формулы Родрига:

$$\mathbf{r}_x = -\rho_1 \mathbf{n}_x, \quad \mathbf{r}_y = -\rho_2 \mathbf{n}_y. \quad (60)$$

Соответствующая сигма-модель имеет вид

$$(\rho_1 - \rho_2) \mathbf{n}_{xy} - \rho_2 \mathbf{n}_y + \rho_1 \mathbf{n}_x = 0. \quad (61)$$

Теперь положим  $a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = b_1 = b_3 = b_4 = b_5 = 0$ ,  $a_1 = -\rho$ ,  $b_2 = -\rho$ . С учетом этого формулы (55) – (56) переходят в известные в дифференциальной геометрии поверхности формулы Лельёвра

$$\mathbf{r}_x = -\rho \mathbf{n}_x \wedge \mathbf{n}, \quad \mathbf{r}_y = -\rho \mathbf{n} \wedge \mathbf{n}_y, \quad (62)$$

которые сводят определение поверхности к отысканию вектора  $\mathbf{n}$ . Соответствующая нелинейная сигма-модель имеет вид

$$\rho \mathbf{n} \wedge \mathbf{n}_{xy} - \frac{1}{2} (\rho_y \mathbf{n}_x + \rho_x \mathbf{n}_y) \wedge \mathbf{n} = 0. \quad (63)$$

Отметим, что формулы Лельёвра играют важную роль в геометрической теории (2+1)-мерных интегрируемых нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных [8]-[12].



В работах У.К. Шифа были найдены следующие новые формулы для касательных векторов поверхности

$$\mathbf{r}_x = \rho \mathbf{n}_y \wedge \mathbf{n} + \mu \mathbf{n}_x, \quad \mathbf{r}_y = \rho \mathbf{n} \wedge \mathbf{n}_x + \mu \mathbf{n}_y, \quad (64)$$

которые называют формулами Шифа. Здесь  $\rho, \mu$  — некоторые вещественные функции. Отметим, что формулы (64) являются частным случаем (55) – (56) при  $a_1 = a_4 = a_5 = b_2 = b_3 = b_5 = 0, a_2 = -\rho, a_3 = \mu, b_1 = \rho, b_4 = \mu$ . Формулам Шифа соответствует следующая нелинейная сигма-модель

$$(\rho \mathbf{n} \wedge \mathbf{n})_x)_x - (\rho \mathbf{n}_x \wedge \mathbf{n}_y)_y + \mu_x \mathbf{n}_y - \mu_y \mathbf{n}_x = 0. \quad (65)$$

Далее нами рассмотрены различные новые частные случаи формул (55) – (56) и построены ассоциированные с ними обобщенные сигма-модели. Как мы увидим ниже, эти частные редукции (55) – (56) определяют новый класс поверхностей, генерируемых стационарными вариантами (2+1)-мерных обобщенных нелинейных сигма-моделей.

i). Рассмотрим случаи, когда  $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = b_2 = b_3 = b_4 = b_5 = 0, a_5 = b_1 = 1$ . Формулы (55) – (56) принимают вид

$$\mathbf{r}_x = \mathbf{n}, \quad \mathbf{r}_y = \mathbf{n} \wedge \mathbf{n}_x. \quad (66)$$

При этом нелинейная сигма-модель (58) – (59) записывается так:

$$\mathbf{n}_y = \mathbf{n} \wedge \mathbf{n}_{xx}. \quad (67)$$

Это есть не что иное, как изотропная сигма-модель Ландау-Лифшица.

ii). Положим  $a_1 = a_3 = a_4 = a_5 = b_2 = b_3 = b_4 = b_5 = 0, a_2 = 1, b_1 = -1$ . В этом случае формула (55) – (56) принимает вид

$$\mathbf{r}_x = \mathbf{n} \wedge \mathbf{n}_y, \quad \mathbf{r}_y = -\mathbf{n} \wedge \mathbf{n}_x, \quad (68)$$

а система (58) – (59) записывается так:

$$\mathbf{n} \wedge (\mathbf{n}_{xx} + \mathbf{n}_{yy}) = 0. \quad (69)$$

Это есть стационарный случай (2+1)-мерной изотропной модели Ландау-Лифшица, имеющей форму

$$\mathbf{n}_t = \mathbf{n} \wedge (\mathbf{n}_{xx} + \mathbf{n}_{yy}). \quad (70)$$

Уравнение (69) известно также как  $O(3)$  сигма-модель и является интегрируемым уравнением.

Таким образом, в этой главе предложена нелинейная сигма-модель типа ДБИ, получена связь между обобщенными нелинейными сигма-моделями и классом поверхностей.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

### Основные выводы по результатам диссертационных исследований:

- исследованы D-браны в пространстве-времени  $AdS_3$ ,  $AdS_3 \times S^3$  и  $AdS_p \times S^q$ , получены явные решения для их уравнений движения.
- предложена статистическая модель горловины, соединяющей две браны. Показано, что соответствующая плотность вероятности связана с функционалом Перельмана для потока Риччи.
- предложена новая нелинейная сигма-модель типа Дирака-Борна-Инфельда. Показано, что для малых констант связи она переходит к известной модели Ландау-Лифшица. Построено ее обобщение, учитывающее анизотропию.
- построен новый класс нелинейных сигма-моделей индуцированных двумерными поверхностями, получаемых обобщенными формулами Родрига, Шифа и Лельевра.

**Оценка полноты решений поставленных задач.** Поставленные в работе задачи выполнены в полном объеме, проведен сравнительный анализ полученных результатов.

**Разработка рекомендаций и исходные данные по конкретному использованию результатов.** Полученные результаты могут быть использованы как в теоретической, так и в других разделах физики.

**Оценка научного уровня выполненной работы в сравнении с лучшими достижениями в данной области.** Работа и полученные результаты соответствуют современному мировому уровню исследований в данной области.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Anco S.C., Myrzakulov R. // Journal of Geometry and Physics. — 2010. — Vol.60, №10. — P. 1576–1603.
- 2 Myrzakulov R., Elizalde E., Obukhov V.V., Saez-Gomez D. // Classical and Quantum Gravity. — 2010. — Vol.27, №9. — P. 095007 (13p).
- 3 Martina L, Myrzakul Kur., Soliani G., Myrzakulov R. // Journal of Mathematical Physics. — 2001. — Vol.42, №3. — P.1397–1417.
- 4 Lakshmanan M., Vijayalakshmi S., Danlybaeva A., Myrzakulov R. // Journal of Mathematical Physics. — 1998. — Vol.39, №7. — P. 3765–3771.
- 5 Gogberashvili M., Myrzakul Sh., Singleton D. // Physical Review D. — 2009. — Vol.80, №2. — P. 4040–4045.
- 6 Vijayalakshmi S., Syzdykova R., Lakshmanan M., Myrzakulov R. // Journal of Mathematical Physics. — 1998. — Vol.39, №4. — P. 2122–2139.
- 7 Myrzakulov R., Tureanu A., Saez-Gomez D. // Physical Review D. — 2011.

- 8 Nugmanova G., Syzdykova R., Myrzakulov R. // Journal of Physics A: Mathematical & Theoretical. — 1998. — Vol.31, №47. — P.9535–9545.
- 9 Vijayalakshmi S., Nugmanova G., Lakshmanan M., Myrzakulov R. // Physics Letters A. — 1997. — Vol.233, №4–6. — P. 391–396.
- 10 Daniel M., Amuda R., Myrzakulov R. // Physica A. — Vol.234, №3–4. — P.715–724.
- 11 Makhankov V.G., Pashaev O.K., Myrzakulov R. // Letters in Mathematical Physics. — 1989. — V.16, №1. — P.83–92.
- 12 Makhankov V.G., Makhankov A., Myrzakulov R. // Physica Scripta. — 1987. — Vol.35, №3. — P. 233–237.

## СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

- 1 Серикбаев Н.С. Динамика D1-браны на фоне  $AdS_3$  // Материалы 7-ой международной конференции "Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент", Караганда, — 2010. — С.57–59.
- 2 Dzhunushaliev V., Serikbayev N., Myrzakulov R. Topology change in quantum gravity and Ricci flows // E-preprint [arXiv: gr-qc/0912.5326v2].
- 3 Мырзакулов Р., Серикбаев Н.С., Алибек А.А., Шайхова Г.Н., Киязова Г.К. Геометрия подмногообразия, геометрические потоки и спинные системы // Вестник ЕНУ им.Л.Н. Гумилева. — 2008. — №6. — С. 189–195.
- 4 Серикбаев Н.С., Мырзакулов Р. Поток Риччи, связанный с уравнением ферромагнетика Гейзенберга // Материалы 6-ой международной научной конференции "Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент", Астана, 3-4 октября. — 2008. — С.70–73.
- 5 Serikbaev N.S., Bitibaeva Zh.M., Yerzhanov K.K., Myrzakulov R. Integrable isotropic geometrical flows and Heisenberg ferromagnets // E-preprint [arXiv:math.DG/0804.0837v1].
- 6 Серикбаев Н.С. Геометрический поток связанное с уравнением УМ-I // Материалы международной научной конференции молодых ученых, студентов и школьников "VIII Сатпаевские чтения", серия "Молодые ученые", том 18, Павлодар. — 2008. — С. 295–299.
- 7 Серикбаев Н.С. Поток средней кривизны связанной с уравнением ферромагнетика и Гейзенберга // Тезисы докладов международной научной конференции "Актуальные вопросы теории дифференциальных уравнений с частными производными и их приложения", Астана, 15-17 сентябрь. — 2008. — С.64.
- 8 Серикбаев Н.С. Поток Риччи связанное с уравнением Мырзакулова-I // Тезисы докладов международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых "Ломоносов-2008", Астана, 4-5 апреля. — 2008. — С.49–50.

9 Серикбаев Н.С., Мырзакулов Р. 2-брана в шестимерном пространстве-времени // Тезисы докладов международной конференции "Молодежь и Космос", КазНУ им. Аль-Фараби, Алматы. — 2007г. — С.7.

10 Серикбаев Н.С. О некоторых решениях уравнений D-бран в трехмерном пространстве-времени анти де-Ситтера // Вестник КазНУ. — №1(21). — серия физическая. — 2006. — С. 36–40.

11 Серикбаев Н.С., Мырзакулов Р. AdS D2-браны в пространстве-времени  $AdS_3 \times S^3$  // Материалы 5-ой международной конференции "Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент", Астана, 15-17 июнь. — 2006. — С. 82–85.

12 Рыбаков Ю.П., Серикбаев Н.С., Мырзакул К., Рахимов Ф.К., Мырзакулов Р. Об одной нелинейной модели упругих негейзенберговских ферромагнетиков с биквадратичным спиновым обменом // Вестник РУДН, серия Физика. — 2005. — №1 (13). — С. 103–112.

13 Серикбаев Н.С. О некоторых точных решениях уравнения мембраны в искривленном многомерном пространстве времени // Известия НАН РК. — Сер. физ.-мат. №1. — 2005. — С. 76–81.

14 Серикбаев Н.С. Фолдоны и пиконы в теории мембран // Тезисы докладов 59-ая научной конференции студентов и молодых ученых „Молодежь и наука: проблемы и перспективы“ посвященная Международному году физики, Алматы, 18-23 апреля. — 2004. — С. 19.

15 Серикбаев Н.С., Кошкинбаев А.Д., Мырзакулов Р. D-браны в искривленном пространстве-времени // Тезисы докладов 4-международной конференции "Современные достижения физики и фундаментальное физическое образование", Алматы, 5-7 октября. — 2005г. — С. 117.

16 Serikbaev N.S., Myrzakul Kur., Rahimov F.K., Myrzakulov R. On continuous limits of some generalized compressible Heisenberg spin chains // Journal of NATO Science Series II. Mathematics, Physics and Chemistry. — 2004. — Vol. 153. — P. 535–542.

17 Rahimov F.K., Myrzakul Kur, Serikbaev N.S., Myrzakulov R. On the geometry of stationary Heisenberg ferromagnets // В книге: "Non-linear waves: Classical and Quantum Aspects", Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands. — 2004. — P. 543–549.

18 Серикбаев Н.С. Геометрия нелинейных структур в процессах переноса спиновых волн // Материалы 4-ой международной конференции "Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент", Караганда, 23-25 сентября. — 2004 г. — С. 59–61.

19 Serikbaev N.S. Geometry of Heisenberg ferromagnets // Тезисы докладов 58-ой Республиканской конференции молодых ученых, магистрантов и студентов, Алматы, 20-23 апреля. — 2004. — С. 27.

20 Кожамкулов Т.А., Серикбаев Н.С., Кошкинбаев А.Д., Мырзакул К., Саймбетова С.К., Рахимов Ф.К., Мырзакулов Р. О некоторых нелинейных моделях магнетиков // Препринт ОИЯИ Р17-2003-171, Дубна, Россия. — 2003. — С. 23.

21 Bliev N.K., Myrzakul Kur., Rahimov F.K., Serikbaev N.S. On the geometry of Heisenberg ferromagnets // Известия МОН РК, НАН РК. — Сер.физ.-мат. — 2003. — №3. — Р. 10–15.

22 Serikbaev N.S., Myrzakul Kur., Saimbetova S.K., Koshkinbaev A.D., Myrzakulov R. Self-Dual Yang-Mills equation and deformation of surfaces // Препринт ОИЯИ Е2-2003-172, Дубна, Россия. — 2003. — Р. 15.

23 Мырзакулов Р., Серикбаев Н.С. Солитонное решение суперсимметричного уравнения Янга-Миллса // Тезисы международной конференции "Дифференциальные уравнения и их приложения". Алматы, 26-28 сентября. — 2001. — С. 90–91.

**Серикбаев Нуржан Сагиндиновичтин**

## **Дирак-Борн-Инфельд тибиндеги D-браналарды сигма-моделдик көрсөтүү**

темасындагы 01.04.02 - Теориялык физика адистиги боююнча  
физика-математика илимдеринин кандидаты илимий даражасын изденүү  
үчүн жазган диссертациясына

### **РЕЗЮМЕ**

Өзөктүү сөздөр: D-брана, анти де-Ситтера, сызыктуу эмес сигма-модель, Дирак-Борн-Инфельд аракетин, Риччи агымы, кысыктык чечим.

Диссертациялык иш кыл сыяктуу объектинин табигый жалпылоосу катары суперкыл теориясында пайда болгон D-браналардын касиеттерин изилдөө маселесине арналган. Биринчи бапта Дирак-Борн-Инфельд аракетинен алынган  $AdS_3$ ,  $AdS_3 \times S^3$  жана  $AdS_p \times S^q$  мейкиндик-убакыт ченемдериндеги D-браналар изилденет. Кыймылдын изилденип жаткан теңдемесинин Якоби эллипстик функциялары аркылуу берилген жаңы чыгарылыштары табылды, жана D2-брана кыймыл теңдемеси менен минималдуу бет теңдемелеринин байланышы келип чыккан шарттар каралды. Экинчи бапта эки брана жана алардын ортосунда келип чыгышы мүмкүн болгон кванттык топологиялык байланыштар каралат. Бул үчүн топологияны өзгөртүүнүн Риччи агымдары сыяктуу изилдөө усулу пайдаланылат. Риччи агымдарынын негизинде эки брананы бириктирүүчү кысыктын статистикалык модели сунуш кылынат. үчүнчү бапта сызыктуу эмес жалпыланган сигма-моделдер каралды. Дирак-Борн-Инфельд тибиндеги жаңы сигма-модель сунуш кылынды. Жалпыланган сызыктуу эмес сигма-моделдер менен эки чендүү беттердин ортосундагы байланыш алынды.

### **РЕЗЮМЕ**

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по  
специальности 01.04.02 - Теоретическая физика

**Серикбаев Нуржан Сагиндинович**

## **Сигма-модельные представления D-бран типа Дирака-Борна-Инфельда**

Ключевые слова: D-брана, анти де-Ситтера, нелинейная сигма-модель, действие Дирака-Борна-Инфельда, поток Риччи, горловинное решение.



Диссертационная работа посвящена проблеме исследования свойств Д-бран, появляющихся в теории суперструн как естественное обобщение такого объекта как струна. В первой главе исследуются Д-браны в пространстве-времени  $AdS_3$ ,  $AdS_3 \times S^3$  и  $AdS_p \times S^q$  полученные из действия Дирака-Борна-Инфельда. Найдены новые решения изучаемого уравнения движения, выражаемые через эллиптические функции Якоби, и рассмотрены условия, при которых имеет место связь между уравнением движения D2-браны с уравнениями минимальных поверхностей. Во второй главе рассматриваются две браны и возможные квантовые топологические связи между ними. Для этого используется такой математический метод исследования изменения топологии, как потоки Риччи. Предложена статистическая модель горловины, соединяющей две браны на основе потоков Риччи. В третьей главе рассматриваются обобщенные нелинейные сигма-модели. Предложена новая сигма-модель типа Дирака-Борна-Инфельда. Получена связь между обобщенными нелинейными сигма-моделями и двумерными поверхностями.

## SUMMARY

On competition of a scientific degree of the candidate of physical and mathematical sciences on a speciality 01.04.02 - the Theoretical physics

**Serikbayev Nurzhan Sagindikovich**

### **Sigma-modelling representations D-bran of type Diraka-Borna-Infelda**

Keywords: D-brane, anti de-Sitter, nonlinear sigma-model, Diraka-Borna-Infelda action, Ricci flow, wormhole solution.

Dissertational work is devoted a problem of research of properties D-bran appearing in the theory of superstrings as natural generalisation of such object as a string. In chapter 1 are investigated D-brane in space-time  $AdS_3$ ,  $AdS_3 \times S^3$  and  $AdS_p \times S^q$  received of action Diraka-Borna-Infelda. New decisions of the studied equation the movements expressed through elliptic functions Yakobi are found, and conditions at which communication between the equation of movement D2-brany with the equations of the minimum surfaces takes place are considered. In the second chapter are considered two branes and possible quantum topological communications between them. Such mathematical method of research of change of topology, as Ricci flow is for this purpose used. The statistical model of the mouth, connecting two branes on the basis of Ricci flow is offered. In the third chapter the generalised nonlinear sigma-models are considered. The new sigma-model of type Diraka-Borna-Infelda is offered. Communication between the generalised nonlinear sigma-models and two-dimensional surfaces is received.