

**НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КЫРГЫЗСКОГО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Б.Н.ЕЛЬЦИНА**

Диссертационный совет Д.05.18.579

*На правах рукописи
УДК 51:52-17(575.2)(043.3)*

ОДИНАЕВ РАИМ НАЗАРОВИЧ

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И
ПРОГРАММИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЗАЩИТЫ РАСТЕНИЙ С
УЧЕТОМ ВРЕМЕННО-ВОЗРАСТНОЙ СТРУКТУРЫ И
ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ**

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Бишкек-2019

Работа выполнена в Таджикском национальном университете

- Научный руководитель:** доктор физико-математических наук,
профессор **Юнуси Махмадйусуф Камарзода**
(ТНУ, профессор)
- Официальные
оппоненты:**
1. доктор физико-математических наук,
профессор **Сатыбаев Абдыганы Джунусович**
(ОшТУ им. М.М.Адышева, зав. кафедрой)
 2. доктор технических наук
Хабдулина Зауреш Киниятовна
(Рудненский Индустриальный институт, зав.
кафедрой)
 3. доктор технических наук
Бакиров Калыс Берикович
(Институт горного дела и горных технологий
им. У.Асаналиева, зав. кафедрой)
- Ведущая организация:** **КГУСТА им .Н.Исанова, ИНИТ**
г. Бишкек 720020, ул. Малдыбаева, 34, б

Защита состоится 29 марта 2019 г. в 10.00 часов на заседании диссертационного совета Д.05.18.579 при Институте автоматике и информационных технологий НАН КР и КРСУ им. Б.Н. Ельцина, 720071, г. Бишкек, пр. Чуй, 265, ауд.346, сайт: www.iait.kg.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Национальной академии наук Кыргызской Республики по адресу: 720071, г. Бишкек, пр. Чуй 265 «а» и на сайте ИАИТ НАН КР по адресу: www.iait.kg. E-mail: gulsaat@mail.ru.

Автореферат разослан 25 февраля 2019 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
к.ф.-м.н.

Керимкулова Г.К.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Проблема описания процесса защиты сельскохозяйственного урожая при математическом моделировании является актуальной. Сегодня проблема защиты урожая привлекает внимание большого круга ученых в связи с перспективной использованием в приоритетных направлениях развития науки, технологии и сельского хозяйства Республики Таджикистан. Математическое моделирование процесса защиты планируемого урожая является одним из основных инструментов при прогнозировании состояния природных систем и управлении ими. Одной из важнейших народнохозяйственных, социальных и природоохранных проблем в настоящее время является усовершенствование систем защиты сельскохозяйственных культур от вредителей. В Республике Таджикистан ведущей сельскохозяйственной культурой является хлопчатник. Вопросы математического моделирования процесса защиты планируемого урожая обязывает совершенствовать региональные системы защиты хлопчатника на основе целенаправленного экологического и биологического изучения, раскрывающего специфику формирования и развития агроэкосистем в интенсивном растениеводстве. Основной задачей интегрированной метода борьбы с сельхоз вредителями процесса защиты растений – управление агроценозами «вредных насекомых» и «полезных насекомых» видов на основе использования биологического, химического способов как средства или инструмента управления. Применение математических методов и компьютерных программных продуктов для решения задачи защиты планируемого урожая значительно повышает эффективность плано-экономической работы, оно дает возможность не только значительно сократить время вычислений, но и обеспечить получение оптимальных результатов. Поэтому данная тематика актуальна и востребованная.

Представленная диссертационная работа направлена на разработку математической модели и программирование процесса защиты растений с учетом возрастного состава и пространственных распределений при произвольных трофических $V(\cdot)$ функциях.

Связь с научными проектами. Результаты, полученные в ходе выполнения диссертации, вошли в материалы научно – исследовательских работ: - проект М-7 0110РК165 «Разработка математических моделей алгоритмов, программного обеспечения решения прикладных задач».

Цель и задача исследования. Целью диссертационного исследования является развитие аппарата математического моделирования, задачи защиты планируемого урожая сельскохозяйственной культуры. Для достижения данной цели в диссертационной работе сформированы **следующие задачи:**

а) создание математической модели, описывающей процесс взаимодействия биологических видов в задачах защиты растений с учетом возрастной структуры и пространственных распределений с произвольными трофическими $V(\cdot)$ функциями;

- б) математическое обоснование необходимого и достаточного условия существования решения задачи защиты растений с произвольными трофическими $V(\cdot)$ функциями;
- в) приведены оптимизационные и численные методы решения интегро-дифференциальной задачи защиты растений;
- г) создан комплекс программ для решения задачи защиты растений.

Научная новизна работы. Научная новизна полученных результатов в диссертации по трем областям специальности 05.13.18 заключается в следующих положениях:

Математическое моделирование.

1. Разработан и исследован комплекс математических моделей процесса защиты растений с учетом временной, возрастной структуры и пространственных распределений с произвольными трофическими $V(\cdot)$ функциями.
2. Исследованы оптимизационные задачи защиты растений с учетом временной, возрастной структуры и пространственных распределений с произвольными трофическими $V(\cdot)$ функциями. Для оптимального управления задачи защиты растений получено необходимое условие минимума.

Численные методы.

3. Предложены численные методы решения интегро-дифференциальной задачи защиты растений с учетом возрастной структуры и с произвольными трофическими $V(\cdot)$ функциями. Рассмотрены вопросы разностной аппроксимации процесса защиты растений.

Комплексы программ.

4. Разработаны в рамках настоящего диссертационного исследования комплекс программ для управления процессом защиты растений с учетом временной, возрастной структуры и пространственного распределения при произвольных трофических функциях и состоящий из программ, зарегистрированных в Министерстве культуры Республики Таджикистан (Свидетельство о регистрации научных, литературных и художественных произведений). Проведена серия вычислительных экспериментов с модельными данными.

Практическая значимость полученных результатов. Значимость диссертационной работы заключается в применении её результатов для решения задачи прогнозирования и планирования, проведения натурных экспериментов для конкретных популяций, биологических сообществ и экологических систем. Результаты численных расчетов показывают, что для хлопкового агроценоза определения критических значений численности насекомых имеет большое практическое значение. Важное практическое значение имеет создание комплекса программ, ориентированного для решения задачи защиты растений с учетом временной, возрастной структуры и пространственного распределения при произвольных трофических функциях для обработки экологической информации хлопкового агроценоза

на основе полученных в настоящей работе результатов. Результаты проведения вычислительных экспериментов предложены сотрудникам Института земледелия Таджикской Академии сельскохозяйственных наук для их дальнейшего использования на практике.

Также, практическая значимость диссертационного исследования состоит в возможности построения сценарных прогнозов для развития полученной регулируемой информации о состоянии биологических популяций. Предполагается использование результаты исследования диссертационной работы для чтения спецкурсов («Математическое моделирование в биологических системах»), выполнения лабораторных, курсовых и магистерских работ для студентов и магистров направления «прикладная математика» и «информатика» в вузах Республики Таджикистан.

Экономическая значимость полученных результатов. В условиях Республики Таджикистан, где лишь 7% территории пригодно для орошения и возделывания сельскохозяйственных культур, большое значение придается интенсивным факторам производства хлопка-сырца, среди которых важное место отводится процессу защиты растения от вредителей. В современных условиях хлопководства, несмотря на его высокую биологическую эффективность, потеря урожая хлопка-сырца остается значительным. Также, широкое применение химического метода сопровождается рядом нежелательных последствий. Применения полученных результатов в диссертационной работе, используются при прогнозировании и планировании мероприятий по защите урожая от сельхоз вредителей. Такие исследования имеют экономическую значимость. На этой основе развивает интегрированные процессы защиты растений и одновременно растет урожайность.

Основные положения диссертации, выносимые в защиту.

1. Новые математические описания взаимодействия между видами агроценоза процесса защиты растений с учетом временной, возрастной структуры и пространственного распределения с произвольными трофическими $V(\cdot)$ функциями.
2. Определены развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей для процесса защиты растений с учетом временной, возрастной структуры и пространственного распределения при произвольных трофических функциях.
3. Введено и обосновано нахождение критических значений численности насекомых и решение оптимизационной задачи процесса защиты от вредителей агроценозов. Рассмотрена задача защиты растений для точечных моделей при произвольных трофических $V(\cdot)$ функциях.
4. Приведен численный алгоритм решения для новых математических моделей процесса защиты растений с учетом временной, возрастной структуры насекомых.

5. Создан комплекс программ, ориентированных для решения задачи защиты растений с учетом временной, возрастной структуры и пространственного распределения при произвольных трофических функциях и зарегистрирован в Министерстве культуры Республики Таджикистан (Свидетельство о регистрации научных, литературных и художественных произведений).

Личный вклад соискателя. Все результаты, представленные в диссертационной работе, были получены автором лично. Обсуждения и публикации научных результатов проводились вместе с соавторами и научным консультантом, но основное содержание настоящего исследования и положения, выносимые на защиту, отражает личный вклад автора в выполненную работу.

Апробация результатов исследования. Материалы диссертации докладывались и обсуждались на 16 международных и 17 республиканских конференциях: 13-th International Pure Mathematics Conference, Исламабад, 2012; 9-ая международная конференция по компьютерному анализу проблем науки и технологии, Душанбе, 2013; 10-ая международная конференция по компьютерному анализу проблем науки и технологии, Душанбе, 2015; Международная летняя математическая школа-конференция С.Б. Стечкина по теории функций, Душанбе, 2016; Международная научная конференция «Современные проблемы математики и их приложения», Душанбе-Куляб, 2017; Международная научная конференция посвященная 25-летию Государственной независимости Республики Таджикистан «Современные проблемы математики и её приложений», Душанбе, 2016; 18-th International Pure Mathematics Conference, Исламабад, 2017 Материалы международной научно-практической конференции «Роль ИКТ в инновационном развитии Республики Таджикистан», Душанбе, 17-18 ноября 2017; Материалы международной научной конференции, посвящённой 70 - летию со дня рождения академика Академии наук Республики Таджикистан, доктора физико-математических наук, профессора Илолова Мамадшо «Современные проблемы математики и её приложений», Душанбе, 14-15 марта 2018 г и др.

Публикации по теме диссертации. По материалам диссертационной работы опубликованы 53 научных работ, в том числе 13 статей в журналах, рекомендованных ВАК РФ и четыре статьи в журналах, рекомендованных ВАК КР. Одна монография, четыре свидетельства государственной регистрации программы ЭВМ и 31 материалов докладов в сборниках научных, научно-теоретических и научно-методических конференций и семинаров.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, шести глав, заключения, списка цитируемой литературы из 250 наименований, списка основных обозначений. Полный объем диссертации составляет 283 страниц, включая 56 рисунков и 9 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении в краткой форме изложено обоснование актуальности темы диссертационной работы, на основании которой сформулированы проблемы, цель, основные задачи и положения, выносимые на защиту. Показана научная новизна и практическая значимость диссертационной работы. Описана структура диссертации.

В первой главе приведены общий обзор литературы и история развития вопросов математического моделирования динамики численности биологических популяций, исследования математических моделей процесса защиты с учетом временной и пространственной связи для модельных популяций, сообществ, экосистем.

Во второй главе приведены материалы и методы исследования. Изложены описания биологических систем (хлопчатник, пшеница, рис и др.) Республики Таджикистан. Приведены разработки методов, методологии и методики математического, компьютерного моделирования, а также прикладного прогнозирования процесса защиты планируемого урожая сельскохозяйственной культуры (хлопчатник, пшеница, рис и др.) в агроценозах Республики Таджикистан, как фактор повышения эффективности государственного регулирования продовольственной программы.

В третьей главе данной диссертационной работы рассматриваются математические модели процесса защиты растений. В случае вольтерровского описания трофических связей и произвольные меж и внутри популяционной взаимодействия получены явные математические формулы для нахождения критических значений численности насекомых.

В разделе 1 третьей главы приведена постановка общей задачи защиты растений, когда численность популяции зависит от времени.

В разделе 2 третьей главы рассмотрены решения задачи защиты растений, когда модельный агроценоз находится в стационарном и нестационарном режиме. В случае по смешанной вольтерровской и $V(\cdot)$ функциям описания трофических связей получены явные математические формулы для нахождения критических значений численности насекомых.

Рассмотрим модельный агроценоз, который находится в равновесном режиме. Тогда суммарные биомассы (или численности) видов, принадлежащих соответствующим трофическим уровням, удовлетворяют системе алгебраических и дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} Q - \alpha_0 V_0(N_0)N_1 = 0, \\ k_0 \alpha_0 V_0(N_0) - \alpha_1 \tilde{N}_2 - m_1 = 0, \quad \tilde{N}_i = \int_{\alpha_i}^{\beta_i} N_i(a) da \\ \frac{dN_2}{da} = N_2(k_1 \alpha_1 N_1 - \alpha_2 \tilde{N}_3 - m_2), \quad N_2(0) = \int_0^{\infty} B_2(a) N_2(a) da, \\ \frac{dN_3}{da} = N_3(k_2 \alpha_2 N_2 - \varepsilon N_3 - m_3), \quad N_3(0) = \int_0^{\infty} B_3(a) N_3(a) da. \end{cases} \quad (1)$$

В общем случае суммарные биомассы (или численности видов), принадлежащие соответствующим трофическим уровням обозначим через N_i , $N_i = N_i(t)$, $i = 0, 1, 2, 3$, ($i = 0$ – ресурс, $i = 1$ – растение, $i = 2$ – вредные насекомые $i = 3$ – полезные насекомые), Q – скорость поступления внешнего ресурса, где $B_i = B_i(.) \geq 0$ функция рождаемости вредных и полезных насекомых, m_i – усредненные коэффициенты естественной смертности, $i = 1, 2, 3$; k_i – доли потребленных биомасс, идущие на репродуктивный обмен и рост; $i = 0, 1, 2$; α_i – коэффициенты трофических функций, $i = 0, 1, 2$; ε – коэффициент самолимитирования популяции полезных насекомых. Сформулируем задачу защиты типа задачи Юнуса в терминах стационарного модельного агроценоза (1). Пусть N_1^p – означает планируемый уровень биомассы сельхоз культуры, не менее которого мы хотим сохранить урожай, т.е.

$$N_1 \geq N_1^p, N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}], \text{ где } [N_1^{\min}, N_1^{\max}] - \text{const} > 0.$$

Рассмотрим неравенства $\tilde{N}_2 \leq N_2^p$, $\tilde{N}_3 \geq N_3^p$

где $N_2^p \geq 0$, $N_3^p \geq 0$, неизвестные параметры.

Основными результатами существования решения стационарного процесса защиты растений являются следующие утверждения.

Теорема 3.2.1. *Чтобы имело место условие*

$$N_1 \geq N_1^p, N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}]$$

необходимо и достаточно выполнение неравенств

$$\begin{cases} V_0(N_0) \leq \frac{Q}{\alpha_1 N_1^p}, \\ \tilde{N}_2 \leq N_2^p, \quad N_2^p = \frac{k_0 Q}{\alpha_1 N_1^p} - \frac{m_1}{\alpha_1}, \\ \tilde{N}_3 \geq N_3^p, \quad N_3^p = \frac{k_1 \alpha_1}{\alpha_2} N_1^p - \frac{m_2}{\alpha_2}. \end{cases} \quad (2)$$

Доказательство. $N_1 \geq N_1^p$, $N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}]$,

Докажем справедливость неравенства (2). Из первого уравнения системы (1) получим

$$Q - \alpha_0 V_0(N_0) N_1 = 0, \text{ т.е. } V_0(N_0) \leq \frac{Q}{\alpha_0 N_1^p} = \tilde{V}_0$$

На основе 2 – го уравнения (1) имеем:

$$k_0 \alpha_0 V_0(N_0) - \alpha_1 \tilde{N}_2 - m_1 = 0,$$

$$k_0 \alpha_0 \frac{Q}{\alpha_0 N_1^p} - \alpha_1 \tilde{N}_2 - m_1 \geq 0, \quad \tilde{N}_2 \leq \frac{k_0 Q}{\alpha_1 N_1^p} - \frac{m_1}{\alpha_1} = N_2^p$$

$$\tilde{N}_2 \leq N_2^p.$$

Итак, из третьего уравнения системы (1) получим

$$\frac{dN_2}{da} = N_2(k_1\alpha_1N_1 - \alpha_2\tilde{N}_3 - m_2).$$

Обе стороны последнего уравнения, умножая на $N_2(a)$ и интегрируя по a получим

$$\int_0^\infty N_2(a) \frac{dN_2}{da} da = \int_0^\infty N_2^2(a) da [k_1\alpha_1N_1 - \alpha_2\tilde{N}_3 - m_2]$$

$$\frac{1}{2}N_2^2(\infty) - \frac{1}{2}N_2^2(0) = \int_0^\infty N_2^2(a) da [k_1\alpha_1N_1 - \alpha_2\tilde{N}_3 - m_2]$$

$$k_1\alpha_1N_1 - \alpha_2\tilde{N}_3 - m_2 \leq 0, \tilde{N}_3 \geq \frac{k_1\alpha_1}{\alpha_2}N_1^p - \frac{m_2}{\alpha_2} = N_3^p,$$

Отсюда

$$\tilde{N}_3 \geq N_3^p$$

Оценим N_3 .

Из четвертого уравнения (1) получим

$$N_3(a) = \frac{N(0) \exp \int_0^a A(\xi) d\xi}{1 + \varepsilon N(0) \int_0^a \exp(\int_\tau^a A(\xi) d\xi) d\tau} \leq N_{\max}$$

и

$$A(a) = k_2\alpha_2N_2 - m_2.$$

Действительно, из четвертого уравнение (1) имеем

$$\frac{dN_3}{da} = N_3(k_1\alpha_2N_2 - \varepsilon N_3 - m_3), \quad A(a) = k_2\alpha_2N_2 - m_3.$$

$$\frac{dN_3}{da} = N_3A(a) - \varepsilon N_3^2(a).$$

Обе стороны последнего уравнения, разделяя на $-N_3^2(a)$ получим

$$-\frac{1}{N_3^2(a)} \cdot \frac{dN_3}{da} = -\frac{A(a)}{N_3(a)} + \varepsilon.$$

Отсюда введя обозначения

$$\frac{1}{N_3(a)} = y, \quad \frac{dy}{da} = -\frac{1}{N_3^2(a)} \frac{dN_3}{da}$$

имеем

$$\frac{dy}{da} = -A(a)y + \varepsilon. \tag{3}$$

Соответствующее однородное уравнение (3) запишем в виде

$$\frac{dy}{da} \cdot \frac{1}{y} = -A(a); \quad \frac{d(\ln y)}{da} = -A(a).$$

Интегрируя по a получим

$$\ln y = -\int_0^a A(\xi) d\xi + y_1(0), \quad y(a) = \exp\left(-\int_0^a A(\xi) d\xi\right) \cdot y_1(0) \quad (4)$$

Дифференцируя (4) по a имеем

$$\frac{dy}{da} = \exp\left(-\int_0^a A(\xi) d\xi\right) (-A(a)) \cdot y_1(0) + \exp\left(-\int_0^a A(\xi) d\xi\right) y_1'(0).$$

Подставляя значение y и $\frac{dy}{da}$ в уравнение (3), получим

$$\begin{aligned} & \exp\left(-\int_0^a A(\xi) d\xi\right) (-A(a)) y_1(0) + \exp\left(-\int_0^a A(\xi) d\xi\right) y_1'(0) = \\ & = -A(a) \exp\left(-\int_0^a A(\xi) d\xi\right) \cdot y_1(0) + \varepsilon. \end{aligned}$$

$$\exp\left(-\int_0^a A(\xi) d\xi\right) y_1'(0) = \varepsilon$$

Отсюда получим

$$y_1'(0) = \frac{\varepsilon}{\exp\left(-\int_0^a A(\xi) d\xi\right)} = \varepsilon \exp\left(\int_0^a A(\xi) d\xi\right).$$

Интегрируя по a будем иметь

$$y_1(0) = \varepsilon \int_0^a \exp\left(\int_\tau^a A(\xi) d\xi\right) d\tau + y(0).$$

Подставляя найденное значение $y_1(0)$ в (4), получим

$$\begin{aligned} y(a) &= \exp\left(-\int_0^a A(\xi) d\xi\right) \left(\varepsilon \int_0^a \exp\left(\int_\tau^a A(\xi) d\xi\right) d\tau + y(0)\right) = \\ &= y(0) \exp\left(-\int_0^a A(\xi) d\xi\right) + \varepsilon \exp\left(-\int_0^a A(\xi) d\xi\right) \int_0^a \exp\left(\int_\tau^a A(\xi) d\xi\right) d\tau. \end{aligned} \quad (5)$$

Учитывая $y = \frac{1}{N_3(a)}$ и $y(0) = \frac{1}{N_3(0)}$ из равенства (5) получим

$$N_3(a) = \frac{N_3(0) \exp\left(\int_0^a A(\xi) d\xi\right)}{1 + \varepsilon N_3(0) \int_0^a \exp\left(\int_\tau^a A(\xi) d\xi\right) d\tau}.$$

Теперь докажем **достаточность**. Пусть (2) справедливы.

Докажем, что справедливо

$$N_1 \geq N_1^p, \quad N_1^p \in \left[\frac{m_2}{k_1 \alpha_1}, \frac{k_0 Q}{m_1}\right].$$

Действительно, из третьего уравнения (1) имеем

$$k_1 \alpha_1 N_1 - \alpha_2 \tilde{N}_3 - m_2 \geq 0$$

$$k_1 \alpha_1 (N_1 - N_1^p) \geq 0$$

$$N_1 \geq N_1^p.$$

Также в этом разделе приведена нестационарная задача защиты растений в классе $V(\cdot)$ трофических моделей.

Пусть состояние модельного агроценоза описывается при помощи следующих уравнений

$$\begin{cases} \frac{dN_0}{dt} = Q - F_0(N_0, N_1), \\ \frac{dN_1}{dt} = N_1 F_1(N_0, N_1, \tilde{N}_2), \\ \frac{dN_2}{dt} = N_2 F_2(N_1, N_2, \tilde{N}_3), \\ \frac{dN_3}{dt} = N_3 F_3(N_2, N_3), \end{cases} \quad (6)$$

$$\tilde{N}_1(t_k) = \frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} N_1(t) dt.$$

Предположим, что в модельной биосистеме (6) взаимодействия видов происходят по смешенной вольтерровский и $V(\cdot)$ функции следующего виде:

$$\begin{cases} \frac{dN_0}{dt} = Q - \alpha_0 V_0(N_0) N_1, \\ \frac{dN_1}{dt} = N_1 (k_0 \alpha_0 V_0(N_0) - \alpha_1 \tilde{N}_2 - m_1), \\ \frac{dN_2}{dt} = N_2 (k_1 \alpha_1 N_1 - \alpha_2 \tilde{N}_3 - m_2), \\ \frac{dN_3}{dt} = N_3 (k_2 \alpha_2 N_2 - \varepsilon N_3 - m_3). \end{cases} \quad (6^1)$$

Сформулируем результаты существования решения нестационарного задачи защиты растений следующим утверждением.

Теорема 3.2.2. *Для выполнения условия*

$$\lim_{t_k \rightarrow \infty} \tilde{N}_1(t_k) \geq N_1^p(t_k \rightarrow \infty), \quad N_1^p \in \left[\frac{m_2}{k_1 \alpha_1}, \frac{k_0 Q}{m_1} \right]$$

необходимо и достаточно выполнения неравенств

$$\begin{cases} N_0(t) \leq \frac{Q}{\alpha_0 N_1^p}, \quad 0 \leq t \leq t_k, \\ \lim_{t_k \rightarrow \infty} \tilde{N}_2(t_k) \leq N_2^p, \quad \lim_{t_k \rightarrow \infty} \tilde{N}_3(t_k) \geq N_3^p, \\ \tilde{N}_i(t_k) = \frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} N_i(t) dt, \quad i = 1, 2, 3. \end{cases} \quad (7)$$

$$N_2^p = \frac{k_0 Q}{\alpha_1 N_1^p} - \frac{m_1}{\alpha_1}, \quad N_3^p = \frac{k_1 \alpha_1}{\alpha_2} N_1^p - \frac{m_2}{\alpha_2}.$$

В разделе 3 третьей главы приведены решения математической модели задачи защиты растений с произвольными трофическими $V(\cdot)$ функциями.

Автором предложена математическая модель агроценоза, в которой функции $F_i(\cdot)$ определяются по следующим формулам

$$\begin{cases} F_0 = -\alpha_0 N_0 N_1, \\ F_1 = k_0 \alpha_0 N_0 - \frac{V_1(N_1)}{N_1} N_2 - m_1, \\ F_2 = k_1 V_1(N_1) - \frac{V_2(N_2)}{N_2} N_3 - m_2, \\ F_3 = k_2 V_2(N_2) - \varepsilon N_3 - m_3. \end{cases} \quad (8)$$

где $V(\cdot)$ – трофическая функция со свойствами

$$V(N) \geq 0, \quad \frac{dV(N)}{dN} > 0, \quad \frac{d^2V(N)}{dN^2} \leq 0. \quad (9)$$

Пусть $V = V_i(N_i)$, $i=1,2$ – количество (или биомасса) жертв, потребляемых одним хищником за единицу времени.

Предположим, что состояние модельного агроценоза описывается при помощи системы уравнение (6).

Легко видеть, что систему (6) в силу (8) можно записать в виде системы с отношением типа хищник – жертва, в рамках $V(\cdot)$ моделей

$$\begin{cases} \frac{dN_0}{dt} = Q - \alpha_0 N_0 N_1, \\ \frac{dN_1}{dt} = k_0 \alpha_0 N_0 N_1 - V_1(N_1) N_2 - m_1 N_1, \\ \frac{dN_2}{dt} = k_1 V_1(N_1) N_2 - V_2(N_2) N_3 - m_2 N_2, \\ \frac{dN_3}{dt} = k_2 V_2(N_2) N_3 - \varepsilon N_3^2 - m_3 N_3. \end{cases} \quad (10)$$

Следующая теорема 3.3.2.-утверждение существования решения задачи защиты растений с произвольными трофическими $V(\cdot)$ функциями.

Теорема 3.3.2. Для выполнения условия $N_1^r \geq N_1^p$, $N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}]$ при $V_i(\cdot) \geq 0$,

$$\frac{dV_i}{dN} > 0, \quad \frac{d^2V_i}{dN^2} \leq 0, \quad 0 < \min_{0 \leq t \leq \tau} \frac{V_1(N_1(t))}{N_1(t)} = \bar{\alpha}_1 < \infty$$

$$\text{и } 0 < \max_{0 \leq t \leq \tau} \frac{V_2(N_2(t))}{N_2(t)} = \bar{\alpha}_2 < \infty, \quad \bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2 = \text{const}$$

необходимо и достаточно выполнение неравенства

$$\begin{cases} N_0(t) \leq \frac{Q}{\alpha_0 N_1^p}, \\ N_2^\tau \leq N_2^p, \quad N_2^p = \frac{k_0 Q}{\bar{\alpha}_1 N_1^p} - \frac{m_1}{\bar{\alpha}_1} - \frac{1}{\bar{\alpha}_1 \tau} \ln \frac{N_1(\tau)}{N_1(0)}, \\ N_3^\tau \geq N_3^p, \quad N_3^p = \frac{k_1 \bar{\alpha}_1}{\bar{\alpha}_2} N_1^p - \frac{m_2}{\bar{\alpha}_2} - \frac{1}{\bar{\alpha}_2 \tau} \ln \frac{N_2(\tau)}{N_2(0)}. \end{cases} \quad (11)$$

Необходимость. Пусть имеет место условие

$$N_1^\tau \geq N_1^p, \quad N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}]$$

Докажем справедливость неравенства (11).

Из 1-го уравнения системы (10) имеем

$$\begin{aligned} \frac{dN_0}{dt} &= Q - \alpha_0 N_0 N_1 \\ N_0(t) &= N_0(0) \exp(-\alpha_0 \int_0^t N_1(\xi) d\xi) + Q \int_0^t \exp(-\alpha_0 \int_\tau^t N_1(\xi) d\xi) d\tau \leq \\ &\leq \left[N_0(0) - \frac{Q}{\alpha_0 N_0^p} \right] \exp(-\alpha_0 N_1^p t) + \frac{Q}{\alpha_0 N_0^p} \leq \frac{Q}{\alpha_0 N_0^p}. \end{aligned}$$

Из 2-го уравнения (10) получим

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= k_0 \alpha_0 N_0 N_1 - V_1(N_1) N_2 - m_1 N_1, \\ \frac{d(\ln N_1)}{dt} &= k_0 \alpha_0 N_0 - \frac{V_1(N_1)}{N_1} N_2 - m_1, \\ \frac{V_1(N_1)}{N_1} N_2 &= k_0 \alpha_0 N_0 - m_1 - \frac{d(\ln N_1)}{dt} \end{aligned}$$

и

$$\frac{V_1(N_1)}{N_1} N_2 = \frac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1 - \frac{d(\ln N_1)}{dt}$$

Интегрируя последнее равенство от 0 до τ , имеем

$$\frac{1}{\tau} \int_0^\tau \frac{V_1(N_1(t))}{N_1(t)} N_2(t) dt = \frac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1 - \frac{1}{\tau} \ln \frac{N_1(\tau)}{N_1(0)},$$

т.е.

$$0 < \min_{0 \leq t \leq \tau} \frac{V_1(N_1(t))}{N_1(t)} N_2^\tau \leq \frac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1 - \frac{1}{\tau} \ln \frac{N_1(\tau)}{N_1(0)},$$

так как

$$\begin{aligned} 0 < \min_{0 \leq t \leq \tau} \frac{V_1(N_1(t))}{N_1(t)} &= \bar{\alpha}_1 < \infty \\ N_2^\tau &\leq \frac{k_0 Q}{\bar{\alpha}_1 N_1^p} - \frac{m_1}{\bar{\alpha}_1} - \frac{1}{\bar{\alpha}_1 \tau} \ln \frac{N_1(\tau)}{N_1(0)} = N_2^p, \\ N_2^\tau &\leq N_2^p \end{aligned}$$

В силу 3-его уравнения (10) имеем

$$\frac{dN_2}{dt} = k_1 V_1(N_1)N_2 - V_2(N_2)N_3 - m_2 N_2$$

т.е.

$$\frac{d(\ln(N_2))}{dt} = k_1 V_1(N_1) - m_2 - \frac{V_2(N_2)N_3}{N_2},$$

интегрируя последнее уравнение от 0 до τ , получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \frac{V_2(N_2(t))}{N_2(t)} N_3(t) dt &= k_1 \bar{\alpha}_1 N_1^p - m_2 - \frac{1}{\tau} \ln \frac{N_2(\tau)}{N_2(0)}, \\ 0 < \max_{0 \leq t \leq \tau} \frac{V_2(N_2(t))}{N_2(t)} N_3^\tau &\geq k_1 \bar{\alpha}_1 N_1^p - m_1 - \frac{1}{\tau} \ln \frac{N_2(\tau)}{N_2(0)}. \end{aligned}$$

Так как

$$\begin{aligned} 0 < \max_{0 \leq t \leq \tau} \frac{V_2(N_2(t))}{N_2(t)} &= \bar{\alpha}_2 < \infty, \quad \text{то} \\ N_3^\tau &\geq \frac{k_1 \bar{\alpha}_1}{\bar{\alpha}_2} N_1^p - \frac{m_2}{\bar{\alpha}_2} - \frac{1}{\tau \bar{\alpha}_2} \ln \frac{N_2(\tau)}{N_2(0)} = N_3^p, \\ N_3^\tau &\geq N_3^p. \end{aligned}$$

Достаточность. Пусть неравенства (11) выполняются.

Покажем, что

$$N_1^\tau \geq N_1^p, \quad N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}].$$

Из первого уравнения (10) имеем

$$\begin{aligned} \frac{dN_0}{dt} &= Q - \alpha_0 N_0 N_1 \geq Q - \alpha_0 N_1 \frac{Q}{\alpha_0 N_1^p}, \\ \frac{Q}{N_1^p} N_1 &\geq Q - \frac{dN_0}{dt}, \end{aligned}$$

интегрируя по t от 0 до τ , и имеем

$$\frac{QN_1^\tau}{N_1^p} \geq Q + \frac{1}{\tau} [N_0(0) - N_0(\tau)] \geq Q + \frac{1}{\tau} \left[N_0(0) - \frac{Q}{\alpha_0 N_1^p} \right] = Q,$$

отсюда $N_1^\tau \geq N_1^p$. Так как N_2^p и N_3^p неотрицательные, то имеет место

$$N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}].$$

В четвёртой главе проведено исследование нелинейных задач защиты растений с учетом возрастной структуры и пространственных распределений. Для системы “вредные насекомые, полезные насекомые” исследуются интегро-дифференциальные модели и получены необходимые и достаточные условия существования процесса защиты растений.

В 1 разделе четвёртой главы приведена решения задача защиты растений с учетом возрастной структуры насекомых в классе $V(N)$ моделей.

Основным результатом данного раздела является следующая теорема.

Теорема 4.1.1. *Чтобы имело место условие*

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} N_1(t) dt \geq N_1^p, \quad N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}] \quad (12)$$

$$\text{нпу } V_i(\cdot) \geq 0, \quad \frac{dV_i}{dN} > 0, \quad \frac{d^2V_i}{dN^2} \leq 0$$

$$u \quad 0 < \min_{0 \leq a < \infty} \frac{V_1(N_1(t))}{N_1(t)} = \bar{\alpha}_1 < \infty, \quad 0 < \max_{0 \leq a < \infty} \frac{V_2(N_2(a, t))}{N_2(a, t)} = \bar{\alpha}_2 < \infty, \\ 0 \leq t \leq \tau \quad 0 \leq t \leq \tau$$

$$\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2 = \text{const}, \quad i = 1, 2$$

необходимо и достаточно выполнение неравенства

$$\begin{cases} N_0(t) \leq \frac{Q}{\alpha_0 N_1^p}, \quad 0 \leq t \leq \tau, \\ \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \tilde{N}_2(t) dt \leq N_2^p, \\ \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \tilde{N}_3(t) dt \geq N_3^p. \end{cases} \quad (13)$$

$$\text{где } N_1^{\min} = \frac{m_2}{k_1 \bar{\alpha}_1} + \frac{1}{\bar{\alpha}_2 \tau} \max_a \ln \frac{N_2(a, \tau)}{N_2(a, 0)}, \quad N_1^{\max} = \frac{k_0 Q}{m_1 \frac{\bar{\alpha}_1}{\tau} \ln \frac{N_1(\tau)}{N_1(0)}}.$$

$$N_2^p = \frac{k_0 Q}{\bar{\alpha}_1 N_1^p} - \frac{m_1}{\bar{\alpha}_1} - \frac{1}{\bar{\alpha}_1 \tau} \ln \frac{N_1(\tau)}{N_1(0)}, \quad N_3^p = \frac{k_1 \bar{\alpha}_1}{\bar{\alpha}_2} N_1^p - \frac{m_2}{\bar{\alpha}_2} - \frac{1}{\bar{\alpha}_2 \tau} \max_a \ln \frac{N_2(a, \tau)}{N_2(a, 0)}.$$

В разделе втором четвёртой главы рассмотрена модельная биосистема трех трофических уровней типа «сельхоз-культура, вредители культуры, хищники и паразиты вредителей». Доказана теорема о необходимых и достаточных условиях существования решение задачи защиты растений с учетом возрастной структуры насекомых. Предположим, что состояние модельного агроценоза описывается при помощи следующих уравнений

$$\begin{cases} \frac{dN_0}{dt} = Q + F_0(N_0, N_1), \\ \frac{dN_1}{dt} = N_1 F_1(N_0, N_1, \tilde{N}_2), \\ \frac{\partial N_2}{\partial t} + \frac{\partial N_2}{\partial a} = N_2 F_2(N_1, N_2, \tilde{N}_3), \quad N_2|_{t=0} = N_2^0(a), \\ \frac{\partial N_3}{\partial t} + \frac{\partial N_3}{\partial a} = N_3 F_3(N_2, N_3), \quad N_3|_{t=0} = N_3^0(a), \\ N_2(0, t) = \int_0^{\infty} B_2(\xi, t, N_1) N_2(\xi, t) d\xi, \quad 0 < t < t_k, \quad 0 < a < \infty, \\ N_3(0, t) = \int_0^{\infty} B_3(\xi, t, \tilde{N}_2) N_3(\xi, t) d\xi, \end{cases} \quad (14)$$

Сформулируем основные результаты второго раздела четвертой главы.
Теорема 4.2.1. Для того, чтобы имело место

$$\lim_{t_k \rightarrow \infty} \tilde{N}_1(t_k) = \lim_{t_k \rightarrow \infty} \frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} N_1(t) dt \geq N_1^p, \quad N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}]$$

при $t_k \rightarrow \infty$ необходимо и достаточно выполнение неравенств

$$\begin{cases} N_0(t) \leq \frac{Q}{\alpha_0 N_1^p}, & 0 \leq t \leq t_k, \\ \lim_{t_k \rightarrow \infty} \tilde{N}_2(t_k) = \lim_{t_k \rightarrow \infty} \frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} \tilde{N}_2(t) dt \leq N_2^p, \\ \lim_{t_k \rightarrow \infty} \tilde{N}_3(t_k) = \lim_{t_k \rightarrow \infty} \frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} \tilde{N}_3(t) dt \geq N_3^p. \end{cases} \quad (15)$$

$$N_2^p = \frac{k_0 Q}{\alpha_1 N_1^p} - \frac{m_1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha_1 t_k} \ln \frac{N_1(t_k)}{N_1(0)}, \quad N_3^p = \frac{k_1 \alpha_1}{\alpha_2} N_1^p - \frac{m_2}{\alpha_2} - \frac{1}{\alpha_2 t_k} \max_a \ln \frac{N_2(a, t_k)}{N_2(a, 0)}.$$

Раздел 3 посвящен получению необходимых и достаточных условий существования процесса защиты растений с учетом пространственных распределений при произвольных трофических функциях.

Рассмотрим математическую модель агроценоза, имеющую три трофических уровня типа "растение" - "вредные насекомые" - "полезные насекомые" с учетом пространственного распределения в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{dN_0}{dt} = Q - \alpha_0 N_0 N_1, \\ \frac{dN_1}{dt} = N_1 (k_0 \alpha_0 N_0 - \frac{V_1(N_1)}{N_1} \tilde{N}_3 - m_2) \\ \frac{\partial N_2}{\partial t} + \frac{\partial N_2}{\partial a} + \frac{\partial N_2}{\partial x} = N_2 (k_1 V_1(N_1) - \frac{V_2(N_2)}{N_2} \tilde{N}_3 - m_2) \\ \frac{\partial N_3}{\partial t} + \frac{\partial N_3}{\partial a} + \frac{\partial N_3}{\partial x} = N_3 (k_2 V_2(N_2) - \varepsilon N_3 - m_3), \end{cases} \quad (16)$$

с начальными и граничными условиями

$$N_i(x, a, 0) = N_i^0(x, a), \quad x \in \overline{G}, \quad 0 \leq a < \infty, \quad i = 2, 3$$

$$N_2(x, 0, t) = \int_0^\infty B_2(\xi, t, N_1) N_2(x, \xi, t) dt, \quad N_i|_s = 0, \quad i = 2, 3.$$

$$N_3(x, 0, t) = \int_0^\infty B_3(\xi, t, \tilde{N}_2) N_3(x, \xi, t) dt, \quad 0 \leq t \leq \tau.$$

Пусть трофическая функция имеет свойство

$$V_i(\cdot) \geq 0, \quad \frac{dV_i}{dN} > 0, \quad \frac{d^2 V_i}{dN^2} \leq 0.$$

Основным результатом третьего раздела четвертой главы является следующая теорема.

Теорема 4.3.1. Для выполнения условия $\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} N_1(t) dt \geq N_1^p$, $N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}]$ и

$$0 < \min_t \frac{V_1(N_1(t))}{N_1(t)} = \bar{\alpha}_1 < \infty, \quad 0 < \max_a \frac{V_2(N_2(a,t))}{N_2(a,t)} = \bar{\alpha}_2 < \infty, \quad \bar{\alpha}_1 \cdot \bar{\alpha}_2 = \text{const}, \quad i = 1, 2.$$

необходимо и достаточно выполнение неравенств

$$\begin{cases} N_0(t) \leq \frac{Q}{\alpha_0 N_1^p}, & 0 \leq t \leq \tau, \\ \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \tilde{N}_2(t) dt \leq N_2^p, \\ \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \tilde{N}_3(t) dt \geq N_3^p, \end{cases} \quad (17)$$

$$\text{где } N_2^p = \frac{k_0 Q}{\bar{\alpha}_1 N_1^p} - \frac{m_1}{\bar{\alpha}_1} - \frac{1}{\bar{\alpha}_1 \tau} \ln \frac{N_1(\tau)}{N_1(0)},$$

$$N_3^p = \frac{k_1 \bar{\alpha}_1}{\bar{\alpha}_2} N_1^p - \frac{m_2}{\bar{\alpha}_2} - \frac{1}{\bar{\alpha}_2 \tau} \max_x \ln \frac{N_2(x, a, \tau)}{N_2(a, 0)}.$$

В разделе 4 четвертой главы исследуется решение одной нелинейной задачи, связанной с системой типа «полезные насекомые – вредные насекомые» с учетом возрастного состава и пространственного распределения. Модельная система при этом имеет вид

$$\begin{cases} \frac{\partial M_1}{\partial t} + \frac{\partial M_1}{\partial a} + \sum_{j=1}^2 V_{1j} \frac{\partial M_1}{\partial x_j} = -F_1(a, t) M_1(x, a, t) - \\ - \int_0^{\infty} V(M_1(x, a, t), \xi) M_2(x, \xi, t) d\xi + \sum_{j=1}^2 d_{1j} \frac{\partial^2 M_1}{\partial x_j^2}, \\ \frac{\partial M_2}{\partial t} + \frac{\partial M_2}{\partial a} + \sum_{j=1}^2 V_{2j} \frac{\partial M_2}{\partial x_j} = -F_2(a, t) M_2(x, a, t) + \sum_{j=1}^2 d_{2j} \frac{\partial^2 M_2}{\partial x_j^2}, \\ 0 < t < t_k, \quad 0 < a < \infty, \quad x \in G, \\ M_i|_{t=0} = M_i^0(x, a), \quad 0 \leq a < \infty, \quad i = 1, 2, \dots \\ \frac{\partial M}{\partial x_i} - \alpha M|_{x_i=L_i} = 0, \quad \forall i \\ M_1(x, 0, t) = \int_0^{\infty} B(a, t) M_1(x, a, t) da, \quad 0 < t < t_k, \\ M_2(x, 0, t) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} K(a, \xi, t) V(M_1(x, a, t), \xi) M_2(x, \xi, t) d\xi da, \quad x \in \bar{G}, \end{cases} \quad (18)$$

$M_i = M_i(x, a, t)$, $i = 1, 2$ – соответственно численности жертв и хищник $F_i(a, t)$ – коэффициенты смертности $i = 1, 2$, $B(a, t)$ – коэффициент рождаемости жертв, $V(\cdot)$ – трофическая функция, $K(\cdot)$ – коэффициент усвоения V_{ij} – скорости

перемещения, d_{ij} – коэффициенты диффузии, $\bar{G} = G + S$,

$G = \{(x_1, x_2) : 0 < x_i < L_i, i = 1, 2\}$, S – граница области G . Введем обозначения

$$N_i = \max_x M_i(x, a, t), i = 1, 2 \quad \text{и} \quad n_i = \min_x M_i(x, a, t), i = 1, 2.$$

Тогда из (18) получим

$$\begin{cases} \frac{\partial N_1}{\partial t} + \frac{\partial N_1}{\partial a} \leq -F_1(a, t)N_1(a, t) - \int_0^\infty V(N_1(a, t), \xi)N_2(\xi, t)d\xi \\ \frac{\partial N_2}{\partial t} + \frac{\partial N_2}{\partial a} \leq -F_2(a, t)N_2(a, t), 0 < t < t_k, 0 < a < \infty \\ N_i|_{t=0} = N_i^0(a), 0 \leq a < \infty, i = 1, 2, \dots \\ N_1(0, t) = \int_0^\infty B(a, t)N_1(a, t)da, 0 < t < t_k, \\ N_2(0, t) = \int_0^\infty \int_0^\infty K(a, \xi, t)V(N_1(a, t), \xi)N_2(x, \xi, t)d\xi da, \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial n_1}{\partial t} + \frac{\partial n_1}{\partial a} \geq -F_1(a, t)n_1(a, t) - \int_0^\infty V(n_1(a, t), \xi)n_2(\xi, t)d\xi \\ \frac{\partial n_2}{\partial t} + \frac{\partial n_2}{\partial a} \geq -F_2(a, t)n_2(a, t), 0 < t < t_k, 0 < a < \infty \\ n_i|_{t=0} = n_i^0(a), 0 \leq a < \infty, i = 1, 2, \dots \\ n_1(0, t) = \int_0^\infty B(a, t)n_1(a, t)da, 0 < t < t_k, \\ n_2(0, t) = \int_0^\infty \int_0^\infty K(a, \xi, t)V(n_1(a, t), \xi)n_2(x, \xi, t)d\xi da, \end{cases} \quad (20)$$

Теперь рассмотрим задачу (19), (20), когда достигается равенства в исходных уравнениях, т.е.

$$\begin{cases} \frac{\partial N_1}{\partial t} + \frac{\partial N_1}{\partial a} = -F_1(a, t)N_1(a, t) - \int_0^\infty V(N_1(a, t), \xi)N_2(\xi, t)d\xi \\ \frac{\partial N_2}{\partial t} + \frac{\partial N_2}{\partial a} = -F_2(a, t)N_2(a, t), 0 < t < t_k, 0 < a < \infty \\ N_i|_{t=0} = N_i^0(a), 0 \leq a < \infty, i = 1, 2, \dots \\ N_1(0, t) = \int_0^\infty B(a, t)N_1(a, t)da, 0 < t < t_k, \\ N_2(0, t) = \int_0^\infty \int_0^\infty K(a, \xi, t)V(N_1(a, t), \xi)N_2(x, \xi, t)d\xi da, \end{cases} \quad (21)$$

Теорема 4.4.1. Пусть $V(N_1, \xi) = V(\xi)N_1$, функции $V(\cdot), F_i(\cdot), B(a, t), N_i^0(\cdot), K(\cdot)$ – заданные функции своих аргументов и являются кусочно-непрерывными, а также ограничены по параметру a . Тогда существует единственная задача (21) и оно получается методом последовательного приближения. Это решение является максимальным для задачи (19), и минимальным для задачи (20).

Пятая глава посвящена задачам оптимального управления. Оптимизационная задача включает в себя процессы определения биологических и химических управлений из условия минимизации и численности вредного вида или ущерба, наносимого растениям со стороны вредителей. В связи с этим в **разделе 1** этой главы приведена общая постановка задачи оптимального управления экосистемами трех трофических уровней с учетом временно-возрастной структуры, пространственных распределений и с произвольными $V(\cdot)$ трофическими функциями вредных и полезных насекомых. Оптимизационную задачу сформулируем следующим образом.

Найти минимальное значение функционала

$$I(u) = \int_0^{t_k} \int_0^\infty \int_G f^0(N, u) dx da dt + \int_0^\infty \int_G \varphi(N, u) \Big|_{t_k} dx da \quad (22)$$

при условиях

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN_0}{dt} = Q - \alpha_0 N_0 N_1, \\ \frac{dN_1}{dt} = k_0 \alpha_0 N_0 N_1 - V_1(N_1) N_2 - m_1 N_1, \\ \frac{dN_2}{dt} + \frac{dN_2}{da} + \sum_{i=1}^2 g_{i2} \frac{dN_2}{dx_i} = k_1 V_1(N_1) N_2 - V_2(N_2) N_3 - \\ - m_2 N_2 + \sum_{i=1}^2 d_{i2} \frac{\partial^2 N_2}{\partial x_i^2} - \mu(D) N_2, \\ \frac{dN_3}{dt} + \frac{dN_3}{da} + \sum_{i=1}^2 g_{i3} \frac{dN_3}{dx_i} = k_2 V_2(N_2) N_3 - \varepsilon N_3^2 - m_3 N_3 + \\ + \sum_{i=1}^2 d_{i3} \frac{\partial^2 N_3}{\partial x_i^2} - \alpha \mu(D) N_3 + P N_3, \\ x \in G, \quad 0 < a < \infty, \quad 0 < t \leq t_k. \end{array} \right. \quad (23)$$

В **разделе 2** рассматривается задача оптимального управления, процесса защиты растения с учетом возрастной структуры вредных и полезных насекомых.

Математически эта задача формулируется следующим образом.

Найти минимальное значение функционала

$$I(u) = \int_0^{t_k} \int_0^\infty f^0(a, N, u) da dt + \int_0^\infty f^1(a, N_2, u) \Big|_{t_k} da \quad (24)$$

при следующих ограничениях:

$$\begin{cases} \partial_{ta} N = F(N, a, t, u_0), & 0 < a < \infty, \quad 0 < t < t_k \\ N(a, 0) = N_0(a), & 0 \leq a < \infty \\ N(0, t) = \int_0^\infty B(N(\xi, t), \xi, t, u_i) d\xi, & 0 \leq t \leq t_k \end{cases} \quad (25)$$

где $f^0(\cdot)$, $f^1(\cdot)$, $F(\cdot)$, $N_0(\cdot)$, $B(\cdot)$ - заданные достаточно гладкие функции своих аргументов, $u = (u_0, u_1)$, $u_0 = (Q, P, D)$, $u \in U$, U - допустимое множество, т.е. множество ограниченных и кусочно-непрерывных функций

$$U = \left\{ u : \begin{array}{l} 0 \leq u(t) \leq u_{\max}, \\ u = u(t). \text{ к.н.} \end{array} , u_{\max} = \left\{ Q_{\max}, P_{\max}, D_{\max}, \bar{u} \right\} \right\}$$

и, кроме того,

$$N = (N_0, N_1, N_2, N_3), \quad N_i = N_i(a, t), \quad i = 2, 3,$$

$$F = (Q + F_0, N_1 F_1, N_2 F_2 - \mu(D) N_2, N_3 F_3 - \alpha \mu(D) N_3 + P N_3),$$

$$B = (b_0(a), b_1(a), B_1(N), B_2(N)),$$

причем

$$\int_0^\infty b_i(a) da = 0, \quad i = 0, 1.$$

Справедлива следующая теорема для существования решения оптимального управления процесса защиты растений от вредных насекомых.

Теорема 5.2.1. Пусть $u^* = u^*(t) \in U$ оптимальное управление задачи (24), (25) и функции $f^0(\cdot)$, $f^1(\cdot)$, $F(\cdot)$, $N_0(\cdot)$, $B(\cdot)$ и для любого $u \in U$ существует единственное решение задачи (25). Тогда необходимо выполнение неравенства

$$\int_0^{t_k} \int_0^\infty \left\{ \left[\frac{\partial f^0}{\partial u_0} + \left(\frac{\partial F}{\partial u_0} \right)^* \psi \right] (u_0 - u_0^*) + \left[\frac{\partial f^0}{\partial u_1} + \left(\frac{\partial F}{\partial u_1} \right)^* \psi \Big|_{a=0} \right] (u_1 - u_1^*) \right\} da dt \geq 0 \quad (26)$$

при всех $u \in U$.

Здесь $\psi = \psi(a, t)$ является решением сопряженной системы

$$\begin{cases} (\partial_{ia})^* \psi = -\frac{\partial H}{\partial N}, \\ \psi(a, t_k) = -\frac{\partial f^1}{\partial N} \Big|_{t_k}, \quad \psi(\infty, t) = 0 \end{cases} \quad (27)$$

где $H(\cdot) = (F, \phi) + (B, \psi|_{a=0}) - f^0(\cdot)$.

Заметим, что $(\partial_{ia}) = -(\partial_{ia})^*$.

Заметим, что функционал (24) может характеризовать ущерб или вред, наносимый вредителями растений, либо суммарную численность вредителей в зависимости от нашего желания.

В разделе 3 пятой главы предлагается оптимизация процесса задачи защиты с учетом возрастного состава и пространственных распределений. Для оптимального управления задачи защиты растений получено необходимое условие минимума.

В разделе 4 этой главы рассмотрена оптимизационная модель интегрированного метода борьбы с вредителями биосистем трех трофических уровней.

Сформулируем оптимизационную задачу защиты растений следующим образом. Найти минимальные значения функционала

$$I(u) = \int_0^{t_k} f^0(N_1, N_2, N_3, u) dt + \phi(N_1, N_2, N_3, u) \quad (28)$$

при условиях

$$\begin{cases} \frac{dN_0}{dt} = Q - F_0(N_0, N_1), \\ \frac{dN_1}{dt} = N_1 F_1(N_0, N_1, \tilde{N}_2), \\ \frac{dN_2}{dt} = N_2 F_2(N_1, N_2, \tilde{N}_3) - \mu(D) N_2, \\ \frac{dN_3}{dt} = N_3 F_3(N_2, N_3) - \alpha \mu(D) N_3 + P N_3, \end{cases} \quad (29)$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial N_i} \leq 0, \quad \frac{\partial F_i}{\partial N_j} = \begin{cases} \leq 0, & i < j, \quad i = \overline{0,3} \\ \geq 0, & i > j, \quad j = \overline{0,3} \end{cases} \quad (30)$$

$$F_i(\cdot) \geq 0, \quad \phi(\cdot) \geq 0, \quad f^0(\cdot) \geq 0,$$

Сформулируем один из основных результатов раздела 5.4.

Теорема 5.4.1. Пусть имеют место условия (30) и

$$\begin{aligned} f^0(\cdot) &= CN_2 + C_P PN_3 + C_D D + Q, \\ \varphi(\cdot) &= CN_2 + C_P PN_3 + C_D D + Q, \end{aligned}$$

тогда оптимальное управление задачи (28),(29) характеризуется соотношениями

$$\left\{ \begin{aligned} Q^* &= \begin{cases} Q_{\max}, \psi_0 > 1 \\ 0, \psi_0 < 1 \end{cases}, \quad P^* = \begin{cases} P_{\max}, \psi_3 > C_P \\ 0, \psi_3 < C_P \end{cases}, \\ D^* &= \begin{cases} D_{\max}, C_D + \psi_2 N_2 + \alpha \psi_3 N_3 < 0 \\ 0, C_D + \psi_2 N_2 + \alpha \psi_3 N_3 > 0, \mu(D) \equiv D \\ -\mu_0 + \sqrt{-\frac{\mu_0 \mu_1}{C_D} (\psi_2 N_2 + \alpha \psi_3 N_3)}, \psi_2 N_2 + \alpha \psi_3 N_3 < 0, \mu(D) = \frac{\mu_1 D}{\mu_0 + D}, \end{cases} \end{aligned} \right. \quad (31)$$

где $\mu_0, \mu_1, Q_{\max}, P_{\max}, C, C_P, C_D$ – заданные положительные числа, (C, C_P, C_D – соответственно стоимости единицы биомассы вредителя, затраты на химические и биологические методы борьбы), $\psi_i = \psi_i(t)$ – решения сопряженной к (27) задачи, $i=0,1,2,3$.

Теорема 5.4.2. Пусть $N^* = (N_0^*, N_1^*, N_2^*, N_3^*)$ – стационарное решение системы (29), тогда приближенное решение задачи (29) можно представить в виде

$$N(t) \approx N^* + (N^0 - N^*) \sum_{i=0}^3 \frac{e^{A_i t}}{\prod_{j \neq i} (\lambda_j - \lambda_i)} \prod_{i \neq j} (A_0 - \lambda_i I), \quad (32)$$

где λ_i – собственные значения матрицы $A_0 = (a_{ij})$, $i = \overline{0,3}$, $j = \overline{0,3}$, $N^0 = N(0)$.

Для точечных моделей приведены методом последовательных приближений решения оптимизационной задачи защиты растений.

Раздел 5 пятой главы рассматривает оптимизационную математическую модель существования вредных насекомых и полезных насекомых (хищники, паразиты) процесса защиты растений агроценоза с произвольными $V(\cdot)$ трофическими функциями в следующем виде

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dN_2}{dt} &= k_1 \alpha_1(N_1) N_2 - V_2(N_2) N_3 - m_2 N_2 - \mu(D) N_2 \\ \frac{dN_3}{dt} &= k_2 V_2(N_2) N_3 - \varepsilon N_3^2 - m_3 N_3 - \alpha \mu(D) N_3 + P N_3 \end{aligned} \right. \quad (33)$$

На основе методов теории оптимального управления получены соотношения, которые позволяют определить параметры методов борьбы с вредителями для модельных экосистем биоценоза хлопчатника. Известно, что если численность вредителей больше, чем ее пороговое значение, а численность хищников, паразитов меньше или равна соответственно их

пороговым значениям, то следует применить биологический способ, а в случае, когда численность хищников, паразитов больше, чем пороговые значения, то эффективным будет химический способ.

В шестой главе исследуются численного решения интегро-дифференциальной задачи защиты растений с учетом временно-возрастной структуры насекомых и приведены результаты компьютерных экспериментов.

В разделе 1 приведена разностная аппроксимации интегро-дифференциальной задачи защиты растений с учетом временно-возрастной структуры насекомых. Рассмотрим интегро-дифференциальную задачу (14)

в классе $V(N)$ трофических моделей. $\tilde{N}_i = \int_{\bar{\alpha}_i}^{\bar{\alpha}_i} N_i(a, t) da, \quad i = 2, 3.$

$N_i(0, t) = \int_{\alpha_i}^{\beta_i} B_i(\xi) N_i(\xi, t) d\xi, \quad i = 2, 3.$ Введем функции

$t = a + \tau, M_i(a, \tau) = N_i(a, a + \tau), \quad i = 2, 3;$ и задачу (14) перепишем в виде

$$\begin{cases} \frac{dN_0}{dt} = Q - \alpha_0 N_0 N_1, \\ \frac{dN_1}{dt} = k_0 V_0(N_0) N_1 - V_1(N_1) \tilde{N}_2 - m_1 N_1, \\ \frac{\partial M_2}{\partial a} = k_1 V_1(N_1) M_2 - V_2(M_2) \tilde{M}_3 - m_2 M_2, \\ \frac{\partial M_3}{\partial a} = k_2 V_2(M_2) M_3 - \varepsilon M_3^2 - m_3 M_3. \end{cases} \quad (34)$$

где V_i – трофические функции $i = 1, 2$, $B_2(a), B_3(a)$ – коэффициенты

рождаемости вредных и полезных насекомых, $k_i, m_i, \alpha_i, \beta_i, \bar{\alpha}_i, \bar{\alpha}_i, \varepsilon$ – заданные неотрицательные константы.

Легко видеть, что решение задачи (34) представляется в следующих соотношениях:

$$\begin{cases} N_0(t) = N_0(0) \exp\left(-\alpha_0 \int_0^t N_1(\xi) d\xi\right) + \exp\left(-\alpha_0 \int_0^t N_1(\xi) d\xi\right) Q \int_0^t \exp\left(-\alpha_0 \int_\tau^t N_1(\xi) d\xi\right) d\tau, \\ N_1(t) = N_1(0) \exp\left(k_0 \int_0^t V_0(N_0(\xi)) d\xi - \int_0^t \frac{V_1(N_1(\xi)) N_2(\xi) d\xi}{N_1(\xi)} - m_1 t\right), \\ M_2(a, \tau) = M_2(0, \tau) \exp\left(k_1 \int_0^a V_1(N_1(\xi + \tau)) d\xi - \int_0^a \frac{V_2(M_2) \tilde{M}_3 d\xi}{M_2(\xi, \tau)} - m_2 a\right), \\ M_3(a, \tau) = \frac{M_3(0, \tau) \exp\left(k_2 \int_0^a V_2(M_2(\xi, \xi + \tau)) d\xi - m_3 a\right)}{1 + \varepsilon M_3(0, \tau) \int_0^a e^{\int_0^\xi k_2 V_2 d\xi - m_3 \xi} d\xi}. \end{cases} \quad (35)$$

Следовательно, для определения неизвестных функций получаем следующую систему интегральных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l}
N_0(t) = N_0(0) \exp(-\alpha_0 \int_0^t N_1(\xi) d\xi) + \int_0^t Q(\xi) \exp(-\alpha_0 \int_\tau^t N_1(\xi) d\xi) d\tau, \\
N_1(t) = N_1(0) \exp(k_0 \int_0^t V_0(N_0(\xi)) d\xi) - \int_0^t \frac{V_1(N_1(\xi)) \int_{\bar{a}_3}^{\bar{a}_3} N_2(\xi, t + \xi - a) d\xi}{N_1(\xi)} d\xi - m_1 t, \\
M_2(a, t) = \int_{\alpha_2}^{\beta_2} B_2(\xi) N_2(\xi, t) d\xi \exp(k_1 \int_0^a V_1(N_1(\xi + t - a)) d\xi - m_2 a - \\
- \int_0^a \frac{V_2(M_2(\xi, \xi + t - a)) \int_{\bar{a}_3}^{\bar{a}_3} N_3(\eta, t - a + \xi) d\eta}{M_2(\xi, t + a - \xi)} d\xi), \\
M_3(a, t) = \frac{\int_{\alpha_3}^{\beta_3} B_3(\xi) N_3(\xi, t) d\xi \exp(k_2 \int_0^a V_2(N_2(\xi, t - a + \xi)) d\xi - m_3 a)}{1 + \varepsilon \int_{\alpha_3}^{\beta_3} B_3(\xi) N_3(\xi, t) d\xi \int_0^a \exp(k_2 \int_0^\xi V_2(m_2(\eta, t - a + \eta)) d\eta - m_3) d\xi}.
\end{array} \right. \quad (36)$$

В формулах (36) трофические функции $V_i(\cdot)$ являются достаточно произвольными.

Раздел 2 шестой главы посвящен определению неизвестных коэффициентов взаимодействия модельной задачи защиты растений.

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial a} = b_i N_i + \sum_{j=1}^m A_{ij} N_i N_j, \quad i = 1, \dots, m, \quad 0 < a < a_k, \quad 0 < t \leq t_k \\
N(a, 0) = N_0(a), \quad 0 \leq a \leq a_{max}, \\
N(a, 0) = \int_0^{a_{max}} B(N(\xi, t), \xi, t) d\xi, \quad 0 \leq t \leq t_k
\end{array} \right. \quad (37)$$

где $B(\cdot)$ – вектор функции рождаемости, $N = (N_1, \dots, N_m)$, $N_i = N_i(a, t)$ численность i -го вида возраста a в момент времени t , $i = \overline{1, m}$.

$b_i A_{ij}$ – биологические параметры популяции и известны наблюдения за состоянием численности видов экосистемы в момент времени t_j :

$N_{ijk} = N_i(a_k, t_j) + \xi_{ijk}$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n_0}$, $k = \overline{1, k_0}$, N_{ijk} – результаты наблюдений, ξ_{ijk} – ошибки наблюдений, удовлетворяющие условиям:

$$M[\xi_{ijk}] = 0, \quad M[\overline{\xi_{jk}}, \overline{\xi_{jk}}] = \Lambda(a_k, t_j)$$

M – символ математического ожидания, Λ – дисперсионная матрица вектор ошибок. Предположим также, что заданы коэффициенты b_i и функции

рождаемости B_i . Требуется определить матрицу взаимодействия A с элементами A_{ij} . Для решения этой задачи рассмотрим функционал

$$I(A) = \sum_{k,j=1}^{k_0, n_0} P_{jk} \sum_{j=1}^m [N_{ijk} - N_i(a_k, t_j, A)]^2, \quad (38)$$

где P_{jk} – весовые коэффициенты, причем $\sum_{k,j} P_{jk} = 1, P_{jk} \geq 0, N_i(a_k, t_j, A)$ – решение задачи (37) в точке $(a_k, t_j), k = \overline{1, k_0}, j = \overline{1, n_0}$.

Минимизацию функционала (38), будем проводить методом градиентного спуска.

Пример. Рассмотрим систему «паутинный клещ-клещеядный трипс».

$$\begin{cases} D_{ta} N_1 = b_1 N_1 - \alpha N_1 N_2 - \varepsilon_1 N_1^2 \\ D_{ta} N_2 = -b_2 N_2 + k \alpha N_1 N_2 - \varepsilon_2 N_1^2 \\ N_i(a, 0) = N_i^0(a), N_i(0, t) = \int_0^{a_{\max}} B_i(a) N_i(a, t) da \end{cases} \quad (39)$$

где N_1 –численность паутинного клеща, а N_2 –численность клещеядного трипса, $b_1, b_2, \alpha, k, \varepsilon_i$ – их биологические параметры, N_i^0 – начальная численность, $B_i(a)$ – коэффициенты рождаемости соответственно паутинного клеща и клещеядного трипса.

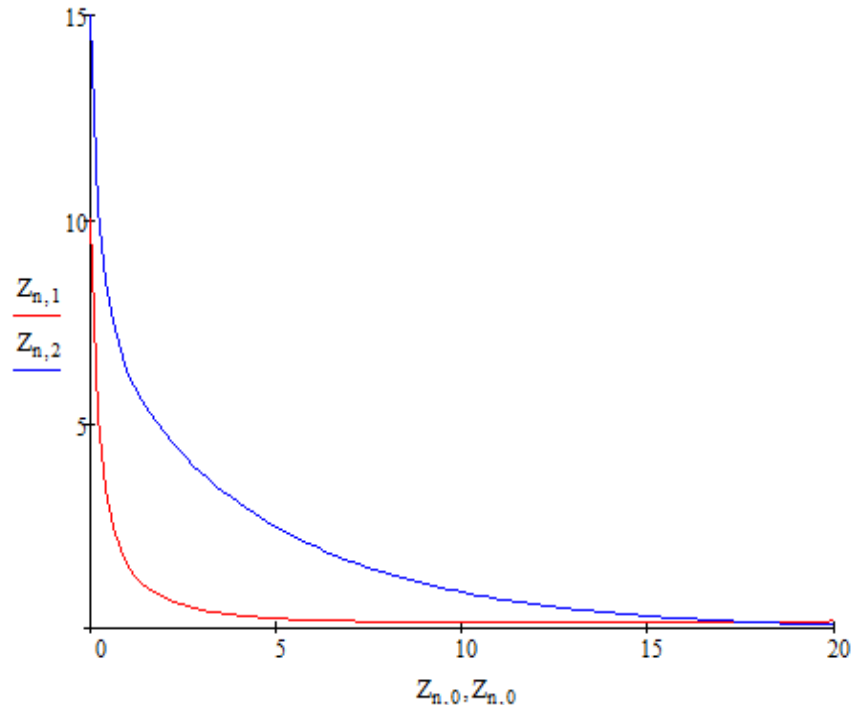


Рис.1 а). Результаты вычислительных экспериментов для системы " паутинный клещ - клещеядный трипс ($Z_{n,1}, Z_{n,2}$ -соответственно)".

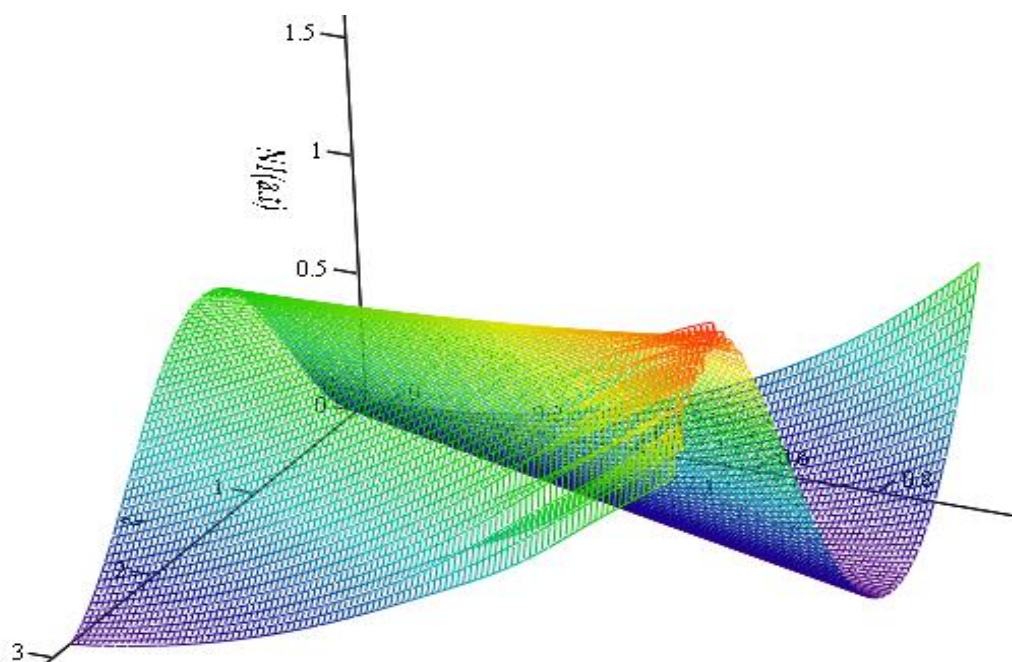


Рис.1 б). Фазовый портрет системы «паутинный клещ - клещеядный трипс ($Z_{n,1}$, $Z_{n,2}$ – соответственно)».

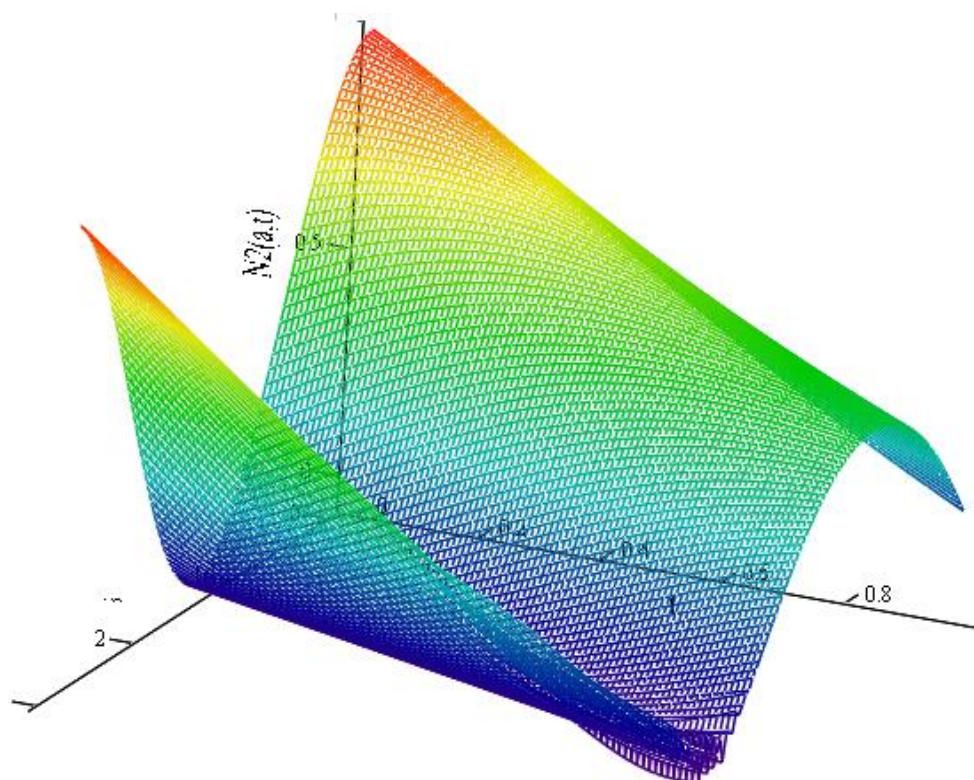


Рис. 1. в) Фазовый портрет системы «паутинный клещ - клещеядный трипс ($Z_{n,1}$, $Z_{n,2}$ – соответственно)».

Раздел 3 шестой главы посвящен вопросам построения вычислительной модели агроэкосистемы хлопкового поля и результаты компьютерных экспериментов. Эту вычислительную модель построим в виде комплекса программы. Комплекс программы состоит из четырёх основных блоков:

1. Решение задачи защиты растений с условием сохранения возможного урожая;
2. Определение критических численностей вредителей и энтомофагов;
3. Динамика численности развития насекомых по типу "хищник-жертва";
4. Определение оптимальных методов борьбы с вредителями.

В **разделе 4** шестой главы приведены результаты комплекса проблемно-ориентированных программ, для решения задачи защиты растений с произвольными трофическими функциями, разработанного автором при выполнении данных научных исследований. Комплекс компьютерных программ разработан на языках программирования Visual C# и C++, широко используемых в научных, инженерных, математических и компьютерных областях, и зарегистрирован в отделе защиты авторских прав Министерства культуры Республики Таджикистан.

Программы «Определение критических численностей вредителей и энтомофагов» (КРИТИ)»

Данная компьютерная программа предназначена для вычисления пороговых значений вредителей и энтомофагов агроценоза при заданном урожае хлопчатника, который необходимо получить в агроценозе. Программа разработана на языке программирования C++. Результаты программы можно получить в виде таблицы и в виде графика.

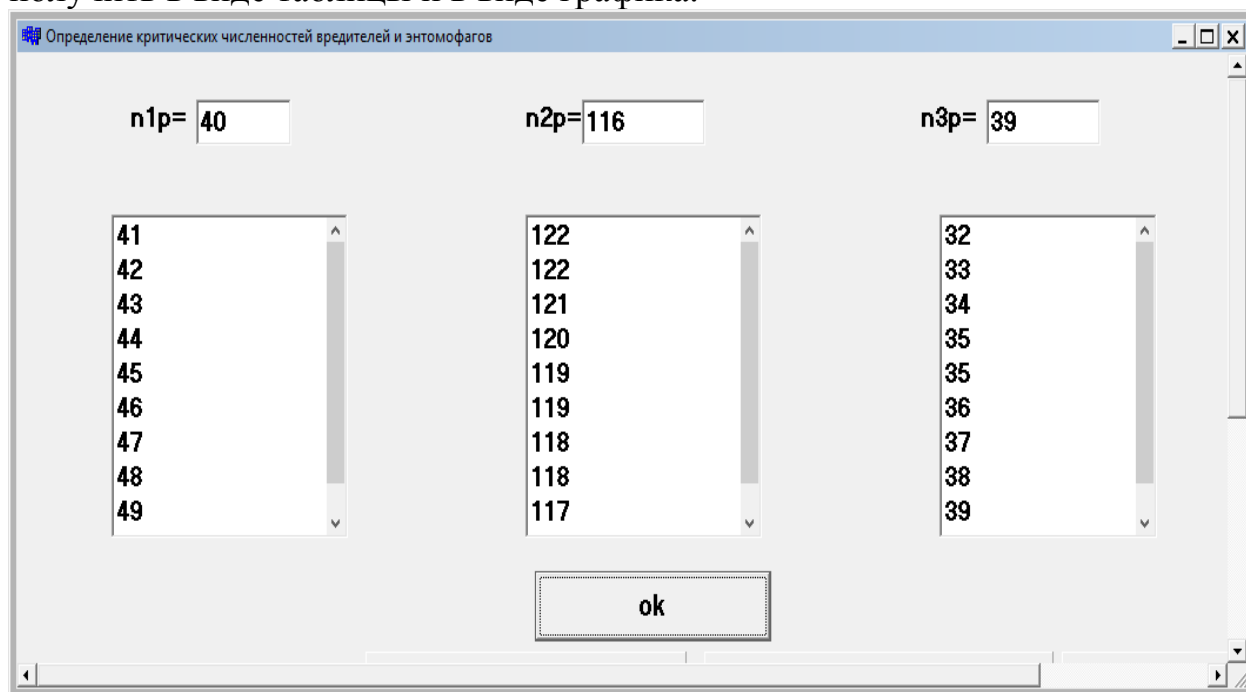


Рис. 2. Скриншот результатов полученных программой «Определение критических численностей вредителей и энтомофагов».



Рис. 3. Скриншот графических результатов, полученных программой «Определение критических численностей вредителей и энтомофагов».



Рис. 4. Скриншот графических результатов, полученных программой «Определение критических численностей вредителей и энтомофагов».

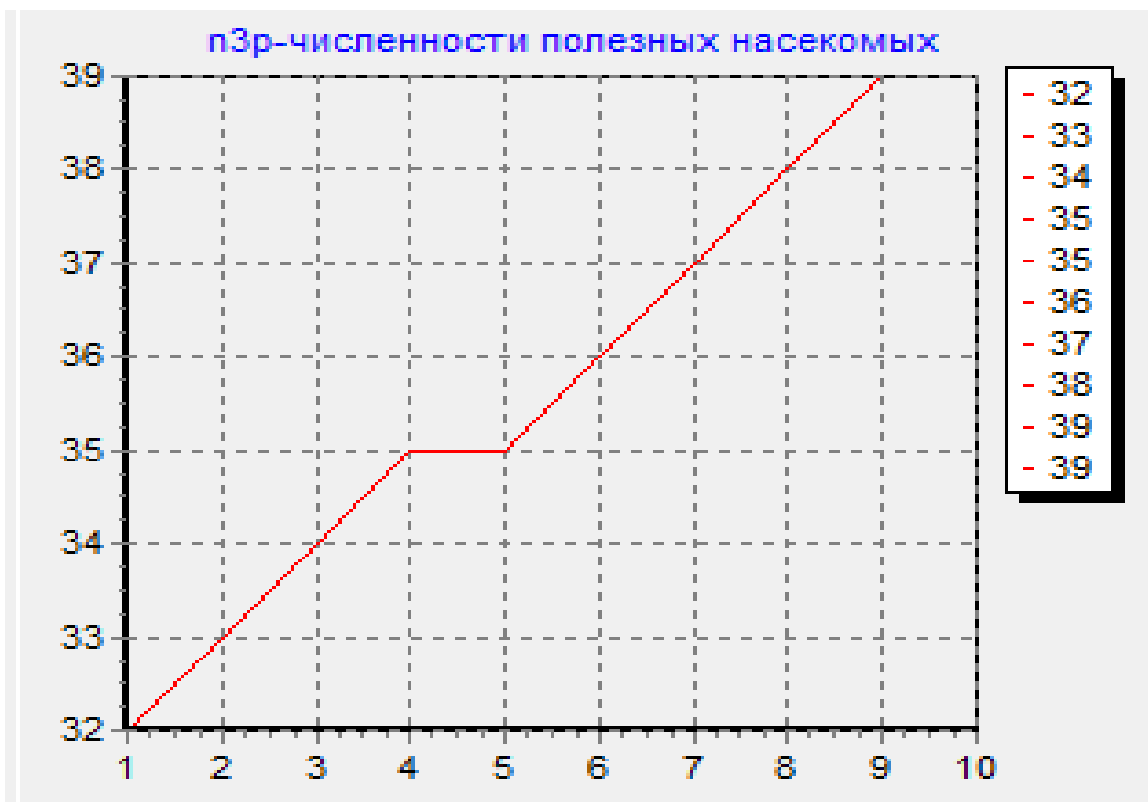


Рис. 5. Скриншот графических результатов, полученных программой «Определение критических численностей вредителей и энтомофагов».

Пример. Пусть на некотором поле мы хотим сохранить урожая сельхоз культуры не менее $N_1^p = 45$ условных единиц и $Q=5500$ условных единиц, $k_0 = 0.9$, $k_1 = 0.8$, $m_1 = m_2 = 0.02$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, тогда определим величину N_2^p , и N_3^p по формулам $N_2^p = \frac{k_0 Q}{\alpha_1 N_1^p} - \frac{m_1}{\alpha_1}$, $N_3^p = \frac{k_1 \alpha_1}{\alpha_2} N_1^p - \frac{m_2}{\alpha_2}$.

Отсюда $N_2^p \approx 110$, $N_3^p \approx 36$. Следовательно, для этих выходных данных, чтобы получить не менее 45 условных единиц урожая, численность вредителей должна быть не более 110 единиц, а численность полезных насекомых не менее 36 единиц. При таких соотношениях между численностями вредных насекомых и энтомафагов в агроценозе наступает состояние, при котором не возникает необходимость в применении химических средство против вредителей. Заметим, что полученные результаты качественно совпадает с эмпирическими шкалами сотрудников Института зоологии и паразитологии Академии наук Республики Таджикистан.

Программы «Решение задачи защиты растений с условием сохранения возможного урожая» (УСЛОВИЯ).
Компьютерная программа предназначена для решения задачи защиты растений с условием $N_1 \geq N_1^p$, - плановый уровень растений. Если неравенства $N_1 \geq N_1^p$, и $\tilde{N}_2 \leq N_2^p$, $\tilde{N}_3 \geq N_3^p$ не выполняются, тогда задача защиты растений не имеет решения. В этом случае приходится решать

оптимизационную задачу процесса защиты растений от вредителей сельхоз культуры. Это означает, что против вредителей агроценоза применяются интегрированные методы защиты (комплекс агротехнических, химических и биологических мероприятий) для защиты сельхоз культуры. Программа разработана на языке программирования C#.

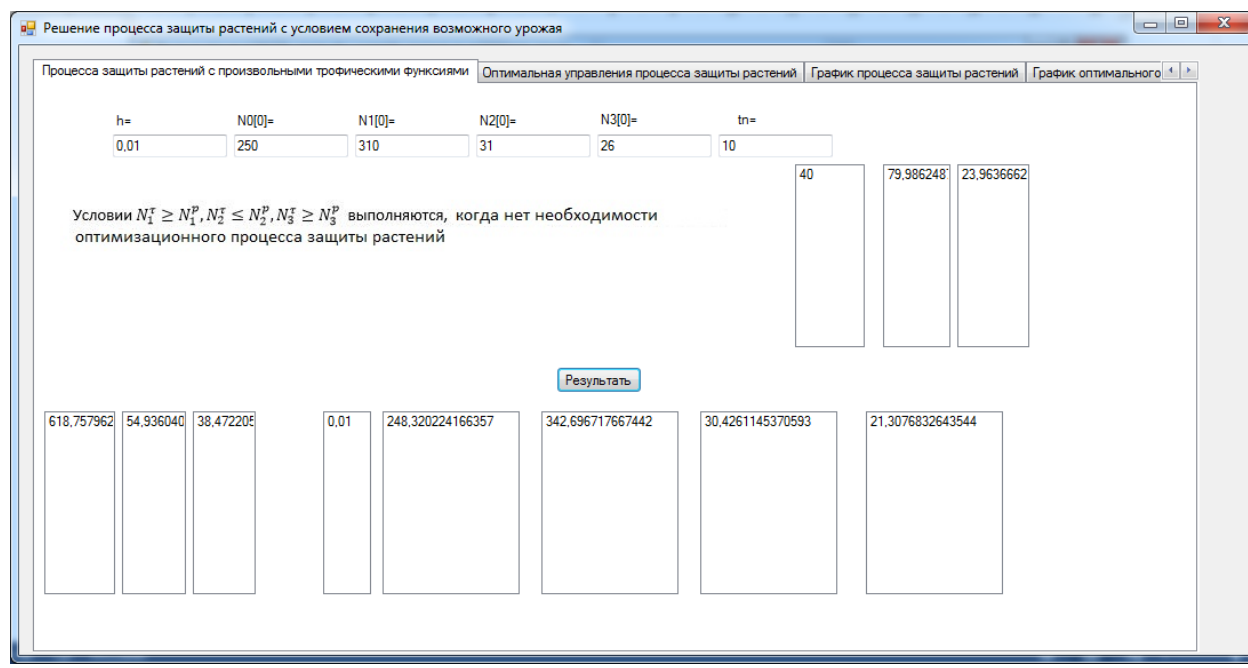


Рис. 6. Скриншот результатов полученных программой «Решение задачи защиты растений с условием сохранения возможного урожая» (УСЛОВИЯ).

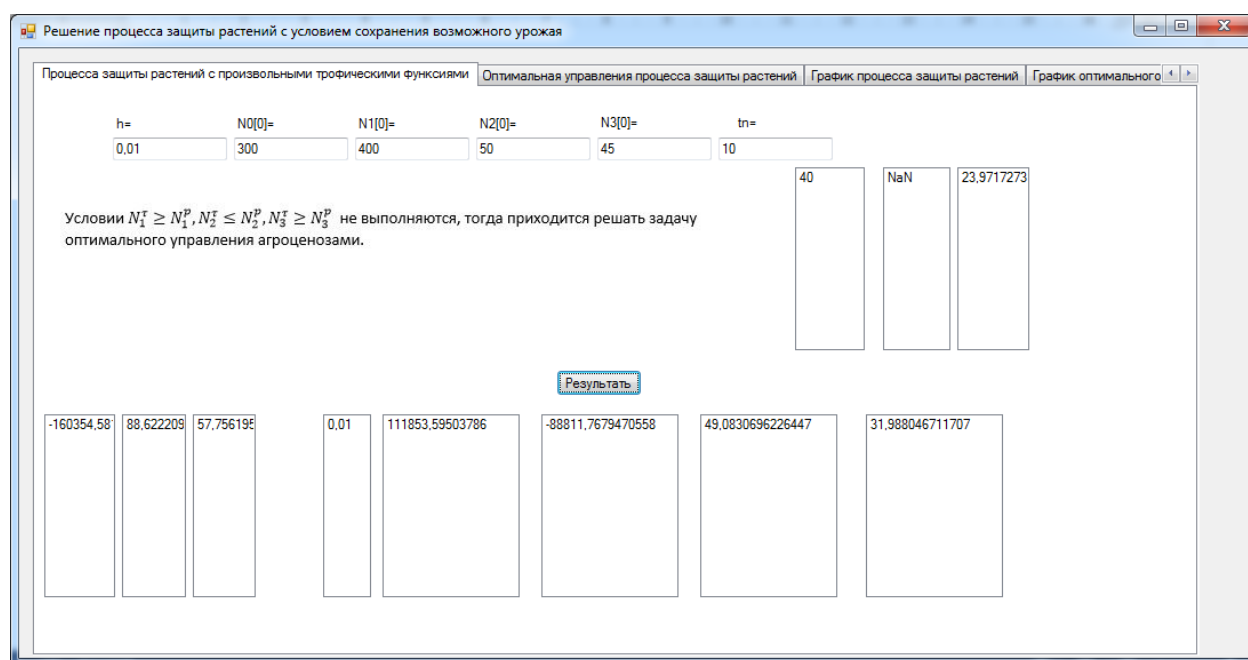


Рис. 7. Скриншот результатов полученных программой «Решение задачи защиты растений с условием сохранения возможного урожая» (УСЛОВИЯ)

Программы «Определения оптимальных методов борьбы с вредителями (ОПТИМАЛ)»

Компьютерная программа предназначена для определения оптимальных методов процесса защиты от вредителей хлопчатника, а также вычисления параметров оптимальной защиты (дозы пестицидов и скорость поступления энтомофагов извне в агроценоз). Определяются методы защиты от вредителей хлопчатника агроценоза оптимальная биологическая защита; оптимально химическая защита; оптимальное совместное применение ядохимикатов и энтомофагов, добавляемых в агроценоз. Программа может работать как с данными, которые вводятся с клавиатуры, так и с данными, полученными в результате работы с предыдущей программой КРИТИ. Программа разработана на языке программирования C++. Результаты программы можно получить в виде таблицы и в виде графика.

Скриншоты и результатов полученных программой «Определения оптимальных методов борьбы с вредителями», показаны на рис.8,9.

Вариант 1.

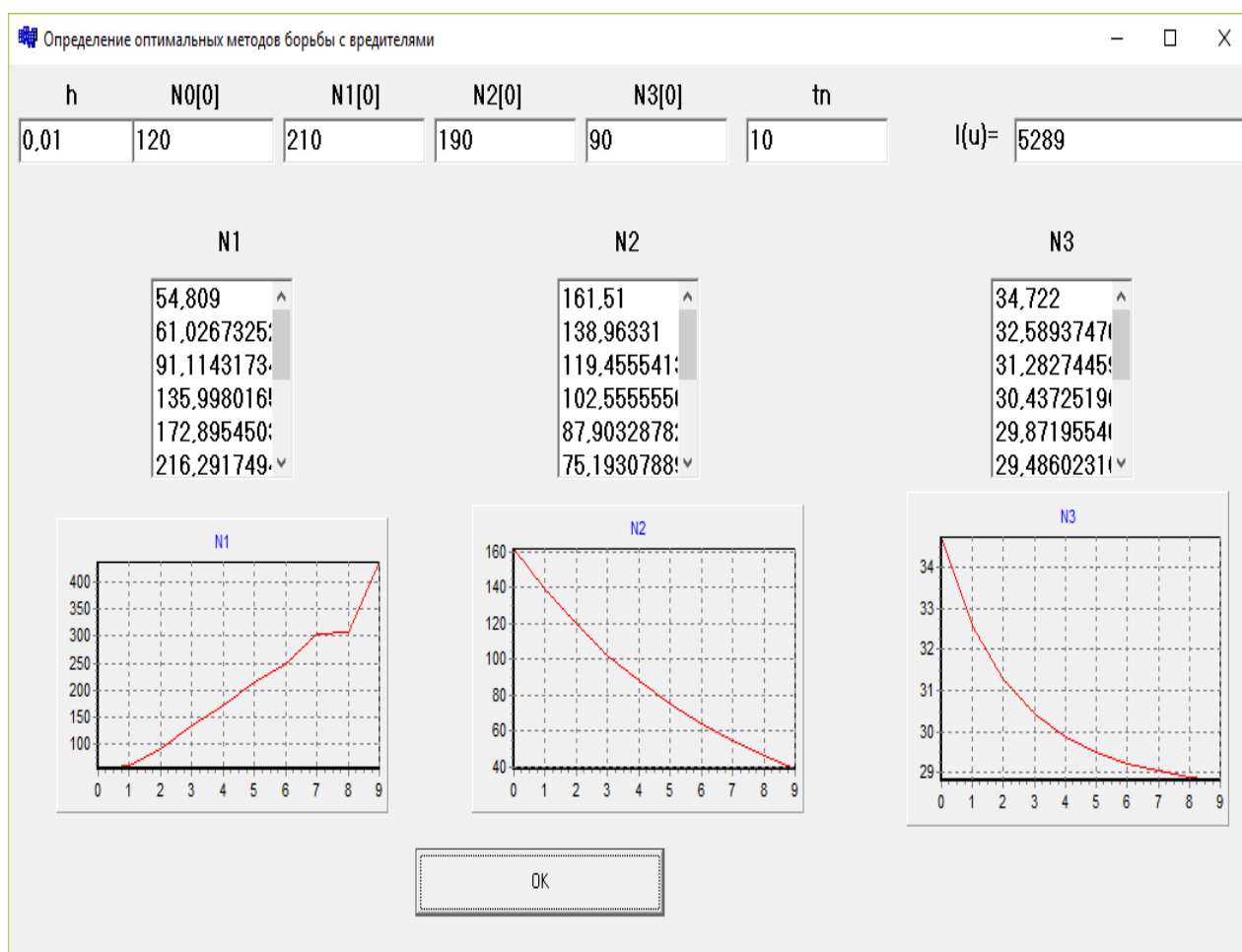


Рис.8. Скриншот результатов полученных программой «Определения оптимальных методов борьбы с вредителями»

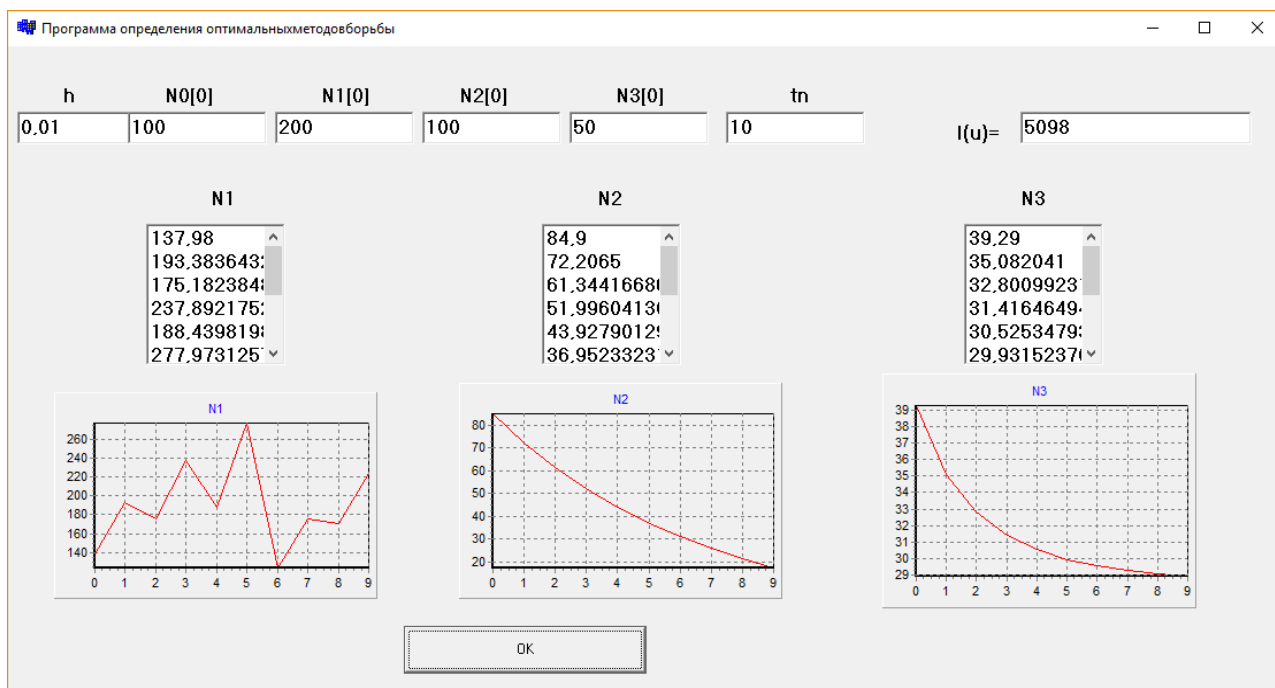


Рис. 9. Скриншот результатов полученных программой «Определения оптимальных методов борьбы с вредителями»

Скриншот результатов полученных программой «Динамики численности развития насекомых по типу "хищник-жертва"» показаны на рис.10

Динамики численности развития насекомых по типу "хищник-жертва"

Время, дней	Хищник	Жертва
13	1209	724
26	1911	1131
39	1599	936

OK

Рис. 10. Скриншот результатов полученных программой «Динамики численности развития насекомых по типу "хищник-жертва"».

В **приложении 1** приведены описание и листинги программ, расчетов отдельных прикладных программ, разработанных автором в рамках данного диссертационного исследования. В **приложении 2** приведены свидетельства о регистрации программ ЭВМ (Министерство культуры Республики Таджикистан). В **приложение 3** приведены акты о внедрении.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ И ВЫВОДЫ

Результаты диссертационной работы представляют собой новые решения актуальных проблем, связанных с повышением качества математического моделирования и программирования процесса защиты растений от вредителей сельскохозяйственной культуры. На основе проведенных исследований можно сформулировать следующие результаты и выводы:

1. Исследован комплекс математических моделей процесса защиты растений с учетом временной, возрастной структуры и пространственных распределений с произвольными трофическими $V(\cdot)$ функциями.
2. Предложена задача защиты растений для точечных моделей в биосистемы типа «хищник - жертва» с произвольными трофическими $V(\cdot)$ функциями. Получены необходимые и достаточные условия существования решения задачи защиты растений.
3. Предложены и обоснованы решение нелинейные системы дифференциальных задачи защиты растений с учетом возрастной структуры и пространственных распределений с произвольными трофическими $V(\cdot)$ функциями. Доказаны теоремы о необходимых и достаточных условиях существования решения задачи защиты растений.
4. Исследованы оптимизационные задачи защиты растений с учетом временной, возрастной структуры и пространственных распределений с произвольными трофическими $V(\cdot)$ функциями. На основе методов теории оптимального управления получены соотношения, которые позволяют определить параметры методов борьбы с вредителями для модельных биосистем агроценоза хлопчатника. Получено необходимое условие минимума для задачи оптимального управления модельной биосистемой защиты растений с учетом возрастного состава, пространственных распределений и с произвольными трофическими $V(\cdot)$ функциями.
5. Предложен и обоснован численный метод решения интегро-дифференциальной задачи защиты растений с учетом временной, возрастной структуры и с произвольными трофическими $V(\cdot)$ функциями. Рассмотрены вопросы разностной аппроксимации процесса защиты растений. Проведены также алгоритмы определения неизвестных параметров в задаче защиты растений, который основан на методе наименьших квадратов.
6. Создан комплекс программ, ориентированный для управления процессом защиты растений с учетом временной, возрастной структуры и пространственного распределения при произвольных трофических функциях и состоящий из программ, зарегистрированных в Министерстве культуры

Республики Таджикистан (Свидетельство о регистрации научных, литературных и художественных произведений): «Решение задачи защиты растений с условием сохранения возможного урожая», «Определение критических численностей вредителей и энтомофагов», «Динамики численности развития насекомых по типу "хищник-жертва"», «Определение оптимальных методов борьбы с вредителями».

ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

В Республике Таджикистан в последние годы используются отдельные элементы интегрированной системы защиты хлопчатника от вредителей и болезней сельскохозяйственной культуры. Учеными и специалистами в области защиты растений широко внедрен во многих хлопководческих хозяйствах республики интегрированный метод борьбы с сельхоз вредителями. Особое внимание уделяется химическому способу борьбы. В этих хлопководческих хозяйствах на основе учета и порога вредоносности того или иного вредителя в зависимости от уровня эффективности энтомофагов применяется химический способ борьбы с вредителями агроценоза. Уровень эффективности полезных насекомых (энтомофагов) и пороги вредности вредных насекомых являются параметрами интегрированного метода борьбы, которые представляются в виде математических формул.

1. Для решения математических моделей процесса защиты растений с учетом временно-возрастной и пространственных распределений в диссертационной работе используются современные достижения в области исследования математических моделей биологических процессов и связанных с ними дифференциальных уравнений. С помощью математических и компьютерных методов найдено решение задачи защиты растений с произвольными трофическими $v(\cdot)$ функциями. Рассмотренные в диссертационной работе математические модели представляют собой нелинейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

2. Разработаны и реализованы на примере агроэкосистем сельхоз культуры (хлопок, рис, пшеницы и др.) по дехканским хозяйствам Хатлонской области Республики Таджикистан, математические и компьютерные модели, позволяющие осуществить вычислительные расчеты, связанные с управлением и прогнозированием защиты сельскохозяйственной культуры (хлопок, рис, пшеницы и др.) от вредителей сельхоз культуры с целью достижения высокого урожая.

3. Результаты численных расчетов показывают, что для хлопкового агроценоза определения критические значения численности насекомых имеет большое практическое значение. При этом, если численность вредных насекомых не более порогового уровня, а численность энтомофагов не менее уровня эффективности, то при таких соотношениях между численностями вредных и полезных насекомых в агроценозах наступает состояние, при котором не возникает необходимость в применении химических средств

против вредителей. Из анализа полученных численных экспериментов следует, что разработанную методику можно использовать для решения задачи прогнозирования и планирования, проведения натурных экспериментов для конкретных популяций, биосообществ и экологических систем.

4. Важное практическое значение имеет создание комплекса программ, ориентированного для решения задачи защиты растений с учетом временной, возрастной структуры и пространственного распределения при произвольных трофических функциях для обработки экологической информации хлопкового агроценоза на основе полученных в настоящей работе результатов. Результаты проведения вычислительных экспериментов предложены сотрудникам Института земледелия Таджикской Академии сельскохозяйственных наук для их дальнейшего использования на практике.

5. Предложены технологии обучения решению задач биологии с использованием математических и компьютерных моделей, необходимые для обучения формирования учебного знания и практических навыков в решении задач по дисциплинам «Математическое моделирование в биологических системах» для студентов и магистров направления «прикладная математика» и «информатика».

6. Построены корректные математические модели широкого класса, процесса защиты растений с учетом временной, возрастной структуры, пространственных распределений и с произвольными трофическими функциями. Поставлена и решена оптимизационная задача защиты. Изучены временное, возрастное и пространственное распределение процесса защиты растений и получен в работе ряд формул для определения численности насекомых, необходимых для разработки математических моделей задачи защиты растений от вредителей сельхоз культуры.

В заключение выражаю глубокую благодарность своему научному консультанту профессору М.К.Юнуси за постоянное внимание к работе.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Научные монографии

1. **Одинаев, Р.Н.** Исследование математической модели задачи защиты растений [Текст]: моногр. / Р.Н. Одинаев, М. Юнуси. – Душанбе: Изд-во ООО «Сармад-Компания », 2013. – 110 с.

Статьи, опубликованные в ведущих рецензируемых научных журналах

2. **Одинаев, Р.Н.** Задача защиты растений для точечных моделей и при произвольных трофических функциях [Текст] / Р.Н. Одинаев // Вестн. Тадж. нац. ун-та. – 2012. – № 1/3 (85). – С. 28-36.
3. **Одинаев, Р.Н.** Исследование системы типа «Полезные насекомые вредные насекомые» с учетом возрастного состава и пространственного распределения [Текст] / Р. Одинаев, М. Юнуси // Вестн. Тадж. техн. ун-та. – 2012. – № 1 (17). – С. 26-32.

4. **Одинаев, Р.Н.** Исследование математической модели задачи защиты растений в стационарном случае [Текст] / Р. Одинаев // Вестн. Тадж. нац. ун-та. – 2013. – №1/3 (110). – С. 7-11.
5. **Одинаев, Р.Н.** Исследование математической модели задачи защиты растений в нестационарном случае [Текст] / Р. Одинаев, Ш. Косимов // Вестн. Тадж. нац. ун-та. – 2014. – №1/3 (134). – С. 6-10.
6. **Одинаев, Р.Н.** Необходимое и достаточное условие существования решения задачи защиты растений [Текст] / Р.Н. Одинаев // Докл. АН Респ. Таджикистан. – 2015. – Т. 58, № 10. – С. 879-885.
7. **Одинаев, Р.Н.** Математическая модель защиты растений в биосистеме трех трофических уровней с учетом возрастной структуры [Текст] / Р. Одинаев, М. Юнуси // Труды Междунар. летней мат. школы-конф. С.Б. Стечкина по теории функций, Таджикистан, Душанбе, 15-25 августа 2016г. Душанбе, 2016. – С. 186-190.
8. **Одинаев, Р.Н.** Об одной нелинейной математической модели защиты растений с учетом возрастной структуры [Текст] / Р.Н. Одинаев // Вестн. ТНУ. Сер. Естеств. наук. – Душанбе, 2016. – № 1/2 (196). – С. 13-17.
9. **Одинаев, Р.Н.** Оптимизационные модели интегрированного метода борьбы с вредителями биосистем трех трофических уровней [Текст] / Р. Одинаев, М. Юнуси // Вестн. ТНУ. Сер. Естеств. наук. – Душанбе, 2016. – № 1/3 (200). – С. 46-52.
10. **Одинаев Р.Н.** Численный метод решения интегро-дифференциальной задачи защиты растений [Текст] / Р.Н. Одинаев // Вестн. Тадж. нац. ун-та. Сер. Естеств. наук. – 2017. – №1/5. – С. 112-116.
11. **Одинаев, Р.Н.** Об одном необходимом и достаточном условии существования решения задачи защиты растений [Текст] / Р.Н. Одинаев // Евразийское Науч. Объединение. – 2017. – Т.1, №12 (34). – С. 20-25.
12. **Одинаев, Р.Н.** Разностная аппроксимация интегро-дифференциальной задачи защиты растений с учетом возрастной структуры насекомых и вычислительные эксперименты [Текст] / Р.Н. Одинаев // Вестн. Тадж. нац. ун-та. Сер. Естеств. наук. – 2018. – № 1. – С.34-42.
13. **Одинаев, Р.Н.** Математическая модель задачи защиты растений с учетом пространственного распределения и её решение при произвольных трофических функциях [Текст] / Р.Н. Одинаев // Вестн. Тадж. нац. ун-та. Сер. Естеств. наук. – 2018. – №1. – С. 5-11.
14. **Одинаев, Р.Н.** Разработка математических моделей процесса защиты растений с учетом временно-возрастной структуры в биосистеме типа «вредные насекомые - полезные насекомые» с произвольными трофическими функциями [Текст] / Р.Н. Одинаев // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2018. – № 2. – С. 24-28.
15. **Одинаев, Р.Н.** Компьютерное моделирование процесса защиты растений с учетом временно-возрастной структуры и

пространственного распределения с произвольными трофическими функциями [Текст] / Р.Н. Одинаев // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2018. – № 2. – С. 33-38.

16. **Одинаев, Р.Н.** Компьютерный анализ и алгоритм определения неизвестных параметров в задаче защиты растений [Текст] / Р.Н. Одинаев // Изв. вузов Кыргызстана. – Бишкек, 2018. – №1. – С.11-14.
17. **Одинаев, Р.Н.** Математическая модель процесса защиты растений с учетом возрастной структуры насекомых [Текст] / Р.Н. Одинаев // Изв. вузов Кыргызстана. – Бишкек, 2018. – № 2. – С.3-7.
18. **Одинаев, Р.Н.** Исследование оптимизационного процесса задачи защиты растений с учетом возрастной структуры насекомых Исследование оптимизационного процесса задачи защиты растений с учетом возрастной структуры насекомых [Текст] / Р.Н. Одинаев // Вестн. ТНУ. Сер. Естеств. наук. – Душанбе, 2017. – № 1/3. – С. 6-9.

Сборники трудов и материалы конференций

19. **Одинаев, Р.Н.** Модельная задача защиты растений с учетом пространственных факторов [Текст] / Р. Одинаев // Математическое моделирование и компьютерные эксперименты ISMMSE-2000. Материалы второй Междунар. конф. – Душанбе, 2000. – С.55.
20. **Одинаев, Р.Н.** Модель учета возрастного состава в задачи защиты растений [Текст] / Р. Одинаев, М. Юнуси // Материалы науч.-теорет. конф. проф. препода. состава и студентов, посвящ. 60-летию победы в Великой Отечественной войне во имя мира и счастья на земле. – Душанбе, 2005. – С.33-34.
21. **Одинаев, Р.Н.** О задаче защиты с учетом пространственных факторов. [Текст] / Р. Одинаев, Ш. Косимов // Дифференциальные и интегральные уравнения и смежные вопросы анализа. Материалы Междунар. науч. конф. (г. Душанбе, 8-10 нояб. 2005 г.). – Душанбе, 2005. – С. 129-131.
22. **Одинаев, Р.Н.** Об исследовании одной модели системы «Хищник-жертва» с учетом возрастного состава [Текст] / Р. Одинаев, С. Мирзоев // Журн. Средней Азии информац. технологии. – 2009. – №1. – С. 148-149.
23. **Одинаев, Р.** Численное решение задачи защиты растений [Текст] / Р. Одинаев, Ш. Косимов // Материалы науч.-теорет. конф. проф. препода. состава и студентов, посвящ. 18-ой годовщине независимости Респ. Таджикистан и году памяти Имама Аъзама. – Душанбе, 2010. – С. 46-47.
24. **Одинаев, Р.Н.** Компьютерное моделирование задачи защиты растений. [Текст] / Р. Одинаев, Ш. Косимов // Материалы науч.-теорет. конф. проф. состава и студентов, посвящ. Году образования и техн. знаний. – Душанбе, 2010. – С. 6-7.
25. **Одинаев, Р.Н.** О моделях биосистем «вредные насекомые –полезные насекомые» [Текст] / Р. Одинаев, Ш. Косимов // Материалы науч.-

- теорет. конф. проф. состава и студентов, посвящ. «15-й годовщине Независимости Республики Таджикистан», «2700-летию города Куляба» и «Году арийской цивилизации». – Душанбе, 2006. – С. 42.
26. **Одинаев, Р.Н.** Research of system such as «useful insect-harmful insects» in view of age structure and spatial distribution [Текст] / Р.Н. Одинаев, М. Юнуси //– Междунар. конф. по компьютерному анализу проблем науки и технологии 1-5 июля 2011г. – Душанбе, 2011.– С. 37-38.
27. **Одинаев, Р.Н.** Исследование системы типа «полезные насекомые – вредные насекомые» с учетом возрастного состава и пространственного распределения [Текст] / Р. Одинаев, М. Юнуси // Материалы V-й Междунар. науч.-практ. конф. «Перспективы применения инновационных технологий и усовершенствования техн. образования в высш. учеб. заведениях стран СНГ» 13-15 окт. 2011 г. – Душанбе, 2011. – С. 127-130.
28. **Одинаев, Р.Н.** О моделях типа «полезные насекомые – вредные насекомые» [Текст] / Р. Одинаев, М. Юнуси // Материалы V-й междунар. науч.-практ. конф. «Перспективы применения инновационных технологий и усовершенствования техн. образования в высш. учеб. заведениях стран СНГ» 13-15 окт. 2011 г. – Душанбе, 2011. – С. 131.
29. **Одинаев, Р.Н.** Разностная аппроксимация задачи растений [Текст] / Р. Одинаев // Материалы науч.-теорет. конф. проф.-препод. состава и студентов посвящ. «900-летию поэта, великого мыслителя Мавлоно Джамолиддина Балхи» и «16 –й годовщине независимости Респ. Таджикистан». – Душанбе, 2007. – С. 16-17.
30. **Одинаев, Р.Н.** Определение критических значений для популяций, входящих в экосистемы, состоящие из трех графических уравнений [Текст] / Р. Одинаев, Ш. Косимов // Материалы науч. – теорет. конф. проф.-препод. состава и студентов, посвящ. «17-й годовщине независимости Респ. Таджикистана», 1150-летию основоположника Таджикско-персидской литературы Абуабдулло Рудаки и году тадж. языка ТГНУ. – Душанбе, 2008. – С. 33-34.
31. **Одинаев, Р.Н.** Investigation of system «predator – pray» in view of age structure with regard to the age structure and the spatial distribution (Исследование системы типа «Полезные насекомые вредные насекомые» с учетом возрастного состава и пространственного распределения) [Текст] / Р. Одинаев, М. Юнуси. // 13th International Pure Mathematics Conference 2012. (Abstracts), 1-3 September. 2012, Islamabad. – С. 46.
32. **Одинаев, Р.** Математическая модель защиты растений типа задачи Юнуси в стационарном случае [Текст] / Р. Одинаев, Д. Давлатов // Proceedings of the 9th international conference on the computer analysis of problems of a science and technology. – Dushanbe, 2013. – С. 132-133.

33. **Одинаев, Р.Н.** Формирование профессионального мировоззрения студентов биологов на основе моделей защиты растений [Текст] / Р. Одинаев, Х. Махмадалиев, М. Юнуси // Материалы респ. науч.-теорет. конф. посвященной «25-летию Государственной независимости Респ. Таджикистан». – Кургонтеппа, 2016. – С. 221-224.
34. **Одинаев, Р.Н.** Задача защиты растений с учетом возрастной структуры насекомых [Текст] / Р. Одинаев, Д. Давлатов, Ш. Косимов // Международная науч.-метод. конф. «Современные проблемы математики и ее преподавания». – Кургонтеппа, 2013. – С. 316-317.
35. **Одинаев, Р.Н.** Математическая модель динамики задачи защиты растений с учетом возрастной структуры насекомых [Текст] / Р. Одинаев, Ш. Косимов // Материалы респ. конф., посвящ. 70-летию проф. Б. Алиева. Современные проблемы прикладной математики и информатики. – Душанбе, 2014. – С. 92-94.
36. **Одинаев, Р.Н.** О регуляризации неустойчивых структур сообществ экосистем региональных заповедников РТ [Текст] / Р.Н. Одинаев, М. Юнуси, С. Мирзоев // 10-ая Междунар. конф. по компьютерному анализу проблем науки и технологии. – Душанбе, 2015. – С. 30-34.
37. **Одинаев, Р.Н.** Математическая модель задачи защиты растений с учетом пространственных факторов [Текст] / Р. Одинаев, Ш. Косимов // Материалы респ. науч. конф. посвящ. 3000-летию Гиссара и 50-летию механико-мат. фак. «Неклассические дифференциальные и интегральные уравнения и их приложения». – Душанбе, 2015. – С. 61-62.
38. **Одинаев, Р.Н.** Об исследовании одной модели задачи защиты растений с учетом возрастного состава [Текст] / Р.Н. Одинаев // Материалы Междунар. науч. конф. «Математический анализ, дифференциальные уравнения и теория чисел» посвящ. 75-летию д-ра физ.-мат. наук, проф. Т.С. Сабилова. – Душанбе, 2015. – С. 135-136.
39. **Одинаев, Р.Н.** О решении одной задачи защиты растений с учетом возрастной структуры [Текст] / Р.Н. Одинаев // 10-ая Междунар. конф. по компьютерному анализу проблем науки и технологии. – Душанбе, 2015. – С. 140-142.
40. **Одинаев, Р.Н.** Решение задачи защиты растений с учетом возрастной структуры и пространственного распределения [Текст] / Р.Н. Одинаев // Современные проблемы математики и её приложений. Материалы Междунар. науч. конф. посвящ. 25-летию Государственной независимости Респ. – Душанбе, 2016. – С. 140-142.
41. **Одинаев, Р.Н.** Об одной нелинейной математической модели защиты растений с учетом возрастной структуры насекомых [Текст] / Р. Одинаев, А. Хамидова // Материалы респ. науч.-теорет. конф. проф.-препод. состава и сотрудников ТНУ, посвящ. «25-летию Государственной независимости Респ. Таджикистан». – Душанбе, 2016. – С. 7-8.

42. **Одинаев, Р.Н.** Определение критических значений задачи защиты растений [Текст] / Р. Одинаев, Ш. Косимов // Материалы респ. науч.-теорет. конф. проф.-препод. состава и сотрудников ТНУ, посвящ. «25-летию Государственной независимости Респ. Таджикистан». – Душанбе, 2016. – С. 47-48.
43. **Одинаев, Р.Н.** Об оптимизационной модели интегрированного метода задачи защиты растений [Текст] / Р.Н. Одинаев // Материалы респ. науч.-теорет. конф. проф.-препод. состава и сотрудников ТНУ, посвящ. «20-ой годовщине Дня нац. единства и «Году молодёжи». – Душанбе, 2017. – С.4.
44. **Одинаев, Р.Н.** Investigation mathematical model of the plant protection problem the stationary case [Текст] / Р.Н. Одинаев // Материалы Междунар. науч.-практ. конф. «Роль ИКТ в инновационном развитии Респ. Таджикистан». – Душанбе, 2017. – С. 256-261.
45. **Одинаев, Р.Н.** Численный метод решения задачи защиты растений с учетом временно-возрастной структуры насекомых [Текст] / Р.Н. Одинаев // Проблемы вычисл. и прикладной математики. – Ташкент, 2018. – № 1(13). – С. 56-62.
46. **Одинаев, Р.Н.** Research of mathematical model of defense of plants is in stationary case [Текст] / Р.Н. Одинаев // 18-th International Pure Mathematics Conference. – Исламабад (Пакистан), 2017.-С.29.
47. **Одинаев, Р.Н.** Алгоритм определения неизвестных параметров в задачи защиты растений [Текст] / Р.Н. Одинаев // Материалы Междунар. науч. конф., посвящ. 70 - летию со дня рождения акад. АН Респ. Таджикистан, д-ра физ.-мат. наук, проф. Илолова Мамадшо «Современные проблемы математики и её приложений». – Душанбе, 2018. – С. 180-182.
48. **Одинаев, Р.Н.** О решении одной математической модели задачи защиты растений с произвольными трофическими функциями [Текст] / Р. Н. Одинаев // Материалы респ. науч.-теорет. конф. проф.-препод. состава и сотрудников ТНУ, посвящ. «Вода для устойчивого развития, 2018-2028 годы», «Году развития туризма и народных ремесел», «140-ой годовщине со дня рождения Героя Таджикистана Содриддина Айни» и «70-ой годовщине со дня создания Тадж. нац. ун-а». – Душанбе, 2018. – С. 4-5.
49. **Одинаев, Р.Н.** Компьютерное моделирование процесса защиты растений с произвольными трофическими функциями [Текст] / Р.Н. Одинаев, Ф. Раимзода // Материалы Междунар. науч.-теорет. конф., 70-летию образования Тадж. нац. ун-та и посвящ. 80 - летию со дня рождения акад. АН Респ. Таджикистан, д-ра физ.-мат. наук, проф. Н.Р. Раджабова «Современные задачи математики и их приложений». – Душанбе, 2018. – С. 132-137.

Свидетельства о регистрации программ ЭВМ

50. **Одинаев, Р.Н.** Определение критических численностей вредителей и энтомофагов [Текст]: 2018 г., № 68 / Р.Н. Одинаев; М-во культуры Респ. Таджикистан // Свидетельство о регистрации научных, литературных и художественных произведений.
51. **Одинаев, Р.Н.** Вычисление динамики численности развития насекомых по типу «хищник-жертва» [Текст]: 2018 г., № 70 / Р.Н. Одинаев; М-во культуры Респ. Таджикистан // Свидетельство о регистрации научных, литературных и художественных произведений.
52. **Одинаев, Р.Н.** Определения оптимальных методов борьбы с вредителями [Текст]: 2018 г., № 69 / Р.Н. Одинаев; М-во культуры Респ. Таджикистан // Свидетельство о регистрации научных, литературных и художественных произведений.
53. **Одинаев, Р.Н.** Решение задачи защиты растений с условием сохранения возможного урожая [Текст]: 2018 г., № 67 / Р.Н. Одинаев; М-во культуры Респ. Таджикистан // Свидетельство о регистрации научных, литературных и художественных произведений.

Одинаев Раим Назаровичтин «Убакыт-курактык түзүмүн жана мейкиндикте таралуусун эске алуу менен өсүмдүктөрдү коргоо процессинин математикалык моделин иштеп чыгуу жана программалоо» деген темадагы 05.13.18 – математикалык моделдөө, сандык эсептөөлөр жана программалардын комплекси адистиги боюнча физика-математика илимдеринин доктору илимий даражасын изденип алууга диссертациясынын

ТАРЖЫМАЛЫ

Ачкыч сөздөр: модель, зыянкечтер, пайдалуу курт-кумурскалар, энтомофагдар, агроценоз эркин трофикалык функция, , биологиялык процесстер, өсүмдүктөрдү коргоо, стационардык маселе, курактык курамы, мейкиндикте бөлүштүрүү, курт-кумурскалардын саны, оптималдуу башкаруу, сандык чыгаруу, сызыктуу эмес маселе.

Изилдөөнүн объекти жана предмети. Диссертациялык иште изилдөөнүн объектиси болуп Тажик Республикасынын айыл чарбасынын пландаштырылган түшүмүн (пахта, буудай, күрүч, жана башкалар) коргоо процесси саналат. Изилдөөнүн предмети болуп өсүмдүктөрдү коргоо процессин чыгаруу үчүн математикалык моделдерди иштеп чыгуу, программалар комплексин жана алгоритмдерди үчүн куруу саналат.

Изилдөөнүн максаты. Изилдөөнүн максаты болуп пландаштырылган айыл чарба өсүмдүктөрдүн түшүмүн коргоо процессинин математикалык моделин иштеп чыгуу жана математикалык моделдөө куралдар жыйындысын өнүктүрүү саналат.

Изилдөөнүн методдору: илимий изилдөө иштеринин жүрүшүндө биологиялык процесстердин математикалык моделдери жана аны менен

байланышкан дифференциалдык тендемелерди изилдөө областында акыркы жетишкендиктер колдонулду.

Алынган жыйынтыктардын жаңылыгы: Эркин $V(\cdot)$ трофикалык функциялары менен убакыт, курактык түзүмүн жана мейкиндик боюнча бөлүнүшүн эске алуу менен өсүмдүктөрдү коргоо процессинин математикалык моделдеринин жыйыны изилденген. Өсүмдүктөрдү коргоо маселесинин чыгарылышынын жашашынын зарыл жана жетиштүү шарттары жөнүндөгү теоремалар далилденди. Оптималдуу башкаруу теориясынын методдорунун негизинде пахта агроценозунун моделдик биосистемасы үчүн зыянкечтер менен күрөшүүнүн параметрлерин аныктоого мүмкүндүк берген катыштыр алынды. Өсүмдүктөрдү коргоо процессин айырмалап аппроксимациялоо суроолору каралды. Эркин $V(\cdot)$ трофикалык функциялар учурунда убакыт, курактык түзүмүн жана мейкиндик боюнча бөлүнүшүн эске алуу менен өсүмдүктөрдү коргоо процессин башкарууга багытталган программалар комплекси түзүлдү.

Изилдөөнүн корутундуларын колдонуу. Каралган моделдер жана изилдөө ыкмаларынын жалпылыгынын жогорку деңгээлде болуусу аларды экосистемаларды, агроценоздорду изилдөөгө гана эмес, ошондой эле, химия, физика жана башка областардагы маселелерге колдонууга мүмкүндүк берет. Изилдөөнүн натыйжалары, ошондой эле "колдонмо математика", "колдонмо информатика" жана "математикалык жана компьютер моделдөө" багыттарында студенттерди окутуу үчүн колдонсо болот.

Колдонуу тармактары: изилдөөнүн жыйынтыктары зыянкечтерден айыл чарба өсүмдүктөрүн коргоо боюнча иш-чараларды иштеп чыгуу үчүн колдонулушу мүмкүн. Бул жыйынтыктар агроценоздордун зыянкечтери менен комплекстүү күрөшүү масштабын абдан кеңейтет.

Резюме

диссертации Одинаева Раима Назаровича на тему «Разработка математической модели и программирование процесса защиты растений с учетом временно-возрастной структуры и пространственного распределения», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18.- Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Ключевые слова: модель, вредные насекомые, полезные насекомые, энтомофаги, агроценоз, произвольная трофическая функция, биологические процессы, защита растений, стационарная задача, возрастная структура, пространственное распределение, численность насекомых, оптимальное управление, численное решение, нелинейная задача.

Объект и предмет исследования: Объектом диссертационной работы является процесс защиты планируемого урожая сельскохозяйственной культуры Республики Таджикистан (хлопчатник, пшеница, рис и др.). Предметом исследования выступают разработка математических моделей, построения алгоритмов и комплекс программ, для решения процесса

защиты растений.

Цель исследования: Целью диссертационного исследования является разработка математической модели и развития аппарата математического моделирования, процесса защиты планируемого урожая.

Методы исследования: В процессе исследовательской работы применялись современные достижения в области исследования математических моделей биологических процессов и связанных с ним дифференциальные уравнения.

Научная новизна полученных результатов:

Исследован комплекс математических моделей процесса защиты растений с учетом временной, возрастной структуры и пространственных распределений с произвольными трофическими $V(\cdot)$ функциями. Доказаны теоремы о необходимых и достаточных условиях существования решения задачи защиты растений. Исследованы оптимизационные задачи защиты растений. На основе методов теории оптимального управления получены соотношения, которые позволяют определить параметры методов борьбы с вредителями для модельных биосистем агроценоза хлопчатника. Рассмотрены вопросы разностной аппроксимации процесса защиты растений. Создан комплекс программ, ориентированный для управления процессом защиты растений с учетом временной, возрастной структуры и пространственного распределения при произвольных трофических $V(\cdot)$ функциях.

Степень использования: Высокая общность рассматриваемых моделей и методов исследования позволяет применять их для изучения не только агроценозов, экосистем, но и задач из области химии, физики и др. Результаты исследования могут также применяться при обучении студентов по направлениям «прикладная математика», «прикладная информатика» и «математическое и компьютерное моделирование».

Область применения: Полученные результаты исследования могут быть использованы при проектировании мероприятий по защите урожая от сельхоз вредителей. Эти результаты существенно расширяют масштабы использования интегрированного метода борьбы с вредителями агроценозов.

Summary

Odinaev Raim Nazarovich's dissertations on the theme "Development of a mathematical model and programming of the plant protection process taking into account the time-age structure and spatial distribution", submitted for the degree of Doctor of Physical and Mathematical Sciences in specialty 05.13.18.- Mathematical modeling, numerical methods and complexes programs.

Keywords: model, harmful insects, beneficial insects, entomophages, agrocenosis, arbitrary trophic function, biological processes, plant protection, stationary problem, age structure, spatial distribution, insect numbers, optimal control, numerical solution, nonlinear problem.

Object and subject of research: The object of the thesis is the process of protecting the planned crop of the Republic of Tajikistan (cotton, wheat, rice, etc.). The subject of the research is the development of mathematical models, the construction of algorithms and a set of programs for solving the process of plant protection.

The purpose of the research: The purpose of the dissertation research is to develop a mathematical model and the development of the apparatus of mathematical modeling, the process of protecting the planned harvest.

Research methods: In the course of research work, modern advances have been applied in the field of the study of mathematical models of biological processes and related differential equations.

Scientific novelty of the results: The complex of mathematical models of the plant protection process is investigated taking into account the time, age structure and spatial distributions with arbitrary trophic $V(\cdot)$ functions. Theorems on the necessary and sufficient conditions of existence of the solution of the plant protection problem are proved. The optimization problems of plant protection were studied. Based on the methods of the theory of optimal control, relations are obtained that allow one to determine the parameters of pest control methods for model cotton agroecosystem biosystems. The problems of difference approximation of the plant protection process are considered. A set of programs designed to manage the process of plant protection, taking into account the time, age structure and spatial distribution with arbitrary trophic $V(\cdot)$ functions.

Degree of use: The high generality of the models and research methods under consideration allows them to be used to study not only agroecosystems, ecosystems, but also problems from the field of chemistry, physics, etc. "And" mathematical and computer modeling ".

Scope: The results of the study can be used in the design of measures to protect the crop from agricultural pests. These results significantly expand the use of the integrated pest management method for agroecosystems.

СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

t – время, $t \in [0, t_k], t_k = \text{const} < \infty$.

a – возраст, $0 \leq a \leq \infty$.

x – пространственная координата;

$x \in \bar{G} \subseteq E^2, \bar{G} = \{x: x = (x_1, x_2), 0 \leq x_i \leq L_i, i = 1, 2\}$.

$\bar{G} = G + S, S$ – граница $G, R = \bar{G} * [0, \infty) * [0, t_k]$

$N_0 = N_0(t)$ – масса внешнего ресурса в момент времени t .

$N_1 = N_1(t)$ – биомасса растений сельхоз культуры в момент времени t .

$N_i = N_i(x, a, t)$ – численности вредных ($i = 2$) полезных ($i = 3$) насекомых
возраста a , в момент времени t и в точке x .

$F_i = F_i(\cdot)$ – удельная скорость роста i -го трофического уровня $i = 0, 1, 2, 3$.

В удельной скорости роста обозначены:

m_i – коэффициенты естественной смертности, $i = 1, 2, 3$;

k_i – доли потребленных биомасс, идущие на репродуктивный обмен и рост
 $i = 0, 1, 2$;

α_i – коэффициенты трофических функций, $i = 0, 1, 2$;

ε – коэффициент самолимитирования популяции полезных насекомых.

$V(\cdot)$ – трофическая функция со свойствами

$$\frac{dV(N)}{dN} > 0 \quad \frac{dV^2(N)}{dN^2} \leq 0.$$

Q – скорость поступления внешнего ресурса, $Q = Q(t)$.

N_1^p – плановый уровень биомассы растений;

N_2^p – порог вредоносности вредных насекомых;

N_3^p – уровнем эффективности полезных насекомых (энтомофаги);

$F = F(a, t), B = B(a, t)$ – коэффициенты смертности и рождаемости популяций
возраста a , в момент времени t ;

$B_i = B(N, a, t) \geq 0$ – функция рождаемости насекомых.

$$N_i^\tau = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau N_i(t) dt, \quad i = 1, 2, 3, \quad \tau > 0$$
 – средней биомассой биологической видов (или

средней численностью) за интервал времени τ .

$\tilde{N}_i = \tilde{N}_i(t)$ – $i = 2, 3$ суммарные численности вредных насекомых и полезных

насекомых, $\tilde{N}_i = \int_{\alpha_i}^{\beta_i} N_i(a) da$, $\alpha_i, \beta_i - \text{const} > 0$, $i = 2, 3$.

$\mathcal{G}_{i2}, \mathcal{G}_{i3}$ – скорости перемещения насекомых по i -му направлению;

D_{i2}, D_{i3} – коэффициенты диффузии;

$K(\cdot)$ – коэффициент усвоения;

$P = P(t)$ – количество добавляемых в экосистемы популяций полезных
насекомых;

$D = D(t)$ – концентрация ядовитого вещества, используемого для уничтожения
вредных насекомых.

$I(u)$ – функционал стоимости.

$f^0 = f^0(\cdot), \varphi = \varphi(\cdot)$ – характеризует ущерб со стороны вредителей и затраты
на реализацию биологического, химического методов борьбы и на
использовании удобрений, воды.

ОДИНАЕВ РАИМ НАЗАРОВИЧ

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И
ПРОГРАММИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЗАЩИТЫ РАСТЕНИЙ С
УЧЕТОМ ВРЕМЕННО-ВОЗРАСТНОЙ СТРУКТУРЫ И
ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ**

Автореферат диссертации

Подписано в печать 20.02.2019 г.
Формат 60x84/16. Объем 2,75 п.л.
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Тираж 100 экз. Заказ 692.

720020, Бишкек, ул. Малдыбаева, 34 б,
Кыргызский Государственный университет строительства,
транспорта и архитектуры им. Н.Исанова
Учебно-издательский центр «Авангард»