

**НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КЫРГЫЗСКО - РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМ.Б.Н.ЕЛЬЦИНА**

Диссертационный совет Д. 05.18.579.

На правах рукописи

УДК 52-17(575.2)(043.3)

ГАНИЕВ ЧАЛИШ ТАГОЙБЕКОВИЧ

**ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ
ПОПУЛЯЦИОННОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ
В БИОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

Специальность 05.13.18 - «Математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ»

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Бишкек - 2019

Работа выполнена в Таджикском национальном университете

- Научный руководитель:** доктор физико-математических наук,
профессор **Юнуси Махмадюсуф Камарзода**
(ТНУ, профессор)
- Официальные
оппоненты:**
- 1 доктор физико-математических наук, доцент
Адигамов Николай Сабирович
(КРСУ им. Б.Н. Ельцина, профессор)
2. кандидат технических наук
Раматов Кубаныч Садинович
(КГТУ им.И.Раззакова, доцент)
- Ведущая организация:** **Ошский технологический университет**
им. М. М. Адышева, ФКиИТ
г. Ош 723503, ул. Исанова, 81а.

Защита состоится 1 апреля 2019 г. в 10.00 часов на заседании диссертационного совета Д.05.18.579 при Институте автоматики и информационных технологий НАН КР и КРСУ им. Б.Н. Ельцина, 720071, г. Бишкек, пр. Чуй, 265, ауд.346, сайт: www.iait.kg.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Национальной академии наук Кыргызской Республики по адресу: 720071, г. Бишкек, пр. Чуй 265 «а» и на сайте ИАИТ НАН КР по адресу: www.iait.kg. E-mail: gulsaat@mail.ru.

Автореферат разослан 25 февраля 2019 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета к.ф.-м.н.

Керимкулова Г.К.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность диссертационной темы состоит в исследованиях хаотичного состояния популяции как популяционной турбулентности, которая описывается при помощи популяционных моделей с учетом временной - возрастной и пространственных структур. Следует отметить, что методы прогнозирования социально-экономических систем обычно требуют прогнозирования динамики популяций, а также связанных с вопросов функционирования экономических систем, и прогнозирования состояния естественных экологических систем биологических популяций. Очевидно, реальные эксперименты на них невозможны и весьма дороги. В связи с этим возникают проблемы компьютерного моделирования и прогнозирования их состояний. Ясно, что использование методов математического моделирования позволяет исследовать идентичное функционирование социальных систем, в частности, биологических популяций, прямые эксперименты над которыми сложно осуществимы. Диссертация посвящена разработке, формулированию и обоснованию математических задач, связанных с образованием популяционной турбулентности. В связи с этим, мы рассмотрим общую модель популяционной турбулентности с учетом временных, возрастных и пространственных структур и максимизируем правую часть дифференциального уравнения по коэффициентам диффузии из некоторой заданной нелинейной области.

Настоящая диссертационная работа выполнена в рамках проекта “Компьютерное моделирование состояния экосистемы заповедника “Дашти - Джум”” (госрегистрация №0115TJ00748).

Цель и задача исследований - разработка и обоснование математической модели популяционной турбулентности изолированной популяции и популяции, входящей в биосистемы, создание численных алгоритмов и комплекса программ с целью проведения компьютерных экспериментов для садовых экосистем Республики Таджикистан. Для этой цели в диссертационной работе решаются следующие **основные задачи**:

- разработать математическое уравнение, описывающее состояние популяции с учетом временных, возрастных и пространственных структур с соответствующими начальными и граничными условиями. На основе максимизации правой части полученного уравнения по диффузионным параметрам, приводящей к уравнению популяционной турбулентности, решить ряд нелинейных интегро-дифференциальных задач, связанных представлением решения численности популяции. Построить математическую модель динамики популяции в режиме турбулентности.
- поставить и исследовать задачи оценки и представления решения численности популяции в виде равномерно сходящихся рядов Фурье.
- поставить и исследовать математические задачи популяционной турбулентности.
- обосновать алгоритмы определения неизвестных коэффициентов модельных популяций и их численности для задач популяционной турбулентности.

➤ разработать компьютерные программы с целью проведения ряда компьютерных экспериментов с конкретными популяциями в различных режимах их функционирования. Определить решение задачи популяционной турбулентности в различных режимах её функционирования.

Научная новизна диссертационной работы заключается в разработке моделей популяционной турбулентности в экстремальных режимах и получении их решений в виде полинома и равномерно сходящихся рядов Фурье. Научная новизна проведенных исследований подтверждается Свидетельствами о регистрации научного, литературного и произведения искусств №71, №72 и №73.

Практическая значимость работы. Общность исследуемых математических задач и их способов исследования позволяет использовать эти модели для исследования не только в изучении биологических популяций, но и для решения идентичных задач, которые возникают в сферах химии, физики, экономики и др. Изучение моделей временных, возрастных и пространственных структур биологических популяций и определение их численности требуется для создания методики естественных исследований, а также их оптимизации для процессов ежедневного мониторинга распределения численности биологических популяций. Теоретические выводы, полученные в диссертационной работе, носят общий характер и существенно облегчают и ускоряют создание больших моделей конкретных биологических популяций. При этом важно практическое использование созданных программ с целью прогнозирования состояния популяционной турбулентности.

Экономическая значимость полученных результатов. В условиях Республики Таджикистан, где 93% территории составляют горы, вопросы выращивания садовых и сельскохозяйственных культур имеют большое экономическое значение. Для улучшения состояния существующих садовых экосистем, заповедников большое значение придается факторам выращивания фруктов и охраны редких и исчезающих видов, созданию новых интенсивных садов и заповедников. Результаты, полученные в диссертационной работе, могут быть применены для прогнозирования и планирования мероприятий по защите урожая от вредителей. На этой основе создаются предпосылки для сохранения численности редких и исчезающих видов, обеспечиваются интегрированные процессы защиты сельскохозяйственных и садовых культур и роста урожайности. Такие исследования имеют экономическую значимость.

Основные положения, выносимые на защиту:

- разработан и обоснован метод математического моделирования описания явлений популяционной турбулентности изолированного вида и биосистем на основе максимизации суммарного количества диффузионных изменений по коэффициентам диффузии из заданной нелинейной области.
- получено дальнейшее развитие качественных и приближённых аналитических методов для разработанной модели популяционной турбулентности биологических популяций с учетом временных, возрастных и

пространственных структур состоит в получении представления численности как решения переопределенной системы в виде полиномов.

- получено представление решения задачи популяционной турбулентности биосистем в виде равномерной сходящихся рядов Фурье.
- получено качественное обоснование интерпретации модели популяционной турбулентности в виде схем дерево чисел и целей.
- разработан и обоснован численный метод решения задачи популяционной турбулентности в виде полиномов и равномерно сходящихся рядов и на их основе проведены тестовые эксперименты для различных режимов функционирования биологических популяций.
- предложен и обоснован алгоритм представления численного определения состояние популяций в виде полиномов и рядов, а также численный алгоритм определения неизвестных параметров, алгоритм локально-одномерного метода решения задач популяционной турбулентности в виде комплекса программ с целью проведения вычислительных экспериментов с модельными данными.
- разработаны компьютерные программы с целью определения состояния моделируемой популяционной турбулентности с учетом временных, возрастных и пространственных структур для различных популяций и биосистем (например, вредители садовых экосистем, агроценозов и др.). Осуществлены ряд компьютерные эксперименты с модельными данными биологических систем Республики Таджикистан.

Личный вклад соискателя. Полученные результаты представленные в диссертационной работе и имеющие научную новизну, получены автором лично под руководством научного руководителя Юнуса М.К. В совместных работах научному руководителю принадлежат вопросы постановки задачи и выбора метода её решения. В совместной работе с Одинаевой С.А. и Азимовым С.: при численных работах вклад автора Ганиева Ч.Т. составляет 50%, вклад Одинаевой С.А. составляет 30% и вклад Азимова С. составляет 20%.

Апробация результатов работы. Основные положения работы докладывались и обсуждались на научных семинарах кафедры «Информатика» ТНУ (2008-2017гг.), на международных научно – методических и научно – практических конференциях (Душанбе: 2013 – 2018гг., Кургантюбе: 2013г., Худжанд: 2014г., Куляб: 2015г., Борисоглебск: 2017 г., Москва: 2017-2018гг, Санкт-Петербург: 2017г.) и др.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в двадцати семи работах, из них 7 в изданиях, рекомендованных ВАК Республики Кыргызстан.

Структура и объем работы. Работа состоит из введения, 4-х глав, заключения и списка использованной литературы. Общий объем диссертации составляет 196 страниц, включающих в себя 23 рисунка, 7 таблиц, 8 приложений и список использованной литературы из 148 наименований.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Во введении обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы цель, задачи и вопросы исследований, научная новизна, практическая и теоретическая значимость результатов исследований, также сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе сделан обзор существующих моделей турбулентности, связанных с дискретным поведением численности популяций в биологических системах, а также динамические модели типа Колмогорова, Ферхюльста, Фейгенбаума и др. Отличительной чертой построенной нами модели являются описание, обоснование и анализ популяционной турбулентности в биологических системах.

Вторая глава посвящена описанию объекта исследования, в частности изложены подробное описание экологических систем Республики Таджикистан. Приведены методы, методология и методики математического и компьютерного моделирования, а также прикладного прогнозирования возникновения процессов популяционной турбулентности в естественных и искусственных экосистемах Республики Таджикистан. Особое внимание уделяется исследованию влияния, которое оказывает разработка научно обоснованных методов моделирования и прогнозирования на охрану структурных параметров экологического развития региональных заповедников и искусственных биологических систем.

Третья глава посвящена формулировке и математическому обоснованию задач, постановки задач популяционной турбулентности и обоснованию решения соответствующих дифференциальных уравнений 2-го порядка, имеющих применение в теории популяционной турбулентности, которая в последнее время часто используется при прогнозировании состояния биологических популяций в зависимости от изменения параметров их обтекания. Здесь рассматриваются вопросы исследования одной модели популяционной турбулентности с учётом временных, возрастных и пространственных структур, связанной с изменением параметров (а именно коэффициента диффузии) в некоторой области заданного нелинейного уравнения. Приводится также дерево чисел, связанное с задачей популяционной турбулентности.

Раздел 1 третьей главы посвящен вопросам моделирования задач популяционной турбулентности на основе исходных моделей биологических популяций. В простейших случаях решение задач популяционной турбулентности было получено в виде полинома.

Рассмотрим модельную популяцию с учётом временных - возрастных и пространственных структур¹:

¹ Юнуси М. Математические модели управления агроценозами и охраняемыми биологическими популяциями.

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, ВЦ АН СССР, Москва, 1990. -313.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial a} + \sum_j g_j \frac{\partial N}{\partial x_j} = F_0(a)N + \sum_j D_j \frac{\partial^2 N}{\partial x_j^2}, \quad 0 < x_j < L_j, \quad 0 < a \leq a_{\max}, \quad 0 < t \leq t_k, \\ N(x, a, 0) = N_0(x, a), \quad 0 \leq x_j \leq L_j, \quad 0 \leq a \leq a_{\max}, \\ N(x, 0, t) = \int_0^{a_{\max}} B_0(\xi) N(x, \xi, t) d\xi, \quad 0 \leq x_j \leq L_j, \quad 0 \leq t \leq t_k, \\ \frac{\partial N}{\partial x} - \alpha_j N \Big|_{x_j=(0, L_j)} = 0, \end{array} \right. \quad (1)$$

где $N = N(x, a, t)$ - численность популяции в точке x , возраста a , в момент времени t , $F_0 = F_0(a)$ - коэффициент смертности, $B_0 = B(a)$ - коэффициент рождаемости, $N_0 = N_0(x, a)$ - численность популяции в начальный момент времени. Если ввести замену¹, предложенную в работах профессора Юнуса:

$$a' = a, \quad t' = a + \tau, \quad \varphi(x, a, \tau) = N(x, a, a + \tau),$$

$$u(x, a, \tau) = \varphi(x, a, \tau) \exp \left(\int_0^a F_0(\xi) d\xi + \sum_j g_j \frac{x_j}{2D_j} - \sum_j \frac{g_j^2 a}{4D_j} \right),$$

то вместо задачи (1) получим задачу:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial a} = \sum_j D_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2}, \quad 0 \leq x_j \leq L_j, \quad 0 < a \leq a_{\max}, \quad 0 < t \leq t_k \\ u(x, 0, \tau) = \int_0^{a_{\max}} B_0(\xi) u(x, \xi, \tau) d\xi, \\ \frac{\partial u}{\partial x_j} \Big|_{x_j=0}^{x_j=L_j} = 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

Начало процесса моделирования. Предположим, что

$$D_j = D\alpha_j, \quad \alpha_j \in M, \quad 0 < \alpha_j < 1 \quad \text{где} \quad M = \left\{ \alpha : \alpha_0 = (\alpha_1, \dots, \alpha_m), \quad \sum_j \alpha_j^{\frac{n}{n-s}} = 1 \right\}. \quad (2')$$

Используя исходные модели биологических популяций (1) будем моделировать явление популяционной “турбулентности”.

Определение: Популяционной “турбулентностью” в рамках модели (1) (или(2)), назовём такое состояние популяции, в котором при некотором значении вектора α , $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m) \in M$, величина

$$\left(\sum_{j=1}^m \alpha_j \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2} \right)^s \right)^{1/s}, \quad s > 0, \quad (3)$$

принимает своё максимальное значение, т.е. уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial a} = \max_{\alpha \in M} \sum_{j=1}^m \alpha_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2}. \quad (4)$$

$$u(x, 0, \tau) = \int_0^{a_{\max}} B_0(\xi) u(x, \xi, \tau) d\xi,$$

с

$$\frac{\partial u}{\partial x_j} \Big|_{x_j=0}^{x_j=L_j} = 0.$$

имеет единственное классическое решение из C_2^1 .

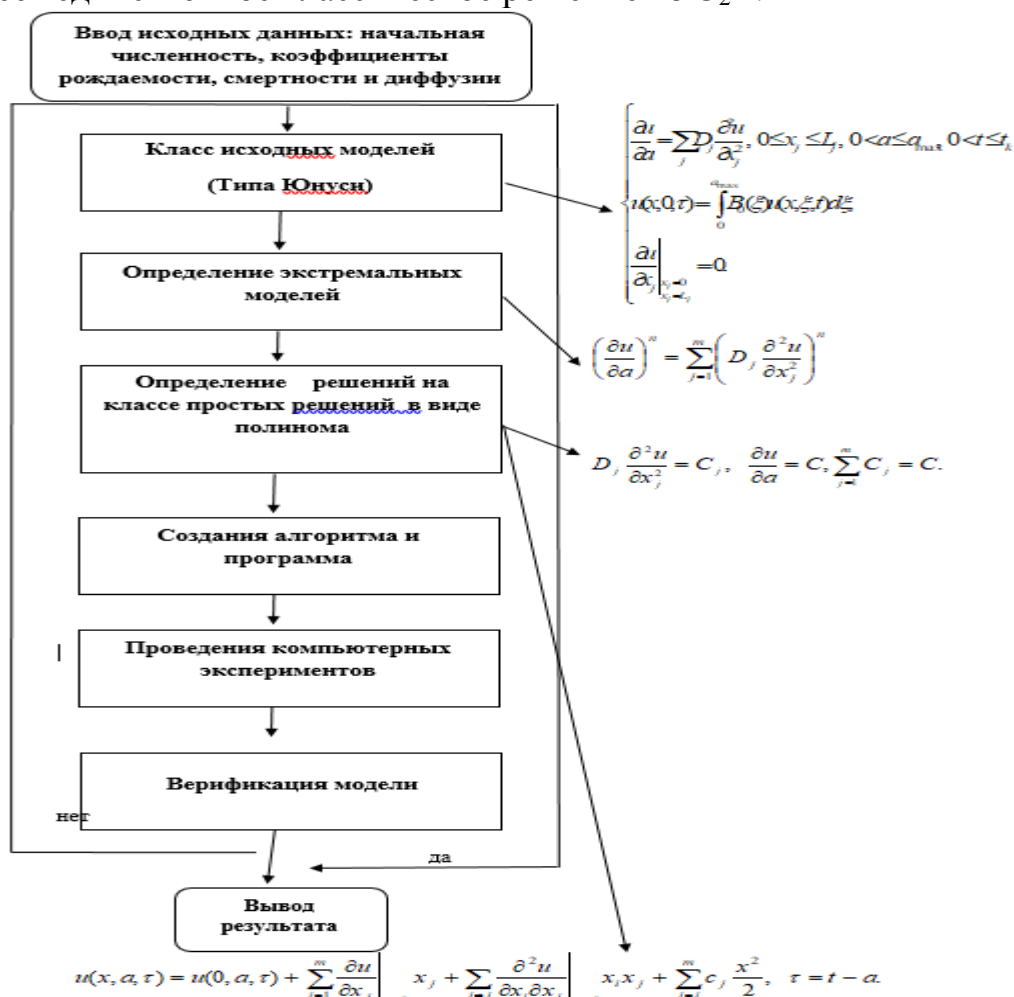


Рис.1. Концептуальная модель взаимодействий биологических популяций агроценозов

Справедлива следующая теорема:

Теорема 1. Уравнение $Z = \max_{\alpha \in M} (\alpha, X^s)^{1/s}$ и уравнение $Z^n = \sum_{j=1}^m X_j^n$ эквивалентны.

Рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial \alpha} = \max_{\alpha \in M} \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2} \quad (5)$$

Процесс построения математических моделей явлений популяционной турбулентности состоит из следующих шагов:

Шаг 1. Уравнение популяционной турбулентности

$$\left(\frac{\partial u}{\partial \alpha} \right)^n = \sum_{j=1}^m \left(D_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2} \right)^n \quad (6)$$

с условиями

$$u(x, 0, \tau) = \int_0^{\alpha_{max}} B_0(\xi) u(x, \xi, \tau) d\xi,$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_j} \Big|_{x_j=0} = 0.$$

на основе идею метода разделения переменных определяемых в классах возможных решений типа:

1. Класс простых решений:

$$D \frac{\partial u}{\partial x_j} = C_j \frac{\partial u}{\partial t} = C$$

2. Класс экспоненциальных решений:

$$D \frac{\partial u}{\partial x_j} = C_j u \frac{\partial u}{\partial t} = C$$

где D определяется из представления:

$$D = \sum_{j=1}^m C_j x_j$$

Решим уравнение (6) в классе возможных простых решений:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C \frac{\partial u}{\partial x_j} = C_j, \text{ с учетом условия согласования } \sum_{j=1}^m C_j = C$$

Таким образом, уравнение (6) является уравнением “турбулентности”, т.е. в решениях которого функционал (3) принимает максимальное значение.

Шаг 2. Поэтапно решая система уравнений (6) соответствующему классу возможных простых решений и получим общее представление вида

$$u(x, a, \tau) = u(0, a, \tau) + \sum_{i=1}^m \frac{\partial u}{\partial x_j} \Big|_{x=0} x_j + \sum_{j \neq i} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_{x=0} x_i x_j + \sum_{j=i}^m C_j \frac{x^2}{2}, \quad \tau = t - a. \quad (7)$$

где коэффициенты (7) определяются из двух последних граничных условий (1) и и начальных условий исходного уравнения.

Это следует из модельного уравнения и смоделированного класса возможных решений. Для простоты продемонстрируем объяснения изложенных действий шага 2 в случае, когда $m=2$.

Рассмотрим класс простых решений

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{\partial u}{\partial x_2} = C$$

Легко видеть, что из $\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = C_1$ вытекает

$$u = \frac{C_1}{2} x_1^2 + \dots$$

Подставляя эту формулу в условие $\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = C_2$, получим формулу (7).

Полученная формула (7) соответствует решению задачи максимизации (3) т.е. сумма вторых производных, что соответствует «популяционной турбулентности». Теперь рассмотрим случай, когда в процессе популяционной турбулентности определяется, в какой точке области достигается максимум численности популяций. Из условия

$$\max_{(x,y)} \dots$$

т.е. из формулы (7) имеем:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x_1} = \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{\partial u}{\partial x_2} & x_1 + C_1 x_2 = \epsilon \\ \frac{\partial u}{\partial x_2} = \frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial u}{\partial x_1} & x_1 + C_2 x_2 = \epsilon \end{cases}$$

Отсюда:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x_1} \right)_{x_1=0} = \frac{\partial u}{\partial x_1} \Big|_{x_1=0}, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial x_2} \right)_{x_2=0} = \frac{\partial u}{\partial x_2} \Big|_{x_2=0}.$$

Вычислим матрицу вторых производных:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}.$$

Таким образом, если

$$(C_1; C_2) > 0 \quad \text{и} \quad (C_1; C_2) > 0$$

то в точке (x_1^0, x_2^0) функция $u(x_1, x_2, a, \tau)$, определяемая (7), достигает своего максимума.

В представлении (7) все коэффициенты $\frac{\partial u}{\partial x_j} \Big|_0, \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 x_2} \Big|_0, j = \overline{1, 2}$ зависят от $(a, t - a)$, т.е. фактически они являются функциями и определяются из начальных условий $(u|_{t=0}, u|_{a=0})$.

Представление (7) перепишем в виде следующего полинома:

$$u = u_0 + u_1 x_1 + u_2 x_2 + u_3 x_1 x_2 + \frac{C_1}{2} x_1^2 + \frac{C_2}{2} x_2^2, \quad (7')$$

$$\text{где } u_0 = u(0, a, \tau), \quad u_1 = \frac{\partial u}{\partial x_1} \Big|_0, \quad u_2 = \frac{\partial u}{\partial x_2} \Big|_0, \quad u_3 = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} \Big|_0, \quad C_1^n + C_2^n = C^n, \quad n > 1.$$

Из полученного полинома следует, что в случае турбулентности поведения популяции «забываются» начальные условия.

Шаг 3. Используем представление (7') с известными величинами $u_j, j = 0, 1, 2, 3$ и C_1, C_2 как решение уравнения $C_1^n + C_2^n = C^n$ при некоторых $n > 1$ и каждого $C \geq 4u_3^{2n}$, при определении существования явления так называемом катастрофы (бифуркация и гладкие преобразования с особенностями). Вычисление процесса популяционной турбулентности, описываемой функцией (7') терпит катастрофу на линии с точками (C_1^+, C_2^+) и (C_1^-, C_2^-) , где

$$C_1^+ = \frac{u_3^2}{C_2^+}, \quad C_1^+ = \left(\frac{C^n + \sqrt{C^n - 4u_3^{2n}}}{2} \right)^{1/n}, \quad C_1^- = \frac{u_3^2}{C_1^-}, \quad C_2^- = \left(\frac{C^n - \sqrt{C^n - 4u_3^{2n}}}{2} \right)^{1/n}, \quad u_3 = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} \Big|_0 = \frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} \Big|_0.$$

Вычислим множество катастроф как решения следующей системы:

$$\frac{\partial u}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, 2, \quad \det K = 0,$$

где определим как матрица вторых производных процесса популяционной турбулентности, т.е.

$$K = \begin{pmatrix} C_1 & \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} \right|_0 & C_2 \end{pmatrix}.$$

И следовательно, решая выше написанную систему уравнений получим, что множество катастроф представляется в виде ветвей гиперболы.

Таким образом, здесь получены формулы для определения точек катастроф процесса популяционной турбулентности.

Раздел 2 третьей главы посвящен представлению состояний популяционной турбулентности в экстремальных режимах с помощью соответствующих алгебраических представлений и полиномов. *Справедливо утверждение*

Утверждение 1. Пусть любой объект (или процесс) функционирует так, чтобы в следующий момент времени его состояние по некоторым параметрам максимизируется. Тогда его состояние описывается при помощи некоторого алгебраического представления и полиномов.

Этот результат используется нами при построении полиномов состояния популяционной турбулентности.

В разделе 3 третьей главы рассмотрены модельные уравнения первого порядка в экстремальных режимах и математически обоснованы. Показано, что во многих практических задачах эти уравнения описывают поведение популяционных турбулентностей.

В разделе 4 третьей главы приведены примеры моделей популяционных турбулентностей в экстремальных режимах, а также соответствующие алгебраическими представления в виде равномерно сходящихся рядов.

Раздел 5 третьей главы посвящен моделированию процесса определения областей устойчивого функционирования модельных популяций в осредненном состоянии с учетом временных, возрастных и пространственных структур. Рассмотрим состояние модельной популяции

$$N = N(x, a, t), \quad x \in \bar{G} \subseteq E^2, \quad 0 \leq a \leq \infty, \quad 0 \leq t \leq t_k$$

удовлетворяющего условиям

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial a} + \sum_{j=1}^2 \mathcal{G}_j \frac{\partial N}{\partial x_j} = F_0(a)N + \sum_{j=1}^2 D_j \frac{\partial^2 N}{\partial x_j^2}, \quad (8)$$

$$N|_{t=0} = N_0(x, a), \quad (9)$$

$$N(x, 0, t) = \int_0^{a_{\max}} B_0(\xi) N(x, \xi, t) d\xi \quad (10)$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} - \alpha_j N|_{x_j=(0, L_j)} = 0 \quad (11)$$

где $S = S_1 + S_2$ – граница области $\bar{G} = \left\{ (x_1, x_2); \begin{matrix} 0 \leq x_1 \leq L_1 \\ 0 \leq x_2 \leq L_2 \end{matrix} \right\}$, $\mathcal{G}_j, D_j \geq 0$ – заданные константы, $F_0(a) \leq 0, B_0(a) \geq 0, N_0(x, a)$ – заданные функции своих аргументов,

$G = \bar{G}/S$, t – время, a – возраст, $x = (x_1, x_2)$ – пространственные координаты. Осреднённое состояние процесса популяционной турбулентности в смоделированном виде существует в следующем представлении

$$M(t) = \int_0^{a_{\max}} \int_G \varphi(a) N(x, a, t) dx da, \varphi = \varphi(a) \geq 0,$$

Здесь функция $\varphi(a)$ описывает потенциал популяций, отвечающий за устойчивость и

$$\begin{cases} \frac{d\varphi}{da} = -\delta\varphi(a) - B_0(a)\varphi(0) - F_0(a)\varphi(a) \\ \varphi(a_{\max}) = 0, \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \delta : \int_0^{a_{\max}} B(\xi) e^{-\delta\xi} d\xi = 1 \\ B(a) = B_0(a) e^{\int_0^a F_0(\xi) d\xi} \end{cases} \quad (13)$$

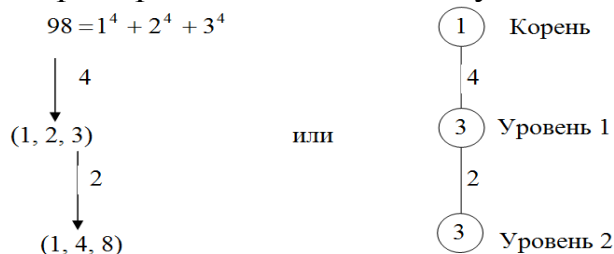
Отсюда, в зависимости от знака корня характеристического уравнения (13), следуют области стабильности рассмотренных моделей популяционных турбулентностей.

Теорема 2. При каждом заданном φ_0 и δ осредненное решение задачи (1) – (4) представляются в следующем виде

$$M(t) = M(0)e^{\delta t}, \quad 0 \leq t \leq t_k. \quad M_0 = \int_G \int_0^{a_{\max}} \varphi(a) N_0(x, a) da dx.$$

В разделе 6 третьей главы рассмотрены вопросы моделирования деревьев чисел на основе процесса турбулентности биологических популяций в классе простых и экспоненциальных решений приведенного в первом разделе в виде полученного в пунктах 1 и 2 алгебраического уравнения $Z^n = \sum x_j^n$, (или

координационного уравнения $\sum_{j=1}^m C_j = C$). Здесь также приведены примеры построения деревьев чисел на основе методики, разработанной профессором Юнуси²³. Самым простым примером может быть следующее дерево.



$$\text{т.е. } 98 = 1^4 + 2^4 + 1^2 + 4^2 + 8^2$$

Рис. 2. Модель растущего дерева

² Юнуси М. Дифференциальные уравнения с экстремальным свойством. Вестник ТНУ, 2012, 1.1(77).с.3-11.

³ Yunusi M. Model of Numbers Tree. Proceeding of ICM 2010. Hyderabad, India. 2010. p. 531-532.

В разделе 7 третьей главы рассмотрены нелинейные уравнения, которые порождают явление популяционной турбулентности. Приведен ряд примеров, подтверждающих эти явления.

Четвёртая глава посвящена обоснованию математической модели и численного алгоритма явлений популяционной турбулентности, а также оценки численности популяции для исходных моделей. Здесь также с целью численного решения рассмотрены вопросы представления состояния популяций в режиме популяционной турбулентности с помощью равномерно сходящихся рядов Фурье. Для модельных биологических популяций, входящих в экологические системы, с учетом возрастного состава и пространственных распределений разработана методика установления необходимых и достаточных условий стабильного существования средней численности биологических популяций в заданных диапазонах и указаны алгоритмы определения численности остальных видов.

Раздел 1 четвёртой главы посвящен обоснованию численного способа решения задачи, связанной с популяционной турбулентностью. В простейших линейных случаях решения задач популяционной турбулентности получены в виде полиномов. Рассмотрим модельную популяцию с учётом временных-возрастных-пространственных структур из главы 1 (см. задачу (1)). Если ввести замену переменных из раздела 1 главы 1:

$$a' = a, \quad t' = a + \tau, \quad \varphi(x, a, \tau) = N(x, a, a + \tau),$$

$$u(x, a, \tau) = \varphi(x, a, \tau) \exp \left(\int_0^a F_0(\xi) d\xi + \sum_j \mathcal{G}_j \frac{x_j}{2D_j} - \sum_j \frac{\mathcal{G}_j^2 a}{4D_j} \right),$$

то вместо задачи (1) получим задачу:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial a} = \sum_j D_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2}, \quad 0 \leq x_j \leq L_j, \quad 0 < a \leq a_{\max}, \quad 0 < t \leq t_k \\ u(x, 0, \tau) = \int_0^{a_{\max}} B_0(\xi) u(x, \xi, t) d\xi, \\ \left. \frac{\partial u}{\partial x_j} \right|_{x_j=0}^{x_j=L_j} = 0. \end{cases} \quad (14)$$

Предположим, что $D_j = D\alpha_j$, $\alpha_j \in M$, где $M = \left\{ \alpha : \alpha_0 = (\alpha_1, \dots, \alpha_m), \sum_j \alpha_j^{\frac{n}{n-s}} = 1 \right\}$.

Для численного решения задачи используем идею метода разделения переменных для задачи (14) и моделирования переопределенной системы. Сформулируем два класса возможных решений:

1. Класс простых решений

$$D_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2} = C_j, \quad \frac{\partial u}{\partial a} = C.$$

2. Класс экспоненциальных решений

$$D_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2} = C_j u, \quad \frac{\partial u}{\partial a} = C u,$$

где D определяется из представления $D_j = D\alpha_j$, $j=1,2$, $0 \leq \alpha_j \leq 1$.

На основе определения популяционной “турбулентности” в рамках модели (2) (или (1)), сведем модель популяционной турбулентности к уравнению

$$\left(\frac{\partial u}{\partial a}\right)^n = \sum_{j=1}^m \left(D_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2}\right)^n$$

Таким образом, модельное уравнение (6) является моделью “турбулентности”, т.е. на решениях которого функционал (3) принимает максимальное значение. и тогда *решение последнего уравнения в классе возможных простых решений представляется в виде*

$$u(x, a, \tau) = u(0, a, \tau) + \sum_{i=1}^m \frac{\partial u}{\partial x_j} \Big|_{x=0} x_j + \sum_{j \neq i} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_{x=0} x_i x_j + \sum_{j=i}^m c_j \frac{x^2}{2}, \quad \tau = t - a.$$

где коэффициенты определяются из двух граничных условий (1). Это следует из модельного уравнения и смоделированного класса возможных решений. В

полученном представлении все коэффициенты $\frac{\partial u}{\partial x_j} \Big|_0, \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 x_2} \Big|_0$, $j=1,2$ зависят от

$(a, t - a)$, т.е. фактически они являются функциями и определяются из начальных условий $(u|_{t=0}, u|_{a=0})$. Полученное представление перепишем в виде следующего полинома:

$$u = u_0 + u_1 x_1 + u_2 x_2 + u_3 x_1 x_2 + \frac{C_1}{2} x_1^2 + \frac{C_2}{2} x_2^2,$$

где $u_0 = u(0, a, \tau)$, $u_1 = \frac{\partial u}{\partial x_1} \Big|_0$, $u_2 = \frac{\partial u}{\partial x_2} \Big|_0$, $u_3 = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} \Big|_0$, $C_1^n + C_2^n = C^n$, $n > 1$.

Из полученного полинома следует, что в случае турбулентности поведения популяции «забываются» начальные условия.

Для исходной модели популяционной турбулентности (1) в области $Q = G \times [0, t_k] \times [0, \infty)$, $0 \leq t_k < \infty$, где $\bar{G} = G + S$,

$G = \{x = (x_1, x_2) : 0 < x_1 < L_1, L_1 < \infty, i=1,2\}$, S – граница области G , получено представление в виде равномерно сходящегося ряда Фурье

$$N(x, a, t) = \frac{2}{L_1 L_2} \sum_{n=1}^{\infty} c_n^1 e^{\delta^{\max}(t-a)} + \sum_{j=2}^{\infty} c_n^j e^{\alpha_n^j(t-a)} \cdot \cos(\omega_n^j t - a) *$$

$$* \exp \left\{ -\lambda_n a + \int_0^a F(\xi) d\xi + \frac{g_1 x_1}{2D_1} + \frac{g_2 x_2}{2D_2} \right\} \cos \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \cos \frac{\pi n_2 x_2}{L_2}$$

$$\text{где } \lambda_n = \sum_{k=1}^2 \left[\frac{g_k^2}{n D_k} + D_k \left(\frac{\pi n_k}{L_k} \right)^2 \right], \quad n = (n_1, n_2), \quad n_k = 1, 2, 3, \dots, \quad k = 1, 2,$$

c_n^j , $j=1,2,3,4,\dots$ являются коэффициентами разложения функции

$$\tilde{N}_n^0(a) = \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} N_0(x, a) e^{-\frac{g_1 x_1}{2D_1} - \frac{g_2 x_2}{2D_2} - \int_0^a F(\xi) d\xi + \lambda_n a} \cdot \cos \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \cos \frac{\pi n_2 x_2}{L_2}$$

в ряд по экспонентам с показателями β_n^j , $\beta_n^i = \delta_n^{\max} + \lambda_a$, $\beta_n^j = \delta_n^j + \lambda_n$,

$\delta_n^j = \alpha_n^j + i\omega_n^j, \quad n = (n_1, n_2), \quad n_k = 1, 2, 3, \dots, \quad k = 1, 2; \quad j = 2, 3, 4, \dots$
 $\delta_{n_1, n_2}^{\max}, \delta_{n_1, n_2}^{\min}$ являются корнями уравнения

$$\int_0^\infty \tilde{B}_n(\alpha) e^{-\delta \alpha} d\alpha, \quad \tilde{B}_n(\alpha) = B(\alpha) e^{-\lambda_n \alpha + \int_0^\infty F(\xi) d\xi},$$

$n = (n_1, n_2), \quad n_k = 1, 2, 3, \dots, \quad j = 2, 3, 4, \quad k = 1, 2$

В разделе 2 четвертой главы рассмотрены вопросы создания алгоритма представления для оценки и охраны численности популяций процесса популяционной турбулентности в рамках систем популяций и с учетом временных - возрастных и пространственных структур. В данном разделе также исследовано хаотичное состояние популяции как популяционной турбулентности. Рассмотрим постановку и алгоритм решения задачи оценки численности модельных систем взаимодействующих популяций, который был предложен и обоснован профессором Юнуси: *Задаем желаемый диапазон изменения численности некоторого биологического вида, находящегося в состоянии популяционной турбулентности (или видов), а для остальных видов биосистемы определяем соответствующие диапазоны изменения их численности.*

Рассмотрим алгоритм определения состояния модельных систем биологических популяций, принадлежащих к пирамиде трех пищевых связей. В эту систему извне поступают пищевые ресурсы с массой N_0 со скоростью Q . Суммарные численности различных уровней пирамиды пищевых связей в равновесном режиме можно описать при помощи следующей системы алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} Q + F_0(N_0, N_1) = 0, \\ N_1 \cdot F_1(N_0, N_1, N_2) = 0, \\ N_2 \cdot F_2(N_1, N_2, N_3) = 0, \\ N_3 \cdot F_3(N_2, N_3) = 0, \end{cases} \quad (15)$$

где $F_i = F_i(\cdot), i = \overline{0,3}$ - удельные скорости i -го трофического уровня, причем

$$\frac{\partial F_i}{\partial N_i} \leq 0; \quad \frac{\partial F_i}{\partial N_j} \leq 0 \quad \text{когда} \quad i \leq j; \quad \frac{\partial F_i}{\partial N_j} \geq 0 \quad \text{когда} \quad i > j. \quad (16)$$

Предполагается, что N_i^{\min}, N_i^{\max} - желаемые диапазоны изменения численности i -го вида популяционной турбулентности (15), в которых необходимо эту численность сохранить, т.е.

$$N_i^{\min} \leq N_i \leq N_i^{\max}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (17)$$

Величины N_j^{\min}, N_j^{\max} назовем критическими значениями для j -ых видов ($j = 1, 2, 3$), если для всех этих величин, удовлетворяющих (17) и

$$N_j^{\min} \leq N_j \leq N_j^{\max}, \quad (18)$$

при $i \neq j$ имеет место неравенство (18).

Задача нахождения величин N_j^{\min}, N_j^{\max} из (15), (18), которые обеспечивают выполнение неравенства (17), называется задачей сохранения диапазона изменения популяционной турбулентности в равновесном режиме. Итак, справедливо следующее :

Теорема 3. Пусть теперь N_2^{\min} , N_2^{\max} - соответствующие в каком-то смысле наилучшему значению численности биологического вида второго уровня, в пределах которого мы хотим сохранить его количество, т.е. $N_2^{\min} \leq N_2 \leq N_2^{\max}$. Тогда $(N_1^{\min}, N_1^{\max}, N_3^{\min}, N_3^{\max})$ – решение задачи оценки численности популяционной турбулентности оценивается следующими формулами:

$$\begin{aligned} N_1^{\min} &= \frac{k_0 \alpha_0 Q}{\alpha_2 N_2^{\max} + m_1}, \quad N_1^{\max} = \frac{k_0 \alpha_0 Q}{\alpha_2 N_2^{\min} + m_1}, \\ N_3^{\min} &= \max \left\{ \frac{1}{\alpha_2} (m_2 + \frac{k_0 k_1 \alpha_0 \alpha_1}{\alpha_1 N_2^{\max} + m_1} Q), \frac{1}{\varepsilon} (k_2 \alpha_2 N_2^{\min} + m_3) \right\}, \\ N_3^{\max} &= \min \left\{ \frac{1}{\alpha_2} (m_2 + \frac{k_0 k_1 \alpha_0 \alpha_1}{\alpha_1 N_2^{\min} + m_1} Q), \frac{1}{\varepsilon} (k_2 \alpha_2 N_2^{\max} + m_3) \right\}. \end{aligned}$$

Раздел 3 четвертой главы посвящен созданию алгоритмов определения диапазона изменения численности нестационарных случаев процессов популяционной турбулентности. Рассматривается модель биосистемы вида:

$$\begin{cases} \dot{N}_0 = Q + F_0(N_0, N_1), \\ \dot{N}_1 = N_1 \cdot F_1(N_0, N_1, N_2), \\ \dot{N}_2 = N_2 \cdot F_2(N_1, N_2, N_3), \\ \dot{N}_3 = N_3 \cdot F_3(N_2, N_3), \end{cases} \quad (19)$$

Раздел 4 четвертой главы посвящается вопросам оценки решения задачи популяционной турбулентности в случае временных, возрастных и пространственных биологических структур.

Пусть N^{\min} , N^{\max} --некоторые положительные числа, означающие желаемые диапазоны изменения численности некоторой популяции и функция $N = N(x, a, t)$ - численность этой популяции в точке $x \in \bar{G}$ возраста a , $0 \leq a < \infty$, в момент времени $t, 0 \leq t \leq t_k$.

Задачу оценки численности популяций процесса популяционной турбулентности сформулируем как нахождение условий, которые обеспечивают выполнение неравенства

$$N^{\min} \leq \tilde{N}(x, t) \leq N^{\max}, \quad x \in \bar{G}, \quad 0 \leq t \leq t_k \quad (20)$$

или $N^{\min} \leq \int_G \tilde{N}(x, t) dx \leq N^{\max}, \quad t > 0,$ где $\tilde{N}(x, t) = \int_0^\infty P(a) N(x, a, t) da,$ причем

$P(a) \geq 0, \quad 0 \leq a < \infty, \quad \int_0^\infty P(a) da = 1.$ Если найдутся положительные числа N^{\min} , N^{\max} и функция $P(a)$ такие, что осредненная численность модельной популяции удовлетворяет условию (20), то популяция будет существовать стабильно.

Утверждения 2. Пусть существуют

$$\frac{\partial \tilde{N}_0}{\partial x_i}, \quad \frac{\partial^2 \tilde{N}_0}{\partial x_1 \partial x_2}, \quad \text{где} \quad \tilde{N}_0(x) = \int_0^\infty P(\xi) N_0(x, \xi) d\xi.$$

Тогда для того, чтобы решение задачи популяционной турбулентности (19)-(20) существовало стабильно, необходимо и достаточно, чтобы максимальный вещественный корень уравнения

$$\int_0^{\infty} B_0(\xi) e^{\int_0^{\xi} F_0(\eta) d\eta - \delta \xi} d\xi = 1 \text{ равнялся числу } \delta_0 = \sum_{i=1}^2 \frac{V_i^2}{4D_i}.$$

Следуя этому утверждению предложим алгоритм решения задачи оценки численности популяционной турбулентности общих параметров с

$N = (N_1, N_2, \dots, N_m)$, $\bar{G} = G + S$, $G = \{(x_1, x_2): 0 < x_i < L_i, i=1,2\}$, S – граница области G .

Алгоритм будем строить на основе принципа максимума для задач популяционной турбулентности. Предположим, имеют место условия:

а). из того, что $F(N) \geq 0$, следует $N \leq 0$.

б). $D_i \geq 0$, $\alpha \leq 0$ (если $\alpha \geq 0$, то соответствующей заменой можно добиться, чтобы $\alpha \leq 0$);

в). $\beta(x, a, t)N \leq B(N) \leq \beta_0(x, a, t)N + \beta_1(x, a, t)$,

$$0 < \min_{(x,t)} \int_0^{\infty} \beta da < 1, \quad \max_{(x,t)} \int_0^{\infty} \beta_0 da < 1, \quad \beta_1^0 = \max \int_0^{\infty} \beta_1 da < \infty,$$

г). $N_0(x, a) \geq 0$, $x \in \bar{G}$, $0 \leq a < \infty$.

Тогда справедливы оценки: $-N(x, a, t) \geq 0$, для всех $(x, a, t) \in \bar{G} \times [0, \infty) \times (0, t_k] = Q$ и

$$\|N\|_{C(Q)} \leq \max \left\{ \|N_0\|_c, \frac{\beta_1^0}{1 - \max \int_0^{\infty} \beta_0 da} \right\}.$$

Раздел 5 четвертой главы посвящен понятию популяционной стабильности систем популяций. Приводятся условия необходимости и достаточности устойчивости решения задачи популяционной турбулентности для временных, возрастных и пространственных структур. Скажем, что популяция существует стабильно, если найдутся положительные числа, N^{\max} , N^{\min} и весовая функция $P(a)$ такие, что осреднённая численность модельной популяции удовлетворяет условию (20).

В 6 разделе четвертой главы рассмотрен численный способ определения неизвестных коэффициентов вычислительной модели для определения численности популяций и приводятся некоторые результаты вычислительных экспериментов, предложенных в диссертационной работе. Обоснован алгоритм определения неизвестных коэффициентов задачи популяционной турбулентности.

Рассмотрен численный способ определения недостающих параметров неизвестных коэффициентов и создания вычислительной модели для определения численности популяций. Следует отметить, что предложенный алгоритм является решением обратной задачи популяционной турбулентности в биологических системах. Разработаны и решены нижеследующие численные алгоритмы:

- Численный алгоритм решения обратной задачи популяционной турбулентности.

- Численные алгоритмы решения задач популяционной турбулентности.
- Алгоритм численного решения типа локального одномерного метода для нелинейной задачи.

В разделе 7 четвертой главы разработаны и обоснованы компьютерные программы решение задач, связанных с популяционной турбулентностью биологических популяций с учетом возрастного состава и пространственных распределений в конкретных случаях режимов её функционирования.

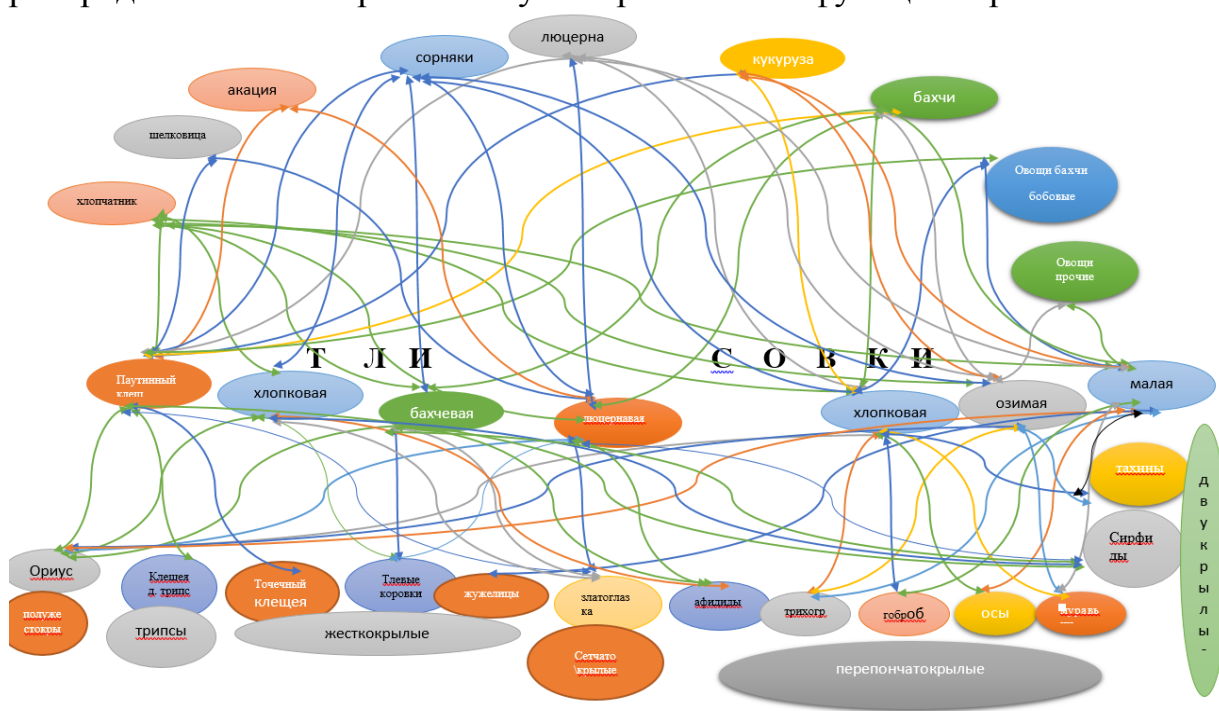


Рис.3. Исходная концептуальная модель взаимодействий биологических популяций в общем случае

С этими моделями популяционной турбулентности и исходными моделями биологических популяций в форме приведенного выше рядов проведенных многочисленных компьютерных экспериментов для конкретных режимов их функционирования. Найдены численные решения задач соответствующими моделями популяционной турбулентности для модельных данных. Для этой цели использованы средства программирования C++ и Matlab. Полевые натурные данные являются среднегодовыми в течение 10 лет с интервалом 5 лет, полученные в садовых экосистемах Таджикистана.

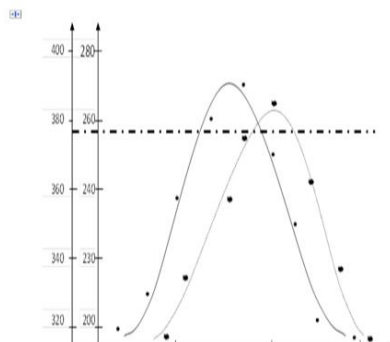


Рис. 4. Развитие яблонной плодовой и хищников - её естественных врагов (модельные —, натурные ●●●●)

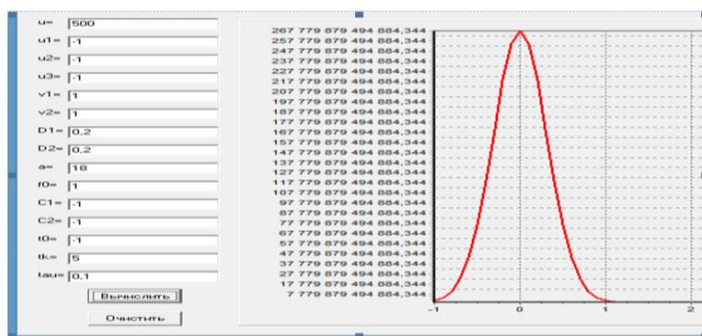


Рис. 5. Яблонная плодовая и хищники – её естественные враги (модельные —, натурные ●●●●). по годам

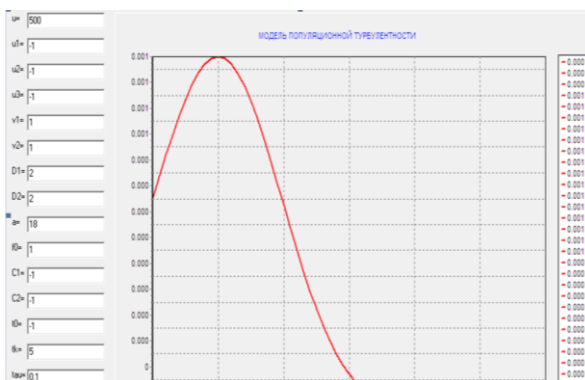


Рис. 6. Популяционная турбулентность в садовых экосистемах трёх трофических уровней (яблонной плодовой, и хищников- её естественных врагов)

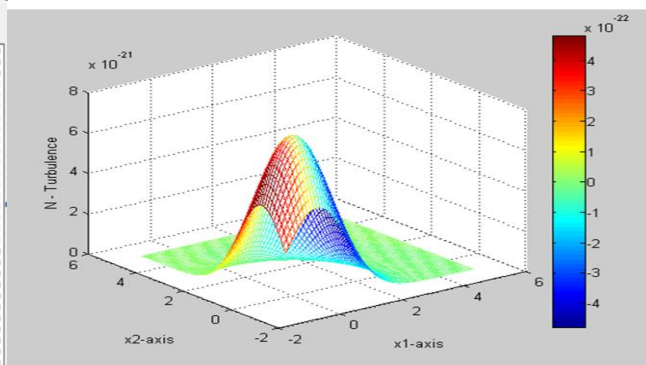


Рис.7. Вычисление значения полинома популяционной турбулентности

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Основные результаты работы можно кратко охарактеризовать следующим образом:

- ✓ построена и математически обоснована математическая модель популяционной турбулентности. Приведен пошаговый алгоритм получения явления турбулентности в биологических системах.
- ✓ получено и обоснованно представление решения модельных уравнений, связанных с популяционной турбулентностью в виде алгебраических полиномов в экстремальных режимах.
- ✓ приведены примеры моделей, связанные с популяционной турбулентностью в виде алгебраических полиномов в экстремальных режимах.
- ✓ предложен способ представления модели популяционной турбулентности с помощью дерева чисел.
- ✓ приведены примеры деревьев чисел, связанных с моделью популяционной турбулентности.
- ✓ математически обоснованы полученные представления в виде равномерно сходящихся рядов Фурье для моделей популяционной турбулентности и алгоритмы для численного решения на основе этих рядов.
- ✓ получены двусторонние оценки численности популяции моделей популяционной турбулентности в различных режимах сценариев временного, возрастного и пространственного распределения.
- ✓ построены и обоснованы алгоритмы устойчивости состояния популяций в зависимости от условия выживаемости с использованием коэффициентов рождаемости и смертности, а также потенциала популяций.
- ✓ предложен и обоснован численный алгоритм определения неизвестных коэффициентов модельной популяции задачи популяционной турбулентности на основе полученного полинома и рядов Фурье. Приведен численный способ решения задач популяционной турбулентности локально-одномерным методом.
- ✓ разработаны и обоснованы компьютерные программы решения задач, связанных с популяционной турбулентностью биологических популяций с учетом возрастного состава и пространственных распределений, в конкретных случаях режимов их функционирования.

✓ осуществлены компьютерные эксперименты в конкретных случаях режимов функционирования биологических популяций. Найдено численное решение задачи популяционной турбулентности для модельных данных.

ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

1. С помощью математических и компьютерных методов получен инструмент определения явления популяционной турбулентности, возникающей во фруктовых, зерновых агроценозов. Построена математическая модель в виде нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка с начальными и нелокальными граничными условиями. В основе математической модели лежит принцип максимизации диффузионных членов правой части уравнения по коэффициенту диффузии. Изучение такой задачи имеет большое практическое значение, т.к. такое явление возникает практически во всех задачах, связанных с растениеводством и садоводством. Разработанная модель позволяет изучить турбулентности вредителей сельхоз культур и определить их вспышки.

2. В качестве иллюстрации разработанной модели рассмотрено явление популяционной турбулентности изолированной популяции, биосистем и экосистем трех трофических уровней. Для этих моделей предложены и обоснованы модели защиты урожая от вредителей и связанные с ними задачи сохранения видов в региональных заповедниках Республики Таджикистан. Отличительная черта рассмотренных задач состоит в том, что определяются критические значения количества насекомых для агроценозов (защита урожая садовых экосистем) и сохранения численности редких видов для заповедников.

3. Обоснована стабильность популяций региональных заповедников с учетом временных, возрастных и пространственных связей. Получены необходимые и достаточные условия для устойчивости стационарных состояний численности изолированных популяций в биологических системах, а также биологических видов заповедников Республики Таджикистан.

4. Осуществлены вычислительные эксперименты. Применен численный метод для определения неизвестных коэффициентов.

5. Предложена технология обучения решению задач биологии с использованием математических и компьютерных моделей, необходимых для формирования учебного знания и практических навыков в решении задач по дисциплинам «Математическое моделирование в биологических системах».

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

В изданиях из перечня ВАК:

1. Ганиев, Ч.Т. Математические вопросы оценки популяционной численности [Текст] / Ч. Ганиев, М.К. Юниси, С.А. Одинаева // Вестн. Тадж. нац. ун-та. Сер. естеств. наук. – Душанбе, 2012. – №1/3(85). – С. 3-19.
2. Ганиев, Ч. Т. Об одной модели популяционной турбулентности [Текст] / Ч.Т. Ганиев, М.К. Юниси // Вестн. Тадж. нац. ун-та. – Душанбе, 2013. – № 1/2 (106). – С. 17-21.
3. Ганиев, Ч.Т. Об осредненных решениях одного класса дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка и их

приложениях [Текст] / Ч.Т. Ганиев // Вестн. Тадж. нац. ун-та. – Душанбе, 2014. – № 1/1 (126). – С. 14-17.

4. Ганиев, Ч.Т. Численные расчёты региональных заповедников [Текст] / Ч.Т. Ганиев, С.А. Одинаева, С. Азимов // Вестн. Тадж. нац. ун-та. – Душанбе, 2014. – № 1/3(134). – С. 30-37.

5. Ганиев, Ч.Т. Вычислительные эксперименты с моделями популяционной турбулентности [Текст] / Ч.Т. Ганиев // Изв. вузов Кыргызстана. – Бишкек, 2018. – № 1. – С. 15-19.

6. Ганиев, Ч.Т. Численные алгоритмы определения неизвестных коэффициентов и решения задач популяционной турбулентности [Текст] / Ч.Т. Ганиев, М.К. Юнуси // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2018. – № 2. – С. 29-32.

7. Ганиев, Ч.Т. О решении одной интегро-дифференциальной системы уравнений, связанной с популяционной турбулентностью [Текст] / Ч.Т. Ганиев, М.К. Юнуси // Изв. АН Респ. Таджикистан. Отд-ние физ.-мат., хим., геол. и техн. наук. – Душанбе, 2016. – № 1(162). – С. 33-39.

Статьи, опубликованные в журналах и сборниках

8. Ganiev, Ch. About Population model of turbulence and katasroph [Текст] / Ch. Ganiev, M. Yunusi // Материалы 9-ой междунар. науч.-практ. конф. “Компьютерный анализ проблем науки и техники”. – Душанбе, 2013. – С. 43-44.

9. Ganiev, Ch. Of the population model of turbulence and katastrof [Текст] / Ch. Ganiev // Материалы науч.-теорет. конф. “Роль Кулябского гос. ун-та им. А. Рудаки в подготовке специалистов” посвящ. 70 - летию ун-та. – 2015. – Ч. 1. – С. 175-179.

10. Ganiev, Ch. Population model of turbulence and katasroph [Текст] / Ch. Ganiev, M. Yunusi, S. Odinaeva // Материалы VII междунар. науч. – практ. конф. “Перспективы развития науки и образования”. – Душанбе, 2014. – Ч. 2. – С. 110-113.

11. Ганиев Ч.Т. Математическая модель охраны редкого вида типа модели Юнуси с учетом возрастного состава и пространственного распределения [Текст] / Ч. Ганиев, С. Одинаева, А. Одинаев, С. Гулов // Материалы 10-ой междунар. науч. – практ. конф. по Компьютерному анализу проблем науки и технологии. – Душанбе, 2015. – С. 76-81.

12. Ганиев, Ч.Т. Об одной модели популяционной численности [Текст] / Ч. Ганиев // Материалы 10-ой междунар. науч.-практ. конф. по Компьютерному анализу проблем науки и технологии. – Душанбе, 2015. – С. 61-63.

13. Ганиев, Ч.Т. Некоторые модели сравнений экологических систем по факторам рождаемости и смертности [Текст] / Ч. Ганиев, М. Юнуси, С. Одинаева // Учён. зап. Худжанд. ун-та. – 2014. – Спец. вып.: Материалы междунар. науч. конф. “Современные проблемы математики и её преподавания” посвященной 20 – летию Конституции Респ. Таджикистан и 60 – летию ученых математиков А.Мухсинова, А.Б. Назимова, С.Байзаева, Д.Осимовой, К.Тухлиева. – С. 346-348.

14. Ганиев, Ч.Т. О моделях сравнений модельных экологических систем по факторам рождаемости и смертности [Текст] / Ч. Ганиев, М. Юнуси, С. Одинаева // Материалы респ. науч.-практ. конф. “Наука и инновационная среда”. – Душанбе, 2014. – С. 40-42.

15. Ганиев, Ч.Т. О представлении решений одного дифференциального уравнения в частных производных четвертого порядка с постоянными коэффициентами [Текст] / Ч. Ганиев, М. Юнуси, Ф. Раимзода // Материалы VII междунар. науч.-практ. конф. “Перспективы развития науки и образования”. – Душанбе, 2014. – Ч. 2. – С. 116-118.
16. Ганиев, Ч.Т. О решении одной интегро – дифференциальной задачи [Текст] / Ч. Ганиев, М. Юнуси, С. Одинаева // Материалы респ. науч. – теорет. конф. “Актуальные проблемы современной математики и её преподавания” посвящ. памяти проф. Муртазоева Д.М. – Душанбе, 2014. – С. 17-19.
17. Ганиев, Ч.Т. Об одной интегро – дифференциальной системе и связанные с ней задачи охраны редких видов [Текст] / Ч. Ганиев, М. Юнуси // Учён. зап. Худжанд. ун-та. – 2014. – Спец. вып.: Материалы междунар. науч. конф. “Современные проблемы математики и её преподавания” посвящ. 20 – летию Конституции Респ. Таджикистан и 60 – летию ученых математиков А.Мухсинова, А.Б. Назимова, С.Байзаева, Д.Осимовой, К.Тухлиева. – С. 341 – 343.
18. Ганиев, Ч. Т. Решении одного класса интегро – дифференциальных задач связанной с популяционной турбулентности [Текст] / Ч. Ганиев, М. Юнуси, С. Одинаева // Chronos Journal. – М., 2017. – № 14: Материалы XIV междунар. науч. конф. “Вопросы современной науки: проблемы, тенденции и перспективы”. – С. 26-33.
19. Ганиев, Ч.Т. Квадратичный полином представления популяционной турбулентности [Текст] / Ч.Т. Ганиев, М.К. Юнуси // Материалы междунар. науч. – метод. конф. “Современные проблемы математики и её преподавания” посвящ. 35 – летию ун-та и 20 – летию каф. Алгебры и геометрии Кургантюбин. ун-та. – 2013. – С. 25-26.
20. Ганиев, Ч.Т. О моделях популяционных турбулентностях [Текст] / Ч.Т. Ганиев, С.А. Одинаева // Материалы Респ. науч.-теорет. конф. проф. – преподават. состава и сотрудников ТНУ, посвящ. “20 – ой годовщине Дня нац. единства” и “Году молодёжи”. – Душанбе, 2017. – С. 35.
21. Ганиев, Ч.Т. О некоторых моделях сравнения экосистем [Текст] / Ч.Т. Ганиев, М.К. Юнуси, С.А. Одинаева // Сборник тез. докл. науч. конф. “Актуальные проблемы современной науки” посвящ. 70-летию Победы в Великой Отечественной Войне. – Душанбе, 2015. – С. 45-46.
22. Ганиев, Ч.Т. Об одной модели популяционной турбулентности [Текст] / Ч.Т. Ганиев, М.К. Юнуси // Материалы I междунар. науч.- практ. конф. “Инновации в образовании: научные подходы, опыт, проблемы и перспективы”. – Борисоглебск, 2017. – С. 138-144.
23. Ганиев, Ч.Т. Осредненные решения одного класса дифференциальных уравнений [Текст] / Ч.Т. Ганиев, С. Одинаева // Материалы респ. науч.- теорет. конф. “Неклассические уравнения математической физики и смежные вопросы анализа” посвящ. 70-летию проф. Сатторова А.С. – Душанбе, 2016. – С. 21-22.
24. Ганиев, Ч.Т. Об одной интегро – дифференциальной задаче, связанной с популяционной турбулентности [Текст] / Ч.Т. Ганиев, С.А. Одинаева, М.К. Юнуси // Материалы междунар. науч. конф. посвящ. 75-летию д-ра физ. – мат. наук, проф. Собирова Темура Сафаровича “Математический анализ, дифференциальные уравнения и теория чисел”. – Душанбе, 2015. – С. 87-88.

25. Ганиев, Ч.Т. Об одной интегро – дифференциальной задаче, связанной с популяционной турбулентности [Текст] / Ч. Ганиев, М. Юнуси // GLOBUS. – СПб., 2017. – Спец. вып.: Материалы XXV междунар. науч.-практ. конф. “Технические науки – от теории к практике”. – С. 9-12.
26. Ганиев, Ч.Т. Уравнение популяционной турбулентности [Текст] / Ч. Ганиев, С.А. Одинаева // Евразийский науч. журн. – М., 2018. – № 2(47), Ч. 1: Материалы XXXXVII междунар. науч.-практ. конф. “Актуальные проблемы в современной науке и пути их решения”. – С. 62-65.
27. Ганиев, Ч.Т. Анализ оценки численности хищников в экологических системах горных заповедников [Текст] / С.А. Одинаева, Ч.Т. Ганиев, М.К. Юнуси // Материалы междунар. науч.- практ. конф. “Роль ИКТ в инновационном развитии экономики республики”. Душанбе, 17-18 нояб. 2017 г. – 2017. – С. 277-281.
28. Свидетельство о праве авторства №71 от 21.09.2018 г. на компьютерную программу [Текст] / Ч.Т. Ганиев; Определение явления популяционной турбулентности для суммарной квадратичной биомассы – “энергия” в экосистеме трёх уровней. – Душанбе, 2018.
29. Свидетельство о праве авторства №72 от 21.09.2018г. на компьютерную программу [Текст] / Ч.Т. Ганиев; Определения максимальной численности по пространственным координатам с условием возникновения явления турбулентности в биологических системах. – Душанбе, 2018.
30. Свидетельство о праве авторства №73 от 21.09.2018 г. на компьютерную программу [Текст] / Ч.Т. Ганиев; Вычисления значения полинома популяционной турбулентности в биологических системах. – Душанбе, 2018.

Ганиев Чалиш Тагойбековичтин «Биологиялык системаларда популяциялык турбуленттикте изилдөө жана математикалык моделдерин иштеп чыгуу» деген темадагы, адистиги: 05.13.18 «Математикалык моделдөө, сандык эсептөөлөр жана программалардын комплекси» боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты илимий даражасын изденип алууга диссертациясынын

ТАРЖЫМАЛЫ

Ачкыч сөздөр: популяциялык турбуленттик, дифференциалдык теңдемелер, айырым туунду, орточолонгон чыгарылыш, популяция, саны, убакыт, курагы, мейкиндик, математикалык модель, биологиялык система, өз ара аракеттенүү матрицасы, төрөлүү коэффициенти, өлүү коэффициенти.

Изилдөөнүн объектиси – ТР бакча экосистемаларында жана биологиялык системалардагы обочолонгон популяциялардын популяциялык турбуленттигинин математикалык моделдери.

Изилдөөнүн предмети – экстремалдык шарттарда популяциялардын жүрүм-турумунун туруктуулугун негиздөө жана болушу, жана ар кандай сценарийлерде алардын иштешинин туруктуу режимдерин аныктоо.

Диссертациялык иштин максаты: обочолонгон популяциялардын жана бир био-тутумдарга кирген популяциялардын популяциялык турбуленттигинин математикалык моделин иштеп чыгуу жана негиздөө жана Тажикстан Республикасынын бакча экосистемалары үчүн компьютер эксперименттерди ишке ашыруу максатында, сандык алгоритмдерди, ошондой эле программалардын жыйындысын түзүү.

Изилдөөнүн методдору. Диссертациялык иште дифференциалдык теңдемелерди математикалык моделдөөнүн заманбап методдору жана алар менен байланышкан популяциялык маселелерди чыгаруунун сандык методдору, ошондой эле эсептөө эксперименттерин коюу сценарийлери колдонулду.

Алынган жыйынтыктар жана алардын жаңылыгы: Алынган жыйынтык популяциялык турбуленттик маселесинин моделдик чекиттик популяциясынын белгисиз коэффициенттерин аныктоо алгоритмин иштеп чыгууда жана биологиялык популяциялардын популяциялык турбуленттиги менен байланышкан маселелерди чыгаруу үчүн компьютердик программаларды түзүүдө турат.

Изилдөөнүн корутундуларын колдонуу: Диссертациялык иште алынган негизги жыйынтыктар Таджик улуттук университетинде окуу процессине киргизилген жана колдонулууда (Душанбе ш., Таджик Республикасы).

Колдонуу тармактары: Диссертациялык иштин жыйынтыктарын жана аларды алуу ыкмаларын математикалык жана компьютер моделдөө маселелерин чыгарууда жана математикалык жана компьютердик моделдөө боюнча изилдөөлөр жүргүзүлгөн илимий-изилдөө институттарында жана жогорку окуу жайларында, Тажик улуттук университетинин механика-математика факультетинде окуу процессинде колдонсо болот.

РЕЗЮМЕ

диссертации Ганиева Чалиша Тагайбековича на тему “ Исследование и разработка математической модели популяционной турбулентности в биологических системах” на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – “Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ”.

Ключевые слова: Популяционная турбулентность, дифференциальное уравнение, частные производные, осредненное решение, популяция, численность, время, возраст, пространство, математическая модель, биологическая система, матрица взаимодействия, коэффициент рождаемости, коэффициент смертности.

Объект исследования – математические модели популяционной турбулентности изолированной популяций биологических систем и садовых экосистем Республики Таджикистан.

Предмет исследования – существование и обоснование устойчивого поведения популяций в экстремальных режимах и определение стабильных режимов ее функционирования в различных сценариях.

Цель научных исследований состоит в разработке и обоснование математической модели популяционной турбулентности биологических систем и агроценозов.

Методы исследования. В диссертационной работе используются современные методы математического моделирования дифференциальных уравнений и связанные с ними численные методы решения популяционных задач, а также постановка сценария проведения вычислительных экспериментов.

Полученные результаты заключаются в разработке алгоритма определения неизвестных коэффициентов модельной точечной популяции задачи популяционной турбулентности и в создании компьютерных программ для решения задач, связанных с популяционной турбулентностью биологических популяций.

Использование результатов исследования: Основные результаты, полученные в ходе диссертационной работы, внедрены и используются в учебном процессе Таджикского национального университета (г. Душанбе, Республика Таджикистан).

Область применения: Результаты диссертации и методика их получения могут быть применены при решении задач математического и компьютерного моделирования в научных учреждениях, в вузах, где ведутся исследования по математическому и компьютерному моделированию. Они используются в учебном процессе механико-математического факультета Таджикского национального университета.

SUMMARY

Thesis of Ganiev Chalish Tagaybekovich on the topic “Research and development of a mathematical model of population turbulence in biological systems” for the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences in specialty 05.13.18 - “Mathematical modeling, numerical methods and program complexes”

Key words: Population turbulence, differential equation, partial derivatives, averaged solution, population, number, time, age, space, mathematical model, biological system, interaction matrix, fertility rate, mortality rate.

The object of the study is mathematical models of population turbulence of isolated populations and biological systems of agrocoenoses and reserves of the Republic of Tajikistan.

The subject of the study is the existence and justification of stable behavior of populations in extreme regimes, and the definition of stable modes of its functioning in various scenarios.

The obtained results consist in the development of an algorithm for determining the unknown coefficients of the model point population of the population

turbulence problem and in creating computer programs for solving problems associated with the population turbulence of biological populations.

The obtained results are included in the development of the algorithm for determining the unknown coefficients of the model point population of the population turbulence problem and in the creation of computer programs for solving problems associated with the population turbulence of biological populations.

Methods of research. In the thesis, modern methods of mathematical modeling of differential equations and associated numerical methods for solving population problems are used, as well as setting the scenario for carrying out computational experiments.

Use of the results of the research: The main results obtained during the thesis work are implemented and used in the educational process of the Tajik National University (Dushanbe, Republic of Tajikistan).

Area of application: The results of the thesis and the methodology for obtaining them can be applied to solving problems of mathematical and computer modeling both in scientific institutions and in universities where research is conducted on mathematical and computer modeling and in the educational process of the Faculty of Mechanics and Mathematics of the Tajik National University. Design organizations, Tajik National University.

СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

t – время, $t \in [0, t_k], t_k = \text{const} < \infty$.

a – возраст, $0 \leq a \leq \infty$.

x – пространственная координата,

$x \in \bar{G} \subseteq E^2, \bar{G} = \{x: x = (x_1, x_2), 0 \leq x_i \leq L_i, i = 1, 2\}$.

$\bar{G} = G + S, S$ – граница $G, R = \bar{G} * [0, \infty) * [0, t_k]$

$N_0 = N_0(t)$ – масса внешнего ресурса в момента t .

$N_1 = N_1(t)$ – биомасса растений сельхоз культуры в момент t .

$N_i = N_i(x, t, a)$ – численности вредных ($i = 2$) и полезных ($i = 2$) популяций

возраста a , в момент времен t и в точке x .

$F = F(a, t), B = B(a, t)$ – соответственно коэффициенты смертности и рождаемости популяций возраста a в момент времен t .

$F_i = F_i(.)$ – соответственно удельные скорости роста i -го трофического уровня $i = 0, 1, 2, 3$.

Q – скорость поступления внешнего ресурса, $Q = Q(t)$.

N_1^p – плановый уровень биомассы растения, не менее которого мы хотим сохранить урожай.

N_2^p, N_3^p – критические значения численности вредных и полезных насекомых

U – допустимое множество управления (кусочно-непрерывные и ограниченные функции), $u = (P, D, Q) \in U$,

ГАНИЕВ ЧАЛИШ ТАГОЙБЕКОВИЧ

**ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ
ПОПУЛЯЦИОННОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ
В БИОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

Автореферат диссертации

Подписано в печать 20.02.2019 г.
Формат 60x84/16. Объем 1,5 п.л.
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Тираж 100 экз. Заказ 691.

720020, Бишкек, ул. Малдыбаева, 34 б,
Кыргызский Государственный университет строительства,
транспорта и архитектуры им. Н.Исанова
Учебно-издательский центр «Авангард»