

**КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН  
УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫ**

**АВТОМАТИКА ЖАНА МААЛЫМАТТЫК ТЕХНОЛОГИЯЛАР  
ИНСТИТУТУ**

**Б.Н. ЕЛЬЦИН АТЫНДАГЫ  
КЫРГЫЗ-ОРУС СЛАВЯН УНИВЕРСИТЕТИ**

Диссертациялык кеңеш Д. 05.18.579

Кол жазма укугунда

УДК 52-17(575.2)(043.3)

**ГАНИЕВ ЧАЛИШ ТАГОЙБЕКОВИЧ**

**БИОЛОГИЯЛЫК СИСТЕМАЛАРДА ПОПУЛЯЦИЯЛЫК  
ТУРБУЛЕНТТИКТИ ИЗИЛДӨӨ ЖАНА МАТЕМАТИКАЛЫК  
МОДЕЛДЕРИН ИШТЕП ЧЫГУУ**

05.13.18 – Математикалык моделдөө, сандык ыкмалар жана  
программалар комплекси

физико-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук  
даражасын алуу үчүн жазылган диссертациянын

**АВТОРЕФЕРАТЫ**

**Бишкек – 2019**

## **Жумуш Таджик Улуттук университетинде аткарылган**

- Илимий жетекчиси:** Физико-математика илимдеринин доктору,  
профессор  
**Юнуси Махмадйусуф Камарзода**  
(ТУУ, профессор)
- Расмий оппоненттер:** 1. Физика-математика илимдердин доктору,  
доцент **Адигамов Николай Сабирович**  
(Б.Н. Ельцин ат. КОСУ, профессор)
2. техника илимдеринин кандидаты  
**Раматов Кубаныч Садинович**  
(И.Раззаков ат. КМТУ, доцент)
- Жетектөөчү уюм:** М.М. Адышев ат. ОшТУ  
723503, Ош ш., Н. Исанова к., 81

Диссертация 2019-ж. 1 мартында саат 10.00 Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Автоматика жана маалыматтык технологиялар институтунун жана Б.Н. Ельцин атындагы Кыргыз-Орус Славян университети алдындагы Д. 05.18.579 диссертациялык кеңешинин отурумунда жакталат. Дареги: 720071, Бишкек ш., Чүй проспекти, 265, ауд. 346, сайт: [www.iait.kg](http://www.iait.kg).

Диссертация Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын китепканасында, дареги: 720071, Бишкек ш., Чүй проспекти, 265, «а» жана КР УИА АжМТИ сайттында, дареги: [www.iait.kg](http://www.iait.kg) таанышса болот. E-mail: [gulsaat@mail.ru](mailto:gulsaat@mail.ru).

Автореферат 2019-жылдын 25 февралында жөнөтүлдү.

Диссертациялык кеңештин  
окумуштуу катчысы к.ф.-м.н.

Керимкулова Г.К.

## ИШТИН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

**Диссертациянын темасынын актуалдуулугу** убакыт - жашын жана мейкиндик түзүмдөрдүн эске алуу менен популяциялык моделдер аркылуу сүрөттөлгөн популяциялык турбуленттик катары берилген популяциянын аламан абалын изилдөөдө жатат. Коомдук жана экономикалык системаларды алдын ала божомолдоо методдору, адатта, популяциянын динамикасын алдын ала божомолдоо жана аны менен байланышкан экономикалык системалардын иштеши жана биологиялык популяциялардын табигый экологиялык системаларын болжолдоо маселелерин талап кылаарын белгилей кетүү керек. Албетте, аларга чыныгы эксперимент жүргүзүү мүмкүн эмес жана абдан кымбат. Буга байланыштуу компьютердик моделдөө жана алардын акыбалын болжолдоо маселеси келип чыгат. Математикалык моделдөө методдорун пайдалануу түздөн-түз эксперименти жүргүзүү татаал болгон коомдук системалардын, атап айтканда, биологиялык популяциялардын бирдей иштешин киргизүүнү мүмкүн кылаары түшүнүктүү. Бул тандалган диссертациялык теманын актуалдуулугун аныктайт. Диссертация популяциялык турбуленттиктин түзүлүшү менен байланышкан математикалык маселелерди негиздөө, түзүү жана иштеп чыгууга арналган. Ошондуктан, биз, убакыт, жаш курагын жана мейкиндик структураларын эске алуу менен популяциянын турбуленттигинин жалпы үлгүсүн карап чыгып, берилген теңдеменин оң тарабын белгилүү бир сызыктуу эмес облусунда диффузия коэффициенттери аркылуу жогорулатабыз.

**Диссертациянын илимий-изилдөөчүлүк иштер менен байланышы**

Бул диссертациялык иш ««Дашти – Джум» коругундагы экосистеманын абалын компьютердик моделдөө» (мамлекеттик каттоо №0115TJ00748) долбоорунун алкагында аткарылган.

**Диссертациялык иштин максаты жана маселеси** – обочолонгон популяциялардын жана бир био-тутумдарга кирген популяциялардын популяциялык турбуленттигинин математикалык моделин иштеп чыгуу жана негиздөө жана Тажикстан Республикасынын бакча экосистемалары үчүн компьютер эксперименттерди ишке ашыруу максатында, сандык алгоритмдерди, ошондой эле программалардын жыйындысын түзүү.

Максатка жетүү үчүн төмөнкү **маселелерди** чечүү зарыл:

- убакыт, жаш курак жана мейкиндик структураларын эске алуу менен популяциянын абалын сүрөттөгөн математикалык теңдемени тиешелүү баштапкы жана чектик шарттары менен иштеп чыгуу. Алынган теңдеменин оң тарабын диффузия параметрлери аркылуу максималдаштыруунун негизинде, ал популяциялык турбуленттиктин теңдемесине алып келет, популяциянын жайылышын сүрөттөөгө байланышкан бир катар сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелерди чыгаруу. Турбуленттик режимде популяциянын динамикасынын математикалык моделин тургузуу;
- Популяциянын санын чагылдыруу жана баалоо маселесин тегиз жыйналуучу Фурье катары түрүндө көтөрүү жана изилдөө;

- Популяциялык турбуленттиктин математикалык маселелерин тургузуу жана изилдөө;
- Популяциялык турбуленттик маселелери үчүн популяциялар жана алардын санынын үлгүлөрүнүн белгисиз коэффициенттерин аныктоочу алгоритмдерди негиздөө;
- белгилүү бир популяцияларга алардын ар кандай шарттарда иштешине бир катар компьютердик эксперименттерди жүргүзүү максатында компьютердик программаларды иштеп чыгуу; Популяциялык турбуленттиктин ар кандай шартта иштешинин маселелеринин чыгарылышын аныктоо.

**Изилдөөнүн илимий жаңылыгы** экстремалдык шарттарда популяциялык турбуленттиктин үлгүлөрүн иштеп чыгууда жана алардын чыгарылыштарын бир мүчө жана тегиз жыйналма Фурье катары түрүндө алууда турат. Изилдөөнүн илимий жаңылыгы илимий, адабий жана көркөм сүрөттөрдү каттоо жөнүндөгү №71, №72 жана №73 күбөлүктөр менен ырасталат.

**Алынган жыйынтыктардын практикалык баалуулугу.** Изилденген математикалык маселелердин жана аларды изилдөө ыкмаларынын жалпылыгы, бул моделдерди биологиялык популяцияларды изилдөө гана эмес, ошондой эле, химия, физика, экономика жана башка тармактарда кездешүүчү окшош маселелерди чечүүгө мүмкүнчүлүк берет. Биологиялык популяциялардын убакыт, жаш курак жана мейкиндик структурасынын моделдерин изилдөө жана алардын санын аныктоо табигый изилдөө ыкмасын түзүү, ошондой эле, биологиялык популяциялардын санынын таралышына күн сайын мониторинг жүргүзүү процесстерин оптималдаштыруу үчүн талап кылынат. Диссертациялык иште алынган жалпы мүнөздөгү теоретикалык бүтүмдөр белгилүү бир биологиялык популяциянын көп моделдерин түзүүнү ылдамдатат жана абдан жеңилдетет. Ошону менен катар популяциялык турбуленттиктин абалын болжолдоо максатында программаларды практикада колдонуу өтө маанилүү.

**Алынган жыйынтыктардын экономикалык баалуулугу.** Аймагынын 93%ин тоолор түзгөн Тажикстан Республикасынын шартында мөмө жана айыл-чарба өсүмдүктөрүн өстүрүү маселелери экономикалык зор мааниге ээ. Азыркы учурдагы бакча эко-тутумдарынын, коруктардын абалын жакшыртуу үчүн жемиштерди өстүрүү жана сейрек кездешүүчү жана жок болуп бара жаткан түрлөрдү коргоо факторлоруна чоң маани берилип, жаңы интенсивдүү бакчалар жана коруктар түзүлүүдө. Диссертациялык иште алынган жыйынтыктарды колдонуу түшүмдөрдү зыянкечтерден коргоо иштерин пландоо жана божомолдоо үчүн пайдаланылышы мүмкүн. Ушунун негизинде, сейрек кездешүүчү жана жок болуп бара жаткан түрлөрдү сактоонун, айыл чарба жана мөмө-жемиштерди коргоонун интегралдык процесстери өнүгүүдө жана бир эле убакта түшүм жогорулоодо. Мындай изилдөөлөр экономикалык мааниге ээ.

**Коргоого алынып чыккан диссертациянын негизги жоболору:**

- берилген сызыктуу эмес аймакта диффузия коэффициенти боюнча диффузиялык өзгөрүүлөрдүн жалпы суммасын максималдаштыруунун негизинде обочолонгон жана бир био-тутумга кирген популяциялык турбуленттиктин кубулуштарын сүрөттөгө математикалык моделдөө ыкмасы иштелип чыкты жана негизделди;
- иштелип чыккан убакыт, курагы жана мейкиндик структуралары эске алынган биологиялык популяциялардын популяциялык турбуленттигинин моделдери үчүн сапаттуу жакындаштырылган, аналитикалык методдор андан ары өнүктүрүлдү, ал санын чагылдырган ашыкча аныкталган системанын чыгарылышы полином түрүндө алынганында жатат;
- биосистемалардын популяциялык турбуленттик маселесинин чыгарылышын тегиз жыйналуучу Фурье катары түрүндө сунушталуусун алуу;
- популяциялык турбуленттиктин моделинин интерпретациясын сандар жана максаттар дарагы схемасы түрүндө сапаттуу негиздөө;
- популяциялык турбуленттиктин маселелерин полином жана тегиз жыйналуучу катарлар түрүндө чыгаруунун сандык методу иштелип чыккан жана негизделген жана анын негизинде биологиялык популяциялардын ар кандай шарттарда иштешине тестик эксперименттер жүргүзүлдү;
- популяциялардын абалын сандык аныктоону полином катары көрсөтүүчү алгоритм, ошондой эле белгисиз параметрлерди аныктоочу сандык алгоритм, популяциялык турбуленттиктин маселелерин чыгарууга локалдык-бир өлчөмдүү ыкманын алгоритми моделдик берилиштер менен эсептөө эксперименттерин жүргүзүү үчүн программалар комплекси катары сунушталды жана негизделди.
- башка популяциялар жана биологиялык системалар үчүн (мис, бакча экосистемаларынын зыянкечтери, агроценоздор ж.б.) убакыт, жаш курагы жана мейкиндик түзүмү эске алынган моделденүүчү популяциялык турбуленттиктин абалын аныктоого багытталган комплекстүү программалар иштелип чыкты. Тажикстан Республикасынын биологиялык системаларынын моделдик берилиштери менен бир катар компьютердик тажрыйба ишке ашырылды.

**Издөнүүчүнүн өздүк салымы.** Диссертациялык иште көрсөтүлгөн жана илимий жаңылыгы бар алынган жыйынтыктарды илимий жетекчиси М.К. Юнусинин жетекчилиги астында автор жеке өзү алган. Чогуу чыгарылган эмгектерде илимий жетекчиге маселени көтөрүү жана аны чыгаруу ыкмаларын тандоо тиешелүү. Одинаева С.А. жана Азимов С менен биргеликте чыккан эмгектерде: сандык иштерде Ч.Т. Ганиевдин салымы 50%, С.А. Одинаеванын салымы 30% жана С Азимов салымы 20% ды түзөт.

**Диссертациянын жыйынтыктарынын апробациясы.** Иштин негизги жоболору ТУУнун "Информатика" кафедрасынын илимий семинарларында (2008-2017), эл аралык илимий - усулдук жана илимий - практикалык

конференцияларда (Душанбе: 2013 – 2018жж, Кургантөбө: 2013-ж., Худжанд: 2014 ж, Куляб: 2015 ж, Борисоглебск : 2017ж., Москва: 2017-2018ж., Санкт-Петербург, 2017ж.), жана башкаларда билдирилген жана талкууланган.

**Басылып чыккан илимий эмгектерде диссертациянын жыйынтыктарынын чыгарылышынын толуктуулугу.** Диссертациянын негизги жыйынтыктары жыйырма жети иште басылып чыккан, алардын ичинен 5өө Россиянын ЖАКы сунуштаган басылмаларда жана 2өө Кыргыз Республикасынын ЖАК тарабынан сунушталган журналдарда.

**Диссертациянын структурасы жана көлөмү.** Диссертация кириш сөздөн, 4 бөлүмдөн, корутунду жана колдонулган илимий булактардын тизмесинен турат. Жалпы көлөмү 196 беттен туруп, 23 сүрөт, 7 таблица, 8 тиркеме жана 148 библиографиялык булактарды камтыйт.

## **ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ**

**Кириш сөздө** диссертациянын темасынын актуалдуулугу негизделген, максаты, милдеттери жана изилдөө суроолору коюлган, илимий жаңылыгы, изилдөө жыйынтыктары боюнча теориялык жана практикалык мааниси, ошондой эле коргонуу үчүн негизги жоболору аныкталган.

**Биринчи бапта** биологиялык системаларда популяциялардын санынын дискреттик абалы менен байланышкан, турбуленттиктин болгон моделдерине, ошондой эле Колмогоров, Ферхюльса, Фейгенбаум ж.б. динамикалык моделдерге талдоо жүргүзүлдү.

Биз түзгөн моделдин башкалардан айырмасы болуп биологиялык системалардагы популяциялардын турбуленттигин сүрөттөө, негиздөө жана талдоо саналат.

**Экинчи бап** изилдөө объектисин сүрөттөөгө арналган, атап айтканда, Таджикстан Республикасындыгы экологиялык системалардын толук сыпаттамасы көрсөтүлгөн. Математикалык жана компьютердик моделдөө техникасынын методдору жана методологиясы, ошондой эле Тажикстан Республикасынын табигый жана жасалма экосистемаларында популяциялардын турбуленттик процесстеринин келип чыгуусунун божомолдору келтирилген. Өзгөчө көңүл иштелип чыккан божомолдоо жана моделдөө илимий методдорунун аймактык коруктардын жана жасалма биологиялык системалардын экологиялык өнүгүүсүнүн структуралык параметрлерин коргоого тийгизген таасирине бурулат.

**Үчүнчү бап** популяциялык турбуленттиктин коюлган маселелери менен байланышкан маселелерди математикалык негиздөөгө жана жазууга жана популяциялык турбуленттик теориясында колдонулуучу, акыркы учурларда биологиялык популяциялардын курчаган параметрлеринин өзгөрүүсүнө карата абалын божомолдоодо колдонулуп келе жаткан, туура келген 2-тартиптеги дифференциалдык теңдемелердин чыгарылыштарын негиздөөгө арналган. Бул жерде берилген сызыктуу эмес теңдемелердин аймагында параметрлердин (тактап айтканда диффузия коэффициент)

өзгөрүүсү менен байланышкан, убакыт, жаш курагы жана мейкиндик түзүлүштөрү эске алынган популяциялык турбуленттиктин бир моделин изилдөө маселеси каралат. Ошондой эле популяциялык турбуленттик маселеси менен байланышкан сандык дарак келтирилет.

**Үчүнчү баптын 1-бөлүгү** биологиялык популяциялардын баштапкы моделдеринин негизинде популяциялык турбуленттиктин маселелерин моделдөө суроолоруна арналган. Жөнөкөй учурларда, популяциялык турбуленттиктин маселелеринин чыгарылышы көп мүчө түрүндө алынат. Убакыт - курагы жана мейкиндик түзүмдөрдү эске алуу менен популяциянын үлгүсүн карап көрөлү<sup>1</sup>:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial a} + \sum_j \mathcal{G}_j \frac{\partial N}{\partial x_j} = F_0(a)N + \sum_j D_j \frac{\partial^2 N}{\partial x_j^2}, \quad 0 < x_j < L_j, \quad 0 < a \leq a_{\max}, \quad 0 < t \leq t_k, \\ N(x, a, 0) = N_0(x, a), \quad 0 \leq x_j \leq L_j, \quad 0 \leq a \leq a_{\max}, \\ N(x, 0, t) = \int_0^{a_{\max}} B_0(\xi) N(x, \xi, t) d\xi, \quad 0 \leq x_j \leq L_j, \quad 0 \leq t \leq t_k, \\ \frac{\partial N}{\partial x} - \alpha_j N \Big|_{x_j=(0, L_j)} = 0, \end{array} \right. \quad (1)$$

бул жерде  $N = N(x, a, t)$  -  $t$  убактысындагы  $a$  жашындагы популяциянын саны,  $F_0 = F_0(a)$  - өлүмгө учуроонун коэффициенти,  $B_0 = B(a)$  - туулушунун коэффициенти,  $N_0 = N_0(x, a)$  - алгачкы учурда популяциянын саны. Эгер профессор Юнусинин ишинде сунушталган алмаштыруу киргизсек:

$$a' = a, \quad t' = a + \tau, \quad \varphi(x, a, \tau) = N(x, a, a + \tau),$$

$$u(x, a, \tau) = \varphi(x, a, \tau) \exp \left( \int_0^a F_0(\xi) d\xi + \sum_j \mathcal{G}_j \frac{x_j}{2D_j} - \sum_j \frac{\mathcal{G}_j^2 a}{4D_j} \right),$$

анда (1) маселесинин ордуна төмөнкү маселени алабыз:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial a} = \sum_j D_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2}, \quad 0 \leq x_j \leq L_j, \quad 0 < a \leq a_{\max}, \quad 0 < t \leq t_k \\ u(x, 0, \tau) = \int_0^{a_{\max}} B_0(\xi) u(x, \xi, \tau) d\xi, \\ \frac{\partial u}{\partial x_j} \Big|_{x_j=0}^{x_j=L_j} = 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

**Моделдөө процессинин башталышы.** Мейли  $D_j = D\alpha_j$ ,  $\alpha_j \in M$ ,  $0 < \alpha_j < 1$  мында

<sup>1</sup> Юнуси М. Математические модели управления агроценозами и охраняемыми биологическими популяциями. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, ВЦ АН СССР, Москва, 1990. - 313.

$$M = \left\{ \alpha : \alpha_0 = (\alpha_1, \dots, \alpha_m), \sum_j \alpha_j^{\frac{n}{n-s}} = 1 \right\}. \quad (2')$$

жана биологиялык популяциянын (1) түп моделин колдонуп популяциялык «турбуленттик» кубулушун моделдейбиз.

**Аныктама:** (1) (же (2)) моделинин чегинде популяциялык «турбуленттик» деп, популяциянын төмөнкүдөй абалы аталат,  $\alpha, \alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m) \in M$ , векторунун кандайдыр бир маанисинде

$$\left( \sum_{j=1}^m \alpha_j \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2} \right)^s \right)^{1/s}, \quad s > 0, \quad (3)$$

чоңдугу өзүнүн эң жогорку маанисин алат, башкача айтканда

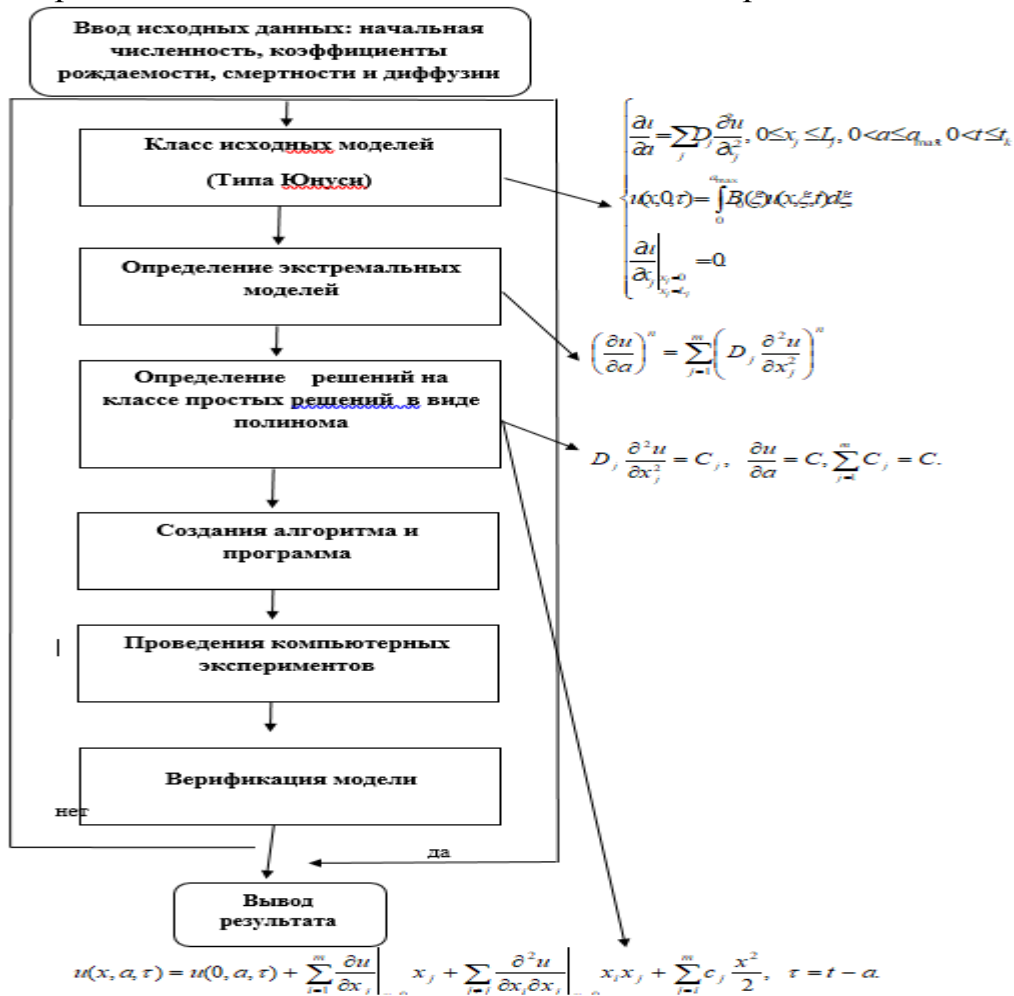
$$\frac{\partial u}{\partial a} = \max_{\alpha \in M} \sum_{j=1}^m \alpha_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2}. \quad (4)$$

теңдемеси

$$u(x, 0, \tau) = \int_0^{a_{\max}} B_0(\xi) u(x, \xi, t) d\xi,$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x_j} \right|_{x_j=0} = 0.$$

шарттары менен  $C_2^{-1}$  де жалгыз классикалык чыгарылышка ээ.



1- сүрөт, Агроценоздордогу биологиялык популяциялардын өз ара аракеттеринин концептуалдык модели.

Төмөнкү теорема орун алат:

**Теорема 3.1.**  $Z = \max_{\alpha \in M} (\alpha, X^s)^{1/s}$  теңдемеси жана  $Z^n = \sum_{j=1}^m X_j^n$  теңдемеси

эквиваленттүү. Төмөнкү теңдемени карап көрөлү

$$\frac{\partial u}{\partial a} = \max_{\alpha \in M} \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2} \quad (5)$$

**Популяциялык турбуленттик кубулуштарынын математикалык моделдерин куруу иштерин жүргүзүү төмөнкү этаптардан турат:**

**1-кадам.** Популяциялык турбуленттиктин теңдемеси

$$\left( \frac{\partial u}{\partial a} \right)^n = \sum_{j=1}^m \left( D \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2} \right)^n \quad (6)$$

шарттары

$$u(x, 0, \tau) = \int_0^{a_{\max}} B_0(\xi) u(x, \xi, t) d\xi,$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x_j} \right|_{x_j=0}^{x_j=L_j} = 0.$$

Өзгөрмөлөрдү бөлүштүрүү методунун идеясынын негизинде төмөнкү мүмкүн болгон чыгарылыштардын классы аныкталат:

1. Жөнөкөй чыгарылыштар классы:

$$D \frac{\partial u}{\partial x_j} = C_j \frac{\partial u}{\partial a} = \epsilon$$

2. Экспоненциалдык чыгарылыштар классы:

$$D \frac{\partial u}{\partial x_j} = C_j \frac{\partial u}{\partial a} = \epsilon$$

мында  $D$  төмөнкүдөн аныкталат:

$$D = \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial a} = \frac{\partial u}{\partial a}$$

(6) теңдемесин мүмкүн болгон жөнөкөй чыгарылыштардын классында чыгаралы:

$$\frac{\partial u}{\partial a} = C \frac{\partial u}{\partial x_j} = \epsilon, \text{ макулдашуу шартын эске алуу менен } \sum_{j=1}^m C_j = C$$

Ошентип, (6) теңдемеси “турбуленттиктин” теңдемеси болуп саналат, б.а. чыгарылыштарында (3) функционалы максималдуу мааниге ээ болот.

**2-кадам.** (6) теңдемелер системасын мүмкүн болгон жөнөкөй чыгарылыштардын классында этабы менен чыгарып отуруп төмөнкү түрдөгү жалпы формуланы алабыз:

$$u(x, a, \tau) = u(0, a, \tau) + \sum_{i=1}^m \frac{\partial u}{\partial x_j} \Big|_{x=0} x_j + \sum_{j \neq i} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_{x=0} x_i x_j + \sum_{j=i}^m c_j \frac{x^2}{2}, \quad \tau = t - a. \quad (7)$$

мында (7) нин коэффициенттери берилген теңдеменин баштапкы шарттарынан жана (1) дин акыркы эки чектик шарттарынан аныкталат.

Бул моделдик теңдемеден жана мүмкүн болгон чыгарылыштардын моделденген классынан келип чыгат.

Жөнөкөй болуш үчүн 2-кадамдын аракеттерин  $m=2$  болгон учурда көрсөтөлү.

Жөнөкөй чыгарылыштардын классын карайлы

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = C_1$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = C_1 \text{ ден}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = C_1$$

келип чыгаарын оңой эле көрүүгө болот.

Бул формуланы  $\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = C_2$  шартына коюп, (7) формуласын алабыз.

Алынган (7) формуласы (3) максималдаштыруу маселесинин чыгарылышына туура келет, б.а. «популяциялык турбуленттикке» туура келген, экинчи туундулардын суммасы. Эми популяциялык турбуленттик процессинде аймактын кайсы чекитинде популяциялардын саны максимумга жеткен учурду карайбыз.

$$\max_{(x,y)}$$

шартынан, б.а. (7) формуласынан алабыз:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x_1} = \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{\partial u}{\partial x_2} & x_1 + C_1 = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x_2} = \frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial u}{\partial x_1} & x_2 + C_2 = 0 \end{cases}$$

Мындан:

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x_1} \right)_{x_1=0} = \frac{\partial u}{\partial x_1} \Big|_{x_1=0}, \quad \left( \frac{\partial u}{\partial x_2} \right)_{x_2=0} = \frac{\partial u}{\partial x_2} \Big|_{x_2=0}.$$

Экинчи туундулардын матрицасын эсептейли:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}$$

Ошентип, эгерде

$$(C_1; C_2) > 0 \text{ жана } (C_1; C_2) > 0$$

Болсо, анда  $(x_1^0, x_2^0)$  чекитинде (7) аныкталуучу  $u(x_1, x_2)$  функциясы өзүнүн максимумуна ээ болот. (7) туюнтмасында, бардык

$\frac{\partial u}{\partial x_j} \Big|_0, \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 x_2} \Big|_0, j = \overline{1,2}$  коэффициенттери  $(a, t-a)$  дан көз каранды, б.а. алар

функция болуп эсептелет жана алар  $(u|_{t=0}, u|_{a=0})$  баштапкы шарттардан аныкталат.

(7) туюнтмасын төмөнкү мүчө катары жазабыз:

$$u = u_0 + u_1 x_1 + u_2 x_2 + u_3 x_1 x_2 + \frac{C_1}{2} x_1^2 + \frac{C_2}{2} x_2^2, \quad (7')$$

мында  $u_0 = u(0, a, \tau)$ ,  $u_1 = \left. \frac{\partial u}{\partial x_1} \right|_0$ ,  $u_2 = \left. \frac{\partial u}{\partial x_2} \right|_0$ ,  $u_3 = \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} \right|_0$ ,  $C_1^n + C_2^n = C^n$ ,  $n > 1$ .

Алынган полиномдон турбуленттик учурда популяциянын баштапкы шарты «унутулат» деген тыянак чыгат.

**3-Кадам.** Кыйроо (бифуркация жана өзгөчөлүктөрү менен жылмакай өзгөртүү) аталган кубулушту аныктоодо  $u_j$ ,  $j=0,1,2,3$  чоңдуктары белгилүү болгон жана  $C_1$ ,  $C_2$  ар кандай  $n > 1$  жана ар бир  $C \geq 4u_3^{2n}$ , учурда  $C_1^n + C_2^n = C^n$  теңдемесинин чыгарылышы болгон  $(7')$  формуласын пайдаланабыз.  $(7')$  функциясы менен сүрөттөлгөн популяциялык турбуленттиктин процессин чыгаруу  $(C_1^+, C_2^+)$  жана  $(C_1^-, C_2^-)$  чекиттери болгон сызыкта кыйроого учурайт, мында

$$C_1^+ = \frac{u_3^2}{C_2^+}, C_1^+ = \left( \frac{C^n + \sqrt{C^n - 4u_3^{2n}}}{2} \right)^{1/n}, C_1^- = \frac{u_3^2}{C_1^-}, C_2^- = \left( \frac{C^n - \sqrt{C^n - 4u_3^{2n}}}{2} \right)^{1/n}, u_3 = \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} \right|_0 = \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} \right|_0.$$

Кыйроолордун көптүгүн төмөнкү теңдемелер системасынын чыгарылышы катары эсептейбиз:

$$\frac{\partial u}{\partial x_i} = 0, \quad i=1,2, \quad \det K = 0,$$

мында экинчи туундулардын матрицасын популяциялык турбуленттик процессин катары аныктайбыз, б.а

$$K = \begin{pmatrix} C_1 & \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} \right|_0 & C_2 \end{pmatrix}.$$

Ошентип, жогоруда жазылган теңдемелер системасын чыгаруу менен кыйроолордун көптүгү гиперболанын бутактары катары сүрөттөлөөрүн алабыз.

Ошентип, мында популяциянын абалын башкарууда популяциялык турбуленттиктин процессинин кыйроо чекиттерин аныктоого жана четтетүүгө формулалар алынды.

**Үчүнчү баптын 2-бөлүгү** экстерималдык шарттарда популяциялык турбуленттиктин абалын тиешелүү алгебралык туюнтмалардын жана полиномдордун жардамы аркылуу көрсөтүүгө арналган.

**Төмөнкү ырастоо орун алат.**

**Ырастоо 3.1.** Мейли ар кандай объект (же процесс) убакыттын кийинки моментинде анын абалы кээ бир параметрлер боюнча максималдашуучудай аракеттенсин. Анда анын абалы кандайдыр бир алгебралык туюнтманын жана көп мүчөнүн жардамы аркылуу туюнтулат.

Бул жыйынтык популяциялык турбуленттиктин абалынын көп мүчөсүн тургузууда колдонулат.

**Үчүнчү баптын 3-бөлүмүндө,** экстремалдык шарттарда биринчи тартиптеги моделдик теңдемелер каралды жана математикалык жактан да

негизделди. Көптөгөн практикалык маселелерде бул теңдемелер популяциялык турбуленттиктин жүрүм-турумун сүрөттөп жатканы көрсөтүлгөн.

**Үчүнчү баптын 4-бөлүмүндө** экстремалдык шарттарда популяциялык турбуленттиктин моделдеринин мисалдары, ошондой эле туура келген алгебралык сүрөттөөлөр бир калыпта жыйналма катар түрүндө келтирилген.

**Үчүнчү баптын 5-бөлүмү** убакыт, жаш курагына жана мейкиндик түзүлүштөрү эске алынган моделдик популяциялардын орто мааниленген абалда туруктуу иштешинин аймагын аныктоо процессин моделдөөгө арналган.

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial a} + \sum_{j=1}^2 \mathcal{G}_j \frac{\partial N}{\partial x_j} = F_0(a)N + \sum_{j=1}^2 D_j \frac{\partial^2 N}{\partial x_j^2}, \quad (11)$$

$$N|_{t=0} = N_0(x, a), \quad (12)$$

$$N(x, 0, t) = \int_0^{a_{\max}} B_0(\xi) N(x, \xi, t) d\xi \quad (13)$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} - \alpha_j N|_{x_j=(0, L_j)} = 0 \quad (14)$$

шарттарын канааттандырган моделдик популяциянын абалын карап көрөлү  $N = N(x, a, t)$ ,  $x \in \bar{G} \subseteq E^2$ ,  $0 \leq a \leq \infty$ ,  $0 \leq t \leq t_k$ .

мында  $S = S_1 + S_2$  –  $\bar{G} = \left\{ (x_1, x_2); \begin{array}{l} 0 \leq x_1 \leq L_1 \\ 0 \leq x_2 \leq L_2 \end{array} \right\}$  аймагынын чеги,  $\mathcal{G}_j, D_j \geq 0$  –

берилген туруктуулар,  $F_0(a) \leq 0$ ,  $B_0(a) \geq 0$ ,  $N_0(x, a)$  – берилген функциялар,  $G = \bar{G}/S$ ,  $t$  – убакыт,  $a$  – жаш курак,  $x = (x_1, x_2)$  – мейкиндик координатасы. Популяциялык турбуленттиктин процессинин орто маанилик абалы моделденген түрдө төмөнкү туюнтма түрүндө жашайт.

$$M(t) = \int_0^{a_{\max}} \int_G \varphi(a) N(x, a, t) dx da, \quad \varphi = \varphi(a) \geq 0,$$

Бул жерде,  $\varphi(a)$  функциясы туруктуулук үчүн жооптуу популяциянын потенциалын сүрөттөйт жана

$$\begin{cases} \frac{d\varphi}{da} = -\delta\varphi(a) - B_0(a)\varphi(0) - F_0(a)\varphi(a) \\ \mathcal{G}(a_{\max}) = 0, \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \delta : \int_0^{a_{\max}} B(\xi) e^{-\delta\xi} d\xi = 1 \\ B(a) = B_0(a) e^{\int_0^a F_0(\xi) d\xi} \end{cases} \quad (16)$$

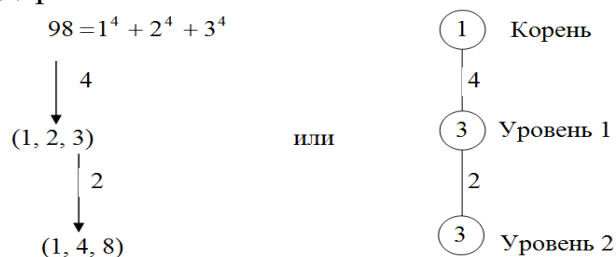
Мындан (16) мүнөздүү теңдемелердин тамырынын белгисине жараша каралган популяциялык турбуленттиктин туруктуулук аймагы келип чыгат.

**Теорема 3.2.** *Ар бир берилген  $\varphi_0$  жана  $\delta$  де (1) – (4) маселесинин орточо чыгарылышы төмөнкүдөй берилет*

$$M(t) = M(0)e^{\delta t}, \quad 0 \leq t \leq t_k. \quad M_0 = \int_G \int_0^{a_{\max}} \varphi(a) N_0(x, a) da dx.$$

**Үчүнчү баптын 6 –бөлүмүндө** 1 жана 2-пункттарында  $Z^n = \sum x_j^n$ ,

алгебралык теңдемелер (же  $\sum_{j=1}^m C_j = C$ . координациялык теңдемеси) түрүндө алынган биринчи бөлүмдө келтирилген жөнөкөй жана экспоненциалдык чыгарылыштар классында биологиялык популяциялардын турбуленттик процессинин негизинде сандар дарагын моделдөө суроолору каралган. Ошондой эле профессор Юнус<sup>23</sup> тарабынан иштелип чыккан усулдун негизинде, сандар дарактарын тургузуунун мисалдары келтирилген. Жөнөкөй мисал төмөнкү дарак болот.



$$\text{т.е. } 98 = 1^4 + 2^4 + 1^2 + 4^2 + 8^2$$

3-сүрөт. Өсүүчү дарак модели

**Үчүнчү баптын 7 –бөлүмүндө** популяциялык турбуленттикти пайда кылуучу сызыктуу эмес теңдемелер каралган. Мына бул кубулушту тастыктаган айрым мисалдар келтирилген.

**Төртүнчү бап** популяциялык турбуленттик кубулуштардын математикалык моделдерин жана сандык алгоритмдерин негиздөөгө, ошондой эле баштапкы моделдер үчүн популяциянын санын баалоого арналган. Мында ошондой эле, сандык чыгаруу максатында популяциялык турбуленттик режиминде популяциялардын абалын тегиз жыйналуучу Фурье катарынын жардамы аркылуу көрсөтүү маселелерин каралган. Экологиялык системаларга курак түзүмүн жана тегиздикке жайылуусун эске алуу менен кирген биологиялык популяциялар үчүн берилген чекте биологиялык популяциялардын орточо санынын туруктуу жашоосунун зарыл жана жетиштүү шарттарын тургузуу методикасы иштелип чыккан жана башка түрлөрдүн санын аныктоо алгоритми көрсөтүлгөн.

**Төртүнчү баптын 1-бөлүмү** популяциялык турбуленттик менен байланышкан маселелерди чыгарылыштарын аныктоонун сандык ыкмаларын негиздөөгө арналган. Жөнөкөй сызыктуу учурларда популяциялык турбуленттиктин маселелеринин чыгарылышы көп мүчө түрүндө алынат. 1–баптагы ((1) маселени карагыла) курак-убакыт-мейкиндик түзүмдөрү эске

<sup>2</sup> Юнуси М. Дифференциальные уравнения с экстремальным свойством. Вестник ТНУ, 2012, 1.1(77).с.3-11.

<sup>3</sup> YunusiM. ModelofNumbersTree. ProceedingofICM 2010. Hyderabad, India. 2010. p. 531-532.

алынган популяциянын моделин карайлы. 1 баптын 1-бөлүмүндөгү өзгөрмөлөргө өзгөртүү киргизсек:

$$a' = a, \quad t' = a + \tau, \quad \varphi(x, a, \tau) = N(x, a, a + \tau),$$

$$u(x, a, \tau) = \varphi(x, a, \tau) \exp \left( \int_0^a F_0(\xi) d\xi + \sum_j \mathcal{G}_j \frac{x_j}{2D_j} - \sum_j \frac{\mathcal{G}_j^2 a}{4D_j} \right),$$

анда (1) маселесинин ордуна төмөнкү маселени алабыз:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial a} = \sum_j D_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2}, \quad 0 \leq x_j \leq L_j, \quad 0 < a \leq a_{\max}, \quad 0 < t \leq t_k \\ u(x, 0, \tau) = \int_0^{a_{\max}} B_0(\xi) u(x, \xi, t) d\xi, \\ \left. \frac{\partial u}{\partial x_j} \right|_{x_j=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x_j} \right|_{x_j=L_j} = 0. \end{cases} \quad (19)$$

Мейли  $D_j = D\alpha_j$ ,  $\alpha_j \in M$ , мында  $M = \left\{ \alpha : \alpha_0 = (\alpha_1, \dots, \alpha_m), \sum_j \alpha_j^{\frac{n}{n-s}} = 1 \right\}$  болсун.

Маселени сандык чыгаруу үчүн (19) маселеге өзгөрмөнү бөлүү ыкмасынын идеясын колдонуп жана ашык аныкталган системаны моделдөө менен мүмкүн болгон чыгарылыштардын эки классын түзөбүз:

**1. Жөнөкөй чыгарылыштардын класс**

$$D_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2} = C_j, \quad \frac{\partial u}{\partial a} = C.$$

**2. Экспоненциалдык чыгарылыштардын классы**

$$D_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2} = C_j u, \quad \frac{\partial u}{\partial a} = C u,$$

мында  $D_j = D\alpha_j$ ,  $j=1,2$ ,  $0 \leq \alpha_j \leq 1$ . дан аныкталат

(2) (же (1)) моделдин чегинде популяциялык «турбуленттикти» аныктоонун негизинде, биз популяциялык турбуленттик моделин төмөнкү теңдемеге келтиребиз

$$\left( \frac{\partial u}{\partial a} \right)^n = \sum_{j=1}^m \left( D_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2} \right)^n$$

Ошентип, (6) моделдик теңдемеси «турбуленттик» модели болуп эсептелет б.а. (3) функционалы максималдуу мааниге ээ болгон чыгарылыштар жана анда акыркы теңдеменин чыгарылышы мүмкүн болгон чыгарылыштар классында төмөнкү түрдө көрсөтүлөт:

$$u(x, a, \tau) = u(0, a, \tau) + \sum_{i=1}^m \frac{\partial u}{\partial x_i} \bigg|_{x=0} x_i + \sum_{j \neq i} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} \bigg|_{x=0} x_i x_j + \sum_{j=i}^m c_j \frac{x^2}{2}, \quad \tau = t - a.$$

мында коэффициенттер (1) дин акыркы эки чек ара шарттарынан аныкталат. Бул модел теңдемелерден жана моделденген мүмкүн болгон чыгарылыштардын классынан келип чыгат. Алынган туюнтмада бардык

$\left. \frac{\partial u}{\partial x_j} \right|_0, \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 x_2} \right|_0, j = \overline{1,2}$  коэффициенттер  $(a, t-a)$  дан көз каранды, б. а.,

чындыгында алар функция болуп эсептелишет жана алар  $(u|_{t=0}, u|_{a=0})$  баштапкы шарттардан аныктлат. Алынган туюнтманы төмөнкү көп мүчө катары жазабыз:

$$u = u_0 + u_1 x_1 + u_2 x_2 + u_3 x_1 x_2 + \frac{C_1}{2} x_1^2 + \frac{C_2}{2} x_2^2,$$

мында

$$u_0 = u(0, a, \tau), u_1 = \left. \frac{\partial u}{\partial x_1} \right|_0, u_2 = \left. \frac{\partial u}{\partial x_2} \right|_0, u_3 = \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} \right|_0, C_1^n + C_2^n = C^n, n > 1.$$

Алынган көп мүчөдөн популяциянын аракетинин турбуленттик учурунда баштапкы шарттар "унутулат" деген тыянак чыгат.  $Q = Gx[0, t_k] \times [0, \infty), 0 \leq t_k < \infty$ , аймагында, мында  $\bar{G} = G + S$ ,

$G = \{x = (x_1, x_2) : 0 < x_1 < L_1, L_1 < \infty, i = 1, 2\}$ ,  $S - G$  аймагынын чек арасы баштапкы (1) популяциялык турбуленттик модели үчүн тегиз жыйналуучу Фурье катар түрүндө туюнтма алынды

$$N(x, a, t) = \frac{2}{L_1 L_2} \sum_{n=1}^{\infty} c_n^1 e^{\delta_n^{\max}(t-a)} + \sum_{j=2}^{\infty} c_n^j e^{\alpha_n^j(t-a)} \cdot \cos(\omega_n^j t - a) * \\ * \exp \left\{ -\lambda_n a + \int_0^a F(\xi) d\xi + \frac{g_1 x_1}{2D_1} + \frac{g_2 x_2}{2D_2} \right\} \cos \frac{\pi_1 x_1}{L_1} \cos \frac{\pi_2 x_2}{L_2}$$

$$\text{мында } \lambda_n = \sum_{k=1}^2 \left[ \frac{g^2 k}{n D_k} + D_k \left( \frac{\pi_k}{L_k} \right)^2 \right], \quad n = (n_1, n_2), n_k = 1, 2, 3, \dots, \quad k = 1, 2,$$

$$c_n^j, j = 1, 2, 3, 4, \dots$$

$$\tilde{N}_n^0(a) = \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} N_0(x, a) e^{-\frac{g_1 x_1}{2D_1} - \frac{g_2 x_2}{2D_2} - \int_0^a F(\xi) d\xi + \lambda_n a} \cdot \cos \frac{\pi_1 x_1}{L_1} \cos \frac{\pi_2 x_2}{L_2}$$

функциясынын  $\beta_n^j, \beta_n^i = \delta_n^{\max} + \lambda_a, \beta_n^j = \delta_n^j + \lambda_n$ , көрсөткүчтөр менен экспоненталар боюнча катарга ажыроосунун коэффициенттери

$$\delta_n^j = \alpha_n^j + i \omega_n^j, \quad n = (n_1, n_2), n_k = 1, 2, 3, \dots, k = 1, 2; j = 2, 3, 4, \dots$$

$$\delta_{n_1, n_2}^{\max}, \delta|_{n_1, n_2}$$

$$\int_0^{\infty} \tilde{B}_n(\alpha) e^{-\delta \alpha} d\alpha, \tilde{B}_n(\alpha) = B(\alpha) e^{-\lambda_n a + \int_0^a F(\xi) d\xi},$$

$n = (n_1, n_2), n_k = 1, 2, 3, \dots, j = 2, 3, 4, k = 1, 2$  теңдемесинин тамыры болуп эсептелет.

**Төртүнчү баптын 2-бөлүмүнө** популяциялар системасынын рамкасында жана убакыт-жаш курак жана мейкиндик түзүмөрү эске алынган популяциялар турбуленттиги процессинде популяциялырдан санын баалоо жана коргоо үчүн алгоритмдерди түзүү суроолору каралган. Бул бөлүктө ошондой эле популяциялык турбуленттик катары популяциялардын баш-аламан абалы изилденген. Профессор Юнуси тарабынан сунуш кылынган жана негиздеген өз ара аракеттенишкен популяциялардын моделидик

системасынын санын баалоо маселесин чыгаруунун коюлушун жана алгоритмин карап көрөлү: популяциялык турбуленттик абалында турган айрым бир биоголиялык түрдүн (же түрлөрдүн) санынын өзгөрүүсүнүн биз каалагандай диапазонун берели, ал эми биосистеманын башка түрлөрү үчүн алардын санынын өзгөрүүсүнүн туура келген диапазонун аныктайбыз.

Үч азык түлүк байланыштар пирамидасына таандык биологиялык популяциялардын моделдик системаларынын абалын аныктоо үчүн алгоритмин карап көрөлү. Бул система  $N_0$  массасы менен  $Q$  ылдамдыкта сырттан азык-түлүк менен камсыз кылынат. Салмактуулук режиминде азык-түлүк байланышы пирамидасынын ар түрдүү баскычтарынын жалпы санын төмөнкү алгебралык тендемелердин системасы менен көрсөтсө болот:

$$\begin{cases} Q + F_0(N_0, N_1) = 0, \\ N_1 \cdot F_1(N_0, N_1, N_2) = 0, \\ N_2 \cdot F_2(N_1, N_2, N_3) = 0, \\ N_3 \cdot F_3(N_2, N_3) = 0, \end{cases} \quad (26)$$

мында  $F_i = F_i(\cdot)$ ,  $i = \overline{0,3}$   $i$ - трофикалык деңгээлдеги салыштырмалуу ылдамдыктар, жана

$$\frac{\partial F_i}{\partial N_i} \leq 0; \quad \frac{\partial F_i}{\partial N_j} \leq 0 \quad i \leq j \text{ болгондо}, \quad \frac{\partial F_i}{\partial N_j} \geq 0 \quad i > j \text{ болгондо}. \quad (27)$$

$N_i^{\min}, N_i^{\max}$  — (26) популяциялык турбуленттиктин  $i$ -түрүнүн санынын өзгөрүүсүнүн биз каалаган диапазонун деп болжолдонот, бул санды сактоо зарыл, б.а.

$$N_i^{\min} \leq N_i \leq N_i^{\max}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (28)$$

$N_j^{\min}, N_j^{\max}$  чоңдуктарын  $j$ -түрлөр үчүн ( $j=1,2,3$ ), маанилүү маанилер деп атайбыз, эгерде (28) шартын канаатандыруучу бул чоңдуктар үчүн  $i \neq j$  болгондо (29) барабарсыздык орун алса

$$N_j^{\min} \leq N_j \leq N_j^{\max} \quad (29)$$

(28) барабарсыздыгынын аткарылышын камсыздоочу  $N_j^{\min}, N_j^{\max}$  чоңдуктарын (26), (29) дан табуу маселеси тең салмактык режиминде популяциялардын турбуленттигинин өзгөрүүсүнүн диапазонун сактоо маселеси деп аталат. Эми, буларды айтууга болот:

**Теорема 4.1.** Мейли эми  $N_2^{\min}, N_2^{\max}$  биз санын сактап калгыбыз келген экинчи деңгээлдеги биологиялык түрүн санынын эң жакшы маанисине туура келсин, б.а.  $N_2^{\min} \leq N_2 \leq N_2^{\max}$ . Анда  $(N_1^{\min}, N_1^{\max}, N_3^{\min}, N_3^{\max})$  популяциялык турбуленттиктин санын баалоо маселесинин чыгарылышы төмөнкү формула менен бааланат:

$$\begin{aligned} N_1^{\min} &= \frac{k_0 \alpha_0 Q}{\alpha_2 N_2^{\max} + m_1}, \quad N_1^{\max} = \frac{k_0 \alpha_0 Q}{\alpha_2 N_2^{\min} + m_1}, \\ N_3^{\min} &= \max \left\{ \frac{1}{\alpha_2} (m_2 + \frac{k_0 k_1 \alpha_0 \alpha_1}{\alpha_1 N_2^{\max} + m_1} Q), \frac{1}{\varepsilon} (k_2 \alpha_2 N_2^{\min} + m_3) \right\}, \\ N_3^{\max} &= \min \left\{ \frac{1}{\alpha_2} (m_2 + \frac{k_0 k_1 \alpha_0 \alpha_1}{\alpha_1 N_2^{\min} + m_1} Q), \frac{1}{\varepsilon} (k_2 \alpha_2 N_2^{\max} + m_3) \right\}. \end{aligned}$$

**Төртүнчү баптын 3-бөлүгү** популяциялык турбуленттиктин процесстеринин стационардуу эмес учурда санынын өзгөрүүсүнүн диапазонун аныктоо алгоритмдерин түзүүгө арналган. Биосистемалардын моделинин төмөнкү түрүн карап көрөлү:

$$\begin{cases} \dot{N}_0 = Q + F_0(N_0, N_1), \\ \dot{N}_1 = N_1 \cdot F_1(N_0, N_1, N_2), \\ \dot{N}_2 = N_2 \cdot F_2(N_1, N_2, N_3), \\ \dot{N}_3 = N_3 \cdot F_3(N_2, N_3), \end{cases} \quad (30)$$

**Төртүнчү баптын 4-бөлүгү** убакыттык, жаш курак жана мейкиндиктик биологиялык структуралардын учурунда популяциялык турбуленттиктин маселелеринин чыгарылыштарын баалоо суроолоруна арналган.

Мейли  $N^{\min}, N^{\max}$  - кандайдыр бир популяциянын санынын өзгөрүүсүнүн биз каалаган диапазонун билдирүүчү оң саны жана  $N = N(x, a, t)$  функциясы ал популяциянын  $t, 0 \leq t \leq t_k$ . убактысындагы  $a, 0 \leq a < \infty$  курактагы  $x \in \bar{G}$  чекитиндеги саны болсун.

Популяциялык турбуленттик процессинде популяциянын санын баалоо маселесин төмөнкү барабарсыздык аткарылгандай шарттарды табууга түзөбүз

$$N^{\min} \leq \tilde{N}(x, t) \leq N^{\max}, \quad x \in \bar{G}, \quad 0 \leq t \leq t_k \quad (35)$$

же  $N^{\min} \leq \int_{\bar{G}} \tilde{N}(x, t) dx \leq N^{\max}, \quad t > 0,$  мында  $\tilde{N}(x, t) = \int_0^\infty P(a) N(x, a, t) da,$  жана

$P(a) \geq 0, \quad 0 \leq a < \infty, \quad \int_0^\infty P(a) da = 1.$  Эгерде  $N^{\min}, N^{\max}$  оң саны жана популяциянын

санынын орточо мааниси (35) шартын канаатандырган  $P(a)$  функциясы табылса, анда популяция туруктуу болот.

**Теорема 4.3.** Мейли

$$\frac{\partial \tilde{N}_0}{\partial x_i}, \quad \frac{\partial^2 \tilde{N}_0}{\partial x_1 \partial x_2}, \quad \text{где} \quad \tilde{N}_0(x) = \int_0^\infty P(\xi) N_0(x, \xi) d\xi. \quad \text{бар болсун.}$$

Анда, популяциялык турбуленттик (35)-(39) маселесинин чыгарылышы стабилдүү бар болушу үчүн

$$\int_0^\infty B_0(\xi) e^{\int_0^\xi F_0(\eta) d\eta - \delta \xi} d\xi = 1$$

теңдемесинин максималдуу анык тамыры

$$\delta_0 = \sum_{i=1}^2 \frac{V_i^2}{4D_i}$$

санына барабар болуусу зарыл жана жетиштүү.

Бул бүтүмдү улай жалпы параметрлик популяциялык турбуленттиктин санын баалоо маселесин чыгаруунун алгоритмин сунуштайбыз

$N = (N_1, N_2, \dots, N_m), \quad \bar{G} = G + S, \quad G = \{(x_1, x_2): 0 < x_i < L_i, i = 1, 2\}, \quad S - G$  областынын чеги.

Популяциялык турбуленттик маселеси үчүн максимум принцибинин негизинде алгоритм тургузабыз. Төмөнкү шарттар орун алсын дейли:

a).  $F(N) \geq 0$ , болгондон  $N \leq 0$ . келип чыгат.

б).  $D_i \geq 0, \alpha \leq 0$  (эгер  $\alpha \geq 0$ , анда өзгөртүү менен  $\alpha \leq 0$  кылсак болот);

в).  $\beta(x, a, t)N \leq B(N) \leq \beta_0(x, a, t)N + \beta_1(x, a, t)$ ,

$$0 < \min_{(x,t)} \int_0^\infty \beta da < 1, \quad \max_{(x,t)} \int_0^\infty \beta_0 da < 1, \quad \beta_1^0 = \max \int_0^\infty \beta_1 da < \infty,$$

г).  $N_0(x, a) \geq 0, x \in \bar{G}, 0 \leq a < \infty$ .

Анда төмөнкү баа туура:

-  $N(x, a, t) \geq 0$ , для всех  $(x, a, t) \in \bar{G} \times [0, \infty) \times (0, t_k] = Q$  жана

$$\|N\|_{C(Q)} \leq \max \left\{ \|N_0\|_C, \frac{\beta_1^0}{1 - \max \int_0^\infty \beta_0 da} \right\}.$$

**Төртүнчү баптын 5-бөлүмү** популяция системасында популяциялардын туруктуулугу түшүнүгүнө арналган жана убакыт, жаш курагына жана мейкиндик структуралар үчүн популяциялык турбуленттигинин маселелерин чыгаруунун зарыл жана жетишерлик шарттары келтирилген. Моделдик популяциянын орточо саны (35) шартын канаатандырган  $P(a)$  салмак функциясы жана  $N^{\max}, N^{\min}$  оң саны бар болсо, анда популяция туруктуу жашайт деп айтабыз.

**Төртүнчү баптын 6-бөлүмүндө** популяциялардын санын аныктоо үчүн эсептөөчү моделдин белгисиз коэффициенттерин аныктоонун сандык ыкмалары каралган жана иште сунушталган эсептөө эксперименттердин кээ бир натыйжалары келтирилген жана популяциялык турбуленттик маселесинин белгисиз коэффициенттерин аныктоо алгоритми негизделген.

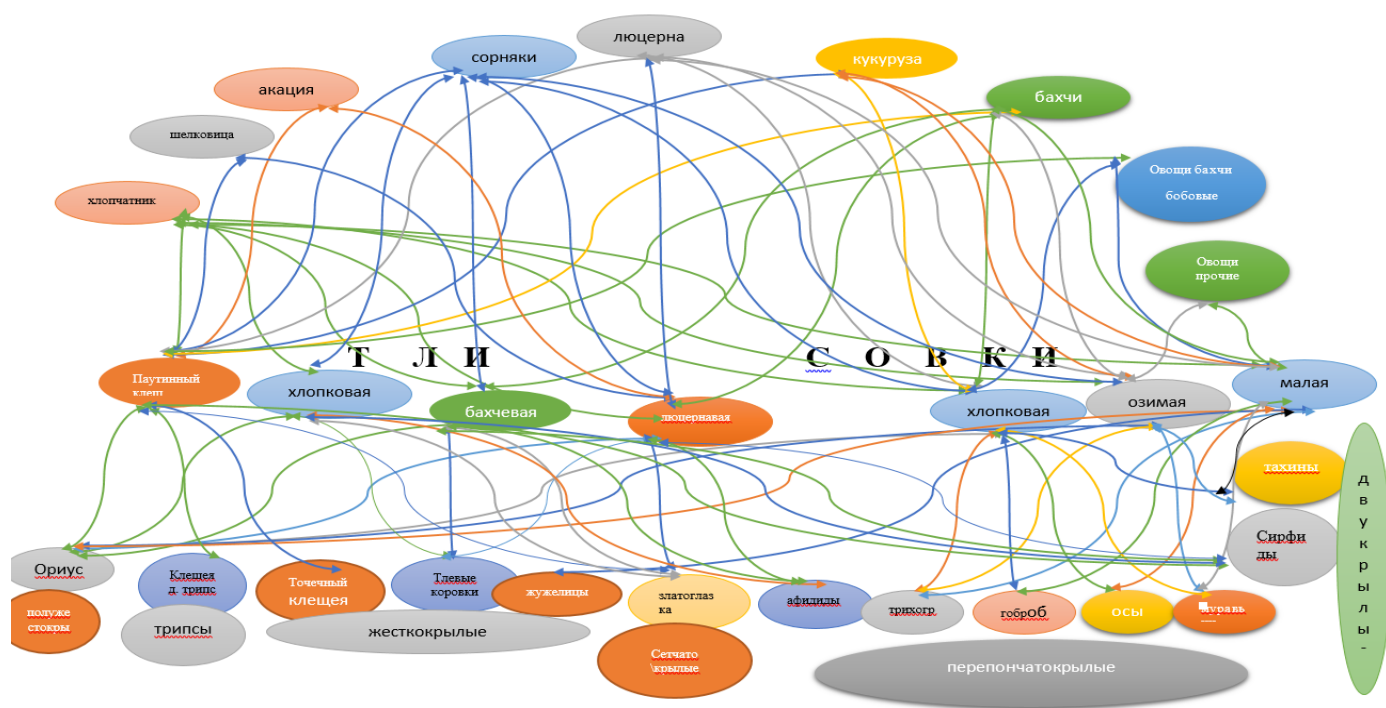
Белгисиз коэффициенттерди жетпеген параметрлерди аныктоонун сандык ыкмасы жана популяциянын санын аныктоо үчүн эсептөө моделин түзүү каралган. Сунушталган алгоритм биологиялык системалардагы популяциялык турбуленттиктин тескери маселесинин чыгарылышы экендигин белгилей кетүү керек. Төмөнкү сандык алгоритмдер коюлду жана чыгарылды:

- Популяциялык турбуленттиктин тескери маселесин чыгаруунун сандык алгоритми.

- Популяциялык турбуленттиктин маселесин чыгаруунун сандык алгоритмдери.

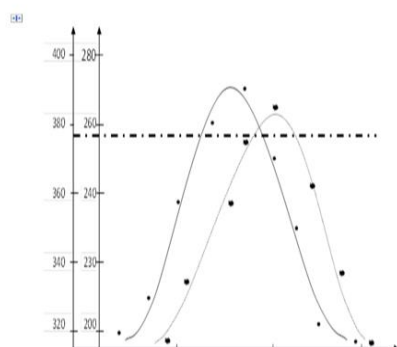
- Сызыктуу эмес маселелер үчүн локалдык бир өлчөмдүү ыкмасы түрдөгү сандык чыгаруу алгоритми.

**Төртүнчү баптын 7-бөлүмүндө** жашы курамы жана мейкиндик боюнча бөлүштүрүүсү эске алынган биологиялык системалардагы популяциялык турбуленттик менен байланышкан маселелерди, алардын иштөө режимдеринин белгилүү бир учурларында, чыгаруунун компьютердик программалары негизделген жана иштелип чыккан.

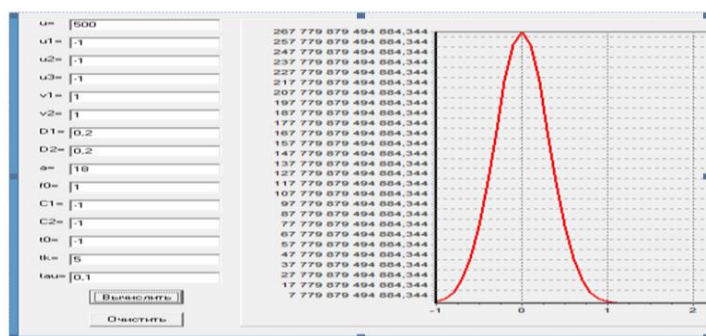


2-сүрөт. Жалпы учурда биологиялык популяциялардын өз ара аракеттенишинин баштапкы концептуалдык модели.

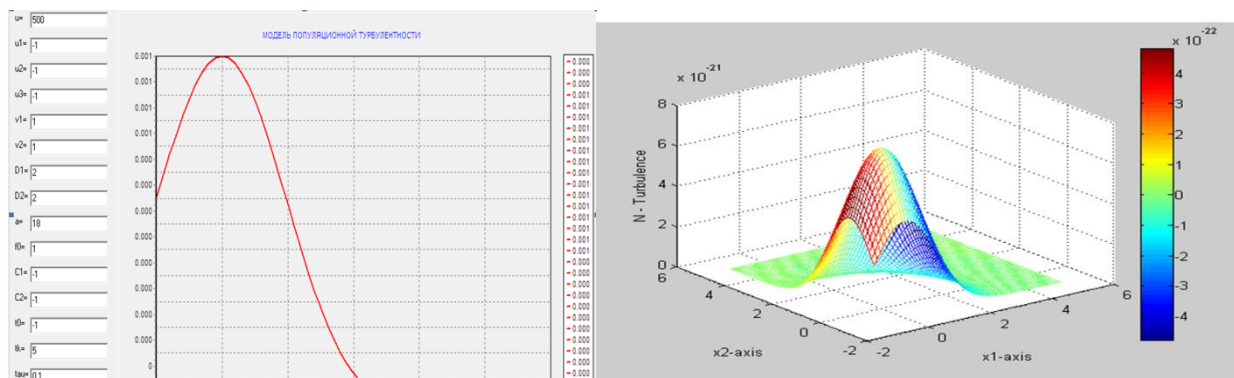
Популяциялык турбуленттиктин бул моделдери менен жана жогоруда катар түрүндө келтирилген биологиялык популяциялардын баштапкы моделдери менен алардын конкреттүү иштешине карата көптөгөн компьютердик өткөрүлдү. Моделдик берилиштер үчүн туура келген популяциялык турбуленттик моделдер маселесинин сандык чыгарылыштары табылды. Бул максатта C ++ жана Matlab программалоо каражаттары колдонгон. Тажикстан мөмө экосистемаларында алынган талаа натурдук берилиштер 10 жыл аралыгында 5 жыл интервал менен орточо жылдык болуп саналат.



3-сүрөт Алма мөмө жегичтин, анын табигый душманы жырткычтын өнүгүүсү (моделдик —, ••••• – натурдук)



4-сүрөт. Жылдар бою алма мөмө жегичтин, анын табигый душманы жырткычтын өнүгүүсү (моделдик —, ••••• – натурдук)



5-сүрөт. үч трофикалык деңгээлдеги бакча экосистемаларында турбуленттик  
 6-сүрөт. Популяциялык турбуленттик полиномунун маанилерин эсептөө

## НЕГИЗГИ ЖЫЙЫНТЫКТАР ЖАНА КОРУТУНДУЛАР

Иштин негизги жыйынтыктарын төмөнкүчө мүнөздөөгө болот:

- ✓ Популяциялык турбуленттиктин математикалык модели тургузулган жана математикалык тастыкталган. Биологиялык системалардагы турбуленттик кубулуштарды алуунун кадамдык алгоритми келтирилген;
- ✓ экстремалдык шарттарда популяциялык турбуленттик менен байланышкан моделдик теңдемелердин чыгарылышы алгебралык көп мүчөлөр түрүндө алынган жана негизделген;
- ✓ экстремалдык шарттарда популяциялык турбуленттик менен байланышкан моделдердин мисалдарынын чыгарылышы алгебралык көп мүчөлөр түрүндө келтирилген;
- ✓ популяциялык турбуленттиктин моделин сандар дарагынын жардамы аркылуу көрсөтүү ыкмасы сунушталган ;
- ✓ популяциялык турбуленттиктин моделдери менен байланышкан сандар дарагынын мисалдары келтирилген;
- ✓ Популяциялык турбуленттиктин моделдери үчүн тегиз жыйналуучу Фурье катары түрүндө алынган сунуштар математикалык жактан негизделген;
- ✓ Убакыт, жаш курак жана мейкиндик боюнча бөлүштүрүү сценарийлеринин ар түрдүү режиминде популяциялык турбуленттик моделинин популяцияларынын санын эки тараптуу баалоо алынган;
- ✓ туулуу жана өлүм коэффициенттерин, ошондой эле популяция потенциалын колдонуу менен жашоо шарттарына карата популяциянын абалынын туруктуулугунун алгоритмдери негизделди жана тургузулду;
- ✓ алынган көп мүчө жана Фурье катарларынын негизинде популяциялык турбуленттик маселесинин моделдик популяциясынын белгисиз коэффициенттерин аныктоонун сандык алгоритми негизделди жана сунушталды; популяциялык турбуленттик маселесин чыгаруунун локалдык-бир өлчөмдүү метод түрдөгү сандык ыкмасы келтирилген;

- ✓ иштешинин режимдеринин конкреттүү учурунда курак курамын жана мейкиндикте таралышын эске алуу менен биологиялык популяциялардын популяциялык турбуленттиги менен байланышкан маселелерди чыгаруунун компьютердик программалары негизделди жана иштелип чыкты;
- ✓ биологиялык популяциялардын иштөө режимдеринин конкреттүү учурларында компьютердик эксперименттер жүргүзүлгөн. Моделдик берилиштер үчүн популяциялык турбуленттик маселелеринин сандык чыгарылыштары табылган.

## **ПРАКТИКАГА СУНУШТАЛЫШЫ**

1. Математикалык жана компьютердик методдордун жардамы менен мөмө, дан жана агроценоздордо пайда болуучу популяциялык турбуленттик кубулушун аныктоонун куралы алынды. Баштапкы жана чектик шарттары бар экинчи тартиптеги сызыктуу эмес дифференциалдык теңдеме түрүндөгү математикалык модел тургузулду. Математикалык моделдин негизинде теңдеменин оң жагынын диффузия мүчөлөрүн диффузия коэффициенти боюнча максималдаштыруу принциби жатат. Бул маселени изилдөө, чоң практикалык мааниге ээ, анткени мындай көрүнүш өсүмдүк өстүрүүчүлүктүн жана бакча өстүрүү менен байланыштуу дээрлик бардык маселелерде пайда болот. Иштелип чыккан модел айыл чарба өсүмдүктөрүнүн зыянкечтеринин турбуленттигин изилдөөгө жана алардын очогун аныктоого мүмкүндүк берет.
2. Иштелип чыккан моделдин мисалы катары үч трофикалык деңгээлдеги экосистемалардын жана биосистемалардын, бөлүнгөн популяциялардын популяциялык турбуленттик кубулуштары каралган. Бул моделдер үчүн түшүмдү зыянкечтерден коргоо жана аны менен байланышкан Тажикстан Республикасынын аймактык коруктарындагы түрлөрдү сактоо маселелеринин моделдери негизделди жана сунушталды. Каралган маселелердин айырмалоочу өзгөчөлүгү курт-кумурскалардын сын санын агроценоздор(бакча экосистемаларында түшүмдү коргоо) үчүн аныктайт жана коруктар үчүн сейрек кездешүүчү түрлөрдүн санын сактоону аныктайт.
3. Убакыт, жаш курагын жана мейкиндик байланыштарын эске алуу менен аймактык коруктардагы популяциялардын туруктуулугу негизделген. Тажикстан Республикасынын коруктарынын биологиялык түрлөрү, ошондой эле биологиялык системалардагы бөлүнгөн популяциялардын санынын стационардык абалынын туруктуулугу үчүн зарыл жана жетиштүү шарттары алынды.
4. Эсептөө эксперименттери жүргүзүлдү. Белгисиз коэффициенттерди аныктоо үчүн сандык ыкма колдонулду.
5. "Биологиялык системаларда математикалык моделдөө" дисциплинасы боюнча маселелерди чыгарууда практикалык жөндөмдөрдү жана

билимди калыптандыруу үчүн керек болгон, математикалык жана компьютердик моделдерди колдонуу менен биология маселелерин чыгарууну окутуп үйрөтүүгө технологиялар сунушталган.

## **ЖАРЫК КӨРГӨН ИЛИМИЙ ИШТЕРДИН ТИЗМЕСИ**

### **ЖАК тизмесиндеги басылмаларында:**

1. Ганиев, Ч.Т. Математические вопросы оценки популяционной численности [Текст] / Ч. Ганиев, М.К. Юнуси, С.А. Одинаева // Вестн. Тадж. нац. ун-та. Сер. естеств. наук. – Душанбе, 2012. – №1/3(85). – С. 3-19.
2. Ганиев, Ч. Т. Об одной модели популяционной турбулентности [Текст] / Ч.Т. Ганиев, М.К. Юнуси // Вестн. Тадж. нац. ун-та. – Душанбе, 2013. – № 1/2 (106). – С. 17-21.
3. Ганиев, Ч.Т. Об осредненных решениях одного класса дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка и их приложениях [Текст] / Ч.Т. Ганиев // Вестн. Тадж. нац. ун-та. – Душанбе, 2014. – № 1/1 (126). – С. 14-17.
4. Ганиев, Ч.Т. Численные расчёты региональных заповедников [Текст] / Ч.Т. Ганиев, С.А. Одинаева, С. Азимов // Вестн. Тадж. нац. ун-та. – Душанбе, 2014. – № 1/3(134). – С. 30-37.
5. Ганиев, Ч.Т. Вычислительные эксперименты с моделями популяционной турбулентности [Текст] / Ч.Т. Ганиев // Изв. вузов Кыргызстана. – Бишкек, 2018. – № 1. – С. 15-19.
6. Ганиев, Ч.Т. Численные алгоритмы определения неизвестных коэффициентов и решения задач популяционной турбулентности [Текст] / Ч.Т. Ганиев, М.К. Юнуси // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2018. – № 2. – С. 29-32.
7. Ганиев, Ч.Т. О решении одной интегро-дифференциальной системы уравнений, связанной с популяционной турбулентностью [Текст] / Ч.Т. Ганиев, М.К. Юнуси // Изв. АН Респ. Таджикистан. Отд-ние физ.-мат., хим., геол. и техн. наук. – Душанбе, 2016. – № 1(162). – С. 33-39.

### **Журналдарга жана топтомдорго жарыяланган макалалар**

8. Ganiev, Ch. About Population model of turbulence and katasroph [Текст] / Ch. Ganiev, M. Yunusi // Материалы 9-ой междунар. науч.-практ. конф. “Компьютерный анализ проблем науки и техники”. – Душанбе, 2013. – С. 43-44.
9. Ganiev, Ch. Of the population model of turbulence and katastrof [Текст] / Ch. Ganiev // Материалы науч.-теорет. конф. “Роль Кулябского гос. ун-та им. А. Рудаки в подготовке специалистов” посвящ. 70 - летию ун-та. – 2015. – Ч. 1. – С. 175-179.
10. Ganiev, Ch. Population model of turbulence and katasroph [Текст] / Ch. Ganiev, M. Yunusi, S. Odinaeva // Материалы VII междунар. науч. – практ. конф. “Перспективы развития науки и образования”. – Душанбе, 2014. – Ч. 2. – С. 110-113.

11. Ганиев Ч.Т. Математическая модель охраны редкого вида типа модели Юнуса с учетом возрастного состава и пространственного распределения [Текст] / Ч. Ганиев, С. Одинаева, А. Одинаев, С. Гулов // Материалы 10-ой междунар. науч. – практ. конф. по Компьютерному анализу проблем науки и технологии. – Душанбе, 2015. – С. 76-81.
12. Ганиев, Ч.Т. Об одной модели популяционной численности [Текст] / Ч. Ганиев // Материалы 10-ой междунар. науч.-практ. конф. по Компьютерному анализу проблем науки и технологии. – Душанбе, 2015. – С. 61-63.
13. Ганиев, Ч.Т. Некоторые модели сравнений экологических систем по факторам рождаемости и смертности [Текст] / Ч. Ганиев, М. Юнуса, С. Одинаева // Учён. зап. Худжанд. ун-та. – 2014. – Спец. вып.: Материалы междунар. науч. конф. “Современные проблемы математики и её преподавания” посвященной 20 – летию Конституции Респ. Таджикистан и 60 – летию ученых математиков А.Мухсинова, А.Б. Назимова, С.Байзаева, Д.Осимовой, К.Тухлиева. – С. 346-348.
14. Ганиев, Ч.Т. О моделях сравнений модельных экологических систем по факторам рождаемости и смертности [Текст] / Ч. Ганиев, М. Юнуса, С. Одинаева // Материалы респ. науч.-практ. конф. “Наука и инновационная среда”. – Душанбе, 2014. – С. 40-42.
15. Ганиев, Ч.Т. О представлении решений одного дифференциального уравнения в частных производных четвертого порядка с постоянными коэффициентами [Текст] / Ч. Ганиев, М. Юнуса, Ф. Раимзода // Материалы VII междунар. науч.-практ. конф. “Перспективы развития науки и образования”. – Душанбе, 2014. – Ч. 2. – С. 116-118.
16. Ганиев, Ч.Т. О решении одной интегро – дифференциальной задачи [Текст] / Ч. Ганиев, М. Юнуса, С. Одинаева // Материалы респ. науч. – теорет. конф. “Актуальные проблемы современной математики и её преподавания” посвящ. памяти проф. Муртазоева Д.М. – Душанбе, 2014. – С. 17-19.
17. Ганиев, Ч.Т. Об одной интегро – дифференциальной системе и связанные с ней задачи охраны редких видов [Текст] / Ч. Ганиев, М. Юнуса // Учён. зап. Худжанд. ун-та. – 2014. – Спец. вып.: Материалы междунар. науч. конф. “Современные проблемы математики и её преподавания” посвящ. 20 – летию Конституции Респ. Таджикистан и 60 – летию ученых математиков А.Мухсинова, А.Б. Назимова, С.Байзаева, Д.Осимовой, К.Тухлиева. – С. 341 – 343.
18. Ганиев, Ч. Т. Решении одного класса интегро – дифференциальных задач связанной с популяционной турбулентности [Текст] / Ч. Ганиев, М. Юнуса, С. Одинаева // Chronos Journal. – М., 2017. – № 14: Материалы XIV междунар. науч. конф. “Вопросы современной науки: проблемы, тенденции и перспективы”. – С. 26-33.
19. Ганиев, Ч.Т. Квадратичный полином представления популяционной турбулентности [Текст] / Ч.Т. Ганиев, М.К. Юнуса // Материалы междунар. науч. – метод. конф. “Современные проблемы математики и её

- преподавания” посвящ. 35 – летию ун-та и 20 – летию каф. Алгебры и геометрии Кургантюрбин. ун-та. – 2013. – С. 25-26.
20. Ганиев, Ч.Т. О моделях популяционных турбулентностях [Текст] / Ч.Т. Ганиев, С.А. Одинаева // Материалы Респ. науч.-теорет. конф. проф. – преподават. состава и сотрудников ТНУ, посвящ. “20 – ой годовщине Дня нац. единства” и “Году молодёжи”. – Душанбе, 2017. – С. 35.
21. Ганиев, Ч.Т. О некоторых моделях сравнения экосистем [Текст] / Ч.Т. Ганиев, М.К. Юнуси, С.А. Одинаева // Сборник тез. докл. науч. конф. “Актуальные проблемы современной науки” посвящ. 70-летию Победы в Великой Отечественной Войне. – Душанбе, 2015. – С. 45-46.
22. Ганиев, Ч.Т. Об одной модели популяционной турбулентности [Текст] / Ч.Т. Ганиев, М.К. Юнуси // Материалы I междунар. науч.- практ. конф. “Инновации в образовании: научные подходы, опыт, проблемы и перспективы”. – Борисоглебск, 2017. – С. 138-144.
23. Ганиев, Ч.Т. Осредненные решения одного класса дифференциальных уравнений [Текст] / Ч.Т. Ганиев, С. Одинаева // Материалы респ. науч.-теорет. конф. “Неклассические уравнения математической физики и смежные вопросы анализа” посвящ. 70-летию проф. Сатторова А.С. – Душанбе, 2016. – С. 21-22.
24. Ганиев, Ч.Т. Об одной интегро – дифференциальной задаче, связанной с популяционной турбулентности [Текст] / Ч.Т. Ганиев, С.А. Одинаева, М.К. Юнуси // Материалы междунар. науч. конф. посвящ. 75-летию д-ра физ. – мат. наук, проф. Собирова Темура Сафаровича “Математический анализ, дифференциальные уравнения и теория чисел”. – Душанбе, 2015. – С. 87-88.
25. Ганиев, Ч.Т. Об одной интегро – дифференциальной задаче, связанной с популяционной турбулентности [Текст] / Ч. Ганиев, М. Юнуси // GLOBUS. – СПб., 2017. – Спец. вып.: Материалы XXV междунар. науч.- практ. конф. “Технические науки – от теории к практике”. – С. 9-12.
26. Ганиев, Ч.Т. Уравнение популяционной турбулентности [Текст] / Ч. Ганиев, С.А. Одинаева // Евразийский науч. журн. – М., 2018. – № 2(47), Ч. 1: Материалы XXXXVII междунар. науч.-практ. конф. “Актуальные проблемы в современной науке и пути их решения”. – С. 62-65.
27. Ганиев, Ч.Т. Анализ оценки численности хищников в экологических системах горных заповедников [Текст] / С.А. Одинаева, Ч.Т. Ганиев, М.К. Юнуси // Материалы междунар. науч.- практ. конф. “Роль ИКТ в инновационном развитии экономики республики”. Душанбе, 17-18 нояб. 2017 г. – 2017. – С. 277-281.
28. Свидетельство о праве авторства №71 от 21.09.2018 г. на компьютерную программу [Текст] / Ч.Т. Ганиев; Определение явления популяционной турбулентности для суммарной квадратичной биомассы – “энергия” в экосистеме трёх уровней. – Душанбе, 2018.
29. Свидетельство о праве авторства №72 от 21.09.2018г. на компьютерную программу [Текст] / Ч.Т. Ганиев; Определения максимальной численности

по пространственным координатам с условием возникновения явления турбулентности в биологических системах. – Душанбе, 2018.

30. Свидетельство о праве авторства №73 от 21.09.2018 г. на компьютерную программу [Текст] / Ч.Т. Ганиев; Вычисления значения полинома популяционной турбулентности в биологических системах. – Душанбе, 2018.

**Ганиев Чалиш Тагойбековичтин «Биологиялык системаларда популяциялык турбуленттикти изилдөө жана математикалык моделдерин иштеп чыгуу» деген темадагы, адистиги: 05.13.18 «математикалык моделдөө, сандык эсептөөлөр жана программалардын комплекси» боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты илимий даражасын изденип алууга диссертациясынын**

### **ТАРЖЫМАЛЫ**

**Ачкыч сөздөр:** популяциялык турбуленттик, дифференциалдык теңдемелер, айырым туунду, орточолонгон чыгарылыш, популяция, саны, убакыт, курагы, мейкиндик, математикалык модель, биологиялык система, өз ара аракеттенүү матрицасы, туулуу коэффициенти, өлүү коэффициенти.

**Изилдөөнүн объектиси** – ТР бакча экосистемаларында жана биологиялык системалардагы обочолонгон популяциялардын популяциялык турбуленттигинин математикалык моделдери.

**Изилдөөнүн предмети** – экстремалдык шарттарда популяциялардын жүрүм-турумунун туруктуулугун негиздөө жана болушу, жана ар кандай сценарийлерде алардын иштешинин туруктуу режимдерин аныктоо.

**Диссертациялык иштин максаты:** обочолонгон популяциялардын жана бир био-тутумдарга кирген популяциялардын популяциялык турбуленттигинин математикалык моделин иштеп чыгуу жана негиздөө жана Тажикстан Республикасынын бакча экосистемалары үчүн компьютер эксперименттерди ишке ашыруу максатында, сандык алгоритмдерди, ошондой эле программалардын жыйындысын түзүү.

**Изилдөөнүн методдору.** Диссертациялык иште дифференциалдык теңдемелерди математикалык моделдөөнүн заманбап методдору жана алар менен байланышкан популяциялык маселелерди чыгаруунун сандык методдору, ошондой эле эсептөө эксперименттерин коюу сценарийлери колдонулду.

**Алынган жыйынтыктар жана алардын жаңылыгы:** Алынган жыйынтык популяциялык турбуленттик маселесинин моделдик чекиттик популяциясынын белгисиз коэффициенттерин аныктоо алгоритмин иштеп чыгууда жана биологиялык популяциялардын популяциялык турбуленттиги менен байланышкан маселелерди чыгаруу үчүн компьютердик программаларды түзүүдө турат.

**Изилдөөнүн корутундуларын колдонуу:** Диссертациялык иште алынган негизги жыйынтыктар Таджик улуттук университетинде окуу процессине киргизилген жана колдонулууда (Душанбе ш., Таджикстан Республикасы).

**Колдонуу тармактары:** Диссертациялык иштин жыйынтыктарын жана аларды алуу ыкмаларын математикалык жана компьютер моделдөө маселелерин чыгарууда жана математикалык жана компьютердик моделдөө боюнча изилдөөлөр жүргүзүлгөн илимий-изилдөө институттарында жана жогорку окуу жайларында, Тажик улуттук университетинин механика-математика факультетинде окуу процессинде колдонсо болот.

## РЕЗЮМЕ

диссертации Ганиева Чалиша Тагайбековича на тему “ Исследование и разработка математической модели популяционной турбулентности в биологических системах” на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – “Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ”.

**Ключевые слова:** Популяционная турбулентность, дифференциальное уравнение, частные производные, осредненное решение, популяция, численность, время, возраст, пространство, математическая модель, биологическая система, матрица взаимодействия, коэффициент рождаемости, коэффициент смертности.

**Объектом исследования** – математические модели популяционной турбулентности, изолированной популяций биологических систем и садовых экосистем РТ.

**Предмет исследования** – существование и обоснование устойчивых поведения популяций в экстремальных режимах, и определение стабильных режимов ее функционирования в различных сценариях.

**Цель научных исследования** состоит в разработке и обоснование математической модели популяционной турбулентности биологических систем и агроценозов.

**Методы исследования.** В диссертационной работе используются современные методы математического моделирования дифференциальных уравнений и связанные с ними численные методы решения популяционных задач, а также постановка сценарий проведения вычислительных экспериментов.

**Полученные результаты** заключаются в разработке алгоритма определения неизвестных коэффициентов модельной точечной популяции задачи популяционной турбулентности и в создании компьютерных программ для решения задач связанные с популяционной турбулентностью биологических популяций.

**Использование результатов исследования:** Основные результаты, полученные в ходе диссертационной работы, внедрены и используется в учебном процессе Таджикского национального университета (г. Душанбе, Республика Таджикистан).

**Область применения:** Результаты диссертации и методика их получения могут быть применены при решении задач математического и компьютерного моделирования и в научных учреждениях, и в вузах, где ведутся исследования по математическому и компьютерному моделированию и в учебном процессе механико-математического факультета Таджикского национального университета.

## SUMMARY

Thesis of Ganiev Chalish Tagaybekovich on the topic “Research and development of a mathematical model of population turbulence in biological systems” for the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences in specialty 05.13.18 - “Mathematical modeling, numerical methods and program complexes”

**Key words:** Population turbulence, differential equation, partial derivatives, averaged solution, population, number, time, age, space, mathematical model, biological system, interaction matrix, fertility rate, mortality rate.

**The object** of the study is mathematical models of population turbulence of isolated populations and biological systems of agrocoenoses and reserves of the Republic of Tajikistan.

**The subject** of the study is the existence and justification of stable behavior of populations in extreme regimes, and the definition of stable modes of its functioning in various scenarios.

**The obtained results consist** in the development of an algorithm for determining the unknown coefficients of the model point population of the population turbulence problem and in creating computer programs for solving problems associated with the population turbulence of biological populations.

**The obtained results** are included in the development of the algorithm for determining the unknown coefficients of the model point population of the population turbulence problem and in the creation of computer programs for solving problems associated with the population turbulence of biological populations.

**Methods of research.** In the thesis, modern methods of mathematical modeling of differential equations and associated numerical methods for solving population problems are used, as well as setting the scenario for carrying out computational experiments.

**Use of the results of the research:** The main results obtained during the thesis work are implemented and used in the educational process of the Tajik National University (Dushanbe, Republic of Tajikistan).

**Area of application:** The results of the thesis and the methodology for obtaining them can be applied to solving problems of mathematical and computer modeling both in scientific institutions and in universities where research is conducted on mathematical and computer modeling and in the educational process of the Faculty

### НЕГИЗГИ БЕЛГИЛЕР ТИЗМЕСИ

$t$  – убакыт,  $t \in [0, t_k], t_k = \text{const} < \infty$ .

$a$  – жаш курак,  $0 \leq a \leq \infty$ .

$x$  – мейкиндик координатасы;

$x \in \bar{G} \subseteq E^2, \bar{G} = \{x : x = (x_1, x_2), 0 \leq x_i \leq L_i, i = 1, 2\}$ .

$\bar{G} = G + S, S$  – чеги  $G, R = \bar{G} * [0, \infty) * [0, t_k]$ .

$N_0 = N_0(t)$  –  $t$  убактысындагы тышкы ресурстун массасы;

$N_1 = N_1(t)$  –  $t$  убактысындагы айыл чарба өсүмдүктөрүнүн биомассасы;

$N_i = N_i(x, a, t)$  –  $x$  чекитинде  $a$  курактагы жана  $t$  убактысындагы пайдалуу

курт-кумурскалардын ( $i = 3$ ), зыянкечтердин ( $i = 2$ ) саны;

$F = F(a, t), B = B(a, t)$  – тиешелүү түрдө  $t$  убактысындагы  $a$  курактагы популяциялардын туулуу жана өлүү коэффициенттери ;

$F_i = F_i(\cdot)$  –  $i$  – трофикалык деңгээлдин өсүшүнүн белгилүү бир ылдамдыгы,  $i = 0, 1, 2, 3$ .

$Q$  – тышкы ресурстун кирген ылдамдыгы,  $Q = Q(t)$ .

$N_1^p$  – өсүмдүк биомассанын биз түшүмдү мындан кем эмес сктагызыб келген тпландаштырылган деңгээли;

$N_2^p, N_3^p$  – Зыяндуу жана пайдалуу курт-кумурскалардын санынын сын маанилери;

$U$  – башкаруунун жеткиликтүү көптүгү (бөлүктүү-үзгүлтүксүз жана чектелген функциялар),  $u = (P, D, Q) \in U$ .

**ГАНИЕВ ЧАЛИШ ТАГОЙБЕКОВИЧ**

**БИОЛОГИЯЛЫК СИСТЕМАЛАРДА ПОПУЛЯЦИЯЛЫК  
ТУРБУЛЕНТТИКТИ ИЗИЛДӨӨ ЖАНА МАТЕМАТИКАЛЫК  
МОДЕЛДЕРИН ИШТЕП ЧЫГУУ**

Диссертациясынын авторефераты

Басылмага кол коюлган: 20.02.2019 ж.

Формат 60x84/16. Көлөмү 1,5 б.т.

Офсеттик кагаз. Нускамасы 40 даана. Буйрутма 691.

---

Н. Исанов ат. Кыргыз мамлекеттик курулуш, транспорт жана архитектура  
университети «Авангард» окуу-басма борбору  
720020, Бишкек ш., Малдыбаев көч., 34, б