Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясы
Машина таануу жана автоматика институту

Б.Н. Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университети

Диссертациялык кеӊеш Д 05.21.631

Кол жазма укугунда
УДК: 517.711.3:621.394(575.2)(043.3)

Кокозова Айнагул Жылкычыевна

Телеграфтык теӊдеменин тескери жана түз маселелеринин сандык регуляризацияланган чыгарылышы жана математикалык моделин иштеп чыгуу

05.13.18 – математикалык моделдөө, сандык ыкмалар жана программалар комплекси

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук
даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын
Автореферат

Бишкек – 2022

Диссертациялык иш академик М.М. Адышев атандагы Ош технологиялык университетинин маалымат технологиялары жана башкаруу кафедрасында аткарылды

Илимий жетекчи: **Сатыбаев Абдуганы Джунусович**
физика-математика илимдеринин доктору, профессор, М.М. Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин маалымат технологиялары жана башкаруу кафедрасынын башчысы

Расмий оппоненттер: **Дженалиев Мувашархан Танабаевич**
физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Казахстан Республикасынын билим жана илим Министрлигинин илим Комитетинин математика жана математикалык моделдөө Институтунун башкы илимий кызматкери (Казакстан Республикасы, Алматы ш.)

Уралиев Алымбек Абдыраевич
физика-математика илимдеринин кандидаты,
Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин дифференциалдык теңдемелер кафедрасынын доценти. (Кыргыз Республикасы, Бишкек ш.)

Жетектөөчү мекеме: И. Раззаков атындагы Кыргыз мамлекеттик техникалык университетинин электроника жана телекоммуникация Институту, Бишкек ш., 720044 Ч. Айтматов пр., 66

Диссертация 2022-жылдын 23-декабрында саат 14:00дө Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын машина таануу жана автоматика институтунун жана Б.Н. Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университетинин алдындагы физика-математика жана техника илимдеринин доктору (кандидаты) илимий даражасын алуу үчүн диссертацияларды коргоо боюнча Д 05.21.631 диссертациялык кеңешинин отурумунда корголот 720071, Бишкек ш., Чүй пр., 265, ауд. 349 дареги боюнча. Диссертацияны жактоонун онлайн трансляциясынын идентификациялык коду https://vc.vak.kg/b/052-dry-zfv-dd6.

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын (720071, Бишкек ш., Чүй пр., 265), Б.Н. Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университетинин (720000, Бишкек ш., Киев көч., 44), М.Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин (723503, Ош ш., Исанов көч., 81) китепканаларынан жана www.imash.kg, e-mail: diss_ima@mail.ru даректеги сайт боюнча таанышууга болот.

Автореферат 2022-жылдын 21-ноябрында таркатылды.

Диссертациялык кеңештин

окумуштуу катчысы, ф.-м.и.к., у.и.к. Керимкулова Г.К.

ИШТИН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациянын темасынын актуалдуулугу. Диссертациялык иш математикалык моделдерди өркүндөтүүгө жана бир өлчөмдүү жана эки өлчөмдүү түз маселени жана телеграфтык теңдеменин тескери маселесин сандык регулярлаштыруу чечүүнүн ыкмаларын иштеп чыгууга арналган

Эреже боюнча, тескери маселелер математикалык физиканын начар коюлган маселелерин билдирет, анын теориясын А.Н. Тихонов, В.К. Иванов, М.М. Лаврентьев жана башкалар негиздешкен. Эгерде түз маселелерде маселенин чечими белгилүү бир параметрлер үчүн изделсе, анда тескери маселелерде физикалык параметрлер, теңдеменин коэффициенттери тегиздиктеги түз маселенин чечилиши жөнүндө кошумча маалыматтарды көрсөтүүдө маселенин чечилиши менен бирге аныкталат.

Телеграфтык теңдеме толкундун таралуу ылдамдыгы, электрдик жана магниттик өткөрүмдүүлүк, чөйрөнүн электр өткөрүмдүүлүгү сыяктуу физикалык параметрлерди камтыйт жана бул параметрлерди табуу сейсмикалык, геофизика, геоэлектрика, акустика ж.б. практикалык кызыгууну жаратат.

Диссертациялык иште каралган маселе динамикалык типтеги тескери гиперболалык маселе. Динамикалык типтеги тескери маселелерде кошумча маалымат кандайдыр бир убакыт бетиндеги сыяктуу түз маселенин чечилишинин изи болуп саналат. Бул түрдөгү көйгөйлөр М.М. Лаврентьев (1966), В.Г. Романова (1985), А.С. Алексеева (1967), А.С. Благовещенский (1966), С.И. Кабанихин (1983) жана башкалардын жумушунда изилденген. Жаңы жумуштардан М.А. Шишленин (2016) жана Н.С. Новикова (2017) белгилесек болот. Биздин республикада бул багытта салым кошкондор А. Дж. Сатыбаев (2001), Г.А. Калдыбаева (2009), А.Т. Маматкасымова (2015) жана Ю.В.Анищенко (2017).

Тескери маселелерди чечүү оор процесс деп эсептелгендиктен, алар туура эмес, өлчөө каталарына карата туруксуз жана көбүнчө сызыктуу эмес болгондуктан, мындай тескери маселелерди чечүүнүн сандык ыкмаларын жана алгоритмдерин иштеп чыгуу жана негиздөө маселелерди чечүүнүн натыйжалуу алгоритмдерин түзүүнүн практикалык маанилүүлүгүнө жана зарылчылыгына байланыштуу актуалдуу маселе болуп саналат.

Диссертациянын темасынын артыкчылыктуу илимий багыттары, ири илимий программалар (долбоорлор), билим берүү жана илимий мекемелер тарабынан жүргүзүлгөн негизги илимий-изилдөө иштери бар мекемелер менен байланышы. Жумуш демилгелүү болуп саналат.

Изилдөөнүн максаты жана маселелери. Диссертациялык иштин максаты – телеграфтык теңдеменин түз жана тескери маселелеринин математикалык моделин жакшыртуу, бир өлчөмдүү жана эки өлчөмдүү түз маселелердин сандык чыгарылышын жана бир өлчөмдүү тескери теңдеменин сандык регулярдуу чыгарылышынын усулдарын иштеп чыгуу, ошондой эле аларды компьютердик ишке ашыруу.

Бул максатка жетүү үчүн төмөнкү **маселелерди** чечүү зарыл болгон:

- телеграфтык теңдеменин түз жана тескери маселесинин математикалык моделдерин өркүндөтүү, көз ирмемдик жана шнур булактары үчүн баштапкы жана чектик шарттарды түзүү;
- телеграфтык теңдеменин түз маселесинин тууралыгын иликтөө, б.а. телеграфтык теңдеменин айтылган түз маселесинин жашашын, уникалдуулугун жана туруктуулугун негиздөө;
- чөйрөнүн электр өткөргүчтүгүнүн, магниттик өткөрүмдүүлүктүн жана электр өткөргүчтүгүнүн коэффициенттерин аныктоо менен телеграфтык теңдеменин бир өлчөмдүү тескери маселесинин сандык регулярлаштырылган чыгарылышын жана түз маселенин сандык чыгарылышынын ыкмаларын иштеп чыгуу;
- көз ирмемдик булак жана жалпак чек менен телеграф теңдемесинин бир өлчөмдүү түз жана тескери маселелерин чыгарылышынын сандык алгоритмдерин иштеп чыгуу жана талдоо;
- Чыгарылыштардын иштелип чыккан алгоритмдеринин негизинде программалардын топтомун түзүү.

Алынган жыйынтыктын илимий жаңылыгы. Телеграфтык теңдеменин түз жана тескери маселесинин математикалык модели өркүндөтүлдү, көз ирмемдик жана шнур булактары үчүн чектик шарттар түзүлдү, бир өлчөмдүү жана эки өлчөмдүү түз маселенин сандык чыгарылыштарынын жана бир өлчөмдүү тескери маселенин регулярлаштырылган сандык чыгарылышынын ыкмалары иштелип чыккан.

Алынган натыйжалардын практикалык мааниси. Практикалык мааниси телеграфтык теңдеменин маселелерин чечүүнүн жаңы алгоритмдерин иштеп чыгууда, иштелип чыккан алгоритмдерди жана программаларды моделдөөдө жана телеграфтык маселелерди чечүүдө колдонуу мүмкүнчүлүгүнө ээ.

Алынган натыйжалар Ош технологиялык университетинин окуу процессинде магистратуранын эки багыты боюнча колдонулуп келет.

Коргоо үчүн берилген диссертациянын негизги жоболору:

- Көз ирмемдик жана шнур булактары үчүн чектик шарттары бар телеграфтык теңдеменин түз жана тескери маселесинин математикалык моделдери;
- Телеграфтык теңдеменин эки өлчөмдүү түз маселесин чечүү үчүн бар болуу, кайталангыстык жана шарттуу туруктуулук теоремалары.
- Телеграфтык теңдеменин бир өлчөмдүү тескери маселелери үчүн чектүү-айырмалык регулярлаштырылган чыгарылышы үчүн дал келүү теоремалары.
- Телеграфтык теңдеменин түз маселелеринин сандык чыгарылышы, тескери маселелеринин сандык регулярлаштырылган чыгарылышы жана аларды программалык камсыздоо.
- График түрүндө алынган чечимдин натыйжаларын талдоо.

Изденүүчүнүн жеке салымы. Диссертациялык иште берилген жана илимий

жаңылыкка ээ болгон бардык натыйжалар автор тарабынан жеке жана илимий жетекчинин жетекчилиги астында алынган. Автор телеграфтык теңдеменин бир өлчөмдүү, эки өлчөмдүү түз жана бир өлчөмдүү тескери маселесинин математикалык моделин көз ирмемдик жана шнур булактары үчүн чектик шарттарды орнотуу менен өркүндөтүп, мүнөздөмөсүн түздөө ыкмасын, өзгөчөлүктөрдү алуу ыкмасын, чектүү айырмачылыктар ыкмасын жана телеграфтык тендеменин тескери маселелерин сандык регулярлаштырылган чыгарылышын чогуу колдонуу мүмкүнчүлүгүн далилдеген. Сатыбаев А.Дж. тарабынан жалпы идея сунуш кылынды жана изилдөө проблемасын формулировкалоо, алынган натыйжаларды ишке ашыруу ага таандык. Илимий изилдөөлөрдүн алынган натыйжаларынын ыкмаларын ишке киргизүүдө Т.Ч. Култаев, Ю.В.Анищенко, А.Т. Маматкасымова, Г.А. Калдыбаева, А.А. Алимкановдор менен биргеликте макалалар жарыяланган. Иш кагаздарда натыйжаларды колдонууга авторлоштордун жазуу жүзүндөгү макулдугу тиркелет.

Изилдөөнүн натыйжаларынын тастыкталышы. Диссертацияда алынган негизги жыйынтыктар төмөнкү эл аралык конференцияларда доклад жасалган: Он экинчи эл аралык азиаттык мектеп-семинар "Татаал системаларды оптималдаштыруу маселелери", Новосибирск, Академгородок 12–16 декабрь 2016 ж.; «Марчуковдук илимий окуу – 2017» алкагындагы россия илимий академиясынын сибир бөлүмүнүн эсептөө математика жана математикалык геофизика институту, Новосибирск, Академгородок 25 июнь–14 июль 2017 ж.; С.Л. Соболев атындагы математика институтунун 60-жылдыгына арналган эл аралык конференция «Математика азыркы дүйнөдө», Новосибирск, 14–19 август 2017 ж.; International Conference «Inverse Problems in Finance, Economics and Life Sciences Programm», Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, December 26-28, 2017 y.; Он төртүнчү эл аралык азиаттык мектеп-семинар "Татаал системаларды оптималдаштыруу маселелери", Алматы, 26–28 май 2018 ж.; Эл аралык конференция “International Conference on Analysis and Applied Mathematics (ICAAM 2018)”. 6 – 9 сентябрь 2018 ж. Турция, Кипр: Lefkosa (Nicosia), Mersin 10, Turkey; Эл аралык конференция «Applied Inverse Problems» Grenoble, July 8th-12th 2019, fr.http://aip2019-grenoble.fr.

Диссертацияда алынган натыйжалардын ишенимдүүлүгү жана негиздүүлүгү:

- телеграфтык тендеменин түз жана тескери маселелеринин шарттуу туруктуулугу жөнүндө сандык чечимдер теориялык жактан теоремалар менен негизделген жана алар графиктер түрүндө алынган сандык чечимдер жана сандык ишке ашыруулар менен ырасталат;
- ырастоо үчүн, башында түз маселе чечилет жана алынган кошумча шарттарга ылайык, чектүү айырмалуу регуляриздештирилген чечим чыгарылат;
- берилген түз маселелердин физикалык параметрлери түз маселелердин кошумча маалыматы боюнча алынган тескери маселелердин физикалык параметрлери менен салыштырылган жана салыштырмалуу каталар талаптардын чегин түзөт.

Публикациядагы диссертациянын жыйынтыктарынын толук чагылдырылышы. Диссертациянын темасы боюнча негизги жыйынтыктар 17 илимий эмгекте жарыяланган, анын 7 Кыргыз Республикасынын УАК КРП тарабынан сунушталган журналдарда; 3 эл аралык илимий конференциянын материалдарында; 2 чет өлкөлүк мезгилдүү басылмада; 2 Scopus жана Web of Sciense системасында катталган журналдарда; 1 КазЦБ (Казакстан цитата базасы) тарабынан индекстелген жана КР БИМБИСКК (Казакстан Республикасынын Билим берүү жана илим министрлигинин Билим берүүнүн жана илимдин сапатын камсыз кылуу боюнча комитети) тарабынан сунушталган Казакстан Республикасынын журналында; ошондой эле түзүлгөн программалар үчүн Кыргызпатенттин эки автордук күбөлүгү алынган.

Диссертациянын көлөмү жана түзүлүшү. Диссертация мазмундан, киришүүдөн, бөлүмдөргө бөлүнгөн беш бөлүмдөн жана бөлүмдөрдүн корутундуларынан, корутундудан, практикалык сунуштардан, 92 аталыштагы булактардан жана 4 колдонмолордон турат. Диссертациянын негизги мазмуну 167 баракта баяндалган.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

Киришүүдө диссертациялык иштин темасынын актуалдуулугу негизделди, анын максаты жана милдеттери формулировкаланат, илимий жаңылыгы, изилдөөнүн натыйжалары менен коргоого берилген жоболордун практикалык мааниси, автордун жеке салымы, жыйынтыктарды чагылдыруунун толуктугу, структурасы жана диссертациянын көлөмү көрсөтүлөт

Биринчи бөлүмдө «Адабияттар боюнча сын пикирлер» диссертациялык иштин темасы боюнча адабияттарга сын пикирлер келтирилген.

Телеграфтык теңдеме Максвеллдин тендемелер системасынын жөнөкөйлөткөн түрүнүн бири болуп эсептелет. Көпчүлүк электродинамика маселелери Максвеллдин толук тендемелер системасы менен сүрөттөлөт. Максвеллдин толук тендемелер системасына кандайдыр бир өзгөрүүлөрдү колдонуп, төмөнкү түрдөгү телеграфтык тендемени алсак болот:

$$\frac{\partial^2 H(z,t)}{\partial t^2} = \frac{\bar{c}^2(z)}{\varepsilon(z)\mu(z)} \cdot \frac{\partial^2 H(z,t)}{\partial z^2} - \frac{4\pi\lambda(z)}{\varepsilon(z)} \frac{\partial H(z,t)}{\partial t},$$

бул жерде $H(z,t)$- магниттик талаанын чыңалуусу, $\bar{c}(z)$ – толкундун таралуу ылдамдыгы, $\varepsilon(z), \mu(z)$ – электрдик жана магниттик өткөрүмдүүлүктөрү, $\lambda(z)$- электр өткөргүчтүк.

Бул маселелердин биринчи коюлушу А. Н. Тихонов (1990), А. С. Алексеев (1984), А. С. Благовещенский (1997), М. М. Лаврентьев (1978) и В. Г. Романов (1984) тарабынан изилденген жана формулировкаланган. Ал эми тескери динамикалык маселелердин чыгарылышынын бар болуусу жана жалгыздыгынын локалдык теоремасынын далилдөө усулу В.Г. Романов (1984) тарабынан өнүккөн, ошондой эле жалгыздык жана шарттуу туруктуулук теоремалары «толугу» менен С.И. Кабанихин

(1991) жана анын окучууларынын тескери маселелердин кеңири алкагындагы изилдөөлөрдө колдонулат.

Проекциялык усулдун негизинде гиперболалык теңдемелер үчүн көп өлчөмдүү тескери маселелерди чыгаруунун сандык алгоритмдерин куруу ыкмасы С. И. Кабанихин (1991) тарабынан сунушталды.

В.Г.Романов (1984), С.И.Кабанихин (1991), Т.П.Пухначев (1982) тарабынан электродинамиканын теңдемеси үчүн тескери маселелер изилденген. С.И.Кабанихиндин (1991) монографиясында түз жана тескери маселелердин сандык чечүү маселеси каралган.

Бул аймакта Кыргызстандык окумуштуулары А.Дж. Сатыбаев А.Т. (2001), Г.А. Калдыбаева (2009), А.Т. Маматкасымова (2015), Ю.В. Анищенко (2021) жумуштарын белгилей кетиш керек.

Итерациянын ар бир кадамында тиешелүү түз маселени чечүү керек болгон көпчүлүк иштелип чыккан алгоритмдерди ишке ашыруу итерациондук усул болуп эсептелген. Мындай алгоритмдердин эффективдүүлүгү түздөн түз, түз маселени чечүүнүн ылдамдыгынан көз каранды.

Ошентип, бул бөлүмдө диссертацияда каралган маселеге окшош динамикалык типтеги гиперболалык теңдемелердин тескери маселелерин изилдөөнүн натыйжалары берилген.

Экинчи бөлүмдө «Методология жана изилдөө ыкмалары» коюлган маселелерди чечүүдө колдонулган материалдары жана усулдары көрсөтүлгөн.

Изилдөө объектиси. Бул диссертациялык иштин изилдөө объектиси болуп телеграфтык теңдеменин түз жана тескери маселелерин ар кандай формулировкада коюу болуп саналат.

Изилдөө предмети. Бул диссертациялык иштин изилдөө предмети болуп телеграфтык теңдеменин маселелеринин математикалык модели, сандык регуляризацияланган чыгарылышы, чыгарылыштын алгоритми, ошондой эле программалык комплекси жана анын функционалдуулугу эсептелет.

Изилдөө ыкмасы. Бул диссертациялык иштин изилдөө ыкмасы болуп мүнөздөмөсүн түздөө ыкмасы, өзгөчөлүктөргө басым жасоо ыкмасы, чектүү айырмачылык ыкмасы жана чектүү айырмачылыктын регулярлаштырылган ыкмасы, математикалык моделдөө, ошондой эле программа интерфейсин түзүү үчүн заманбап программалоо тилдери эсептелет.

Телеграфтык теңдеменин маселелерин чыгаруу үчүн баштапкы жана чектик, аймактык шарттарга жараша, ошондой эле физикалык процесстерге жана кубулуштарга ж.б. карата ар кандай ыкмалар колдонулат. Гиперболалык типтеги жарым-жартылай туундуларда дифференциалдык теңдемеден белгисиз коэффициентти аныктоонун тескери маселелерин изилдөөдө баштапкы жана чектик шарттарда жана кошумча маалыматта математикалык физиканын кээ бир ыкмалары колдонулат.

Түз маселени чыгаруу үчүн биринчиден, өзгөчөлүктөрдү алуу ыкмасын колдонуп жана тиешелүү катыштарды алуу менен сингулярдык жана регулярдуу бөлүгүн бөлүп алат.

Андан кийин мүнөздөмөлөр ыкмасын колдонуу менен тескери маселенин теңдемелер системасы курулат, анын жардамы менен экинчи даражадагы жарым-жартылай дифференциалдык теңдеме биринчи даражадагы жарым-жартылай дифференциалдык теңдемелер системасына келтирилет. Андан ары сызыктуу эмес интегралдык теңдемелердин системасын алабыз, аны чечүү үчүн чектүү айырмачылыктар ыкмасын колдонууга болот.

Үчүнчүдөн бешинчи бөлүмгө чейин жеке изилдөөлөрдүн натыйжаларына жана алардын негиздемелерине арналган.

Үчүнчү бөлүмдө «Математикалык моделдер жана телеграфтык теңдеменин түз маселеси» телеграфтык теңдеменин эки өлчөмдүү түз маселесинин туура коюлгандыгы изилденип, телеграфтык теңдемесинин чыгарылышынын жашашы жана кайталангыстык теоремалары далилденип, ошондой эле толкун процессинин маселесин чыгаруунун жалгыздыгы далилденген.

Дифференциалдык маселенин чектүү айырмалуу аналогу түзүлгөн:
Эки пластинадагы электр талаасынын чыңалуусу төмөнкү формадагы эки өлчөмдүү телеграф теңдемеси менен туюнтулат[1-4]:

$$E''_{tt}(z,y,t) = \frac{\bar{c}^2(z,y)}{\bar{\varepsilon}(z,y)\bar{\mu}(z,y)}\Delta E(z,y,t) - \frac{\bar{\sigma}(z,y)}{\bar{\varepsilon}(z,y)}E'_t(z,y,t),\ (z,t) \in R^2_+, y \in R, \qquad (1)$$

бул жерде $\bar{c}(z,y)$ - электромагниттик толкундардын таралуу ылдамдыгы, $\bar{\varepsilon}(z,y)$, $\bar{\mu}(z,y)$ - электрдик жана магниттик өткөрүмдүүлүк, $\bar{\sigma}(z,y)$ - чөйрөнүн электр өткөргүчтүгү, $E(z,y,t)$- электр талаасынын чыңалуусу, $\Delta E(z,y,t) = E''_{zz} + E''_{yy}$ - Лапластын оператору.

Көптөгөн чыгарылыштардын ичинен (1) теңдеменин уникалдуу жалгыз чыгарылышын аныктоо үчүн биз баштапкы жана чектик шарттарды коюшубуз керек.

Мейли төмөнкү шарт берилсин

$$E(z,y,t)|_{t<0} \equiv 0,\ E'_z(z,y,t)|_{z=0} = h(y)\delta(t) + r(y)\theta(t),\ t \in (0,T), y \in [-D,D], \quad (2)$$

где $\delta(t)$- Дирактын дельта-функциясы, $\theta(t)$- Хевисайдтын тета-функциясы, $h(y), r(y)$- энергия булактары. Бул күчтөрдүн таасири астында электромагниттик процесс башталат.

(2) шарт көз ирмемдик жана шнур булактары деп аталат.

Мейли кээ бир шарттар аткарылсын,

$$\left.\begin{array}{l} \bar{c}(z,y), \bar{\varepsilon}(z,y), \bar{\mu}(z,y), \bar{\sigma}(z,y) \in \Lambda_1, \\ h(y), r(y) \in \Lambda_2, \end{array}\right\} \qquad (3)$$

ул жерде $\Lambda_1 = \Big\{\varepsilon(z,y) \in C^6\Big((0,d) \times (-D_1,D_1), sup\,p\,\{\varepsilon(z,y)\} \in \big((0,d) \times (-D_1,D_1)\big)\Big), \alpha = \|\varepsilon(z,y)\|_{C^2} \le M_1,\ 0 < M_1 \le \varepsilon(z,y) \le M_2\},$

$\Lambda_2 = \{supp\, h(y) \in C^5(-D,D), \qquad h(y) \in C^5(-D,D)\}$,

бул жерде M_1, M_2, D_1, d –оң туруктуулар,

$$D = D_1 + T(M_2 + a), T = 2d/(M_1 - a).$$

Бул жерде T - убакыт, $r(y), h(y)$ булак функциялары менен электрдик чыңалуусунун бузулушунан пайда болгон, ал d тереңдигине жетип, бардык y үчүн $z = 0$ бетине кайтып келет.

Кээ бир жаңы өзгөрмө $\alpha(x,y)$, жана жаңы функцияны $\mu(\alpha,y) = \bar{\mu}(z,y)$, $\varepsilon(\alpha,y) = \bar{\varepsilon}(z,y)$, $c(\alpha,y) = \bar{c}(z,y)$, $\sigma(\alpha,y) = \bar{\sigma}(z,y)$, $\vartheta(\alpha,y,t) = E(z,y,t)$ киргизип жана чечимдин регулярдуу жана сингулярдуу бөлүктөрүн бөлүп көрсөтүү менен, биз мүнөздөмөлөр боюнча маалыматтар менен түз маселени алабыз.

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^2\vartheta}{\partial t^2} = \frac{\partial^2\vartheta}{\partial \alpha^2} + L_1\vartheta(\alpha,y,t), \quad |\alpha| < t < T,\ y \in (-D,D),\\ &\vartheta(\alpha,y,t)|_{|\alpha|=t} = S(t,y),\ t \in [0,T],\ y \in (-D,D),\\ &\vartheta(\alpha,y,t)|_{y=-D} = \vartheta(\alpha,y,t)|_{y=+D} = 0. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

бул жерде $L_1\vartheta(\alpha,y,t) = \frac{c^2(\alpha,y)}{\varepsilon(\alpha,y)\mu(\alpha,y)}\left[\frac{\partial^2\vartheta}{\partial y^2} + \Delta\alpha\frac{\partial\vartheta}{\partial\alpha} + \alpha_y\frac{\partial^2\vartheta}{\partial\alpha\partial y}\right] - \frac{\sigma(\alpha,y)}{\varepsilon(\alpha,y)}\frac{\partial\vartheta}{\partial t}$.

Мындан мурунку барабарсыздыктан, гиперболалык теңдемелер үчүн энергетикалык барабарсыздыкты колдонуу менен кийинки барабарсыздыкты алабыз:

$$\max_{|\alpha|\le\tau\le t\le T}\{\|\vartheta\|_2^2(\tau)\} \le \{\|\vartheta\|_2^2|\alpha|\}\exp\left[\left(\frac{5\Pi_{12}^2\Pi_{14}}{\Pi_{11}^2} + \frac{3\Pi_{12}^2}{\Pi_{11}^2} + \frac{2\Pi_{13}}{\Pi_{11}}\right)t\right], \tag{5}$$

бул жерде $\|\vartheta\|_2^2(t) = \left(\|\vartheta\|^2 + \|\vartheta_t\|^2 + \|\vartheta_\alpha\|^2 + \|\vartheta_y\|^2\right)(t)$.

Ошентип, биз жалгыздык теоремасын далилдедик.

Теорема 1. Мейли $c(\alpha,y), \mu(\alpha,y)$, $\varepsilon(\alpha,y)$, $\sigma(\alpha,y)$, α_y, $\Delta\alpha$, функциялары үзгүлтүксүз жана биринчи тартиптеги үзгүлтүксүз жарым-жартылай туундулар, (4) маселенин чыгарылышы бар болсун жана C^2 (Ω(T,D)) жана (3) шартына тиешелүү болсун. Анда (4) маселенин чыгарылышы $\Omega(\mathrm{T}, D)$ аймакта жалгыз жана кийинки баага ээ

$$\max_{|\alpha|\le t\le T}\{\|\vartheta\|_2^2(t)\} \le \|\vartheta\|_2^2(|\alpha|) * \exp(\Pi_{15}t),$$

бул жерде $\Pi_{15} = \frac{5\Pi_{12}^2\Pi_{14}}{\Pi_{11}^2} + \frac{3\Pi_{12}^2}{\Pi_{11}^2} + \frac{2\Pi_{13}}{\Pi_{11}}$. (6)

(4) жана (1)-(2) маселелердин эквиваленттүүлүгүнөн (1)-(2) маселенин чыгарылышы да теореманын шарттарын Ω(T,D) аймакта аткарууда, жалгыз экени келип чыгат.

Көз ирмемдик жана зым булактары менен телеграфтык теңдеменин эки өлчөмдүү түз маселесинин жашашы далилденген, ошондой эле толкун процесстери үчүн түз маселе изилденген.

Бул маселелер мүнөздөмөлөрүндөгү маалыматтары бар экинчи даражадагы дифференциалдык теңдемелердин маселелерине келтирилген жана бул маселелердин чыгарылышынын жалгыздыгы далилденген. Түз маселенин так чыгарылышына сандык чыгарылыштын жакындашуусу негизделген.

Телеграфтык теңдеменин дифференциалдык эки өлчөмдүү түз маселесинин чектүү айырмалуу аналогу түзүлүп, толкун процесстери үчүн маселенин чектүү айырмачылык чыгарылышы түзүлгөн.

Ошентип, бул бөлүмдө телеграфтык теңдеменин эки өлчөмдүү түз маселесинин жашашы жана жалгыздыгы далилденген жана толкун процесстери үчүн түз маселе да изилденген. Түз маселенин так чыгарылышына сандык чыгарылыштын жакындашуусу негизделген.

Төртүнчү бөлүм «Телеграфтык теңдеменин тескери маселеси» телеграфтык теңдеменин бир өлчөмдүү тескери маселелерин изилдөөгө арналган.

Төмөнкү формадагы телеграфтык теңдемесин карап көрөлү:

$$\frac{\partial^2 V(z.t)}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 V(z,t)}{\partial z^2}-\frac{1}{2}\left[\frac{a_z'(z)}{a(z)}\right]\frac{\partial V(z,t)}{\partial z}-\frac{4\pi\lambda(z)}{\varepsilon(z)}\frac{\partial V(z,t)}{\partial t},\ (z,t)\in R_+^2 \quad (7)$$

Баштапкы жана чектик шарттарын коёбуз:

$$V(z,t)|_{t<0}\equiv 0,\quad z\in R_+,\ \left.\frac{\partial V(z,t)}{\partial z}\right|_{z=0}=h_0\delta(t)+r_0\theta(t), t\in R_+ \quad (8)$$

бул жерде $\delta(t)$ - Дирактын дельта функциясы, $\theta(t)$ - Хевисайдтын тета функциясы. Телеграфтык теңдеменин тескери маселесин чыгаруу үчүн кийинки теңдемедей түз маселесин чыгаруу жөнүндө кошумча маалымат берилсин

$$V(z,t)|_{z=0}=f(t), t\in[0,2T]. \quad (9)$$

Теңдеменин коэффициенттерине карата шарттар аткарылсын

$$\big(\varepsilon(z),\mu(z),\lambda(z),c(z)\big)\in\Lambda_0 \quad (10)$$

где $\Lambda_0=(\varepsilon(z)\colon\ \varepsilon(z)\in C^6(R_+),\varepsilon'(+0)=0,\ 0<M_1<\varepsilon(z)\le M_2,$

$$\|\varepsilon(z)\|_{C^2(R_+)}\le M_3\big). \quad (11)$$

(7) телеграфтык теңдеме гиперболалык типтеги теңдеме, анда маселени Δ(T) аймагында кароого болот. :

$$\Delta(T)=\big((z,t)\colon z\in(0,T),\ |z|<t<2T-|z|\big). \quad (12)$$

Тескери маселе. Ал белгилүү маанилер аркылуу (7)-(9) чөйрөнүн $\lambda(z)$ -электр өткөрүмдүүлүгүн: $\mu(z)$, $\varepsilon(z)$ - магниттик жана диэлектрдик өткөрүмдүүлүктөр, ошондой эле (9) түрдөгү түз маселесин чыгаруу жөнүндө кошумча маалыматты аныктоодон турат. $g(z)=-\frac{1}{2}\frac{a_z'(z)}{a(z)}$ аркылуу белгилейбиз.

В.Г.Романовдун (2005) ыкмасы боюнча (7)-(8) түз маселелерин чыгаруунун сингулярдуу жана регулярдуу бөлүгүн бөлүп алабыз, ал үчүн маселенин чыгарылышын төмөнкү түрдө көрсөтөбүз:

$$V(z,t)=V(z,t)+S(z)\theta(t-|z|)+R(z)\theta_1(t-|z|), \quad (13)$$

бул жерде $\tilde{V}(z,t)$ - жылмакай үзгүлтүксүз функция, $\theta(t)$ – Хевисайдтын функциясы, $\theta_1(t)=t\theta(t)$.

(13) маселенин чыгарылышын көрсөтүүдөн биз эсептөөлөрдү чыгарабыз жана аларды (7) теңдемеге алмаштыруу менен кээ бир натыйжаларды алабыз жана $\tilde{V}(z,t)\big|_{t<0}\equiv 0$ болгондуктан, ошондой эле жогорудагы эсептөөлөрдөн төмөнкү түз сызыктуу мүнөздүү тескери маселени алабыз:

$$V_{tt}(z,t) = V_{zz}(z,t) + g(z)V_z'(z,t) - \left[g(z) + 2\frac{S'(z)}{S(z)}\right] V_t'(z,t), (z,t) \in \Delta(t), \quad (14)$$

$$V(z,t)|_{t=|z|} = S(z), \quad z \in [0,T]. \quad (15)$$

$$V(z,t)|_{z=0} = f(t), \quad t \in [0,2T]. \quad (16)$$

Бул жерде тескери маселе $V(z,t)$, $S(z)$ функциясын $\varepsilon(z)$, $g(z)$ белгилүү функциялары аркылуу аныктоо болуп саналат (алар белгилүү $\mu(z)$ жана $\varepsilon(z)$, функцияларынан көз каранды), белгилүү $f(t)$ функциясы аркылуу - түз маселенин чыгарылышы жөнүндө кошумча маалымат.

Эгерде $S(z)$ функциясы аныкталса, анда төмөнкү формула менен

$$\lambda(z) = -\frac{\varepsilon(z)}{4\pi}\left[g(z) + \frac{2S'(z)}{S(z)}\right], \quad (17)$$

белгисиз $\lambda(z)$ - электр өткөрүмдүүлүк функциясын да аныктай алабыз.

Чектүү айырмачылык ыкмасы менен (14)-(16) маселелерин чыгаруу үчүн тор аймагын киргизели:

$$\Delta_h(T) = \left\{x_i = ih, \quad t_k = kh, \quad h = \frac{T}{2N}; \quad i = \overline{0,N}, \quad ih \le kh \le T - ih\right\},$$

бул жерде h тор кадамы x, t боюнча .

Кээ бир белгилөөлөрдү киргизип, айырмачылык маселесинин чектүү-айырмалык чыгарылышынын (14)-(16) дифференциалдык маселесинин чыгарылышына жакындаштыгын алабыз.

Теорема 2. Мейли (15), (16) тескери дифференциалдык маселенин чыгырылышы жашасын $V(z,t) \in C^4(\Delta(T))$ жана (10) шарты аткарылсын, ошондо тескери маселенин $(\tilde{V}_i^k, \bar{S}_i)$ тургузулган чыгарылыштары (15), (16) тескери маселенин V_i^k, S_i так чыгарылышына O(h) тартиптеги ылдамдык менен жакындашат.

Чектүү айырмачылыктуу регуляризацияланган чечим. Мейли эми түз маселенин чыгарылышы жөнүндө кошумча маалымат $f^\delta(t)$ түрүндө берилсин жана төмөнкү шарт аткарылсын:

$$\left|f(t) - f^\delta(t)\right| < \delta, \qquad \delta\text{- малое число} \quad (18)$$

Анда тескери маселенин $\hat{V}_i^k$ жана $\hat{S}_i^k$ регулярлаштырылган чыгарылышы үчүн төмөнкү формулаларды да алууга болот.

$$\hat{V}_{i+1}^{k,\delta} = \frac{\left(f^{k+i+1,\delta} + f^{k-i-1,\delta}\right)}{2} + h\sum_{p=1}^{i}\sum_{\mu=1}^{p} g_\mu\left(\hat{V}_\mu^{k-i-\mu+2p,\delta} - V_{\mu-1}^{k-i-\mu+2p,\delta}\right) -$$

$$-h\sum_{p=1}^{i}\sum_{\mu=1}^{p} \hat{e}_\mu^\delta\left(V_\mu^{k-i-\mu+2p+1,\delta} - V_\mu^{k-i-\mu+2p-1,\delta}\right),$$

$$i = \overline{1, N-1}; \quad k = \overline{i, N-i}. \quad (19)$$

Кээ бир белгилөөлөрдү колдонуп жана кээ бир баалоону эске алуу менен, биз төмөнкү бааны алабыз

$$Z_{i+1}^{\delta,O(h)} = (\delta + O(h)) \cdot exp(1 + 4TG + 4TE + 4TES). \quad (20)$$

Акыркы баа тескери маселенин чектүү айырмачылыкты регулярлаштырган чыгарылышы үчүн баа болуп эсептелет.

Теорема 3. (14)-(16) түз маселенин чыгарылышы жашасын жана $V(z,t) \in C^4\big(\Delta(T)\big)$, (10) шарты аткарылсын.

Анда тескери маселенин тургузулган чектүү айырмалуу регулярлаштырылган чыгарылышы (14)–(16) тескери маселенин так чыгарылышына O(h) тартиптеги ылдамдыгы менен жакындашат жана (20) баага ээ.

(17) формуладан (7)-(9) баштапкы маселенин чектүү айырмачылыктуу регулярлаштырылган чыгарылышын алабыз:

$$\lambda_i^\delta = -\frac{\varepsilon_i}{4\pi}\left\{\frac{1}{2}\cdot\frac{\left[\frac{c_i^2}{h\varepsilon_i\mu_i}-\frac{c_{i-1}^2}{h\varepsilon_{i-1}\mu_{i-1}}\right]}{\frac{c_i^2}{\varepsilon_i\mu_i}}+\frac{2\left(S_i^\delta-S_{i-1}^\delta\right)}{hS_i^\delta}\right\}=$$

$$= -\frac{\varepsilon_i}{4\pi}\left\{\frac{\left[\frac{c_i^2}{h\varepsilon_i\mu_i}-\frac{c_{i-1}^2}{h\varepsilon_{i-1}\mu_{i-1}}\right]*\varepsilon_i\mu_i}{2c_i^2}+\frac{2S_i^\delta-S_{i-1}^\delta}{hS_i^\delta}\right\}. i=\overline{1,N}$$

Ошентип, бул бөлүмдө телеграфтык теңдеменин бир өлчөмдүү тескери маселесинин чектүү-айырмалык регулярдуу чыгарылышы иштелип чыккан, мында электр өткөрүмдүүлүгү аныкталат жана тескери маселенин так чыгарылышына жакындыгы жөнүндө теорема иштелип чыккан.

Телеграфтык теңдеменин тескери маселесинде электр өткөргүчтү калыбына келтирүүнүн чектүү айырмачылыктуу чыгарылышы тургузулуп, бул чечимдин так чыгарылышка жакындашкандыгы көрсөтүлгөн.

Бешинчи бөлүмдө «Телеграфтык теңдеменин түз жана тескери маселелерин чыгаруунун сандык алгоритми жана ишке ашырылышы» сандык алгоритмдер, 3, 4 - бөлүмдөрдө изилденген телеграфтык теңдеме үчүн бир өлчөмдүү түз жана тескери маселелердин программалык камсыздоосу баяндалган.

Көз ирмемдик жана шнур булактары бар телеграфтык теңдеменин түз маселесинин сандык чечими келтирилген.

$$\frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial t^2} = \frac{\bar{c}^2(z)}{\bar{\varepsilon}(z)\bar{\mu}(z)}\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{4\pi\bar{\lambda}(z)}{\bar{\varepsilon}(z)}\frac{\partial E}{\partial t}, (z,t) \in R_+^2 . \quad (20)$$

бул жерде $E(z,t)$- электр талаасынын чыңалуусу, $\bar{c}(z)$ —толкундун таралуу ылдамдыгы, $\bar{\varepsilon}(z)$, $\bar{\mu}(z)$ —электрдик и магниттик өткөрүмдүүлүк, $\lambda(z) -$ электр өткөргүчтүгү.

Берилген маанилер $\bar{c}(z), \bar{\varepsilon}(z), \bar{\mu}(z), \bar{\lambda}(z)$ аркылуу, ошондой эле коюлган баштапкы жана чектүү шарттар (21) боюнча (20)-дан $E(z,t)$ - электр талаасынын чыңалуусун аныктайбыз,

$$E(z,t)|_{t<0} \equiv 0,\ E_z'(z,t)|_{z=0} = -\frac{1}{2}\delta(t) + r_0\theta(t),\ t \in [0,T], \quad (21)$$

бул жерде $\delta(t) -$ Дирактын дельта функциясы, $\theta(t) -$ Хевисайдтын тета функциясы,

r_0 —оң турактуу.

$E(z,t)$ табуу үчүн б.а. түз маселенин чыгарылышын (20)-(21) түз маселенин маалыматы менен мүнөздөмөдөгү түз маселеге келтирүү керек.

Ошондуктан жаңы x өзгөрүлмөсүн киргизүү керек.

$$x(z) = \int_0^z \frac{\sqrt[2]{\bar{\varepsilon}(\lambda)\bar{\mu}(z)}}{\bar{c}(z)} d\lambda. \tag{22}$$

Төмөнкүдөй түрдөгү шарт аткарылсын

$$x(z) > 0, \lim_{z\to\infty} x(z) = 0. \tag{23}$$

Бул шарт киргизилген $x(z)$ өзгөрүлмөсү өзгөчө экендигине келтирет. Жаңы функцияларды киргизебиз $c\big(x(z)\big) = \bar{c}(z)$, $a\big(x(z)\big) = \bar{\varepsilon}(z)$, $b\big(x(z)\big) = \bar{\mu}(z)$, $u(x(z),t) = E(z,t)$.

Түз маселени карап чыгабыз,

$$\left.\begin{array}{c} u_{tt}(x,t) = u_{xx}(x,t) - \dfrac{\left(\sqrt{a(x)b(x)}\right)_x' \cdot c(x) - \sqrt{a(x)b(x)}\cdot c_x'(x)}{\sqrt{a(x)b(x)}\cdot c(x)} u_x - \dfrac{4\pi d(x)}{a(x)} u_t, \\ x \in R,\ t \in R_+,\ u(x,t)|_{t<0} \equiv 0, \\ u_x(x,t)|_{x=0} = -\dfrac{1}{2}\cdot \dfrac{c(0)}{\sqrt{a(0)b(0)}}\delta(t) + \dfrac{c(0)}{\sqrt{a(0)b(0)}} r_0\theta(t), \end{array}\right\} \tag{24}$$

Бул жерде баштапкы функция $u(x,t)$ функциясы болуп эсептелет, бул $\Delta(T) = \{(x,t) \in R \times R_+,\ x \in (-T/2\,, T/2),\ |x| < t < T\}$ түз маселесин кароо менен чектелсек болот.

Чектүү-айырмачылык чыгарылыш. Тор аймагын киргизебиз

$$\Delta_h(T) = \left\{x_i = ih, \quad i = \overline{0,N}, \quad h = T/2N;\ t = k\tau;\ k = \overline{0,M}, \quad \tau = T/M\right\},$$

h, τ – тордун кадамы x, t боюнча. Мейли $\tau = h$ болсун.

Тор белгилөөлөрүн пайдаланып (24) дифференциалдык маселесинин айырмачылык аналогун жазабыз:

$$\left.\begin{array}{l} u_{t\bar{t}} = u_{x\bar{x}} - 2\dfrac{S_{i+1}-S_{i-1}}{2hS_i} * \dfrac{u_{i+1}^k - u_{i-1}^k}{2h} + \dfrac{4\pi d_i}{a_i} * \dfrac{u_i^k - u_i^{k-1}}{h},\ (x_i, \tau_k) \in \Delta_h(T). \\ u_i^i = S_i,\ i = \overline{0,N}. \end{array}\right\} \tag{25}$$

(25) формула (24) маселенин чектүү-айырмачылык аналогу болуп эсептелет.

Гронулла-Беллмандын барабарсыздыгынын дискреттик аналогун колдонуп төмөнкү бааны алабыз

$$\overline{U}^{k+1} \le O(h) * exp\left[2\frac{\bar{S}}{\underline{S}} + \frac{4\pi\bar{D}h}{\underline{A}}\right]. \tag{26}$$

Ошентип, (25) маселенин болжолдуу чектүү айырмачылык чыгарылышын дифференциалдык маселенин (24) так чыгарылышына жакындашкандыгы далилденген.

Теорема 4. Мейли дифференциалдык маселенин (22) чыгарылышы жашасын жана мейли $u(x,t) \in C^4\big(\Delta(T)\big)$, мейли (20) жана (21) шарттары аткарылсын. Анда чектүү айырмачылык методу менен курулган (25) маселенин болжолдуу

чыгарылышы O(h) тартибинин ылдамдыгы боюнча (24) маселенин так чыгарылышына жакындашат жана (26) баа алынат.

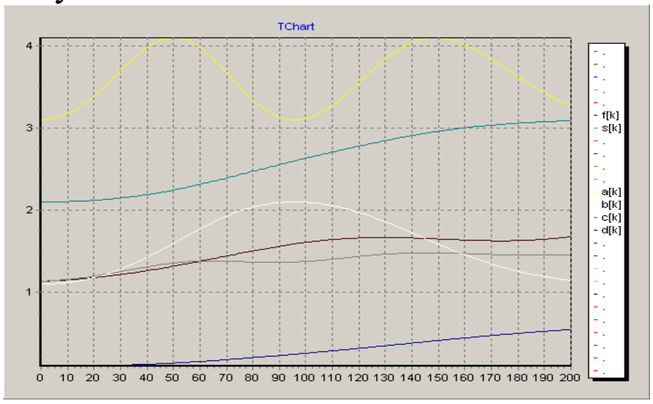
Ошондой эле маселе маалыматтары менен мүнөздөмөлөрдөгү маселеге келтирилген. Чектүү айырмачылык аналогу менен алмаштырылат. Болжолдуу чыгарылыштын так чыгарылышка жакындаганы далилденген.

Түз маселелерди чыгарууда киргизүүчү функцияларга карата $\lambda(x)$ - чөйрөнүн электр өткөрүмдүүлүгүнө, $c(x)$ - толкундун таралуу ылдамдыгына, $\mu(x)$ - магниттик өткөрүмдүүлүккө жана $\varepsilon(x)$ - электр өткөрүмдүүлүккө байланыштуу түз маселени чыгарууда функциялар туруктуу, косинус сымал жана көз ирмемдик функциялар түрүндө алынган.

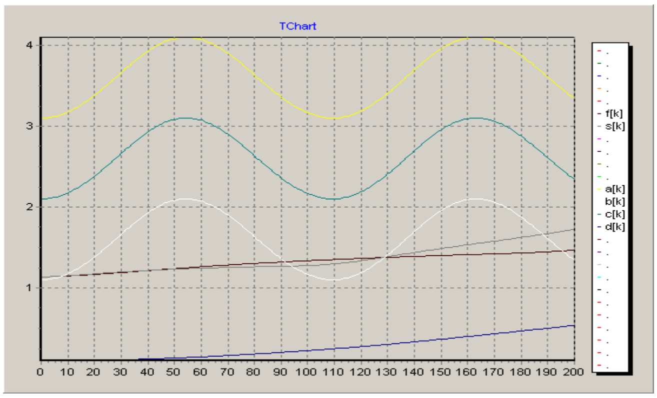
Таблица 5.1. – Түз маселе, эсептөө катасы үчүн тест функциялары

№	Сүрөттүн№	***Функциялар***				Кадамы	Сал. катач.
		$\lambda(x) - epv$- *электро өткөргүч*	$c(x) - srv$- *толкун таралуу ылдамдыгы*	$\mu(x) - \mu ju$- *магниттик өткөрүмдүүлүк*	$\varepsilon(x) - eps$- *электр өткөрүмдүүлүк*		
1.	5.1-сүрөт a)	$1.1\text{-}\cos^2(\beta x)$	$3.1\text{-}\cos^2(1.57x)$	$2.1\text{-}\cos^2(3.14x)$	$4.1\text{-}\cos^2(6.28x)$	0.02	10.66
2.	5.1-сүрөт b)	$1.1\text{-}\cos^2(0.785x)$	$3.1\text{-}\cos^2(\beta x)$	$2.1\text{-}\cos^2(3.14x)$	$4.1\text{-}\cos^2(6.28x)$	0.002	11.55

Түз маселе жогоруда белгилүү болгондой функциялардагы мүнөздөмөлөрдүн маалыматтар менен айырмачылык маселесинен V_i^k - тор функциясын аныктоо болуп эсептелет. Бул маселени эсептөө үчүн биз кошумча функцияны аныктайбыз, б.а. электр талаасынын чыңалуусу жана тор функциясы белгилүү тор функцияларынан көз каранды. 5.1-сүрөттө $d_k = \lambda_k$, c_k, μ_k, ε_k берилген, белгилүү тор функциясынан көз каранды болгон S_k - тор функциясы эсептелген, f_k - тескери маселе үчүн кошумча маалымат.



a)



b)

5.1–сүрөт. Тескери маселе үчүн кошумча маалыматты аныктоо.

(22)-(24) тескери маселелеринин чектүү айырмачылык регулярлаштырылган чыгарылышынын алгоритми:

1. $f^{k,\varepsilon}$ тескери маселеси үчүн кошумча маалыматтын мааниси, (23) формула аркылуу аныкталат, б.а. $f^{k,\varepsilon} = V_0^{k,\varepsilon}, \quad k = \overline{0,N}.$
2. Экинчи катмары төмөнкү формула менен аныкталат: $V_1^{k,\varepsilon} = \dfrac{f^{k+1,\varepsilon} + f^{k-1,\varepsilon}}{2}, \quad k = \overline{1,N-1}$, Тейлордун формуласынан келип чыккан.
3. $S_0^{\varepsilon} = f_0^{\varepsilon}$ и $S_1^{\varepsilon} = f_1^{\varepsilon}$ эсептелет,
4. Андан кийин $V_{i+1}^{k,\varepsilon}, \quad i = \overline{2,N-2}, \quad ih \le kh \le \mathrm{T} - ih$, эсептелет.
5. Ар бир эсептөөдө $S_i^{\varepsilon} = V_i^{i,\varepsilon}, \quad i = \overline{3,N}$ белгисиз маанисин аныктайбыз.
6. $S_x'(x) \approx \dfrac{S_i - S_{i-1}}{h}, \quad R_x'(x) = \dfrac{R_i - R_{i-1}}{h}, \quad i = \overline{1,N}$ эсептейбиз.
7. $d_i = \left[\dfrac{S_i - S_{i-1}}{h \cdot S_{i-1}} + \dfrac{R_i - R_{i-1}}{hR_{i-1}}\right] * \dfrac{a_i}{4\pi}, \quad i = \overline{1,N}$ формуласы аркылуу белгисиз функцияны эсептейбиз.

Сандык компьютердик ишке ашыруу. Ишке ашыруу үчүн ар кандай тесттик функциялары берилген.

$\lambda(z)$– чөйрөнүн электр өткөргүчү, $c(z)$- чөйрөдөгү толкундун таралуу ылдамдыгы, $\mu(z)$-магниттик өткөрүмдүүлүк, $\varepsilon(z)$- диэлектрдик өткөрүмдүүлүк функцияларын беребиз.

Андан кийин $x(z) = \int_0^z R(x)d\xi,$ где $R(x) = \dfrac{\sqrt{a(x)b(x)}}{c(x)}$, формуласы боюнча жаңы өзгөрүлмөлөргө өткөнбүз жана $\lambda(x)$, $c(x)$, $\mu(x)$ и $\varepsilon(x)$ жаңы функцияларын алганбыз алар Delphi компьютердик программасында тиешелүү түрдө $d(x)$, $c(x)$, $b(x)$ и $a(x)$ аркылуу белгилейбиз.

Берилген $a(x)$, $b(x)$, $c(x)$, $d(x)$ функциялары боюнча башында электр талаасынын чыңалуусунун түз маселеси эсептелген жана жакындаштырылган тор функциясы эсептелген V_i^k –түз маселенин чыгарылышы.

Түз маселенин эсептелген чыгарылыштарынан электр талаасынын чыңалуусунун тескери маселеси үчүн кошумча маалымат аныктаганбыз: $f^k = V_0^k, \quad k = 0{,}2N$.

Түз маселени чыгарылышынын туруктуулугу үчүн t өзгөрмөсү боюнча тор кадамын z өзгөрмөсү боюнча тор кадамынын жарымын алганбыз, б.а. $\tau = \dfrac{h}{2}$ эске алабыз.

Ошондуктан, тескери маселени чыгаруу үчүн 2 кадам менен $f^k = V_0^k, \quad k = 0{,}2N$ кошумча маалымат алынган, демек бул жерде айырмачылык схемасынын айлануу ыкмасы колдонулат, бул схеманын нөлдүк катмары.

Экинчи катмардын белгисиздигине байланыштуу биринчи катмарды $V_1^k = \left(f^{k+1} + f^{k-1}\right)/2.$ формуласы боюнча аныктадык.

Андан ары экинчи катмардан $k = 2$ баштап электр катмарынын чыңалуусунун тескери маселеси эсептелет.

Ар бир жолу Delphi программасында тескери маселенин кийинки катмарын эсептөөдө, алар w_i^k белгиленген, биз экинчи формула аркылуу S_i, $i = \overline{0, N}$ аныктайбыз, программада алар Sp_i, $i = \overline{0, N}$ деп белгиленген.

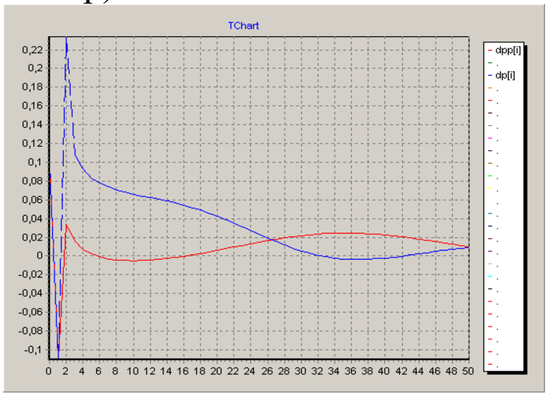
Таблица 5.2. - Тескери маселе үчүн тесттик функциялары, эсептөө катачылыгы

№	Сүреттүн№	*Функциялар*				Кадам	Сал. кат.
		$\lambda(x) - epv$- *электро өткөргүч*	$c(x) - srv$- *толкун таралуу ылдамдыгы*	$\mu(x) - \mu ju$- *магниттик өткөрүмдүүлүк*	$\varepsilon(x) - eps$- *электр өткөрүмдүүлүк*		
1.	5.2-сүрөт a)	$1.1 - \cos^2(\beta x)$	$3.1 - \cos^2(1.57x)$	$2.1 - \cos^2(3.14x)$	$4.1 - \cos^2(6.28x)$	0.005	10.7
2.	5.2-сүрөт b)	$3.1 - \cos^2(1.57x)$	$2.1 - \cos^2(3.14x)$	$4.1 - \cos^2(6.28x)$	$3.1 - \cos^2(1.57x)$	0.0005	8,2
3.	5.3-сүрөт a)	$1.1 - \cos^2(0.785x)$	$3.1 - \cos^2(1.57x)$	$2.1 - \cos^2(\beta x)$	$4.1 - \cos^2(6.28x)$	0,005	10,7
4.	5.3-сүрөт b)	Ступенчатая функция	$3.1 - \cos^2(1.57x)$	$2.1 - \cos^2(\beta x)$	$4.1 - \cos^2(6.28x)$	0,0005	19,3
5.	5.4-сүрөт a) для нефти	$2*10^{-10}$	1,35	1	2,1	0,0002	3,2
6.	5.4-сүрөт b) для газа	10^{-8}	430	1	1,00058	0,0002	3,3

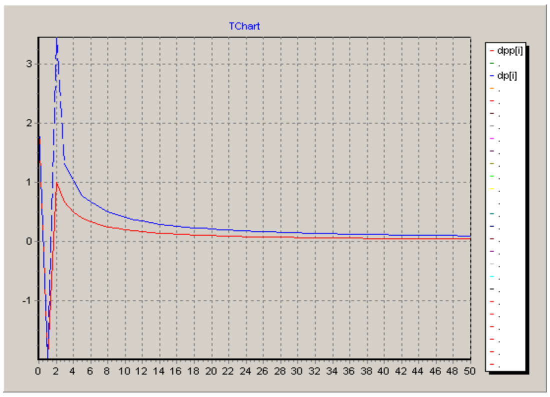
Белгилей кетсек, биз төрт функциянын бирөөсүн гана аныктай алабыз, калган үч функция белгилүү функциялар болушу керек. Белгисиз функцияларды калыбына келтирүү үчүн кээ бир заттардын функцияларынын маанилери маалымдама китептеринде аныкталган.

Графиктер каалаган функциялардын так жана болжолдуу эсептелген маанилерин көрсөтөт, б.а. же $dp(x)$ жана $ddp(x)$ же $cp(x)$ жана $cpp(x)$ же $bp(x)$ жана $bpp(x)$.

5.2-5.4-сүрөттөрүндө биз косинус жана тепкичтүү функцияларын аныктадык (моделдик маалыматтар жана маалымдама китептеринен мунай жана газ боюнча маалыматтар).

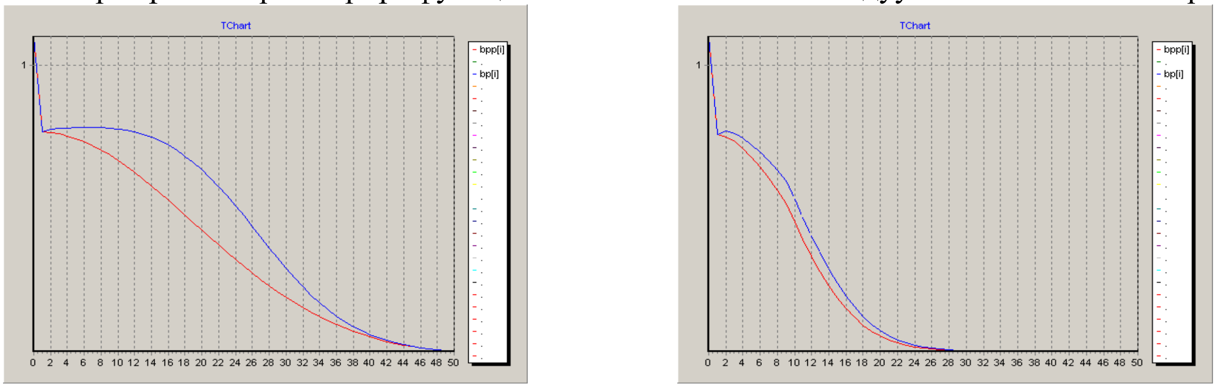


a)



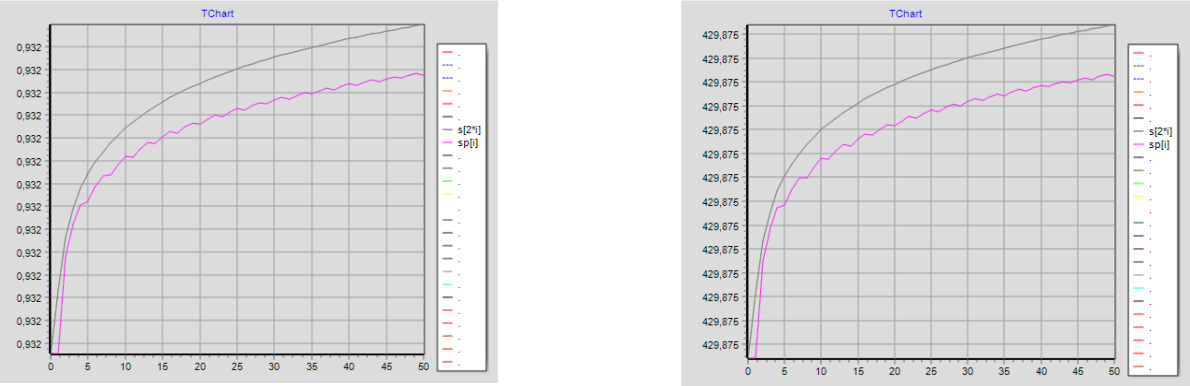
b)

5.2-сүрөт. Чөйрөнүн электр өткөргүч функциясынын так жана болжолдуу эсептелген маанилери.



a) b)

5.3-сүрөт. Магниттик өткөрүмдүүлүк функциясынын так жана болжолдуу эсептелген маанилери.



a) b)

5.4–сүрөт. Мунай жана газ үчүн электр өткөргүч функциясынын так жана болжолдуу эсептелген маанилери.

Бешинчи бөлүмдө көз ирмемдик жана шнур булактары менен электр талаасынын чыңалуусунун бир өлчөмдүү тескери маселесинин болжолдуу сандык чыгарылышынын өзгөчөлүктөрдү бөлүп алуу жана мүнөздөмөлөрдү түздөө ыкмаларын колдонуу менен курулган. Чечүү үчүн аракеттердин ырааттуулугунун алгоритми, электр талаасынын чыңалуусунун бир өлчөмдүү тескери маселеси. Сандык компьютердик ишке ашыруу иштелип чыкты, анын натыйжалары тескери маселенин так жана болжолдуу чечимдеринин графиктери түрүндө алынган, алар салыштырылган жана салыштырмалуу каталары алынган, ошондой эле талданган.

КОРУТУНДУЛАР

1. Телеграфтык теңдеменин эки өлчөмдүү түз жана бир өлчөмдүү тескери маселесинин математикалык модели өркүндөтүлдү. Көз ирмемдик жана чымчым булактар үчүн телеграфтык теңдеменин баштапкы жана чектик шарттары белгиленет.
2. Жалпак чек жана шнур булагы бар телеграф теңдемесинин эки өлчөмдүү түз маселесинин тууралыгы далилденди, б.а. чыгарылыштын жашашы, чыгарылыштын өзгөчөлүгү жана шарттуу туруктуулугу.
3. Электр өткөрүмдүүлүк коэффициенти аныкталган телеграф теңдемесинин бир өлчөмдүү тескери маселесин түз маселени сандык чыгарылыштын жана сандык регулярдуу ччыгарылыштын ыкмалары иштелип чыккан.

4. Телеграфтык теңдеме үчүн бир өлчөмдүү түз жана тескери маселелерди чыгаруунун жана сандык ишке ашыруунун туруктуу сандык алгоритмдери иштелип чыккан, автор тарабынан иштелип чыккан алгоритмди колдонуу мүмкүнчүлүктөрү талданган жана такталган. Сандык эксперименттин жардамы менен бир өлчөмдүү тескери маселелердин чектүү-айырмалык чыгарылышынын ишенимдүүлүгү маселелердин каалаган коэффициенттеринин ар кандай түрлөрү үчүн тесттик мисалдар боюнча көрсөтүлгөн.
5. Телеграфтык теңдеменин бир өлчөмдүү түз жана тескери маселелерин чыгаруу үчүн программалык комплекстер түзүлдү, алар чектүү айырмачылыктын жана чектүү айырманын регуляризацияланган чечүү ыкмаларынын алгоритмдерине негизделген, б.а. физикалык процесстин параметрлеринин бирин калыбына келтирүүгө. Сандык эксперименттердин натыйжалары жакшы тактыкты көрсөттү жана керектүү функцияларды кайра куруудагы салыштырмалуу каталар аныкталды.

ПРАКТИКАЛЫК СУНУШТАР

1. Түзүлгөн математикалык модель, изилденген чектүү айырмачылык ыкмасы жана сандык регулярлаштырылган чыгаруунун ыкмасы толкун процесстеринин түз жана тескери маселелердин башка класстарына колдонулушу мүмкүн.
2. Телеграфтык теңдеменин түз жана тескери маселелери үчүн түзүлгөн алгоритмдер жана аларды ишке ашыруу реалдуу бир тектүү жана бир тектүү эмес чөйрөлөр үчүн колдонулушу мүмкүн.
3. Тескери маселелердин кенен классы үчүн түз жана тескери маселелерди чыгаруунун алгоритмдери жана программаларынын комплекси ишке ашырылышы мүмкүн.
4. Натыйжалар студенттерди жана магистранттарды түз жана тескери маселелерди чыгаруу менен тааныштыруу жана аларды бул багыттагы илимий изилдөөлөргө тартуу үчүн окуу процессинде колдонулушу мүмкүн.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН ТЕМАСЫ БОЮНЧА ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. **Кокозова, А. Ж.** Единственность решения двумерной прямой задачи телеграфного уравнения с мгновенным и шнуровым источниками [Текст] / А. Ж. Кокозова // Изв. ВУЗов (Кыргызстан). – 2015. – № 11. – С. 19-23. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=30107799
2. **Кокозова, А. Ж.** Конечно-разностный алгоритм определения магнитной проницаемости телеграфного уравнения с мгновенным и шнуровым источником [Текст] /Кокозова А.Ж., Сатыбаев А.Дж., Култаев Т.Ч.// 12-й международный Азиатский школа-семинар. Проблемы оптимизации сложных систем.- Новосибирск, 2016-№4(60). – С.109-114. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим

доступа: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=28411369
3. **Кокозова, А. Ж.** Доказательство существования решения двумерной прямой задачи телеграфного уравнения с мгновенным и шнуровым источником [Текст] /Кокозова А.Ж., Сатыбаев А.Дж., //Известия КГТУ им.И.Раззакова. 2017 - № 1(41)- С.113-123. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29004702
4. **Кокозова, А. Ж.** Практические приложения задачи телеграфного уравнения и методы их решения [Текст] / Кокозова А.Ж. // Наука и новые технологии. 2014 - №7 – С.30-36. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29298738
5. **Кокозова, А. Ж.** Математические модели двумерной прямой и обратной задачи телеграфного уравнения и их численные методы решения / Кокозова А.Ж. [Текст] // Вестник КГУСТА им. Н.Исанова. 2017 - №1(55) – С.168-175. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29659447
6. **Кокозова, А. Ж.** Об одном существовании решения двумерной прямой задачи телеграфного уравнения с мгновенным и шнуровым источником / Кокозова А.Ж., Сатыбаев А.Дж., [Текст] //Известия КГТУ им.И.Раззакова. 2017 - № 2(42)- С.71-82. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=30273998
7. **Кокозова, А. Ж.** Восстановление электропроводимости в обратной задаче телеграфного уравнения с мгновенным источником и плоской границей / Сатыбаев А.Дж., Кокозова А.Ж. [Текст] //Вестник КРСУ. 22018 - № 8, Том 18 – С. 26-30. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36486813
8. **Кокозова, А. Ж.** Существование решения двумерной прямой задачи волновых процессов с мгновенным и шнуровым источниками / Сатыбаев А.Дж., Анищенко Ю.В., Кокозова А.Ж., Алимканов А.А. [Текст] // Межд-ная конфер-я «Математика в современном мире», посвящ-я 60-лет-ю инстит.матем. им. С.Л.Соболева. Новосибирск, 2017 – С.326. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36658676
9. **Кокозова, А. Ж.** Численное определение емкости мембраны в задаче распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / Сатыбаев А.Дж., Кокозова А.Ж. // Медикус. Изд-во «Научн. обозрение». № 5(17), 2017 – С.14-22. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38582015
10. **Кокозова, А. Ж.** Численное решение, алгоритм и компьютерная реализация одномерной обратной задачи напряженности электрического поля / Кокозова А.Ж., Сатыбаев А.Дж., Асилбеков Т.М. [Текст] // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. № 12, 2019 – С.3-26. – То же: [Электронный ресурс]. –

Режим доступа: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43930770

11. **Кокозова, А. Ж.** Конечно-разностный регуляризованный метод решения одномерной обратной задачи телеграфного уравнения с мгновенным источником и с плоской границей [Текст] / Сатыбаев А.Дж., Кокозова А.Ж., Анищенко Ю.В., Алимканов А.А. // Проблемы оптимизации сложных систем. Мат-лы XIV Междунар-й Азиатской школы-семинар, 2018 – С. 192-201. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37014712
12. **Кокозова, А. Ж.** Численное решение прямой задачи телеграфного уравнения с мгновенным и шнуровым источниками [Текст] / Кокозова А.Ж. // Вестник КазНПУ им.Абая, Алматы. №4(60). 2017 – С.136-142. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://library2.kaznpu.kz/index.php/repozitorij/vestniki/171-vestnik-kaznpu-im-abaya
13. Numerical solution of a two-dimensional direct problem of the wave process [Text] / A. D. Satybaev, **A. Zh. Kokozova**, Y. V. Anishchenko, A. A. Alimkanov // AIP Conference Proceedings. 4. "International Conference on Analysis and Applied Mathematics, ICAAM 2018". – 2018. – P. 020045. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.5049039
14. The uniqueness of the solution of the two-dimensional direct problem of a wave process with an instantaneous source and a flat boundary [Text] / A. D. Satybaev, Y. V. Anishchenko, **A. Zh. Kokozova**, A. A. Alimkanov // AIP Conference Proceedings. "International Conference on Analysis and Applied Mathematics, ICAAM 2018". – 2018. – P. 020063. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.5049057
15. Development of a Finite-difference Regularized Solution of the One-Dimensional Inverse Problem of the Wave Process [Text] / A. D. Satybaev, Y. V. Anishchenko, A. Zh. Kokozova [and other] // American Journal of Applied Mathematics. – 2020. – Vol. 8, Issue 2. – P. 64-73. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.applmath.org/article/148/10.11648.j.ajam.20200802.13
16. **Свид. 724** Кыргызская Республика, Программа решения одномерных прямых задач телеграфного уравнения, [Текст] / **Кокозова А.Ж.**, А.Дж. Сатыбаев, Т.М. Асилбеков; Бишкек. ГСИСиИ при правительстве КР (Кыргызпатент). – №20220001.6; заявл. 10.01.22; опубл. 01.10.19, Бюл. – С. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://patent.kg/wp-content/uploads/2022/04/%D0%98%D0%9C-42022.pdf
17. **Свид. 726** Кыргызская Республика, Программа решения одномерных обратных задач телеграфного уравнения, [Текст] / **Кокозова А.Ж.**, А.Дж. Сатыбаев, Т.М.Асилбеков; Бишкек. ГСИСиИ при правительстве КР (Кыргызпатент). - №20220003.6; заявл. 14.02.22; опубл. 01.10.19, Бюл. – С. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа:

http://patent.kg/wp-content/uploads/2022/04/%D0%98%D0%9C-42022.pdf

Кокозова Айнагул Жылкычыевнанын «Телеграфтык теңдеменин тескери жана түз маселелеринин сандык регуляризацияланган чыгарылышы жана математикалык моделин иштеп чыгуу» темасындагы 05.13.18 – математикалык моделдөө, сандык методдору жана программалык комплекстери адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты илимий даражасын алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Негизги сөздөр: Математикалык модель, телеграфтык теңдеме, түз жана тескери маселе, сандык регуляризацияланган чечим, чектүү айырмачылык регуляризацияланган ыкмасы, сандык алгоритм, чечимдин чиймеси.

Изилдөөнүн объектиси: Изилдөөнүн негизги объектиси катары телеграфтык теңдеме үчүн тескери маселелердин ар кандай формулировкасы тандалган.

Изилдөөнүн предмети: Изилдөөнүн предмети болуп телеграфтык теңдеменин түз жана тескери маселелеринин математикалык модели, сандык регуляризацияланган чечими, чечимдин алгоритми, программалык комплекси эсептелинет.

Изилдөөнүн максаты: Диссертациялык иш телеграфтык теңдеменин түз жана тескери маселесинин математикалык моделин жакшыртууга, телеграфтык теңдеменин бир өлчөмдүү жана эки өлчөмдүү түз маселесинин сандык чыгарылышынын жана тескери маселенин сандык регулярдуу чыгарылышынын ыкмаларын иштеп чыгууга арналган, ошондой эле аны компьютердик ишке ашыруу.

Изилдөөнүн ыкмалары: Телеграфтык теңдеменин түз жана тескери маселелерин чечүү үчүн мүнөздөмө ыкмасы, өзгөчөлүктөрдү бөлүп алуу ыкмасы, чектүү айырмачылык ыкмасы жана чектүү айырмачылык регуляризацияланган ыкмасы колдонулат.

Алынган натыйжалар жана алардын жаңылыгы: Телеграфтык теңдеменин эки өлчөмдүү түз маселелерин чечүүгө мамиле сунушталды; уникалдуулук теоремасы, жакындашуу теоремасы далилденип, эки өлчөмдүү түз маселенин чектүү-айырмалык чечиминин туруктуулугунун баасы алынат; телеграфтык теңдеменин бир катар бир өлчөмдүү тескери теңдемелери үчүн чектүү-айырмалык чечиминин шарттуу туруктуулугунун баалары алынат жана так чечимге жакындашуу көрсөтүлөт; телеграфтык теңдеменин бир өлчөмдүү тескери маселесин чечүүнүн сандык регуляризацияланган ыкмасы иштелип чыккан; берилген тапшырмаларды чечүүнүн сандык алгоритмдери иштелип чыккан жана компьютерде ишке ашырылган.

Колдонуу чөйрөсү: Телеграфтык теңдеменин бир өлчөмдүү түз жана тескери маселелерин чечүүнүн иштелип чыккан ыкмасы жана анын программалык комплекси түрүндөгү математикалык камсыздоо сейсмикалык, электродинамикалык,

электромагниттик талаалар, геоэлектрика ж.б. практикалык маселелерди чечүүдө колдонулушу мүмкүн.

РЕЗЮМЕ

диссертации Кокозовой Айнагул Жылкычыевны на тему: «Разработка математической модели и численное регуляризованное решение обратной и прямой задачи телеграфного уравнения» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Ключевые слова: Математическая модель, телеграфное уравнение, прямая и обратная задача, численное регуляризованное решение, конечно-разностный регуляризованный метод, численный алгоритм, графики решений.

Объект исследования: В качестве основного объекта исследования выбраны различные постановки обратных задач для телеграфного уравнения.

Предмет исследования: Предметом исследования являются математическая модель прямой и обратной задачи телеграфного уравнения, численное регуляризованное решение, алгоритм решения, программный комплекс.

Цель исследования: Диссертационная работа посвящена усовершенствованию математической модели прямой и обратной задачи телеграфного уравнения, разработка методов численного решения одномерной и двумерной прямой задачи и численного регуляризованного решения обратной задачи телеграфного уравнения, а также его компьютерная реализация.

Методы исследования. Для решения прямых и обратных задач для телеграфного уравнения используются метод характеристик, метод выделения особенностей, конечно-разностный метод и конечно-разностный регуляризованный метод.

Полученные результаты и их новизна: предложен подход к решению двумерных прямых задач телеграфного уравнения; доказаны теоремы единственности, теоремы сходимости и получены оценка устойчивости конечно-разностного решения двумерной прямой задачи; для ряда одномерных обратных задач телеграфного уравнения получены оценки условной устойчивости конечно-разностного решения и показана сходимость к точному решению; разработан метод численного регуляризованного решения одномерной обратной задачи телеграфного уравнения; разработаны численные алгоритмы решения на поставленные задачи и реализованы на компьютере.

Область применения: Разработанный метод решения одномерных прямых и обратных задач и ее математическое обеспечение в виде комплекса программ могут найти применение в решении практических задач сейсмики, геоэлектрики, электродинамики, электромагнитных полей и т.д.

SUMMARY

dissertation of Kokozova Ainagul Zhylkychyevna on the topic: "Development of a

mathematical model and numerical regularized solution of the inverse and direct problem of the telegraph equation" for the degree of candidate of physical and mathematical sciences in the specialty 05.13.18 - mathematical modeling, numerical methods and software packages

Keywords: Mathematical model, telegraph equation, direct and inverse problem, numerical regularized solution, finite-difference regularized method, numerical algorithm, graphs of solutions.

Object of study: Various formulations of inverse problems for the telegraph equation are chosen as the main object of study.

Subject of research: The subject of research is the mathematical model of the direct and inverse problem of the telegraph equation, numerical regularized solution, solution algorithm, software package.

Purpose of the research: The dissertation work is devoted to the improvement of the mathematical model of the direct and inverse problem of the telegraph equation, the development of methods for the numerical solution of the one-dimensional and two-dimensional direct problem and the numerical regularized solution of the inverse problem of the telegraph equation, as well as its computer implementation.

Research methods. To solve direct and inverse problems for the telegraph equation, the method of characteristics, the method of extracting singularities, the finite-difference method, and the finite-difference regularized method are used.

The results obtained and their novelty: An approach to solving two-dimensional direct problems of the telegraph equation is proposed; uniqueness theorems and convergence theorems were proved, and a stability estimate for a finite-difference solution of a two-dimensional direct problem was obtained; for a number of one-dimensional inverse problems of the telegraph equation, estimates of the conditional stability of finite difference solution and convergence to the exact solution is shown; a method for the numerical regularized solution of the one-dimensional inverse problem of the telegraph equation was developed; Numerical algorithms for solving the assigned tasks have been developed and implemented on a computer.

Application area: The developed method for solving one-dimensional direct and inverse problems and its software in the form of a software package can be used in solving practical problems of seismic, geoelectrics, electrodynamics, electromagnetic fields, etc.

Кокозова Айнагул Жылкычыевна

Телеграфтык теңдеменин тескери жана түз маселелеринин сандык регуляризацияланган чыгарылышы жана математикалык моделин иштеп чыгуу

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын Авторефераты

Печатка кол коюлду: 04.11.2022
Формат 60x84/16. Көлөмү 1,4 п.б.
Бумага офсетная. Тираж 50 шт.