Министерство образования и науки Кыргызской Республики

Кыргызский Государственный технический университет им.И.Раззакова

Кыргызско-Российский Славянский университет имени Б.Ельцина

Диссертационный совет Д 01.22.652

На правах рукописи

УДК 532. 546 + 518.5

Маданбекова Эльмира Эсенбековна

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ УРОВНЕМ ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ СЛОИСТОМ СТРОЕНИИ ВОДОНОСНЫХ ПЛАСТОВ

Специальность 01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Бишкек-2023

Работа выполнена на кафедре «Математики и информатики, технологии обучении» Иссык-Кульского Государственного университета им.К.Тыныстанова

Научный руководитель: **Мурзакматов М.У.**, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики и информатики, технологии обучении

Официальные оппоненты: **Бекетаева Асель Орозалиевна**, доктор физико-математических наук, доцент кафедры “Математическое и компьютерное моделирование” КазНУ им. аль-Фараби

Мукамбаев Нурбек Жээмбаевич

кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры «Информационные системы и технологии» Международной Академии Управления, Права, Финансов и Бизнеса

Ведущая организация: Кыргызский государственный университет имени И.Арабаева, кафедра Прикладной информатики, 720026, г.Бишкек, ул. Раззакова 51 А

Защита состоится 3-ноября 2023 года в 14:00 часов на заседании диссертационного Совета Д 01.22.652 по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук при Кыргызском Государственном техническом университете им. И. Раззакова и Кыргызско-Российском Славянском университете им. Б. Ельцина по адресу: 720044, Кыргызская Республика, г. Бишкек, пр. Ч. Айтматова, 66, КГТУ им. И. Раззакова, малый актовый зал (МАЗ, аудитория 1/257).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеках Кыргызского Государственного технического университета им. И. Раззакова по адресу: 720044, Кыргызская Республика, г. Бишкек, пр. Ч. Айтматова, 66 и Кыргызско-Российского Славянского университета им. Б.Ельцина по адресу: 720000, Кыргызская Республика, г. Бишкек, ул. Киевская 44 и на сайте www.vak.kg

Автореферат разослан 18- сентября 2023г.

Ученый секретарь диссертационного совета,

кандидат физико-математических наук, доцент Т.Т. Кожошов

Общая характеристика работы

Диссертационная работа посвящена построению математической модели распределенного оптимального управления уровнем грунтовых вод в слоистых водоносных пластах и разработке алгоритмов численной реализации оптимизационных задач с применением метода регуляризации.

Актуальность темы диссертации. В настоящее время проблема управления водными ресурсами, в т.ч. ресурсами подземных вод, приобретает особую актуальность в связи с уменьшением их пресных запасов. За последние годы в Кыргызской Республике масштабы гидротехнического и гидромелиоративного строительства сократились, а инфраструктура таких объектов изнашивается, выходит из строя, что приводит к заболачиванию и засолению земель. Сохранение, воспроизводство и рациональное использование плодородия земель сельскохозяйственного назначения является актуальной проблемой, требующей принятия эффективных решений и действий.

Высокий темп развития современных технологий приводит к необходимости исследования физических процессов, происходящих в природе и производстве, что предполагает построение адекватных математических моделей и их дальнейшее усовершенствование. Моделируемые процессы, как правило, управляемы, а потому естественным образом возникает вопрос о нахождении наилучшего в том или ином смысле оптимального управления. Для модели движения подземных вод смысл задачи оптимального управления − эффективное регулирование потоков грунтовых вод в системе пластов.

Постановка задачи математического моделирования и управления мелиоративными системами требует системного подхода. Полная проблема моделирования процесса является сложной, далеко еще не решенной. Поэтому здесь мы ограничились моделированием движения подземных вод в слоистых пластах и применением метода теории оптимального управления для обеспечения необходимого уровня грунтовых вод (УГВ).

Тема диссертации связана с научными программами «Разработка принципов, методов, технических средств и базовой информационной системы прогнозирования экологического состояния подземной гидросферы», выполненной в Институте автоматики НАН КР в 1998-2005 гг. (№ госрегистрации 000093) и «Исследование динамики подземных вод численными методами», выполненной на кафедре прикладной математики ЫГУ им. К. Тыныстанова в 2005-2011 гг. (№ госрегистрации 0004241).

Цель диссертации состоит в разработке алгоритмов решения задач оптимального управления УГВ для случая слоистого строения водоносных пластов.

Задачи диссертационной работы заключались:

− в анализе существующих технологий и теоретических работ по математическому моделированию прогнозных задач динамики подземных вод;

− в исследовании математической модели оптимального регулирования потоков грунтовых вод в системе пластов как задачу оптимального управления решениями начально-краевой задачи для систем уравнений движения подземных вод в слоистых пластах;

− в разработке на базе современных приближенных методов математики алгоритмов решения задач оптимального управления УГВ;

− в реализации разработанных алгоритмов в виде комплекса программ и проведении вычислительных экспериментов.

Научная новизна. Разработаны устойчивые алгоритмы решения задач оптимального управления УГВ в слоистых пластах. Показано существование единственного оптимального управления решениями начально-краевой задачи для системы дифференциальных уравнений фильтрации жидкости в многослойных средах.

Методы исследования. В работе используются методы решения систем дифференциальных уравнений в частных производных, методы математического моделирования движения подземных вод, методы теории оптимального управления, методы решения некорректных задач.

Теоретическая и практическая значимость. Исследование задач эффективного регулирования течениями грунтовых вод, основанные на методах теории оптимального управления и теории некорректных задач, является важным приложением указанных методов в практике гидрогеологических расчетов. Разработаны и реализованы с помощью комплекса программ для ЭВМ алгоритмы численного решения задач оптимального управления УГВ для случая слоистого строения водоносных пластов.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту:

− разработаны алгоритмы численного решения систем нелинейных двумерных дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа;

− построена математическая модель оптимального регулирования потоками грунтовых вод в системе пластов. Показана однозначная разрешимость задачи оптимального управления решениями начально-краевой задачи для системы дифференциальных уравнений, описывающих движение подземных вод в многослойной среде;

− получены необходимые условия оптимальности управления исследуемых задач;

− разработаны и реализованы с помощью комплекса программ для ЭВМ алгоритмы численного решения исследуемых задач.

Достоверность и обоснованность научных положений и результатов диссертации подтверждаются корректностью применения апробированного математического аппарата, проверялись с помощью вычислительных экспериментов путем сопоставления приближенных результатов с известными точными значениями искомых параметров. Близость известных решений и решений, полученных приближенными методами, является подтверждением их надежности и практической оценкой точности.

Личный вклад соискателя. Изучение и анализ существующих методов решения прогнозных задач гидрогеологии. Разработка алгоритмов и программ приближенного решения систем дифференциальных уравнений, описывающих фильтрацию жидкости в слоистых пластах. Применение методов оптимального управления к задачам регулирования течениями грунтовых вод. Количественный и качественный анализ результатов и обсуждение итогов проведенных вычислительных экспериментов.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты исследований диссертационной работы обсуждались на различных научных семинарах и конференциях: на II Международной конференции «Проблемы управления и информатики» (Бишкек, 2007г.); на Международной научно-технической конференции «Наука, образование, инновации: приоритетные направления развития», посвященной 55-летнему юбилею Кыргызского государственного технического университета им. И.Раззакова (Бишкек, 2009); на Международной научно-технической конференции «Прикладная математика и механика: проблемы и перспективы» и Республиканской конференции «Межэтническая солидарность и развитие культуры» (Бишкек, 2011); на Международной конференции «Информационные технологии и математическое моделирование в науке, технике и образовании», посвященной 70-летию академика НАН КР А. Жайнакова (Бишкек, 2011); на Международной научно-практической конференции, посвященной 110-летию Касыма Тыныстанова − просветителя и ведущего общественного деятеля Кыргызской Республики, основателя филологической науки «Актуальные проблемы науки и высшего образования» (Каракол, 2011); на научно-практической конференции “Прикладная математика и механика: проблемы и перспективы”, посвященной 85-летию со дня рождения профессора Рахима Усубакунова (КГТУ им. И. Раззакова, Бишкек, 2014); на VII ежегодной летней школе ученых-механиков Кыргызстана (Каракол, 2008 г.); на семинарах кафедры прикладной математики ЫГУ им.К.Тыныстанова и на научном семинаре секции физико-математических и технических наук НТС ЫГУ.

Опубликованность результатов. Содержание диссертации изложены в 13 научных статьях, опубликованных в рецензируемых научных журналах.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения, изложенных на 117 страницах машинописного текста, содержит 9 таблиц, 10 рисунков и список использованной литературы из 88 наименований.

Краткое содержание диссертации

Во введении обосновывается актуальность темы исследования; определяется цель работы; описаны методы исследования, теоретическая и практическая значимость проведенного исследования; дается обзор литературы по исследуемой проблематике.

Глава I

Математическое модедирование движения подземных вод

В §1.1 дана краткая справка о математическом моделировании в теории фильтрации подземных вод.

В § 1.2 дан вывод уравнений фильтрации подземных вод в слоистых пластах.

В § 1.3 дана постановка задачи оптимального управления уровнем грунтовых вод.

Задачу обеспечения наилучшего уровня грунтовых вод можно решать методами оптимизации, в частности, методом оптимального управления.

В общем случае оптимизационная задача сводится к минимизации некоторого функционала

$J(f, u) \to min$ при ограничениях $u \in U$.

В этой формуле J называется целевым функционалом; $f-$ управляющими параметрами или управлением; $U-$ множеством допустимых решений; $u-$ фазовыми координатами.

Применительно к нашей задаче целевым является функционал

$$J(f,h) = \iint_D [h(x,y,t_0; f(x,y,t_0)) - \varphi(x,y)]^2\, dxdy, \quad (1.1)$$

а ограничениями служит система уравнений (1.2), (1.3)

$$\mu \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(T_h \frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(T_h \frac{\partial h}{\partial y}\right) + f, \quad (1.2)$$

$$\mu_{упр} \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(T \frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(T \frac{\partial H}{\partial y}\right) + \chi_z{}'(H_1 - H) + \chi_z{}''(H_2 - H), \quad (1.3)$$

где $h(x,y,t)-$ УГВ; $f(x,y,t)-$ управляющая функция; $\varphi(x,y)-$ заданная функция; t_0- заданное время; $D-$ область фильтрации.

Задача минимизации функционала (1.1) называется устойчивой, если всякая минимизирующая последовательность $\{h^k\}$ сходится к функции $h_{опт}(x,y) \approx \varphi(x,y)$. Для нахождения элемента $h_{опт}$ можно использовать методы прямой минимизации функционала J, в которых при помощи какого-либо алгоритма конструируется минимизирующая последовательность $\{h^k\}$. При этом элементы h_k, для которых $J(f,h_k)$ достаточно близко к нулю, трактуются как приближенные значения искомого элемента $h_{опт}$.

Большое значение при решении некорректных задач имеет их правильная постановка. В вопросе постановки некорректных задач принципиально важное значение имеют работы А.Н.Тихонова, М.М.Лаврентьева и В.К.Иванова.

Поскольку задача минимизации функционала (1.1) некорректна, согласно теории регуляризации А.Н.Тихонова эта задача сводится к минимизации следующего сглаживающего функционала

$$J(f, h) = \iint_D [h(x,y,t_0; f(x,y,t_0)) - \varphi(x,y)]^2\, dxdy + \alpha\,\Omega(f), \quad (1.4)$$

где $\Omega(f)-$ регуляризирующий оператор, $\alpha-$ так называемый коэффициент регуляризации.

Регуляризатор $\Omega(f)$ выражает дополнительную информацию об искомой функции $f(x,y,t)$. Если известно, что искомая функция должна быть гладкой, то функционал $\Omega(f)$ зависит от производных функций f; а если такая информация отсутствует, то мы можем считать искомое решение нормальным, т.е. искомая функция f должна иметь наименьшую нормаль; может быть использованы и другие ее свойства. Выбор регуляризирующего оператора $\Omega(f)$ зависит от физического содержания поставленной задачи. В любом случае задача минимизации функционала (1.4) при надлежащем выборе коэффициент регуляризации α является устойчивой.

Глава II

Численное решение задач фильтрации подземных вод в многослойных пластах

В § 2.1 рассматривается применение метода конечных элементов (МКЭ) к решению задач установившейся фильтрации в многослойных пластах.

Рассмотрим установившееся движение подземных вод в многослойном пласте, состоящем из основного хорошо проницаемого напорного горизонта, покрытого малопроницаемой покровной толщей и подстилаемого снизу слабопроницаемой прослойкой, через которую происходит связь с нижележащим водоносным горизонтом в жестком режиме (рис.1). При расчетах фильтрации в слоистых водоносных системах обычно используются общие предпосылки перетекания, в которых предполагается, что движение через раздельные относительно малопроницаемые слои происходит только по вертикали, а в хорошо проницаемых слоях – только по горизонтали.

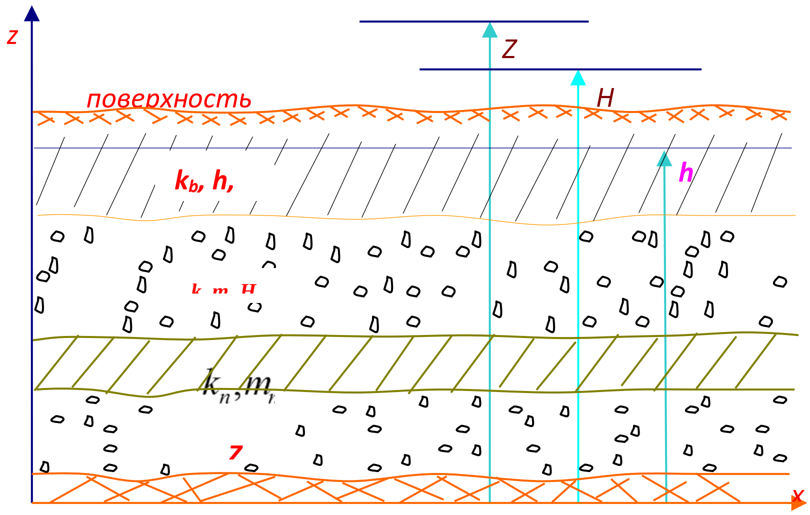


Рис.1. Схема строения многослойных пластов

Движение подземных вод в многослойной среде с учетом указанных предпосылок описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$
\begin{cases}
-\dfrac{\partial}{\partial x}\left[k_b(h-b)\dfrac{\partial h}{\partial x}\right]-\dfrac{\partial}{\partial y}\left[k_b(h-b)\dfrac{\partial h}{\partial y}\right]+k_b\dfrac{h-H}{h-b}=f, \\
\dfrac{\partial}{\partial x}\left(T\dfrac{\partial H}{\partial x}\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(T\dfrac{\partial H}{\partial y}\right)+k_b\dfrac{h-H}{h-b}-\dfrac{k_{п}}{m_{п}}\left(H-Z\right)=W, \quad (x,y)\in D,
\end{cases} \tag{2.1}
$$

где *h(x, y), H(x, y)* и *Z(x, y)* – отметки УГВ в верхнем слое и напоров в основном и нижележащем напорных пластах соответственно; *T(x, y)* – водопроводимость основного водоносного горизонта; $k_b(x,y)$, $k(x,y)$ и $k_{п}=const$ – коэффициенты фильтрации верхнего, основного и слабопроницаемого пластов соответственно; *в(x,y)* – поверхность раздела покровного и основного напорного слоев; *m(x,y)* и $m_{п}(x,y)$ – мощности напорного и слабопроницаемого пластов; *f(x, y)* – функция инфильтрации; *W(x,y)* – функция, учитывающая работу эксплуатационных скважин, отбирающих воды основного водоносного горизонта.

Граничные условия для уравнений (2.1) имеют вид

$$
T_b\frac{\partial h}{\partial n}+\beta_b h=\alpha_b, \tag{2.2}
$$

$$
T\frac{\partial H}{\partial n}+\beta H=\alpha, \qquad (x,y)\in S=\partial D. \tag{2.3}
$$

Здесь

$$
T(x,y)=k(x,y)m(x,y), \quad T_b=k_b\left(h-b\right), \tag{2.4}
$$

$\beta_b(x,y), \beta(x,y), \alpha_b(x,y)$ *и* $\alpha(x,y)$ – заданные функции, D – область фильтрации в плане, S – ее граница, $\partial/\partial n$ – производная по нормали к границе области.

Задача (2.1) – (2.3) решается методом конечных элементов. Разобьем область D на m треугольных элементов и представим искомые функции $h(x,y)$ и $H(x,y)$ в виде разложения

$$
h(x,y)\approx h_n(x,y)=\sum_{j=1}^{n}h_j N_j(x,y), \tag{2.5}
$$

$$
H(x,y)\approx H_n(x,y)=\sum_{j=1}^{n}H_j N_j(x,y), \tag{2.6}
$$

где $h_j=h(x_j,y_j)$, $H_j=H(x_j,y_j)$ - значения искомых функций в узлах сетки; $N_j(x,y)=a_j+b_jx+c_jy$ - линейные базисные функции; n - число узлов сетки.

Представим уравнения (2.1) в виде

$$
-\frac{\partial}{\partial x}\left(T_b\frac{\partial h}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(T_b\frac{\partial h}{\partial y}\right)+Q_b h=F_b, \qquad (x,y)\in D, \tag{2.7}
$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(T\frac{\partial H}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(T\frac{\partial H}{\partial y}\right)+QH=F, \qquad (x,y)\in D, \tag{2.8}$$

где

$$Q_b=\frac{k_b}{h-b}, \quad Q=Q_b+\frac{k_n}{m_n}, \quad F_b=f+Q_bH, \quad F=-W+Q_bh+\frac{k_nZ}{m_n}. \tag{2.9}$$

Образуя начальные приближения $h^{(0)}(x, y)$ и $H^{(0)}(x, y)$, подставим их в формулы (2.4) и (2.9) вместо функций h и H и решаем уравнения (2.7) и (2.8) совместно с краевыми условиями (2.2) и (2.3) соответственно. Обозначим полученные решения через $h^{(1)}$ и $H^{(1)}$, подставим их в формулы (2.4) и (2.9), и, решая задачи (2.7), (2.2) и (2.8), (2.3), находим следующие приближения $h^{(2)}$ и $H^{(2)}$ и т.д. Итерационный процесс продолжим до выполнения каждого из условий

$$\max_i\left|h_i^{(\nu+1)}-h_i^{(\nu)}\right|<\varepsilon \quad , \quad \max_i\left|H_i^{(\nu+1)}-H_i^{(\nu)}\right|<\varepsilon, \tag{2.10}$$

где ν - номер итерации; $i=1,2,3,\dots,n$; $\varepsilon>0$ – заданное малое число.

Подставляем в уравнения (2.7) и (2.8) и краевые условия (2.2) и (2.3) вместо h и H функции h_n и H_n и применяем обобщенный принцип Галеркина:

$$\iint_D N_i(x,y)\left[-\frac{\partial}{\partial x}\left(T_b\frac{\partial h_n}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(T_b\frac{\partial h_n}{\partial y}\right)+Q_bh_n-F_b\right]dxdy+\int_S N_i(x,y)\left(T_b\frac{\partial h_n}{\partial n}+\beta_bh_n-\alpha_\beta\right)ds=0,$$
$$i=1,2,\dots,n,$$

$$\iint_D N_i(x,y)\left[-\frac{\partial}{\partial x}\left(T\frac{\partial H_n}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(T\frac{\partial H_n}{\partial y}\right)+QH_n-F\right]dxdy+\int_S N_i(x,y)\left(T\frac{\partial H_n}{\partial n}+\beta H_n-\alpha\right)ds=0,$$
$$i=1,2,\dots,n.$$

Используя формулу Грина, получаем системы уравнений

$$\iint_D T_b\left(\frac{\partial N_i}{\partial x}\frac{\partial h_n}{\partial x}+\frac{\partial N_i}{\partial y}\frac{\partial h_n}{\partial y}\right)dxdy+\iint_D N_iQ_bh_n\,dxdy+\int_S N_i\beta_bh_n\,ds=\iint_D N_iF_b\,dxdy+\int_S N_i\alpha_b\,ds,$$
$$i=1,2,\dots,n,$$

$$\iint_D T\left(\frac{\partial N_i}{\partial x}\frac{\partial H_n}{\partial x}+\frac{\partial N_i}{\partial y}\frac{\partial H_n}{\partial y}\right)dxdy+\iint_D N_iQH_n\,dxdy+\int_S N_i\beta H_n\,ds=\iint_D N_iF\,dxdy+\int_S N_i\alpha\,ds,$$
$$i=1,2,\dots,n,$$

или, в силу разложений (2.5) и (2.7) приходим к системам линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

$$\sum_{j=1}^{n}a_{ij}h_j=b_i, \quad i=1,2,\dots,n \tag{2.11}$$

и

$$\sum_{j=1}^{n}A_{ij}H_j=B_i, \quad i=1,2,\dots,n, \tag{2.12}$$

где

$$a_{ij} = \iint\limits_D T_b q(N_i, N_j) dxdy + \iint\limits_D Q_b N_i(x,y) N_j(x,y) dxdy + \int\limits_S \beta_b N_i(x,y) N_j(x,y) ds,$$

$$b_i = \iint\limits_D F_b N_i(x,y) dxdy + \int\limits_S \alpha_b N_i(x,y) ds,$$

$$A_{ij} = \iint\limits_D T\ q(N_i, N_j) dxdy + \iint\limits_D Q N_i(x,y) N_j(x,y) dxdy + \int\limits_S \beta N_i(x,y) N_j(x,y) ds,$$

$$B_i = \iint\limits_D F\ N_i(x,y) dxdy + \int\limits_S \alpha N_i(x,y) ds,$$

$$q(N_i, N_j) = \frac{\partial N_i}{\partial x}\frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y}\frac{\partial N_j}{\partial y}.$$

Матрицы СЛАУ (2.11) и (2.12) являются хорошо обусловленными с диагональным преобладанием, и они легко решаются методом Гаусса.

Изложенный алгоритм и реализующая его программа отлажены на ряде тестовых задач.

В § 2.2 рассматривается модель неустановившейся фильтрации подземных вод в многослойных пластах, когда под покровной толщей располагается основной водоносный горизонт, который отделен от нижележащего напорного пласта плохо проницаемой прослойкой, через которую происходит перетекание в жестком режиме.

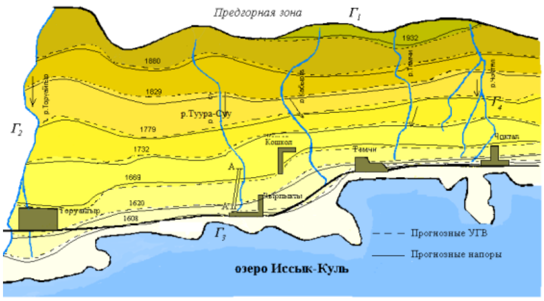
В § 2.3 рассмотрен случай, когда горизонтальное течение грунтовых вод в покровном слое отсутствует.

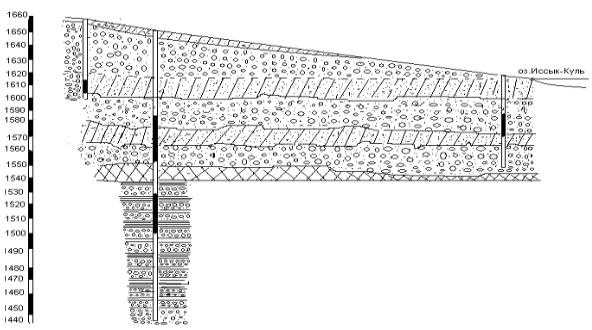
В § 2.4 приведен пример математического моделирования конкретного месторождения подземных вод (МПВ)

Участок Тору-Айгыр – Чоктал расположен на северном побережье озера Ысык-Куль. Западная и восточная границы участка проходят по межконусным понижениям рек Тору-Айгыр и Чоктал. Северная граница - горный склон Кунгей Ала-Тоо, южная граница – озеро Ысык-Куль (рис.2).

Гидрогеологическое изучение МПВ участка Тору-Айгыр – Чоктал показало многослойность пласта по вертикали и неоднородность по горизонтальному направлению грунта.

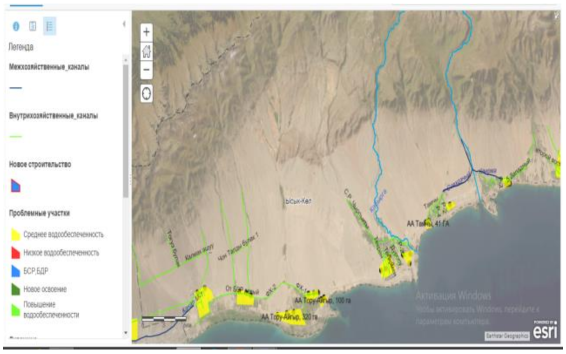
По условиям залегания здесь развиты как грунтовые безнапорные, так и межпластовые напорные поровые воды.



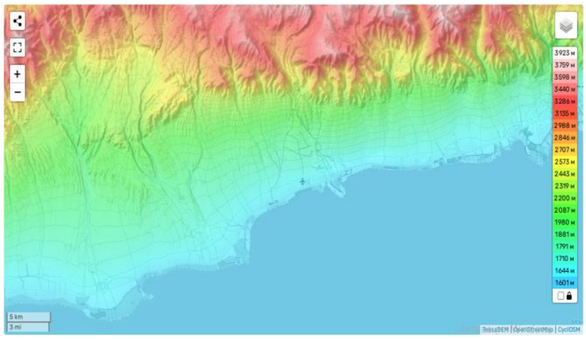


а)

б)



в)



г)

Рисунок 2

а) Изолинии прогнозных УГВ и напоров. б) Гидрогеологический разрез (А-А) по реке Туура-Суу в) Ирригационный фонд г) Топографическая карта

Глубина залегания грунтовых вод колеблются здесь в пределах от $0{,}05-0{,}3$ до $5{,}6-\ 9{,}4\ м$. Межпластовые напорные водоносные слои характеризуются положением пьезометрических уровней от $+2.06-3.0\ м$ до $+12.0\ м$. Глубина их залегания увеличивается по мере удаления от озера.

Основным источником питания данного водоносного горизонта является инфильтрация поверхностных вод в руслах современных водотоков в головных частях их конусов выноса и из оросительных каналов на поверхности этих же конусов.

В скважинах, расположенных на данном участке на глубине *200 м* вскрыты межпластовые напорные воды с пьезометрическим уровнем *+12, +13 м*, с расходом самоизлива каждой скважины до *10 - 12 л/с* (рис.2).

Ставится задача определить и построить поле напоров и уровней грунтовых вод (УГВ) на данном участке с точностью, согласованной с точностью режимных наблюдений, выданными в результате опытно-фильтрационных работ (ОФР) по МКЭ. Описанную задачу можно рассматривать как нестационарную задачу фильтрации в двумерной области, ограниченной кусочно - гладкой границей.

В соответствии с описанным выше строением водоносных слоев, фильтрация подземных вод в них моделируется системой дифференциальных уравнений (2.1), (2.2) с началыми и граничными условиями (2.3), (2.4).

По разработанным алгоритмам решена задача по прогнозированию уровней грунтовых и напорных вод на реальном гидрогеологическом объекте Тору-Айгыр-Чоктал, расположенном на северном побережье озера Ысык-Куль.

Полученные прогнозы уровней подземных вод в пределах погрешности измерений дали удовлетворительное совпадение с наблюденными уровнями в пунктах измерений.

Глава III

Необходимое условие оптимальности управления уровнем грунтовых вод в слоистых пластах

В § 3.1 рассмотрен пример оптимального управления УГВ в многослойных пластах в установившемся режиме.

Задача оптимального управления УГВ ставится следующим образом. Требуется построить такую управляющую функцию $f(x,y)$, которая доставляет минимум функционалу

$$J(f)=\iint_D\left[h(x,y;f(x,y))-\varphi(x,y)\right]^2dxdy+\alpha\iint_D\left[f(x,y)\right]^2dxdy, \qquad (3.1)$$

где $h(x,y)$ — УГВ; $\varphi(x,y)$ — заданная функция, равная оптимальному УГВ; $\alpha>0$ — параметр регуляризации; D — область фильтрации.

Функция $f_{опт}(x,y)$, доставляющая минимум функционалу (3.1), называется оптимальным управлением, а соответствующая ей функция $h_{опт}(x,y)$ — оптимальным УГВ.

УГВ $h(x,y)$ определяется из системы дифференциальных уравнений (2.1) с граничными условиями (2.2), (2.3).

Поскольку значения УГВ вычисляются в дискретном множестве точек, мы запишем дискретный аналог функционала (3.1):

$$J(f)=\sum_{i=1}^{n}\left[h(x_i,y_i;f_i)-\varphi(x_i,y_i)\right]^2+\alpha\sum_{i=1}^{n}f_i^{\,2}\,, \qquad (3.2)$$

где n — число узлов расчетной сетки.

УГВ $h(x,y;f)$ зависит от функции $f(x,y)$, вообще говоря, нелинейно. Линеаризуем ее относительно f следующим образом:

$$h(f)=\tilde{h}+\sum_{s=1}^{n}(f_s-\tilde{f}_s)\frac{\partial h}{\partial f_s}+R_2(\Delta f), \qquad (3.3)$$

здесь $\tilde{h}=h(\tilde{f})$, $\tilde{f}$ — известное значение функции f, найденное в предыдущей итерации. Подставляя выражение (3.3) для h в формулу (3.2), имеем:

$$J(f)=\sum_{i=1}^{n}\left[\tilde{h}_i+\sum_{s=1}^{n}(f_s-\tilde{f}_s)\frac{\partial h_i}{\partial f_s}-\varphi_i\right]^2+\alpha\sum_{i=1}^{n}f_i^{\,2}\,. \qquad (3.4)$$

Применяя необходимое условие минимума функции многих переменных

$$\frac{\partial J(f)}{\partial f_k}=0, \qquad k=1,2,\dots,n,$$

из (3.4) приходим к системе линейных алгебраических уравнений относительно

f_s, $s=1,2,\dots,n$:

$$\sum_{i=1}^{n}\left[\tilde{h}_i+\sum_{s=1}^{n}(f_s-\tilde{f}_s)\frac{\partial h_i}{\partial f_s}-\varphi_i\right]\frac{\partial h_i}{\partial f_k}+\alpha f_k=0,$$

или

$$\sum_{s=1}^{n} a_{ks} f_s = b_k \;, k = 1,2,...,n \,, \tag{3.5}$$

где

$$a_{ks} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial h_i}{\partial f_s} \frac{\partial h_i}{\partial f_i}, \qquad k \neq s \;; \qquad a_{kk} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial h_i}{\partial f_k} \right)^2 + \alpha \,,$$

$$b_k = \sum_{i=1}^{n} \left(\varphi_i - \tilde{h}_i + \sum_{s=1}^{n} \frac{\partial h_i}{\partial f_s} \tilde{f}_s \right) \frac{\partial h_i}{\partial f_k} \,.$$

Задача оптимального управления УГВ реализуется следующим образом. За начальное приближение возможного управления берется функция $f^{(0)}(x,y) = 0$, решается задача (2.1)─(2.4) и находятся соответствующие УГВ $h^{(1)}(x,y)$. Полученные значения УГВ используются для решения системы (3.5). Решая эту систему каким-либо точным или итерационным методом, получаем первое приближение управления $f^{(1)}(x,y)$. Подставляя эту функцию в уравнение (2.1) и повторяя весь цикл вычислений, находим следующее приближение $f^{(2)}(x,y)$, и т.д. Итерационный процесс продолжается до выполнения условий

$$\left| h^{(v)}(x,y) - h^{(v-1)}(x,y) \right| < \varepsilon \,,$$

где v ─ номер итерации; $\varepsilon > 0$ и $\delta > 0$ ─ заданные малые числа.

В § 3.2 изложен алгоритм решения оптимального управления УГВ в неустановившемся режиме.

В двухслойной модели строения водоносных пластов движение подземных вод описывается следующей системой дифференциальных уравнений (1.1), (1.2) с начальными

$$\begin{cases} h(x,y,0) = h_0(x,y), \\ H(x,y,0) = H_0(x,y), \qquad (x,y) \in D, \end{cases} \tag{2.2}$$

и краевыми

$$\begin{cases} T_b \dfrac{\partial h}{\partial n} + \beta_b h = \alpha_b, \\ T \dfrac{\partial H}{\partial n} + \beta H = \alpha, \qquad (x,y) \in S = \partial D, \quad t > 0, \end{cases} \tag{2.3}$$

условиями. Здесь $T(x,y) = k(x,y)m(x,y), \quad T_b = k_b(h-b)$.

Обозначим $Q = \{(x,y) \in D, \quad 0 < t \leq t_0\}$. При каждом фиксированном управлении $f(x,y,t) \in L_2(Q)$ из краевой задачи (1.1) , (1.2) однозначно определяется соответствующее решение $h(x,y,t) = h(x,y,t,f)$. Так как управление $f(x,y,t)$ может иметь разрывы, то классического решения задачи (1.1) , (1.2) может не существовать. Поэтому решение этой краевой задачи будем понимать в обобщенном смысле.

Обобщенным решением краевой задачи (1.1), (1.2), (3.1), (3.2) соответствующим управлению $f(x,y,t)$, будем понимать функции $h(x,y,t,f_b)$ и $H(x,y,t)$, удовлетворяющие интегральным тождествам

$$\iint_D \mu_b\left[\psi(x,y,t_0)\,h(x,y,t_0)-\psi(x,y,0)h_0(x,y)\right]dx\,dy-\int_0^{t_0}\int_S \psi(\alpha_b-\beta_b h)\,ds\,dt-$$

$$-\iiint_Q\left[h\mu_b\frac{\partial\psi}{\partial t}-T_b\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial h}{\partial y}\right)-\psi\left(k_b\frac{h-H}{m_b}-f_b\right)\right]dx\,dy\,dt=0,$$

$$\iint_D \mu_{упр}\left[\zeta(x,y,t_0)\,H(x,y,t_0)-\zeta(x,y,0)H_0(x,y)\right]dx\,dy-\int_0^{t_0}\int_S \zeta(\alpha-\beta H)\,ds\,dt-$$

$$-\iiint_Q\left\{H\mu_{упр}\frac{\partial\zeta}{\partial t}-T\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\frac{\partial H}{\partial x}+\frac{\partial\zeta}{\partial y}\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\zeta\left[k_b\frac{h-H}{m_b}-\frac{k_n}{m_n}(H-z)+f\right]\right\}dx\,dy\,dt=0$$

для любых функций $\psi(x,y,t),\zeta(x,y,t)\in W_2^{0,1}(Q)$.

Задача оптимального управления УГВ сводится к построению такой управляющей функции $f_b(x,y,t)$, которая при $t\ge t_0$ доставляет минимум функционалу

$$J(f_b)=\iint_D\left[h(x,y,t_0,f_b)-\varphi(x,y)\right]^2dxdy+\gamma\int_0^{t_0}\iint_D f_b^2(x,y,t)dxdydt, \tag{3.3}$$

здесь $h(x,y,t,f)-$ УГВ, определяемые из задачи (2.1)−(2.3); $\varphi(x,y)\in L_2(D)-$ заданная функция, выражающая оптимальные УГВ; $\gamma>0-$ параметр регуляризации; t_0- заданный момент времени.

Доказано, что оптимальное управление $f^*(x,y,t)$ должно удовлетворять условию

$$f_b(x,y,t)=\frac{1}{2\gamma}\psi(x,y,t). \tag{3.4}$$

где

$$\psi(x,y,t_0)=-\frac{2\left[h(x,y,t_0)-\varphi(x,y)\right]}{\mu_b}.$$

В § 3.3 изложен алгоритм приближенного решения задачи оптимального управления УГВ.

Задача оптимального управления УГВ заключается в нахождении функции $f_b(x,y,t)$, доставляющей при $t\ge t_0$ минимум функционалу

$$J(f_b)=\iint_D\left[h(x,y,t_0,f_b(x,y,t_0))-\varphi(x,y)\right]^2dxdy+\gamma\int_0^{t_0}\iint_D\left[f(x,y,t)\right]^2dxdydt. \tag{3.5}$$

Здесь $\varphi(x,y)-$ заданная функция, равная оптимальному УГВ; $\gamma>0-$ параметр регуляризации; t_0- заданный момент времени.

Функция $h(x,y,t,f_b)$ называется *объектом управления*, а $f(x,y,t)$ − *функцией управления* или *управлением*. Функция $f^*(x,y,t)$, доставляющая минимум функционалу (3.5), называется *оптимальным управлением*, а соответствующая ей функция $h^*(x,y,t)=h(x,y,t,f^*)-$ *оптимальным УГВ*.

В работе [5] установлено, что оптимальное управление f^* должно удовлетворять условию

$$f_b(x,y,t) = \frac{1}{2\gamma}\psi(x,y,t), \tag{3.6}$$

где $\psi(x,y,t)-$ решение сопряженной начально-краевой задачи

$$\begin{cases} \mu_b \dfrac{\partial \psi}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x}\left(T_b \dfrac{\partial \psi}{\partial x}\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(T_b \dfrac{\partial \psi}{\partial y}\right) - k_b \dfrac{\psi - \zeta}{m_b} = 0, \\ \mu_{упр} \dfrac{\partial \zeta}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x}\left(T \dfrac{\partial \psi}{\partial x}\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(T \dfrac{\partial \psi}{\partial y}\right) + k_b \dfrac{\psi - \zeta}{m_b} - \dfrac{k_n}{m_n}\zeta = 0, \\ (x,y) \in D, \qquad 0 \le t < T_0, \end{cases} \tag{3.7}$$

$$\begin{cases} \psi(x,y,T_0) = -\dfrac{2}{\mu_b}\left[h(x,y,t_0) - \varphi(x,y)\right], \\ \zeta(x,y,T_0) = -\dfrac{2}{\mu_{упр}}\left[H(x,y,t_0) - H_0(x,y)\right], \qquad (x,y) \in D, \end{cases} \tag{3.8}$$

$$\begin{cases} T_b \dfrac{\partial \psi}{\partial n} + \beta_b \psi = 0, \\ T \dfrac{\partial \zeta}{\partial n} + \beta \zeta = 0, \qquad (x,y) \in S, \quad 0 \le t < T_0. \end{cases} \tag{3.9}$$

Отсюда следует, что при фиксированном f нужно решить две краевые задачи: сначала из (1.1)−(1.2) надо определить функции $h(x,y,t,f_b)$, $H(x,y,t)$, затем в начальные условия (3.8) подставить получившиеся функции $h(x,y,t_0)$ и $H(x,y,t_0)$ и из сопряженной краевой задачи (3.7)−(3.9) найти $\psi(x,y,t)$ и полученное $\psi(x,y,t)$ подставить в формулу (3.6).

Решив задачу (1.1)−(1.2) в промежутке $[0,t_0]$ при существующих значениях инфильтрации $f(x,y,t)$, определяем $h(x,y,t_0)$ и $H(x,y,t_0)$. Затем, используя «начальные» условия (3.8), решаем ретроспективную задачу (3.7)−(3.9). Эта задача решается на той же сетке, по тому же алгоритму, что и задача (1.1)−(1.2), но в обратном направлении переменной t. В результате получаем поле функции $\psi(x,y,t)$ и по формуле (3.6) находим управление $f_b(x,y,t)$, а соответствующие УГВ определяются из задачи (1.1),(1.2). Эта процедура составляет первую итерацию задачи оптимального управления. На последующих итерациях описанная процедура повторяется при значениях управления $f(x,y,t)$, полученных из предыдущей итерации. Процесс продолжается до выполнения условия

$$\max_i \left| h(x_i,y_i,t_0) - \varphi(x_i,y_i) \right| \le \delta,$$

где $\delta > 0$ − заданное число.

Управляющая функция включена в ограничения задачи, описывающие движение подземных вод, т.е. управление является распределенным. Это позволяет оценивать объем отбираемой воды по всей площади, а затем в зависимости от механических свойств водовмещающих пород и гидрогеолого-мелиоративной обстановки выбирать тип и расположение дрен.

Глава IV

Применение вертикального дренажа в гидромелиорации

В § 4.1 описывается роль вертикального дренажа в гидромелиорации.

Для мелиорации земель интерес представляет верхний ярус подземных вод, который включает в себя не только грунтовые воды, но и залегающий ниже напорный комплекс подземных вод. Грунтовые воды через зону аэрации контактируют с почвами, являющимися непосредственным объектом сельскохозяйственных мелиораций. Однако крупное гидротехническое и мелиоративное строительство оказывает влияние на подземные воды всего верхнего яруса. Соответственно с этим мелиорация не может ограничиваться только регулированием грунтовых вод. Следовательно, предметом изучения и мелиоративного воздействия должен быть верхний ярус подземных вод. С этих позиций крупная роль принадлежит вертикальному дренажу − системе скважин, позволяющих активно воздействовать на значительные толщи верхнего яруса подземных вод. У горизонтального дренажа в этом отношении возможности ограничены.

Фильтрационные расчеты мелиоративного дренажа позволяют оценить параметры дренажных сооружений и прогнозировать действие системы в тех случаях, когда они основываются на обстоятельном изучении природных условий и правильном учете всего комплекса намечаемых мелиоративных мероприятий. При обосновании типовых геофильтрационных схем необходимо учитывать, что с гидрогеологической позиции главным фактором, определяющим выбор типа дренажа и эффективность его действия, является наличие в разрезе хорошо проницаемых водоносных горизонтов.

Основу теории опытно-фильтрационных работ составляют методы математического описания фильтрационных течений, обусловленных действием скважин. С учетом малых радиусов скважин в сравнении с размерами области фильтрации, упомянутые методы рассматривают вертикальную скважину как точечный сток на плоскости − в плановых задачах или как линейный сток − в задачах, принимающих во внимание вертикальную составляющую скорости фильтрации. Подобная идеализация позволяет эффективно использовать методы теории источников-стоков, развитые в математической физике применительно к широкому кругу дифференциальных уравнений в частных производных.

В фильтрационных расчетах обычно выделяются типовые расчетные схемы, к которым может быть сведена реальная природная обстановка в процессе гидрогеологической схематизации. При типизации расчетных схем следует учитывать широкий круг факторов, влияющих на результаты эксперимента.

По условиям на внешних (плановых) границах области фильтрации при откачке можно выделить: 1) границы с заданным постоянным напором − частный случай граничного условия первого рода; 2) непроницаемые границы − частный случай граничного условия второго рода; 3) границы с заданным линейным соотношением между напорами (H_{Γ}) на ней и удельными расходами $q_{\Gamma} = k\left.\dfrac{\partial H}{\partial n}\right|_{\Gamma}$ − граничное условие третьего рода; 4) границы раздела пород с существенно отличными фильтрационными свойствами, где выполняются условия равенства напоров ($H_{\Gamma}{}^{I} = H_{\Gamma}{}^{II}$) и удельных нормальных расходов ($k^{\mathrm{I}}\left.\dfrac{\partial H^{I}}{\partial n}\right|_{\Gamma} = -k^{\mathrm{II}}\left.\dfrac{\partial H^{II}}{\partial n}\right|_{\Gamma}$) по обе стороны от границы − граничное условие четвертого рода.

Дифференциальное уравнение для понижения напора S в планово-радиальном потоке проводимостью T имеет следующую общую форму:

$$\mu_{\text{упр}}\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{T}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial S}{\partial r}\right) + \upsilon_n\,, \tag{4.1}$$

где υ_n − интенсивность перетекания через кровлю и подошву пласта.

Наиболее характерным граничным условием для скважины является задание расхода Q_c на стенке скважины

$$Q_c = 2\pi r_c T\frac{\partial S}{\partial r} \tag{4.2}$$

при $r = r_c$, где r_c − радиус стенки скважины.

Фундаментальное решение уравнения (1.1), получаемое для точечного стока при постоянном дебите скважины $Q = const$ представляется общим выражением

$$S = \frac{Q}{4\pi T}W(r,t)\,, \tag{4.3}$$

где $W(r,t)$ − безразмерная функция скважины.

В § 4.1 описывается роль вертикального дренажа в гидромелиорации.

Рассмотрим движение подземных вод в двухслойном пласте, при этом считаем, что движение грунтовых вод происходит только в вертикальном направлении. В такой постановке движение подземных вод в двухслойном пласте описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \mu_b\dfrac{\partial h}{\partial t} + k_b\dfrac{h-H}{m_b} = f, \\ \mu_{\text{упр}}\dfrac{\partial H}{\partial t} - \dfrac{\partial}{\partial x}\left(T\dfrac{\partial H}{\partial x}\right) - \dfrac{\partial}{\partial y}\left(T\dfrac{\partial H}{\partial y}\right) - k_b\dfrac{h-H}{m_b} + \dfrac{k_n}{m_n}(H-Z) + F = W, \\ (x,y)\in D, \qquad t>0, \end{cases} \tag{4.4}$$

Функция $F(x,y,t)$ выражает дебит эксплуатационных скважин, отбирающих воду из основного напорного горизонта, т.е. управление УГВ осуществляется с помощью этой функции.

Задача оптимального управления УГВ ставится следующим образом. Требуется построить такую управляющую функцию $F(x,y,t)$, которая при $t \geq t_0$ доставляет минимум функционалу

$$J(F) = \iint\limits_D \left[h(x,y,t_0;F(x,y,t_0)) - \varphi(x,y)\right]^2 dxdy + \gamma \iint\limits_D \int\limits_0^{t_0} \left[F(x,y,t)\right]^2 dxdydt, \qquad (4.5)$$

Значения УГВ и напоров вычисляются в дискретном множестве точек, поэтому вместо функционала (2.4) мы минимизируем его дискретный аналог

$$J(F) = \sum_{i=1}^{n} \left[h(x_i,y_i,t_0;F_i) - \varphi(x_i,y_i)\right]^2 + \gamma \sum_{i=1}^{n} F_i^2\,, \qquad (4.6)$$

где $n-$ число узлов расчетной сетки.

Мы должны отыскать такие значения функции $F(x,y,t)$, которые доставляют функции $J(F)$ минимум. Решение тестовых задач свидетельствует лишь об адекватности выбранного метода оптимизации управления УГВ. Основной целью решения задачи (4.4)−(4.5) является нахождение значений управляющей функции $F(x,y,t)$. Значения этой функции позволяют вычислить объем откачиваемой из основного напорного пласта воды. На следующем этапе решения задачи прорабатываются вопросы определения количества скважин (исходя из их технических характеристик) и расположения их в узлах расчетной сетки.

В § 4.3 рассматривается задача определения УГВ в прискважинной зоне, для чего система уравнений (1.1), (1.2) решается в цилиндрических координатах. Проведены вычислительные эксперименты по определению понижения УГВ под действием откачки скважиной. На рис.3 представлены графики депрессионных кривых без учета горизонтальных составляющих скорости фильтрации в покровной толще после 60 суток откачки.

В § 4.4 изучается задача комплексного управления УГВ в многослойных пластах. Рассматривается совместная работа дрен, устроенных как в верхнем покровном слое, так и в первом напорном водоносном горизонте.

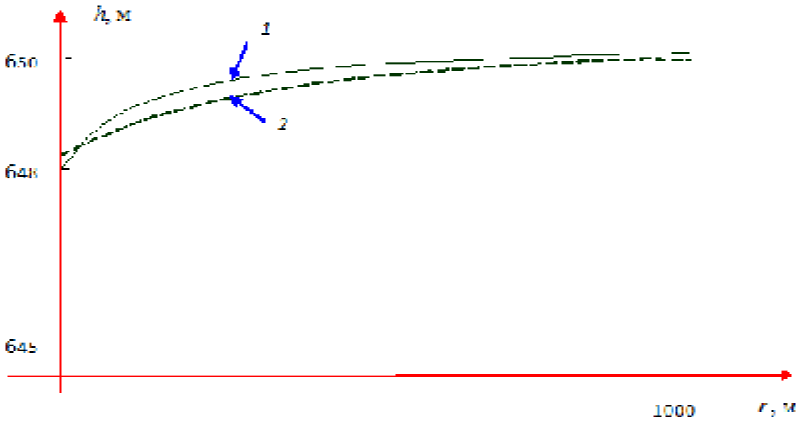


Рис.3. *1*− Депрессионная кривая, полученная по формуле (4.3); *2*− *расчетная* кривая.

В § 4.5 анализируется применение горизонтального дренажа для управления УГВ.

Грунтовые воды в период поливов и промывок поднимаются к поверхности земли. Снижение уровня грунтовых вод под влиянием испарения и оттока их в дрены происходит с различной скоростью. При прочих равных условиях скорость опускания уровня грунтовых вод зависит от глубины заложения дрен и междренных расстояний, то есть от степени дренированности и действующего напора в междренье. Скорость спада грунтовых вод не остается постоянной. С течением времени она изменяется от больших значений к меньшим.

Данные мелиораторов показывают, что на участках открытого дренажа не обеспечивается поддержание глубины грунтовых вод в *2 м* и ниже. Это связано с увеличением расстояния между дренами и уменьшением их глубины из-за оплывания и заиления.

Таким образом, в среднегодовом разрезе можно обеспечить поддержание уровня грунтовых вод на глубине, исключающей засоление почвогрунтов. Однако из-за подъема уровня грунтовых вод под влиянием поливов на фоне плохо работающего дренажа возможно подтягивание солей к поверхности земли.

Методика исследований основана на сочетании анализа и обобщения литературных данных и вычислительных экспериментов на основе математических моделей фильтрации подземных вод для установления физической картины работы дренажа и его влияния на эффективность применения мелиоративных мероприятий. Под физический картиной работы дренажа понимается характер движения грунтовых вод в сфере действия дрен и между дренами. Полученные расчетные данные удовлетворительно согласуются с результатами полевых исследований, проведенных в Кирг НИИВХ и ВНИИКАМС в 1963−1972 гг.

Заключение

Основные результаты диссертационной работы сводятся к следующему:

1. Разработаны алгоритмы численного решения систем нелинейных двухмерных дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа методом конечных элементов с применением принципа Галеркина.
2. Построена математическая модель распределенного оптимального управления уровнем грунтовых вод в слоистых водоносных пластах и разработаны алгоритмы численной реализации оптимизационных задач с применением метода регуляризации и современных математических методов.
3. Доказано существование оптимального управления, получено необходимое условие задачи минимизации целевого функционала и получена оптимизационная система для задачи оптимального управления, описываемой системой дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа.
4. Разработан комплекс программ для реализации алгоритмов всех прогнозных и оптимизационных задач, работа которого апробирована на решении ряда плановых стационарных и нестационарных моделей течения подземных вод в многослойных пластах. Проведенные вычислительные эксперименты подтвердили достоверность и практическую значимость разработанных методов и алгоритмов.
5. Предложенные в работе методы оптимизации распределения уровня грунтовых вод позволяют оценить вид управляющих воздействий, в качестве которых рассмотрены откачивающие скважины и горизонтальный дренаж, отводящий воду в верхнем покровном слое.

Основные научные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Маданбекова Э.Э. Задача оптимального управления движением подземных вод в слоистых пластах[Текст] /Э.Э.Маданбекова // Материалы Международной научно-практической конференции, посвященной 110-летию Касыма Тыныстанова − просветителя и ведущего общественного деятеля Кыргызской Республики, основателя филологической науки «Актуальные проблемы науки и высшего образования», Вестник ИГУ,№30, Каракол: 2011, - С.39-44.
2. Маданбекова Э.Э. Пример оптимального управления уровнем грунтовых вод в многослойных пластах в установившемся режиме [Текст] /Э.Э.Маданбекова //Альманах современной науки и образования, №7(50). – Тамбов: 2011.-с 64-68.
3. Маданбекова Э.Э. Численное решение задачи нестационарной фильтрации подземных вод в двухслойных пластах [Текст] /Э.Э.Маданбекова //Материалы Международной научно-технической конференции «Прикладная математика и механика: проблемы и перспективы» и Республиканской конференции «Межэтническая солидарность и развитие культуры». Известия КГТУ им. Раззакова, №22, Бишкек: 2011, - С.190-194.

4. Маданбекова Э.Э. Прогнозирование уровня грунтовых вод в многослойных пластах [Текст] / Исабеков К.А., Э.Э.Маданбекова.// Современные проблемы механики сплошных сред. Выпуск десятый: Гидрогазодинамика, геомеханика и геотехнологии / Комитет по теорет. и прикл. Механике Кыргызстана, Институт геомеханики и освоения недр НАН КР. Бишкек: 2009, -с. 166-172.

5. Маданбекова Э.Э. Задача оптимального управления уровнем грунтовых вод в слоистых пластах[Текст] / М.У. Мурзакматов, Э.Э.Маданбекова. //Известия КГТУ им. И.Раззакова, №24, Бишкек: 2011.-с.154-159.

6. Маданбекова Э.Э. Математическая модель неустановившейся фильтрации подземных вод в многослойных пластах[Текст] / М.У. Мурзакматов, Э.Э.Маданбекова //Доклады II международной научной конференции «Проблемы управления и информатики». Книга 2. − Бишкек: 2007. -С. 112-117.

7. Маданбекова Э.Э. Оптимальное управление уровнем грунтовых вод с помощью напорных[Текст] / М.У. Мурзакматов, Э.Э.Маданбекова //Известия КГТУ им. И.Раззакова, №34, Бишкек: 2015, -с.210-214

8. Маданбекова Э.Э. Оптимальное управление уровнем грунтовых вод в многослойных пластах[Текст] / М.У. Мурзакматов, Э.Э.Маданбекова //Известия КГТУ им. И.Раззакова, №17, Бишкек: 2009.-с.188-191.

9. Маданбекова Э.Э. Применение метода конечных элементов к решению задач установившейся фильтрации в многослойных пластах[Текст] / М.У.Мурзакматов, Э.Э.Маданбекова // Вестник ИГУ, №15,Каракол, 2005. - С. 73-77.

10. Маданбекова Э.Э. Приближенное решение одномерных задач фильтрации[Текст] / М.У. Мурзакматов, Ж.М.Мамыров, Э.Э.Маданбекова..//Вестник ИГУ, №3, Каракол, 1999. - с.78-81.

11. Маданбекова Э.Э. Алгоритм приближенного решения задачи оптимального управления уровнем грунтовых вод при слоистом строении водоносных пластов [Текст] / Э.Э.Маданбекова //Бюллетень науки и практики, №6, Россия Нижневартовск, 2022. - с.89-94

12. Маданбекова Э.Э. Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений методом Галеркина с применением Maple [Текст] / Б.А. Байболотов, Э.Э. Маданбекова, К.А. Усенбаева, Н.Орузбаева //ТалМУдагы 2019-жыл “Региондорду өнүктүрүү жана өлкөнү санариптештирүү жылына” арналган “Аймактарды жана санарип технологияларды өнүктүрүүдө бирдиктүү маалыматтык мейкиндикти түзүүнүн илимий-теориялык негиздери” аттуу республикалык илимий-практикалык конференция, Известия ВУЗов Кыргызстана, №5, 2019, -с. 3-6

13. Маданбекова Э.Э., Башкаруу системаларындагы математикалык моделдердин элементтери [Текст] /Э.Э. Маданбекова, А.Б. Байсеркеева, А.Т. Кочорбаева // Международная научно-практическая конференция посв. 70-летию кафедры “Математикии технологии обучения” и Торогельдиевой К.М.”Задачи и перспективы технологии обучения математики и естественных

наук в условиях цифровизации, Известия ВУЗов Кыргызстана, №2,Бишкек,2022, с. 37-39

РЕЗЮМЕ

диссертации Маданбековой Эльмиры Эсенбековны на тему: «Оптимальное управление уровнем грунтовых вод при слоистом строении водоносных пластов» представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности «01.02.05 − Механика жидкости, газа и плазмы».

Ключевые слова: алгоритм, водоносный пласт, коэффициент фильтрации, водопроводимость, уровень грунтовых вод (УГВ), оптимальное управление, горизонтальные и вертикальные дрены.

Объект исследования: являются оптимальное управление уровнем грунтовых вод при слоистом строении водоносных пластов.

Предмет исследования: построить математическую модель распределенного оптимального управления уровнем грунтовых вод в слоистых водоносных пластах и разработать алгоритмы численной реализации оптимизационных задач с применением метода регуляризации и математических методов.

Цель работы: разработать алгоритмов решения задач оптимального управления УГВ для случая слоистого строения водоносных пластов

Полученные результаты и их новизна: в диссертации разработаны устойчивые алгоритмы решения задач оптимального управления УГВ в слоистых пластах, доказано существование единственного оптимального управления решения начально-краевой задачи для системы дифференциальных уравнений фильтрации жидкости в многослойных средах, разработан комплекс программ для реализации алгоритмов прогнозных и оптимизационных задач. Проведенные вычислительные эксперименты подтвердили достоверность и практическую значимость разработанных методов и алгоритмов.

Рекомендации: результаты исследований могут быть использованы при решении важнейших задач сельскохозяйственных, экологических, технических проблем Кыргызской Республики.

01.02.05 – суюктуктун, газдын жана плазманын механикасы адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты илимий даражасын алууга арналган Маданбекова Эльмира Эсенбековнанын «Көп катмарлуу жер кыртышындагы суулардын деңгээлин оптималдуу башкаруу» деген темадагы диссертациясынын

Резюмеси

Ачкыч сөздөр: алгоритм, суулуу катмар, суу өткөрүүчүлүк, фильтрация коэффициенти, кыртыштагы суулардын деңгээли, оптималдуу башкаруу, горизонталдык жана вертикалдык дреналар

Изилдөөнүн объектиси: катмарланган жер кыртышындагы суулардын деңгээлин оптималдуу башкаруу.

Изилдөөнүн предмети: көп катмарлуу жер кыртышындагы суулардын деңгээлин оптималдуу башкаруунун математикалык моделин жана жөнгө салуу методун колдонуу менен ишке ашыруучу алгоритмдерди түзүү.

Иштин максаты: суу өткөрүүчү чөйрө көп катмарлуу болгондо агуучу суулардын деңгээлин оптималдуу башкаруу маселелерин чыгаруу үчүн алгоритмдерди иштеп чыгуу.

Иштин илимий жаңылыгы: Диссертацияда катмарланган жер кыртышындагы суулардын деңгээлин оптималдуу башкаруу маселелерин чыгаруунун туруктуу алгоритмдери иштелип чыккан, көп катмарлуу чөйрөдөдөгү суулардын чыпкалануусун сүрөттөөчү дифференциалдык тендемелер системасынын чыгарылышын пайдалануу менен оптималдуу башкаруунун жалгыз гана экендиги далилденген, прогноздоо жана оптималдоо маселелерин чыгаруунун программаларынын комплекси түзүлгөн. Ал программалар менен жүргүзүлгөн эксперименттер сунуш кылынган методдор менен алгоритмдердин тууралыгын жана практикалык маанилүүлүгүн ырастады.

Колдонуу аймагы: изилдөөлөрдүн натыйжаларын Кыргыз Республикасынын айыл чарба, экологиялык, техникалык проблемаларынын маанилүү маселелерин чечүүдө колдонууга болот.

Summary

of the dissertation by Madanbekova Elmira Esenbekovna on the theme: «Optimal control for the groundwater level in the layered structure of the aquifers» for the academic degree of the candidate of physical and mathematical sciences on specialty "01.02.05−Mechanics of liquids, gas and plasma".

Key words: algorithm, aquifer, filtration coefficient, water permeability, groundwater table (GWP), optimal control, horizontal and vertical drains

Object of research: are the optimal control of the groundwater level in the layered structure of aquifers.

Subject of study: to build a mathematical model for distributed optimal control of the groundwater level in layered aquifers and develop algorithms for the numerical implementation of optimization problems using the regularization method and mathematical methods.

Goal of the work: work out algorithms for solving problems of optimal control of GWL for the case of a layered structure of aquifers.

Results and novelty: In this dissertation the stable algorithms for solving the problems of optimal groundwater table control in layered formations are developed, the existence of a single optimal control solution of unit boundary value problem for the system of differential equations of fluid filtration in multilayer media is proved, a set of programs for the implementation of predictive and optimization algorithms is developed. Conducted computational experiments have confirmed reliability and practical importance of the developed methods and algorithms.

Recommendations: the results of the research can be used in solving the most important problems of agricultural, environmental, technical problems of the Kyrgyz Republic.