Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер Академиясынын математика Институту

Ж. Баласагын атындагы Кыргыз Улуттук университети

01.22.647 Диссертациялык кеңеши

Кол жазманын укугунда
УДК 517.9

Алыбаев Анарбек Масалбекович

Вольтерранын биринчи түрдөгү туура эмес коюлган интегралдык теңдемелери пайда болгон тескери маселелерди регуляризациялоо

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математикалык илимдердин доктору окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын

АВТОРЕФЕРАТЫ

Бишкек – 2023

Диссертациялык иш Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин академик А. А. Бөрүбаев атындагы алгебра, геометрия, топология жана жогорку математиканы окутуу кафедрасында аткарылган.

Илимий консультант: Омуров Таалайбек Дардайылович, физика-математикалык илимдердин доктору, профессор, Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин математика жана информатика факультетинин математикалык анализ кафедрасынын профессору.

Расмий оппоненттер: Искандаров Самандар, физика-математикалык илимдердин доктору, профессор, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер Академиясынын математика институтунун интегро-дифференциалдык теңдемелер теориясы лабораториясынын башчысы.

Анар Турмаганбет кызы Асанова, физика-математикалык илимдердин доктору, профессор, математика жана математикалык моделирлөө институтунун башкы илимий кызматкери, Казахстан Республикасы, Алматы шаары.

Алымбаев Асангул Темиркулович, физика-математикалык илимдердин доктору, доцент, И. Арабаев атындагы Кыргыз улуттук университетинин жаңы информациондук технологиялар институтунун колдонмо информатика кафедрасынын доценти.

Жетектөөчү мекеме: Л. Н. Гумилёв атындагы Евразиялык улуттук университеттин механика-математикалык факультетинин жогорку математиканы окутуу кафедрасы, Казакстан, Астана шаары, Мунайтпасова көчөсү, 5.

Диссертацияны коргоо Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын математика институтунун жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин алдында физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) илимий даражасын изденип алуу үчүн диссертацияларды коргоо боюнча Д 01.22.647 диссертациялык кеңешинин 2023-ж. 06 декабрында, саат 14:00дө, Кыргыз Республикасы, 720071, Бишкек ш., Чүй пр. 265-а, 374-бөлмө дарегинде өтө турган отурумунда болот.

Коргоонун идентификатору – https://vc1.vak.kg/b/012-ltf-b7j-lgy

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын (720071, Бишкек шаары, Чүй проспекти 265-а), Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин (720033, Бишкек шаары, Фрунзе көчөсү 547) китепканаларынан жана УАК тын www.vak.kg сайтынан таанышууга болот.

Автореферат 2023-жылдын 05-ноябрында таркатылган.

Диссертациялык кенештин окумуштуу катчысы,
физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент Шаршембиева Ф. К.

ИЗИЛДӨӨЛӨРДҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациянын темасынын актуалдуулугу. Математикалык физиканын (МФ) жалпы теориясында тескери маселелердин (ТМ) айрым класстары кездешет, мында чыгарлыштары өзгөчөлөнгөн функциялардын (ӨФ) классындагы Вольтерранын жана Фредгольмдун биринчи жана үчүнчү түрдөгү туура эмес коюлган интегралдык теңдемелери пайда болот (1-ВИТ, 3-ВИТ, 1-ФИТ, 3-ФИТ). Жалпысынан алганда, бул теңдемелердин теориясы али иштелип чыга элек болгондуктан, бул областка байланыштуу, ал тургай интегралдык теңдемелери (ИТ) менен көрсөтүлгөн тескери маселелердин областындагы изилдөөлөр актуалдуу.

Белгилеп кетелик, туура эмес коюлган маселелердин теориясынын негиздөөчүлөрү А.Н. Тихонов (1963), М.М. Лаврентьев (1962) жана В.К. Иванов (1963) эсептелишет. Бул авторлор тарабынан иштелип чыккан проблемалар башка илимпоздор тарабынан өнөктөрүлүп, илимдин түрдүү тармактарында колдонулуп келет. Анткени, жалпысынан алганда, көпчүлүк МФтин маселелери эквиваленттүү түрдө оператор теңдемелерине (ОТ) айландырылат, мисалы: $Au = f$, $u \in X$, $f \in F$

Мында A оператору ρ_X метрикасынын кээ бир X метрикалык мейкиндигинин кур эмес көптүгүндө аныкталган деп эсептелсе (жалпы учурда көрсөтүлгөн оператор сызыктуу эмес болушу мүмкүн), анда бул ОТны чечүү үчүн аналитикалык, регуляризациялоо, сандык-регуляризациялоо алгоритмдери менен байланыштуу ж.б. методдору колдонулат.

Диссертациянын темасын илимий мекемелер жүргүзгөн негизги илимий программалар, ири изилдөө долбоорлору менен байланыштыруу. Диссертациянын темасы боюнча изилдөөлөр Математика жана информатика факультетинин «Оператордук теңдемелер, бир калыптагы топология, компьютердик моделирлөө жана алардын колдонулушу» аттуу тематикасынын алкагында жүргүзүлгөн. Бул тематика Ж.Баласагын атындагы КУУнун Илимий-техникалык кеңешинин 2018-жылдын 30-майындагы №6 протоколу менен бекитилген.

Изилдөөнүн максаты жана маселелери. Изилдөөнүн максаты катарында чектелген жана чектелбеген областтардагы (ЧБО), тескери маселелердин регуляризацияланышынын жана чыгарылыштарынын жалгыздыгына байланыштуу суроолор каралат. Мында пайда болуучу туура эмес коюлган сызыктуу эмес 1-ВИТ интегралдоонун ар түрдүү пределдерине ээ жана чыгарылыштары Дирактын функциясы (ДФ) менен байланышкан.

Изилдөөнүн маселелерине чектелген областтагы (ЧО) коэффиценттик гиперболикалык типтеги оператордук, чектелбеген областтагы параболикалык мүнөздөгү жүктөлгөн оператордук ТМдер жана Кортевега - Де Фриза (КДФ) теңгемелери кирет, мында туура эмес коюлган сызыктуу эмес коюлган 1-ВИТ пайда болот, мисалы: $A\varphi \equiv \int_0^x K(x,s)\varphi^n(s)ds = f(x), (n=2;3)$ мындагы туура эмес коюлгандык түшүнүгү Вольтерранын интегралдык операторунун эркин функция $f(x)$ менен [0, T] кесиндисинин башталышында келишпегендиги менен түшүндүрүлөт, б.а. $f(0)\neq 0$, ал эми бул ИТнын чыгарылышы үзгүлтүксүз функциялардын классына таандык эместигин билгизет. Мында белгилүү функцияларга карата төмөнкү шарттар орундуу: $C(D) \ni K(x,s), (K(s,s)\geq 0, D=\{(x,s): 0\leq s\leq x\leq T\}), C^1[0,T]\ni f$, ошону менен бирге $\varphi(x)$ ДФ менен байланышкан терс эмес өзгөчө функция. Негизги изилдөө ыкмалары болуп төмөнкүлөр саналат: интегралдык өзгөртүүлөр ыкмасы, өзгөчөлөнгөн маанидеги регуляризациялоо ыкмасы, функционалдык жана математикалык анализдин элементтери.

Изилдөөлөрдүн илимий жаңылыгы. Төмөнкүдөй жыйынтыктар алынган:

- туура эмес коюлган сызыктуу эмес, интегралдоонун ар түрдүү пределдерине ээ болгон 1-ВИТ үчүн өзгөчөлөнгөн маанидеги атайын мейкиндикте регуляризациялоо методу иштелип чыккан;
- киргизилген мейкиндиктерде иштелип чыккан РМди модификациялоонун негизинде туура эмес коюлган сызыктуу эмес 1-ВИТтердин системасынын регуляризацияланышы далилденген;
- РМдин иштелип чыккан вариантына карата туура эмес коюлган, ар түрдүү интегралдоо пределдерине ээ болгон 1-ВИТ пайда болуучу гиперболикалык типтеги ТМ чыгарылган;
- туура эмес коюлган 1-ВИТти пайда кылуучу, чектелбеген областтагы параболикалык мүнөздөгү жүктөлгөн ТМ жана Картевега-Де Фриза түрүндөгү тендемелер үчүн иштелип чыккан регуляризациялоонун алгоритмдери колдонулган;

Теориялык жана практикалык баалуулугу. Иш негизинен теориялык мүнөздө болуп, анын натыйжалары чектелген жана чектелбеген областтарда өзгөчөлөнгөн мааниде тескери маселелерди регуляризациялоо теориясын толуктайт. Иштин натыйжалары геофизика, нымдуулукту алып жүрүү жана динамикалык өнүгүп жаткан системаларды моделдештирүү маселелерине колдонулат.

Диссертациянын коргоого коюлуучу негизги жоболору.

- сызыктуу эмес туура эмес коюлган 1-ВИТ системасын изилдөө үчүн чыгарылыштардын мейкиндиктерин тандоо жана регуляризациялоонун алгоритмдерин иштеп чыгуу;
- туура эмес коюлган, интегралдоонун ар кандай пределдерине ээ болгон 1-ВИТти пайда кылуучу гиперболалык типтеги теңдеме үчүн иштелип чыккан МРдин негизинде ТМдин регуляризацияланышын далилдөө;

- иштелип чыккан РМдин модификациясын эске алуу менен, туура эмес коюлган көп өлчөмдүү 1-ВИТти пайда кылуучу ТМдин регуляризацияланышын өзгөчө мааниде далилдөө;
- иштелип чыккан РМдин негизинде 1-ВИТтерди пайда кылуучу, чектелбеген областтагы параболикалык мүнөздөгү жүктөлгөн дифференциалдык операторлордуу жана Кортевега-Де Фриза түрүндөгү ТМдердин регуляризацияланышын далилдөө.

Изденүүчүнүн өздүк салымы. Диссертацияда изилденген 1-ВИТ жана ТМ боюнча берилген бардык илимий натыйжалар жана коргоого берилген жоболор диссертациянын автору тарабынан алынган.

Биргелешкен эмгектерде [2,3,6-10,12-15] проблемаларды түзүү илимий консультантка, иштин алкагындагы тыянактарды жана корутундуларды талкуулоо башка авторлошторго, ал эми эмгектердин бардык илимий корутундулары жана алардын далилдери диссертациянын авторуна таандык.

Изилдөөнүн жыйынтыктарынын апробациясы. Диссертациялык эмгектин негизги жыйынтыктары түрдүү даражадагы илимий конференцияларда (ИК) жана семинарларда баяндалган жана талкууланган, мисалы:
- VI Congress of the Turkic World Mathematical Society, Astana-Kazakhstan, October 2-5, 2017;
- II эл аралык «Математикадагы асимптотикалык, топологиялык жана компьютердик методдор» -ЭИК, Бишкек, 2021-ж.;
- VII International TWMS Congress- 2023, September 20-23, Turkestan (Kazakhstan);
- 2023-ж. Ж. Баласагын ат. КУУнун «МжИ» факультетинин «Алгебра, геометрия, топология жана жогорку математиканы окутуу» кафедрасынын семинарында (жетекчиси – ф-м.и.д., проф. Канетов Б.К.).

Диссертациянын жыйынтыктарын макалаларда чагылдыруунун толуктугу.

КРдин, РКнын, РФтин, Украина жана Индиянын түрдүү журналдарында 16 эмгек жарыяланган. Алардын ичинен 1 монография [6], 12 илимий макала [1-5, 7-13], 3 тезис [14-16], анын ичинде 9 макала чет элдик басылмаларда [2-5, 9,10-13]. Аталган эмгектердин ичинен 5 эмгек жеке [1,4,5,11,16], ал эми 11 эмгек [2,3,6-10,12-15] биргелешип жазылган. Макалалар [1,7] КР РИНЦ дайындар базасына кирет, ал эми [2-5,9,10] макалалар РФ РИНЦ дайындар базасына кирет, [11-13] макалалар WOS дайындар базасына кирет.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү. Ушул эмгек киришүүдөн, 4 баптан, корутундудан жана 71 аталышты камтыган адабияттардын тизмесинен турат. Тексттин көлөмү 203 барак.

Диссертациянын негизги мазмуну

Эмгек 4 баптан турат. 1-бапта математикалык физиканын түз жана тескери маселелери боюнча иштердин жыйынтыктары берилип, алар диссертациялык эмгектин маселелерине кошулган, ошондой эле изилдене элек көйгөйлөр көрсөтүлгөн.

А) Тескери маселелер көбүнчө трансформацияланган системалардын чыгарылыштарынын туруксуздугунан туура эмес коюлгандыгы белгилүү. Аталган системалар түрдүү формаларга ээ: алгебралык, дифференциалдык, интегралдык ж.б. Мисалы, 1-ИТ системалары А.С. Апарциндин (1999), А. Асановдун (1998), И.М. Иманалиевдин (1981), М.М. Лаврентьевдин (1977), Н.А. Магницкийдин (1979), В.А. Морозовдун (1987), Ш.А. Наубетованын (1988), Т.Д. Омуровдун (2003), А. Саадабаевдин (2013), В.О. Сергеевдин (1971), Я. Яннонун (1987) ж.б. эмгектеринде кездешет. Анда бул теңдемелердин регуляризациялануусу белгилүү бир мейкиндикте күчтүү же алсыз жыйналуучулук менен далилденген.

Белгилүү болгондой, туура эмес коюлган 1-ВИТтердин айрым класстарын изилдөөдө пайда болгон кыйынчылыктар изилденген ИТ оператордук теңдеме катары кайра түзүлгөнүнөн турат. Маселен, А.Н.Тихоновдун эмгеги боюнча кыскача мисал келтиребиз (1974, кош автору: В.Я. Арсенин):

$$Au = f\ , \tag{1.1.1}$$

мында $u \in X,\ f \in F;\ X, F -$ метрикалык мейкиндиктер, өзүнүн бүтүндөй $AX \subset F$, аныкталган областында берилген A^{-1} тескери оператору үзгүлтүксүз болуп саналбайт. Демек, туура эмес коюлган теңдемелерде $u_\delta = A^{-1} f_\delta$, элементи болсо дагы ал болжолдуу чечим болуп эсептелбейт, анткени u_δ δ кичине болгондо u. так чыгарылышынан каалагандай түрдө алысташы мүмкүн.

Ушул сыяктуу кемчиликтер бул жааттагы окумуштуулардын башка эмгектеринде дагы көрсөтүлгөнүн белгилей кетели. Мисалы, акад. М.И. Иманалиевдин (1981) туура эмес коюлган сызыктуу эмес 1-ВИТ сингулярдуу өзгөчө функциялар (СӨФ) классында чыгарылган изилдөө эмгегинде, эч кандай сызыктуу эмес функцияны табигый түрдө СӨФ мейкиндигинде аныктоого болбой турганы белгиленген. Бул δ – функциясын эске алган метод туура эмес коюлган сызыктуу эмес 1-ВИТ үчүн түз мааниде колдонулбай турганын билдирет.

Буга мисал катары 1-ВИТ берилет:

$$\int_0^t K(t,s,y(s))ds = f(t) \tag{1.1.2}$$

а) $C^{1,0,1}(D) \ni K(t,s,y); K_y(t,t,y) \geq \lambda > 0, (D = [0,T]\times[0,T]\times R),$

б) $C^1[0,T] \ni f(t); f(0) \neq 0,$ шарттары менен: мында параметрленген ИТ чыгарылышы:

$$\int_0^t K(t,s,y_\varepsilon(s))ds = f\left(t\right) - e^{-\frac{1}{\varepsilon}t} f(0), \tag{1.1.3}$$

келип чыккан интегралдык тендеменин чыгарылышына бир аз окшоосу мүмкүн (тагыраак айтканда $L^1(0,T)$ маанисинде), мында бош мүчө кесиндинин башында интегралдык мүчө менен шайкеш келет. Бирок анын келип чыккан чыгарылышын ИТ (1.1.2)нин чыгарылышы катары кароого болбойт. Мына ошону көрсөтүү керек болчу.

Эгерде (1.1.2) ВИТинде (б) шарты менен өзөк диоганалда нолго барабар болсо, анда (1.1.3) алгоритмин колдонууга болбойт. Ошондуктан, Т.Д. Омуровдун (2003) эмгегинде маселени чыгаруу үчүн аталган шарттарды эске алуу менен $L^2[0,T]$нын бардык элементтерин жана кесиндинин башына топтолгон СӨФ: $z(t)$ны камтыган $Z^2(0,T)$мейкиндиги иштелип чыккан. Муну менен бирге сунуш кылынган РМ төмөнкү өзгөчө функцияны эске алат:

$$\Omega_\varepsilon(t) = \frac{1}{\varepsilon} f(0) e^{-\frac{1}{\varepsilon}\varphi(t)} \xrightarrow[\varepsilon \to 0]{} \begin{cases} 0, t \neq 0, \\ \infty, t = 0, \end{cases} \quad (1.1.6)$$

ал $Z^2(0,T)$, мейкиндигинде чектелген, качан

$$(\varphi(t))^{-\beta} \in L^1(0,T), (2 < \beta; \varphi(t) = \int_0^t h(s)ds, 0 < h(t) \in L^1(0,T)) \quad (1.1.7)$$

Мында $L^2[0,T]$ - $u(t)$ квадраттуу интегралдануучу функциялардын Гильберт мейкиндиги. Ал $[0,T]$да төмөнкүдөй норма менен аныкталган: $\| u(t) \|_{L^2} = (\int_0^T | u(t) |^2 \, dt)^{\frac{1}{2}}$. Бул учурда (1.1.2) жана (1.1.3) (а,б) шарттары менен көрсөтүлгөн окшош фактылар бар. Бул фактылар $L^1(0,T)$ маанисинде гана эмес, ал эми $Z^2(0,T)$.да дагы жалпыланган.

1-ВИТ жаатында А. Асановдун (1998) дагы эмгегин белгилей кетүү керек. Бирок жогоруда көрсөтүлгөн эмгектерден айырмаланып, мында регуляризациялуулук күчтүү жана алсыз жыйналуучулук мейкиндиктеринде, изилденүүчү функция кесиндинин башында аныкталганда, параметрленген жана баштапкы ИТ (1.1.2)нин чыгарылыштарынын жакындыгын тургузуу аркылуу далилденген. 1-ВИТтин регуляризацияланышы өзгөчө мааниде (б) шарты менен бул эмгекте каралган эмес.

А.С. Апарциндин эмгегинде (1999) интегралдоонун классикалык эмес пределдерине ээ ИТ изилденген, мисалы 1-ИТ үчүн:

$$\int_{a(x)}^{b(x)} K(x,s)\varphi(s)ds = f(x), x \in [x_0, T], \varphi(x) = \varphi^0(x), x \in [a(x_0), b(x_0)] \quad (1.1.11)$$

кубатуранын өзүн өзү регуляризациялоочу методдорунун (ӨРМ) тууралыгы жана аларды түзүү маселелери баштапкы дайындардын бузулушун ж.б. эске алуу менен каралган.

Аталган ИТда (1.1.11) $f(x)$ функциясы менен шайкеш келүү болбосо, анда (1.1.11) туура эмес коюлган 1-ВИТ болуп санала турганы белгилүү. Мындан тышкары, (1.1.11) тибиндеги 1-ВИТ жаатындагы көйгөйлүү маселелер өзөк төмөнкүдөй абалда болгон учурда пайда болот:

$$K(x,s) \in C\ (D) \cap Lip(x | L_K), 0 \leq K(x,x) \in C[0,T], \quad (1.1.12)$$

ал эми эркин функция (б) шартына жол берет. Жада калса (1.1.12) шартына ээ классикалык 1-ВИТ дээрлик изилденбегенин билебиз.

Б) 1-ИТ келип чыккан көптөгөн колдонмо тескери маселелер бар экендигин жогоруда белгиледик. Мисалы Ю.Е. Аниконовдун (1978), А.Л. Бухгеймдин 1983), П.Р. Вабищевичтин (1981), А.М. Денисовдун (1980), В.И. Дмитриевдин (1987), С.И. Кабанихиндин (2009), М.М. Лаврентьевдин (1969, кош авторлор: В.Г. Васильев, В.Г. Романов), Т. Тобиостун (1984) ж.б. эмгектери. Бирок, биздин учурда 1-ВИТ СӨФ классындагы чыгарылыштар менен келип чыккан тескери маселелер боюнча кыскача серепти беребиз. Анткени РМди бул маселелерге колдонгон учурда жогоруда аталган кемчиликтер пайда болот (А п. кара). Мисалы, Т.Д. Омуровдун жана Т.Т. Каракеевдин (2006) эмгектеринде тескери маселени изилдөөдө СӨФ классындагы атайын өзөктөрү жана чыгарылыштары бар туура эмес коюлган 1-ВИТ (жана 3-ВИТ) пайда болот. Регуляризациялоо $Z^p(0,T)$да (1.1.6) түрдөгү $\Omega_\varepsilon(t)$ өзгөчө функциясы менен төмөнкү шартта каралат:

$$(\varphi(t))^{-\beta} \in L^1(0,T),\, p<\beta, \tag{1.1.15}$$

муну менен бирге $Z^p(0,T)$ - бардык $L^p[0,T]$ны ошондой эле $[0,T]$ кесиндисинин башына топтолгон СӨФ ж.б. камтыган мейкиндик.

В.И. Дмитриевдин (1987) эмгегинде геофизиканын электромагниттик методдорунда магнитотеллуриялык зонддоонун (МТЗ) тескери маселелери изилденгени белгилүү:

$$\begin{cases} u''(z)+iw\mu_0\sigma(z)u(z)=0, \quad z\in(0,H), \\ u(z=0)=1, \quad u'(z=H)-i\sqrt{iw\mu_0\sigma_H}\,u(z=H)=0, \end{cases} \tag{1}$$

$$Y(w)=\frac{H_y(z=0)}{E_x(z=0)}=\frac{1}{E_x(z=0)}\left(-\frac{i}{w\mu_0}\frac{\partial E_x}{\partial z}\right)_{z=0}, \tag{2}$$

мында $Y(\omega)$(2) – электромагниттик талаанын адмитансы (өткөргүчтүк), муну менен бирге вектор функция: $P=(u,\sigma)$ белгисиз болуп саналат (биринчи функция Жердеги салыштырмалуу электрдик аянтча (ЭА), ал эми экинчи функция электроөткөргүчтүктү бөлүштүрүү), бирок негизинен изилденген тескери маселе туруксуз.

Чындыгында, жогоруда баяндалган белгилүү адмитанс боюнча интегралдык өткөргүчтүк (ИӨ) бир мааниде жана туруктуу аныкталат:

$$S(z)=\int_0^z \sigma(s)ds,\, z\in[0,H], \tag{1.1.16}$$

жана бул шартта: $\|Y_1(w)-Y_2(w)\|_{L^2}\to 0$, бул келип чыгат: $\|S_1(z)-S_2(z)\|_C\to 0.$ Бирок, тиешелүү $\sigma_1(z),\sigma_2(z)$ чыгарылышы туруксуз болгон 1-ВИТтен аныкталат. Бул эң жакын $S_1(z),S_2(z)$ абдан күчтүү айырмаланган $\sigma_1(z)$ жана $\sigma_2(z)$терге шайкеш келиштери мүмкүн ((1.1.1) корутундусун кара).

Бул тескери маселени изилдөөдө, айрым бөлүштүрүүлөр табылганы айтылган корутундулар кызыктуу: $\hat\sigma(z)\in\sum_\delta$, бирок $\hat\sigma(z)$ электроөткөргүчтүк чыныгы бөлүштүрүүдөн абдан айырмаланышы мүмкүн, муну менен бирге, эгер ИӨнү эсептесек:

$$\tilde{S}(z)=\int_{0}^{z}\hat{\sigma}(s)ds, \qquad (1.1.18)$$

ал эми $S(z)$ (1.1.16) эрежеси боюнча туруктуу аныкталгандыктан,

$$\left\|\tilde{S}(z)-\int_{0}^{z}\sigma(s)ds\right\|_{L^2}\le\varepsilon(\delta),\delta\in\sum\nolimits_{\delta}. \qquad (1.1.19)$$

$\hat{\sigma}(z)\in\sum_{\delta}$ аныктамасы туруктуу методду колдонууну талап кылбайт, анткени ал болжолдуу $\tilde{S}(z),$ ти алуу үчүн арадагы жыйынтык болуп саналат. Болбосо аталган мейкиндикте (1.1.19) барабарсыздыгы аткарылган $\hat{\sigma}(z),\sigma(z)$ жакындыгын көрсөтө албайбыз.

Жыйынтыгында электроөткөргүчтүн болжолдуу бөлүштүрүүсү Тихоновдун стандарттык схемасы боюнча минимизация маселесинен эсептеп чыгарылат:

$$\tilde{\sigma}=\left\{\sigma_{\alpha}:\inf_{\sigma}\left[\left\|\ \tilde{S}(z)-\int_{0}^{z}\sigma(s)ds\ \right\|_{L^2}^{2}+\alpha\left\|q(z)(\sigma(z)-\sigma^{0}(z))\right\|_{L^2}^{2}\ \right]\right\}$$

α регуляризациясынын параметрин тандоо менен, айырмачылык принцибине ылайык, априордук дайындар боюнча түзүлгөн $\sigma^{0}(z)-$электроөткөргүчтүктү гипотетикалык бөлүштүрүү, $(0<q(z)<1)$ түрдүү тереңдиктеги $q(z)>0$ априордук маалыматтын тактыгын эске алат.

Биздин абалда, каралган тескери маселелерде Дирактын функциясы менен байланышкан чечимдерге ээ, туура эмес коюлган 1-**ВИТ** келип чыккандыктан аталган маселеден абдан айырмаланат. Ошондуктан бул ВИТтердин $Z^{2}(0,T)$ дагы регуляризациялуулугу (1.1.19) шарты менен өзгөчө мааниде түшүнүлөт, болгону L^2 ордуна $Z^{2}(0,T)$ болот (же $Z^{3}(0,T),(p=3)$), мында (1.1.7) жана (1.1.15) шарттары эске алынбайт ж.б.

В) Жогоруда белгиленгендей, изилденген 1-ВИТ жана тескери маселелердин чыгарылыштары СӨФ менен байланышкандыктан, ӨФ боюнча кыскача сереп беребиз. Аныктамага ылайык (В.С. Владимировдун (1976) жана А.Р. Колмогоровдун (1976, кош автору: С.В. Фомин) жалпысынан ӨФ катары негизги функциялар мейкиндигиндеги ар-кандай сызыктуу үзгүлтүксүз функционал аталат. Бирок СӨФтү бир дагы локалдык интегралданоочу функция менен аныктоого болбойт, анткени:

$$<f,\varphi>=\int f(x)\varphi(x)dx,\varphi\in D \qquad (1.2.6)$$

эрежеси боюнча Rде локалдуу интегралданган ӨФ регулярдуу ӨФ деп аталат. Мында бул функционал D мейкиндигинде сызыктуу жана үзгүлтүксүз. D- негизги функциялардын мейкиндиги.

СӨФтүн классикалык мисалы болуп $\delta-$Дирактын функциясы эсептелгени белгилүү (ДФ), б.а.: $\delta(x)=\begin{cases}\infty, x=0,\\ 0, x\neq 0,\end{cases}$

бирок, функционал катары аныкталат жана $\varphi(x)\in D,$ функциясына төмөнкү эреже боюнча таасир этет: $<\delta,\varphi>=\varphi(0),$ (1.2.8)

$\delta \in D_0'$ $-$СӨФ мейкиндиги, анткени мында регулярдуу ӨФ камтылбайт, муну менен бирге (1.2.8) функционалынын сызыктуулугу жана үзгүлтүксүздүгү белгилүү.

Ошондуктан D_0' ӨФтүн жалпы мейкиндигинен айырмаланат, ал символикалуу D' түрүндө белгиленет – бул бардык ӨФтүн (регулярдуу жана сингулярдуу) сызыктуу мейкиндиги. Мында D' теги жыйналуучулук функционалдардын удаалаштыгынын алсыз жыйналуучулугу катары каралат, б.а. D' теги ӨФ удаалаштыгы $\{f_n\}_1^{\infty}$ ӨФкө жыйналат, $f \in D'$, эгерде каалаган $\varphi \in D$ үчүн:

$$< f_n, \varphi > \xrightarrow[n\to\infty]{} < f, \varphi > . \tag{1.2.9}$$

Бул учурда символикалык үлгүдө дагы жаза алабыз: $n \to \infty$ кезде $f_n \xrightarrow{D'} f$ муну алсыз жыйналуучулук деп аташат.

Эскертүү 1.2.2. Кээде $f_n \in D'$ удаалаштыгынын ордуна $\{f_\varepsilon\}$ функционалдар тобу каралат, $\varepsilon -$ кичине параметр. Бул учурда $f_\varepsilon \xrightarrow{D'} f$ формуласы $\varepsilon \to +0$ кезде төмөнкүнү билдирет:

$$\lim_{\varepsilon\to+0} < f_\varepsilon, \varphi > \xrightarrow[n\to\infty]{} < f, \varphi >, \ \forall \varphi \in D. \tag{1.2.10}$$

Көбүнчө: $f_\varepsilon \xrightarrow[\varepsilon\to+0]{} \delta$ жазуусу $\varepsilon \to +0$ кезде төмөнкүнү билдирет:

$$\lim_{\varepsilon\to+0} < f_\varepsilon, \varphi > \xrightarrow[n\to\infty]{} < \delta, \varphi >= \varphi(0), \ \forall \varphi \in D. \tag{1.2.11}$$

Г) Жогоруда белгиленгендей, бул ИТ келип чыккан, изилденген 1-ВИТ жана тескери маселелердин чыгарылышы СӨФ менен байланыштуу болсо, анда аталган ИТга карата атайын мейкиндиктер киргизилген, мисалы: $Z^p(0,T)$ (А жана Б п. кара). Ошондуктан, 1.2 параграфында (1-бап) ушул эмгекке байланышкан мейкиндиктер боюнча айрым түшүнүктөр кыскача формада келтирилген.

Топологиялык мейкиндиктер жана алардын касиеттери түшүнүгү А.А. Борубаевдин (1990), В.С. Владимировдун (1976), А.Н. Колмогоровдун жана С.В. Фоминдин (1976), В.А. Треногиндин (1980), Х.Л. Массердин (1970, кош автору: Х.Х. Шеффер) жана жогоруда аталган параграфта белгиленген башкалардын эмгектеринде так берилген.

2-бап киришүү мүнөзүнө ээ, анткени туура эмес коюлган 1-ВИТ келип чыккан тескери маселелер боюнча иштерди изилдөө үчүн алгач киргизилген мейкиндиктерде аталган ИТтердин регуляризацияланышын далилдөө үчүн РМди иштеп чыгуу зарыл.

Ошондуктан, 2-бапта белгилүү өзөккө ээ ДФ менен байланышкан чыныгы (терс эмес) чыгарылыштары бар туура эмес коюлган сызыктуу эмес 1-ВИТ изилденет, мисалы 2.1-параграфта төмөнкү ВИТ каралат:

$$H\theta \equiv \int_0^x K(x,\tau)\theta^2(\tau)d\tau = F(x), \tag{2.1.1}$$

мында белгилүү функциялар төмөнкү шарттарга жол берет:

$$\begin{cases} K(x,\tau)\in C(D_0)\cap Lip(x|L_K); K(.)\geq 0; K(0,0)\neq 0, |K(.)|\leq C_{01}, \\ D_0=\{(x,\tau): 0\leq\tau\leq x\leq X\}; C[0,X]\ni F(x)\cap Lip(x|L_F), \\ |F(x)|\leq C_{02}; F(x)\geq\alpha>0, \forall x\in[0,X], (0<L_K, L_F=const). \end{cases} \quad (2.1.2)$$

Ошондо бул ИТтин регуляризацияланышы жана чыгарылышынын жалгыздыгы $Z^2(0,X)$ те далилденет ((1.1.7) эске алынбастан).

Эскертүү. Эгер функция: $K(x,\tau)\equiv 1, F(x)\equiv 1,$ анда $\theta=(\delta(x))^{\frac{1}{2}}$, б.а., бул эмгекте ДФ менен байланыштуулук сөз айкашы ушул мааниде түшүнүлөт.

§2.1.1. 1-ВИТте регуляризациялоочу алгоритмдер. (2.1.2) шарттарында (2.1.1)дин регуляризацияланышын далилдөө үчүн, биринчи берилген функциялардын негизинде айрым математикалык өзгөртүп туюнтууларды келтиребиз, тагыраак айтканда лемма далилденет:

Лемма 2.1.1. (2.1.2) шарттарында берилген дайындар боюнча төмөнкү функциялар бар: $h(x), h_0(x), \phi_0(x), F_0(x)$, булар төмөнкүдөй шарттар менен аныкталат:

$$\begin{cases} h(x)\equiv[\gamma+\dfrac{1}{\alpha}\lambda(x)]F(x)\geq m>0, (1<\gamma=const), \\ h_0(x)\equiv\gamma+\dfrac{1}{\alpha}\lambda(x); 0\leq\lambda(x)\in L^1(0,X), \\ \phi_0(x)=\int\limits_0^x [\gamma+\dfrac{1}{\alpha}\lambda(\tau)]F(\tau)d\tau=\int\limits_0^x h(\tau)d\tau, \\ F_0(x)\equiv F(x)-F(0), F_0(0)=0, \\ h_0(x)\leq\alpha^{-1}h(x); 0<\max C_{0j}=C_0, (j=1,2), \\ |F_0(x)-F_0(\tau)|\leq L_{F_0}M_0(\phi_0(x)-\phi_0(\tau)), (\tau\leq x;\gamma>1; M_0=(\gamma\alpha)^{-1}), \\ x\in[0,X]:\ \ x=(x^{\frac{2}{7}})^{\frac{7}{2}}\leq(\phi_0(x))^{\frac{7}{2}}, (\lambda(x)=\dfrac{2}{7\sqrt[7]{x^5}}), \\ x\leq M_1(\phi_0(x))^2, (M_1=\sup\limits_{[0,X]}(\phi_0(x))^{\frac{3}{2}}). \end{cases} \quad (2.1.3)$$

Андан ары, (2.1.2),(2.1.3) шарттарынын жана Вольтерранын операторунун алкагында, б.а.:

$$<h,\theta>_{[0,x]}=\int\limits_0^x h(\tau)\theta(\tau)d\tau \quad (*)$$

1-ВИТ (2.1.1) төмөнкүдөй түргө эквиваленттүү өзгөртүлүп туюнтулат:

$$\begin{cases} \int\limits_0^x h(\tau)\theta(\tau)d\tau=(Q\theta)(x)+F(x), \\ Q\theta\equiv\int\limits_0^x h_0(\tau)\theta(\tau)(H\theta)(\tau)d\tau-(H\theta)(x). \end{cases} \quad (2.1.4)$$

Андан ары кичине параметр ε менен теңдемени карап көрөбүз , б.а.:

$$\begin{cases}\varepsilon\theta_\varepsilon(x)+(\Phi\theta_\varepsilon)(x)=F_\varepsilon(x),\\ (\Phi\theta_\varepsilon)(x)\equiv\int\limits_0^x h(\tau)\theta_\varepsilon(\tau)d\tau-(Q\theta_\varepsilon)(x),\end{cases}\tag{2.1.5}$$

төмөнкүдөй шарт менен

$$\begin{cases}\theta_\varepsilon(0)=\dfrac{1}{\varepsilon}F(0),\\ C[0,X]\ni F_\varepsilon(x):\|F_\varepsilon(x)-F(x)\|_C\le\Delta_0(\varepsilon),(F_\varepsilon(0)=F(0)).\end{cases}\tag{2.1.6}$$

Бул ИТтин чыгарылышын төмөнкү эреже боюнча издейбиз:

$$\begin{cases}\theta_\varepsilon(x)=\dfrac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon(x)+\upsilon(x)+\xi_\varepsilon(x),\\ \Pi_\varepsilon(0)=F(0),\upsilon(0)=0,\xi_\varepsilon(0)=0,\end{cases}\tag{2.1.7}$$

бирок, белгисиз функцияларга салыштырмалуу төмөнкүлөр орун алат:

$$\Pi_\varepsilon(x)=-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_0^x h(\tau)\Pi_\varepsilon(\tau)d\tau+F(0)\,,\tag{2.1.8}$$

$$\int\limits_0^x h(\tau)\upsilon(\tau)d\tau=(Q\upsilon)(x)+F_0(x),\tag{2.1.9}$$

$$\varepsilon\xi_\varepsilon+\int\limits_0^x h(\tau)\xi_\varepsilon(\tau)\,d\tau=(Q[\frac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon+\upsilon+\xi_\varepsilon])(x)-(Q\upsilon)(x)+F_\varepsilon(x)-F(x)-\varepsilon\upsilon(x),\tag{2.1.10}$$

мында: а) $\Pi_\varepsilon(x)$ - (2.1.8)тин чыгарылышы болуп саналат, ал (2.1.7) камтылган $\Omega_\varepsilon(x)$ өзгөчө функциясын аныктайт, б.а.:

$$\begin{cases}\Omega_\varepsilon(x)=\dfrac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon(x),\\ |\Omega_\varepsilon(x)|\xrightarrow[\varepsilon\to0]{}\begin{cases}0,x\ne0,\\ \infty,x=0;\end{cases}\end{cases}\tag{2.1.11}$$

б) $\upsilon(x)$ - көрүнүшү өзгөртүлгөн, (2.1.9) теңдемесинин чыгарылышы;
в) бул ажыратууда $\xi_\varepsilon(x)$ калдык мүчөнүн ролун аткарат.

Чындыгында, (а) абалында (2.1.8)тен

$$\begin{cases}\Pi_\varepsilon(x)=F(0)\exp(-\dfrac{1}{\varepsilon}\phi_0(x)),\\ |\Pi_\varepsilon(x)|\le C_{02}\exp(-\dfrac{1}{\varepsilon}\phi_0(x))\le C_0\exp(-\dfrac{1}{\varepsilon}\phi_0(x)),\end{cases}\tag{2.1.12}$$

анткени $(-\varepsilon^{-1}h(\tau))$ өзөгү үчүн төмөнкү револьвента бар:

$$R(x,\tau,\varepsilon)\equiv-\frac{1}{\varepsilon}h(\tau)\exp(-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_\tau^x h(s)ds),(\tau\le x)\,.\tag{**}$$

Буга ылайык, чындыгында ИТ (2.1.8) (2.1.12) ге өзгөртүп туюнтулат, мында ошол жерде эле көрсөтүлгөн баалоого жол берилет, ошондуктан (2.1.11) ди алабыз.

Демек, (2.1.12)нин негизинде төмөнкү түрдөгү лемманы карайбыз:

Лемма 2.1.2. лемманын 2.1.1 шарттарында (2.1.11) жана (2.1.12)ден төмөнкү баалоо чыгат:

$$\begin{cases} \|\Pi_\varepsilon\|_{Z^2(0,X)} \le \gamma_1 \varepsilon^{\frac{7}{4}}, (\gamma_1 = C_0 2^{-\frac{7}{2}}[7^{\frac{7}{2}} e^{-\frac{7}{2}} + \frac{105}{16}\sqrt{\pi}]^{\frac{1}{2}}), \\ \|\Omega_\varepsilon(x)\|_{Z^2(0,X)} \le \gamma_1 \varepsilon^{\frac{3}{4}}. \end{cases}$$

Далилдөө. Чындыгында, (2.1.12) баалоосунан төмөнкүнү алабыз

$$\begin{cases} \int_0^x |\Pi_\varepsilon(\tau)|^2 d\tau \le C_0^2 \int_0^x \exp(-\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(\tau))d\tau = C_0^2[\tau \exp(-\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(\tau))\Big|_0^x + \\ +\int_0^x \tau \exp(-\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(\tau))d(\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(\tau))] = C_0^2[x\exp(-\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(x)) + \int_0^x 2^{-\frac{7}{2}}\varepsilon^{\frac{7}{2}}(\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(\tau))^{\frac{7}{2}} \times \end{cases}$$

$$\begin{cases} |\times \exp(-\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(\tau))d(\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(\tau))] \le C_0^2 2^{-\frac{7}{2}}\varepsilon^{\frac{7}{2}}[(\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(x))^{\frac{7}{2}}\exp(-\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(x)) + \int_0^\infty e^{-\rho}\rho^{\frac{7}{2}}d\rho] \le \\ \le C_0^2 2^{-\frac{7}{2}}\varepsilon^{\frac{7}{2}}[(2^{-1}7)^{\frac{7}{2}}e^{-\frac{7}{2}} + 2^{-4}105\sqrt{\pi}] = C_0^2 2^{-7}\varepsilon^{\frac{7}{2}}[7^{\frac{7}{2}}e^{-\frac{7}{2}} + 2^{-4}105\sqrt{\pi}], \\ \rho \equiv \varepsilon^{-1}\phi_0(x); \chi(\rho) \equiv \rho^k \exp(-\rho); \sup_{\rho\ge 0}\chi(\rho) = k^k \exp(-k), (k = 1, 2, 2^{-1}7), \\ \rho = 0 : \chi(0) = 0; \rho \to \infty : \chi \to 0, \end{cases}$$

же $Z^2(0,X)$ норма маанисинен төмөнкү келип чыгат:

$$\| \Pi_\varepsilon \|_{Z^2(0,X)} \le C_0 2^{-\frac{7}{2}}\varepsilon^{\frac{7}{4}}[7^{\frac{7}{2}}e^{-\frac{7}{2}} + \frac{105}{16}\sqrt{\pi}]^{\frac{1}{2}} = \gamma_1\varepsilon^{\frac{7}{4}}.$$

Ошондуктан $\|\Omega_\varepsilon(x)\|_{Z^2(0,X)} = \frac{1}{\varepsilon}\|\Pi_\varepsilon\|_{Z^2(0,X)} \le \frac{1}{\varepsilon}\gamma_1\varepsilon^{\frac{7}{4}} = \gamma_1\varepsilon^{\frac{3}{4}}$. Ушуну далилдөө керек болчу.

Ал эми (б,в) шарттарында төмөнкү лемма келип чыгат:

Лемма 2.1.3. Жол берилген шарттардын алкагында:

1) $\upsilon(x)$ функциясы ИТ (2.1.9) чыгарылышы болуп саналат жана параметрленген ИТнын:

$$\delta\upsilon_\delta(x) + \int_0^x h(\tau)\upsilon_\delta(\tau)d\tau = (Q\upsilon_\delta)(x) + F_0(x), \tag{2.1.13}$$

$C[0,X]$те предели болуп саналат жана бир мааниде аныкталат.

2) ξ_ε функциясы $C[0,X]$те бир мааниде аныкталган, муну менен бирге $\varepsilon \to 0$ бардык $x \in [0,X]$ үчүн бир калыпта нөлгө жыйналат.

Корутундулар:

А) Эгерде 2.1.2; 2.1.3 леммаларынын шарттары аткарылса, анда ИТ (2.1.5)тин чыгарылышы жалгыз (2.1.7) түрүндө гана берилет, муну менен бирге $\forall x \in (0, X]$те (2.1.5) теңдемесинин чыгарылышы *ε→0* (2.1.9) теңдемесинин чыгарылышына жыйналат (бир калыптагы эмес жыйналуучулук), төмөнкүдөй баалоо менен:

$$\begin{cases} |\theta_\varepsilon - \upsilon| \le \Delta_2(\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon}|\Pi_\varepsilon(x)| \le \Delta_2(\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon}C_0 \exp(-\frac{1}{\varepsilon}\phi_0(x)), \\ |\Pi_\varepsilon(x)| \le C_0 \exp(-\frac{1}{\varepsilon}\phi_0(x)), \\ |\Omega_\varepsilon(x)| \le \frac{1}{\varepsilon}C_0 \exp(-\frac{1}{\varepsilon}\phi_0(x)). \end{cases} \tag{2.1.24}$$

Б) Ошону менен бирге, (2.1.7), (2.1.11)лердин негизинде келип чыгат:

$x = 0 : \theta_\varepsilon(0) = \varepsilon^{-1}F(0).$

§2.1.2. $Z^2(0,X)$ те **1-ВИТти регуляризациялоо.** Бул пунктта төмөнкүлөр далилденет:

Теорема 2.1.1. 2.1.1-2.1.3 леммаларынын шарттары аткарылсын жана (2.1.24) орун алсын. Анда келип чыгат:

$$1)\begin{cases}\|\Pi_\varepsilon\|_{Z^2(0,X)} \le \gamma_1\varepsilon^{\frac{7}{4}}, (\gamma_1 = C_0 2^{-\frac{7}{2}}[7^{\frac{7}{2}}e^{-\frac{7}{2}} + \frac{105}{16}\sqrt{\pi}]^{\frac{1}{2}}),\\ \|\Omega\|_{Z^2(0,X)} = \frac{1}{\varepsilon}\|\Pi_\varepsilon\|_{Z^2(0,X)} \le \gamma_1\varepsilon^{\frac{3}{4}},\end{cases} \qquad (2.1.25)$$

$$2)\ \|\theta_\varepsilon - \upsilon\|_{Z^2(0,X)} \le 2[\Delta_2(\varepsilon)\sqrt{X} + \gamma_1\varepsilon^{\frac{3}{4}}] = \tilde{M}_0(\varepsilon), \qquad (2.1.26)$$

$$\|\theta_\varepsilon\|_{Z^2(0,X)} \le r_* = const, \qquad (2.1.27)$$

$$3)\left\|(\Phi\theta_\varepsilon)(x) - F(x)\right\|_{Z^2(0,X)} \le \tilde{M}(\varepsilon), \left(\tilde{M}_0(\varepsilon), \tilde{M}(\varepsilon) \to 0, \quad \varepsilon \to 0\right). \qquad (2.1.28)$$

2.1.1; 2.1.2 пункттарынан алынган жыйынтыктардан алабыз:

Ырастама 2.1.2. 2.1.1 теоремасынын шарттарында 1-ВИТ (2.1.1) $Z^2(0,X)$ те (2.1.5) эрежеси боюнча өзгөчө мааниде регуляризацияланат.

2.2-параграфта 1-ВИТ сызыктуу эмес туура эмес коюлган системасы вектордук-матрица формасында изилденет:

$$H\theta \equiv \int_0^x\int_0^y K(x,y,\tau,\nu)\theta^2(\tau,\nu)d\nu d\tau = F(x,y) \qquad (2.2.1)$$

төмөнкү шарт менен

$$\begin{cases}K(x,y,\tau,\nu) \in C_{n\times n}(D_0) \cap Lip(x|L_K); K(.) \ge 0; \|K(.)\| \le C_{01},\\ K(0,y,0,y) \ne 0, \forall y \in [0,b], (D_0 = [0,X]\times[0,b]\times\{0 \le \tau \le x \le X, 0 \le \nu \le y \le b\}),\\ (x,y) \in \bar{D}_1, (D_1 = (0,X)\times(0,b)); F(x,y) \in C_n^{0,1}(\bar{D}_1) \cap Lip(x|L_F); F(0,y) \ne 0,\\ F(x,0) = 0; F(x,y) > 0, \forall x \in [0,X], y \in (0,b]; \ \|F(x,y)\| \le C_{02}, \forall (x,y) \in \bar{D}_1,\end{cases} \qquad (2.2.2)$$

F, K - белгилүү дайындар, б.а. n – өлчөмдүү вектордук функция (мамыча), ага ылайык $n\times n$ -матрицалык функция. Муну менен бирге, $Z_n^2(D_1)$, мейкиндигинен θ– белгисиз, чыгарылыштары терс эмес n- өлчөмдүү вектордук функция, б.а. $L^2(\bar{D}_1)$ бардык элементтерин, ошондой эле x аргументи боюнча ДФ менен байланышкан $z(x,y)$ чыгарылыштары терс эмес элементтерин камтыган $Z^2(D_1)$ де компоненттерге ээ бардык n –өлчөмдүү вектор-функциялар.

$Z_n^2(D_1)$ де өзгөчө мааниде (2.2.1) системасынын регуляризацияланышын изилдөө үчүн, алгач ИТ (2.2.1)дин негизинде төмөнкүлөргө ээ болобуз:

$$(H\theta)(x,b) \equiv \int_0^x\int_0^b K(x,\tau,b,\nu)\theta^2(\tau,\nu)d\nu d\tau = F(x,b). \qquad (2.2.3)$$

Андан кийин, белгилүү функцияларга карата (2.2.2),(2.2.3) шарттары аткарылганын божомолдоп, муну менен бирге $H_0(x,b)$ диагоналдык-матрицалык функциясы бар экенине жол берип, төмөнкү шарттарга ээ болобуз (б.а. 2.1.1 леммасынын жыйынтыктары матрицалык жана вектордук функцияларга жалпыланат):

$$\begin{cases} H_0(x,b) \equiv G(x)F(x,b); G(x) \equiv \gamma + \dfrac{1}{\alpha}\lambda(x), \\ H_0(x,b) = diag(H_{01}(x,b),...,H_{0n}(x,b)), \\ H_{0i}(x,b) \equiv [\gamma + \dfrac{1}{\alpha}\lambda_i(x)]F_i(x,b), (i=\overline{1,n}; 1<\gamma = const), \\ 0<\lambda_0(x) = \min\limits_{1\le i\le n}\lambda_i(x) \in L^1(0,X); \phi(x) = \int\limits_0^x \lambda_0(\tau)d\tau, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \min\limits_{1\le i\le n} F_i(x,b) = \tilde{F}(x,b) \ge \alpha > 0, \forall x \in [0,X]; F_0(x,y) \equiv F(x,y) - F(0,y), \\ F_0\big|_{x=0} = 0, \forall y \in [0,b]; \|F_0(x,y) - F_0(\tau,y)\| \le L_{F_0}|x-\tau|, \\ \|H_0(x,b)\| \le C_{03}h(x); \|G(x)\| \le C_{04}h(x), (h_0(x) \equiv \gamma + \dfrac{1}{\alpha}\lambda_0(x), \\ h \equiv h_0(x)\tilde{F}(x,b)); 0 < \max C_{0j} = \tilde{C}_1 = const, (j=\overline{1,4}), \\ C_1 = \max(1, \sqrt{n^m}\tilde{C}_1^k), (m=\overline{0,4}; k=\overline{1,6}), \\ \phi_0(x) = \int\limits_0^x h(\tau)d\tau = \int\limits_0^x [\gamma + \dfrac{1}{\alpha}\lambda_0(\tau)]\tilde{F}(\tau,b)d\tau. \end{cases} \qquad (2.2.4)$$

Ошондо, (2.2.1) системасына карата математикалык амалдарды жүргүзүп, төмөнкү формула менен берилген H_0 операторунун негизинде:

$$H_0\theta \equiv \int\limits_0^x H_0(\tau,b)\theta(\tau,y)d\tau, \qquad (*)$$

көрсөтүлгөн система эквиваленттүү түрдө төмөнкүчө өзгөртүлөт:

$$\begin{cases} \int\limits_0^x H_0(\tau,b)\theta(\tau,y)d\tau = (Q\theta)(x,y) + F(x,y), \\ Q\theta \equiv (\tilde{Q}\theta)(x,y) - (H\theta)(x,y);\ \tilde{Q}\theta \equiv \int\limits_0^x G(\tau)(Q_0\theta)(\tau,y)d\tau, \end{cases} \qquad (2.2.5)$$

мында:

$$\begin{cases} Q_0\theta = colon\{Q_{01}\theta,...,Q_{0n}\theta\}; Q_{0i}\theta \equiv \theta_i(x,y)(H_i\theta)(x,b), (i=\overline{1,n}), \\ (H\theta)(x,b) \equiv \int\limits_0^x\int\limits_0^b K(x,\tau,b,\nu)\theta^2(\tau,\nu)d\nu d\tau; \theta \in R^n. \end{cases}$$

(2.2.5) системасынан $H_0(x,b)$ матрицалык функциясы үчүн (2.2.4) негизинде $\lambda_i(x)$ жеке маанилери бар экени белгилүү, бирок: $0<\lambda_0(x) = \min\{\lambda_i(x) | i=1,..,n\}$.

Андан кийин, 1-ВИТ теориясында изилдөөнүн мүмкүн болгон методдорунун бири регуляризациялоочу алгоритмдер болгондуктан, биздин учурда (2.2.5) системасы 1-ВИТ тургандыктан, төмөнкү параметрленген системаны киргизебиз:

$$\begin{cases} \varepsilon\theta_\varepsilon(x,y) + (\Phi\theta_\varepsilon)(x,y) = F_\varepsilon(x,y), \\ (\Phi\theta_\varepsilon)(x,y) \equiv \int\limits_0^x H_0(\tau,b)\theta_\varepsilon(\tau,y)d\tau - (Q\theta_\varepsilon)(x,y), \end{cases} \qquad (2.2.6)$$

төмөнкү шартка жол берилген кичине параметр боюнча өзгөчөлүккө ээ:

$$\begin{cases} \theta_\varepsilon(0,y) = \dfrac{1}{\varepsilon}F(0,y), \\ C_n(\bar{D}_1) \ni F_\varepsilon(x,y) : \|F_\varepsilon(x,y) - F(x,y)\|_{C_n} \le \Delta_0(\varepsilon), (F_\varepsilon(0,y) = F(0,y)). \end{cases} \qquad (2.2.7)$$

Бул системанын чыгарылышын 2.1-параграфтагыдай эле асимптотикалык мүнөздөгү берүүнүн жардамы менен издейбиз:

$$\begin{cases}\theta_\varepsilon(x,y)=\dfrac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon(x,y)+\upsilon(x,y)+\xi_\varepsilon(x,y),\\ \Pi_\varepsilon(0,y)=F(0,y),\upsilon(0,y)=0,\xi_\varepsilon(0,y)=0,\end{cases} \tag{2.2.8}$$

мында аталган вектор-функциялар боюнча ИТтердин тиешелүү системаларын алабыз:

$$\Pi_\varepsilon(x,y)=-\frac{1}{\varepsilon}\int_0^x H_0(\tau,b)\Pi_\varepsilon(\tau,y)\,d\tau+F(0,y), \tag{2.2.9}$$

$$\int_0^x H_0(\tau,b)\upsilon(\tau,y)\,d\tau=(Q\upsilon)(x,y)+F_0(x,y),(F_0\equiv F(x,y)-F(0,y)), \tag{2.2.10}$$

$$\begin{gathered}\varepsilon\xi_\varepsilon+\int_0^x H_0(\tau,b)\xi_\varepsilon(\tau,y)\,d\tau=(Q[\frac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon+\upsilon+\xi_\varepsilon])(x,y)-(Q\upsilon)(x,y)+\\ +F_\varepsilon(x,y)-F(x,y)-\varepsilon\upsilon(x,y).\end{gathered} \tag{2.2.11}$$

Аталган шарттардын алкагында төмөнкүлөр далилденген:

Лемма 2.2.1. (2.2.2), (2.2.4), (2.2.7) жана (2.2.8) шарттарынын аткарылышында төмөнкү корутундулар орун алат:

а) (2.2.9) системасынын чыгарылышы $\Pi_\varepsilon(x,y)$ болуп саналат, ал төмөнкү шарт менен $\Omega_\varepsilon(x,y)$ өзгөчө вектордук функциясын толук аныктайт

$$\begin{cases}\Omega_\varepsilon(x,y)=\dfrac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon(x,y)=\dfrac{1}{\varepsilon}W(x,b,0,\varepsilon)F(0,y),\\ \|\Omega_\varepsilon(x,y)\|\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{}\begin{cases}0, x\neq 0,\\ \infty, x=0;\end{cases}\end{cases} \tag{**}$$

б) көрүнүшү өзгөртүлгөн(2.2.10) системасы $C_n(\overline{D}_1)$де регуляризацияланат, б.а. параметрленген ИТтин чыгарылышы

$$\delta\upsilon_\delta(x,y)+\int_0^x h(\tau)\upsilon_\delta(\tau,y)\,d\tau=(Q\upsilon_\delta)(x,y)+F_0(x,y) \tag{2.2.12}$$

$\delta\to 0$ $C_n(\overline{D}_1)$ маанисинде $\upsilon(x,y)$ функциясына жыйналат, ошону менен бирге (2.2.10) функциялардын ушул классында чыгарылышка ээ;

в) $\xi_\varepsilon(x,y)$ функциясы жалгыз түрдө (2.2.11)ден аныкталат жана $C_n(\bar{D}_1)$ маанисинде нөлгө жыйналат, качан кичине параметр $\varepsilon\to 0$.

Теорема 2.2.1. 2.2.1 леммасынын шарттары сакталсын. Ошондо, (2.2.8) негизинде төмөнкү келип чыгат:

$$1)\ \begin{cases}\|\Pi_\varepsilon\|_{Z_n^2(D_1)}\le\gamma_1\varepsilon^{\frac{7}{4}},(\gamma_1=C_1\sqrt{b}2^{-7}[7^{\frac{7}{2}}e^{-\frac{7}{2}}+\dfrac{105}{16}\sqrt{\pi}]^{\frac{1}{2}}),\\ \|\Omega_\varepsilon\|_{Z_n^2(D_1)}\le\gamma_1\varepsilon^{\frac{3}{4}},\end{cases} \tag{2.2.25}$$

$$2)\ \begin{cases}\|\theta_\varepsilon-\upsilon\|_{Z_n^2(D_1)}\le 2[\Delta_2(\varepsilon)\sqrt{Xb}+\gamma_1\varepsilon^{\frac{3}{4}}]=\tilde{M}_0(\varepsilon),\\ \|\theta_\varepsilon\|_{Z_n^2(D_1)}\le r_*=const,\end{cases} \tag{2.2.26}$$

$$3)\ \|(\Phi\theta_\varepsilon)(x,y)-F(x,y)\|_{Z_n^2(D_1)}\le\tilde{M}(\varepsilon),(\tilde{M}_0(\varepsilon),\ \varepsilon\to 0,\ \tilde{M}(\varepsilon)\to 0\ ). \tag{2.2.27}$$

Ырастама 2.2.1. 2.2.1 теоремасынын шарттарында (2.2.1) системасы $Z_n^2(D_1)$ де өзгөчө мааниде (2.2.8) эрежеси боюнча регуляризацияланат.

3-бап үч параграфтан турат. 3.1;3.2-параграфтарда изилденген тескери маселелерде каралган теңдемелер Аллер тендемелеринин, Шредингер-Уиземи (НУШУ) бирдей эмес сызыктуу эмес теңдемелеринин жана ЧБОдогу мурункудан калган чөйрөнүн деформациясынын теңдемелеринин ж.б. түрлөрү болуп саналат. Ушул сыяктуу тендемелери бар түз маселелер М. Аллердин (1966), А.М. Нахушевдин (1979), С.В. Нерпиндин (1975, кош автору: А.Ф. Чудновский), А. Ньюэллдин (1989), П.И. Наумкиндин (1992), Дж. Уиземинин (1977), М.А. Шхануковдун (1983) жана башкалардын эмгектеринде жолугары белгилүү.

3.1-параграфта көрсөтүлгөн класстын теңдемесине ээ тескери маселелер изилденет, б.а.:

$$V_{t^2} - b^2 V_{x^2} + K_0(x)[\Phi(V) + \int\limits_0^t \Psi(t-s)V(s,x-b(t-s))\frac{\partial}{\partial x}[V_s(s,x) - bV_x(s,x)]ds] = \qquad (3.1.1)$$
$$= (J\theta)(t), \forall (t,x) \in \bar{D}_0,$$

$$\begin{cases} V(t,x)\big|_{t=0} = 0, V(t,x)_t\big|_{t=0} = \psi(x), \forall x \in R, \\ (V_t - bV_x)\big|_{x=x_0} = g(t),\ \forall t \in [0,T], (D_0 = (0,T) \times R, x_0 \in R), \end{cases} \qquad (3.1.2)$$

макулдашуу шарты менен

$$(V_t - bV_x)\big|_{t=0} = \psi(x);\ g(0) = \psi(x_0), \qquad (3.1.3)$$

$$(J\theta)(t) \equiv \lambda \int\limits_0^{M(t)} K(t,\eta)\theta^2(\eta)d\eta \qquad (*)$$

муну менен бирге белгилүү функцияларга карата:
$0 < b, 0 < \lambda < 1, (b, \lambda = const); K_0(x) \in C^1(R); \Phi(V) \in C^2(R); \Psi(t) \in C^1[0,T],$
$g(t) \in C^1[0,T], \psi(x) \in C^2(R), M(t), K(t,s)$
төмөнкү шарттар келип чыгат:

а) $\sup\left|\Phi_V^{(j)}\right| \le \beta_1, (j = 0,1); \Phi_V(V) \in C(R) \cap Lip(V\left|L_{\Phi_V}\right.),$

б) $\left|g^{(j)}(t)\right| \le \beta_2; \left|\Psi^{(j)}(t)\right| \le \beta_3, \forall t \in [0,T], (j = 0,1); \left|\psi^{(i)}(x)\right| \le \beta_4, (i = 0,1,2),$

в) $\begin{cases} 0 \le K_0(x) \le \tilde{K}_{01} < \infty : \int\limits_R K_0(x)dx \le \tilde{K}_{02} = const, (\left|K_0'(x)\right| \le \tilde{K}_{03} = const), \\ \tilde{K}_0 = \max(\tilde{K}_{01}, \tilde{K}_{02}, \tilde{K}_{03});\ \textit{мисалы: } K_0(x) \equiv e^{-\beta x^2}\ (\beta > 0; \lim\limits_{x \to \pm\infty} K_0(x) = 0), \end{cases}$

г) $K(t,s) \in C(D) \cap Lip(t\left|L_K\right.), 0 < L_K = const; 0 \le K(t,t), K(0,0) \ne 0; \left|K(.)\right| \le C_{01},$
$D = \{(t,s) : 0 \le s \le t \le T\},$

д) $0 \le M(t) \le t \le T, M(0) = 0,\ M(t) \in C[0,T] \cap Lip(t\left|L_M\right.), 0 < L_M = const,$

$\mathrm{P} = (V, \theta)$ белгисиз вектор функция болуп саналат, киргизилген мейкиндикте өзгөчө мааниде тескери маселелердин регуляризацияланышын далилдөө талап кылынат. Анткени (3.1.1)-(3.1.3) тескери маселесинен ДФ менен байланышкан, терс эмес чыгарылышка ээ, туура эмес коюлган сызыктуу эмес 1-ВИТ пайда болот.

§3.1.1. Тескери маселенин интегрилизациясы. Бул максатта, $\mathrm{P}_0=(Q,\theta)$ вектордук функциясынын негизинде төмөнкүдөй болжолдойбуз:

$$\begin{cases} V_t-bV_x=\psi(x-bt)+(\Im[Q,\theta])(t,x),\ (\psi(x_0)=g(0)), \\ \Im[Q,\theta]\equiv\int\limits_0^t[(J\theta)(s)+\int\limits_{x-b(t-s)}^{x}K_0(\tau)Q(s,\tau)d\tau]ds, \end{cases} \tag{3.1.4}$$

муну менен бирге төмөнкү келип чыгат:

$$\begin{cases} V=\int\limits_0^t\psi(x+b(t-s)-bs)ds+\int\limits_0^t\int\limits_0^s[(J\theta)(s')+\int\limits_{x+b(t-s)-b(s-s')}^{x+b(t-s)}K_0(\tau)Q(s',\tau)d\tau]ds'ds\equiv \\ \equiv(A_0[Q,\theta])(t,x), \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{t^2}-bV_{xt}=-b\psi_l(x-bt)+(J\theta)(t)+b\int\limits_0^t K_0(x-b(t-s))Q(s,x-b(t-s))ds\equiv A_1[Q,\theta], \\ V_{tx}-bV_{x^2}=\psi_l(x-bt)+\int\limits_0^t[K_0(x)Q(s,x)-K_0(x-b(t-s))Q(s,x-b(t-s))]ds\equiv \\ \equiv(A_2Q)(t,x),(l=x-bt), \\ V_{t^2}-b^2V_{x^2}=(J\theta)(t)+\int\limits_0^t K_0(x)Q(s,x)ds. \end{cases} \tag{3.1.5}$$

Ошондо, (3.1.4), (3.1.5) жана баштапкы ИДТдан айрым математикалык өзгөртүп туюнтууларды эске алып, төмөнкү интегралдык катнаштар келип чыгат:

$$\begin{cases} \int\limits_0^t(J\theta)(s)=g(t)-\{\psi(x_0-bt)+\int\limits_0^t\int\limits_{x_0-b(t-s)}^{x_0}K_0(\tau)Q(s,\tau)d\tau]ds\}\equiv(BQ)(t,x_0), \\ (A_0[Q,\theta])(t,x)\equiv\int\limits_0^t\psi(x+b(t-s)-bs)ds+\int\limits_0^t(BQ)(s,x_0)ds+ \\ +\int\limits_0^t\int\limits_0^s\int\limits_{x+b(t-s)-b(s-s')}^{x+b(t-s)}K_0(\tau)Q(s',\tau)d\tau ds'ds\equiv(\tilde{A}_0Q)(t,x)\ \text{жана} \end{cases} \tag{3.1.7}$$

$$\begin{aligned} Q(t,x)=&-\{\Phi_\rho((\tilde{A}_0Q)(t,x))[\psi(x-bt)+\int\limits_0^t b\psi_{l_2}(x+b(t-s)-bs)ds+(BQ)(t,x_0)+ \\ &+\int\limits_0^t\int\limits_{x-b(t-s)}^{x}K_0(\tau)Q(s,\tau)d\tau ds+\int\limits_0^t\int\limits_0^s[K_0(x+b(t-s))Q(s',x+b(t-s))-K_0(x+ \\ &+b(t-s)-b(s-s'))Q(s',x+b(t-s)-b(s-s'))]ds'ds]+\Psi(0)(\tilde{A}_0Q)(t,x)\times \\ &\times(A_2Q)(t,x)+\int\limits_0^t\Psi_t(t-s)(\tilde{A}_0Q)(s,x-b(t-s))\times(A_2Q)(s,x)ds+\int\limits_0^t\Psi(t-s)\times \\ &\times[\int\limits_0^s\{-b\psi_{l_4}(x-b(t-s)+b(s-s')-bs')-b\int\limits_0^{s'}[K_0(x-b(t-s)+b(s-s'))Q(\tilde{s},x-b(t-s)+ \\ &+b(s-s'))-K_0(x-b(t-s)+b(s-s')-b(s'-\tilde{s}))Q(\tilde{s},x-b(t-s)+b(s-s')-b(s'-\tilde{s}))]d\tilde{s}\}\times \\ &\times ds'](A_2Q)(s,x)ds\}\equiv(AQ)(t,x). \end{aligned} \tag{3.1.8}$$

(3.1.4) менен сунушталган вариант (3.1.7)ни эске алуу менен алабыз:

$$V_t - bV_x = \psi(x-bt) + (BQ)(t,x_0) + \int_0^t \int_{x-b(t-s)}^{x} K_0(\tau)Q(s,\tau)d\tau ds \equiv (\tilde{\Im}Q)(t,x), \qquad (3.1.4)^*$$

мында изделүүчү функция боюнча төмөнкү келип чыгат:

$$V = (\tilde{A}_0 Q)(t,x), \qquad (3.1.9)$$

муну менен бирге ИДТ (3.1.1) сызыктуу эмес 2-ВИТ (3.1.8) өзгөрмө $t \in [0,T]$ боюнча азаят. Иштелип чыккан интегралдык операторлор ыкмасынын (ИОЫ) артыкчылыгы болуп ИДТ чыгарылышы изилдөөнүн теориялары жакшы өнүктүрүлгөн 2-ВИТ чыгарылышы ИДТнын чыгарылышына келет, ал үчүн изилдөөлөр теориясы абдан жакшы өнүктүрүлгөн.

Лемма 3.1.1. A оператору төмөнкү шарттарга жол берсе:

$$\begin{cases} A: L_A < 1, \\ \|AQ_0\|_C \le r(1-L_A). \end{cases} \qquad (3.1.10)$$

анда ИТ (3.1.8) $C(\bar{D}_0)$дө бир маанилүү чыгарылат, муну менен бирге $Q_x(t,x) \in C(\overline{D_0})$ келип чыгат. Ошондуктан (3.1.9)дун негизинде V функциясы жалгыз гана түрдө $C^{2,2}(\bar{D}_0)$ жашайт.

Q_xтин бир калыптагы чектелиши төмөнкүгө жол берилгенин белгилей кетели:

$$\begin{cases} \|U(t,x)\|_C \le (1-L_A)^{-1}[T_0 + C_0\|Q\|_C] \le (1-L_A)^{-1}[T_0 + C_0 r_0] = \tilde{r}_0, \\ Q_x \equiv U(t,x); 0 < L_A < 1. \end{cases} \qquad (3.1.14)$$

Буга ылайык, 3.1.1 леммасынын далилденген шарттарынын негизинде жана (3.1.9)ду эске алуу менен V функциясы дагы жалгыз гана $C^{2,2}(\bar{D}_0)$ аныкталат, анткени: $V, V_t, V_x, V_{t^2}, V_{x^2}, V_{tx}$, функциялары $Q, Q_x \equiv U$ функциялары менен байланышкан. Демек, төмөнкү келип чыгат:

$$\|V\|_{C^{22}(\bar{D}_0)} = \sum_{j=0}^{2} \|V_{x^j}^{(j)}\|_{C(\bar{D}_0)} + \sum_{j=1}^{2} \|V_{t^j}^{(j)}\|_{C(\bar{D}_0)} \le N_0 = const. \qquad (**)$$

Эскертүү 3.1.1. Эгерде түз маселе изилденсе, анда 3.1.1 леммасынын жыйынтыгы көрсөтүлгөн мейкиндикте (**) нормасы менен жетишээрлик болмок. Бирок, туура эмес коюлган 1-ВИТ келип чыккан тескери маселе каралып жаткандыктан, алсыз жыйналуучу мейкиндик зарыл. Ошондуктан, 3.1.1 леммасынын шарттарын эске алып, К.Фридрихстин теоремасынын негизинде (1980), В.А. Треногиндин китеби) V функциясына карата салмак мейкиндигин киргизүүгө болот. Мисалы: A₁) в $\tilde{W}^2_{K_0(x)}(D_0)$ (тескериси жок). Муну менен бирге, Q, U функцияларына карата чектөөлөрдү эске алып:

$$|Q| \le r_0; |U| \le \tilde{r}_0, \forall (t,x) \in \bar{D}_0 \qquad (3.1.16)$$

$\tilde{W}^2_{K_0(x)}(D_0) = \{(t,x) \in \bar{D}_0 : V \in C^{1,2}(\bar{D}_0), V_{t^2} \in L^2_{K_0(x)}(D_0)\}$ мейкиндигинде

$$\begin{cases} \|V\|_{\tilde{W}^2_{K_0(x)}(D_0)} = \|V\|_{C^{1,2}(\bar{D}_0)} + \|V_{t^2}\|_{L^2_{K_0(x)}(D_0)} \le N_0, \\ \|V_{t^2}(t,x)\|_{L^2_{K_0}} = (\int\limits_{D_0} K_0(\tau)|V_{\tau^2}(s,\tau)|^2 d\tau ds)^{\frac{1}{2}} \end{cases} \tag{3.1.17}$$

ченеми менен $\tilde{W}^2_{K_0(x)}(D_0)$ ылайыктуу баалоосуна э болобуз.

Эгерде (3.1.16) ордуна Q,U нун $L^2_{K_0}(D_0)$ дө чектелгенин талап кылсак, б.а.:

$$\begin{cases} \|Q(t,x)\|_{L^2_{K_0}} = (\int\limits_{D_0} K_0(\tau)|Q(s,\tau)|^2 d\tau ds)^{\frac{1}{2}} \le N_{01} = const, \\ \|U(t,x)\|_{L^2_{K_0}} = (\int\limits_{D_0} K_0(\tau)|U(s,\tau)|^2 d\tau ds)^{\frac{1}{2}} \le N_{02} = const, \end{cases} \tag{3.1.19}$$

анда $V, V_t, V_x, V_{t^2}, V_{x^2}, V_{tx}$ функциялары дагы $\tilde{W}^2_{K_0(x)}(D_0)$ маанисинде чектелет.

Демек, тескери маселенин чыгарылышы $P=(V,\theta)$ вектор-функциясы болгондуктан, тескери маселенин регуляризацияланышы $\tilde{G}^2_{[\tilde{W}^2_{K_0(x)}(D_0), Z^2(0,T)]}(D_0)$ вектордук мейкиндигинде (3.1.17)ни эске алсак, далилдейбиз:

$$\|P\|_{\tilde{G}^2_{[\tilde{W}^2_{K_0(x)}(D_0); Z^2(0,T)]}} = \|V\|_{\tilde{W}^2_{K_0(x)}(D_0)} + \|\theta\|_{Z^2(0,T)}. \tag{3.1.20}$$

§3.1.2. 1-ВИТтин регуляризациясы. Биринчи пунктта V функциясына карата 3.1.1 леммасы далилденгендиктен, (3.1.7) жана (*) эске алуу менен, t боюнча дифференциялоонун негизинде ДФ менен байланышкан, терс эмес чыгарылышка ээ, туура эмес коюлган 1-ВИТ келип чыгат, б.а.:

$$(J\theta)(t) \equiv \lambda \int\limits_0^{M(t)} K(t,\eta)\theta^2(\eta)d\eta = F(t), \tag{3.1.21}$$

мында белгилүү функциялар төмөнкү шарттарды канааттандырышат:

$$\begin{cases} F(t) \equiv g'(t) - \{-b\psi_l(x_0 - bt) + b\int\limits_0^t [K_0(x_0 - b(t-s))Q(s, x_0 - b(t-s))]ds\}, \\ F(t) \in C[0,T] \cap Lip(t|L_F); F(t) \ge \alpha > 0, \forall t \in [0,T], \\ |F(t)| \le C_{02} = const, \end{cases} \tag{3.1.22}$$

жана (г, д). Муну менен бирге, $Z^2(0,T)$да (3.1.21) ИТнын регуляризацияланышын далилдөө үчүн 2.1-параграфтын методун колдонобуз, б.а. (3.1.21)ди төмөнкүдөй түргө өзгөртүп туюнтабыз:

$$\begin{cases} \int\limits_0^t h(\tau)\theta(\tau)d\tau = (H\theta)(t) + F(t), \\ H\theta \equiv \int\limits_0^t h_0(\tau)\theta(\tau)(J\theta)(\tau)d\tau - (J\theta)(t), \end{cases} \tag{3.1.23}$$

мында (3.1.23)тө камтылган белгилүү функциялар 2.1.1 леммасы сыяктуу эле аныкталат. Ошондуктан, (3.1.23) ИТ менен катары эле ε кичине параметри менен теңдеме киргизилет:

$$\begin{cases} \varepsilon\theta_\varepsilon(t) + (\Phi\theta_\varepsilon)(t) = F_\varepsilon(t), \\ (\Phi\theta_\varepsilon)(t) \equiv \int\limits_0^t h(\tau)\theta_\varepsilon(\tau)d\tau - (H\theta_\varepsilon)(t), \end{cases} \tag{3.1.25}$$

жана бул теңдеменин чыгарылышы төмөнкү эреже боюнча берилет:

$$\begin{cases} \theta_\varepsilon(t) = \frac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon(t) + \upsilon(t) + \xi_\varepsilon(t), \\ \Pi_\varepsilon(0) = F(0), \quad \upsilon(0) = 0, \quad \xi_\varepsilon(0) = 0. \end{cases} \tag{3.1.26}$$

Ошондо, (3.1.25) негизинде белгисиз функциялар: $\Pi_\varepsilon(t), \upsilon(t), \xi_\varepsilon(t)$ төмөнкү система менен аныкталат:

$$\begin{cases} \Pi_\varepsilon(t) = -\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_0^t h(\tau)\Pi_\varepsilon(\tau)d\tau + F(0), \\ \int\limits_0^t h(\tau)\upsilon(\tau)d\tau = (H\upsilon)(t) + F_0(t), \\ \varepsilon\xi_\varepsilon + \int\limits_0^t h(\tau)\xi_\varepsilon(\tau)d\tau = (H[\frac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon + \upsilon + \xi_\varepsilon])(t) - (H\upsilon)(t) + F_\varepsilon(t) - F(t) - \varepsilon\upsilon(t). \end{cases} \tag{3.1.27}$$

Аталган шарттардын алкагында төмөнкүлөр далилденген:

Лемма 3.1.2. Эгер 3.1.1 жана ((г,д), (3.1.22)) леммаларынын шарттарына жол берилсе, анда (3.1.27) системасына карата төмөнкүлөр келип чыгат:

А) $\Pi_\varepsilon(t) = F(0)\exp(-\frac{1}{\varepsilon}\phi_0(t)),$ (3.1.28)

төмөнкү баалоо менен $|\Pi_\varepsilon(t)| \le C_1 \exp(-\frac{1}{\varepsilon}\phi_0(t));$ (3.1.29)

Б) параметрленген ИТ чыгарылышы

$$\delta\upsilon_\delta(t) + \int\limits_0^t h(\tau)\upsilon_\delta(\tau)d\tau = (H\upsilon_\delta)(t) + F_0(t) \tag{3.1.30}$$

$\delta \to 0$ (3.1.27) системасынын экинчи теңдемесинин чыгарылышына бирдей жакындайт, анткени аталган ИТ $C[0,T]$да чыгарылышка ээ болот.

В) (3.1.27) системасындагы үчүнчү ИТ $C[0,T]$да бир мааниде чыгарылат, анын үстүнө $\varepsilon \to 0$ ал нөлгө жыйналат.

Теорема 3.1.1. Эгерде 3.1.2 леммасынын шарттарына жол берилсе, анда (3.1.26)нын негизинде төмөнкү келип чыгат:

1) $$\begin{cases} \|\Pi_\varepsilon\|_{Z^2(0,T)} \le \gamma_1\varepsilon^{\frac{7}{4}}, (\gamma_1 = C_1 2^{-\frac{7}{2}}[7^{\frac{7}{2}}e^{-\frac{7}{2}} + \frac{105}{16}\sqrt{\pi}]^{\frac{1}{2}}), \\ \|\Omega_\varepsilon\|_{Z^2(0,T)} \le \gamma_1\varepsilon^{\frac{3}{4}}, \end{cases} \tag{3.1.49}$$

2) $$\begin{cases} \|\theta_\varepsilon - \upsilon\|_{Z^2(0,T)} \le 2[\Delta_3(\varepsilon)\sqrt{T} + \gamma_1\varepsilon^{\frac{3}{4}}] = \tilde{M}_0(\varepsilon), \\ \|\theta_\varepsilon\|_{Z^2(0,T)} \le r_* = const, \end{cases} \tag{3.1.50}$$

3) $\left\|(\Phi\theta_\varepsilon)(t)-F(t)\right\|_{Z^2(0,T)}\le\tilde{M}(\varepsilon),\left(\tilde{M}_0(\varepsilon),\tilde{M}(\varepsilon)\to 0 \text{ при } \varepsilon\to 0\right).$ (3.1.51)

§3.1.3. $\tilde{G}^2_{[\tilde{W}^2_{K_0(x)}(D_0),Z^2(0,T)]}(D_0)$ вектордук мейкиндигинде тескери маселенин регуляризациясынын жалпы чыгарылышы

(3.1.20) нормасы менен. (3.1.5)тин негизинде 3.1.1 леммасынан жана 3.1.1 теоремасынан алынган жыйынтыктардан төмөнкүлөргө ээ болобуз:

$$\begin{cases}\left\|(\Phi\theta_\varepsilon)(t)-F(t)\right\|_{Z^2(0,T)}\le\tilde{M}(\varepsilon)\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{}0,(см.(3.1.51),\\ \tilde{\Delta}_*(\varepsilon)=3b\tilde{K}_0T\Delta_{01}(\varepsilon)+T^2b^2\tilde{K}_0[\Delta_{01}(\varepsilon)+\Delta_{02}(\varepsilon)],(\tilde{\Delta}_*(\varepsilon)\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{}0),\\ \left\|V_{t^2\varepsilon}-V_{t^2}\right\|_{L^2_{K_0(x)}(D_0)}=(\int\limits_{D_0}K_0(\tau)\left|V_{t^2\varepsilon}(t,\tau)-V_{t^2}(t,\tau)\right|^2d\tau dt)^{\frac{1}{2}},\end{cases} \quad (3.1.58)$$

$$\begin{cases}\left\|V_{t^2\varepsilon}-V_{t^2}\right\|_{L^2_{K_0(x)}(D_0)}\le 2\sqrt{\tilde{K}_0}[\left\|(\Phi\theta_\varepsilon)(t)-F\right\|_{Z^2(0,T)}+\sqrt{T}\tilde{\Delta}_*(\varepsilon)]\le 2\sqrt{\tilde{K}_0}[\tilde{M}(\varepsilon)+\\ +\sqrt{T}\tilde{\Delta}_*(\varepsilon)],\end{cases}$$

$$\left\|V_\varepsilon-V\right\|_{C(\bar{D}_0)}\le\frac{2}{3}\sqrt{T^3}\tilde{M}(\varepsilon)+\frac{1}{2}T^2\tilde{K}_0\Delta_{01}(\varepsilon)=\Delta_{03}\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{}0, \quad (3.1.59)$$

$$\begin{aligned}&\left\|V_{t\varepsilon}-V_t\right\|_{C(\bar{D}_0)}\le\sqrt{T}\left\|(\Phi\theta_\varepsilon)(t)-F(t)\right\|_{Z^2(0,T)}+\tilde{K}_0T(1+bT)\Delta_{01}(\varepsilon)\le\sqrt{T}\tilde{M}(\varepsilon)+\\ &+\tilde{K}_0T(1+bT)\Delta_{01}(\varepsilon)=\Delta_{04}(\varepsilon)\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{}0,\end{aligned} \quad (3.1.60)$$

ошондой эле

$$\begin{cases}\left\|V_{x\varepsilon}-V_x\right\|_{C(\bar{D}_0)}\le\Delta_{05}(\varepsilon),\\ \left\|V_{x^2\varepsilon}-V_{x^2}\right\|_{C(\bar{D}_0)}\le\Delta_{06}(\varepsilon);\left\|V_{xt\varepsilon}-V_{xt}\right\|_{C(\bar{D}_0)}\le\Delta_{07}(\varepsilon).\end{cases} \quad (3.1.61)$$

Ошондо, (3.1.58) - (3.1.61) негизинде жогоруда көрсөтүлгөн жыйынтыктар менен төмөнкүлөр келип чыгат:

$$\left\|V_\varepsilon-V\right\|_{\tilde{W}^2_{K_0(x)}(D_0)}\le\sum_{i=3}^{7}\Delta_{0i}(\varepsilon)+2\sqrt{\tilde{K}_0}[\tilde{M}(\varepsilon)+\sqrt{T}\tilde{\Delta}_*(\varepsilon)]=\bar{\Delta}(\varepsilon)\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{}0. \quad (3.1.62)$$

Ырастама 3.1.1. 3.1.1; 3.1.2 леммаларынын, 3.1.1 теоремасынын жана (3.1.62)нин шарттарында (3.1.1),(3.1.2) тескери маселеси $\tilde{G}^2_{[\tilde{W}^2_{K_0(x)}(D_0);Z^2(0,T)]}(D_0)$ дө өзгөчө мааниде регуляризацияланат.

3.2-параграфта ЧОдо үчүнчү тартиптеги гиперболалык түрдөгү сызыктуу эмес дифференциалдык операторлуу локалдык эмес тескери маселе изилденет, анда 3.1-параграфта көрсөтүлгөн, өзөккө ээ, туура эмес коюлган, сызыктуу эмес 1-ВИТ пайда болот, б.а. локалдык эмес тескери маселе каралат:

$$\frac{\partial}{\partial x}[\lambda D(U)\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial^2 U}{\partial t\partial x}]=\lambda\frac{\partial U}{\partial t}+f(x)(J\theta)(t), \quad (3.2.1)$$

$$\begin{cases}U\big|_{t=0}=\varphi(x),\forall x\in[0,H],\\ U_x\big|_{x=0}=\psi_1(t);U\big|_{x=H}=\psi_0(t),\forall t\in[0,T],\\ \psi_0(0)=\varphi(H),\psi_1(0)=\varphi_x(0),\end{cases} \quad (3.2.2)$$

$$U_{x^2}(x_0,t)+\sum_{i=1}^{2}\lambda_iU_x(x_i,t)=g(t),\forall t\in[0,T],((x_0;x_i)\in(0,H)), \quad (3.2.3)$$

$$J\theta \equiv \int\limits_0^t K(t,s)\theta^3(s)ds\,, \qquad (3.2.4)$$

мында белгилүү функциялар: $\lambda = A^{-1}, \lambda_i (i=1,2); D(U), f(x), \varphi(x), \psi_0(t), \psi_1(t), g(t)$ изилденген тескери маселеде төмөнкү шарттарга жол берет:

a1) $0<\lambda, \lambda_i = const; C^2(R) \ni D(U); C[0,H] \ni f(x); C^2[0,H] \ni \varphi(x); \psi_0(t), \psi_1(t), g(t) \in C^1[0,T]$,

a2) $K(t,s) \in C(D_1) \cap Lip(t|L_K), 0<L_K = const; 0 \le K(t,t), K(0,0) \ne 0; |K(.)| \le C_{01}$,

$D_2 = \{(t,s): 0 \le s \le t \le T\}$. Вектор-функция $P=(U,\theta)$ белгисиз болуп саналат, ошондуктан баштапкы тескери маселенин регуляризацияланышын өзгөчө мааниде далилдөө талап кылынат, анткени θ функциясына карата баштапкы тескери маселеден ДФ менен байланышкан, терс эмес чыгарылышка ээ, туура эмес коюлган сызыктуу эмес 1-ВИТ эркин функцияга карата төмөнкү шарт менен пайда болот (төм. кара (3.2.16)):

a3) $F(t) \in C[0,T] \cap Lip(t|L_F), 0<L_F; F(t) \ge \alpha > 0, |F(t)| \le C_{02}, \forall t \in [0,T]$.

Муну менен бирге, бул ИТтин регуляризацияланышы $Z^3(0,T)$ да каралат (1-бапты кара, $p=3$, мында (1.1.15) эске алынбайт).

§3.2.1. Тескери маселенин интегрилизациясы. Баштапкы тескери маселени интегрилизациялоо үчүн U изделүүчү функциясы төмөнкү барабардыктын негизинде $P_0=(Q,\theta)$ вектордук функциясы менен байланышкан катнашты колдонуу ыңгайлуу:

$$U_{x^2}(x,t) = \varphi_{x^2}(x) + \int\limits_0^t [Q(x,s) + f(x)(J\theta)(s)]ds = (A_1[Q,\theta])(x,t)\,, \qquad (3.2.5)$$

мындан тышкары, өзгөрүлмө x боюнча эки жолу интегралдап төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\begin{cases} U_x = \psi_1(t) + \int\limits_0^x \{\varphi_{\tau^2}(\tau) + \int\limits_0^t [Q(\tau,s) + f(\tau)(J\theta)(s)]ds\}d\tau = (A_2[Q,\theta])(x,t), \\ U = \psi_0(t) - \psi_1(t)H - \int\limits_0^H (H-\tau)\{\varphi_{\tau^2}(\tau) + \int\limits_0^t [Q(\tau,s) + f(\tau)(J\theta)(s)]ds\}d\tau + \\ +\psi_1(t)x + \int\limits_0^x (x-\tau)\{\varphi_{\tau^2}(\tau) + \int\limits_0^t [Q(\tau,s) + f(\tau)(J\theta)(s)]ds\}d\tau \equiv (A_3[Q,\theta])(x,t), \end{cases} \qquad (3.2.6)$$

мында $Q(x,$ - жаңы белгисиз функция. Бул (3.2.3)түн негизинде (3.2.5), (3.2.6)ларды эске алып жана айрым математикалык өзгөртүүлөрдү жүргүзүп (3.2.1)ден төмөнкүлөр келип чыкканын билебиз:

$$\begin{cases} \int\limits_0^t (J\theta)(s)ds = \beta_0^{-1}\{g(t) - (\varphi_{x^2}(x_0) + \sum\limits_{i=1}^2 \lambda_i\psi_1(t)) - \sum\limits_{i=1}^2 \lambda_i \int\limits_0^{x_i} \varphi_{\tau^2}(\tau)d\tau - \int\limits_0^t Q(x_0,s)ds - \\ -\sum\limits_{i=1}^2 \lambda_i \int\limits_0^{x_i}\int\limits_0^t Q(\tau,s)dsd\tau\} \equiv (A_4Q)(t), \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(A_4Q)(t) = \beta_0^{-1}[g'(t) - \sum\limits_{i=1}^{2} \lambda_i\psi_1'(t) - Q(x_0,t) - \sum\limits_{i=1}^{2} \lambda_i \int\limits_0^{x_i} Q(\tau,t)d\tau], \\ \beta_0 = f(x_0) + \sum\limits_{i=1}^{2} \lambda_i \int\limits_0^{x_i} f(\tau)d\tau \neq 0;\ \tilde{g}(t) \equiv g(t) - (\varphi_{x^2}(x_0) + \sum\limits_{i=1}^{2} \lambda_i\psi_1(t)) - \sum\limits_{i=1}^{2} \lambda_i(\varphi_x(x_i) - \\ -\varphi_x(0)), (\tilde{g}(t)\big|_{t=0} = 0),\quad жана \end{cases}$$

$$Q(x,t) = \lambda\{\psi_0'(t) + \psi_1'(t)(x-H) - \int\limits_0^H (H-\tau)Q(\tau,t)d\tau + [-\int\limits_0^H (H-\tau)\times$$
$$\times f(\tau)d\tau + \int\limits_0^x (x-\tau)f(\tau)d\tau]\beta_0^{-1}[g'(t) - \sum\limits_{i=1}^{2} \lambda_i\psi_1'(t) - Q(x_0,t) - \tag{3.2.9}$$
$$-\sum\limits_{i=1}^{2} \lambda_i \int\limits_0^{x_i} Q(\tau,t)d\tau] + \int\limits_0^x (x-\tau)Q(\tau,t)d\tau\} - \lambda\{D_\rho[(BQ)(x,t)]\{\psi_1(t) + \varphi_x(x) -$$
$$-\varphi_x(0) + \int\limits_0^x\int\limits_0^t Q(\tau,s)dsd\tau + (A_4Q)(t)\int\limits_0^x f(\tau)d\tau\}^2 + D[(BQ)(x,t)]\times[\varphi_{x^2}(x) +$$
$$+\int\limits_0^t Q(x,s)ds + f(x)(A_4Q)(t)]\} \equiv (\tilde{B}Q)(x,t),$$

мында (3.2.9) 2-ИТ болуп саналат жана ошондуктан төмөнкүгө жол берет:

Лемма 3.2.1. (3.2.2),(3.2.3),(3.2.7) шарттарынын алкагында жана Банахтын шарттарында:

$$\begin{cases} 0 < L_{\tilde{B}} < 1, \\ \tilde{B} : S_r \to S_r = \{Q : |Q - Q_0| \le r, \forall(x,t) \in \bar{D}_0\}, \\ \|\tilde{B}Q_0 - Q_0\|_C \le (1 - L_{\tilde{B}})r, (|Q| \le r_0 = const, \forall(x,t) \in \bar{D}_0). \end{cases} \tag{3.2.10}$$

Ошондо ИТ (3.2.9) $Q \in C(\bar{D}_0)$дө бир мааниде чыгарылат, демек (3.2.8)ти эске алганда $U(x,t)$ функциясы дагы жалгыз гана $C^{2,1}(\bar{D}_0)$дө аныкталат.

Андан кийин, 3.2.1 леммасынын жыйынтыктарын эске алып төмөнкүгө жол бере алабыз:

$$\|U\|_{C^{2,1}(\bar{D}_0)} = \|U\|_{C(\bar{D}_0)} + \|U_t\|_{C(\bar{D}_0)} + \|U_x\|_{C(\bar{D}_0)} + \|U_{xt}\|_{C(\bar{D}_0)} + \|U_{x^2}\|_{C(\bar{D}_0)} + \|U_{x^2t}\|_{C(\bar{D}_0)} \le M_0.$$

Эскертүү 3.2.1. Ушул сыяктуу корутундуларды (3.1-параграфта белгиленген сымал), К. Фридрихстин теоремасынын негизинде мында дагы алабыз, б.а. 3.2.1 леммасынын шарттарын аткарууда, анткени U функциясы (3.2.8) эрежеси боюнча бир мааниде $C^{2,1}(\bar{D}_0)$дө аныкталгандыктан жана чектелгендиктен, көрсөтүлгөн теорема боюнча $U\,\tilde{W}^3(D_0)$ мейкиндигинде (тескериси жок) чамаланат, качан гана Q функциясы төмөнкү шартка жол бергенде:

$$|Q| \le r_0, \forall(x,t) \in \bar{D}_0. \tag{3.2.13}$$

Мында: $\tilde{W}^3(D_0) = \{(x,t) \in \bar{D}_0 : U, U_x, U_{x^2} \in C(\bar{D}_0); U_t, U_{tx}, U_{tx^2} \in L^3(D_0)\}$

$$\begin{cases} \|U\|_{\tilde{W}^3(D_0)} = \sum\limits_{i=0}^{2} \|U_{x^i}^{(i)}\|_{C(\bar{D}_0)} + \|U_t\|_{L^3(D_0)} + \|U_{tx}\|_{L^3(D_0)} + \|U_{tx^2}\|_{L^3(D_0)} \le N_0, (U_{x^0}^{(0)} = U), \\ \|U_t(t,x)\|_{L^3} = (\int\limits_{D_0} |U_s(\tau,s)|^3 d\tau ds)^{\frac{1}{3}}; \|U_{tx}(t,x)\|_{L^3} = (\int\limits_{D_0} |U_{s\tau}(\tau,s)|^3 d\tau ds)^{\frac{1}{3}}, \\ \|U_{tx^2}(t,x)\|_{L^3} = (\int\limits_{D_0} |U_{s\tau^2}(\tau,s)|^3 d\tau ds)^{\frac{1}{3}}, (\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1 : \ p = 3, q = \frac{3}{2}), \end{cases} \qquad (3.2.14)$$

нормасы менен бааланат, эгерде (3.2.13)түн ордуна $L^3(D_0)$дө Qфункциясын талап кылсак, анда:

$$\|Q(x,t)\|_{L^3} = (\int\limits_{D_0} |Q(\tau,s)|^3 d\tau ds)^{\frac{1}{3}} \le N_{01} = const,$$

анда, бул учурда (3.2.14) формуласы боюнча көрсөтүлгөн баалоолор орун алат. Мындан тышкары, баштапкы тескери маселенин чыгарылышы $P = (U,\theta)$ вектор функциясы болгондуктан, тескери маселенин регуляризацияланышы $\tilde{G}^3_{[\tilde{W}^3(D_0), Z^3(0,T)]}(D_0)$та төмөнкү нормалар менен жүргүзүлөт:

$$\|P\|_{\tilde{G}^3_{[\tilde{W}^3(D_0); Z^3(0,T)]}} = \|U\|_{\tilde{W}^3(D_0)} + \|\theta\|_{Z^3(0,T)}. \qquad (3.2.15)$$

§3.2.2. 1-ВИТ регуляризацияланышы. 3.2.1 леммасынан алынган жыйынтыктардын жана (*), (3.2.7) формулаларын эске алуу менен төмөнкү түрдөгү сызыктуу эмес 1-ВИТ келип чыгат:

$$\begin{cases} J\theta \equiv \int\limits_0^t K(t,s)\theta^3(s)ds = F(t), \\ F(t) \equiv \beta_0^{-1}[g'(t) - \sum\limits_{i=1}^{2} \lambda_i \psi_1'(t) - Q(x_0,t) - \sum\limits_{i=1}^{2} \lambda_i \int\limits_0^{x_i} Q(\tau,t)d\tau], \end{cases} \qquad (3.2.16)$$

анын үстүнө, (a_2, a_3) шарттарына жол берилсе, анда $C[0,T]$да (3.2.16) туура эмес коюлган 1-ВИТ болуп саналат.

Өзгөчө мааниде (a_3) шартында (3.2.16)нын регуляризацияланышын далилдөө үчүн, алгач бул ИТти төмөнкү түргө өзгөртүп туюнтабыз:

$$\begin{cases} \int\limits_0^t h(\tau)\theta(\tau)d\tau = (\Phi\theta)(t) + F(t), \\ \Phi\theta \equiv \int\limits_0^t h_0(\tau)\theta(\tau)(J\theta)(\tau)d\tau - (J\theta)(t), \end{cases} \qquad (3.2.17)$$

анткени 3.1-параграфтагы сыяктуу эле төмөнкү өзгөртүүлөрдү жүргүзө алабыз:

$$\begin{cases} h(t)\equiv[\gamma+\frac{1}{\alpha}\mu(t)]F(t)\ge m>0,(1<\gamma=const);h_0(t)\equiv\gamma+\frac{1}{\alpha}\mu(t), \\ 0\le\mu(t)\in L^1(0,T);h_0(t)\le a^{-1}h(t);F_0(t)\equiv F(t)-F(0);F_0(0)=0, \\ \phi_0(t)=\int\limits_0^t[\gamma+\frac{1}{\alpha}\mu(\tau)]F(\tau)d\tau=\int\limits_0^t h(\tau)d\tau, \\ |F_0(t)-F_0(\tau)|\le L_{F_0}M_0(\phi_0(t)-\phi_0(\tau)),(\tau\le t;M_0=\frac{1}{\gamma\alpha}), \\ 0<\max C_{0j}=C_0,(j=1,2;см.(a_2,a_3)), \\ t\in[0,T]:\ \ t=(t^{\frac{2}{9}})^{\frac{9}{2}}\le(\phi_0(t))^{\frac{9}{2}},(\mu(t)=\frac{2}{9\sqrt[9]{t^7}});t\le M_1(\phi_0(t))^2,(M_1=\sup\limits_{[0,T]}(\phi_0(t))^{\frac{5}{2}}). \end{cases} \tag{3.2.18}$$

Ошондо, (3.2.17) теңдемеси менен катар кичине паратметрге ээ ИТти киргизебиз:

$$\begin{cases} \varepsilon\theta_\varepsilon(t)+\int\limits_0^t h(\tau)\theta_\varepsilon(\tau)d\tau=(\Phi\theta_\varepsilon)(t)+F_\varepsilon(t), \\ (\Phi_0\theta_\varepsilon)(t)\equiv\int\limits_0^t h(\tau)\theta_\varepsilon(\tau)d\tau-(\Phi\theta_\varepsilon)(t), \end{cases} \tag{3.2.19}$$

жана бул ИТтин чыгарылышын төмөнкү эреже боюнча издейбиз :

$$\begin{cases} \theta_\varepsilon(t)=\frac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon(t)+\upsilon(t)+\xi_\varepsilon(t), \\ \Pi_\varepsilon(0)=F(0),\upsilon(0)=0,\xi_\varepsilon(0)=0. \end{cases} \tag{3.2.20}$$

Буга ылайык, белгисиз функцияларга карата төмөнкү системага ээ болобуз:

$$\begin{cases} \Pi_\varepsilon(t)=-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_0^t h(s)\Pi_\varepsilon(s)ds+F(0), \\ \int\limits_0^t h(s)\upsilon(s)ds=(\Phi\upsilon)(t)+F_0(t), \\ \varepsilon\xi_\varepsilon(t)+\int\limits_0^t h(s)\xi_\varepsilon(s)ds=(\Phi[\frac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon+\upsilon+\xi_\varepsilon])(t)-(\Phi\upsilon)(t)-\varepsilon\upsilon(t)+F_\varepsilon(t)-F(t), \end{cases} \tag{3.2.21}$$

жана төмөнкү ырастамаларды далилдей алабыз:

Лемма 3.2.2. 3.2.1 леммасынын жана ((a_2, a_3), (3.2.18)) шарттарында, (3.2.21) системасынын ИТтерине карата төмөнкүлөр орун алат:

1) $\Pi_\varepsilon(t)=F(0)\exp(-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_0^t h(s)ds)$, төмөнкү баалоо менен

$$|\Pi_\varepsilon(t)|\le C_0\exp\left(-\frac{1}{\varepsilon}\phi_0(t)\right); \tag{3.2.22}$$

2) параметрленген теңдеменин чыгарылышы

$$\delta\upsilon_\delta(t)+\int\limits_0^t h(s)\upsilon_\delta(s)ds=(\Phi\upsilon_\delta)(t)+F_0(t) \tag{3.2.23}$$

$\delta\to0$ (3.2.21) системасынын экинчи ИТинин чыгарылышына бир калыпта жыйналат, анткени бул ИТ C[0,T]да чыгарылышка ээ;

3) $\xi_\varepsilon(t)$ функциясы (3.2.21) системасынын үчүнчү ИТинин чыгарылышы катары $C[0,T]$ да бир маанилүү чыгарылат, анын үстүнө $\varepsilon \to 0$ нөлгө бир калыпта жыйналат.

Теорема 3.2.1. 3.2.2 леммасынын шарттарында, (3.2.20)нын негизинде төмөнкү келип чыгат:

$$1)\begin{cases} \|\Pi_\varepsilon\|_{Z^3(0,T)} \le \gamma_4 \varepsilon^{\frac{9}{6}}, (\gamma_4 = C_0[3^{\frac{9}{2}}(2e)^{-\frac{9}{2}} + \frac{945}{32}\sqrt{\pi}]^{\frac{1}{3}}), \\ \|\Omega_\varepsilon\|_{Z^3(0,T)} \le \gamma_4 \varepsilon^{\frac{1}{2}}, \end{cases} \tag{3.2.39}$$

$$2)\begin{cases} \|\theta_\varepsilon - \upsilon\|_{Z^3(0,T)} \le \tilde{M}_0(\varepsilon), (\tilde{M}_0(\varepsilon) = 2[\Delta_3(\varepsilon)\sqrt[3]{T} + \gamma_4 \varepsilon^{\frac{1}{2}}]), \\ \|\theta_\varepsilon\|_{Z^3(0,T)} \le r_* = const, \end{cases} \tag{3.2.40}$$

$$3)\ \|(\Phi_0\theta_\varepsilon)(t) - F(t)\|_{Z^3(0,T)} \le \tilde{M}(\varepsilon), (\tilde{M}_0(\varepsilon), \tilde{M}(\varepsilon) \to 0 \quad \text{при} \quad \varepsilon \to 0). \tag{3.2.41}$$

§3.2.3. $\tilde{G}^3_{[\tilde{W}^3(D_0), Z^3(0,T)]}(D_0)$ мейкиндигинде (3.2.15) нормасына ээ тескери маселени регуляризациялоонун жалпы жыйынтыктары. (3.2.6), (3.2.7) негизинде 3.2.1 леммасынан жана 3.2.1 теоремасынан алынган жыйынтыктардан жана төмөнкү шартты эске алып:

$$|Q - Q_\varepsilon| \le \tilde{\Delta}(\varepsilon), \forall (x,t) \in \bar{D}_0, \tag{3.2.46}$$

натыйжада алабыз:

$$\|U_t - U_{t\varepsilon}\|_{L^3(D_0)} \le [см.(3.2.41)] \le 2[H^2\sqrt[3]{TH}\tilde{\Delta}(\varepsilon) + \gamma_3\sqrt[3]{H}\tilde{M}(\varepsilon)] = \Upsilon_{01}(\varepsilon), \tag{3.2.47}$$

$$\begin{cases} \|U_{tx} - U_{tx\varepsilon}\|_{L^3(D_0)} \le \Upsilon_{02}(\varepsilon), \\ \|U_{tx^2} - U_{tx^2\varepsilon}\|_{L^3(D_0)} \le \Upsilon_{03}(\varepsilon), (\Upsilon_{02}, \Upsilon_{03} \xrightarrow[\varepsilon \to 0]{} 0), \end{cases} \tag{3.2.48}$$

$$\|U - U_\varepsilon\|_{C(\bar{D}_0)} \le N_{01}(\varepsilon) \xrightarrow[\varepsilon \to 0]{} 0, \tag{3.2.49}$$

$$\begin{cases} \|U_{x\varepsilon} - U_x\|_{C(\bar{D}_0)} \le N_{02}(\varepsilon), \\ \|U_{x^2\varepsilon} - U_{x^2}\|_{C(\bar{D}_0)} \le N_{03}(\varepsilon). \end{cases} \tag{3.2.50}$$

Ошондуктан, (3.2.47) - (3.2.50)лөрдү эске алып $\tilde{W}^3(D_0)$ маанисинде төмөнкү баалоого ээ болобуз, б.а.:

$$\|U_\varepsilon - U\|_{\tilde{W}^3(D_0)} \le \sum_{i=1}^{3} (N_{0i}(\varepsilon) + Y_{0i}(\varepsilon)) = \bar{\Delta}(\varepsilon) \xrightarrow[\varepsilon \to 0]{} 0 \cdot \tag{3.2.51}$$

Ырастама 3.2.1. 3.2.1 леммасынын жана 3.2.1 теоремасынын шарттарында жана (3.2.51)дин негизинде (3.2.1)-(3.2.3) тескери маселеси $\tilde{G}^3_{[\tilde{W}^3(D_0); Z^3(0,T)]}(D_0)$ да өзгөчө мааниде регуляризацияланат.

3.3-параграфта гиперболалык түрдөгү төртүнчү тартиптеги дифференциалдуу операторго ээ, көп өлчөмдүү тескери маселе изилденет:

$$u_{tx^2y} + \lambda u_{x^2y} = \lambda_1 u_y + \Phi_0(u, u_x, u_{x^2}) + f(t)(H\theta)(x,y), \tag{3.3.1}$$

$$\begin{cases} u(0,y,t) = u_x(0,y,t) = 0, \\ u(x,0,t) = 0; u(x,y,0) = \varphi(x,y), \forall (x,y,t) \in \bar{\Omega}, (\Omega = (0,X)\times(0,b)\times(0,\infty)), \\ \varphi(0,y) = \varphi(x,0) = \varphi(0,0) = 0, (\varphi_x(0,y) = 0; u(t,0,0) = 0; u(0,0,0) = 0), \end{cases} \tag{3.3.2}$$

$$\begin{cases} (u_t+\lambda u)\big|_{t=T} = g(x,y), \forall (x,y)\in \bar{D}_1, \\ g\big|_{x=0} = g\big|_{y=0} = 0, (g(0,0)=0; D_1 = (0,X)\times(0,b); T\in(0,\infty)), \end{cases} \tag{3.3.3}$$

мында

$$H\theta \equiv \int_0^x\int_0^y K(x,\tau,y,\nu)\theta^2(\tau,\nu)d\nu d\tau, \tag{*}$$

муну менен бирге $\lambda, \lambda_1, \Phi_0, f, \varphi, g, K$ белгилүү функцияларына карата:

$$\begin{cases} C(D_0) \ni K(x,\tau,y,\nu): |K(.)| \le C_{01}, \forall (x,\tau,y,\nu)\in D_0, \\ D_0 = \{(x,\tau): 0\le\tau\le x\le X\}\times[0,b]\times[0,b], \\ K(.)\ge 0; K(0,0,y,y)\ne 0, \forall y\in[0,b], \\ C^{1,1,1}(D_2)\ni \Phi_0(u_1,u_2,u_3), (D_2 = R\times R\times R); |\Phi_0|\le\beta_1, |\Phi_{0u_i}|\le\beta_2, \\ (i=\overline{1,3}); C^{2,1}(\bar{D}_1)\ni\varphi(x,y); \sup\limits_{\bar{D}_1}[|\varphi(.)|, |\varphi_x|, |\varphi_{x^2}|, |\varphi_y|, |\varphi_{xy}|, |\varphi_{x^2y}|]\le\beta_3, \end{cases}$$

$$\begin{cases} C^{1,1}(\bar{D}_1)\ni g(x,y); \sup\limits_{\bar{D}_1}[|g(.)|, |g_x(.)|, |g_y(.)|, |g_{xy}(.)|]\le\beta_4, \\ C(R_+)\ni f(t): 0\le f(t)\le f_{01}<\infty: \int\limits_{R_+} f(t)dt\le f_{02} = const; f(T)\ne 0, \\ \|f(t)\|_C \left|f^{-1}(T)\right| \le \beta_5, (f_0 = \max(f_{01}, f_{02}), \beta_0 = \max\beta_i, (i=\overline{1,5})). \end{cases} \tag{3.3.4}$$

$P=(u,\theta)$ вектор-функциясы эки компонентүү белгисиз болуп саналат, анткени ТМ (3.3.1)-(3.3.3) ДФ менен байланышкан, терс эмес чыгарылышка ээ, туура эмес коюлган 1-ВИТ пайда болсо, бул ИТтин регуляризацияланышы $Z^2(D_1)$ де каралат.

§3.3.1. (3.3.1)-(3.3.3) тескери маселесин интегрилизациялоо методу

Изилденген тескери маселени интегрилизациялоо үчүн, изделген функцияга карата төмөнкү түрдөгү өзгөртүүлөрдү киргизе алабыз:

$$u = \varphi(x,y)\exp(-\lambda t) + \int_0^t \exp(-\lambda(t-s))\int_0^x\int_0^y (x-\tau)[f(s)(H\theta)(\tau,\nu) + \tag{3.3.5}$$
$$+Q(\tau,\nu,s)]d\nu d\tau ds \equiv (A[\theta,Q])(x,y,t).$$

Ошондо, $u_t(x,y,t)$ ны эске алуу менен (3.3.5) жана

$$\int_0^x\int_0^y (x-\tau)(H\theta)(\tau,\nu)d\nu d\tau = (f(T))^{-1}[g - \int_0^x\int_0^y (x-\tau)Q(\tau,\nu,T)]d\nu d\tau] \equiv (B_1Q)(x,y), \tag{3.3.7}$$

боюнча төмөнкү келип чыгат:

$$u = \varphi(x,y)\exp(-\lambda t) + (\int_0^t \exp(-\lambda(t-s))f(s)ds)(B_1Q)(x,y) +$$
$$+\int_0^t \exp(-\lambda(t-s))\int_0^x\int_0^y (x-\tau)Q(\tau,\nu,s)d\nu d\tau ds \equiv (A_1Q)(x,y,t). \tag{3.3.8}$$

Ошондуктан, *u(x,y,t)* функциясына карата, талап кылынган тартипке чейин аргументтердин жыйындысы боюнча айрым туундуларды эске алып жана (3.3.1)ге коюп, төмөнкү ИТке ээ болобуз:

$$Q(x,y,t) = \Phi_0[(A_1Q)(x,y,t), (A_2Q)(x,y,t), (A_3Q)(x,y,t)] + \lambda_1(A_4Q)(x,y,t) \equiv (BQ)(x,y,t), \tag{3.3.11}$$

мында Q-жаңы изделген функция, анын үстүнө бардык операторлор: $(A_1Q)(x,y,t);(A_2Q)(x,y,t),\ (A_3Q)(x,y,t);(A_4Q)(x,y,t)-$интегралдык операторлор, ал эми (3.3.11) теңдемеси (x,y) өзгөрмөсү боюнча 2-ВИТ болуп саналат.

Лемма 3.3.1. (3.3.4) шартында төмөнкү $\lambda,\lambda_1,\Phi_0,\ f,\ \varphi,g$ белгилүү дайындарга карата жана

$$\begin{cases} L_B<1, \\ B:S_r(Q_0)\to S_{r_0}(Q_0)=\{Q\in C(\bar\Omega):|Q-Q_0|\le r,\forall(x,y,t)\in\bar\Omega\}, \end{cases} \tag{3.3.12}$$

боюнча (3.3.11) ИТ $C(\bar\Omega)$да бир мааниде чыгарылат жана чыгарылышы Пикардын методу (ПМ) боюнча түзүлөт:

$$Q_{n+1}=BQ_n,(n{=}0,1,2,\ldots) \tag{3.3.13}$$

мында катаны баалоо

$$\|Q_{n+1}-Q\|_C\le L_B^{n+1}r\xrightarrow[n\to\infty]{}0, \tag{3.3.14}$$

боюнча жүргүзүлөт, мында Q_0- баштапкы жакындатуу, ал эми $0<L_B-B$ операторунун Липщиц коэффициенти. Ошондо, (3.3.8)ти эске алуу менен $u\in C^{2,1,1}(\bar\Omega)$ болгон жалгыз функция жашайт.

Эскертүү 3.3.1. К. Фридрихстин теоремасынын негизинде 3.3.1 леммасынын шарттарын аткарууда u функциясы бир мааниде (3.3.8) эрежеси боюнча аныкталгандыктан жана $\tilde C^{2,1,1}(\bar\Omega)$да чектелгендиктен, u функциясы $\tilde W^2_{k_0(t)}(\Omega)$сызыктуу мейкиндигинде дагы аныкталат (тескериси жок), мында Q 3.3.1 леммасын эске алуу менен төмөнкүгө жол берет:

$$|Q|\le r_0,\forall(x,y,t)\in\bar\Omega. \tag{3.3.18}$$

Муну менен бирге:

$$\tilde W^2_{k_0(t)}(\Omega)=\{(x,y,t)\in\Omega:u,u_t,u_x\in C(\bar\Omega);u_y,u_{x^2},u_{x^2y},u_{tx^2y}\in L^2_{k_0(t)}(\Omega)\}$$

төмөнкү ченем менен:

$$\begin{cases} \|u\|_{\tilde W^2_{k_0(t)}(\Omega)}=\|u\|_{C(\bar\Omega)}+\|u_t\|_{C(\bar\Omega)}+\|u_x\|_{C(\bar\Omega)}+\|u_y\|_{L^2_{k_0(t)}(\Omega)}+\|u_{x^2}\|_{L^2_{k_0(t)}(\Omega)}+\|u_{x^2y}\|_{L^2_{k_0(t)}(\Omega)}+ \\ +\|u_{tx^2y}\|_{L^2_{k_0(t)}(\Omega)}\le N_0, \\ мисалы:\|u_y(t,x)\|_{L^2_{k_0(t)}(\Omega)}=(\int\limits_\Omega k_0(s)|u_v(\tau,v,s)|^2dvd\tau ds)^{\frac12}, \\ 0\le k_0(t)\le\tilde k_{01}=const:\int\limits_0^{+\infty}k_0(s)ds\le\tilde k_{02}=const,(\tilde k_0=max(\tilde k_{01},\tilde k_{02})). \end{cases} \tag{3.3.19}$$

Натыйжада, тескери маселенин чыгарылышы болуп $P=(u,\theta)$ функциясы эсептелгендиктен, тескери маселенин регуляризациялуулугу төмөндөгү ченем менен $\tilde G^2_{[\tilde W^2_{k_0(t)}(\Omega),Z^2(D_1)]}(\Omega)$ да каралат:

$$\|P\|_{\tilde G^2_{[\tilde W^2_{k_0(t)}(\Omega);Z^2(D_1)]}}=\|u\|_{\tilde W^2_{k_0(t)}(\Omega)}+\|\theta\|_{Z^2(D_1)}. \tag{3.3.20}$$

§3.3.2. Изилденген тескери маселеден келип чыккан туура эмес коюлган 1-ВИТтин регуляризациясы. (3.3.7) ИТтен 3.3.1 леммасынын шарттарында, аргументтердин жыйындысы боюнча дифференциялоону эске алуу менен, ДФ менен байланышкан, терс эмес чыгарылышка ээ, туура эмес коюлган 1-ВИТ келип чыгат, б.а.:

$$H\theta \equiv \int_0^x \int_0^y K(x,\tau,y,\nu)\theta^2(\tau,\nu)d\nu d\tau = F(x,y), \tag{3.3.21}$$

мында

$$\begin{cases} F(x,y) \equiv (f(T))^{-1}[g_{x^2 y}(x,y) - Q(x,y,T)], \\ F(x,y) \in C^{0,1}(\bar{D}_1) \cap Lip(x| \quad L_F), 0 < L_F = const; |F(x,y)| \le C_{02}, \forall (x,y) \in \bar{D}_1, \\ F(0,y) \ne 0; F(x,0) = 0; F(x,b) \ge \alpha > 0, \forall x \in [0,X]. \end{cases} \tag{3.3.22}$$

(3.3.21) ИТтин өзгөчө мааниде регуляризациялуулугун далилдөө үчүн алгач төмөнкү математикалык өзгөртүүлөрдү жүргүзөбүз, б.а, эгерде

$$(H\theta)(x,b) \equiv \int_0^x \int_0^b K(x,\tau,b,\nu)\theta^2(\tau,\nu)d\nu d\tau = F(x,b), \tag{3.3.23}$$

жана (3.3.22) шарты аткарылса, ошондой эле (2.2.4) түрдөгү шартка жол берсек (бул жерде скялярдык түрдө гана болот), анда (3.3.21) 1-ВИТ эквиваленттүү түрдө төмөнкүдөй өзгөртүлөт:

$$\begin{cases} \int_0^x h(\tau)\theta(\tau,y)d\tau = (\Psi\theta)(x,y) + F(x,y), \\ \Psi\theta \equiv \int_0^x h_0(\tau)\theta(\tau,y)(H\theta)(\tau,y_0)d\tau - (H\theta)(x,y). \end{cases} \tag{3.3.25}$$

Андан кийин, төмөнкү түрдөгү ε кичине параметрлүү теңдемени киргизебиз

$$\begin{cases} \varepsilon\theta_\varepsilon(x,y) + (\Phi\theta_\varepsilon)(x,y) = F_\varepsilon(x,y), \\ (\Phi\theta_\varepsilon)(x,y) \equiv \int_0^x h(\tau)\theta_\varepsilon(\tau,y)d\tau - (\Psi\theta_\varepsilon)(x,y), \end{cases} \tag{3.3.26}$$

төмөнкү шарт менен

$$\begin{cases} \theta_\varepsilon(0,y) = \frac{1}{\varepsilon}F(0,y), \\ C(\bar{D}_1) \ni F_\varepsilon(x,y) : \|F_\varepsilon(x,y) - F(x,y)\|_C \le \Delta_0(\varepsilon), (F_\varepsilon(0,y) = F(0,y)). \end{cases} \tag{3.3.27}$$

Ошондо ИТ (3.3.26)нын чыгарылышы төмөнкү эреже боюнча көрсөтүлөт:

$$\begin{cases} \theta_\varepsilon(x,y) = \frac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon(x,y) + \upsilon(x,y) + \xi_\varepsilon(x,y), \\ \Pi_\varepsilon(0,y) = F(0,y), \upsilon(0,y) = 0, \xi_\varepsilon(0,y) = 0, \end{cases} \tag{3.3.28}$$

$\Pi_\varepsilon(x,y), \upsilon(x,y), \xi_\varepsilon(x,y)$ функцияларына карата ИТлардын системасына ээ болобуз, б.а.:

$$\begin{cases}\Pi_\varepsilon(x,y)=-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_0^x h(\tau)\Pi_\varepsilon(\tau,y)d\tau+F(0,y),\\ \int\limits_0^x h(\tau)\upsilon(\tau,y)d\tau=(\Psi\upsilon)(x,y)+F_0(x,y),\\ \varepsilon\xi_\varepsilon+\int\limits_0^x h(\tau)\xi_\varepsilon(\tau,y)d\tau=(\Psi[\frac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon+\upsilon+\xi_\varepsilon])(x,y)-(\Psi\upsilon)(x,y)+F_\varepsilon(x,y)-\\ -F(x,y)-\varepsilon\upsilon(x,y).\end{cases} \quad (3.3.29)$$

Аталган шарттардын алкагында төмөнкүлөр далилденген:

Лемма 3.3.2. (3.3.29) системасындагы (3.3.4) жана (3.3.22) шарттарында төмөнкү жыйынтыктар чыгат:

а) (3.3.29) системасынын биринчи ИТтин чыгарылышы болуп саналган $\Pi_\varepsilon(x,y)$функциясы төмөнкү барабарсыздыка жол берет:

$$\left|\Pi_\varepsilon(x,y)\right|\le C_0\exp(-\frac{1}{\varepsilon}\phi_0(x)) \quad (3.3.30)$$

б) $\upsilon(x,y)$ - (3.3.29) системасынын экинчи ИТинин чыгарылышы $C(\bar{D}_1)$да параметрленген ИТтин предели катары табылат:

$$\delta\upsilon_\delta(x,y)+\int\limits_0^x h(\tau)\upsilon_\delta(\tau,y)d\tau=(\Psi\upsilon_\delta)(x,y)+F_0(x,y), \quad (3.3.31)$$

$C(\bar{D}_1)$ маанисинде;

в) $\xi_\varepsilon(x,y)$функциясы (3.3.29) системасынын үчүнчү ИТсынан жалгыз гана аныкталат жана $C(\bar{D}_1)$ маанисинде кичине параметр: $\varepsilon\to 0$ учурда нөлгө умтулат.

Теорема 3.3.1. 3.3.1;3.3.2 леммаларынын шарттарына орун берилсин дейлик, анда (3.3.28)ти эске алуу менен келип чыгат:

1) $$\begin{cases}\|\Pi_\varepsilon\|_{Z^2(D_1)}\le\gamma_1\varepsilon^{\frac{7}{4}},(\gamma_1=C_0\sqrt{b}2^{-\frac{7}{2}}[7^{\frac{7}{2}}e^{-\frac{7}{2}}+\frac{105}{16}\sqrt{\pi}]^{\frac{1}{2}}),\\ \|\Omega_\varepsilon\|_{Z^2(D_1)}\le\gamma_1\varepsilon^{\frac{3}{4}},\end{cases} \quad (3.3.43)$$

2) $$\begin{cases}\|\theta_\varepsilon-\upsilon\|_{Z^2(D_1)}\le 2[\Delta_1(\varepsilon)\sqrt{Xb}+\gamma_1\varepsilon^{\frac{3}{4}}]=\tilde{M}_0(\varepsilon),\\ \|\theta_\varepsilon\|_{Z^2(D_1)}\le r_*=const,\end{cases} \quad (3.3.44)$$

3) $\left\|(\Phi\theta_\varepsilon)(x,y)-F(x,y)\right\|_{Z^2(D_1)}\le\tilde{M}(\varepsilon),(\tilde{M}_0(\varepsilon),\tilde{M}(\varepsilon)\to 0 \text{ качан } \varepsilon\to 0).$ (3.3.45)

§3.3.3. (3.3.20) нормасы менен $\tilde{G}^2_{[\tilde{W}^2_{k_0(t)}(\Omega),Z^2(D_1)]}(\Omega)$ мейкиндигинде тескери маселенин регуляризацияланышынын жалпы жыйынтыгы.

3.3.1 леммасынан жана 3.3.1 теоремасынан алынган жыйынтыктардан, (3.3.5) жана (3.3.7)лердин негизинде (3.3.25)ти эске алуу менен жана

$$\left|Q-Q_\varepsilon\right|\le\tilde{\Delta}(\varepsilon),\forall(x,y,t)\in\bar{\Omega}, \quad (3.3.50)$$

жыйынтыгында төмөнкү келип чыгат:

$$\left\|u_\varepsilon-u\right\|_{C(\bar{\Omega})}\le\frac{1}{\lambda}f_0X\sqrt{Xb}\tilde{M}(\varepsilon)+\frac{1}{2\lambda}f_0X^2b\tilde{\Delta}(\varepsilon)\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{}0. \quad (3.3.51)$$

Ошол эле сыяктуу далилденет: $\left\|u_{t\varepsilon}-u_t\right\|_{C(\bar{\Omega})},\left\|u_{x\varepsilon}-u_x\right\|_{C(\bar{\Omega})}$.

Андан кийин төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\begin{cases} \left\| u_{x^2 y\varepsilon} - u_{x^2 y} \right\|_{L^2_{k_0(t)}(\Omega)} \le 2\dfrac{1}{\lambda} f_0 \{ (\int\limits_{\Omega} k_0(s) \left| (\Phi\theta_\varepsilon)(\tau,v) - F(\tau,v) \right|^2 d\tau dv ds)^{\frac{1}{2}} + \\ + \tilde{\Delta}(\varepsilon)\sqrt{bX\tilde{k}_0} \} \le 2\dfrac{1}{\lambda} f_0 \{ \tilde{M}(\varepsilon)\sqrt{\tilde{k}_0} + \tilde{\Delta}(\varepsilon)\sqrt{bX\tilde{k}_0} \} \xrightarrow[\varepsilon\to 0]{} 0, \\ \int\limits_0^\infty k_0(s)ds \le \tilde{k}_0 = const. \end{cases} \qquad (3.3.53)$$

Мындан тышкары, ошол эле сыяктуу төмөнкү туюнтмалар далилденет: $u_y - u_{y\varepsilon}; u_{x^2} - u_{x^2\varepsilon}; u_{tyx^2} - u_{tyx^2\varepsilon}$ в $L^2_{k_0(t)}(\Omega)$. Жыйынтыгында ээ болобуз:

$$\left\| u_\varepsilon - u \right\|_{\tilde{W}^2_{k_0(t)}(\Omega)} \le \Delta_*(\varepsilon) \xrightarrow[\varepsilon\to 0]{} 0. \qquad (3.3.54)$$

Ырастама 3.3.1. 3.3.1 леммасынын, 3.3.1 теоремасынын жана (3.3.54) шарттарында (3.3.1) - (3.3.3) тескери маселеси $\tilde{G}^2_{[\tilde{W}^2_{k_0(t)}(\Omega), Z^2(D_1)]}(\Omega)$да өзгөчө мааниде регуляризацияланат

4-бап эки параграфтан турат, анда ЧБОдо КДФтин теңдемеси жана параболикалык түрдөгү жүктөлгөн дифференциалдык операторлорго ээ болгон, коэффициенттүү тескери маселелер изилденет. Бул тескери маселелерди изилдөө үчүн белгилүү мейкиндиктерде Фурьенин өзгөртүүлөрүн (ФӨ) жана РМди колдонобуз.

Толкундар теориясы жаатында КДФ тибиндеги түз маселелер Р.М. Миурдун (1968), А. Ньюэллдин (1989), Л.Д. Фаддеевдин (1985, кош автору: Л.А. Тахтаджян), М.И. Иманалиевдин (1995, кош автору: П.С. Панков, Т.М. Иманалиев) ж.б. эмгектеринде изилденген.

§4.1-параграфта жогоруда белгиленгендей, ФӨ жана РМдин негизинде тескери маселелер Банах жана Гильберттин мейкиндиктеринде изилденет, б.а. коэффиценттүү тескери маселени (КТМ)ди карайбыз:

$$U_t + \lambda_1 U (U_{x^2}(x_0,t))^2 + \lambda_2 U = (\Upsilon\theta)(t) U(x,0), \qquad (4.1.1)$$

$$U(x,0) = \varphi(x), \forall x \in R, \qquad (4.1.2)$$

$$U\big|_{x=0} = g(t), \forall t \in [0,T], (x_0 \in R), \qquad (4.1.3)$$

мында А) $\Upsilon\theta \equiv f(t)$ же

Б) $\begin{cases} \Upsilon\theta \equiv \int\limits_0^t h(s)\Phi(s,\theta(s))ds, \\ \Phi \in C^{0,1}(D_0 = [0,T]\times R), \Phi_\theta \ge \alpha > 0, (\theta(0) = q_0, \theta \in C[0,T]), \end{cases}$

же В) $\Upsilon\theta \equiv \int\limits_0^t h(s)\theta(s)ds, (\theta(0) = 0, \theta \in L^2[0,T])$,

белгилүү функцияларга карата төмөнкү шарттарга жол берилет:

а) $q_0, \lambda_1, 0 < \lambda_2, \alpha = const, \varphi(x) \in C^2(R), g(t) \in C^1[0,T]$,
$t \in [0,T], x \in R, \forall (x,t) \in \bar{D}, (D = R \times (0,T))$,

б) $0 < h(t) \in L^1(0,T), \phi(t) = \int\limits_0^t h(s)ds$. Ошондо, аталган шарттардын алкагында вектордук функцияны калыбына келтирүү талап кылынат, (А,Б) учурларында: $P_0 = (U(x,t), f(t)), (же\ P = (U(x,t), \theta(t)))$ төмөнкү мейкиндикте:

$$\begin{cases} W_C(\bar{D}) = \{(U,f): U \in C^{2,1}(\bar{D}),\ f(t) \in C[0,T]\} \\ \text{же } W_C(\bar{D}) = \{(U,\theta): U \in C^{2,1}(\bar{D}), \theta(t) \in C[0,T]\} \end{cases}$$

норма менен

$$\begin{cases} \|P_0\|_{W_C} = \|U\|_{C^{2,1}(\bar{D})} + \|f\|_{C\ [0,T]} \\ \text{или} \|P\|_{W_C} = \|U\|_{C^{2,1}(\bar{D})} + \|\theta\|_{C\ [0,T]}, \end{cases} \tag{4.1.4}$$

ал эми (В) учурунда: $P = (U(x,t), \theta(t))$ в $W^2(\bar{D})$ төмөнкү норма менен:

$$\begin{cases} \|P\|_{W^2(\bar{D})} = \|U\|_{C\ (\bar{D})} + \sum\limits_{i=1}^{2} \|U_{x^i}^{(i)}\|_{C(\bar{D})} + \|U_t\|_2 + \|\theta\|_{L^2[0,T]}, \\ \|U_t\|_2 = (\sup\limits_R \int\limits_0^T |U_s(x,s)|^2 ds)^{\frac{1}{2}}; \|\theta\|_{L^2[0,T]} = (\int\limits_0^T |\theta(s)|^2 ds)^{\frac{1}{2}}. \end{cases} \tag{4.1.5}$$

Ушул баптын §4.1.1 жана §4.1.2-пункттарында ФӨ жана РМдин негизинде Банахтын мейкиндигинде (А,Б) шарттары менен (4.1.1) - (4.1.3) тескери маселесинин регуляризациялануусу далилденген, мисал келтирилген. Андан кийин, §4.1.3-пунктта (В) шарты менен (4.1.1) - (4.1.3) тескери маселесинин регуляризацияланууcу Гильберт мейкиндигинде далилденген, мында сызыктуу 1-ВИТ келип чыгат. Эки учурда тең М.М. Лаврентьевдин (1977) РМ үчүн классикалык варианты колдонулган.

4.2-параграфта Кортевега Де Фриза тибиндеги жүктөлгөн операторго ээ КТМ ЧБОдо изилденет, б.а.:

$$U_t + \lambda U(U_x(t,x_0))^2 + U_{x^3} = \varphi(x)(J\theta)(t), \forall (t,x) \in \bar{D}, (D = (0,T) \times R), \tag{4.2.1}$$

$$U(0,x) = \varphi(x), \forall x \in R, \tag{4.2.2}$$

$$(U_t + U_{x^3})\big|_{x=0} = g(t), \forall t \in [0,T], \tag{4.2.3}$$

$$J\theta \equiv \sum_{i=0}^{1} (\lambda_i \int\limits_0^t K_0(t,s)\theta(s)ds)^{i+1}, (\lambda_0 = 1), \tag{*}$$

жана $\lambda, \lambda_1, \varphi(x), g(t), K_0(t,s) -$ белгилүү функциялар төмөнкү шарттарды канааттандырат:

а) $\lambda < 1, 0 < \lambda_1; \lambda, \lambda_1 = const; \varphi(x) \in C^3(R); g(t) \in C^1[0,T]$,

б) $K_0(t,s) \in C\ (D_0) \cap Lip(t\big|L_{K_0}), (D_0 = \{(t,s): 0 \le s \le t \le T\}), K_0(t,s) \ge 0,$

$K_0(t,0) \equiv q = const; |K_0(t,s)| \le C_{01} = const.$

Муну менен бирге, $\tilde{G}^1_{[\tilde{W}^1(D); Z^1(0,T)]}(D) = \{(U,\theta): U \in \tilde{W}^1(D), \theta \in Z^1(0,T)\}$ мейкиндигиндеги $P = (U,\theta)$ вектор-функциясы төмөнкү норма менен белгисиз болуп саналат:

$$\begin{cases} \|P\|_{\tilde{G}^1_{[\tilde{W}^1(D);Z^1(0,T)]}(D)} = \|U\|_{\tilde{W}^1(D)} + \|\theta\|_{Z^1(0,T)}, \\ \|U\|_{\tilde{W}^1(D)} = \|U\|_{C^{0,3}(\bar{D})} + \|U_t\|_1; \|U_t\|_1 = \sup\limits_R \int\limits_0^T |U_t(t,x)| dt. \end{cases} \tag{4.2.4}$$

Ошондо, тескери маселенин регуляризацияланууcу аталган мейкиндикте өзгөчө мааниде далилденет, анткени изилденген тескери маселе ДФ менен байланышкан, терс эмес чыгарылышка ээ, туура эмес коюлган 1-ВИТ келип чыгат, б.а.:

$$J\theta \equiv \int\limits_0^t K_0(t,s)\theta(s)ds + \lambda_1(\int\limits_0^t K_0(t,s)\theta(s)ds)^2 = F(t)$$

төмөнкү шарт менен: в) $F(t)\in C\,[0,T]\cap Lip(t|L_F); F(t)>0, (F(0)\neq 0); |F(t)|\leq C_{02}$.

§4.2.1. (4.2.1) - (4.2.3) тескери маселесинин интегрилизациясы. Бул үчүн төмөнкү ФӨ колдонулат:

$$\begin{cases} U(t,x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega x}z(t,0,\omega)\hat{\varphi}(\omega)d\omega, \\ \varphi(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega x}\hat{\varphi}(\omega)d\omega, \end{cases} \qquad (4.2.5)$$

муну менен бирге, (4.2.1)деги U функциясынын айрым туундуларын эске алуу менен алабыз:

$$\begin{cases} z_t(t,0,\omega)-\lambda z(t,0,\omega)(\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_R \omega z(t,0,\omega)\hat{\varphi}(\omega)d\omega)^2-i\omega^3 z(t,0,\omega)=(J\theta)(t), \\ z|_{t=0}=1, \end{cases} \qquad (\ 4.2.7)$$

мында z-жаңы изделүүчү функция. Ошондо, айрым математикалык өзгөртүлөрдү жүргүзүп, төмөнкүгө ээ болобуз:

$$d=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\hat{\varphi}(\omega)d\omega\neq 0, \qquad (4.2.9)$$

$$(J\theta)(t)=d^{-1}\{g(t)-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\lambda z(t,0,\omega)(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_R \omega z(t,0,\omega)\hat{\varphi}(\omega)d\omega)^2\hat{\varphi}(\omega)d\omega\}\equiv(B_0 z)(t), \qquad (4.2.10)$$

$$z_t(t,0,\omega)=\lambda z(t,0,\omega)(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_R \omega z(t,0,\omega)\hat{\varphi}(\omega)d\omega)^2+i\omega^3 z(t,0,\omega)+(B_0 z)(t) \qquad (4.2.11)$$

же

$$z(t,0,\omega)=e^{i\omega^3 t}+\int\limits_0^t e^{i\omega^3(t-s)}\{\lambda z(s,0,\omega)(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_R \omega z(s,0,\omega)\hat{\varphi}(\omega)d\omega)^2+(B_0 z)(s)\}ds\equiv(Bz)(t,0,\omega), \qquad (4.2.12)$$

мында (4.2.12) 2-ВИТ болуп саналат, анда алабыз:

Лемма 4.2.1. Төмөнкү шарттарда:

$$\begin{cases} L_B<1, \\ B:S_r(z_0)\to S_r(z_0)=\{z:|z-z_0|\leq r=const, \forall(t,0,\omega)\in\bar{D}\} \end{cases} \qquad (4.2.13)$$

(4.2.12) ИТ $C(\bar{D})$да бир мааниде чечилет, анын үстүнө чыгарылыш ПМге карата түзүлөт: $z_{n+1}=Bz_n, (n=0,1,...)$ төмөнкү баалоо менен

$$\begin{cases} \|z_{n+1}-z\|\leq L_B^{n+1}r\xrightarrow[n\to\infty]{}0, \\ |z|\leq r_1, \forall(t,0,\omega)\in\bar{D}, \end{cases} \qquad (4.2.14)$$

мында z_0- баштапкы жакындоо, муну менен бирге z функциясы (4.2.11)деги ДТны канааттандырган t боюнча туундуга ээ. Ошондо, (4.2.5)тин негизинде U функциясы $\tilde{W}^1(D)$ де гана жалгыз аныкталат жана төмөнкү баалоо менен:

$$\|U\|_{\tilde{W}^1(D)}\leq(|d|+\sum_{i=0}^{2} d_i)r_1+N_0=N_1. \qquad (4.2.15)$$

§4.2.2. (4.2.10)дун негизинде келип чыккан 1-ВИТтин регуляризациясы

4.2.1 леммасынын шарттары орун алгандыктан, анда (*) жана (4.2.10)ду эске алуу менен, туура эмес коюлган 1-ВИТке ээ болобуз:

$$J\theta\equiv\int\limits_0^t K_0(t,s)\theta(s)ds+\lambda_1(\int\limits_0^t K_0(t,s)\theta(s)ds)^2=F(t), \qquad (4.2.20)$$

мында (б,в) шарттары орун алат жана:

$$C[0,T] \ni F(t) \equiv d^{-1}\{g(t) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} \lambda\Psi(t,0,\omega)(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_R \omega\Psi(t,0,\omega)\hat{\varphi}(\omega)d\omega)^2 \hat{\varphi}(\omega)d\omega)\}. \quad (4.2.21)$$

Ошондуктан, (4.2.20) ИТинин регуляризациясы $Z^1(0,T)$да (2.1.3) түрүндөгү шарттарга жол берилген учурда 2.1-параграфтын сингулярдуу козголуулар методун модификациялоонун негизинде далилденет.

Бул үчүн (4.2.20)ны төмөнкү түргө өзгөртүп

$$\begin{cases} \int_0^t h(s)\theta(s)ds = (H\theta)(t) + F(t), \\ (H\theta)(t) \equiv \int_0^t h_0(s)\theta(s)(J\theta)(s)ds - (J\theta)(t) \overset{(4.2.20)}{=} \int_0^t h_0(s)\theta(s)\{\int_0^s K_0(s,\bar{s})\theta(\bar{s})d\bar{s} + \\ +\lambda_1(\int_0^s K_0(s,\bar{s})\theta(\bar{s})d\bar{s})^2\}ds - \int_0^t K_0(t,\bar{s})\theta(\bar{s})d\bar{s} - \lambda_1(\int_0^t K_0(t,\bar{s})\theta(\bar{s})d\bar{s})^2, \end{cases} \quad (4.2.23)$$

параметрленген ИТти киргизебиз:

$$\begin{cases} \varepsilon\theta_\varepsilon(t) + (\Phi\theta_\varepsilon)(t) = F_\varepsilon(t), \\ (\Phi\theta_\varepsilon)(t) \equiv \int_0^t h(s)\theta_\varepsilon(s)ds - (H\theta_\varepsilon)(t). \end{cases} \quad (4.2.24)$$

Ошондо чыгарылыштар төмөнкү эреже боюнча көрсөтүлөт:

$$\begin{cases} \theta_\varepsilon = \upsilon(t) + \xi_\varepsilon(t) + \frac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon(t), (\Pi_\varepsilon(0) = F(0), \upsilon(0) = 0, \xi_\varepsilon(0) = 0), \\ F_\varepsilon(0) = F(0); F_\varepsilon(t) : \left|F_\varepsilon(t) - F(t)\right| \le \Delta_0(\varepsilon), \forall t \in [0,T], \end{cases} \quad (4.2.25)$$

төмөнкү системаны алабыз:

$$\begin{cases} \varepsilon\Pi_\varepsilon(t) + \int_0^t h(s)\Pi_\varepsilon(s)ds = F(0), \\ \int_0^t h(s)\upsilon(s)ds = (H\upsilon)(t) + F_0(t), (F_0(t) \equiv F(t) - F(0)), \\ \varepsilon\xi_\varepsilon(t) + \int_0^t h(s)\xi_\varepsilon(s)ds = (H[\upsilon + \xi_\varepsilon + \frac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon])(t) - (H\upsilon)(t) + F_\varepsilon(t) - F(t) - \varepsilon\upsilon(t). \end{cases} \quad (4.2.26)$$

Андан кийин төмөнкү ырастамалар далилденген:

Лемма 4.2.2. (б,в, (4.2.21)) шарттарынын аткарылышынында (4.2.26) системасынан келип чыгат: 1) $|\Pi_\varepsilon(t)| \le C_0 \exp(-\frac{1}{\varepsilon}\phi(t)),$ (4.2.27)

2) $\upsilon(t) \in C[0,T]$ функциясы параметрленген ИТтин предели катары аныкталат:

$$\delta\upsilon_\delta + \int_0^t h(s)\upsilon_\delta(s)ds = (H\upsilon_\delta)(t) + F_0(t) \quad (4.2.28)$$

мында $(0,1) \ni \delta -$ кичине параметр,

3) $\xi_\varepsilon(t)$ калдык функциясы (4.2.26) системасынын үчүнчү ИТинен бир мааниде аныкталат, анын үстүнө $\varepsilon \to 0$ нөлгө бир калыпта $C[0,T]$да жыйналат.

Теорема 4.2.1. Эгерде 4.2.2 леммасынын шарттары аткарылса, анда (4.2.25)тин негизинде келип чыгат:

$$1) \begin{cases} \left\|\Pi_\varepsilon\right\|_{Z^1(0,T)} \le \gamma_1\varepsilon^2, (\gamma_1 = 6C_0M_1), \\ \left\|\Omega_\varepsilon\right\|_{Z^1(0,T)} \le \gamma_1\varepsilon, \end{cases} \quad (4.2.46)$$

$$2) \begin{cases} \|\theta_\varepsilon - \upsilon\|_{Z^1(0,T)} \le \mathrm{E}_1(\varepsilon)T + \gamma_1\varepsilon = \tilde{M}_0(\varepsilon), \\ \|\theta_\varepsilon\|_{Z^1(0,T)} \le r_* = const, \end{cases} \quad (4.2.47)$$

3) $\left\|(\Phi\theta_{\varepsilon})(t)-F(t)\right\|_{Z^1(0,T)} \le \tilde{M}(\varepsilon),\left(\tilde{M}_0(\varepsilon),\tilde{M}(\varepsilon)\to 0 \text{ качан } \varepsilon\to 0\right).$ (4.2.48)

§4.2.3. (4.2.4) нормасы менен $\tilde{G}^1_{[\tilde{W}^1(D),Z^1(0,T)]}(D)$ мейкиндигинде тескери маселени регуляризациялоонун жалпы жыйынтыктары.

4.2.1 леммасынан, 4.2.1 теоремасынан алынган жыйынтыктардан, ошондой эле (4.2.5), (4.2.7) жана $z, z_t(t,0,\omega)$ функцияларынын негизинде, (4.2.23)тү эске алсак, жыйынтыгында төмөнкү баалар келип чыгат:

$$\begin{cases} |z_{\varepsilon}-z| \le \Delta_{01}(\varepsilon), \forall(t,0,\omega)\in\bar{D}, \\ |z|,|z_{\varepsilon}| \le r_1, \forall(t,0,\omega)\in\bar{D};\ \Delta_{01}(\varepsilon)\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{}0, \end{cases} \quad (4.2.54)$$

$$\left\|U_{t\varepsilon}-U_t\right\|_1 \le d_*\Delta_{01}(\varepsilon)T+\tilde{M}(\varepsilon)=\Upsilon_0(\varepsilon)\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{}0, \quad (4.2.55)$$

$$\left\|U_{\varepsilon}-U\right\|_{C(\bar{D})} \le \Upsilon_0(\varepsilon)\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{}0. \quad (4.2.56)$$

Ошол сыяктуу эле төмөнкү баалоолорго дагы жол бере алабыз:

$$\begin{cases} \left\|U_{x\varepsilon}-U_x\right\|_{C(\bar{D})} \le \Upsilon_2(\varepsilon), \\ \left\|U_{x^2\varepsilon}-U_{x^2}\right\|_{C(\bar{D})} \le \Upsilon_3(\varepsilon); \left\|U_{x^3\varepsilon}-U_{x^3}\right\|_{C(\bar{D})} \le \Upsilon_4(\varepsilon). \end{cases} \quad (4.2.57)$$

Буга ылайык, төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\left\|U_{\varepsilon}-U\right\|_{\tilde{W}^1(D)} \le \sum_{i=0}^{4}\Upsilon_i(\varepsilon)=\Upsilon_*(\varepsilon)\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{}0. \quad (4.2.58)$$

Жыйынтыгында, жогоруда көрсөтүлгөн чыгарылыштарды эске алып алабыз:

$$\left\|V_{\varepsilon}\right\|_{\tilde{G}^1_{[\tilde{W}^1(D);Z^1(0,T)]}(D)} \le \Upsilon_*(\varepsilon)+\tilde{M}(\varepsilon)\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{}0. \quad (4.2.59)$$

Ырастама 4.2.1. 4.2.1 леммасынын, 4.2.1 теоремасынын жана (4.2.59)тун шарттарында ТМ (4.2.1) - (4.2.3) $\tilde{G}^1_{[\tilde{W}^1(D);Z^1(0,T)]}(D)$ де өзгөчө мааниде регуляризацияланат.

КОРУТУНДУ

Бул эмгекте интегралдоо пределдери ар-түрдүү болгон Вольтеррдин туура эмес коюлган сызыктуу эмес интегралдык тендемелери, ошондой эле чыгарлыштары Дирактын функциясы менен байланышкан Вольтеррдин сызыктуу эмес биринчи тартиптиги интегралдык тендемелери (1-ВИТ) пайда болуучу гиперболикалык операторлордуу жана чектелбеген областтагы жүктөлгөн параболикалык мүнөздөгү операторлордуу жана Кортевега-Де Фриза тибиндеги тескери маселелер изилденген. Ошол эле учурда киргизилген мейкиндиктерде изилденүүчү туура эмес коюлган 1-ВИТтердин жана ТМдердин өзгөчөлөнгөн мааниде регуляризацияланышынын ыкмалары көрсөтүлгөн.

Диссертациялык иште берилген бардык илимий натыйжалар каралып жаткан мейкиндиктерде математикалык жактан дыкат негизделген жана өзгөчөлөнгөн мааниде 1-ВИТтерди регуляризациялоонун теориясын гана эмес, ошондой эле чыгарылыштары сингулярдуу өзгөчөлөнгөн функциялардын классындагы көп өлчөмдүү 1-ВИТтерди пайда кылуучу көп өлчөмдүү тескери маселелер теориясын дагы толуктайт. Иштин натыйжаларын магистранттар, аспиранттар жана ушул областтагы адистер пайдалана алышат.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН ТЕМАСЫ БОЮНЧА ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. Алыбаев А.М. Регуляризация обратной задачи в неограниченной области, вырождающая некорректное уравнение Вольтерра первого рода с неклассическим пределом интегрирования [Текст] /А.М. Алыбаев. //Вестник КНУ им. Ж. Баласагына. - Бишкек, 2023, №3(111).-С.366-385.
2. Алыбаев А.М. Решение многомерной обратной задачи для нелинейного дифференциального уравнения в неограниченной области [Текст] /А.М. Алыбаев, М.Т. Омуров, Бузурман кызы Ж., Г.Ж. Белгожоева. // Актуальные научные исслед. в современном мире. -Переяслав-Хмельницкий, 2020. –Вып. 2(58),ч.2.– С. 107-116.
3. Алыбаев А.М. Регуляризация обратных задач в неограниченной области посредством преобразования Фурье [Текст] /А.М. Алыбаев, Д.Н. Шабданов. //Актуальные научные исследования в современном мире. - Переяслав-Хмельницкий, 2021, №2-8(70).-С.9-13.
4. Алыбаев А.М. Регуляризация некорректного интегрального уравнения Вольтерра первого рода [Текст] /А.М. Алыбаев. // Бюллетень науки и практики. – Нижневартовск, 2022. -Т.8, №7. –С.29-40.
5. Алыбаев А.М. Регуляризация обратной задачи с оператором гиперболического типа, где вырождается некорректное уравнение Вольтерра первого рода [Текст] /А.М. Алыбаев. //Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. –М.: Акад. Естествознания, 2022. №7. – С.57-71.
6. Алыбаев А.М. Методы регуляризации обратных задач, где вырождаются некорректные интегральные уравнения Вольтерра первого рода [Текст] /Т.Д. Омуров, А.М. Алыбаев. /КНУ им. Ж. Баласагына. - Бишкек, 2023. -196 с.
7. Алыбаев А.М. Регуляризация обратной задачи типа Аллера, где вырождается нелинейное уравнения Вольтерра первого рода [Текст] /Т.Д. Омуров, А.М. Алыбаев. //Изв. НАН КР. –Бишкек: Илим, 2023, №3.-С.7-28.
8. Алыбаев А.М. Решение смешанной системы уравнений с условиями типа Гурса с обратным временем [Текст] /Т.Д. Омуров, А.М. Алыбаев. // Вестник КГНУ : ЕТН- Бишкек, 2005. – Серия 3. -Вып.3. - С.96-102.
9. Алыбаев А.М. Обратно-нелокальная задача в неограниченной области, где вырождается неклассическое интегральное уравнение Вольтерра третьего рода [Текст] /Т.Д. Омуров, А.М. Алыбаев, К.Р. Джумагулов. //Москва. Наука, техника и образование, №1(31), 2017. –С.10-15.
10. Алыбаев А.М. Двухскоростные задачи с обратным временем для уравнений переноса типа Каца [Текст] /Т.Д.Омуров, А.М. Алыбаев, Ж. Саркелова. //Журнал – Переяслав-Хмельницкий, 2019. – Вып.11(55),ч.8. – С.31-39.
11. Alybaev, A.M. Regularization method in conditionally well-posed inverse problems degenerating in the first kind volterra equations [Текст] /A.M. Alybaev. //Advances in Differetial Equations and Control Processes, Vol. 24, (2): 187-198 (2021).

12. Alybaev, A.M. Solution of multidimensional inverse problem for third-order differentional equation [Текст] / T.D. Omurov, A.M. Alybaev, M.T. Omurov. //Advances in Differential Equations and Control ProcessesVol. 23 (2): 125-137 (2020).
13. Alybaev, A.M. Regularization of a system of the first kind Volterra incorrect two-dimensional equations [Текст] / T.D. Omurov, A.M. Alybaev. **//** Advances in Differential Equations and Control ProcessesVol. 27: 149-162 (2022).
14. Alybaev, A.M. Solving of multidimensional inverse problem for differential equation of the third order in unbounded domain [Текст] / T.D. Omurov, A.M. Alybaev, M.T. Omurov. // VI Congress of the Turkic World Mathematical Society, Astana-Kazakhstan, October 2-5, 2017, 108.
15. Alybaev, A.M. Regularization of conditionally well-posed inverse problems degenerating in the first kind Volterra equations [Текст] / T.D. Omurov, A.M. Alybaev. // KMS: Theses of International Scientific Conference “Problems of Modern Mathematics and ITS Applications”Kyrgyzstan, Bishkek- Issyk-Kul, 16-19 June, 2021, pp 94.
16. Alybaev, A.M. Regularization in the generalized sense of the looded inverse problem of Korteweg De Vries type degenerating to the incorret Volterra equation of the first kind [Текст] / A.M. Alybaev. // VII. International TWMS Congress-2023, September 20-23, **T**urkestan (Kazakhstan). - 1 pp.

РЕЗЮМЕ

Алыбаев Анарбек Масалбекович, 01.01.02 - дифференциалдык теңдемелер адистиги боюнча физика - математикалык илимдердин доктору окумуштуу даражасын изденип алууга " Вольтеррдин биринчи түрдөгү туура эмес коюлган интегралдык теңдемелери пайда болуучу, тескери маселелерди регуляризациялоо " эмгеги сунушталган.

Урунттуу сөздөр: өзгөчө маанидеги регуляризациялоо, Вольтеррдин биринчи түрдөгү интегралдык теңдемеси, дифференциалдык теңдеме, тескери маселе, туура эмес коюлган маселе, сингулярдуу өзгөчө функция.

Изилдөөнүн объектиси: гиперболалык, параболалык типтеги тескери маселелер жана Кортевага-Де Фриза теңдемелери.

Изилдөөнүн предмети: диссертациялык иште интегралдоо пределдери ар-түрдүү болгон Вольтеррдин биринчи түрдөгү туура эмес коюлган сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин жана чыгарылыштары терс эмес болгон Дирактын функциясы менен байланышкан Вольтеррдин биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелери пайда болуучу тескери маселелердин чыгарылыштарынын жалгыздыгынын жана регуляризацияланышынын суроолору изилденген.

Изилдөөнүн максаты: көрсөтүлгөн суроолор Вольтердин биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелерине карата эквиваленттүүлүктөрү эсепке алынып киргизилген Вольтеррдин биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелеринин параметрзирленген интегралдык теңдемелеринин негизинде далилденген. Мында параметрленген интегралдык теңдеменин чыгарылышы кичине параметрге салыштырмалуу атайын сингулярдуу функцияны камтыган асимптотикалык мүнөздөгү көрүнүш түрүндө изделет.

Изилдөөнүн ыкмалары: интегралдык өзгөртүүлөр ыкмасы, өзгөчөлөнгөн маанидеги регуляризациялоо ыкмасы, функционалдык жана математикалык анализдин элементтери.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы: изилдөөлөрдүн сунушталган алгоритмдери резольвенталар теориясынын негизинде операторлордун жарым-жартылай кайрылууларынын мүмкүнчүлүктөрүн гана жаратпастан, алар интегралдык теңдемелердеги кичине параметрге салыштырмалуу сингулярдуулуктарды жымсалдоочу бааларды аныктоону кепилдешет. Булар эмгектеги сингулярдуу толкундоолор ыкмасын эсепке алган мейкиндиктерде
киргизилген кичине параметрлүү трансформацияланган интегралдык теңдемелерден келип чыгышат. Демек, чындыгында сунушталган регуляризациялоо ыкмасынын негизинде, изилдөөлөрдүн киргизилген мейкиндиктеринде өзгөчө маанидe Вольтеррдин биринчи түрдөгү туура эмес коюлган интегралдык теңдемелеринин жана тескери маселелердин регуляризацияланышын далилдей алабыз.

Изилдөөнүн практикалык мааниси: бул эмгектин натыйжалары өзгөчө маанидe алынган жалаң гана Вольтеррдин биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелеринин регуляризациялоо теориясын эле эмес, алар чыгарылыштары сингулярдуу өзгөчө функциялардын классындагы көп өлчөмдүү Вольтеррдин биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелерин пайда кылуучу көп өлчөмдүү тескери маселелердин теориясын дагы толукташат.

РЕЗЮМЕ

диссертации Алыбаева Анарбека Масалбековича на тему «Регуляризация обратных задач, где вырождаются некорректные интегральные уравнения Вольтерра первого рода», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02- дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Ключевые слова: регуляризация в обобщенном смысле, интегральное уравнение Вольтерра первого рода, дифференциальное уравнение, обратная задача, некорректная задача, сингулярная обобщенная функция.

Объект исследования: обратные задачи гиперболического, параболического типов и уравнение Кортевега-Де Фриза.

Предмет исследования: в диссертационной работе исследованы вопросы единственности решения и регуляризируемости в обобщенном смысле некорректных нелинейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода (ИУВ-1) с различными пределами интегрирования, и обратные задачи (ОЗ), вырождающиеся в ИУВ-1 с неотрицательными решениями, связанные с функцией Дирака.

Методы исследования: метод интегральных преобразований, метод регуляризации в обобщённом смысле, элементы функционального и математического анализа.

Полученные результаты и новизна: доказаны на основе параметризированных ИУ, введенные с учетом эквивалентных ИУВ-1, которые следуют из заданных ИУВ-1. При этом решение параметризированного ИУ ищется в виде представления асимптотического характера, где содержится специальная сингулярная функция относительно малого параметра.

Отметим, что предложенные алгоритмы исследований создают не только возможности частичного обращения операторов на основе теории резольвенты, но и гарантируют провести оценки, сглаживающие сингулярности относительно малого параметра в ИУ, которые следуют из трансформированных ИУ с малым параметром, с учетом метода сингулярных возмущений в тех пространствах, которые введены в работе. Это значит, что действительно на основе предложенного метода регуляризации можем доказать регуляризируемости исследуемых некорректных ИУВ-1 и ОЗ в введенных пространствах в обобщенном смысле.

Практическое значение исследования: полученные результаты работы дополняют теорию регуляризиции не только ИУВ-1 в обобщенном смысле, но и теорию многомерных ОЗ, где вырождаются многомерные ИУВ-1 с решениями в классе СОФ.

SUMMARY

Dissertation of Alybaev Anarbek Masalbekovich on the topic "Regularization of inverse problems where non-correct Volterra integral equations of the first kind degenerate" submitted for the degree of Doctor of Physical and Mathematical Sciences on specialty 01.01.02- Differential equations, dynamical systems and optimal control.

Keywords: regularization in the generalized sense, Volterra integral equation of the first kind, differential equation, inverse problem, incorrect problem, singular generalized function.

Object of research: inverse problems of hyperbolical, parabolical types and Corteveg-DE Vries equations.

Subject of research: the doctoral thesis researches the questions of uniqueness of the solution and regularizability in the generalized sense of incorrect nonlinear Volterra integral equations of the first kind (VIE-1) with different limits of integration, and inverse problems (IPs) degenerating to VIE-1 with solutions in the class of singular generalized functions (SGFs).

The Purpose of the research: method of integral reorganization, method of regularization in general sense, elements of functional and math analysis.

The obtained results and novelty: the above questions proved on the basis of parametrized integral equation (IEs), introduced by considering equivalent VIE-1s that follow from the given VIE-1s. In result, the solution of the parameterized IEs is sought in the form of presentation of asymptotic character, which contains a special singular function with respect to a small parameter.

Notably, the proposed research algorithms create not only possibilities of partial operator reversal based on the resolvent theory, but also guarantee to carry out evaluations smoothing singularities with respect to a small parameter in the IEs which follow from transformed IEs with a small parameter, taking into account the method of singular perturbations in those spaces which are introduced in the research. Thus, on the basis of the proposed regularization method the regularizability of the studied non-correct VIE-1s and IPs in the introduced spaces can be proved in a generalized sense.

Practical significance of the research: the obtained results complement the theory of regularizability not only of VIE-1 in the generalized sense, but also the theory of multidimensional IPs, where multidimensional VIE-1s with solutions in the SGFs class degenerate.