

**КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ И.АРАБАЕВА**

ОШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Диссертационный совет Д 13.23.681

На правах рукописи

УДК 373.1 (575.2)(043.3)

АШЫРОВ ЭРКИНБЕК ТЫНЫМСЕИТОВИЧ



**ОЦЕНИВАНИЕ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ
МАТЕМАТИКИ В ИЗУЧЕНИИ КУРСА МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика)

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата педагогических наук

Научный руководитель

доктор педагогических наук,

профессор Калдыбаев Салидин Кадыркулович

НАРЫН – 2024

Содержание	
ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ВОПРОСЫ ОЦЕНИВАНИЯ КАЧЕСТВА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ В ТЕОРИИ И НА ПРАКТИКЕ.....	11
1.1. Анализ состояния проблемы оценивания в обучении математике.....	11
1.2. Место и роль качества знаний в системе подготовки будущих учителей математики.....	24
Выводы по первой главе.....	39
ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ОЦЕНИВАНИЯ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ В ОБУЧЕНИИ КУРСА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ».....	41
2.1 Анализ структуры качества знаний в обучении курса «Математический анализ».....	41
2.2 Уровни качества знаний студентов при изучении курса «Математический анализ».....	54
2.3 Современные методы оценивания качества знаний в обучении курса «Математический анализ».....	68
2.4. Вопросы методологии и разработки инструментария оценивания качества знаний будущих учителей математики.....	89
Выводы по второй главе.....	100
ГЛАВА 3. ПРИКЛАДНЫЕ ВОПРОСЫ ОЦЕНИВАНИЯ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ.....	102
3.1. Методика организации педагогического эксперимента.....	102
3.2. Результаты педагогического эксперимента.....	108
Выводы по третьей главе.....	120
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	122
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	127
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	146

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы диссертации. Проблема оценки качества знаний будущих учителей математики является широкой областью педагогических исследований. Оценка тесно связано с такими понятиями как контроль знаний, умений и навыков, педагогическое измерение, аттестация, мониторинг, тестирование уровня подготовки. В современной системе образования наличие эффективной, научно-обоснованной системы оценки качества знаний будущих учителей математики является актуальной проблемой. До сих пор система оценивания в нашей республике действует как ранжированная система оценок, не обеспечивающая объективность оценки. Наоборот, в этой системе преобладает субъективный характер, распределяющий студентов по группам («двоечник», «троечник», «ударник», «отличник»). Необъективные, ненадежные измерительные инструменты такие, как традиционные контрольные работы, диктанты, псевдотесты не дают точной информации о реальном состоянии качеств знаний будущих учителей математики.

Исследования по вопросам оценивания актуальны в силу своей многозначности и принадлежности к общенаучным категориям. В педагогической науке проблеме качества образования и оценке качества образования посвящены работы ученых педагогов Аванесова В. С. [7, 8, 9, 10, 11], Бахмутского А. Е. [31], Беспалько В. П. [39, 40, 41], Гузеева В. В. [54], Жакыпбекова М. [60], Калдыбаева С. К. [77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88], Кальнея В. А., Шишова С. А. [183], Майорова А. Н. [113, 114, 115], Талызиной Н. Ф. [167], Мамытова А. М. [119], Бекбоева И. Б. [33, 35], Келдибековой А. О. [92], Бекежанова М. М. [36, 37], Касымовой Г. [90], Жунусакуновой А. Д. [63], Исаковой В. [75], Байтуголовой Ж. А. [29, 30]. На сегодняшний день в педагогической науке большинство исследований посвящено видам и формам оценивания, вопросам объективности, непрерывности и полезности. Кроме того, также актуальны вопросы, связанные с самооценкой, самоконтролем. Определение значимости процесса оценивания

также актуально, как и всего педагогического процесса, помогающего формировать личность, развивать его способности, как в личностном, так и в профессиональном плане.

Успех процесса подготовки будущих учителей математики зависит от многих факторов. Этот процесс должен быть целенаправленным, непрерывным, высокоорганизованным. Дополнительными, но не менее важными факторами, влияющими на успех данного процесса, являются мотивация, оценка и самооценка будущих учителей математики. Оценка качества знаний будущих учителей математики должно проводиться не как оценка конечного результата, а как оценка всего процесса усвоения знаний. Совместно с процессом обучения должен происходить непрерывный процесс оценивания.

Основная задача в системе высшего профессионального образования состоит в формировании функциональной грамотности. Формирование функциональной грамотности будущих учителей математики тесно связана с оценкой качества знаний. Оценка качеств знаний будущих учителей математики при изучении дисциплины «Математический анализ» является фундаментальной основой для последующего формирования функциональной математической грамотности.

Актуальность работы связана с необходимостью повышения качества знаний будущих учителей математики. Основываясь на исследованиях М. Н. Скаткина и И. Я. Лернера в 70-е годы XX века, которые определили основные качества знаний для эффективного обучения и развития обучаемых, необходимо указать важность оценивания именно качественных знаний. Они определили 12 качеств знаний, формирование которых позволяют развивать способность обучаемых, формирует их творческое мышление. Формирование качества знаний способствует становлению важных индивидуальных свойств личности.

Фиксирование достижений, коррекция допущенных ошибок и самоконтроль также являются элементами непрерывного процесса оценивания. Формативное оценивание является важным элементом в плане мотивации, в

плане конструирования траектории обучения, в корректировании допускаемых ошибок и в достижении целей обучения. Здесь процесс оценивания играет роль помощника процесса обучения.

Большинство исследований в области педагогического оценивания направлены на разработку объективных технологий оценивания. Технологии оценивания основаны на различных методах оценивания. Суть проблемы заключается в правильности и в эффективности выбора метода оценивания. Методы оценивания должны соответствовать цели обучения, специфике дисциплины. При использовании тех или иных методов должны учитываться также временной фактор, масштабность, объективность, надежность методов и т.д.

В целях повышения эффективности и совершенствования системы оценивания качества знаний будущих учителей математики необходимо обратить внимание на следующие показатели процесса оценивания:

- гибкость оценивания, то есть учет всех факторов, влияющих на процесс подготовки будущих учителей математики;
- непрерывность оценивания, в котором оценка выполняет не только контролирующую и диагностические функции, но и помогает и мотивирует студентов к приобретению новых знаний и компетенций;
- объективность оценивания, то есть и студент, и преподаватель должны быть удовлетворены заслуженной оценкой своей работы, не должно быть никаких претензий и сомнений относительно полученной оценки;
- качественное оценивание, так как оценка не должна быть только количественной;
- технология оценивания, которая должно отвечать требованиям общества и целям обучения, должна соответствовать специфике дисциплины.

Важным моментом является также необходимость нахождения средств и способов оценивания качеств знаний. Оценка качества знаний должно проводиться с учетом следующих видов его эффективности:

1. усвоение знаний по объему их взаимосвязей;

2. оперирование знаний в их связях;
3. усвоение знаний, навыков и умений в их комплексе;
4. уровень сформированности мировоззрения студентов.

Оценка этих видов эффективности не в отдельности каждого, а их совокупности, если не всех видов, то, по крайней мере, их некоторых объединений, интеграции различных качеств знаний тесно взаимосвязана с оценкой уровней усвоения знаний.

Для определения уровня усвоения знаний мы должны провести оценку с помощью различных методов. Основными методами оценивания на сегодняшний день являются педагогическое тестирование, оценивание с помощью кейс-технологий, оценивание с помощью портфолио. Одним из актуальных вопросов является поиск наиболее эффективного метода оценивания для определения уровня усвоения знаний студентов. Разработка современной эффективной технологии для оценки качества знаний студентов требует научно-обоснованных и новаторских идей, которые должны помочь и преподавателю, и студенту объективно оценить проделанную работу в процессе обучения.

Если обратиться к подготовке будущих учителей математики, то с учетом всех вышеуказанных элементов нужно рассмотреть специфику системы подготовки будущих учителей математики. Нужно изучить влияние и уровень усвоения специальных дисциплин, которые формируют будущего специалиста. Необходимо изучить как в современной системе образования ведется подготовка будущих специалистов, в частности учителей математики.

Основными противоречиями в данном направлении являются:

- разработаны новые государственные образовательные стандарты на основе компетентного подхода по подготовке будущих учителей математики, но при этом не обоснованы и не разработаны конкретные механизмы и методы оценивания компетенций и знаний будущих специалистов;

- в системе образования происходит переход на личностно-ориентированное обучение и оценивание с учетом возможностей каждого студента, но организация образовательного процесса, в том числе организация процесса оценивания качественных знаний ориентируется на старые методы обучения и оценивания, которое ориентированы на среднего студента без учета их личностных способностей.
- подготовка будущих учителей математики основана на изучении традиционных курсов по методологии обучения и оценивания, а внедрение новых технологий обучения и оценивания требует новых научных исследований и разработок для обоснованности их применения на практике

Основными проблемами при подготовке учителей математики связанные с процессом оценивания являются: отсутствие систематизации процесса оценивания; наличие субъективизма в процессе оценивания знаний, низкие показатели надежности и эффективности инструментов оценивания.

Несмотря на большое количество научно-педагогических исследований по оцениванию качества знаний, есть актуальные вопросы исследования по оцениванию, связанные с оцениванием конкретных учебных дисциплин в вузе. Это связано с особенностями, со спецификой их обучения, с методикой обучения и оценивания каждой учебной дисциплины. Исследования по педагогическому оцениванию знаний курса “Математический анализ” требуют дополнительных исследований, так как исследований по данному направлению очень мало.

Все вышеназванные проблемы привели к выбору темы исследования: **«Оценивание качества знаний будущих учителей математики в изучении курса «Математический анализ».**

Связь темы диссертации с крупными научными программами. Работа выполнена в рамках научно-исследовательских работ по педагогической науке и методике преподавания математических дисциплин, проводимых в Нарынском государственном университете имени С. Нааматова.

Целью исследования является разработка объективного оценивания качества знаний будущих учителей математики в обучении курса «Математический анализ» с помощью надежного инструмента оценивания.

Задачи исследования:

1. провести анализ научно-педагогических исследований по проблемам объективного педагогического оценивания и определить место и роль оценивания качества знаний будущих учителей математики в системе их обучения и подготовки;
2. изучить проявление взаимосвязанных качеств знаний студентов в структуре курса «Математический анализ» в процессе подготовки будущих учителей математики;
3. разработать инструменты оценивания качества знаний будущих учителей математики при изучении курса «Математический анализ» с использованием современных методов оценивания;
4. проверить экспериментально эффективность разработанного инструмента оценивания качества знаний будущих учителей математики.

Научная новизна исследования заключается:

- в выявлении взаимосвязей между различными качествами знаний и их формирования по уровням качества знаний в изучении курса «Математический анализ» будущими учителями математики;
- в определении с помощью педагогического эксперимента эффективности применения современных методов оценивания интегрированных качеств знаний на примере содержания курса «Математический анализ»;
- в систематизации педагогических тестовых заданий для оценивания интегрированных качеств знаний в изучении курса «Математический анализ» будущими учителями математики.

Практическая значимость исследования заключается в использовании современных методов оценивания качеств знаний будущих учителей математики при обучении курсу «Математический анализ», которая должна

повысить качество их подготовки и совершенствовать процесс оценивания качества знаний студентов.

Основные положения, выносимые на защиту. Новый подход к оценке качества знаний будущих учителей математики создает условия для повышения результативности процесса обучения, формирования личностных качеств учителя на основе нижеследующих положений:

- анализ научно-педагогической литературы по оцениванию качества знаний будущих учителей математики при обучении курсу «Математический анализ»;
- проявление качеств знаний, их взаимосвязей по уровням качеств знаний на примере курса «Математический анализ»;
- методические условия по оцениванию качеств знаний студентов с помощью современных методов оценивания;
- экспериментальная проверка эффективности разработанного инструмента для оценивания качества знаний будущих учителей математики при изучении курса «Математический анализ».

Личный вклад соискателя заключается в том, что соискателем сделан анализ научной-педагогической литературы по вопросам оценивания качества знаний подготовки будущих учителей, проведен педагогический эксперимент по оценке качества знаний будущих учителей математики, с использованием современных методов оценивания, обработаны результаты эксперимента и сделаны научно-теоретические выводы по методам оценивания, которые основаны на стратегиях и направлениях современной педагогической науки.

Апробация результатов диссертации. Результаты исследования докладывались, обсуждались и получили одобрение на научных конференциях, семинарах, совещаниях, а также апробация осуществлялась в процессе публикации в научно-методических журналах [16, 17, 18, 19]:

- Республиканская научно-практическая конференция «Профессиональное образование в вузе: процессы, проблемы, результаты», г. Бишкек, 2007;

- Научно-практическая педагогическая конференция, посвященной 75-летию средней школы №2 им. В. П. Чкалова «Образование в XXI веке: традиции, проблемы, перспективы», г. Нарын, 2007;
- Республиканская научно-практическая конференция «Наука и инновация», посвященной 12-летию образования НГУ, г. Нарын, 2008;
- Международная научно-практическая конференция, посвященная 15-летию образования НГУ, г. Нарын, 2011.

Полнота отражения результатов диссертации в публикациях. Результаты исследований опубликованы в материалах конференций, в научных журналах в виде 25 статей (4 статьи в зарубежных журналах) и 1 методического пособия. Из них 12 статей опубликованы в журналах с ненулевым импакт-фактором РИНЦ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, библиографии и приложений. Содержание диссертации изложено на 179 страницах, содержит 26 рисунков, 9 таблиц, список использованных источников из 186 наименований.

ГЛАВА 1. ВОПРОСЫ ОЦЕНИВАНИЯ КАЧЕСТВА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ В ТЕОРИИ И НА ПРАКТИКЕ

1.1. Анализ состояния проблемы оценивания в обучении математике

Подготовка высококвалифицированных кадров – одна из значимых целей педагогической науки. Изучение данного процесса является широкой областью педагогических исследований. В процесс подготовки будущих специалистов входит не только учебный процесс, включающий в себя все формы организации аудиторных (лекции, семинары, практические и лабораторные занятия) и внеаудиторных занятий (различные виды практик, дебатов, конференций, диспутов), но и процесс обмена опытом на практике, процесс оценивания и мониторинга в ходе профессиональной деятельности. Подготовка будущих специалистов непрерывный многогранный сложный процесс, который касается не только педагогической науки, не только системы образования, но и государства и социума в ней, а также финансов, рынка труда, стратегии развития государства [22].

Подготовка будущих учителей – одна из крупных отраслей из широкого спектра подготовки различных специалистов. Этот процесс сложен тем, что кроме знания специальных знаний по изучаемой области, нужно еще знать педагогические технологии обучения и методики преподавания специальных дисциплин. Будущие учителя должны иметь представление практически обо всех сферах деятельности человека, быть в курсе всех последних достижений человечества, владеть современными компьютерными технологиями. Процесс подготовки будущих учителей сопровождается научно-педагогическими исследованиями, ставящимися своей целью улучшение и модернизацию данного процесса [22].

Одним из важных компонентов, сопровождающих процесс подготовки будущих специалистов, является процесс оценивания. В данном параграфе изучены проблемы оценивания при подготовке будущих учителей математики. Изучение показателей системы оценивания - суть основных проблем,

связанных с процессом оценивания. Мы сделаем анализ по данному вопросу с учетом особенностей проблематики в процессе подготовки будущих учителей математики.

Математическое образование представляет собой систему подготовки специалистов в области математики и смежных с ней областей, где применяется математическая наука [52].

При оценивании качества знаний будущих учителей математики необходимо учитывать следующие особенности математического образования:

- роль и место математики во взаимосвязи с другими направлениями науки,
- теоретическое и прикладное значение математической науки,
- методы математической науки, включающие методы решения математических задач, методы доказательства теорий, утверждений, теорем,
- абстрактность математической теории и конкретность прикладного значения различных математических теорий.

Одним из приоритетных направлений математического образования в нашей республике является подготовка будущих учителей математики. Основной целью в системе среднего образования в области математики является обучение учеников основам математического мышления. Математическое мышление и приобретенные вместе с этим математические знания без сомнения применяются практически во всех сферах жизнедеятельности человека. Математические знания, математическое мышление преподаются учителями математики средней школы и потому подготовка высококвалифицированных учителей математики актуальна и очень важна [141].

Еще одним важным моментом является то, что прикладная часть математики сегодня приобретает большое значение [32]. Математика применяется во многих смежных науках, и оценивание знаний, связанных с применением математики, также может быть одним из приоритетов при математическом образовании. Для оценки знаний будущих учителей

математики можно использовать прикладные задачи физики, химии, медицины, географии, биологии, экологии.

Знание теоретической математики важно с точки зрения личного и профессионального роста. Изучение теоретических знаний помогает развитию абстрактного мышления, развитию воображения, присущее только человеку. Пространственное геометрическое мышление, умение абстрагироваться от конкретных задач, поиск аналогий и обобщение - как научные методы познания нужны будущим учителям математики. Оценивание теоретических математических знаний является еще одной особенностью, которое должно учитываться и проводиться качественно и объективно.

Оценивание владения методами математической науки будущих учителей математики не может быть проведено в ходе изучения какой-либо одной дисциплины. Методы решения уравнений, неравенств, задач, методы доказательства теорем, утверждений применяются почти во всех разделах математики. Чем больше методов знает студент, тем больше вариантов и методов оптимального достижения цели – будь это решение какой-то задачи или доказательство утверждения. Таким образом, при оценивании важна и оценка методов математической науки, которые наиболее объективно могут дать информацию о знаниях будущих учителей математики.

Проблемами оценивания при обучении математике занимались многие ученые педагоги и математики. В силу многогранности и разнообразности процесса педагогического оценивания невозможно однозначно определить и его проблемы. Вопросы, связанные с методикой оценивания в целом рассматривали следующие исследователи Л. М. Фридман [175], М. И. Калинина [89], Л. О. Денищева, Л. В. Кузнецова, И. А. Лурье [59], В. Ф. Шаталов [181] и другие. Методы оценивания в математике исследованы в работах Н. А. Чиняева, Л. С. Капкаевой [179], Н. Я. Виленкина [48], А. Г. Мордковича, Е. Е. Тульчинской [127], В. А. Гусева, Н. Б. Гусевой, Г. В. Сычевой [166], и других. Вопросы оценивания качества знаний рассмотрены в работах следующих исследователей-педагогов таких, как Е. И. Перовский [136], В. М. Полонский

[144], Ю. К. Бабанский [27], В. С. Аванесов [11], Т. А. Ильина [72], И. Я. Лернер [109], Б. Г. Ананьев [14], М. Н. Скаткин [158], Н. Ф. Талызина [167], И. Т. Огородникова [132] и другие.

Оценивание качества знаний при обучении математике связано с общими проблемами всего учебного процесса. Проблемы, касающиеся объективности и эффективности оценки, остаются открытыми и сегодня. С появлением новых методов оценивания, в основе которого лежит комплексный подход, еще более значимыми становится конкретизация, прозрачность и дифференцированность оценивания. Разносторонние подходы к проблеме оценивания делают этот процесс трудно охватываемым, глобальным и многогранным.

Основные проблемы в процессе оценивания связаны со следующими факторами. Во-первых, это влияние субъективизма в учебный процесс, который проникает независимо от личности преподавателя. Так, в работе классиков советской педагогики отмечено, что это происходит из-за отсутствия четких однозначных требований к уровню знаний, умений и навыков обучаемых, которые могли бы применяться во всей системе образования. А также это происходит из-за недостаточного уровня стандартизации способов выявления степени достижения этих требований и отсутствия объективного инструмента оценки учетной деятельности обучаемых [91].

Так при обучении математике имеются различные требования к уровню усвоения знаний. Можно условно разделить студентов на не математиков и математиков-специалистов. И в зависимости от этого предъявляются требования к усвоению математических дисциплин. К какому из этих категорий необходимо относить будущих учителей математики? Если это математик-специалист, то в будущей своей профессии учителя он практически не применяет знания разделов математики высшей школы. Если он не специалист, то как он без знания проблем математической науки будет учить школьников математике. Нет четких стандартов, однозначных требований к качеству математических знаний.

Во-вторых, отсутствие однозначных целей обучения (развитие мировоззрения, прочные знания, формирование познавательной деятельности и логического мышления и т.д.), поставленных преподавателями, приводит к неясности у обучаемых, какие задания они должны выполнить, чтобы достичь целей обучения. Отсюда следует, что оценка преподавателя и самооценка студента, которая ведется параллельно, не совпадают. Студенты не понимают требований, предъявляемых преподавателем, так как они не всегда четкие и прозрачные.

Есть некоторые трудности в определении педагогических целей в процессе изучения математических дисциплин, так как основной упор в обучении делается на приобретение знаний и навыков по специальным дисциплинам. А педагогические цели как бы отходят на второй план, а зачастую, и вовсе остаются без внимания. Однозначно только то, что, изучив успешно математику в вузе, студент может продолжить свое обучение в области математических наук. А как формировать необходимые компетенции учителя математики, как их оценивать, чтобы достичь целей обучения – изучение этих вопросов требуют исследований, и это один из аспектов качественной подготовки будущих учителей математики.

Еще одной из главных проблем педагогического оценивания является его стихийность и нерациональность, которые отмечены в работе Е. И. Перовского [136]. Неумение целенаправленно и рационально использовать методы и формы, отсутствие систематичности, незнание особенностей изучаемого предмета являются актуальными проблемами процесса оценивания.

Особенностью математики является то, что математика как наука представляет собой абстрагированное и философское понимание окружающего мира, выраженное в цифрах, формулах и задачах. И потому важным пунктом при оценивании математических знаний, которые формулируются в виде каких-то задач, является не столько ответ задачи, а скорее ход решения задачи. Важно разобраться, где была допущена ошибка, почему это произошло. Необходимо рациональное и критическое мышление, чтобы найти правильное

решение математической задачи. Поэтому, с учетом этих особенностей математики необходимо проводить комплексное и систематичное оценивание математических знаний [22].

В педагогической литературе, наряду с категорией оценивания, рассматриваются достаточно близкие категории: контроль, проверка (работы И. Я. Лернера [109], Е. И. Перовского [136], С. И. Руновского [152], М. Н. Скаткина [158] и др.), диагностика (работы К. Х. Ингенкампа [73], Ю. К. Бабанского [27], А. И. Кочетова [101], И. П. Подласого [142], В. С. Аванесова [7], С.К.Калдыбаева [86] и др.), мониторинг (работы В. П. Беспалько [39], А. Н. Майорова [113], С. Е. Шишова, В. А. Кальнея [183] и др.). Их объединяет объект изучения, которым является результат обучения (достижения). Педагогическое оценивание обязательно используется при педагогическом контроле, педагогической диагностике и мониторинге. То есть без оценивания не может быть осуществлен ни один из вышеперечисленных видов педагогической деятельности. Следовательно, педагогическое оценивание является основным стержневым составляющим для получения объективной информации о результатах обучения.

Оценивание мы будем рассматривать как педагогический процесс, связанный с результатами обучения [67, 169]. Традиционный взгляд на оценивание состоит в оценке объема знаний, умений и навыков при помощи балльной отметки. В реальности такое оценивание осуществляется не по всем параметрам из-за ограниченности балльной оценки. Попытки расширить и усовершенствовать систему оценивания за счет увеличения количества оценок приводит только к изменению инструмента оценивания и росту количественных показателей.

Результатом этого процесса является оценка, которая переводится в условно-формальное отражение в виде цифрового или буквенного обозначения, называемое отметкой или баллом (количественное оценивание). В различных странах имеются различные системы балльной отметки. В Великобритании используют буквенную систему оценок (A, B, C, D, F), в Латвии – 10-балльная

система оценок, в Японии – 100-балльная система. В статье Е.В.Усенко [171] описывается система оценок в университетах США, где высшая оценка «А» характеризует высокий уровень знаний по предмету, «В» - уровень выше среднего, «С» - средний уровень знаний, «D» - минимальный уровень усвоения знаний, «F» - неудовлетворительная оценка.

У нас 5-балльная система постепенно трансформировалась в 4-балльную систему. Оценка «1» вышла из употребления, «2» означает «неудовлетворительно», «3» – «удовлетворительно», «4» – «хорошо», «5» - «отлично». В нашей 5-балльной системе оценивания или даже в 4-балльной системе, оценка скорее служит больше мотивационным фактором к обучению и повышению интереса к учебе. Даже внедрение 100-балльной системы оценивания всегда сопровождается с переводом на систему баллов «2»-«3»-«4»-«5» (неудовлетворительно – удовлетворительно – хорошо - отлично).

Особо можно выделить также оценивание без отметок (качественное оценивание), которое становится более актуальным, так как целью оценивания постепенно становится не контроль усвоенного материала, а оказание помощи студенту для более глубокого понимания и полного усвоения учебного материала, его использование и применение в различных ситуациях, для развития его личностных и психологических качеств. Хотя такое оценивание носит явно субъективный характер, оно может быть использовано в целях повышения мотивации студентов и носит скорее рекомендательный характер.

При обучении математике имеются определенные нормы, по которым можно оценку переводит в числовое обозначение [61]. Обычно оценивается выполненная контрольная письменная работа, решение задачи, устный ответ. Иногда по заданным критериям трудно определить разницу между оценкой «хорошо» или «отлично». Если при решении задачи мы стараемся следить за ходом решения, то при наличии иного хода решения возможного нового и творческого подхода со стороны студентов, оценивание по 5-балльной системе становится недостаточным. Мы переходим на качественное оценивание, так как в системе оценок нет оценки больше чем «5», то используются оценивание без

отметок (качественное оценивание, больше субъективное и трудноопределимое), выраженное словами «Молодец», «Умница» или «Гений». В случае же отрицательного результата – не усвоения материала, не до конца решенной задачи или не понимания теоретического материала, опять же используется часто оценка в виде «двойки» или «неудовлетворительно». Другая оценка «единица» практически отсутствует. А качественная оценка (также субъективная) выражается цифрой «ноль», которая иногда выражает полное не усвоение учебного материала.

Любой системе оценивания должны быть присущи определенные принципы (критерии). Так, Т. Анджело в своей статье «Техника оценивания» (“Assessment Techniques”) приводит следующие критерии оценивания:

- эффективность;
- объективность;
- определенный уровень сложности;
- творческий подход [1].

К основным принципам оценивания в работе [169] причисляют объективность, обоснованность, систематичность, единую требовательность, дифференцированность, всесторонность.

Объективная оценка качества знаний необходима для того, чтобы:

- преподаватель был информирован об уровне усвоения студентами изученного материала;
- получать информацию о затруднениях при изучении учебного материала, об эффективности применения учебных пособий, методичек обучения;
- студент знал об уровне усвоения учебного материала и для самоконтроля;
- проводить анализ работы преподавателей, оценивать работу учебного заведения по обучению и подготовке будущих специалистов.

В статье Е. В. Колбиной [99] приводятся следующие критерии оценивания математических знаний студента:

- мотивационно-аксиологический, определяющий уровень заинтересованности студентов к математике, к его значимости и ценности;

- когнитивный, характеризующий уровень усвоения объема теоретического материала по математическим дисциплинам;
- деятельностно-практический, определяющий умения, навыки и методы решения математических задач;
- опытный, характеризующий умение строить математические модели и применять математику для решения различных реальных прикладных задач;
- рефлексивный, характеризующий умение анализировать и оценивать свои математические знания, проводить самооценку и корректировку траектории обучения при приобретении математических компетенций.

На основе краткого обзора принципов оценивания (критериев) мы пришли к выводу, что процесс педагогического оценивания – это последовательный и непрерывный процесс, сопровождающий весь процесс обучения. Основные принципы оценивания характеризуются следующими показателями:

- объективность и прозрачность, вне зависимости от участников процесса обучения и оценивания;
- непрерывность и систематичность, которая помогает устранять пробелы в приобретении знаний;
- доступность и дифференцированность, которая зависит от уровня усвоения знаний, умений и навыков;
- рефлексивность, который необходим для самооценки и дальнейшей траектории обучения.

Особое внимание следует уделить и психологическому аспекту, так как оценивание только с педагогической и дидактической точки зрения становится как бы узким, односторонним. Современному обществу нужны не только отличные специалисты в определенной области человеческой деятельности, а разносторонне развитые личности с определенным уровнем умственного развития и с широким мировоззрением, с возможностями применять свои личностные качества в быстроменяющемся темпе требований общества. Следовательно, особо важным является не только педагогический аспект

проблемы оценивания, но и психологический. Психологическому аспекту проблемы оценивания посвящены работы Л. В. Занкова [66], Н. Д. Левитова [108], Н. А. Менчинской [124], Л. С. Выготского [50] и др.

Психологическая составляющая математического образования связана с развитием умственных способностей, аналитического и критического мышления, с восприятием окружающего мира на основе знаний математического образования [154, 155]. Основное внимание при оценивании педагоги-психологи акцентируют на умственном развитии обучаемого, которое и является основным показателем эффективности процесса обучения. Показателями, с помощью которых оценивается умственное развитие, являются самостоятельность мышления, быстрота и прочность усвоения, находчивость в нестандартных ситуациях, гибкость мыслительного процесса, критичность ума [6].

Результатом обучения является также и общее психическое развитие личности, которое включает в себя: познавательную сферу, эмоциональную сферу, систему практических и умственных действий, и эти элементы не должны оставаться в стороне от системы оценивания [50].

Основной трудностью в реализации оценивания психического развития обучаемых в процессе обучения является отсутствие надежного инструмента его измерения. Как количественно оценить умственное развитие, соответствуют ли этому возрастные особенности, как отражается на развитии личности эмоциональное состояние обучаемого во время учебного процесса, какое влияние оказывают особенности темперамента, окружения, общественного настроения на процесс обучения? Все эти вопросы в той или иной мере касаются системы оценки и должны быть учтены при психологическом подходе к проблеме оценивания личности. На современном этапе научных поисков сторонники комплексного подхода к оцениванию в этом направлении проводят свои исследования.

Еще один вопрос, который является проблемным: «Кто должен оценивать?» При обучении математике этот фактор является очень важным.

Очень часто оценка преподавателя не совпадает с тем, что знает студент. При оценивании качества знаний студента по какому-либо курсу математики невозможно преподавателю получить полную и достоверную информацию о знании предмета студентами. Результаты экзамена или теста не в полном объеме отображают информацию для объективного оценивания. Эти все вопросы являются проблемными для получения истинной информации о качестве знаний будущих учителей математики.

В педагогической теории давно известно, что оценка всегда должна основываться на двух составляющих: внутренней (самооценка) и внешней. Этому соответствуют современные тенденции развития системы образования такие, как система аккредитации, принципы Болонского процесса [170].

В настоящее время особое внимание уделяется именно самооценке, как одной из главных составляющих процесса оценивания. У студентов должно быть сформировано умение оценивать свои результаты, видеть свои недостатки и работать над ними. На основе самооценки студенты учатся рефлексии, анализу собственной деятельности, сравнению результатов своей деятельности с поставленными целями и задачами. Самооценка имеет огромное значение для развития учебной самостоятельности студентов [56].

О роли в математике для получения навыков самооценки и саморегулирования отмечено в работе Полянцевой М. В. [145]. В данной работе отмечается, что обучение математике формирует у студентов следующие необходимые будущим учителям математики компетенции такие, как умение планировать, искать рациональные методы решений, умение критически подходить к решению задач, анализировать и оценивать любую информацию.

Один из вариантов объективного оценивания предлагают М. Прокопенко, Н. Сокольская, Ю. Прокопенко [146]. По их мнению, оценка качества знаний студентов должна включать как объективные, так и субъективные составляющие, причем мониторинг качества знаний обязателен не только до завершения студентом вуза, но и после его окончания. Общая оценка качества знаний студентов состоит из следующих составляющих:

- оценка преподавателями и специалистами;
- самооценка;
- оценка ВУЗом (итоговые экзамены);
- взаимооценка (оценка сокурсниками);
- оценка работодателем.

Вся система нашего образования, в том числе и вузовская, постепенно переходит от констатирующего (итогового) оценивания к накопительной системе – рейтинговому оцениванию знаний студентов. Особенности рейтинговой системы являются:

- многобалльность;
- возможность получения объективной информации об уровне подготовки обучаемого на каждом этапе обучения;
- дифференцирование значимости оценок, полученных за различные виды учебной работы (самостоятельная работа, дискуссия, домашняя, творческая и др. работы);
- повышение объективности оценки знаний.

На сегодняшний день основой рейтингового оценивания являются следующие виды оценивания: диагностическое, формативное и суммативное. Обзору данного вопроса и проблемам различных форм оценивания в нашей республике посвящена работа С. К. Калдыбаева [81].

Так как деятельность педагогической системы должна быть ориентирована на личность обучаемого, то диагностическое оценивание является одним из основных элементов процесса оценивания. Диагностическое оценивание осуществляется для определения начального уровня знаний и компетенций студента. В зависимости от этого уровня происходит планирование, корректировка и прогнозирование дидактической деятельности студента и преподавателя.

Формативное оценивание является непрерывным наблюдательным процессом за учением студента и носит рекомендательный характер. Оно осуществляется при помощи разработанных критериев оценивания, которые

понятны и преподавателю, и студенту. При этом происходит процесс отслеживания за продвижением студента в достижении поставленных целей.

Целью формативного оценивания является построение процесса обучения с использованием оценки для оказания помощи студенту. Формативное оценивание осуществляется в процессе обучения с помощью интерактивных методов таких, как обсуждение, дискуссия, работа в группах, разработка проектов, деловые игры. Преподаватель становится человеком, направляющим процесс, регулирующим учебное время, ведущим наблюдение за всеми участниками процесса обучения. Преподаватель подводит итоги, выставляет соответствующие оценки, учитывая также самооценку студентов.

Особо можно выделить при формативном оценивании метод оценки с помощью портфолио. Оценивание с помощью портфолио – это сборник работ студента, который показывает успеваемость студента, его развитие, знания, навыки, приобретенные во время курса обучения. Оценивание с помощью портфолио обладает принципом систематичности, что позволяет фиксировать достижения студента, оказывать помощь ему в корректировке пробелов его знаний, помогает направить процесс обучения для достижения поставленных целей, используя индивидуальный подход в обучении.

Суммативное оценивание – это оценивание по определению уровня сформированности знаний, компетенций по окончанию изучения темы, раздела. Суммативное оценивание осуществляется с помощью тестов, исследовательских работ, контрольных работ, эссе, презентаций, докладов.

При рейтинговом оценивании основной целью является развитие индивидуальных способностей каждого студента, а система образования приобретает личностно-ориентированный подход.

Учитывая выше сделанный обзор, можно сделать выводы, что в современной системе подготовки будущих учителей математики для получения объективной оценки нужно проводить комплексную оценку, содержащую в себе систему знаний, умений и навыков, базовые личностные качества, системные универсальные умения и способности, которые определяются в

современной педагогической науке как профессиональные и личностные компетенции [69]. Каким бы ни был процесс оценивания, он должен соответствовать следующим показателям:

- быть понятным и доступным для всех участников процесса обучения;
- быть прозрачным и объективным;
- помогать обучаемым развивать свои личностные качества;
- быть непрерывным и систематичным.

1.2. Место и роль качества знаний в системе подготовки будущих учителей математики

Основной вопрос, рассматриваемый в данном разделе – это определение той роли качества знаний будущих учителей математики, которая оказывает существенное влияние для обеспечения качества подготовки будущих специалистов. Научно-педагогические исследования по вопросам подготовки будущих учителей математики рассмотрены в работах следующих ученых: Эверстовой В. Н., Ивановой А. В., Бугаевой А. П. [184], Ковалевой Г. И. [96], Казачек Н. А. [76], Жидовой Л. А. [62], Рихтер Т.В. [150], Шашкиной М. Б., Аёшиной Е. А. [182], Юнусовой Д. И. [185], Тестова В. А. [168].

Что включает в себя процесс подготовки будущих учителей математики? Основываясь на стандартах по подготовке учителей математики, процесс подготовки учителей состоит из четырех составляющих:

- математические теории и его практическая часть, учебные программы по математике;
- педагогические и методические знания, практика и методика преподавания математики;
- мотивирование студентов, изучающих математику;
- социальный контекст математики, его роль в развитии общества и науки [2].

Условно знание будущих учителей математики можно разделить на предметные знания (общие и специальные) и знания педагогического

содержания (знание учебных программ, психологии учеников, методологии обучения) [2].

Будущие учителя математики без качественных знаний, без знаний научных тенденций и проблем математической науки не могут быть квалифицированными специалистами. Знание методов математической науки, понимание и представление различных разделов современной теоретической и прикладной математики, классификация всей математической науки являются обобщенными показателями качества знаний будущих учителей математики [23].

Основными показателями качества знаний будущих учителей математики в области математических наук являются:

- знание полного курса математического анализа, его методов, применения в других отраслях математики и смежных наук, как физика, биология, инженерные науки;
- знание алгебры, структур высшей алгебры, известные методы решения различных уравнений, знание основ теории чисел;
- знание теории вероятностей и математической статистики, методы приближенных вычислений и основных численных методов;
- знание современной геометрии – аналитической геометрии, геометрии Лобачевского, дифференциальной геометрии и топологии;
- знание теории функций комплексного переменного и основ функционального анализа и интегральных уравнений;
- знание методов преподавания математики, применение абстрактного и критического мышления в преподавании математике, а также инновационные и интерактивные методы, развивающие нестандартное и творческое мышление решения математических задач [23].

В каждом разделе математической науки имеется своя структура. Любой раздел математики включает в себя теоретические знания. Это определения, аксиомы, утверждения и теоремы с доказательствами, а также современные научные проблемы соответствующего раздела математики. Следующий

элемент структуры - это практическая часть. Это различные задачи по отдельным темам, связанные не только с отдельным изучаемым разделом математики, но и возможно связанные и с другими разделами математики. Отдельно также можно выделить прикладную часть разделов математики, которая включает в себя и теорию и практику. Эта структура взаимосвязана с другими науками, в особенности с физикой, экономикой, информатикой и т. д.

Знание этих структур математической науки на качественном уровне необходимо будущим учителям математики. Осознанное владение этими знаниями позволяют учителям математики полноценно вести педагогическую деятельность в системе среднего школьного образования [23].

Подготовка будущих учителей математики согласно государственным образовательным стандартам требует владения математическими знаниями [4, 53]. Из них особо можно акцентировать внимание на следующих ключевых показателях. Во-первых, хорошо разбираться во всех математических терминах, во-вторых, решать математические задачи при необходимости несколькими способами, в-третьих, объяснять рационально ключевые математические структуры.

Что же касается педагогического и методологического аспекта, то будущие учителя математики формируют в процессе подготовки свои фундаментальные педагогические навыки [3]. Используя педагогические знания в будущей своей деятельности, будущие учителя смогут преподавать математику наиболее эффективно и целенаправленно. При этом нужно учитывать потребности учеников в развитии математических навыков, поддержать их стремление понять математику глубже, а также настроить учеников эмоционально в положительном направлении. Одним из основных профессиональных навыков будущих учителей математики является понимание всех нюансов и сложностей методики преподавания математики, готовность к расширению и применению новых методов обучения, в том числе и интерактивных методов обучения математике [23].

В процессе подготовки, а также в ходе своей профессиональной деятельности у будущих учителей математики формируются навыки к постоянному и систематическому совершенствованию своих педагогических знаний и компетенций. При этом они осознанно воспринимают тот факт, что со временем, с накоплением опыта и их осмысления, их методика обучения математике будет развиваться.

Учебный процесс в школе сегодня сопровождается с обязательным применением различных современных информационных технологий. Это требует от учителей дополнительных навыков и компетенций, которые называют информационными компетенциями. Владение навыками работы на компьютере, применение мультимедийных материалов (аудио, анимация, видео), использование интерактивных досок, умение работать с образовательными информационными системами, использование специальных программ для обучения и оценивания является необходимыми компетенциями современного учителя математики [42, 74, 123, 143, 148].

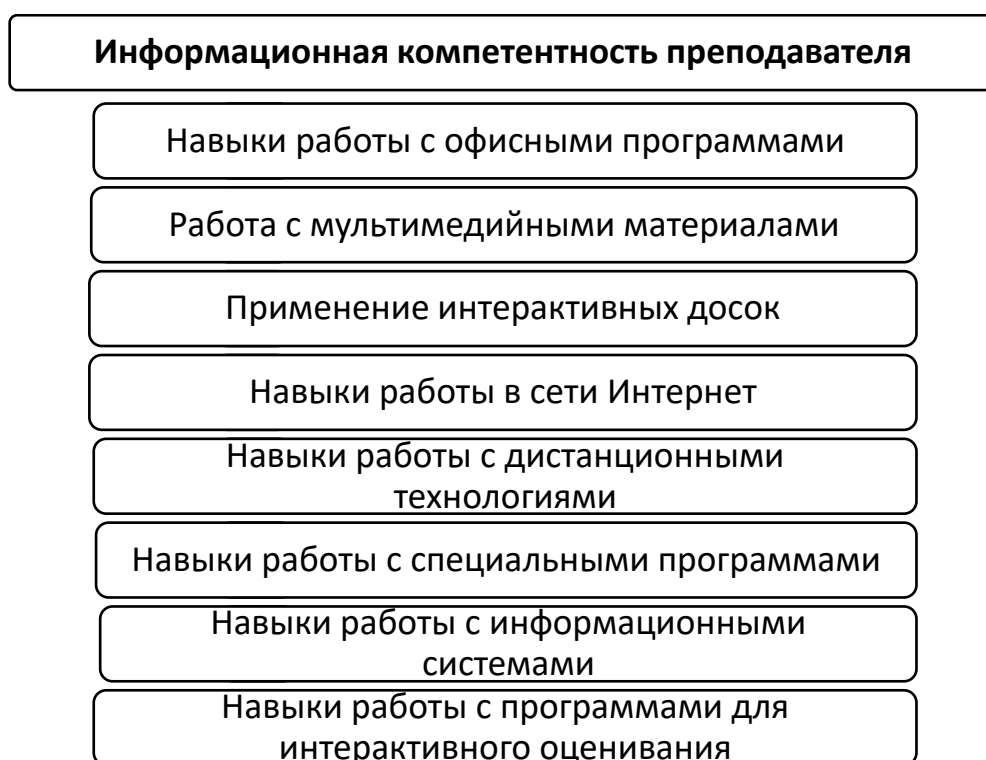


Рисунок 1.1 - Информационная компетентность учителя математики

На рисунке 1.1 указаны основные навыки учителя, которые формируют информационную компетентность учителя. Деятельность учителя связана с постоянным повышением своей квалификации по изучению и приобретению навыков по применению современных информационных технологий. Современный учитель владеет навыками работы на компьютере, применения различных программных продуктов в зависимости от преподаваемой дисциплины. Владение навыками работы со следующими технологиями являются необходимыми для формирования информационной компетентности учителя:

- с офисными программами (MS Word, MS Excel, MS PowerPoint),
- с мультимедийными технологиями (аудио, видео, анимация),
- по применению интерактивных досок в учебном процессе
- в глобальной сети Интернет в поисках необходимой и достоверной информации,
- с программами для организации дистанционных уроков (Zoom, Google Meet, GoToMeeting и т.д.),
- специализированными программы для образования, в том числе обучающими (виртуальные лаборатории),
- по применению различных образовательных информационных систем;
- с программами для контроля и диагностики знаний учащихся [24].

Информационная компетентность учителя математики один из показателей современного педагога, который стремится формировать у учеников математические знания, умения, навыки и компетенции. В процессе обучения у ученика должно формироваться математическое мышление, которое помогает ему мыслить творчески, находить решения задач различными способами, в том числе и нестандартно. В учебном процессе учителя активно должны использовать интерактивные методы и информационные технологии при обучении будущих креативно мыслящих учеников [95].

Применение информационных технологий в учебном процессе для учителя математики является важным показателем эффективности. Решение практических текстовых задач, геометрических построений и задач должно сопровождаться различными техническими расчетами, моделирование которых представляет собой творческий процесс. Решение задач облегчается при использовании различных компьютерных технологий и программ [162].

Сегодняшний день требует от будущих учителей математики создание благоприятных условий для того, чтобы ученики были мотивированы и заинтересованы изучению математики. Это самое сложное во всей системе подготовки будущих учителей математики. Необходимо понимание психологии учеников, знать методы и способы мотивации, необходим также индивидуальный подход к разным категориям учеников. Подготовка к прогнозированию у будущих учителей математики всех возможных ситуаций при обучении математике является необходимым критерием квалифицированности педагога. Умение предвидеть и запланировать процесс обучения математике является одним из ключевых знаний будущих учителей математики [24].

Любая школа не может существовать изолированно, также как и изучение математики не может быть оторванным от остальных дисциплин, изучаемых в школе [120]. Знание истории развития математической науки, знание межпредметных связей математики с другими дисциплинами, знание приемов применения математики в обществе, в развитии государства и его экономики – необходимые и важные компетенции будущих учителей математики. Во время учебного процесса будущий учитель математики показывает свое знание о текущих событиях в обществе, защищает свои интересы и интересы своих учеников в социуме, развивает математическое мышление и математическую культуру учеников. В этом заключается социальный контекст процесса подготовки будущих учителей математики [23].

Основу подготовки будущих учителей математики составляют качественные знания по всем составляющим системы подготовки. То есть,

процесс подготовки будущих учителей математики требует от них знаний, которые обладают определенными качествами [21]. По И. Я. Лернеру [109] таких свойств 12: полнота, глубина, систематичность, системность, оперативность, гибкость, конкретность, обобщенность, развернутость, свернутость, осознанность, прочность.

Основываясь на работах И. Я. Лернера о качестве знаний учащихся, проведем краткий обзор этих качеств. Приведем примеры знаний из различных областей математики, которые являются составляющими в системе подготовки будущих учителей математики.

Полнота знаний будущих учителей математики - это количество всех знаний в области математики, которые нужны будущему учителю, знания в области педагогики, методики преподавания математики и математического образования, а также знания в области психологии, истории математики, и других дисциплин, связанных с математикой. Качество полноты знаний является понятием относительным, так как наши знания в любой из этих областей расширяются и пополняются по мере накопления опыта, повышения квалификации и т.д.

В области математических наук основными показателями полноты знаний будущих учителей математики являются знание определений (терминология), знание основных утверждений, аксиом, теорем, знание основных методов доказательства различных утверждений, знание основных методов решения задач классических разделов математики. Например, в области дифференциальных уравнений это методы решений уравнений 1-го порядка, решение линейных уравнений 1-го порядка, методы решения некоторых уравнений высших порядков.

Полнота знаний в области педагогики и методики преподавания— это знание основных категорий педагогики, элементов дидактики и систем оценивания, знание методов обучения математике и использования различных педагогических технологий, а также знание компьютерных технологий и его применение в процессе обучения математике.

Глубина знаний будущих учителей математики – совокупность существенных связей между соотносимыми знаниями. Полнота, в отличие от глубины, допускает изолированность знаний друг от друга. А глубина есть именно существенность связей. Связи могут быть прямыми и опосредованными. Чем опосредованнее связь, тем она менее доступна обучаемым.

Что же представляет собой качество глубины знаний в математике? Например, ученик знает, как построить график некоторой функции. При этом он глубоко не может знать само понятие функции (его определение), не может знать определение переменной величины. Но все эти понятия связаны между собой, и незнание одного из составляющих в изучении темы «График функции» говорит об отсутствии глубины знаний. Или же всем известно правило или утверждение «Делить на ноль нельзя». Многие не знают почему, у них недостаточно глубокие знания и поэтому ученики часто допускают ошибки из-за отсутствия глубоких знаний.

Оперативность – качество, характеризуемое числом ситуаций, в которых может применяться знание. Чем больше ситуаций, в которых применяется знание, тем более оперативным становится знание, полученное обучаемым. Применение знаний возможно по известным правилам, по образцу, в знакомой ситуации, в новой, незнакомой ситуации (творческое применение). Этим всем вариантам применения знаний необходимо учить, то есть надо показывать обучаемым больше ситуаций и примеров, в которых знания применяются и на основе этого знания становятся более оперативными.

Знание нескольких способов доказательства, например, теоремы Пифагора является свидетельством оперативности знания. Кроме этого его применение для решения разнообразных задач, не только математики, расширяет свойство оперативности. Или же понятие производной является одним из ключевых в курсе математики. Различные ситуации, в которых применяется производная, говорят об универсальности этого понятия, которое в свою очередь является и качеством проявления оперативности. Производную

мы применяем для нахождения максимума и минимума, для вычисления скорости по заданному закону движения, применяем в различных задачах нахождение наибольшего и наименьшего значения в заданной области, для нахождения углового коэффициента касательной, для приближенных вычислений, а также для различных задач физики и экономики. Чем больше мы знаем о задачах, где применяется производная, тем более оперативны знания об этом элементе.

Гибкость знаний личности – готовность самостоятельного нахождения способов применения знаний в изменяющихся ситуациях. Гибкость знаний проявляется также в способности самостоятельно найти несколько способов их применения для одной и той же ситуации. Чем быстрее обучаемый находит способ применения, чем более вариативны ситуации, тем более гибки эти знания. Качество гибкости знаний в математике является одним из факторов проявления творческих знаний, который проявляется в способности предлагать разные виды, способы, решения математических задач [176].

Например, одним из популярных методов решения неравенств является метод интервалов. Если взять какой-либо квадратный трехчлен, который сравнивается с нулем, то обычно мы решаем квадратное уравнение, находим корни, определяем знаки справа и слева от корней и в зависимости от знака неравенства мы получаем ответ задачи, то есть решение неравенства. Если же ученик в качестве решения предложить рассмотреть график квадратичной функции, и в зависимости от расположения графика функции относительно оси абсцисс (выше или ниже) определить решение задачи, он применит графическое решение неравенства. Этот способ решения неравенств мы используем не часто и если ученик сам предложит этот способ решения, то здесь и проявится качество гибкости знаний, так как ученик нашел другой альтернативный способ решения задачи, основываясь на своих знаниях, связанных с данной темой [5].

Конкретность – способность объяснить частное как проявление общего, обобщенность – способность подвести конкретные знания под обобщенные. Под обобщенными знаниями всегда должны содержаться конкретные знания.

Понятия уравнение, корень уравнения, методы решения уравнения являются обобщенными знаниями. Если мы видим знак равенства и неизвестную величину, которую необходимо найти, то определяем это выражение как уравнение [12, 13, 140]. Видим конкретное выражение и обобщаем его как уравнение. Далее из общих знаний мы должны выделить конкретные знания об уравнениях. Например, это уравнение может быть: линейным, квадратичным, уравнением какой-то степени, тригонометрическим, иррациональным, показательным, логарифмическим, диофантовым, дифференциальным и т. д. В зависимости от наших знаний о конкретном уравнении мы выбираем метод решения. Применяв конкретный метод, мы решаем уравнение. Находим корень или несколько корней этого уравнения. Или же приходим к выводу об отсутствии корней уравнения. Можем снова применить наши обобщенные знания о таком понятии как корень уравнение, его единственность или отсутствие такого. Возможен случай существования нескольких корней уравнений или даже бесконечного их количества. Эти понятия являются обобщенными знаниями об уравнениях. В зависимости от уравнения мы получаем конкретный ответ о количестве корней уравнения.

Свернутость и развернутость знаний состоит в том, чтобы знания выражались компактно, в результате сжатия совокупности знаний и наоборот, в раскрытии шагов, по которым производилось свертывание знаний.

Например,

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad (1)$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad (2)$$

Мы можем сказать, что из теоремы Пифагора, или из формулы (1) (в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов

катетов) следует основное тригонометрическое тождество (2) Это свернутое знание. Чтобы развернуть знание нужно знать определение синуса и косинуса угла в прямоугольном треугольнике. Так как синус и косинус отношения соответствующих катетов к гипотенузе, то из теоремы Пифагора имеем равенство (3).

$$\frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = 1 \quad (3)$$

Отсюда следует основное тригонометрическое тождество. То есть мы развернули свернутое знание о формуле. Таких причинно-следственных (свернутых и развернутых) знаний в математике очень много и большинство из них связаны с различными доказательствами формул.

Систематичность знаний – это осознание совокупности знаний в их иерархии и последовательности при определенном взгляде на эту совокупность. Любая совокупность знаний может быть связана по различной логике, где некоторая совокупность является базовой для других или же, наоборот, в зависимости от цели обучения другая совокупность есть основа остальной совокупности знаний.

Есть в математической науке, как и в любой другой, первоначальные данные, которые трудно определить и на основе этих понятий строится вся теория. В математике это определение понятий множества, точки, основных математических операций, величины переменные и постоянные, может числа и их множества. Далее любая теория строится в зависимости от области и целей изучения. В алгебре мы начинаем изучать матрицы, в геометрии точку и прямую, в анализе начинаем изучать понятие переменной и функции. Изучая курс теории чисел, мы встречаемся с понятием функции, хотя его мы там не определяем. Считается, что понятие функции известно, и оно как само собой разумеющееся, вписывается в систему знаний курса теории чисел. Или же одно из основных понятий алгебры – уравнение, которое тоже считается известным

и понятным. Данное понятие встречается в практически каждом разделе математической науки. В зависимости от систематичности и структуры курса любое понятие, термин, утверждение занимает свое место в иерархии и последовательности курса.

Системность знаний – это осознание знаний по их месту в структуре научной теории, то есть в системе знаний обучаемый должен знать, что является понятием, основным положением, их следствием и приложением [133].

В вопросе системности знаний, например, понятие функции становится одним из первоначальных понятий. Из этого понятия далее следует понятие, связанные со свойствами функции, их применением, понятие производной и интеграла. С понятием функции связаны теория последовательностей и рядов, курс теории дифференциальных уравнений вообще построен на понятии функции. Функциональная зависимость – одно из центральных понятий в системе математической науки.

Если в курсе теории чисел не столь важно знание функции, то системность знаний предполагает наличие знаний об определении, об его основных свойствах в структуре математической науки.

Осознанность знаний проявляется в понимании связей между ними, путей получения знаний, в умении доказывать эти знания. Осознанность знаний обучаемыми может выражаться различными формами [94].

Первой формой проявления осознанности является умение излагать знания в зависимости от цели, извлекать необходимые части знаний для решения изолированных задач. Ученик, осознанно владеющий знаниями, может доступно изложить теоретический материал. Например, зная определение понятия уравнения, он может приводить примеры уравнений, зная их классификацию, может определять методы их решения.

Другой формой является группировка и систематизация знаний в зависимости от задач, ответы на которые излагаются в изолированном виде как решения других задач. Зная определенное количество методов решения задач,

например, системы линейных уравнений, студент делает наиболее оптимальный и осознанный выбор из системы знаний о методах решения систем линейных уравнений. В зависимости от количества неизвестных он может использовать метод подстановки, метод Крамера, метод Гаусса. Он перед принятием решения определяет значимость того или иного метода, имеет систему знаний о методах решения системы уравнений и в этом проявляется осознанность знаний.

Третьей формой проявления осознанности является самостоятельное применение всех знаний в различных ситуациях по образцу и в новых ситуациях, требующих творческой деятельности. Например, здесь проявлением осознанности знаний является то, что ученик может составить математическую модель текстовой задачи в виде какого-либо уравнения. Составление математической модели в виде различных уравнений (линейных, квадратичных, систем уравнений, дифференциальных уравнений) характеризует осознанность знаний наиболее полно.

Прочность знаний – длительное хранение в памяти системы знаний, их связей и готовность их применения в необходимых случаях. Одним из важных критериев проявления прочности является готовность личности с помощью одних знаний выводить или восстанавливать другие знания.

Математическое моделирование является одним из сложных элементов в процессе изучения математики и его применения, в котором проявляется очень много качеств знаний, в том числе и прочность знаний. При моделировании мы извлекаем из памяти практически все нужные знания для ее составления в виде уравнения, функции, формулы и т. д. Любое решение задачи требует от нас извлечения из памяти наших знаний, а практикум решения однотипных задач закрепляет новые знания, делая их более прочными. Таким образом, применение знаний на практике является одним из основных проявлений качества знаний такого, как прочность.

Таким образом, если будущие учителя математики обладают качественными знаниями, то они могут вести профессиональную деятельность

на высоком уровне. Качества знаний в системе подготовки будущих учителей математики играют важную роль. Без качественных знаний нельзя говорить о других необходимых компетенциях или показателях будущего учителя математики. Если поставить вопрос: какова роль качества знаний в системе подготовки будущих учителей математики, то следует ответить, что оно занимает одно из центральных мест в этой системе. Именно качество знаний, в первую очередь, определяет качество всей системы подготовки будущих учителей математики. Знания составляют ключевое звено содержания образования, так как без знаний об объекте не может быть умений и навыков, без знаний не может быть никаких начинаний творческой деятельности, без знаний не может формироваться личность. А качество знаний, являясь признаком сформированности других компонентов системы подготовки учителей, способствует к тому, что выражает наиболее точную характеристику качества всей образовательной системы [21].

Сегодня основной целью современного учителя является не только передача информации, человеческих знаний и опыта. Важной функцией учителя является создание условий для мотивации и повышения интереса к учебе. Учитель оказывает воздействие на организацию учебно-познавательной деятельности ученика, на формирование навыков творческой работы в учебе и в будущей жизни. Это все становится приоритетным и актуальным в современной системе образования, когда информация стала доступной через коммуникации и ее передача потеряла острую необходимость.

Несмотря на то, что дистанционные технологии постоянно расширяются и занимают ведущее положение в системе образования, учитель остается ключевой фигурой этой системы. Процесс живого взаимодействия и общения между учителем и учеником является важным и необходимым составляющим в формировании личностных качеств и человеческих и общественных ценностей, социально-культурных взглядов, в развитии познавательных способностей для получения и закрепления прочных и глубоких знаний. Также взаимодействие

учителя и учеников во время учебных занятий и различных мероприятий обладает рядом неоспоримых преимуществ:

- передача накопленного опыта и знаний учителем подрастающему поколению;
- процесс формирования учебно-познавательной деятельности учеников под руководством учителя происходит быстрее и эффективнее при коллективном и совместном участии каждого ученика;
- процесс формирования и развития возрастных особенностей и психологических качеств личности происходит под непосредственным воздействием и влиянием учителя;
- формирование коллективных и дружеских отношений между учениками, которые проявляются в ситуациях, когда необходимо принимать коллективные решения и действия;
- кроме специальных знаний учитель оказывает воздействие на формирование у учеников различных взглядов и качеств, связанных с патриотизмом, с эстетическим и экологическим воспитанием, с духовным развитием и формированием моральных и материальных ценностей [24].

Обучение математике в современной школе представляет собой процесс формирования и развития у учеников математического мышления. В процессе обучения ученики овладевают теоретическими математическими знаниями, практическими умениями и навыками, способностью мыслить творчески и решать различные задачи в зависимости от уровня сложности. Современный урок математики представляют собой практико-ориентированное обучение с целью формирования у учеников навыков самостоятельного решения математических задач с помощью различных методов [24].

Современная модель учителя математики формируется на основе учета всех необходимых составляющих показателей, которые должны быть у учителя. Таким образом, современный учитель математики должен обладать следующими качествами:

- личностные качества;

- профессиональные знания;
- мотивацию при организации и проведении учебных занятий;
- универсальные и профессиональные компетенции;
- информационные компетенции;
- креативное мышление;
- стремление к профессиональному росту, накопление методических знаний и опыта [51].

Выводы по первой главе

Первая глава посвящена двум аспектам, касающимся теме исследования, - анализу по проблемам оценивания в научно-педагогической литературе и вопросам качества знаний в системе подготовки будущих учителей математики. Сделан анализ по проблеме и состоянию педагогического оценивания. В частности, выделены особо актуальные моменты, связанные с оцениванием в математическом образовании. Определена существенная роль качества знаний студентов в системе подготовки будущих учителей математики.

В первом параграфе рассмотрены вопросы, связанные с самим процессом оценивания, изучены основные аспекты оценивания, рассмотрены некоторые тенденции, связанные с педагогическим оцениванием. Это связано с переориентацией целей обучения, с внедрением новых технологий и методов в систему образования, с изменениями в личностно-ориентированном обучении, с изменениями ценностей общества и прогрессом различных видов знаний на современном этапе развития педагогики и системы образования. Определены особенности оценивания при подготовке будущих учителей математики.

Во втором параграфе сделан краткий обзор научных исследований, связанный с вопросами:

- о системе подготовки будущих учителей математики;
- о математических знаниях будущих учителей математики;
- о педагогической и методической составляющей будущих учителей математики;

- качества знаний будущих учителей математики на примере их проявления в математике.

Система подготовки будущих учителей математики состоит из следующих составляющих: предметные знания и методические знания. Выполнение требований по подготовке будущих учителей математики определяет их уровень знаний в области педагогики и психологии, в области социально-общественных наук.

Далее приведены основные разделы математики, которые должны знать будущие учителя математики в процессе их подготовки. Проявление каждого из качеств знаний по классификации И. Я. Лернера охарактеризованы примерами из области математики.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ОЦЕНИВАНИЯ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ В ОБУЧЕНИИ КУРСА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

2.1 Анализ структуры качества знаний в обучении курса «Математический анализ»

Объектом исследования является процесс обучения курса «Математический анализ». Предметом исследования – процесс оценивания качества знаний студентов при изучении курса «Математический анализ» [20].

Математический анализ – одна из фундаментальных дисциплин профессионального цикла для будущих учителей математики. Наряду с алгеброй, аналитической геометрией, теорией чисел математический анализ является базовым для изучения специальных разделов математики. Курс математического анализа является самым большим из всех курсов цикла математических дисциплин. В зависимости от учебного плана по профилям подготовки общий объем курса может равняться от 400 до 800 часов и изучается от 2-х до 4-х семестров. Фактически это основной курс для подготовки будущих учителей математики по предметам специального цикла на первом и втором курсах [20].

Что же представляет собой курс математического анализа? Классический математический анализ представляет собой, так называемый анализ бесконечно малых величин. Основными учебниками по математическому анализу являются учебники Кудрявцева Л. Д. [104], Фихтенгольца Г. М. [173, 174], Ильин В. А. и Позняка Э. Г. [70, 71], Бермана Г. Н. [38], Демидовича Б. П. [58], Никольского С. М. [129], Усубакунова Р. [172], Борубаева А. [45]. Почти все учебники по математическому анализу имеют примерно следующую структуру. Используя идеи предела, в математическом анализе строится теория дифференциального и интегрального исчисления. Производная, ее применение для исследования функции является основным содержанием дифференциального исчисления. Интегрирование обратная операция к дифференцированию и интегральное исчисление - это вторая основная часть математического анализа. Изучаются

понятия неопределенного и определенного интеграла, их связь и применение в различных областях науки, в основном в физике и геометрии.

Основным объектом изучения классического математического анализа являются функции [104]. Функция представляет собой правило зависимости переменных между собой. В зависимости от количества переменных изучаются функции одного или нескольких переменных. В классическом анализе изучаются только функции от действительного переменного и значения тоже являются действительными числами. Есть специальные разделы, изучающие другие виды функций и следующих из этого термина таких понятий как функционал или оператор, где значением и аргументом не всегда является числовая переменная величина.

Так как процессы в физике, в технике, в экономике и в других отраслях науки описываются различными законами, то зависимости между различными величинами выражаются в аналитическом виде, то есть в виде формул. Отсюда важным инструментом изучения зависимостей между известными (заданными, полученными экспериментально и т. д.) и требующими нахождения или вычисления величинами становятся функции [20].

Большинство реальных процессов представляет собой движение (развитие, изменение, рост, прогресс и т.д.), поэтому динамической составляющей функции является его изменение, которое в математике называется приращением. Это изменение значения функции, зависящее от приращения аргумента. Отношение приращения функции к приращению аргумента представляет собой среднюю скорость изменения функции. Применяя анализ бесконечно малых, мы приходим к важному понятию производная [20].

Производная - это скорость изменения его значения. По известной производной можно провести исследование функции на наличие максимумов, минимумов, на возрастание и убывание, на выпуклость и вогнутость графика функции. С помощью производной мы имеем примерное представление о графике функции, можно вычислить приближенные значения функции.

Производная как универсальный инструмент изучения и вычисления различных взаимосвязанных величин и процессов применяется в других разделах науки, особенно в физике, в экономике, в экологии, в биологии.

Понятие интеграла связано с обратной операцией восстановления функции по известной производной и с понятием предела интегральной суммы. Взаимосвязь неопределенного и определенного интегралов доказывается известной формулой Ньютона-Лейбница. Вычисление различных интегралов является практической составляющей одного из разделов курса математического анализа. В основном курсе изучаются различные методы вычисления интеграла в зависимости от подынтегральной функции. Есть два универсальных метода интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям. Применение определенного интеграла и приближенные методы их вычисления являются одним из важных разделов в курсе математического анализа.

Далее изучаются функции нескольких переменных, частные пределы и частные производные, кратные интегралы, криволинейные и поверхностные интегралы, теория числовых и функциональных рядов, а также тригонометрические ряды Фурье. Изучается также их применение в различных отраслях науки, в основном геометрические и физические приложения [20].

В предыдущем параграфе мы рассмотрели основные качества знаний, их определения и примеры из области математики. Теперь необходимо изучить структуру качества знаний при изучении математического анализа. Исходя из содержания курса, нужно установить взаимосвязь элементов математического анализа и структуру курса.

Структура любого курса представляет собой логически построенную организацию учебного материала, включающую в себя теоретический материал, практические задания, приложения и оценочные средства [44, 107].

Историческому обзору структуры математических знаний посвящена статья Охлопкова Н.М., где прослеживается процесс развития основных математических структур от «числа» и «пространства» у древнегреческих

ученых до современных алгебраических структур и математического моделирования [134].

Терминология	Определения	Теоремы, формулы	Методы решения задач
<ul style="list-style-type: none"> • точка, множество, область • существование, единственность • ограниченность, бесконечность, сходимость • дифференцируемость, интегрируемость 	<ul style="list-style-type: none"> • функция, предел • производная и дифференциал • неопределенный и определенный интеграл 	<ul style="list-style-type: none"> • теоремы, о пределах • замечательные пределы • формулы производных и интегралов 	<ul style="list-style-type: none"> • вычисление пределов, производной, интеграла • построение графиков функции • применение производной и интеграла

Рисунок 2.1 - Виды знаний в курсе математического анализа, по которым проявляется качество полноты знаний

Первым качеством знаний является полнота знаний (рисунок 2.1). Что же представляет собой полнота знаний в курсе математического анализа. Во-первых, это знание основных терминов математического анализа (точка, множество, число, область, существование и единственность, ограниченность, монотонность, доказательство, сходимость, дифференцируемость, интегрируемость и т. д.). Во-вторых, знание основных определений (функция, непрерывность, предел, производная, неопределенный и определенный интеграл и т. д.). В-третьих, знание теорем и формул (теоремы о пределах, теоремы о среднем, замечательные пределы, формулы производных и интегралов и т. д.). В-четвертых, знание методов решения задач (поиск максимума или минимума, построение графика и его исследование, методы вычисления производной и интегралов, применение формул анализа для решения прикладных задач и т. д.) [71].

Вторым показателем качества знаний является глубина знаний. Чтобы определить глубину знаний, необходимо определить связи между собой различных видов знаний. Основными показателями глубины являются теоремы и их следствия, знание доказательств различных утверждений, где прослеживаются связи между знаниями.

Теория математического анализа строится на взаимосвязи практически всех его понятий, теорем, формул. Например, связаны между собой такие понятия, как непрерывность и дифференцируемость функции, монотонность (возрастание и убывание) самой функции и знакоопределенность (положительность и отрицательность) производной функции. Формула Ньютона-Лейбница показывает связь между определенным и неопределенным интегралами. Понятие фундаментальности и сходимости последовательностей связаны между собой, отсюда следуют и признаки сходимости числовых рядов, которые в свою очередь определяют радиус сходимости функциональных рядов. Вычисление производной и вывод основных формул дифференцирования связаны с вычислением пределов функций [21].

Исследование функции с помощью производной один из примеров формирования глубины знаний студентов. С помощью производной мы определяем, монотонность, находим экстремумы (максимумы и минимумы), точки перегиба и интервалы выпуклости и вогнутости графика функции, производная используется для нахождения асимптот к графику функции.



Рисунок 2.2 - Применение понятий математического анализа при нахождении различных величин как показатель глубины знаний

Различные приложения дифференциального и интегрального исчислений в геометрии, физике, экономике, биологии, экологии и в других науках могут показать наиболее глубокие связи между различными знаниями (рисунок 2.2). Такие понятия, как скорость, работа, энергия, мощность переменного тока, рост популяции, эластичность, производительность, площадь фигуры, длина кривой, объем различных тел являются показателями применения взаимосвязей между разными знаниями. Мы проводим вычисление различных величин, используя понятия и методы математического анализа, которые взаимосвязаны формулами и теоремами. А это в свою очередь является одним из показателей глубины знаний [21].

Систематичность знаний курса математического анализ зависит от целей обучения. Есть некоторые главы, которые могут быть изучены по-разному. В некоторых случаях изучается сначала, например, весь курс дифференциального исчисления, включая раздел функций многих переменных, потом идет изложение интегрального исчисления и теории рядов [104].



Рисунок 2.3 - Последовательность разделов математического анализа для изучения интегрирования дробно-рациональных функций как показатель систематичности знаний

Необходимость изучения комплексных чисел возникает при изучении методов вычисления интеграла от рациональных функций, хотя возможно студенты изучили их в курсе теории чисел или алгебры, изучение комплексных чисел входит в систематичность знаний при изучении методов интегрирования дробно-рациональных функций курса математического анализа (рисунок 2.3).

В других учебниках применяется другая систематизация курса. Сначала изучается дифференциальное и интегральное исчисление функции одной переменной, а потом идет изучение курса дифференциального и интегрального исчисления функции многих переменных, теории рядов [71].

Есть определенная структура курса математического анализа, где невозможно изменить последовательность или иерархию изучения, в этом случае мы имеем дело с другим показателем качества знаний такого, как системность знаний. Невозможно без понятия предела, изучить теорию дифференциального исчисления, или же без понятия первообразной невозможно построить интегральное исчисление.

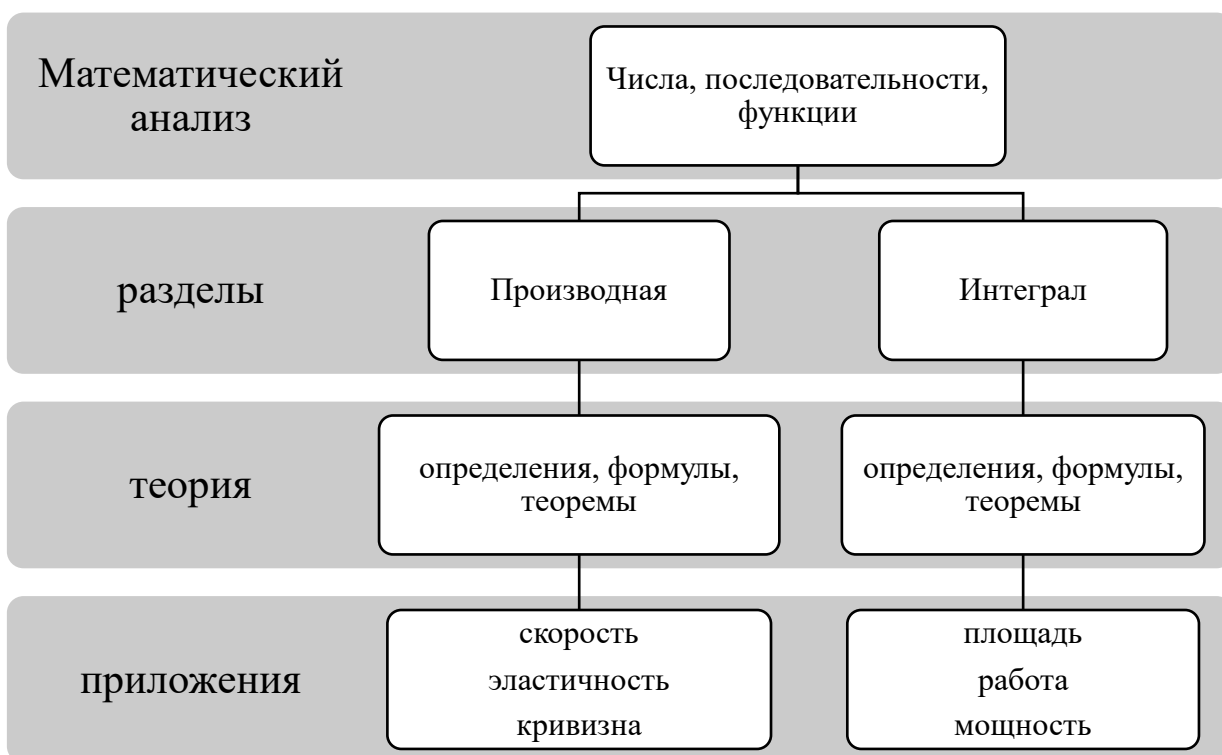


Рисунок 2.4 - Систематизация разделов курса «Математический анализ» как системность знаний

Основными объектами изучения в курсе «Математического анализа» являются числа, последовательности и функции. Далее изучаются раздел дифференциального и интегрального исчисления (понятие производной и интеграла, определения, теоремы, задачи и приложения). Все это представляет собой системность как показатель качества знаний при изучении курса «Математический анализ». Системность в отличие от глубины предполагает не только связи между различными видами знаний, но и иерархию, и целостность знаний (рисунок 2.4).

Необходимо строгое соблюдение определенной последовательности изучения курса. Курс теории дифференциальных уравнений мы изучаем только после знания фактически всего курса математического анализа. Изучение дифференциальных уравнений требуют знаний курса алгебры, раздела теории рядов, численных методов. Таким образом любой курс при этом имеет свою структуру, который является показателем системности знаний в иерархии научных знаний [21].

Оперативность знаний в математическом анализе проявляется при применении таких фундаментальных понятий анализа как предел, функция, производная, интеграл. Например, не зная формулу вычисления производной какой-либо функции, мы, зная определение производной, можем вычислить предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю и тем самым применить наши знания о вычислении пределов [21].

Оперативность знаний о функциях проявляется во всех случаях, когда мы решаем задачи, связанные с этим понятием. Мы строим график, находим область определения, исследуем поведение функции, вычисляем производную, интеграл и т. д. Также часто мы используем понятие производной и в теории, и на практике, вычисляем производную для исследования функции, для нахождения наибольшего или наименьшего значения в какой-либо задаче, для

вычисления углового коэффициента касательной, для вычисления скорости и т. д.

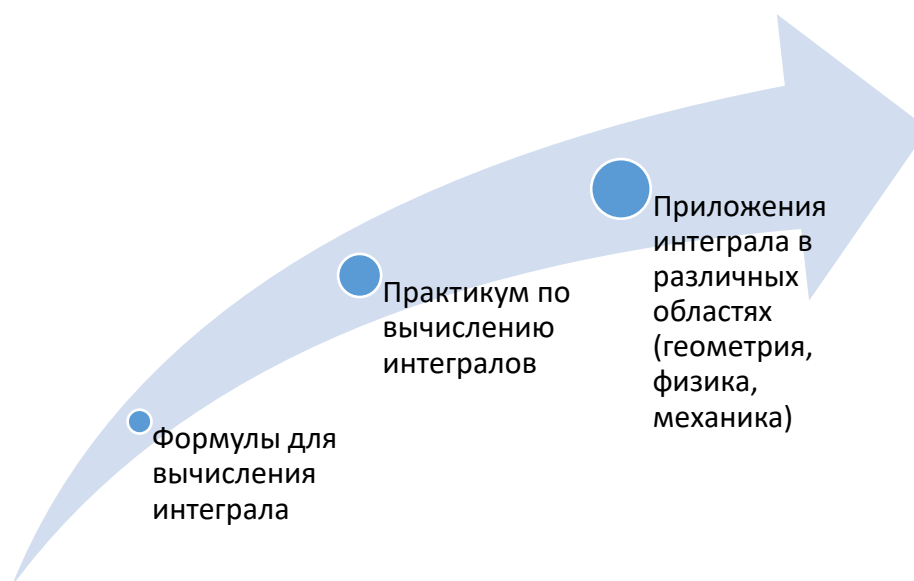


Рисунок 2.5 - Проявление оперативности знаний при изучении темы «Интеграл и его применение»

Также очень часто используется понятие интеграла. Тем больше его мы применяем, тем чаще проявляется свойство оперативности знаний об интеграле (рисунок 2.5). Интеграл очень часто используется для вычисления площадей фигур, объемов тел, вычисления длины дуги кривой, определения центра масс тяжести, вычисление работы силы и т. д.

Свойство гибкости знаний в математическом анализе очень важно, например, при вычислении производной от некоторых функций. Есть различные способы вычисления производной от некоторой функции. В качестве примера можно взять функцию вида

$$y = \frac{x^2}{x\sqrt{x}}. \quad (4)$$

Можно для функции вида (4) вычислить производную как от степенной функции, или вычислить формулу по правилу вычисления производной от частного двух функций, при этом применить правило вычисления производной от произведения двух функций в знаменателе.

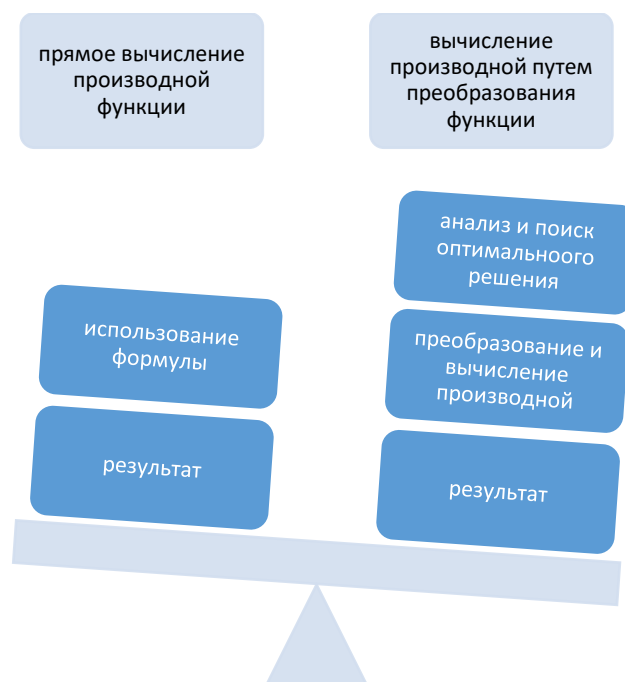


Рисунок 2.6 - Применение различных методов при вычислении производной функции как показатель гибкости знаний

Можно выражение, стоящее в знаменателе, написать в виде выражения с отрицательным показателем степени

$$y = x^2 \cdot x^{-1} \cdot x^{-1/2} \quad (5)$$

и вычислить по формуле вычисления производной от произведения трех функций. То есть одну и ту же функцию мы можем записать по-разному и применить различные правила вычисления производных, что является проявлением гибкости знаний (рисунок 2.6).

Мы можем также применить наши знания для приближенного вычисления с помощью производной в различных задачах. Это снова проявление гибкости знаний о применении производной. При построении графиков функции мы можем применить методы сдвига, сжатия, сложения различных известных графиков функции. Применение этих методов показывает свойство гибкости наших знаний при построении графиков функции [21].

Если мы используем наши знания о пределе, о функции, о производной, об интеграле, то можно говорить об обобщенных знаниях. Как подвести эти

знания к конкретным знаниям? Как они могут проявиться?



Рисунок 2.7 - Обобщенные и конкретные знания

На рисунке 2.7 показано соотношение между обобщенными и конкретными знаниями в математическом анализе.

Развернутость и свернутость знаний, как и обобщенные и конкретные знания, взаимосвязаны между собой. Все известные формулы математического анализа представляют собой свернутые знания, а вот вывод или доказательство

этих формул - это развернутость знаний. Примерами могут служить знание формул дифференцирования или интегрирования конкретных функций. Например, формула производной произведения двух функций. Если мы знаем эту формулу, то это свернутое знание, если же мы знаем вывод этой формулы на основе определения производной и свойств предела, то это уже пример развернутого знания [21].

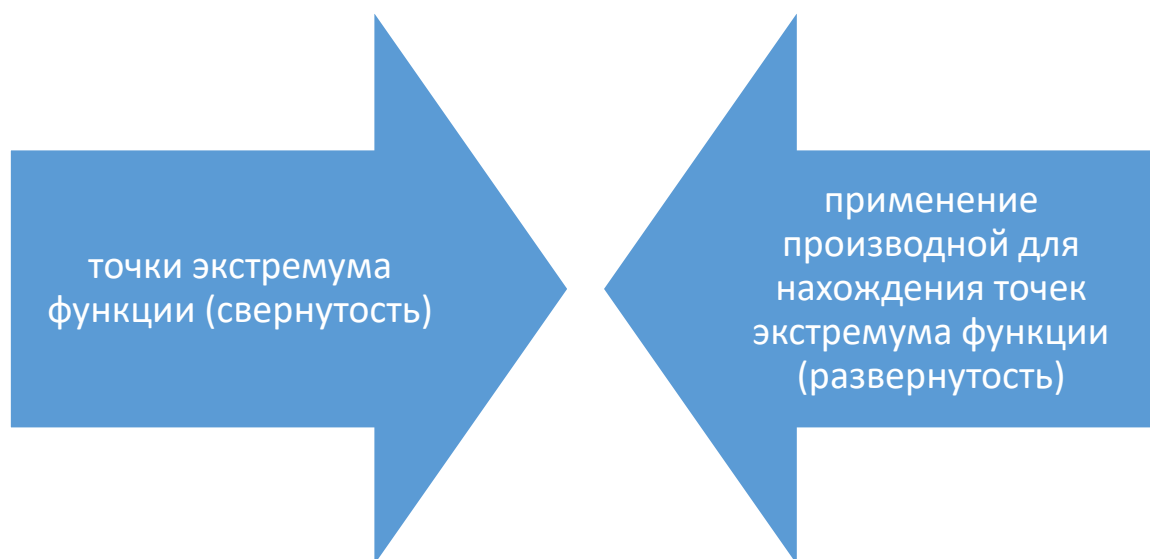


Рисунок 2.8 - Свернутость и развернутость знаний для нахождения точек экстремума

По графику функции мы можем определить точки максимума и минимума этой функции. Это свернутость знаний. Применяя производную, мы можем найти конкретные значения этих точек, сами значения максимума и минимума, что представляет собой развернутость знаний (рисунок 2.8).

В некоторых случаях, например, при вычислении какого-то интеграла, нам важен не результат, а ход решения. В случае неправильного ответа мы можем, зная ход решения, найти допущенную ошибку. В этом случае важно именно развернутое знание о вычислении интеграла.

Осознанность знаний в математическом анализе проявляется, как и при владении теоретическим материалом, так и при применении на практике этих знаний. Например, осознанное знание формулы Тейлора помогает без каких-

либо затруднений вывести или применить его частный случай - формулу Маклорена. А также применить эти знания для приближенных вычислений и с помощью остаточного члена оценить погрешность вычислений [21].

Студент, осознанно знающий формулы и методы вычисления предела, производной, интеграла, может сделать классификацию методов, правильно применить тот или иной метод решения задачи по заданной функции. Например, для того чтобы вычислить интеграл вида

$$\int x \sin(\sin x) dx, \quad (6)$$

студент применит метод интегрирования по частям, если он осознанно знает данный метод. И студент осознанно сможет по виду подынтегральной функции определить метод вычисления данного интеграла.



Рисунок 2.9 - Осознанность знаний на применение производной

Применение знаний математического анализа в других областях науки является проявлением осознанности знаний студента. Так, решение задач на нахождение наибольшего или наименьшего значений какой-либо величины реального объекта (площадь земельного участка, длина ограждения какой-то территории, объем вместимости какой-нибудь посуды и т. д.) требует от студентов осознанных знаний о функции как зависимости между различными

величинами, знаний о применении производной в алгоритме нахождения наибольшего или наименьшего значения функции на интервале (рисунок 2.9).

Прочность знаний элементов математического анализа проявляется в процессе изучения самого курса, так как этот курс является одним из больших курсов в фундаментальной подготовке будущих учителей математики. Фактически, когда мы начинаем изучать теории функций многих переменных мы можем проверить прочность наших знаний о пределе, о производной, об интеграле. Понятия частных пределов, частных производных, кратных интегралов требует от студентов хранения знаний, изученных в начале курса.

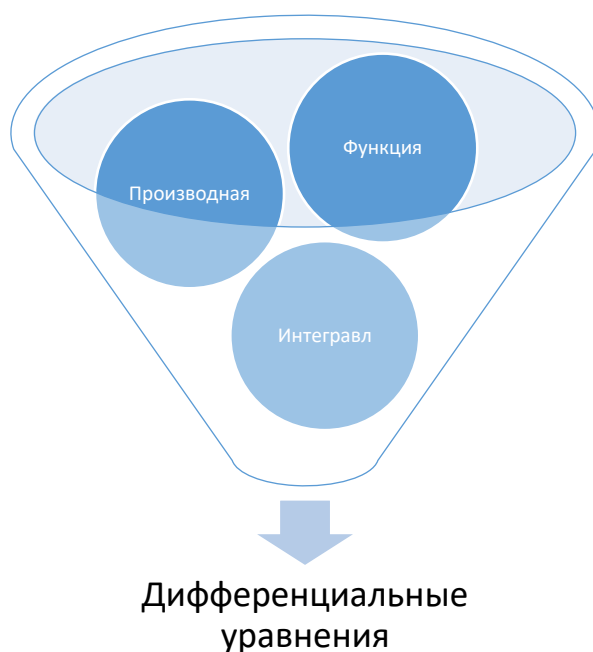


Рисунок 2.10 - Прочность знаний математического анализа и его применение к дифференциальным уравнениям

Изучение дифференциальных уравнений также является проявление прочности знаний курса математического анализа (рис.2.10).

2.2 Уровни качества знаний студентов при изучении курса «Математический анализ»

Процесс обучения – педагогический процесс, представляющий собой процесс усвоения знаний, умений, навыков на требуемом уровне за определенное время. В зависимости от уровня сформированности знаний,

умений можно судить о качестве процесса обучения. Уровни качества знаний характеризуют глубину проникновения и качество изученного учебного материала. В педагогической науке имеются различные взгляды к уровням качества знаний.

Так, в работе Б. Блума создана так называемая таксономия сфер и уровней подготовленности в образовательной технологии. Таксономия (от греч. *taxis* – расположение, строй, порядок и *nomos* – закон) – теория классификации и систематизации сложно организованных объектов действительности, построенных на их естественной взаимосвязи по нарастающей сложности, то есть имеющих иерархическое строение (органический мир, объекты географии, геологии, языкознания, этнографии и т. д.) [2].

Б. Блум разделил цели образования на три направления: когнитивная (требования к усвоению содержания предмета изучения), психомоторная (развитие двигательной, нервно-мышечной деятельности), аффективная (эмоционально-ценностное отношение к предмету).

В когнитивной области выделены шесть категорий по следующей иерархической последовательности:

- 1) знание, понимаемое как запоминание и воспроизведение учебного материала;
- 2) понимание, характеризующее способность обучаемого понимать учебный материал в зависимости от цели и ситуации по-разному;
- 3) применение, то есть возможность использования учебного материала в различных (новых) ситуациях и условиях;
- 4) анализ, характеризующийся способностью разделить учебный материал на его основные составляющие;
- 5) синтез, проявляющийся как способность из составляющих учебного материала вывести новые знания;
- 6) оценка, то есть способность оценивать значение учебного материала.

Три последние категории больше относятся к умениям, формирующимся в процессе обучения, но их тоже можно понимать как уровни качества знаний, обеспечивающих данные умения [186].

В. П. Беспалько [40] уровень усвоения знаний определил как «способность учащихся выполнять некоторые целенаправленные действия»

Он выделяет 4 уровня усвоения знаний:

- 1) уровень знакомства или идентификации (распознавание знаний);
- 2) алгоритмический уровень, или уровень воспроизведения или репродукции (запоминание и понимание сущности знаний);
- 3) эвристический уровень, или уровень умений и навыков (применение знаний на практическом уровне и добывание новых знаний по усвоенному образцу);
- 4) творческий уровень, или уровень трансформации (ориентирование в незнакомых ситуациях и установление новых алгоритмов получения знаний).

П. И. Пидкасистый [139] выделяет следующие уровни усвоения знаний, которые стали наиболее употребляемы в педагогической науке:

- 1) уровень осознанно воспринятой и зафиксированной в памяти знаний (воспроизводящий);
- 2) уровень готовности применения знаний по образцу (реконструктивно-вариативный);
- 3) уровень готовности к творческому применению знаний в новых ситуациях (эвристический, творческий и исследовательский).

Также различные подходы к классификации уровней усвоения предлагали Конфедератов И. Я., Королева В. Г., Максимова В. Н., Симонов В. П., Лебедев О. Е., которые систематизированы исследователями Гузевым В. В. [54, с.56-57], Майоровым А. Н. [113, с.45], Снигиревой Т. А. [163, с.28-29].

У Конфедератова И. Я. [100] выделены следующие уровни усвоения:

- 1) различение;
- 2) запоминание;
- 3) понимание;

- 4) простейшие умения и навыки;
- 5) перенос.

Королева В. Г. уровни усвоения определяет как:

- 1) репродуктивное самостоятельное воспроизведение;
- 2) репродуктивное алгоритмическое действие;
- 3) продуктивное эвристическое действие;
- 4) продуктивное творческое действие.

Максимова В. Н. называет уровни усвоения следующим образом:

- 1) узнавание;
- 2) запоминание;
- 3) понимание;
- 4) применение: а) тематическое, б) предметное обобщение, в) межпредметное обобщение;

Симонов В. П. [156] выделяет 5 уровней усвоения, как и у Конфедератова И. Я.

Лебедев О. Е. вводит следующую терминологию уровней усвоения:

- 1) грамотность;
- 2) функциональная грамотность;
- 3) информированность;
- 4) компетентность: а) общекультурная, б) допрофессиональная, в) методологическая.

Несмотря на различную классификацию уровней усвоения, эти взгляды достаточно близки и имеются лишь некоторые терминологические разногласия. В этой связи возникают следующие трудности при определении уровней усвоения знаний:

- каждая из классификаций неоднозначно воспринимается в педагогической науке;
- невозможно по степени сложности задания точно определить уровень усвоения знаний;

- отсутствие полной и однозначной системы оценивания всех уровней усвоения знаний.

В процессе обучения для получения качественных знаний обучаемый проходит несколько этапов усвоения знаний через активную мыслительную деятельность. Первое из них - восприятие объекта, потом происходит осмысление. В процессе восприятия объект изучения выделяется из других объектов своими характерными свойствами, в процессе осмысления устанавливаются существенные связи и отношения объекта с другими объектами. Далее, происходит процесс восприятия и фиксации этих связей – процесс запоминания, процесс воспроизведения существенных связей и отношений. Этот процесс продолжается преобразованием объекта, который характеризуется использованием его из опыта прошлого или как средство добывания и построения новых знаний.

Обобщая взгляды различных исследователей педагогов, можно сказать, что, знания проходят путь от первичного восприятия, воспроизведения, понимания до применения и оценивания самих знаний с точки зрения необходимости и востребованности в системе общих знаний.

Определение уровней усвоения важно, так как для личности эти уровни оказывают влияние на качество мышления, на его оригинальность, на его неординарность.

Таким образом, нет единого подхода в определении уровней усвоения знаний. Это основано на том, что результаты обучения состоят из множества составляющих и в зависимости от целей обучения знания явно не могут быть классифицированы на какой-то определенный уровень.

С точки зрения функционального описания уровней усвоения, их можно классифицировать следующим образом:

- репродуктивный уровень, которое включает в себя восприятие, осмысление и запоминание;
- продуктивный уровень – это применение знаний по образцу, решение стандартных типовых задач;

- творческий уровень – применение знаний в новой ситуации.

Если подойти с точки зрения качественных характеристик уровней усвоения можно рассмотреть следующую классификацию:

- предметно-содержательный уровень – полнота и системность знаний;
- содержательно-деятельностный уровень – прочность и действенность знаний;
- содержательно-личностный уровень – оперативность знаний и самостоятельность их применения.

Обобщая, остановимся на следующем подходе выделения уровней качества знаний:

- 1) уровень осознанно воспринятого и зафиксированного знания;
- 2) уровень готовности к применению знаний по образцу;
- 3) уровень готовности к творческому применению знаний в новых ситуациях [54].

На уровне осознанно воспринятого и зафиксированного знания можно оценить следующие виды мыслительной деятельности:

- опознание, процесс при котором студент по предъявленному объекту, должен ответить на вопрос его соответствия к объекту изучения;
- воспроизведение отдельных фактов, определений, понятий, правил, норм, законов, текста, таблиц;
- различение, процесс при котором определяется из нескольких представленных различных объектов те, о которых спрашивается;
- интерпретация – воспроизведение своими словами, представление знаний в различных формах – в виде таблиц, формул, схем, графиков.

На уровне применения знаний по образцу можно оценить способность студентов применять имеющиеся знания при решении типовых задач. При этом знания оцениваются следующими параметрами:

- идентификация условия задачи;
- классификация по известным признакам задачи;
- построения схемы решения задачи;

- применение известного алгоритма к решению типовой задачи;
- применение известного алгоритма к решению новой задачи.

Уровень творческого применения знаний в новых ситуациях характеризуется применением усвоенных знаний в новых нестандартных ситуациях и при решении нетиповых задач с прикладным и практическим содержанием. При этом студент делает анализ и преобразование задачи, для использования известных методов, построение нового алгоритма, интерпретация решения задачи, исходя из целей исходной задачи

На этом уровне можно оценить следующие умения творческого применения знания:

- анализ и декомпозиция задачи на известные задачи;
- применение известных алгоритмов;
- преобразование известных алгоритмов;
- понимание, сравнение, сопоставление и оценка новых алгоритмов;
- обобщение и систематизация новых знаний;
- синтез новых знаний.

Качество знаний студентов можно охарактеризовать по уровням усвоения приобретенных знаний. Уровень восприятия и фиксации знаний есть низкий уровень качества знаний. Уровень применения знаний по образцу является средним показателем качества знаний. А уровень творческого применения знаний есть высокий показатель качества знаний. Именно формирование высокого качества знаний является целью процесса обучения, показателем полноценного знания.

Низкий уровень качества знаний соответствует оценке «3». Этот уровень предполагает лишь фиксацию знаний в памяти, определенный уровень воспроизведения фактов, определений, терминов, достоверной информации. Также при низком качестве знаний можно определять различие между схожими терминами и понятиями, на определенном уровне интерпретировать и объяснять своими словами известные факты, правила, законы и т. д.

Средний уровень качества знаний соответствует оценке «4». Знания приобретенные обучающимися готовы к применению, можно определять уровень сложности задач, классифицировать различные знания и определять возможности их применения при решении различных типовых задач. Также на этом уровне качество знаний предполагает применение знаний по известным алгоритмам к новым неизвестным задачам, содержит в себе элементы исследовательской деятельности.

Высокий уровень качества знаний соответствует отметке «5». Высокий уровень качества знаний есть применение знаний в новых незнакомых ситуациях. Творческое применение знаний предполагает не только применение знаний при решении различных нестандартных задач, но и приобретение новых знаний путем трансформации и преобразования имеющихся знаний. Высокий уровень качества знаний обучаемых предполагает анализ и синтез, оценку и сравнение знаний, при этом знания становятся систематизированными и обладают научной и объективной целостностью [20].

На различных уровнях качества знаний они проявляются по-разному. Во втором параграфе были перечислены различные качества знаний в их взаимосвязях. Теперь рассмотрим, как они проявляются в процессе обучения, когда обучаемый проходит постепенно все уровни качества знаний.

Так, на низком уровне качества знаний должны выявиться такие качества знаний, как полнота, глубина, конкретность, частично обобщенность и системность. Средний уровень, повышая вышеперечисленные качества, формирует оперативность, развернутость, свернутость, прочность, систематичность, частично осознанность. На высоком уровне совершенствуются все качества знаний и знания приобретают свойство гибкости.

В зависимости от обучения и его целей формируются различные качества знаний. Прежде всего, формируются полнота и конкретность, затем знания приобретают глубину, систематичность и становятся оперативными. Систематическое применение знаний далее формирует другие качества:

системность, обобщенность, развернутость, свернутость, прочность. Гибкие и осознанные знания формируются тогда, когда знания можно считать полноценными качественно завершенными.



Рисунок 2.11 - Взаимосвязь между качествами знаний и показателями низкого уровня качества знаний на примере раздела функции и их графики курса математического анализа

Низкий уровень качества знаний как показатель приобретения и фиксации знания является показателем на определенном уровне таких качеств знаний, как полнота знаний, глубина знаний, конкретные знания, обобщенные знания (рисунок 2.11).

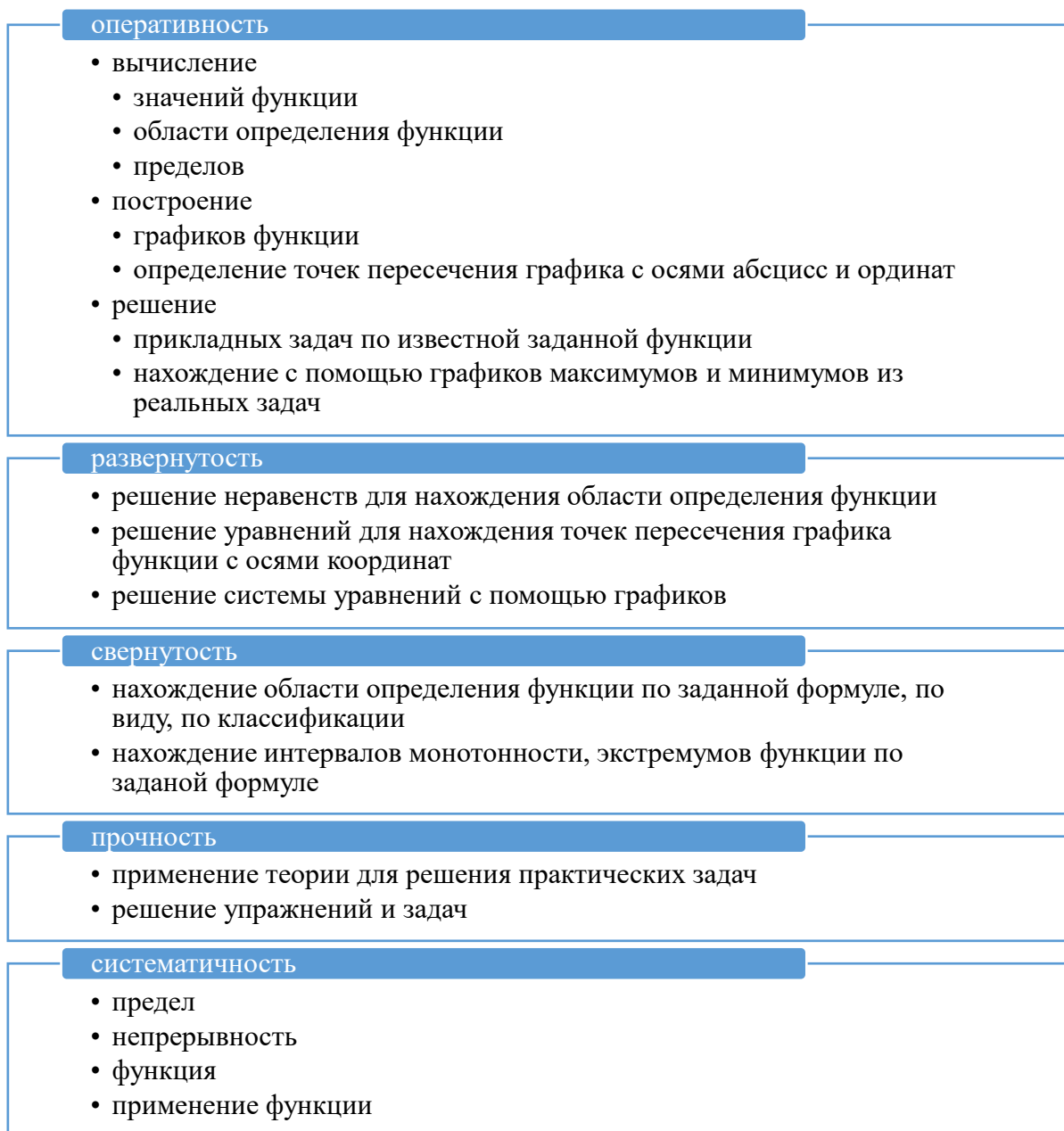


Рисунок 2.12 - Взаимосвязь между качествами знаний и показателями среднего уровня качества знаний на примере раздела функции и их графики курса математического анализа

Средний уровень качества знаний как показателя приобретенных знаний по степени их применения по образцу формирует следующие качества такие, как оперативность знаний, развернутость знаний, свернутость знаний, прочность знаний, систематичность знаний (рисунок 2.12)



Рисунок 2.13 - Взаимосвязь между качествами знаний и показателями высокого уровня качества знаний раздела функции и их графики курса математического анализа

Высокий уровень качества знаний как показатель знаний обучаемого на уровне творческого и нестандартного применения знаний формирует полноценно все перечисленные качества знаний, в том числе окончательно формируются такие качества знаний, как системность знаний, осознанность знаний, гибкость знаний (рисунок 2.13).

Таким образом, знания личности обладают системой качеств, которые формируются постепенно в процессе обучения на различных уровнях усвоения знаний [20].

Для определения уровней усвоения при обучении математическому анализу также можно применить данную педагогическую теорию. Изучим проблемы обучения математическому анализу и вопросы, связанные с определением уровня усвоения знаний студентами курса математического анализа.

Основной трудностью усвоения знаний математического анализа является абстрактная теория и неподготовленность студентов к усвоению теоретического анализа. Основной школьный курс математики больше

ориентирован на практическую часть математики. Теоретическому аспекту математики же уделяется не очень много внимания и поэтому начальный этап усвоения материала по математическому анализу представляет собой определенные затруднения у студентов. Затруднения, возникающие при изучении математического анализа, отмечены в работах исследователей Фихтенгольца Г. М. [174], Перьковой Н. В. [137], Жидовой Л. А. [62], Кошназарова Р. А., Жураевой М. Н. [102].

Изучение математического анализа должно проводиться так, чтобы усвоение каждого раздела проходило все три уровня усвоения знаний. Первый уровень включает в себя восприятие и фиксацию всех знаний. Это могут быть определения, формулы, теоремы, доказательства формул и теорем, то есть в большинстве случаев это теоретические знания, а также знание основных методов и приемов решения задач математического анализа. Второй уровень - это применение знаний на основе известных методов, в математическом анализе это решение задач по известным методам, применение формул и теорем на практике. Третий уровень представляет собой творческий уровень, в котором нужно применить все свои знания для решения какой-либо задачи, найти самостоятельно правильный путь и метод решения без каких-либо образцов и примеров по решению задач [153].

Что же конкретно в математическом анализе показывает усвоение знаний на первом уровне. Студенты должны знать:

- основные термины (число, множество, точка, интервал, бесконечность и т. д.);
- определения (последовательность, предел, функция, график, точки разрыва, экстремум, производная, первообразная, интеграл, ряд и т. д.);
- свойства (сходимость, расходимость, непрерывность, монотонность, дифференцируемость, интегрируемость и т. д.);
- формулы и теоремы с доказательствами (вычисления пределов, вычисления производной, вычисление интегралов, теоремы о среднем, теоремы о непрерывности, дифференцируемости, интегрируемости, сходимости и т. д.);

- теоретические примеры (замечательные пределы, элементарные функции и их свойства, формула Тейлора для различных функций и т. д.);
- методы решения стандартных задач (методы вычисления пределов, производной, интегралов и т. д.) [20].

Второй уровень проявляется студентами на практических занятиях по математическому анализу. Студенты должны уметь решать следующие стандартные задачи:

- вычисление пределов;
- построение графиков;
- нахождение области определения функции;
- вычисление производной;
- применение производной к исследованию функции,
- применение производной в физике и в геометрии;
- вычисление интегралов;
- применение интеграла в физике и в геометрии [20].

Третий уровень усвоения знаний по математическому анализу может проявиться, как и при изучении теории, так и на практических занятиях. Это может самостоятельное доказательство некоторых теорем, вывод некоторых формул, на основе знаний первого и второго уровня. Например, студенты могут самостоятельно доказать существование числа e , вывести формулы Тейлора или Маклорена для различных функций, применить производную для приближенных вычислений, а также решить некоторые прикладные задачи в других отраслях науки, применяя инструменты математического анализа.

Уровни усвоения знаний тесно связаны с уровнем качества знаний. Определенному уровню усвоения знаний соответствует соответствующий уровень качества знаний. Низкий уровень качества знаний обусловлен первым уровнем усвоения знаний – восприятия и воспроизведения знаний. Средний уровень качества знаний соответствует второму уровню усвоения знаний – готовности применять знания по образцу. Высокий уровень качества знаний

непосредственно связан с третьим уровнем усвоения знаний – творческое применение знаний в новых ситуациях.



Рисунок 2.14 - Уровни качества знаний по курсу математического анализа

На рисунке 2.14 показан процесс формирования качественных знаний от низкого качества до высокого качества при изучении студентами курса «Математический анализ». Как отмечено выше, при низком качестве знаний при изучении курса «Математический анализ» происходит формирование таких качеств как полнота (знание определений, терминов, теорем, методов решения задач), глубина (знание теорем, методов решения задач), конкретных знаний (терминов), обобщенных знаний (знание методов математического анализа). Среднее качество знаний определяет формирование следующих качеств знаний таких, как оперативность (вычисление пределов, производных, интегралов), свернутость и развернутость (построение графиков), прочность и систематичность (доказательство теорем, вывод формул). Высокий уровень качества знаний формирует окончательно все качества знаний, и является показателем сформированности следующих качеств: системность (применение теории к практике, решение прикладных задач, применение производной и интеграла), осознанность (моделирование, применение производной и

интеграла), гибкость (моделирование, решение прикладных задач, применение производной и интеграла) [20].

2.3 Современные методы оценивания качества знаний в обучении курса «Математический анализ»

Категория «метод» (греч. *methodos* - путь следования, способ познания, исследования, способ продвижения к цели, теория, учение) имеет множество определений в научной и педагогической литературе. Метод можно определить как прием, система приемов в какой-либо деятельности; способ или образ действия [164]; план и система изложения предмета для достижения более легкого, полного и прочного усвоения его обучающимся [46]; способы познания педагогических явлений, процессов и закономерностей и их практического осуществления [147]; способ достижения определенной цели, совокупность приемов или операций практического или теоретического освоения действительности [49]; совокупность относительно однородных приемов, операций практического или теоретического освоения действительности, подчиненных решению конкретной задачи [97]; система последовательных взаимосвязанных действий учителя и учащихся, обеспечивающих усвоение содержания образования [151] и др.

Если обобщить, то метод – это совокупность согласованных действий, призванных помочь достижению поставленного результата или решению определенных задач. Одним из первых о значимости метода в науке указал французский математик и философ Рене Декарт в своей работе «Рассуждения о методе» [57]. До него Ф. Бекон отмечал, что способности людей различны и, чтобы они добивались каких-то результатов, необходим инструмент, который давал бы возможность каждому добиться нужного результата. Таким инструментом и является научный метод.

В зависимости от специфики конкретной науки можно охарактеризовать и их методы. Любая современная наука имеет свою методологию, имеет особый предмет исследования и специфические методы. Хотя на данном этапе

развития науки происходит процесс взаимопроникновения, интегрирования различных методов и один предмет изучается несколькими методами, а несколько предметов могут иметь один общий метод познания. Особое значение имеют сейчас методы вычислительной математики, кибернетики, методы системного анализа. Методы моделирования проникают практически во все области человеческого знания. Экспериментальный метод из естественных наук уже давно проник в гуманитарные и социальные науки.

В педагогической науке учебный процесс является основным объектом изучения. Основными участниками учебного процесса являются ученик (обучаемый) и учитель (обучающий), в котором происходит процесс передачи (учителем) и приобретения (учеником) знаний, умений и навыков,. Для учителя важными качествами являются наличие универсальных и профессиональных компетенций, включающим в себя:

- профессиональные знания, умения, навыки;
- педагогические и психологические знания;
- знание методов обучения и оценивания

Исследованиям методов обучения и оценивания в педагогике посвящены работы И. Я. Лернера [110, 112, 111], М. Н. Скаткина [158], Ю. К. Бабанского [27], М. И. Махмутова [122], кыргызских ученых педагогов И. Бекбоева [32, 33, 34, 35], Э. Мамбетакунова [116, 117], и других [147].

Разработка современных, надежных и более совершенных методов оценивания становится одним из актуальных направлений в педагогических исследованиях. Чтобы разработать хороший механизм или инструмент оценивания необходимо тщательно изучить методы оценивания. И на основе этих методов можно разработать комплексный механизм, с помощью которого можно объективно соотнести результаты системы образования и требования субъектов образовательного процесса.

Основными методами оценивания в педагогической науке являются следующие виды педагогической деятельности [60, 68, 72, 73, 81, 83, 113, 179, 183]:

- наблюдение;
- опрос (беседа, интервью, анкетирование);
- устные методы оценивания (рассказ, чтение, семинарское занятие);
- письменные методы оценивания (контрольная работа, сочинение, изложение, диктант, эссе, реферат);
- графические методы оценивания (составление таблиц, разработка диаграмм, выполнение чертежей, схем, рисунков, графиков);
- практические методы оценивания (выполнение упражнений, лабораторных работ, экспериментов, решение задач, моделирование);
- педагогическое тестирование;
- оценивание с помощью кейс-метода;
- оценивание с помощью портфолио.

Наблюдение – метод педагогического оценивания, с помощью которого происходит целенаправленное восприятие деятельности обучаемых в процессе их обучения и идет планомерная фиксация принятой информации. При наблюдении идет оценивание в ходе процесса и обучаемые в самой меньшей мере подвержены влиянию оценки [157].

Обработка результатов наблюдения, его интерпретация в виде объективной педагогической оценки является очень трудоемким процессом. А это может потребовать времени больше, чем сам процесс наблюдения.

Опрос как метод является больше социологическим, но оно также применяется и в педагогике. Данный метод оценивания дает широкую информацию, характеризуется массовостью и легко можно анализировать результаты опроса. Основные виды опроса – это беседа, интервью и анкетирование [55].

Устные методы оценивания включают в себя и опрос, но кроме этого вида оценивания можно еще добавить в эту категорию методов оценивания и следующие методы как рассказ или чтение изученного материала, а также семинарские занятия. При устных методах оценивания сначала преподаватель задает вопрос, дает задание или предлагает проблему. Обучаемые готовятся и

излагают свои ответы, происходит обсуждение ответов и самооценка. Далее идет анализ и оценка ответов.

Для объективной и полноценной оценки данные методы не достаточны, так как здесь очевидно большое влияние субъективизма в процессе оценивания. Возрастает роль экзаменатора, фактически весь процесс оценивания зависит от него. Процесс оценивания при устном опросе по математическому анализу не эффективен по ряду причин. Во-первых, субъективность, в основном, это влияние на оценку личностных отношений между экзаменатором и учеником. Во-вторых, временной фактор, когда решение одной задачи или доказательство одного утверждения могут потребовать больше времени, чем отведено для устного опроса. В-третьих, невозможно провести устный опрос по всему изученному материалу, лишь отдельные разделы могут быть оценены в ходе устного экзамена.

Письменные методы оценивания дают возможность обучаемым гораздо глубже проникнуть в суть изученного материала, быть более сосредоточенным при выборе правильного ответа, его изложения. Письменные методы оценивания характеризуются высокой экономичностью во времени, проявлением учащимися большой самостоятельности, возможностью одновременного выявления общей подготовленности большого числа обучаемых. В сравнении с устными методами, письменные методы оценивания отличаются индивидуальным характером выполнения заданий и наличием определённых трудностей в организации и проведении, а также необходимостью затраты значительного времени на проверку выполненных работ. Основным видами письменных методов являются контрольная работа, изложение, диктант, сочинение, эссе, реферат.

Графические методы оценивания идентичны письменным методам, но в работах Е. И. Перовского, У. Е. Аунга, Г. В. Ельниковой и других отмечается, что они обладают рядом особенностей, что делает их отдельной группой методов [136]. К графическим методам оценивания относятся:

- выполнение чертежей;

- построение графиков;
- разработка схем;
- создание таблиц;
- разработка диаграмм.

Построение графиков применяются во всех дисциплинах, где изучаются элементы моделирования (математические дисциплины, физика, технические дисциплины, некоторые экономические дисциплины и т.д.).

В процессе изучения математического анализа графическим методам оценивания придается большое значение. Графические методы изучения функции - как одного из основных объектов математического анализа являются одним из важных и необходимых методов оценивания. Применение графиков повышает доступность и наглядность при изучении поведения функции (монотонность, экстремум, выпуклость) и его свойств (периодичность, четность, непрерывность). Процесс оценивания становится полноценным и более объективным при использовании графических методов в математическом анализе.

Практические методы оценивания используются на всех этапах учебного процесса. Оценивание осуществляется в виде обратной связи, при этом одновременно выполняется и контроль, и коррекция, и получение новых знаний, умений, навыков и компетенций. Практические методы помогают оценить очень широкий спектр результатов обучения. Основу практических методов составляют по Н. Ф. Талызиной следующие операции: сначала один человек показывает, как надо делать, второй смотрит как это делается, начинает сам выполнять практические действия. Он может ошибаться, ему помогают, корректируют и постепенно он приобретает навыки правильного выполнения практического задания [167].

К основным практическим методам оценивания относятся:

- выполнение упражнений;
- лабораторные работы;
- решение практических задач;

- моделирование;
- проведение эксперимента.

Практические методы являются хорошим способом проведения оперативного и обучающего контроля, непрерывной коррекции и обратной связи.

Кроме рассмотренных методов с развитием педагогической науки и применения математических методов для оценки их пригодности, надежности, эффективности на сегодняшний день используются следующие методы оценивания, которые мы называем современными:

- педагогическое тестирование;
- оценивание с помощью кейс-метода;
- оценивание с помощью портфолио.

Данные методы являются более объективными инструментами оценивания качества знаний, так как:

- результаты, полученные при таких методах сопоставимы между собой;
- минимизируется влияние субъективизма;
- оцениваются компетентности, способности к творческой и практической деятельности;
- используется индивидуальный подход к каждому обучаемому;
- систематически можно применять входной контроль.

Педагогическое тестирование.

На сегодняшний день применение педагогического тестирования стало неотъемлемым элементом системы образования. Педагогическое тестирование применяется и в дошкольном образовании, и в средней школе, и в профессиональной школе, и в высшей школе. Педагогическое тестирование используется и после получения профессии. Происходит постоянный мониторинг специалистов на профессиональную пригодность, на профессиональное развитие, на переквалификацию по смежным профессиям, где применяется педагогическое тестирование. Фактически, педагогическое тестирование становится наиболее популярным инструментом оценивания и

мониторинга на протяжении всей деятельности человека в плане его профессионального роста и развития [15].

В современной научно-педагогической литературе можно найти огромное количество материалов, посвященных вопросам педагогического тестирования [8, 11, 31, 36,37, 63, 68, 77, 83, 114, 115, 169]. Что же такое педагогический тест и тестирование? Не останавливаясь на историческом ракурсе становления данной категории, которому посвящено также огромное количество работ, выделим наиболее приемлемое определение педагогического теста. Педагогический тест – это один из основных инструментов для оценки, проверки и контроля знаний. Тест представляет собой комплекс работ, направленный на измерение качества личности. В основном тест должен включать в себя задания, систему организации, проверки и анализа результатов.

Важным составляющим элементом теста являются тестовые задания. Разработка тестовых заданий зависит от многих факторов: специфики области изучения, от продолжительности теста, от контингента тестируемых, от целей тестирования и т. д. Например, тест по математике может состоять из одного задания, которое включает в себя несколько контрольных точек, по которым можно получить результат теста.

Педагогический тест в современной науке представляет собой комплекс мероприятий, включая процессы от разработки тестовых заданий до получения определенной системы интерпретации результатов применения тестовых заданий, а также их статистическую обработку в целях оценивания и мониторинга учебных достижений обучаемых, а также учебного процесса, в целом [75, 130]. Разработка тестовых заданий, обладающих определенными качественными свойствами, сам процесс проведения тестирования для оценивания приобретенных качеств знаний, умений, навыков и компетенций, а также процесс обработки результатов методами математической статистики и моделирования, их интерпретация и есть педагогический тест [128].

Что нужно для разработки педагогического теста? Большинство ученых-исследователей сходятся во мнении, что нужно для начала определиться с

какой целью разрабатывается педагогический тест. В зависимости от целей необходимо изучение:

- содержание материала, для проведения тестирования;
- специфику и особенности дисциплины, для которой необходимо разработать тестовые задания;
- уровня знаний контингента тестируемых;
- наиболее подходящих видов тестовых заданий;
- временного фактора.

В результате обобщения исследований ключевыми этапами технологии разработки тестов являются:

- определение целей тестирования;
- разработка тестовых заданий;
- апробация тестовых заданий;
- проверка свойств тестовых заданий;
- корректировка и дополнение тестовых заданий;
- проведение тестирования;
- обработка результатов и их интерпретация на основе цели теста.

Классификация тестов зависит от целей тестирования, от формы ответов, от конструирования заданий. В этой связи нет единого подхода при их классификации. Специалисты в этой области В. С. Аванесов [7, 9, 10], А. Н. Майоров [114, 115], М. Б. Чельшкова [179] проводят различные признаки классификации.

При разработке тестовых заданий мы используем информационные и цифровые технологии. Сегодня мы применяем специализированные приложения для оценивания качества знаний. Самым простым и в то же время одним из эффективных цифровых программ, являются офисные программы. Наиболее приемлемым и доступным для создания тестов является MS Excel. Также доступностью и широкими возможностями обладает приложение Google Forms. Также для оформления и дизайна можно использовать он-лайн платформу Canva.

В зависимости от наших конкретных целей оценивания мы остановимся на следующей классификации видов теста.

ТЕСТ-ОПОЗНАНИЕ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

РАЗДЕЛ. ФУНКЦИИ

Задание

ВЫЧИСЛИТЕ ЗНАЧЕНИЕ ФУНКЦИИ

$f(x) = 5x - 1$
 $f(1) = ?$
 $f(-1) = ?$

a	1 2
b	-4 6
c	4 -6
d	5 1

Рисунок 2.15 - Тест-опознание

Тест-опознание (задания с выбором правильных ответов) требует альтернативного ответа, один из которых является правильным. Примерами

теста-опознания в курсе «Математического анализа» являются тесты, приведенные на рисунке 2.15.

ТЕСТ-
РАЗЛИЧЕНИЕ

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ
АНАЛИЗ
РАЗДЕЛ. ФУНКЦИИ**

**УКАЖИТЕ
ВОЗРАСТАЮЩИЕ
ФУНКЦИИ**

Задание

a $F(X) = X$

b $F(X) = -X$

c $F(X) = \text{SIN } X$

d $F(X) = \text{TAN } X$

Рисунок 2.16 - Тест-различение

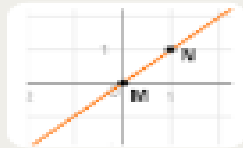
Тест-различение (задания с выбором правильных ответов) – это такие тесты, которые вместе с заданием содержат ответы, из которых обучающийся должен выбрать один или несколько правильных ответов (рисунок 2.16).

ТЕСТ-СООТНОШЕНИЕ

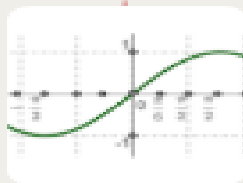
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Раздел. Функции

Укажите функцию и
соответствующий ему
график

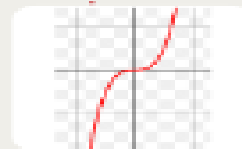


$$y = 3 / x$$



$$y = x^3$$

$$y = \sin x$$



$$y = x$$

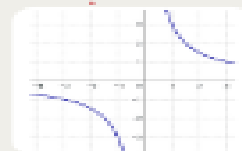


Рисунок 2.17 - Тест-соотношение

Тест-соотношение (задания на установление правильной последовательности и задания на установления соответствия) разрабатываются так, что нужно найти общее и различное в изученных объектах, причем сравниваемые свойства или параметры обязательно указываются в задании (рис.2.17).

ТЕСТ-ПОДСТАНОВКА
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

РАЗДЕЛ. ФУНКЦИИ

ЗАДАНИЕ **ФУНКЦИЯ НАЗЫВАЕТСЯ НЕПРЕРЫВНОЙ**
если 1 приращению 2
соответствует 3 приращение
4.

- малому
- некоторому
- любому

1

- аргумента
- функции
- переменной

2

- малое
- некоторое
- любое

3

- функции
- аргумента
- переменной

4

Рисунок 2.18 - Тест-подстановка

Тест-подстановка (задания с выбором правильных ответов) содержит в задании определенную информацию, в которой пропущены составляющие существенную часть информации - слова, линии, индексы, условные обозначения (рисунок 2.18).

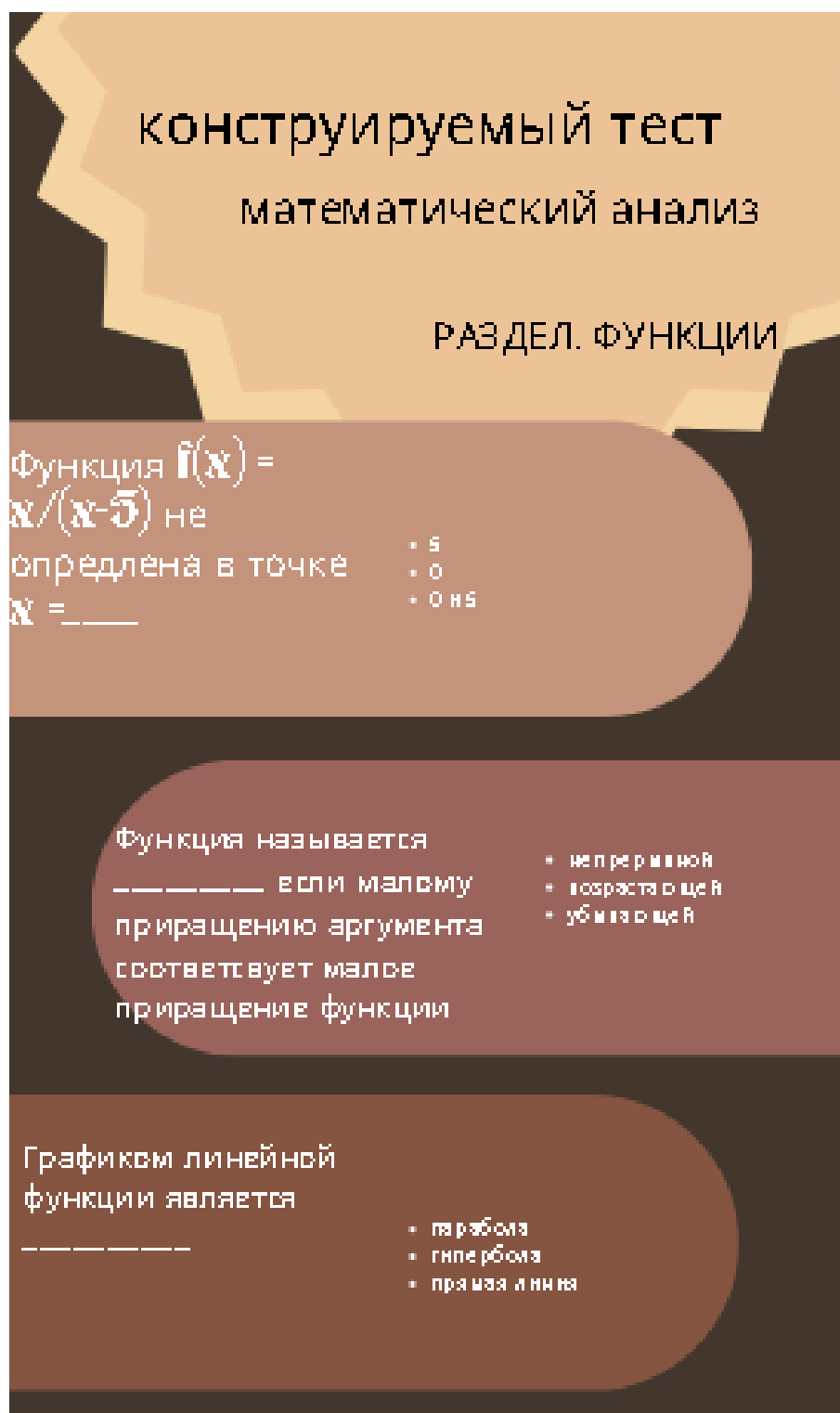


Рисунок 2.19 - Конструируемый тест

Конструктивный тест (задания для дачи конструируемых ответов) - это задания, требующие самостоятельного конструирования ответа, воспроизведения формулировки, характеристики, написания формулы, анализа изученного явления, выполнения чертежа и т. д. (рисунок 2.19)

ТЕСТ-ЗАДАЧА

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

РАЗДЕЛ. ФУНКЦИИ

Анализ безубыточности.

Производитель мебели может продать 1 кухонный стол за 7000 сомов. Общие затраты производителя состоят из фиксированных накладных расходов в размере 80000 сомов и 3000 сомов за каждый стол.



01

Сколько столов должен продать производитель чтобы достичь безубыточности

02

Сколько столов должен продать производитель чтобы получить прибыль 600000 сомов

03

Будет ли в убытке или получить прибыль производитель если продаст 150 столов

04

Постройте график функции дохода и затрат производителя.

Рисунок 2.20 - Тест-задача

Тест-задача (задания для дачи конструируемых ответов) содержит условие и требование того, что нужно определить в ходе решений (рисунок 2.20).



Рисунок 2.21 - Тест-процесс

Тест-процесс (задания для дачи конструируемых ответов) предназначены для проверки знаний, содержания и последовательности проведения технологических процессов (рисунок 2.21).

Таким образом, основываясь на разновидностях педагогических тестов, можно разработать комплекс заданий, который может стать для преподавателей надежным и объективным инструментом для проведения контроля и оценки качества знаний студентов.

Оценивание с помощью кейс-метода.

Кейс-метод среди методов активного обучения не столь широко известен. По своей сути кейс-метод предполагает разрешение проблемы, не имеющего однозначного решения [47, 126, 162].

Математические задачи обычно предполагают однозначное решение, но кейс-метод может быть полезен в виду наличия следующих преимуществ:

- групповая работа в изучении нового материала;
- творческий подход в учебном процессе;
- применение теоретических знаний на практике;
- основы самостоятельной исследовательской работы [178].

Главной особенностью кейс-метода является создание проблемной ситуации из реальной жизни и он предполагает следующие виды активной деятельности: подготовку, изучение, обсуждение, презентацию и диспут [149].

Применение кейс-метода при оценивании качеств знаний, полученных при обучении курса математического анализа обусловлено тем, что с помощью этого метода становится очевидным тот факт, что приобретаемые знания востребованы в реальности. Кроме этого, на каждом этапе кейс-метода происходит поиск нового, понимание и погружение в ситуацию, принятие решения, развитие альтернативного мышления в ходе обсуждения, сопоставление и оценивание многовариантности решения, возрастание уверенной аргументации своей точки зрения.

Каждая ситуационная задача из реальности требует к себе знаний из различных сфер человеческой деятельности, то есть межпредметных связей, или системности знаний [118]. Также каждая из таких задач в определенной степени носит творческий и исследовательский характер.

Этот метод можно применять для оценки качеств знаний на уровне творческого их применения. Что же собой представляют задания творческого характера? В основном, к ним в математике относят нестандартные задачи, решение которых основано на применении не одного, а целого комплекса методов решения стандартных задач, возможно, даже применение новых методов.

Если известен алгоритм выполнения задания к какой-либо задаче, то такие задачи называют стандартными или типичными. К таким задачам, например, можно отнести нахождение производной, какой-либо элементарной функции, поиск экстремумов, интервалов монотонности, нахождение точек перегиба графика функции, интервалов выпуклости и вогнутости, применение производной для вычисления пределов функции и т.д.

Задачи, к которым не даны конкретные указания, не задан алгоритм их решения, называем нестандартными или заданиями творческого характера. Большинство текстовых задач по-своему уникальны и, прежде чем, начинать решать, их нужно свести к какой-либо стандартной математической задаче. Процесс поиска математической модели носит собой творческий характер и требует от студентов знаний не только в области математики, но знаний из других областей науки, где применяются методы математического анализа. Это уже уровень творческого применения знаний, характеризующийся такими качествами, как системность, действенность и прочность знаний.

Оценивание с помощью портфолио.

Парадигмы в образовании направлены на применение методов и технологий, которые делают образовательный процесс насыщенным и плодотворным не только в процессе обучения, но и при оценивании знаний студентов. Современные методы обучения и оценивания больше ориентированы на повышение интереса к познанию, созданию мотивационной среды, приобретению и развитию не только знаний студента, но и универсальных и профессиональных качеств личности.

Цель образовательного процесса в вузе - формирование, развитие личности студента как будущего профессионала. Учебный процесс представляет собой активную совместную деятельность преподавателя и студента. Преподаватель планирует и организует учебный процесс, направляет деятельность студента, оказывает помощь и поддержку, ставит цели и проверяет достижения студента. Студент активно участвует в приобретении знаний, выполняет различные виды активной деятельности – изучение литературы, конспектирование, выполнение практических заданий, проведение опытов, экспериментов, анализ и самооценка своей деятельности. Результатом совместной деятельности преподавателя и студента является формирование личности и компетентного специалиста в своей профессиональной области.

Применение различных технологий и методов в учебном процессе преследует своей целью дать студентам больше возможностей для приобретения актуальных и необходимых знаний, умений, навыков и компетенций. Среди современных методов оценивания, акцентированных на качественное оценивание знаний и компетенций, свое место прочно занимает метод портфолио. Портфолио - метод или технология мониторинга прогресса знаний и компетенций, а также формирования и развития личности студента.

Портфолио представляет собой процесс организации учебно-познавательной деятельности студента. Портфолио включает в себя систематизацию, анализ и оценку знаний, умений, навыков, компетенций. Акцент в методе портфолио делается на оценку, обладающую такими свойствами как непрерывность, системность, гибкость.

Учебное портфолио все чаще внедряется в учебный процесс как инструмент оценивания учебных достижений студента. В статье Байтугеловой Ж. А. отмечено, что с помощью портфолио реализуются такие принципы оценивания как соответствие целей обучения, валидность, надежность, обратная связь, практичность аутентичность [29, 30].

В отличие от традиционной оценки, которая подводит итоги и организуется путем специальных экзаменационных тестов, в методе портфолио

оценивание – непрерывный процесс, сопровождающий учебный процесс. С помощью портфолио фиксируется каждая учебно-познавательная деятельность, включающая в себя также оценку эмоционального состояния обучаемого, заинтересованности и устремленности к поиску знаний и приобретению личностных качеств.

Оценка приобретает системный характер, так как портфолио предусматривает комплексную оценку сформированности межпредметных знаний, характеризующейся прикладной направленностью, и умений, которые применяются на практике.

В методе портфолио оценка выполняет роль помощника, где обучаемый самостоятельно работает над пробелами в знаниях, делает самооценку и анализ. Оценка становится естественным продолжением учебного процесса. С помощью портфолио учитываются и оцениваются приобретаемые знания и учебно-познавательная деятельность студента, которая не зависит от стандартов, от времени, от требований. Портфолио помогает повысить мотивацию, стремление к достижению цели, при этом возможен выход за рамки программ и стандартов, временной фактор не главный критерий. Это делает оценку методом портфолио гибкой, объективной и качественной.

Оценивание с помощью портфолио помогает:

- ускорить процесс оценки, показывая диапазон навыков и умений студентов;
- поддерживать учебные цели;
- фиксировать изменение и рост за период времени;
- поощрять результаты студентов и преподавателей;
- сделать учебный процесс непрерывным и последовательным [135].

Портфолио включает в себя:

- коллекцию работ студента;
- мнения, суждения, оценки преподавателей, сокурсников, руководителей и т. д.;
- награды, поощрения, отзывы.

При этом единого мнения и ограничений по структуре и составу портфолио нет.

Специфика дисциплины, преподаватель, конкретные учебные цели формируют состав и структуру учебного портфолио.

Цель портфолио – определить прогресс студента, поддержать учебную и творческую мотивацию, оценить прилагаемые усилия, развить личностные качества, научить применять знания на практике.

Портфолио предлагает путь оценки образовательного процесса, который отличается от традиционных методов. Оценка с помощью портфолио дает возможность преподавателю и студенту наблюдать в ином контексте: учет рисков, развитие творческих решений, непрерывность обучения, самооценку и анализ действий [131].

Существует различные варианты защиты портфолио, такие как письменные комментарии о проделанной работе, или ставшей популярной – презентации. Студент презентует содержание портфолио на студенческой конференции, на практических и семинарских занятиях. Презентация портфолио позволяет студенту развить свои творческие способности, сформировать умение выступать перед аудиторией и публикой, зафиксировать ключевые моменты проделанной работы.

На презентации студент выходит с кратким устным комментарием о проделанной работе, который отражает собственные мысли в отношении выполненных работ.

Критерии оценки презентации портфолио: самостоятельность, определение сроков создания портфолио, отражение собственной позиции студента (самооценка) относительно представленных работ; процесса решения проблем; логика рассуждения и культура речи [64].

В статье Скорняковой А. Ю. предлагается следующая структура портфолио, которая наиболее подходит для студентов, изучающих математические дисциплины:

- краткие биографические сведения студента;

- сопроводительное письмо;
- статистика работ студента;
- обязательные материалы (контрольные работы, домашние задания, тесты и их результаты);
- дополнительные материалы;
- наиболее значимая работа (по мнению студента);
- внешняя оценка;
- Самооценка и самоанализ.

При этом структура и содержание портфолио может быть частично изменена и дополнена самими студентами. Это делается с целью показать сильные стороны, выявить недостатки и пробелы в знаниях [160].

Применение метода портфолио в учебном процессе является показателем, способствующим развитию не только профессиональных знаний, но и личностных качеств. Так в статье Благовисной А. Н. определены следующие принципы, которых студенты придерживаются при работе с портфолио:

- добровольности;
- открытости;
- свободы выбора формы, содержания и представления;
- индивидуальности;
- рефлексивности [43].

При изучении курса «Математический анализ» можно применять метод портфолио по целому курсу в течении нескольких семестров или по разделам курса. Освоение курса формирует компетенции как профессиональные, так и универсальные. Использование метода портфолио развивает у студента коммуникативные навыки, лидерские качества, дисциплинированность и целеустремленность. Подготовка презентаций, отчетов, самоанализ и самооценка также формирует универсальные компетенции будущих специалистов.

Метод портфолио, применяемый, например, в разделе «Функция» позволяет закрепить приобретенные знания, которые студент будет использовать в дальнейшей учебе, в практической деятельности [165]. Построение графиков функции, исследование свойств функции, применение функции, производная и его применение – основное содержание раздела «Функции» и они составляют базовые знания математического образования [104]. Коллекция самостоятельных работ по построению графиков, исследованию функций, вычислению производных, решение задач практического значения с использованием производной составляют ядро портфолио по разделу «Функции».

Таким образом, портфолио – это способ фиксирования, накопления и оценки индивидуальных достижений студента. Благодаря портфолио, студент проявляет себя, показывает знания, умения, навыки. При этом формируются личностные качества такие как целеустремленность, общительность, дисциплинированность. Также развиваются творческие качества личности – поиск новых методов и подходов при решении задач, при создании презентаций.

2.4. Вопросы методологии и разработки инструментария оценивания качества знаний будущих учителей математики

Для оценки качеств знаний будущих учителей математики нужно разработать комплекс заданий, которые могли бы дать ответ на вопрос: обладает ли обучаемый (личность) знаниями, присущими всем его качествам и можно ли считать знания обучаемого полноценными и качественно завершенными. Основным инструментом оценивания качества знаний мы выберем тестовые задания. Во-первых, тестовые задания обладают рядом вышеперечисленных преимуществ таких, как надежность, объективность, валидность, дифференцированность. Во-вторых, хорошо подготовленные тестовые задания требуют от студентов заранее запланированного определенного времени. В случае использования компьютерных технологий обработка результатов также экономит время для получения оценки качества

знаний студентов. В-третьих, существенным фактором является масштабность. С помощью различных вариантов можно охватить большой контингент обучаемых.

Тестовые задания могут быть представлены в следующих формах:

- **закрытой**, когда учащемуся необходимо выбрать один или несколько правильных ответов из предложенных;
- **открытой**, когда ответы даются самими испытуемыми;
- **на соответствие**, когда элементы одного множества утверждений требуется поставить в соответствие элементам другого множества;
- **на установление**, когда в задании требуется установить определенную последовательность действий, операций, вычислений [54, 68, 93].

Различают два вида тестовых заданий по форме ответа: предполагающие свободную форму ответа и рассчитанные на выбор ответа.

К тестовым заданиям, предполагающим свободную форму ответа, относятся:

- задания на дополнение ответа;
- задания с пропусками однозначного ответа;
- терминологические задания, когда дается характеристика понятия, явления, события с целью определения охарактеризованного термина.

К тестовым заданиям, предполагающим выбор ответа относятся:

- задания на установление связи (соответствия) между событиями и датами, причинами и следствиями, логически связанными понятиями;
- задания на выбор правильного утверждения из предложенных альтернативных и др.

Усвоенные знания формируются постепенно в процессе обучения и их качества проявляются в зависимости от уровней их усвоения. Первый уровень – это уровень воспроизведения, то есть осознанно воспринятая и зафиксированная информация об изучаемом объекте. Второй уровень – уровень применения знаний по образцу, и третий уровень – творческое применение знаний в новых незнакомых ситуациях. На первом уровне формируются

следующие качества знаний: полнота, глубина, конкретность. На втором уровне можно судить о таких качествах знаний, как оперативность, развернутость, свернутость, систематичность, обобщенность. И третий уровень позволяет судить о формировании осознанности, гибкости, системности и прочности усвоенных знаний.

Для оценки знаний на первом уровне усвоения – узнавания необходимо разработать задания, требующие умения сделать правильный выбор из предложенного перечня ответов или ситуаций.

Для оценки полноты знаний по математическому анализу тестовые задания включают вопросы в закрытой форме. Такие задания представляют собой выбор правильного ответа на знание определений, на знание формулировки теоремы, на знание правильной формулы, на дополнение недостающего элемента в формуле или в утверждении. Например, задание может быть следующего содержания:

Укажите формулу Тейлора

a.
$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n(x) \quad (7)$$

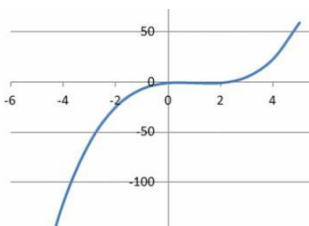
b.
$$f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f'(x_0 + \theta \Delta x) \cdot \Delta x \quad (8)$$

c.
$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + R_n(x) \quad (9)$$

d.
$$dy = f'(x)dx \quad (10)$$

Для оценивания глубины знаний также можно использовать тестовые задания в закрытой форме, а также можно использовать тесты на соответствие и на установление. Здесь важно оценить знание взаимосвязей или взаимозависимостей между различными элементами, которая является проявлением глубины знаний. Задания на оценку глубины знаний в математическом анализе представляют собой знание теорем и их следствий, а также знание их доказательств. В основном, это причинно-следственные отношения между различными элементами знаний. Так, например, можно взять такое задание на оценку глубины знаний:

Зная вид графика некоторой функции, приведенной на графике, определить знак производной этой функции



- a. производная отрицательна
- b. производная положительна
- c. производная равна нулю
- d. невозможно определить знак производной.

Оценка конкретных знаний проявляется с помощью тестовых заданий как закрытой, так и открытой формы. Например, задание может иметь следующий вид:

Напишите определение производной с помощью формулы и без использования формулы. Какие понятия математического анализа используются при этом?

Ответ: Производной некоторой функции называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю.

В виде формулы:

$$f' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} \quad (11)$$

Основные понятия: производная, функция, предел, приращение, аргумент.

Для оценки второго уровня усвоения – применения знаний по наиболее употребляемому алгоритму или повторения известных действий можно разработать тесты практического содержания.

Для оценки оперативности знаний нужно применять тестовые задания в открытой форме практического характера. Так как оперативность

характеризуется числом ситуаций, в которых применяется знание, то задания могут быть следующего вида:

Вычислить интегралы и объяснить геометрический смысл полученного результата:

$$1) \int \sin x dx \quad (12)$$

$$2) \int \cos x dx \quad (13)$$

[60].

Задания на оценку развернутости и свернутости знаний могут проявляться в тестовых заданиях следующего вида:

1) Доказать, что функция

$$f(x) + f(-x) \quad (14)$$

– четная функция, а функция

$$f(x) - f(-x) \quad (15)$$

– нечетная.

2) Найти производную n -го порядка для функции

$$y = x \ln x \quad (16)$$

[58].

Задания на исследование функции, нахождение наибольшего или наименьшего значения функции на отрезке, а также задания, где необходимо выполнить определенную систему вычислений, действий являются заданиями на проявление систематичности знаний. Например, при исследовании функции мы можем построить эскиз графика функции и при этом провести исследование на уточнение свойств функции. Или же мы можем по результатам исследования функции построить ее график. В зависимости от целей исследования меняется система операций, что говорит о систематичности знаний. Например, задание на оценку систематичности знаний могут быть тестовыми заданиями на установление последовательности следующего вида:

При нахождении максимума функции обозначьте последовательность действий:

- a. найти производную функции;
- b. найти критические точки;
- c. определить знаки производной слева и справа от критических точек;
- d. определить экстремумы функции.

Задания на соответствие или на установление могут служить для оценивания обобщенных знаний. Например, это могут быть задания следующего вида:

Установите соответствие между следующими понятиями:

- | | |
|-----------------|-------------|
| 1. монотонность | a. предел |
| 2. сходимостъ | b. прямая |
| 3. асимптота | c. скорость |
| 4. интеграл | d. площадь |
| 5. производная | e. функция |

При оценивании творческих знаний нужно разработать задания на выбор последовательности действий и правильного их осуществления, а также - на умение применять знания и выяснить продуктивную деятельность, имеющую характер субъективной новизны (то есть не встречающуюся на занятиях).

Задания, где не указаны методы решения, где необходимо осознание поиска правильного решения задания, осознанно делается анализ поставленной задачи, а также когда студент может самостоятельно решить задачу или доказать какое-либо утверждение является проявлением осознанности знаний. Задание на оценку осознанности знаний могут иметь следующий вид:

Доказать, что функция

$$y=2x-x^2 \quad (17)$$

удовлетворяет соотношению

$$y^3y''+1=0 \quad (18)$$

[38].

Поиск наиболее эффективного пути решения какой-либо задачи при наличии нескольких способов его решения говорит о гибкости знаний. Задания следующего вида могут быть использованы для оценки гибкости знаний:

Показать, что функции являются

$$y=\ln x \quad (19)$$

и

$$y=\ln ax \quad (20)$$

первообразными для одной и той же функции (с помощью дифференцирования и без него) [38].

Задания на проявление прочности и системности знаний могут проявляться практически во всех заданиях. Для оценки этих качеств в курсе математического анализ можно использовать прикладные задачи физического, геометрического или экономического содержания. Например, такие задания могут иметь следующий вид:

Электрическая цепь питается батареей аккумуляторов. В течение 10 мин напряжение на клеммах равномерно падает от $E_0=60$ В до $E=40$ В. Сопротивление цепи $R=20$ Ом. Найти количество электричества, протекающее через цепь за 10 мин [38].

Тесты I уровня формируются в основном из заданий с выборочными ответами. Тесты этого уровня можно разделить на: тест-опознание, тест-различение, тест-соотношение. Тест-опознание требует альтернативного ответа, один из которых является эталонным. Тест-различение вместе с заданием содержит ответы, из которых учащийся должен выбрать один или нескольких. В тестах-соотношениях нужно найти общее и различное в изученных объектах, причем сравниваемые свойства или параметры обязательно указываются в задании.

К тестам II уровня относятся тесты-подстановки, конструктивные тесты, тесты-задачи и тесты-процессы. Тест-подстановка содержит в задании определенную информацию, в которой пропущены составляющие существенную часть информации – слова, линии, индексы, условные обозначения и др. Задания конструктивных тестов требуют от студентов самостоятельного конструирования ответов, воспроизведения формулировок, характеристик, формул, анализа изученных явлений, выполнения чертежей и т.

д. Тесты-задачи II уровня содержат условие и требование того, что нужно определить в ходе решений. Тесты-процессы предназначены для проверки знаний содержания и последовательности проведения технологических процессов.

К III уровню относятся тесты-задачи и тесты-процессы. В тесте-процессе III уровня можно предложить обучаемому описать порядок проведения процесса. Если исходные условия изменены по сравнению со стандартными, можно предложить выбрать оборудование и инструменты, исходя из определенных условий или соображений (экономичности, высокой производительности и т. д.) [184, с.951-954].

Методология оценивания качества знаний

Несмотря на компетентностный подход, который становится актуальным и достаточно объективным, нет единой разработанной комплексной системы оценивания. Так как знания составляют одну из ключевых компетенций студента, то объективная оценка ее качеств остается актуальной проблемой и сегодня. Как оценить знания по объему их взаимосвязей, по оперированию в их возможных связях? Ответы на эти вопросы, также и оценка общего умственного и специального развития, оценка сформированности мировоззрения, мотивов обучения, являются одним из путей повышения эффективности обучения [177].

Оценка усвоения знаний становится объективной только при наличии точно определенных требований к уровню их сформированности. Если целью оценки являются качества знаний, которыми должен обладать обучаемый при изучении учебного материала, то к каждому качеству нужно составить проверочный материал. Наиболее распространенным инструментом для оценки качества знаний являются педагогические тесты. Кроме тестов, можно для оценки использовать другие формы контроля – устный экзамен, коллоквиум, дискуссия, контрольная исследовательская работа (реферат, эссе и т.д.).

При постановке конкретных целей по оценке качества знаний разрабатывается комплекс заданий. При обучении курса математического

анализа для объективного оценивания применяются все методы оценивания. Организовывается интегрированная система оценивания, составленная с использованием современных методов оценивания.

При изучении раздела «Производная и его применение» одним из основных видов учебно-познавательной деятельности является решение практических задач различного уровня. Решение задач, выполняемых по образцу – это задачи на нахождение производных, в том числе и сложных функций, функций заданных неявно и параметрически, вычисление производных высших порядков, задачи на исследование функции (нахождение интервалов монотонности, экстремумов, интервалов вогнутости и выпуклости графика, асимптот).

Для определения творческого уровня знаний предлагаются задачи на применение формулы Тейлора, прикладные задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений, приближенные вычисления с помощью производной и дифференциала, применение производной в различных областях науки, в особенности в физике и в технике.

При решении задач необходимо также закреплять теоретические знания, которые характеризуют полноту и глубину приобретенных знаний. Студенты должны четко знать определения, основные правила и теоремы дифференциального исчисления. Для этого предлагаются различные виды тестовых заданий, содержащих как практические задания, так и вопросы теоретического характера.

Так входной контроль осуществляется с помощью педагогического тестирования, результаты которого уже являются первоначальными составляющими учебного портфолио. На протяжении обучения на основе разработанных критериев в учебное портфолио включаны комплекс упражнений, заданий, тестов, творческих работ, рефератов, проектов, которые станут элементами формативной оценки. Одним из составляющих портфолио являются разработанные ситуационные задания, направленные на развитие практической значимости изучаемого курса.

В процессе обучения курса «Математический анализ» раздела «Производная и его применение» при наличии таких конкретных целей, как

- развитие математического мышления;
- формирования навыков решения задач по данной теме;
- развитие умений применять производную на практике,

в состав учебного портфолио включены следующие элементы учебной и оценочной деятельности студента и преподавателя:

Работа студента

- аудиторная работа;
- самостоятельная работа;
- решение сложных прикладных задач по теме;
- самостоятельное решение задач сверх учебной программы;
- математический реферат по теме с историческим обзором;
- самостоятельное составление задач;
- источники дополнительной литературы (в том числе электронных ресурсов), изученные самостоятельно;
- работы по другим смежным дисциплинам, связанных с практическим применением полученных знаний;
- математическое сочинение или изложение;

Заметки одногруппников, преподавателя, комиссии и т.д.

- описание результатов деятельности студента преподавателем;
- замечания о посещаемости и об активности студента, проверка контрольных работ, тестовых заданий;
- отзывы других преподавателей, ведущих смежные дисциплины;
- отзывы одногруппников;
- самооценка.

Как отмечалось выше, данный перечень не является универсальным и в зависимости от целей, от требований к знаниям студентов список может быть дополнен другими пунктами.

Задания разрабатываются на основе требований к знаниям, которые должны приобрести студенты, изучающие курс «Математический анализ». Ключевым моментом на современном этапе математического образования становится связь данного курса с другими дисциплинами, с другими науками. Можно сказать, происходит интеграция этого курса с физикой, с экономикой, с техникой, не говоря уже о других математических дисциплинах, которые уже давно применяют методы математического анализа, в том числе и элементы дифференциального исчисления.

Первые два раздела по оцениванию полноты и действенности знаний включают в себя тестовые задания, которые содержат в себя задания, являющимися минимальными требованиями к студентам в процессе усвоения знаний на уровне воспроизведения и применения по образцу.

Третий раздел по оцениванию системности и прочности знаний включает в себя задания открытого типа, которые представляют собой ситуационные задачи из различных областей науки. Эти задачи требуют от студентов нестандартного мышления, знаний из других смежных дисциплин, творческого подхода и неординарности применения полученных знаний. Задачи представляют собой широкий простор для проверки своих знаний на их прочность и системность, охватывая собой практически все остальные качества знаний.

В зависимости от целей обучения, от специфики дисциплины, от его особенностей, даже в зависимости от конкретной темы, конкретного понятия, его связей с другими понятиями теории разрабатываются задания различные по содержанию, форме, виду и объему.

Таким образом суть методологии оценивания состоит из следующих параметров:

1. Диагностика первоначальных знаний или входной контроль знаний. Основным инструментом является педагогический тест по проверке необходимых знаний для дальнейшего освоения знаний;

2. Формативное оценивание в процессе усвоения знаний, то есть текущий контроль с помощью различных методов оценивания. Наиболее эффективным и динамичным также является тестовые задания по изученному материалу соответствующее теме материала по уровням качества знаний. Параллельно происходит фиксация достижений и недостатков в процессе учебно-познавательной деятельности студентов.
3. В зависимости от результатов формативного оценивания применяется индивидуальный подход, разрабатываются и применяются различные методы оценивания, включающим в себя метод портфолио.
4. Суммативное оценивание по результатам изученных разделов для оценивания системности и прочности знаний. Задания носят как и тестовые задания закрытого типа, так и открытого, в том числе применяются метод кейсов.
5. Элементы самооценивания, которые проявляются при решении задач творческого и исследовательского характера, а также применении знаний в новых и в незнакомых ситуациях.
6. Анализ результатов оценивания, поиск новых эффективных методов оценивания, которые дают более объективную и прозрачную оценку качеств знаний.

Выводы по второй главе

Во второй главе рассмотрены вопросы, связанные с методическими вопросами оценивания системы качеств знаний при обучении математическому анализу.

В первом разделе сделан обзор содержания курса математического анализа. Дана краткая характеристика основным разделам классического математического анализа на основе учебников, используемых при обучении математическому анализу. В данном разделе мы провели анализ о проявлениях известных качеств знаний в курсе математического анализа. Описано каждое качество знаний на примере изучения элементов знаний по курсу математического анализа.

Уровни усвоения знаний как процесс получения или приобретения новых знаний и как их форма их проявления изучаются во втором разделе данной главы. Проведен обзор различных точек зрения исследователей-педагогов на уровни усвоения знаний. Подытоживая все имеющиеся взгляды, мы приняли трехуровневую систему получения знаний. Первый уровень, - воспроизведение знаний, в основном теоретических, второй уровень – применение знаний по образцу и третий уровень – применение знаний в новых незнакомых ситуациях или творческое применение знаний. Также сделаны выводы о том, что на различных уровнях проявляются различные качества знаний.

Третий раздел посвящен обзору методов оценивания, среди которых можно выделить современные методы, так как они сравнительно недавно внедряются в практику педагогического оценивания. Это – педагогическое тестирование, оценивание с помощью кейсов или ситуационных задач (кейс-метод) и оценивание с помощью портфолио. Изучены их более широкие возможности, по сравнению с традиционными методами, их особенности и области их применения.

Четвертый раздел посвящен вопросам разработки инструмента оценивания качеств знаний будущих учителей математики при изучении курса математического анализа. Основным инструментом оценивания являются тестовые задания различной формы. Здесь приводятся примерные задания для оценки каждого качества знаний при изучении курса математического анализа.

ГЛАВА 3. ПРИКЛАДНЫЕ ВОПРОСЫ ОЦЕНИВАНИЯ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

3.1. Методика организации педагогического эксперимента

Процесс обучения является сложным процессом, включающим в себя множество составляющих, одним из которых является педагогическая оценка. Как уже рассмотрено выше проблема объективного оценивания является актуальной и на сегодняшний день.

Вся система образования страдает от отсутствия научно-обоснованного и эффективного инструмента оценивания качества знаний обучаемых. Несмотря на постепенное внедрение современных методов оценивания, которые или насаждаются «сверху» или же носят локальный и несистемный характер, нельзя говорить о какой-то системе объективного оценивания.

Лишь некоторые исследователи в каких-то своих целях пытаются внедрить в школу или в вуз некоторые педагогические инновации, связанные с учебным процессом. Новые методы преподавания, новые методы оценивания – это требования времени, общества. И если все это мы не можем использовать, значит, наша система образования отстает от времени, от требований мирового сообщества [119].

Несмотря на все это, мы пытаемся использовать современные средства обучения, современные технологии для развития системы образования, и для развития общества.

В нашей работе мы акцентировали свое внимание на качестве знаний студентов. Это есть один из основных показателей качества образования, можно сказать стержень этой системы. Поставленные вопросы об объективном оценивании мы пытаемся решить с помощью внедрения современных методов оценивания таких, как тест, кейс-метод, портфолио.

Педагогический эксперимент осуществляется с целью проверки научно-теоретических гипотез, которые должны быть подтверждены в процессе научно-педагогического исследования. Педагогический эксперимент планируется и организуется на основе разных подходов, предложенных в

исследованиях известных педагогов-исследователей таких как Архангельский С. И., Бабанский Ю. К. [28], Загвязинский В. И. [65], Краевский В. В. [103], Пискунов А. И. [125]. Большинство педагогических исследований в области педагогики, теории и методики обучения и воспитания не обходятся без проведения педагогического эксперимента.

“Педагогический эксперимент – это метод познания, с помощью которого исследуются педагогические явления, факты, опыт” (М. Н. Скаткин) [159].

“Педагогический эксперимент — это активное вмешательство исследователя в изучаемое им педагогическое явление с целью открытия закономерностей и изменения существующей практики”. (Ю. З. Кушнер) [106].

Педагогический эксперимент, проведенный в вузах для оценки качеств знаний студентов, предполагал решение следующих задач:

- изучение, используемых в учебном процессе, методов оценивания качества знаний студентов;
- апробация комплексной методики оценивания качества знаний с использованием современных методов оценивания таких, как тестовые задания, в том числе и задания творческого характера, кейс-технологии и ситуационные задачи с прикладным содержанием;
- сравнение и анализ традиционной системы оценивания и оценивания современными методами оценивания.

В соответствии с задачами педагогический эксперимент был проведен в три этапа.

На первом констатирующем этапе (2010-2012 гг.) изучены методы оценивания, применяемые в вузах при изучении математического анализа.

На подготовительном этапе педагогического эксперимента выполняются следующие функции: диагностическая, прогностическая и организационная. Диагностическая функция в педагогических экспериментах включает в себя следующие процессы: анализ педагогического процесса, анализ педагогического опыта, поиск противоречий в образовательном процессе, постановка проблемы и поиск решения.

В ходе эксперимента было выявлено, что традиционные методы оценивания преобладают и чаще используются в учебном процессе. Это - устные экзамены, письменные контрольные работы, практические работы. Частично внедрены в учебный процесс элементы педагогического тестирования и, в основном, закрытого типа.

В процессе выполнения диагностической функции производится оценка состояния педагогического процесса, выявляются противоречия, затруднения в педагогической системе.

Следующим шагом в подготовительном этапе является реализация прогностической функции. Необходима идея для решения проблемы, которая превращается в замысел эксперимента. Замысел конкретизирует общую мысль, идею в возможные методы и формы его реализации. На этом этапе формулируется объект и предмет экспериментального исследования. Объект исследования представляет собой сложный многофункциональный процесс, совокупность отношений, связей, свойств. Для конкретизации воздействия педагогического исследования выбирается предмет исследования. Предмет исследования отражает новые знания, новые методы, которые получаются в результате исследования. Предмет конкретизирует, обозначает границы исследования в объекте исследования.

Сформулированные цель и задачи определяют гипотезу - логически обоснованное предположение. Гипотезы бывают частные и общие, интуитивные и обоснованные, рабочие и научные.

Необходимо внедрение методов оценивания на основе интеграции изучаемых курсов с курсом математического анализа, то есть использование тестов, основанных на кейс-методе. В учебном процессе следует также повысить роль самооценки, повышающую мотивацию студентов к обучению.

Организационная функция педагогического эксперимента – определение необходимых условий для ее реализации. Это вопросы, связанные с материальной базой, управленческие функции, поиск и подготовка

специальных кадров, методическое и инструментальное обеспечение эксперимента.

Поисковый эксперимент был проведен в Нарынском государственном университете в 2012-2015 гг. Целью данного эксперимента являлась первичная апробация разработанной методики оценивания качества знаний, подготовка к обучающему эксперименту.

Данный этап включал в себя апробацию разработанных тестовых заданий, один из основных акцентов которого были творческие задания и кейс-метод, как инновационная методика оценивания при обучении курсу математического анализа. Необходимо было также провести оценку с помощью тестов интегрированных качеств знаний студентов.

При подготовке к эксперименту по организации оценивания были учтены результаты экспериментальных исследований ведущих ученых, использовавших тестовые методики (Иванова Г. В., Ильина Т. А., Беспалько В. П. [41], Рапопорт И. Л. и др.).

Для первичной апробации по разработанной методике оценивания необходимо было провести непрерывный текущий контроль качества знаний обучающихся студентов. Целью оценивания являлась оценка различных качеств знаний, которая предполагала собой также определение уровня усвоения знаний. Данная методика позволяет изучить учебный процесс на основе более объективного оценивания. Особенности разработанной методики оценивания являются следующие показатели:

- определение уровня усвоения знаний в зависимости от решения тестов;
- повышение объективности оценки, которое более точно совпадает с самооценкой студента;
- оценивание определенного качества знаний – как одного из показателей полноценного качества знаний.

В ходе педагогического эксперимента мы провели оценку таких качеств как полнота, действенность, системность и прочность знаний. С помощью традиционных методов в основном проводится оценка объема знаний, или если

говорить о качествах, то это - полнота знаний. На каком уровне они усвоены, применяются ли эти знания на практике, связаны ли эти знания с другими знаниями - все эти вопросы остаются открытыми.

По итогам проведения оценки качеств знаний результаты выводились в виде таблицы:

Таблица 3.1 - Результаты оценки качеств знаний.

№	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5		
№ студента	Полнота					Действенность					Системность					Прочность					правильных ответов	в процентах
1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1		
2	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	11	55%
3	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	15	75%
4	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	13	65%
5	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	13	65%
6	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	11	55%
7	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	8	40%
8	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	9	45%
9	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	10	50%
10	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	10	50%
11	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	14	70%
12	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	10	50%
13	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	12	60%
14	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	12	60%
правильных	12	10	9	8	9	8	9	11	5	12	5	7	8	5	7	9	7	7	6	7	161	58%
качество в %	69%					64%					46%					51%						

Данные таблицы 3.1 получены по результатам проведения тестирования у студентов группы М-04 по специальности «Математика» Нарынского государственного университета. Общее количество студентов в группе – 14 (1-правильный ответ, 0 – неправильный ответ). Примерно такие же результаты получены в группах М-05, М-06, М-07. Преподавателем курса

«Математический анализ» являлся автор данного диссертационного исследования.

По каждому интегрированному качеству знаний было задано по 5 тестовых заданий. Для проверки полноты знаний применялись тестовые задания (1-23), для оценки действенности знаний задания (24-100), для оценки системности и прочности задания (101-120), которые указаны в приложении.

Основным затруднением при использовании данной методики оценивания стала разработка заданий, которые должны были определить какое именно качество знаний оценивается. А также были трудности, связанные с тем, что при оценивании одного качества, можно было частично говорить, и об уровне другого качества знаний.

Полученная таблица 3.1 позволила сделать анализ об уровне каждого из интегрированного качества знаний в группе и каждого студента в отдельности. С помощью таблицы 3.1 в процентах получены количество правильных ответов в отношении каждого из качеств знаний.

Поисковый эксперимент дал следующие результаты и выводы:

- 1) данный эксперимент повысил качество оценивания знаний студентов при изучении курса математического анализа, так как оценивание проводилось по тестовым заданиям прикладного характера;
- 2) оценивание отличалось объективностью и прозрачностью, которое стало стимулирующим фактором повышения интереса к учебе со стороны студентов.

Еще один вывод, который получен по результатам оценивания то, что большинство студентов не справляется с заданиями творческого характера. Возможно, это связано с тем, что преподаватели и студенты изучают курс на основе минимальных требований к уровню знаний в соответствии с государственными образовательными стандартами.

В целом поисковый эксперимент дал возможность применения данной методики оценивания в целях повышения качества образования в целом и качеств знаний в частности.

3.2. Результаты педагогического эксперимента

Обучающий эксперимент проводился в Нарынском государственном университете имени С. Нааматова, Иссыккульском государственном университете имени К. Тыныстанова в 2015-2020 гг. Обучающий эксперимент позволил проверить основные положения исследования и выявил объективную характеристику современных методов оценивания.

Основными показателями результативности используемых методов оценивания стали:

- определение коэффициента эффективности;
- сравнение результатов традиционных и современных методов оценивания;
- повышение уровня самооценки студентов;
- соответствие внутренней (самооценка) и внешней оценок качества знаний;
- повышение мотивации к изучению интегрированных дисциплин.

Основной целью обучающего эксперимента является:

- широкомасштабное использование современных методов оценки качеств знаний студентов в ходе всего процессе обучения.
- обоснование объективности оценки на основе разработанных методов оценивания качеств знаний.

Основными методами обучающего эксперимента стали педагогическое тестирование и кейс-метод, а также их комбинирование. Экспериментальная работа проведена в процессе изучения курса «Математический анализ» среди студентов первого и второго курса, обучающихся по направлению «Математика». Курс «Математический анализ» является базовым курсом - основой для дальнейшего освоения большинства специальных дисциплин. Применение новых методов оценивания на разных уровнях усвоения позволяет получить более объективную информацию об успеваемости студентов.

В ходе эксперимента были отобраны экспериментальные и контрольные группы. В эксперименте были задействованы 123 студента 1-го и 2-го курса, обучающиеся по направлению «Математика». Были проведены консультации с преподавателями, ведущими курс «Математический анализ», был сделан

анализ курса, выделены элементы, которые стали основными ключевыми показателями качества знаний. Обсуждены разработанные задания поискового эксперимента для оценки качеств знаний.

Исходя из требований к качеству знаний студентов были определены цели эксперимента. Основной целью было получение объективной оценки при применении разработанной методики оценивания интегрированных качеств знаний. Так при изучении теоретического материала в текущем контроле применяли инструменты, позволяющие судить о полноте знаний, на практических занятиях использовали тесты, позволяющие судить о действенности знаний. Системность знаний оценивалась при рубежных контролях, а прочность знаний оценивалась уже в итоговом контроле.

В ходе педагогического эксперимента студентам, обучающимся по направлению «Математика» мы провели оценку знаний по дисциплине «Математический анализ». Согласно требованиям курса, студенты должны знать основы дифференциального и интегрального исчисления как фундаментальную часть всего математического образования. При этом они должны уметь применять свои знания в различных отраслях науки, на практике и в смежных дисциплинах таких, как физика, экономика, оптимизация, моделирование.

Так, в разделе «Производная и его применение» основными элементами являются следующие понятия, которые характеризуются таким качеством, как полнота знаний:

- производная – как скорость;
- касательная к графику функции;
- определение производной;
- непрерывность дифференцируемой функции;
- правила вычисления производных;
- производная сложной функции;
- производная степенной функции;
- производная показательной функции;

- производная логарифмической функции;
- производная тригонометрической функции;
- логарифмическое дифференцирование;
- односторонние производные;
- производные гиперболических функций;
- производная функции, заданной параметрически;
- производная неявной функции;
- определение дифференциала;
- правила дифференцирования;
- производные высших порядков;
- производные высших порядков для некоторых элементарных функций;
- формула Лейбница;
- производные высших порядков функций, заданных параметрически;
- производные высших порядков сложной функции;
- производные высших порядков для обратной функции;
- производные высших порядков неявной функции;
- дифференциалы высших порядков;
- теорема Ролля;
- теорема Лагранжа;
- теорема Коши;
- правило Лопиталя;
- признаки возрастания и убывания функции;
- максимум и минимум функции;
- выпуклость и вогнутость графика;
- точки перегиба;
- асимптоты.

Действенность знаний и частично прочность проявляется при изучении таких понятий и их систем, как:

- некоторые задачи физики, связанные с производной;
- приращение функции;

- геометрические задачи, связанные с производной;
- вычисление производных;
- вычисление производных высших порядков;
- наибольшие и наименьшие значения функции;
- нахождение интервалов монотонности функции;
- вычисление экстремумов функции,;
- нахождение точек перегиба, интервалов вогнутости и выпуклости;
- общее исследование функции.

Системность и прочность знаний можно проверить с помощью таких систем понятий, как:

- вычислительные задачи;
- применение формулы Тейлора;
- задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений;
- приближенные вычисления;
- производная как скорость изменения;
- применение производной в физике.

Задания на оценку качества знаний составлялись с помощью тестов и в зависимости от уровня усвоения знаний использовались следующие виды тестовых заданий. Для оценки полноты знаний составлены следующие виды тестов:

- тест- опознание;
- тест-соотношение.

Оценка действенности проверялась тестами следующих видов:

- тест подстановка;
- конструктивный тест;
- тест-задача;
- тест-процесс.

Системность и прочность знаний требуют от студентов творческого подхода и основными методами оценивания стали ситуационные задачи (тесты-задачи). Эти задачи охватывают широкий спектр математических задач таких,

как нестандартные, текстовые и прикладные задачи. Здесь также применялся и тест-процесс для оценки прочности теоретических знаний.

В соответствии с требованиями, задания для оценки содержали как тесты открытого типа, так и закрытого типа. Тесты закрытого типа в основном использовались для оценки полноты знаний, частично действенности. Они предполагают собой выбор одного правильного ответа. Неправильные ответы подобраны так, что неполноценное усвоение знаний характеризуется их выбором, или невнимательностью и случайностью выбора ответов.

Процесс оценивания качеств знаний студента осуществлялся, как и во время изучения, так и после окончания изучения раздела «Производная и ее применение». Во время занятий можно было оценить полноту знаний с помощью тестов, содержащих в себе теоретический материал, а также простые навыки применения этой теории по образцу. Задания более сложного уровня предлагались студентам после окончания изучения раздела.

Задания для оценки интегрированных качеств приведены в приложении. Для оценивания качеств знаний студентов использовались педагогические тесты разных видов, которые описаны в четвертом параграфе второй главы. По результатам поискового эксперимента были разработаны и дополнены задания по оцениванию каждого из качеств знаний. С учетом всех показателей и элементов знаний проведена классификация заданий по уровням качества знаний. Задания для оценивания полноты знаний определяют низкий уровень качества знаний, задания для оценивания действенности определяют средний уровень качества знаний, задания для оценивания системности и полноты определяют высокий уровень качества знаний.

Так оценка полноты знаний предусматривало собой проведение текущего контроля при изучении курса. В контрольных группах текущий контроль проводился без каких-либо инструкций и знания проверялись как обычный текущий контроль всех знаний в целом. Для экспериментальных групп был проведен краткий инструктаж о целях тестирования, были вкратце даны инструкции о методе оценивания, который представляет собой непрерывный

процесс контроля и самоконтроля. Результаты оценивания в контрольных и экспериментальных группах показаны в следующих таблицах 3.2, 3.3, 3.4.

Таблица 3.2 - Показатели оценивания полноты знаний студентов

Группа	количество студентов	количество заданий	количество студентов ответивших правильно					
			на более 9 заданий	в %	на более 6 заданий	в %	на менее 6 заданий	в %
Экспериментальная	60	10	17	28%	31	52%	12	20%
Контрольная	63	10	14	22%	30	48%	19	30%

На основе этой таблицы построена гистограмма.

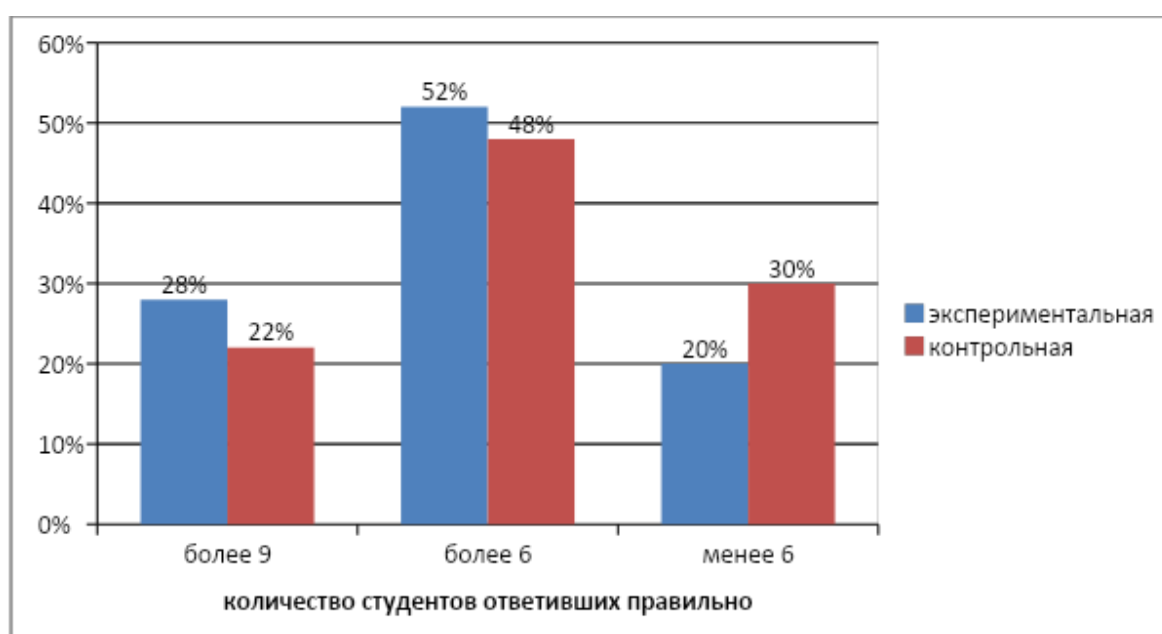


Рисунок 3.1 - Гистограмма оценивания полноты знаний студентов.

В таблице 3.2 и на рисунке 3.1. показаны сравнительные результаты по оценке полноты знаний в экспериментальных и контрольных группах. Показатели качества полноты знаний несколько выше в экспериментальных группах. Из 10 заданий более 9 правильных ответов дали в экспериментальных группах 28 % студентов, более 6 правильных ответов – 52 % студентов. В контрольных группах количество студентов ответивших на более 9 правильных ответов составляет 22 %, более 6 правильных ответов – 48 %. В тоже время в экспериментальных группах количество студентов ответивших на менее 6 правильных ответов составляет 20 %, а в контрольных группах – 30%.

Аналогично были получены данные об оценке действенности, системности и прочности знаний. Результаты эксперимента приведены в таблицах 3.2-3.5, на основе которых построены гистограммы для сравнительного анализа.

Таблица 3.3 - Показатели оценивания действенности знаний студентов

Группа	количество студентов	количество заданий	количество студентов ответивших правильно					
			на более 9 заданий	в %	на более 6 заданий	в %	на менее 6 заданий	в %
Экспериментальная	60	10	19	32%	33	55%	8	13%
Контрольная	63	10	19	30%	30	48%	14	22%

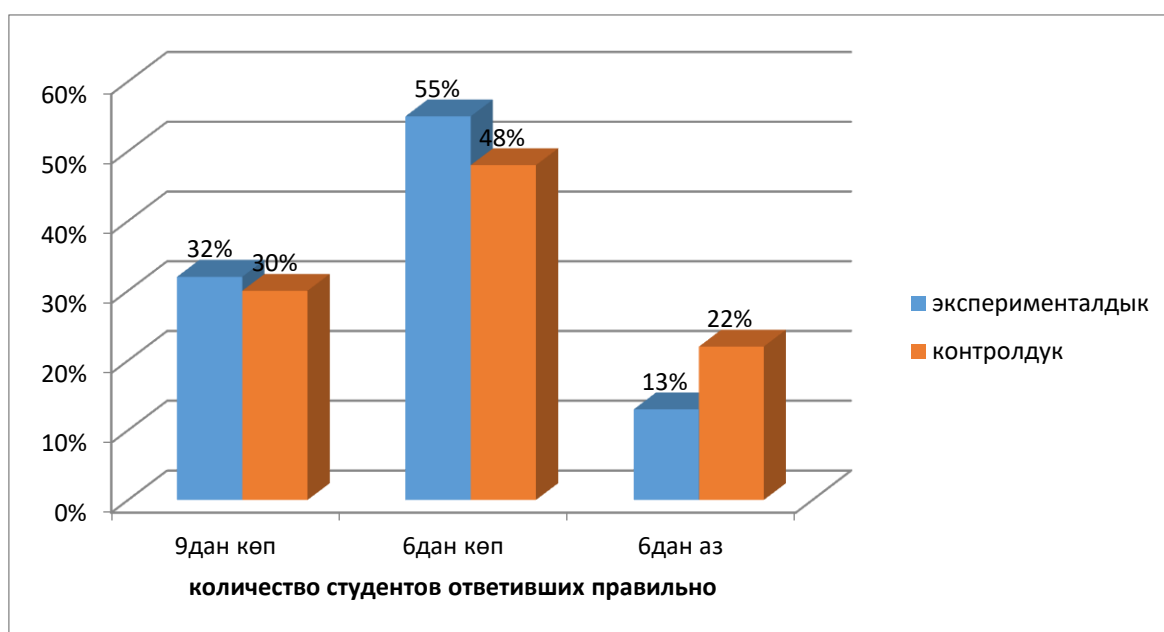


Рисунок 3.2 - Гистограмма оценивания действенности знаний студентов

В таблице 3.3 и на рисунке 3.2. показаны сравнительные результаты по оценке действенности знаний в экспериментальных и контрольных группах. Показатели качества действенности знаний несколько выше в экспериментальных группах. Из 10 заданий более 9 правильных ответов дали в экспериментальных группах 32 % студентов, более 6 правильных ответов – 55 % студентов. В контрольных группах количество студентов ответивших на более 9 правильных ответов составляет 30 %, более 6 правильных ответов – 48 %. В тоже время в экспериментальных группах количество студентов

ответивших на менее 6 правильных ответов составляет 13 %, а в контрольных группах – 22 %.

Таблица 3.4 - Показатели оценивания системности знаний студентов

Группа	количество студентов	количество заданий	количество студентов ответивших правильно					
			на более 9 заданий	в %	на более 6 заданий	в %	на менее 6 заданий	в %
Экспериментальная	60	10	12	20%	36	60%	12	20%
Контрольная	63	10	10	16%	32	51%	21	33%



Рисунок 3.3 - Гистограмма оценивания системности знаний студентов

В таблице 3.4 и на рисунке 3.3. показаны сравнительные результаты по оценке системности знаний в экспериментальных и контрольных группах. Показатели качества системности знаний несколько выше в экспериментальных группах. Из 10 заданий более 9 правильных ответов дали в экспериментальных группах 20 % студентов, более 6 правильных ответов – 60 % студентов. В контрольных группах количество студентов ответивших на более 9 правильных ответов составляет 16 %, более 6 правильных ответов – 51 %. В тоже время в экспериментальных группах количество студентов ответивших на менее 6 правильных ответов составляет 20 %, а в контрольных группах – 33 %.

Таблица 3.5 - Показатели оценивания прочности знаний студентов

Группа	количество студентов	количество заданий	количество студентов ответивших правильно					
			на более 9 заданий	в %	на более 6 заданий	в %	на менее 6 заданий	в %
Экспериментальная	60	10	21	35%	34	57%	5	8%
Контрольная	63	10	16	25%	35	56%	12	19%

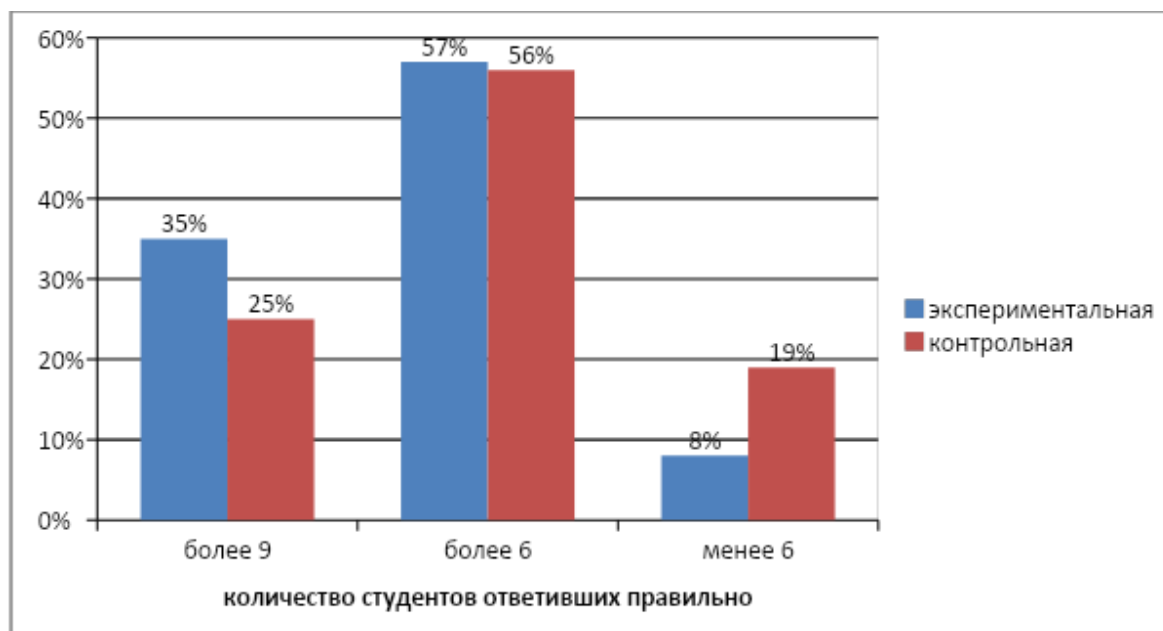


Рисунок 3.4 - Гистограмма оценивания прочности знаний студентов

В таблице 3.5 и на рисунке 3.4. показаны сравнительные результаты по оценке прочности знаний в экспериментальных и контрольных группах. Показатели качества прочности знаний несколько выше в экспериментальных группах. Из 10 заданий более 9 правильных ответов дали в экспериментальных группах 35 % студентов, более 6 правильных ответов – 57 % студентов. В контрольных группах количество студентов ответивших на более 9 правильных ответов составляет 25 %, более 6 правильных ответов – 56 %. В тоже время в экспериментальных группах количество студентов ответивших на менее 6 правильных ответов составляет 8 %, а в контрольных группах – 19 %.

Эксперимент проводился в экспериментальных группах М-05, М-06, М-07, М-08 по направлению «Математика» Нарынского государственного университета и в контрольных группах М-05, М-06, М-07, М-08 по

направлению «Математика» Иссыккульского государственного университета. Общее количество студентов, участвовавших в обучающем эксперименте – 123, из них в экспериментальных группах -60, в контрольных группах – 63. Количество заданий по оцениванию каждого интегрированного качества - 10. Студенты, выполнившие более 6 заданий, получали положительную оценку по каждому из показателей качества знаний. Основные показатели эксперимента приведены в таблицах 3.2 - 3.5 и на рисунках 3.1 - 3.4.

По данным эксперимента мы проверили гипотезу об эффективности эксперимента с помощью критерия χ^2 Пирсона.

Была составлена следующая таблица по данным таблицы 3.2 для вычисления коэффициента χ^2 по формуле

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \quad (21),$$

где O_{ij} – фактическое значение соответствующей частоты, E_{ij} – теоретическое значение соответствующей частоты.

Для вычисления теоретических частот по каждому уровню для экспериментальной (ЭГ) и контрольной (КГ) групп были сделаны следующие расчеты.

Для определения теоретической частоты высокого уровня ЭГ необходимо сложить фактические частоты первого столбца (17+31+12=60) и умножить на сумму по строке «высокий уровень» (17+14=31). Затем произведение 60*31=1860 разделить на общее количество наблюдений, то есть на 123. Получим 1860/123 = 15,1. Аналогично вычислялись другие значения теоретических частот. Данные представлены в таблице 3.6.

Таблица 3.6 - Таблица данных по результатам эксперимента для полноты знаний

Уровень сформированности полноты знаний	Фактические частоты		всего	Теоретические частоты	
	ЭГ	КГ		ЭГ	КГ
высокий	17	14	31	15	16
Средний	31	30	61	30	31
Низкий	12	19	31	15	16

Всего	60	63	123	60	63
--------------	----	----	-----	----	----

Далее по формуле (21) для значения χ^2 вычислим его значение.

Имеем

$$\chi^2 = \frac{(17-15)^2}{15} + \frac{(14-16)^2}{16} + \frac{(31-30)^2}{30} + \frac{(30-31)^2}{31} + \frac{(12-15)^2}{15} + \frac{(19-16)^2}{16} = 1,82 \quad (22)$$

В нашем случае степень свободы равен $\nu=(3 - 1)(2 - 1)=2$ и согласно табличным данным для $\nu=2$ критическое значения коэффициента χ^2 Пирсона составляет 5,991 при значении $p=0,05$. Полученное значение $1,82 < 5,991$ говорит о том, что результаты экспериментальной группы отличаются от результатов контрольной группы, причем число студентов с высоким и средним результатом в экспериментальных группах встречаются чаще чем в контрольных группах. Эти результаты позволяют говорить о том, что полнота знаний усвоена в экспериментальных группах более выше чем в контрольных группах.

Аналогично были проверены результаты для действенности знаний, системности, знаний и прочности знаний. Данные приведены в результатах следующих таблиц и нижеприведенных вычислениях значения χ^2 Пирсона.

Таблица 3.7 - Таблица данных по результатам эксперимента для действенности знаний

Уровень сформированности действенности знаний	Фактические частоты		всего	Теоретические частоты	
	ЭГ	КГ		ЭГ	КГ
высокий	19	19	38	19	19
Средний	33	30	63	31	32
Низкий	8	14	22	11	11
Всего	60	63	123	60	63

$$\chi^2 = \frac{(19-19)^2}{19} + \frac{(19-19)^2}{19} + \frac{(33-31)^2}{31} + \frac{(30-32)^2}{32} + \frac{(8-11)^2}{11} + \frac{(14-11)^2}{11} = 1,71 \quad (23)$$

Таблица 3.8 - Таблица данных по результатам эксперимента для системности знаний

Уровень сформированности системности знаний	Фактические частоты		всего	Теоретические частоты	
	ЭГ	КГ		ЭГ	КГ
высокий	12	10	22	11	11
Средний	36	32	68	33	35
Низкий	12	21	33	16	17

Всего	60	63	123	60	63
--------------	----	----	-----	----	----

$$\chi^2 = \frac{(12-11)^2}{11} + \frac{(10-11)^2}{11} + \frac{(36-33)^2}{33} + \frac{(32-35)^2}{35} + \frac{(12-16)^2}{16} + \frac{(21-17)^2}{17} = 2,80 \quad (24)$$

Таблица 3.9 - Таблица данных по результатам эксперимента для прочности знаний

Уровень сформированности прочности знаний	Фактические частоты		всего	Теоретические частоты	
	ЭГ	КГ		ЭГ	КГ
высокий	21	16	37	18	19
Средний	34	35	69	34	35
Низкий	5	12	17	8	9
Всего	60	63	123	60	63

$$\chi^2 = \frac{(21-18)^2}{18} + \frac{(16-19)^2}{19} + \frac{(34-34)^2}{34} + \frac{(35-35)^2}{35} + \frac{(5-8)^2}{8} + \frac{(12-9)^2}{9} = 3,50 \quad (3.5)$$

Значения критерия χ^2 Пирсона во всех случаях меньше критического значения, что позволят судить об эффективности проведенного эксперимента, так как положительные результаты экспериментальных групп выше чем в контрольных группах.

Эксперимент показал возможность оценивания с помощью разработанной методики, которая дает более глубокую и аналитическую информацию о качестве знаний студентов. Результаты оценивания оказывают помощь при организации дальнейшего учебного процесса и преподавателям, и студентам. Повышается интерес к изучению предмета, оценка становится мотивирующим фактором, оценка и самооценка взаимно дополняют друг друга, они приближаются к одинаковому значению, то есть оценка приобретает объективность и независимость от субъектов учебного процесса.

По итогам эксперимента можно сказать следующее:

1. В целом проведенный эксперимент достиг поставленной цели. Экспериментально выявлена эффективность разработанной методики оценивания качеств знаний студентов. В ходе проведения эксперимента знания оценивались проявлением его качеств. Сформированность полноты, действенности и системности знаний, которые в конце получали подтверждение своей прочностью, позволяли объективно оценивать приобретенные полноценные знания студентов.

2. Использование разработанной методики позволяет получать информацию не только о качествах приобретенных знаний, но и говорить о повышении мотивации к обучению, систематизации межпредметных знаний в различных областях науки, формированию универсальных и профессиональных компетенций, самооценивание приобретает значимую роль в системе оценивания.
3. Разработанная методика на основе проведенного эксперимента позволяет говорить о возможностях повышения уровня качества образования.

Выводы по третьей главе

Третья глава была посвящена прикладным аспектам методики оценивания качеств знаний и носила собой обобщающий характер.

В первой части данной главы основное методике проведения педагогического эксперимента, изучены основные функции при реализации педагогического эксперимента. Основные функции педагогического эксперимента;

- диагностическая;
- прогностическая;
- организационная;
- исполнительская;
- аналитическая.

Во второй части описывается процесс проведения педагогического эксперимента. На первом поисковом этапе эксперимента проведен анализ применяемых методов оценивания. В силу консервативности системы высшего образования и требований общества о необходимости перемены этой системы появились проблемы, требующие своего решения. Это связано с развитием общества, переориентации личностных ценностей от коллективизма к индивидуальности, и т.д. Все эти причины повлекли за собой необходимость внедрения новых методов и в процесс обучения, в том числе и на процесс оценивания. Обучающий эксперимент показал возможность оценивания с

помощью разработанной методики, которая дает более глубокую и аналитическую информацию о качестве знаний будущих учителей математики.

Методика оценивания качеств знаний позволяет более объективно оценить процесс обучения, где основной упор делается на оценку знаний, а не на оценку личности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование, направленное на изучение вопросов по оцениванию качества знаний будущих учителей математики при изучении курса «Математический анализ», позволяет сделать следующие выводы

1. В данном исследовании сделан обзор научно-педагогической литературы по проблемам педагогического оценивания. Педагогический процесс невозможен без педагогической оценки. Неважно, внешняя оценка или самооценка, процесс оценивания дает возможность проследить за динамикой процесса обучения, сделать выводы о недостатках и достоинствах методов обучения, помогает осознанию личностью своих возможностей и преимуществ.

Основными направлениями современных педагогических исследований по педагогическому оцениванию являются следующие аспекты:

- качественное и объективное оценивание;
- личностно-ориентированное оценивание;
- применение современных технологий оценивания (педагогический тест, кейс-метод, метод портфолио);
- использование в учебном процессе формативного оценивания;
- самооценка и его роль в формировании будущего специалиста.

Также у будущего учителя математики в процессе подготовки формируются универсальные и профессиональные компетенции [105]. Основу профессиональных компетенций составляют качественные знания, которые формируются при изучении специальных дисциплин, в том числе курса «Математический анализ». Без качественных знаний основ математического анализа невозможно говорить о профессиональном становлении учителя математики, так как они формируют основу математического образования.

Проведенный анализ научной литературы по проблемам оценивания определил роль и место качеств знаний в системе подготовки будущих учителей математики. И показал, что качественные знания – основа профессиональной компетентности будущего учителя математики.

2. Дальнейшее исследование, связанное с методикой оценивания знаний, потребовало исследований о качествах знаний, которыми должен обладать будущий учитель математики при изучении курса «Математический анализ». Изучены качества знаний, его место и роль во всей системе образования, которая занимает одну из важнейших позиций при формировании качества образования в целом. Основные качества знаний проявляются в интеграции и взаимосвязи друг с другом. При изучении курса «Математический анализ» знания будущих учителей математики приобретают следующие качества, которые проявляются при конкретных знаниях изучаемого курса:

- полнота - знание определений, теорем, правил, формул;
- глубина – знание доказательств теорем, вывод формул;
- свернутость – построение графиков;
- конкретность – знаний терминов, основных понятий;
- обобщенность – знание методов математического анализа;
- развернутость – исследование функций;
- оперативность – решение практических задач, вычисление производных и интегралов;
- осознанность – применение интеграла и производной;
- системность – решение прикладных задач;
- систематичность – доказательство утверждений, вывод следствий;
- гибкость – моделирование, решение прикладных задач;
- прочность – применение методов математического анализа на практике.

Взаимозависимость качеств знаний обусловило их интеграцию в более диагностируемую систему составляющих качеств знаний. Интегрированные качества знаний - это полнота, действенность, системность и прочность знаний. Знания, обладающие этими качествами, становятся полноценными, и они проявляются в процессе обучения последовательно.

Основные качества знаний проявляются в интеграции и взаимосвязи друг с другом. При изучении курса «Математический анализ» знания будущих учителей математики приобретают качества, которые проявляются при конкретных знаниях изучаемого курса.

3. Обобщив известные методы, используемые в традиционной педагогике для оценки знаний, отдельно сделан обзор современных методов оценивания. Основными современными методами оценивания являются:

- педагогический тест во всех его различных формах;
- кейс-метода или метод конкретных ситуаций, приближающий теорию с практикой, с реальными применениями знаний в жизнедеятельности человека и в изучении реальных процессов;
- метод портфолио - сбор всей информации, связанный с процессом обучения.

Современные методы оценивания наиболее эффективны и объективны в учебном процессе, так как:

- обладают валидностью, что позволяет оценивать формируемые качества знаний;
- позволяют оценивать широкомасштабно, не только аудиторно, но и дистанционно;
- можно проводить оценку индивидуально, ориентируясь на каждого;
- время для проверки может быть четко определено и запланировано.

Разработана методика оценки качеств полноты, действенности, системности и прочности по курсу «Математический анализ» с применением современных методов оценивания, так как они обладают валидностью, позволяют оценивать широкомасштабно, дистанционно, индивидуально. Оценивание знаний студентов по математическим дисциплинам основано на знании теории, их применения при решении практических задач, а также исследовательских работ прикладного и теоретического характера.

4. Оценивание знаний студентов по математическим дисциплинам основано на знании теории, их применения при решении практических задач, а также исследовательских работ прикладного и теоретического характера.

В данном исследовании основу методики оценивания составляют тесты и задания творческого характера, связанные с прикладной частью математического анализа. Данная методика позволяет провести оценивание системности и прочности знаний по математическому анализу. Оценивание каждого интегрированного свойства позволяет определить уровень знаний студентов, что помогает сформировать траекторию организации процесса обучения, внести изменения в методы преподавания и помочь студенту при организации его самостоятельной работы, процессу самообразования – как наиболее эффективному пути получения новых знаний.

Педагогический эксперимент как метод познания в педагогике проверяет эффективность научной гипотезы. Оценивание с помощью современных методов позволяет сформировать глубокие и прочные знания по курсу “Математический анализ” у будущих учителей математики. Экспериментально показана эффективность оценивания качества знаний с помощью современных методов оценивания таких, как тест, портфолио. Процесс оценивания в результате своей непрерывности и последовательности приводит к повышению уровня качества знаний, мотивирования к приобретению новых знаний и компетенций, повышению роли самооценки в образовательном процессе.

По результатам проведенного исследования можно сделать следующие практические рекомендации:

- 1) в процессе оценивания преподавателям рекомендуется проводить анализ курса по уровням качества знаний, определить проявление качеств полноты, действенности, системности, прочности на конкретных знаниях преподаваемого курса;
- 2) рекомендуется использование разработанных педагогических тестов различных видов для оценки качеств знаний при обучении курсу математического анализа будущих учителей математики;

3) необходимо непрерывное и системное применение заданий междисциплинарного характера в учебном процессе для формирования и развития системного мышления.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Angelo, T.** Assessment Techniques [Текст]/ T. Angelo. –Teaching Professor, 1990 .– №8. – P. 3-4.
2. **Bloom, B. S.** Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. [Текст] / B.S.Bloom. -N.-Y.: McGraw-Hill. - 1971. – 923 p.
3. **Hill, H. S.** Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers’ topic-specific knowledge of students. . [Текст] / H. S. Hill, D. L. Ball, S. G. Shilling. – Journal for Research in Mathematics Education. – 39(4). – С. 372-400
4. Standards for Preparing Teachers of Mathematics. [Электронный ресурс] / Association of Mathematics Teacher Educators, – 2017. – Режим доступа: amte.net/standards.
5. **Star, J.** The development of flexibility in equation solving, [Электронный ресурс] / J. Star, S. Colleen — Contemporary Educational Psychology. – 2006 – № 31. – С. 280–300 Режим доступа: <https://pdfs.semanticscholar.org/338b/4ba2765757c633aa4f32fa5836cbe5db9cc0.pdf>
6. **Абдраева, Н. Э.** Психолого-педагогические основы формирования профессиональных компетенций учителя (статья на кыргызском языке "Мугалимдин кесиптик компетенттүүлүктөрүн калыптандыруунун психолого-педагогикалык негиздери") [Текст] / Н. Э. Абдраева, Г. О. Касымалиева, Э. С. Сейталиева // – Alato Academic Studies. – Бишкек, 2022. – № 2. – С. 12-18
7. **Аванесов, В. С.** Вопросы методологии педагогических измерений [Текст] / В. С. Аванесов // - Педагогические измерения. – Москва, 2005. – №1. – С. 3-27.
8. **Аванесов, В. С.** Композиция тестовых заданий [Текст]: Учебная книга / В. С. Аванесов. - 3 изд., доп. – М.: Центр тестирования, 2002. – 240 с.
9. **Аванесов, В. С.** Методологическое и теоретическое обоснование тестового педагогического контроля [Текст]: дисс. ... докт. пед. наук: 13.00.01 / В. С. Аванесов. – СПб, 1994. – 339 с.

10. **Аванесов, В. С.** Основы теории педагогических заданий [Текст] / В. С. Аванесов. - Педагогические измерения. – М., 2006. – №2. – С. 26-62.
11. **Аванесов, В. С.** Форма тестовых заданий. Учебное пособие для учителей школ, лицеев, преподавателей вузов и колледжей. 2 изд., переработанное и расширенное [Текст] / В. С. Аванесов. – М.: Центр тестирования, 2005. – 156 с.
12. Алгебра и начала анализа. Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений. [Текст] /Под ред. А. Н. Колмогорова. – 12-е издание. – М., Просвещение, 2002. – 325 с.
13. Алгебра. Учебник для 8 класса [Текст] /С. М. Никольский и др. – Москва, 2014. – 214 с.
14. **Ананьев, Б. Г.** Психология педагогической оценки. Избранные психологические труды. В 2-х томах. Т.2. [Текст] / Б. Г. Ананьев. – М.: Педагогика, 1980. – 288 с.
15. **Анастаси, А.** Психологическое тестирование [Текст] / А. Анастаси, С. Урбина – СПб.: Питер, 2002. – 688 с.
16. **Ашыров, Э. Т.** Влияние некоторых факторов на организацию творческого обучения в профессиональном высшем образовании [Текст] / Э. Т. Ашыров // – Вестник Нарынского государственного университета им. С. Нааматова. – Нарын, 2016. – № 1. – С. 14-18.
17. **Ашыров, Э. Т.** К вопросу знания определений при обучении математике [Текст] / Э. Т. Ашыров // – Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2008. – № 3-4. – С. 263-264.
18. **Ашыров, Э. Т.** Качественная характеристика знаний как основа оценки в образовании [Текст] / Э. Т. Ашыров // – Академический вестник: Ежегодный сборник статей преподавателей АУЦА. – Бишкек, 2007. – С. 150-154.
19. **Ашыров, Э. Т.** Методологические аспекты применения информационных технологий в обучении физике и математике: проблемы, возможности, перспективы [Текст] / Э. Т. Ашыров, Г. К. Чекирова // – Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2017. – № 9. – С. 205-207.

20. **Ашыров, Э. Т.** Уровни качества знаний при изучении курса "Математический анализ" [Текст] / Э. Т. Ашыров, С. К. Калдыбаев // – Alatoo Academic Studies. – Бишкек, 2023. – №1. – С. 50-57.
21. **Ашыров, Э. Т.** Проявление качеств знаний при изучении курса "Математический анализ" [Текст] / Э. Т. Ашыров // – Известия вузов Кыргызстана. – Бишкек, 2022. – № 6. – С. 263-270.
22. **Ашыров, Э. Т.** Проблемы оценивания при подготовке будущих учителей математики [Текст] / Э. Т. Ашыров // – Личность и общество. – Новосибирск, 2021. – №2. – С. 7-9.
23. **Ашыров, Э. Т.** Качественные знания - основной фактор профессиональной компетентности будущего учителя математики. [Текст] / Э. Т. Ашыров., С. К. Калдыбаев // - Тенденции развития науки и образования. – Самара, 2023. – № 93-1. – С. 119-122.
24. **Ашыров, Э. Т.** Модель современного учителя математики [Текст] / Э. Т. Ашыров, Г. К. Чекирова // – Alatoo Academic Studies, – Бишкек, 2022. – №4. – С. 37-44.
25. **Ашыров, Э. Т.** Структура курса математического анализа и творческие задачи на тему «Применение производной» [Электронный ресурс] / Э. Т. Ашыров // Режим доступа: <https://infourok.ru/struktura-kursa-matematicheskogo-analiza-i-tvorcheskie-zadachi-na-temu-primenenie-proizvodnoj-4156856.html>
26. **Ашыров, Э. Т.** Современные информационные технологии в учебном процессе [Текст] / Э. Т. Ашыров, Г. К. Чекирова, Т. М. Сияев // - Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2022. – № 8. – С.256-259.
27. **Бабанский, Ю. К.** Оптимизация учебно-воспитательного процесса: (Методические. основы) [Текст] / Ю. К. Бабанский. – М.: Просвещение, 1982. – 192 с.
28. **Бабанский Ю. К.** Проблемы повышения эффективности педагогических исследований. [Текст] / Ю. К. Бабанский. – М., 1982.
29. **Байтугелова, Ж. А.** Основные принципы оценивания образовательных результатов в процессе использования учебного портфолио [Текст] / Ж. А.

Байтугелова // - Наукові записки Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського. Серія: Педагогіка і психологія. – 2013. – №39. – С. 22-25.

30. **Байтугелова, Ж. А.** Болочок мугалимдердин окуу жетишкендиктерин портфолио технологиясы менен баалоонун дидактикалык негиздери: [Текст]: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Ж. А. Байтугелова – Бишкек, 2017. – 197 с.

31. **Бахмутский, А. Е.** Оценка качества школьного образования: монография. [Текст] / А. Е. Бахмутский. – СПб.: Изд-во Библиотеки РАН, 2003. – 132 с.

32. **Бекбоев, И. Б.** К вопросу осуществлению связи обучения математики с жизнью. [Текст] / И. Б. Бекбоев. – Фрунзе, "Мектеп", 1964. – 132 с.

33. **Бекбоев, И. Б.** Окуучулардын сабакка жетише албай калууларын алдын ала эскертүүнүн жана жоюунун педагогикалык чаралары [Текст] / И. Б. Бекбоев // – Эл агартуу. – Ф., 1980. – №6. – С. 34-41.

34. **Бекбоев, И. Б.** Педагогический словарь [Текст] / И. Б. Бекбоев // - Эл агартуу. – Ф., 1976. – №8. – С. 62-63.

35. **Бекбоев, И. Б.** Применение проблемного метода обучения при формировании начальных математических понятий у школьников /Кыргыз педагогикасы – кыргыз улутунун жүзү. [Текст] / И. Б. Бекбоев // – Сборник научно-педагогических, методических статей /сост.: С. К. Рысбаев, М. К. Иманкулов. – Б., 2010. – С. 412-414.

36. **Бекежанов, М. М.** Окуучулардын математикалык окуу жетишкендиктерин компьютердик тесттин негизинде диагноздоо (7 класстын алгебра предметинин мисалында) [Текст]: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02/ М. М. Бекежанов. – Бишкек, 2012. – 163 с.

37. **Бекежанов, М. М.** Педагогикалык диагноздоонун методологиялык маселелери. [Текст] / М. М. Бекежанов // - Alatoo Academic Studies. – Бишкек, 2018. – №1. – С. 28-36.

38. **Берман, Г. Н.** Сборник задач по курсу математического анализа [Текст] / Г. Н. Берман. – М., 1977. – 432 с.

39. **Беспалько, В. П.** Образование и обучение с участием компьютеров (педагогика третьего тысячелетия) [Текст] / В. П. Беспалько. – М., 2002. – 352 с.
40. **Беспалько, В. П.** Программированное обучение. Дидактические основы. [Текст] / В. П. Беспалько. – М., 1970. – 300 с.
41. **Беспалько, В. П.** Элементы теории управления процессом обучения [Текст] / В. П. Беспалько. – М., 1974. – 88 с.
42. **Бесхлебная, А. А.** Внедрение цифровых технологий в образование: современные вызовы информационного общества [Текст] / А. А. Бесхлебная, Т. П. Рахлис, Ю. Л. Кива-Хамзина // - Сборник докладов XV Международной конференции. – Екатеринбург, 2020.
43. **Благовисная, А. Н.** Портфолио по математическим дисциплинам как средство развития профессиональной Я-концепции студента [Текст] / А. Н. Благовисная. – Вестник ОГУ. – №9 (115). – 2010. – С. 148-153.
44. **Бокша, Е. А.** Методология научного исследования: учебное пособие / [Текст] / Е. А. Бокша. — М., 2014. — 109 с.
45. **Борубаев, А. А.** Математикалык анализ. I бөлүк. [Текст] / А. А. Борубаев, К. Б. Бараталиев, Б. Ш. Шабдыкеев и др. – Бишкек: Луиза, 2002. – 413 б.
46. **Брокгауз, Ф. А.** Энциклопедический словарь. Современная версия [Текст] / Ф. А. Брокгауз, И. А. Ефрон. – М.: Изд-во Эксмо, 2002. – 672 с.
47. **Буравой, М.** Углубленное case study: между позитивизмом и постмодернизмом [Текст] / М. Буравой. – Рубеж, 1997 – № 10. – 11 с.
48. **Виленкин, Н. Я.** О путях совершенствования содержания и преподавания школьного курса математики. [Текст] / Н. Я. Виленкин, Р. К. Таварткяладзе.— Тбилиси: Изд-во Тбилисского университета, 1985. – 355 с.
49. **Вишнякова, С. М.** Профессиональное образование: Словарь. Ключевые понятия, термины, актуальная лексика [Текст] / С. М. Вишнякова. – М.: НМЦ СПО, 1999. – 538 с.
50. **Выготский, Л. С.** Педагогическая психология. [Текст] / Л. С. Выготский – М., 1996. – 671 с.

51. **Галимзянов, Х. М.** Формирование и оценка компетенций в процессе освоения образовательных программ ФГОС ВО: научно-методическое пособие [Текст] / Х. М. Галимзянов, Е. А. Попов, Ю. А. Сторожева. – Астрахань, 2017. – 74 с.
52. **Гнеденко, Б. В.** Математика и математическое образование в современном мире. [Текст] / Б. В. Гнеденко – М.: Просвещение, 1985. – 191 с.
53. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению "Педагогическое образование" – бакалавриат и магистратура. [Текст] – Бишкек, 2021. – 350 с.
54. **Гузеев, В. В.** Планирование результатов образования и образовательная технология [Текст] / В. В. Гузеев. – М.: Народное образование, 2000. – 324 с.
55. **Гурова, Р. Г.** Применение конкретных социологических методов в педагогических исследованиях. [Текст] / Р. Г. Гурова. – М., 1969. – 128 с.
56. **Дегтерев, В. А.** Творческое саморазвитие личности студента вуза. [Текст] / В. А. Дегтерев, М. Ю. Балдина // – Педагогическое образование в России, 2013. – № 2. – С. 18-21
57. **Декарт, Р.** Избранные произведения. . [Текст] / Р. Декарт – М. Госиздат политической литературы, 1950. – 712 с.
58. **Демидович, Б. П.** Сборник задач по математическому анализу [Текст] / Б. П. Демидович – М.: Госиздат, 1964. – 625 с.
59. **Денищева, Л.** Зачеты в системе дифференцированного обучения математике [Текст] / Л. Денищева, Л. Кузнецова, И. Лурье и др. – М.: Просвещение, 1993. — 192 с.
60. **Жакыпбеков, М.** Математиканы окутууда окуучулардын билимин баалоо [Текст] / М. Жакыпбеков // – Эл агартуу. – Ф., 1978. – №1. – С. 28-32.
61. **Жидкова, А. Е.** Нормы оценки знаний обучающихся математике. [Текст] / А. Е. Жидкова, , Е. И. Титова // – Молодой ученый. – №1(60). – Казань, 2014. – С. 522-524.
62. **Жидова, Л. А.** Формирование профессиональных компетенций будущих учителей математики (на примере изучения курса «математический анализ»).

[Текст] / Л. А. Жидова // – Научно-педагогическое обозрение. Pedagogical Review, 2017 – №1(15) – С. 81-84.

63. **Жунусакунова, А. Д.** Негизги мектепте математиканы компьютердик адаптивдүү тестти колдонуп окутуунун дидактикалык негиздери [Текст]: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02/ А. Д. Жунусакунова – Бишкек, 2015. – 149 с.

64. **Загвоздкин, В. К.** Портфель индивидуальных учебных достижений – нечто большее, чем просто альтернативный способ оценки [Текст] / В. К. Загвоздкин // – Школьные технологии. – 2004. – № 3. – С. 32 - 36.

65. **Загвязинский В. И.** Методология и методика дидактического исследования [Текст]/ В. И. Загвязинский. – М.: Педагогика, 1982. – 160 с.

66. **Занков, Л. В.** Избранные педагогические труды. 3-е изд., дополн. [Текст] / Л. В. Занков — М.: Дом педагогики, 1999. — 608 с.

67. **Звонников, В. И.** Педагогические измерения: шкалирование результатов: учебно-методическое пособие [Текст] / В. И. Звонников, А. А. Малыгин. – Иваново: ИвГУ, 2017. – 79 с.

68. **Звонников, В. И.** Современные средства оценивания результатов обучения. [Текст]/ В. И. Звонников, М. Б. Челышкова. – М., Издательство «Академия», 2008. – 222 с.

69. **Зимняя, И. А.** Ключевые компетенции - новая парадигма результата образования [Текст]/ И. А. Зимняя // – Высшее образование сегодня, 2003 – №5. – С. 34-42.

70. **Ильин, В. А.** Математический анализ. Начальный курс [Текст] / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов. — М.: Изд-во МГУ, 1985. — 662 с.

71. **Ильин, В. А.** Основы математического анализа [Текст] / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – М., 1971. – 648 с.

72. **Ильина, Т. А.** Тестовая методика проверки знаний и программированное обучение [Текст]/ Т. А. Ильина // - Советская педагогика, 1967 – №2. – С. 122-138.

73. **Ингенкамп, К. Х.** Педагогическая диагностика [Текст] / К. Х. Ингенкамп. – Москва : Педагогика, 1991. – 240 с.

74. Интерактивное оборудование в образовании. Основные приемы работы с ИД. -[Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://ksecydm.blogspot.md/p/blog-page-6229.html>
75. **Исакова, В. Т.** Анализ исследований по проблеме оценки учебных достижений учащихся в Кыргызстане [Текст]/ В. Т. Исакова // - Alatoo Academic Studies. – Бишкек, 2018. – № 4. – С. 40-50.
76. **Казачек, Н. А.** Педагогические условия формирования предметной компетентности будущего учителя математики [Текст]: автореф. дисс... канд.пед.наук: 13.00.08. / Н. А. Казачек. – Чита, 2011. – 24 с.
77. **Калдыбаев, С. К.** Компьютерная диагностика результатов обучения в общеобразовательной школе. [Текст] / С. К. Калдыбаев, Д. М. Ажыбаев, М. М. Бекежанов. – Бишкек-Нарын, 2007. – 136 с.
78. **Калдыбаев, С. К.** Проблема контроля результатов обучения в историческом педагогическом опыте [Текст] / С. К. Калдыбаев // - Известия Российского государственного педагогического университета им. А. И. Герцена. – СПб., 2007. – Т. 8. – № 30. – С. 68-77.
79. **Калдыбаев, С. К.** Вопросы качества в системе образования. [Текст]/ С. К. Калдыбаев, Э. Т. Ашыров // - Академический вестник: Ежегодный сборник статей преподавателей АУЦА. – Бишкек, 2007. – С. 150-154.
80. **Калдыбаев, С. К.** Качество образовательного процесса в структуре качества образования [Текст] / С. К. Калдыбаев, А. Б. Бейшеналиев // – Успехи современного естествознания. – М., 2015. – № 7. – С. 90-97.
81. **Калдыбаев, С. К.** О системе оценивания в школьном образовании Кыргызстана. [Текст] / С. К. Калдыбаев // - Качество образования в Евразии – 2017. – С. 71-80.
82. **Калдыбаев, С. К.** О сущности и роли результата обучения на современном этапе развития высшего образования [Текст] / С. К. Калдыбаев // - Современная высшая школа: инновационный аспект. – Челябинск, 2014. – № 1. – С. 61-67.

83. **Калдыбаев, С. К.** Окуу жетишкендиктери жана аларды баалоо [Текст] / С. К. Калдыбаев, З. А. Кадырова // – Alatoo Academic Studies. – Бишкек, 2020. – № 3. – С. 46-53.
84. **Калдыбаев, С. К.** Основные направления исследований по педагогической оценке [Текст] / С. К. Калдыбаев, Г. А. Эсеналиева // – Современная высшая школа: инновационный аспект. – Том 12. – № 3 (49). – Челябинск, 2020. – С. 46-55.
85. **Калдыбаев, С. К.** Основы педагогического оценивания: Учебное пособие по подготовке бакалавров (направление "педагогическое образование"). [Текст] / С. К. Калдыбаев, А. М. Мамытов, С. И. Иптаров – Б.: KIRLand, 2014. – 180 с.
86. **Калдыбаев, С. К.** Проблема контроля результатов обучения в историческом педагогическом опыте [Текст] / С. К. Калдыбаев // – Известия Российского государственного педагогического университета им. А. И. Герцена. – СПб, 2007. – Т. 8. – № 30. – С. 68-77.
87. **Калдыбаев, С. К.** Проблемные ситуации в теории и практике оценивания [Текст] / С. К. Калдыбаев // – Alatoo Academic Studies. – Бишкек, 2018. – № 3. – С. 13-23.
88. **Калдыбаев, С. К.** Программа цифровой трансформации в Кыргызстане и компьютерная грамотность [Текст] / С. К. Калдыбаев, К. А. Зулпуева // – Международный журнал экспериментального образования. – М., 2018. – № 2. – С. 23-27.
89. **Калинина, М. И.** К вопросу о контроле и оценке знаний учащихся. Организация контроля знаний учащихся в обучении математике: пособие для учителей. [Текст] / М. И. Калинина // - Сборник статей, Сост. З. Г. Борчугова, Ю. Ю. Батий. – М.: Просвещение, 1980. – 96с.
90. **Касымова, Г.А.** Келечектеги башталгыч мектеп мугалимдеринин окуучулардын окуу жетишкендиктерин баалоо компетенттүүлүгүн калыптандыруунун педагогикалык шарттары [Текст]: дисс... канд.пед.наук: 13.00.01 / Г. А. Касымова. – Бишкек, 2014-ж. –158 б.

91. Качество знаний учащихся и пути его совершенствования. [Текст]/ Под ред. М. Н. Скаткина, В. В. Краевского. – М., «Педагогика», 1978. – 208 с.
92. **Келдибекова, А. О.** Дидактические основы компетентностного подхода к проектированию системы подготовки школьников к математическим олимпиадам (на примере математики V-XI классов). [Текст]: дисс... док. пед. наук:- 13.00.02 / А. О. Келдибекова – Бишкек, 2021. – 362 с.
93. **Клайн, П.** Справочное руководство по конструированию тестов. [Текст] / П. Клайн. – Киев, 1994. – 276 с.
94. **Клейносов, Д. П.** Осознанность – важная характеристика формируемого знания (на примере преподавания химии) [Текст] / Д. П. Клейносов, Е. Е. Минченков // – Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика, 2016 – № 4. – С. 30–36.
95. **Княжева, В. В.** Теория и практика внедрения интерактивных форм обучения на уроках общественных дисциплин в профессиональном образовании [Текст] / В. В. Княжева // – Молодой ученый, 2015 – №21. – С. 784-788.
96. **Ковалева, Г. И.** Методическая система обучения будущих учителей математики конструированию систем задач [Текст]: дисс. ... док. пед. наук: 13.00.02 / Г. И. Ковалева. – Волгоград, 2012. – 356 с.
97. **Коджаспирова, Г. М.** Педагогический словарь: Для студ. высш. и сред. пед. учеб. заведений. [Текст] / Г. М. Коджаспирова, А. Ю. Коджаспирова. – М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 176 с.
98. **Козина, И.** Case study: некоторые методические проблемы [Текст] / И. Козина // – Рубеж, 1997. – № 10-11. – С. 177-189.
99. **Колбина, Е. В.** Математическая компетентность студентов технических направлений бакалавриата: критерии и показатели ее оценивания. [Текст] / Е. В. Колбина // – Фундаментальные исследования, 2015. – №2. – С. 1981-1987.
100. **Конфедератов, И. Я.** Новые идеи и методы в педагогике высшей школы. [Текст] / И. Я. Конфедератов. - М.: Знание, 1969. - 28 с.

101. **Кочетов, А. И.** Педагогическая диагностика в школе. [Текст] / А. И. Кочетов. – Мн.: Народная асвета, 1987. – 233 с.
102. **Кошназаров, Р. А.** Обучение математическому анализу студентов первого курса в контексте деятельностного подхода [Текст]/ Р. А. Кошназаров, М. Н. Жураева // – Молодой ученый, 2014. – №10 — С. 392-394.
103. **Краевский В. В.** Методология педагогического исследования. [Текст]/ В. В. Краевский . – Самара: Изд-во Сам ГПИ, 1994. — 165 с.
104. **Кудрявцев, Л. Д.** Курс математического анализа [Текст]/ Л. Д. Кудрявцев. - М., 1981. – 712 с.
105. **Курамаева, Т. А.** Билим берүүнү санариптештирүү шартындагы педагогдун кесиптик компетенттүүлүгүнүн ролу [Текст]/ Т. А. Курамаева, С. К. Калдыбаев // – Alatoo Academic Studies. – №2. – Бишкек, 2020. – С. 17-27.
106. **Кушнер, Ю. З.** Методология и методы педагогического исследования: Учебно-методическое пособие [Текст]/ Ю. З. Кушнер. – Могилев: МГУ им. А.А. Кулешова, 2001. – 112 с.
107. **Лебедев С. А.** Философия науки: Словарь основных терминов. [Текст] / С. А. Лебедев. – М., 2004. – 236 с.
108. **Левитов, Н. Д.** Психологическая лаборатория и школьная практика. [Текст] / Н. Д. Левитов. — М., 1923. – 100 с.
109. **Лернер, И. Я.** Качества знаний учащихся. Какими они должны быть? [Текст] / И. Я, Лернер – Москва, 1978. – 48 с.
110. **Лернер, И. Я.** О методах обучения [Текст]/ И. Я, Лернер, М. Н. Скаткин. – Советская педагогика, 1965 – №3. – С. 118-119.
111. **Лернер, И. Я.** Показатели системы учебно-познавательных заданий. [Текст]/ И. Я, Лернер // – Новые исследования в педагогических исследованиях. – Вып.2(67) – М., Педагогика, 1990. – 80 с.
112. **Лернер, И. Я.** Проблема методов обучения и пути ее исследования. [Текст]/ И. Я, Лернер // - В сб.: «Вопросы методов педагогических исследований». – М., 1973. – С. 40-41.

113. **Майоров, А. Н.** Мониторинг в образовании [Текст] / А. Н. Майоров. – СПб: Образование и культура, 1998. – 244 с.
114. **Майоров, А. Н.** Теория и практика создания тестов для системы образования: Как выбирать и использовать тесты для целей образования [Текст] / А. Н. Майоров. – М.: Народное образование, 2000. – 352 с.
115. **Майоров, А. Н.** Тесты школьных достижений: конструирование, проведение, использование [Текст] / А. Н. Майоров. – СПб.: Образов. и культура, 1996. – 380 с.
116. **Мамбетакунов, Э. М.** Дидактические функции метпредметных связей в формировании у учащихся естественнонаучных понятий. [Текст] / Э. М. Мамбетакунов – Б.: Университет, 2015 -328 с.
117. **Мамбетакунов, Э. М.** Методология и качество педагогических исследований [Текст] / Э. М. Мамбетакунов – Бишкек, 2006. – 108 с.
118. **Мамбетакунов, Э. М.** Формирование естественнонаучных понятий школьников на основе межпредметных связей. [Текст] / Э. М. Мамбетакунов – Б.: Илим, 1991 -240 с.
119. **Мамытов, А.** Формирование системы оценивания образовательных достижений учащихся общеобразовательных школ Кыргызской Республики в контексте международной передовой практики (аналитический обзор) [Текст] / А. Мамытов // - Известия Кыргызской академии образования. № 2 (54). - Бишкек, 2021. - С. 3-21.
120. **Маркушевич, А. И.** О школьной математике. [Текст] / А. И. Маркушевич. - Математика в школе. №4 – 1979. - С. 11-16.
121. Математическая энциклопедия. [Электронный ресурс] –М., Академик, 2020-2023. – Режим доступа:
https://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_mathematics/3042/МАТЕМАТИЧЕСКИЙ
122. **Махмутов, М. И.** Теория и практика проблемного обучения. [Текст] / М.И.Махмутов. - Казань: Таткнигоиздат, 1972. – 551 с.
123. **Медведев, П. Н.** Современные информационные технологии в сфере образования: возможности и перспективы [Текст] / П. Н. Медведев, Д. В.

Малий, Е. С. Папочкина // – Международный научно-исследовательский журнал. №6 (108). Часть 4. – 2021. –С. 110-112

124. **Менчинская, Н. А.** Проблемы обучения, воспитания и психического развития ребенка. [Текст] / Н. А. Менчинская. – М.: МПСИ, Воронеж: Модэк, 2004. — 512 с.

125. Методы педагогических исследований [Текст] / В. И. Журавлева, Т. П. Ников, М. Н. Скаткин и др. — М.: Педагогика, 1979. – 255 с.

126. **Михайлова, Е. И.** Кейс и кейс-метод: общие понятия [Текст] / Е. И. Михайлова. – Маркетинг. – №1. – 1999. – С. 109-117.

127. **Мордкович, А. Г.** Алгебра и начала анализа. Контрольные работы. 10-11 классы. [Текст] / А. Г. Мордкович, Е. Е. Тульчинская. М.: Мнемозина. – 2003. – 62 с.

128. **Мышко С. А.** Проблема тестирования в системе образования США. [Текст]: дисс...канд.пед.наук.:13.00.01 / С. А. Мышко. – Ужгород. – 1982. – 213 с.

129. **Никольский, С. М.** Курс математического анализа. [Текст] / С. М. Никольский. – М., 1983. – 267 с.

130. **Ниязова, А. М.** Критериальная оценка учебных достижений учащихся общеобразовательных школ в условиях компетентностного подхода [Текст]/ А. М. Ниязова // – Известия Кыргызской академии образования. – Бишкек, 2016. – № 3 (39). – С. 29-35.

131. **Новикова, Т. Г.** Нужен ли портфолио российскому школьнику? [Текст] / Т. Г. Новикова // – Методист. – №5. – 2004. – С. 56 – 59.

132. **Огородников, И. Т.** Сравнительное изучение эффективности отдельных методов в школе. Оптимальное усвоение знаний и сравнительная эффективность обучения в школе. [Текст] / И. Т. Огородников. – М., 1972. – 185 с.

133. **Османова, И. Ю.** Системность и систематичность - принципиальная основа построения содержания вузовского образования. [Электронный ресурс] / И. Ю. Османова. – Режим доступа: https://superinf.ru/view_helpstud.php?id=1500

134. **Охлопков, Н. М.** Структура (строение) математического знания [Текст] / Н. М. Охлопков. – Вестник СВФУ. – №3. – 2009.
135. **Пейн, С. Дж.** Учебное портфолио - новая форма контроля и оценки достижений учащихся [Текст] / С. Дж. Пейн. – Директор школы. – 2000. – № 1. – С. 65-67.
136. **Перовский, Е. И.** Проверка знаний учащихся в средней школе. [Текст] / Е. И. Перовский – М.: АПН РСФСР, 1960. – 510 с.
137. **Перькова, Н. В.** Методика организации самостоятельной деятельности студентов первого курса педвуза на занятиях по математическому анализу. [Текст]: дис.... канд. пед. наук. / Н. В. Перькова. – СПб., 2002. – 154 с.
138. **Петрова, В. Н.** Антропологическая теория творчества и креативности [Текст] / В. Н. Петрова, А. Н. Петров // – Современные наукоемкие технологии. Международная научная конференция. – Мальдивы (о. Медупару), Изд-во Академии естествознания, 2007. – №7. – С. 74-75.
139. **Пидкасистый, П. И.** Самостоятельная деятельность. Дидактический анализ процесса и структуры воспроизведения и творчества. [Текст] / П. И. Пидкасистый. – М., 1972. – 366 с.
140. **Пичурин, Л. Ф.** За страницами учебника алгебры. [Текст] / Л. Ф. Пичурин – М., Просвещение, 1990. – 217 с.
141. Подготовка учителя математики. Инновационные подходы: учебное пособие [Текст] / под ред. В. Д. Шадрина. – М.: Гардарики, 2002. – 383 с.
142. **Подласый, И. П.** Педагогика. Кн.1: Общие основы. Процесс обучения. [Текст] / И. П. Подласый. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 1999. – 576 с.
143. **Полат, Е. С.** Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: учеб. пособ. для студентов пед. вузов [Текст] / Е. С. Полат, М. Ю. Бухаркина, М. В. Моисеева, А. Е. Петров. – М.: «Академия», 2000. – 272 с.
144. **Полонский, В. М.** Словарь по образованию и педагогике [Текст] / В. М. Полонский. – М.: Высшая школа, 2004. – 512 с.

145. **Полянцева, М. В.** Формирование саморегуляции учебной деятельности школьников в процессе обучения математике. [Текст]: дис... канд. пед. наук: 13.00.02./ М. В. Полянцева. – Самара, 2005. – 219 с.
146. **Прокопенко, М.** Существенные факторы, обуславливающие качество знаний студентов [Текст]/ М. Прокопенко, Н. Сокольская, Ю. Прокопенко // – Журнал "Новий колегіум". – Харьков, 2009. – №1. – С. 58-62.
147. **Пуйман, С. А.** Педагогика: основные положения курса: Справочное пособие [Текст] / С. А. Пуйман. – Минск: ТетраСистемс, 1999. – 128 с.
148. **Разумовский, В. Ю.** "Цифровое образование" и его социально-психологические последствия - польза или вред? [Текст] / В. Ю. Разумовский. – Современные инновационные образовательные технологии и развитие экономики: Материалы Международной научно-практической конференции. – Липецк, 2020.
149. **Рейнгольд, Л. В.** За пределами CASE — технологий [Текст] / Л. В. Рейнгольд. – Компьютерра, 2000. – №13. – 15 с.
150. **Рихтер, Т. В.** Структура профессиональной компетентности учителя математики [Текст] / Т. В. Рихтер. - Физико-математическое образование. Научный журнал. Выпуск 1(11). – М., 2017. – С. 89-92.
151. Российская педагогическая энциклопедия. [Текст]: в 2 т. / [Гл. ред. В.В. Давыдов.]. - М.: Большая Российская энциклопедия. – 1993. – 608 с.
152. **Руновский, С. И.** Педагогические основы оценки успеваемости. [Текст] /С. И. Руновский. –Москва - Горький, 1950. – 104 с.
153. **Рыкова, Е. В.** Роль индивидуальных творческих заданий в формировании специалиста [Текст]/ Е. В. Рыкова // – Современные проблемы науки и образования. – № 5. – 2006. – С. 83-85.
154. **Садиева, М. Э.** Математиканы окутууда окуучунун ой жүгүртүүсүн өнүктүрүү - [Текст] / М. Э. Садиева, С.К. Калдыбаев // - Alatau Academic Studies. – № 1. – Бишкек, 2020. – С. 112-120.

155. **Садиева, М. Э.** Окуучулардын математикалык ой жүгүртүүсүн өнүктүрүүнүн мааниси [Текст] / М. Э. Садиева // – Alatoo Academic Studies. – №2. – Бишкек, 2020. – С. 78-88.
156. **Симонов, В. П.** Директору школы об управлении учебно-воспитательным процессом. [Текст] / В. П. Симонов. – М., 1987. – 159 с.
157. **Скалкова, Я.** Методология и методы педагогического исследования. пер.с чешского. [Текст] / Я. Скалкова. – М.:Педагогика, 1989. – 224 с.
158. **Скаткин, М. Н.** Дидактика средней школы. [Текст] / Под ред. М. А. Данилова, М. Н. Скаткина. – М., 1975. – 319 с.
159. Скаткин М. Н. Методология и методика педагогических исследований: в помощь начинающему исследователю / М. Н. Скаткин.– Москва: Педагогика, 1986. – 152 с.
160. **Скорнякова, А. Ю.** Электронное портфолио в математической подготовке студентов педвуза [Текст] / А. Ю. Скорнякова // – Ярославский педагогический вестник. –Ярославль, 2010. – № 2. – С.176-179.
161. **Смолянинова, О. Г.** Инновационные технологии обучения студентов на основе метода Case Study [Текст] / О. Г. Смолянинова // – Инновации в российском образовании: сб. – М.: ВПО, 2000. – С. 103-111.
162. **Смолянинова, О. Г.** Развитие методологической системы формирования информационной и коммуникативной компетентности будущего учителя на основе мультимедиа технологий. [Текст]: дисс. ... док. пед.наук. / О. Г. Смолянинова – СПб., 2002. – 504 с.
163. **Снигирева, Т. А.** Диагностика структуры знаний обучающихся на основе тезаурусного и квалиметрического подходов. [Текст]: дисс... канд. пед. наук.:13.00.01/ Т. А. Снигирева – Ижевск, 2001. – 160 с.
164. Современный толковый словарь русского языка [Текст]/ гл. ред. С. А. Кузнецов. – СПб.: Норинт, 2003. – 960 с.
165. **Султанбаева, Г. С.** Технология портфолио как средство формирования исследовательских компетенций будущих бакалавров математиков [Текст] / Г.

- С. Султанбаева // – Современные наукоемкие технологии. – №6. – Москва, 2018. – С. 238-243.
166. **Сычева, Г. В.** Математика.9 класс. Тестовые задачи. [Текст] / Г. В. Сычева, Н. Б. Гусева, В. А. Гусев. – М.: Астрель ВКТ, 2012.
167. **Талызина, Н. Ф.** Формирование познавательной деятельности учащихся. [Текст] / Н. Ф. Талызина. – М., 1983. – 80 с.
168. **Тестов, В. А.** Профессиональная подготовка учителя математики: стандарты, учебные планы и программы. [Электронный ресурс] / В. А. Тестов. Режим доступа: vestnik.yspu.org/releases/uchenuye_praktikam/14_2/
169. Традиционные и инновационные средства оценивания и контроля в образовании [Текст] / В. М. Кадневский, С. К. Калдыбаев, В. Д. Полежаев и др. – Омск: Издательство ОмГТУ, 2012. – 320 с.
170. **Тунда, В. А.** Оценивание, принятое в рамках Болонского процесса и в системе moodle. [Электронный ресурс]. / В. А. Тунда, Е. А. Тунда - Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/otsenivanie-prinyatoye-v-ramkah-bolonskogoprotsessa-i-v-sisteme-moodle>.
171. **Усенко, Е. В.** Контроль и оценка результатов учебно-познавательной деятельности студентов в университетах США (на примере учительского колледжа при Колумбийском университете) [Текст] / Е. В. Усенко // - Стандарты и мониторинг в образовании. – №2. – 2010. – С. 32-38.
172. **Усубакунов, Р.** Математикалык анализ. I бөлүк. [Текст] / Р. Усубакунов. - Фрунзе: Мектеп, 1981.
173. **Фихтенгольц, Г. М.** «Курс дифференциального и интегрального исчисления». Т. 1. [Текст] / Г. М. Фихтенгольц. – М., 1956. – 680 с.
174. **Фихтенгольц, Г. М.** Основы математического анализа. [Текст] / Г. М. Фихтенгольц. – М.: Наука, 1964. – 440 с.
175. **Фридман, Л. М.** Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о педагогической психологии. [Текст] / Л. М. Фридман. – М. : Просвещение, 1983. – 160 с.

176. **Харченко, Л. Н.** Технология формирования креативности студентов. [Текст] / Л. Н. Харченко. – М., 2014. – 222 с.
177. **Хуторский А.** Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования [Текст] / А. Хуторский. – Сб. Статей под ред. Ю. И. Дика, А. В. Хуторского. – М., 2002. – 189 с.
178. **Чекирова, Г. К.** Методы организации самостоятельной работы студентов в Нарынском государственном университете. [Текст] / Г. К. Чекирова, Э. Т. Ашыров // – Известия ВУЗов Кыргызстана. – №.4. – Бишкек, 2011. – С. 251-252.
179. **Чельшкова, М. Б.** Теория и практика конструирования педагогических тестов [Текст] / М. Б. Чельшкова. – М.: Логос, 2002. – 431 с.
180. **Чиняев, Н. А.** Балльно-рейтинговая система оценки знаний учащихся по математике в 5-6 классах. [Электронный ресурс] / Н. А. Чиняев, Л. С. Капкаева. Современные проблемы науки и образования. – М., 2017. – № 6. Режим доступа: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=27125>
181. **Шаталов, В. Ф.** «Куда исчезли тройки. Из опыта работы школ города Донецка». [Текст] / В. Ф. Шаталов. – М.: Педагогика, 1979. – 134 с.
182. **Шашкина, М. Б.** Оценивание профессиональных компетенций студентов – будущих учителей математики. [Текст] / М. Б. Шашкина, Е. А. Аёшина // – Образование и наука. – № 9 (128). – 2015. – С. 51-67.
183. **Шишов, С. Е.** Мониторинг качества образования в школе. [Текст] / С. Е. Шишов, В. А. Кальней. – М.: Педагогическое общество России, 1999. – 320 с.
184. **Эверстова, В. Н.** Актуальные аспекты подготовки учителей математики в условиях непрерывного профессионального образования [Текст] / В. Н. Эверстова, А. В. Иванова, А. П. Бугаева // – Современные наукоемкие технологии. – № 12-5. – 2015. – С. 951-954.
185. **Юнусова, Д. И.** Подготовка будущих учителей математики к инновационной педагогической деятельности. [Текст] / Д. И. Юнусова // – Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Гуманитарные науки. – № 1 (21). – 2012. – С. 167–173.

186. **Яковлев, В. Я.** Внутривузовское управление качеством образования.
[Текст] / В. Я. Яковлев. – Челябинск: ЧГПУ, 2002. – 390 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Задания на уровне воспроизведения (полнота знаний)

Знания будут усвоены на уровне воспроизведения при правильном ответе на следующие задания и, следовательно, можно сделать оценку полноты знаний.

Задание 1.

Какое из определений верно?

Определение 1. Производной функции $f(x)$ в точке $x = x_0$ называется предел отношения приращения функции в этой точке к приращению аргумента, если

он существует $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

Определение 2. Производной функции $f(x)$ в точке $x = x_0$ называется предел отношения приращения аргумента в этой точке к приращению функции, если

он существует $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{f(x + \Delta x) - f(x)}$

Определение 3. Производной функции $f(x)$ в точке $x = x_0$ называется предел отношения значения функции в этой точке к приращению аргумента, если он

существует $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0)}{\Delta x}$

Определение 4. Производной функции $f(x)$ в точке $x = x_0$ называется предел отношения приращения функции в этой точке к значению аргумента, если он

существует $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{x_0}$

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4

Задание 2.

Определение. Правой производной функции $f(x)$ в точке $x = x_0$ называется

a) правое значение предела отношения $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ при условии, что это отношение

$$\text{существует. } f'_+(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

b) левое значение предела отношения $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ при условии, что это отношение

$$\text{существует. } f'_-(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

c) правое значение предела отношения $\frac{\Delta f}{x_0}$ при условии, что это отношение

$$\text{существует. } f'_+(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{\Delta f}{x_0}$$

d) правое значение предела отношения $\frac{f(x_0)}{\Delta x}$ при условии, что это отношение

$$\text{существует. } f'_+(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0)}{\Delta x}$$

Задание 3.

Определение. Левой производной функции $f(x)$ в точке $x = x_0$ называется

a) левое значение предела отношения $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ при условии, что это отношение

$$\text{существует. } f'_-(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

b) правое значение предела отношения $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ при условии, что это отношение

$$\text{существует. } f'_+(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

c) левое значение предела отношения $\frac{\Delta f}{x_0}$ при условии, что это отношение

$$\text{существует. } f'_-(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{\Delta f}{x_0}$$

d) левое значение предела отношения $\frac{f(x_0)}{\Delta x}$ при условии, что это отношение

$$\text{существует. } f'_-(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(x_0)}{\Delta x}$$

Задание 4.

Укажите правило нахождения производной суммы двух функций:

- a) $(u - v)' = u' - v'$
- b) $(u \cdot v)' = u \cdot v' + u' \cdot v$
- c) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$, если $v \neq 0$
- d) $(u + v)' = u' + v'$

Задание 5.

Укажите правило нахождения производной разности двух функций:

- a) $(u - v)' = u' - v'$
- b) $(u \cdot v)' = u \cdot v' + u' \cdot v$
- c) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$, если $v \neq 0$
- d) $(u + v)' = u' + v'$

Задание 6.

Укажите правило нахождения производной произведения двух функций:

- a) $(u - v)' = u' - v'$
- b) $(u \cdot v)' = u \cdot v' + u' \cdot v$
- c) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$, если $v \neq 0$
- d) $(u + v)' = u' + v'$

Задание 7.

Укажите правило нахождения производной частного двух функций:

- a) $(u - v)' = u' - v'$
- b) $(u \cdot v)' = u \cdot v' + u' \cdot v$

$$c) \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}, \text{ если } v \neq 0$$

$$d) (u + v)' = u' + v'$$

Задание 8.

Укажите правило нахождения производной сложной функции.

$$a) \text{ Пусть } y = f(u); u = g(x). \text{ Тогда } y' = f'(u) \cdot u'$$

$$b) f'(x) = (\ln|f(x)|)' \cdot f(x)$$

$$c) (u^v)' = vu^{v-1}u' + u^v v' \ln u$$

$$d) \text{ Пусть } y = f(x) \text{ и обратная ей функция } x = g(y). \text{ Тогда } y' = \frac{1}{g'(y)}$$

Задание 9.

Укажите правило нахождения производной обратной функции.

$$a) \text{ Пусть } y = f(u); u = g(x). \text{ Тогда } y' = f'(u) \cdot u'$$

$$b) f'(x) = (\ln|f(x)|)' \cdot f(x)$$

$$c) (u^v)' = vu^{v-1}u' + u^v v' \ln u$$

$$d) \text{ Пусть } y = f(x) \text{ и обратная ей функция } x = g(y). \text{ Тогда } y' = \frac{1}{g'(y)}$$

Задание 10.

Укажите правило нахождения производной показательно- степенной функции.

$$a) \text{ Пусть } y = f(u); u = g(x). \text{ Тогда } y' = f'(u) \cdot u'$$

$$b) f'(x) = (\ln|f(x)|)' \cdot f(x)$$

$$c) (u^v)' = vu^{v-1}u' + u^v v' \ln u$$

$$d) \text{ Пусть } y = f(x) \text{ и обратная ей функция } x = g(y). \text{ Тогда } y' = \frac{1}{g'(y)}$$

Задание 11.

Укажите правило логарифмического дифференцирования

$$a) \text{ Пусть } y = f(u); u = g(x). \text{ Тогда } y' = f'(u) \cdot u'$$

$$b) f'(x) = (\ln|f(x)|)' \cdot f(x)$$

c) $(u^v)' = vu^{v-1}u' + u^v v' \ln u$

d) Пусть $y = f(x)$ и обратная ей функция $x = g(y)$. Тогда $y' = \frac{1}{g'(y)}$

Задание 12.

Укажите формулу Тейлора

a) $f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n(x)$

b) $f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f'(x_0 + \theta \Delta x) \cdot \Delta x$

c) $f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + R_n(x)$

d) $dy = f'(x)dx$

Задание 13.

Укажите формулу Лагранжа

a) $f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n(x)$

b) $f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f'(x_0 + \theta \Delta x) \cdot \Delta x$

c) $f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + R_n(x)$

d) $dy = f'(x)dx$

Задание 14.

Укажите формулу Маклорена

a) $f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n(x)$

b) $f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f'(x_0 + \theta \Delta x) \cdot \Delta x$

c) $f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + R_n(x)$

d) $dy = f'(x)dx$

Задание 15.

Укажите теорему Ролля

- a) Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, дифференцируема на интервале (a, b) и значения функции на концах отрезка равны $f(a) = f(b)$, то

на интервале (a, b) существует точка ε , $a < \varepsilon < b$, в которой производная функция $f(x)$ равная нулю, $f'(\varepsilon) = 0$.

- б) Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и дифференцируема на интервале (a, b) , то на этом интервале найдется по крайней мере одна точка

$$\varepsilon: a < \varepsilon < b, \text{ такая, что } \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\varepsilon).$$

- с) Если функции $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны на отрезке $[a, b]$ и дифференцируемы на интервале (a, b) и $g'(x) \neq 0$ на интервале (a, b) , то существует по крайней мере одна точка ε , $a < \varepsilon < b$, такая, что

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(\varepsilon)}{g'(\varepsilon)}.$$

- д) Если функции $f(x)$ и $g(x)$ дифференцируемы вблизи точки a , непрерывны в точке a , $g'(x)$ отлична от нуля вблизи a и $f(a) = g(a) = 0$, то предел отношения функций при $x \rightarrow a$ равен пределу отношения их производных, если этот предел (конечный или бесконечный) существует.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Задание 16.

Укажите теорему Лагранжа

- а) Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, дифференцируема на интервале (a, b) и значения функции на концах отрезка равны $f(a) = f(b)$, то на интервале (a, b) существует точка ε , $a < \varepsilon < b$, в которой производная функция $f(x)$ равная нулю, $f'(\varepsilon) = 0$.

- б) Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и дифференцируема на интервале (a, b) , то на этом интервале найдется по крайней мере одна точка

$$\varepsilon: a < \varepsilon < b, \text{ такая, что } \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\varepsilon).$$

- с) Если функции $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны на отрезке $[a, b]$ и дифференцируемы на интервале (a, b) и $g'(x) \neq 0$ на интервале (a, b) , то существует по крайней мере одна точка ε , $a < \varepsilon < b$, такая, что

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(\varepsilon)}{g'(\varepsilon)}.$$

- д) Если функции $f(x)$ и $g(x)$ дифференцируемы вблизи точки a , непрерывны в точке a , $g'(x)$ отлична от нуля вблизи a и $f(a) = g(a) = 0$, то предел отношения функций при $x \rightarrow a$ равен пределу отношения их производных, если этот предел (конечный или бесконечный) существует. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

Задание 17.

Укажите теорему Коши

- а) Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, дифференцируема на интервале (a, b) и значения функции на концах отрезка равны $f(a) = f(b)$, то на интервале (a, b) существует точка ε , $a < \varepsilon < b$, в которой производная функция $f(x)$ равная нулю, $f'(\varepsilon) = 0$.
- б) Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и дифференцируема на интервале (a, b) , то на этом интервале найдется по крайней мере одна точка ε : $a < \varepsilon < b$, такая, что $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\varepsilon)$.
- в) Если функции $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны на отрезке $[a, b]$ и дифференцируемы на интервале (a, b) и $g'(x) \neq 0$ на интервале (a, b) , то существует по крайней мере одна точка ε , $a < \varepsilon < b$, такая, что $\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(\varepsilon)}{g'(\varepsilon)}$.
- д) Если функции $f(x)$ и $g(x)$ дифференцируемы вблизи точки a , непрерывны в точке a , $g'(x)$ отлична от нуля вблизи a и $f(a) = g(a) = 0$, то предел отношения функций при $x \rightarrow a$ равен пределу отношения их производных, если этот предел (конечный или бесконечный) существует. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

Задание 18.

Укажите теорему (правило) Лопиталья

- а) Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, дифференцируема на интервале (a, b) и значения функции на концах отрезка равны $f(a) = f(b)$, то на интервале (a, b) существует точка ε , $a < \varepsilon < b$, в которой производная функция $f(x)$ равная нулю, $f'(\varepsilon) = 0$.

- b) Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и дифференцируема на интервале (a, b) , то на этом интервале найдется по крайней мере одна точка $\varepsilon: a < \varepsilon < b$, такая, что $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\varepsilon)$.
- c) Если функции $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны на отрезке $[a, b]$ и дифференцируемы на интервале (a, b) и $g'(x) \neq 0$ на интервале (a, b) , то существует по крайней мере одна точка $\varepsilon, a < \varepsilon < b$, такая, что $\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(\varepsilon)}{g'(\varepsilon)}$.
- d) Если функции $f(x)$ и $g(x)$ дифференцируемы вблизи точки a , непрерывны в точке a , $g'(x)$ отлична от нуля вблизи a и $f(a) = g(a) = 0$, то предел отношения функций при $x \rightarrow a$ равен пределу отношения их производных, если этот предел (конечный или бесконечный) существует. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

Задание 19.

При каком условии дифференцируемая функция $f(x)$ возрастает?

- a) $f'(x) \geq 0$
 b) $f'(x) \neq 0$
 c) $f'(x) \leq 0$
 d) $f'(x) = 0$

Задание 20.

При каком условии дифференцируемая функция $f(x)$ убывает?

- a) $f'(x) \geq 0$
 b) $f'(x) \neq 0$
 c) $f'(x) \leq 0$
 d) $f'(x) = 0$

Задание 21.

При каком условии точка x_0 для дифференцируемой функции $f(x)$ является возможной точкой экстремума?

- a) $f'(x_0) \geq 0$

- b) $f'(x_0) \neq 0$
- c) $f'(x_0) \leq 0$
- d) $f'(x_0) = 0$

Задание 22.

Если $f'(x_1) = 0$, то функция $f(x)$ в точке $x = x_1$ имеет максимум, если

- a) $f''(x_1) < 0$
- b) $f''(x_1) > 0$
- c) $f''(x_1) = 0$
- d) $f''(x_1) \neq 0$

$f''(x_1) < 0$ и минимум, если $f''(x_1) > 0$.

Задание 23.

Если $f'(x_1) = 0$, то функция $f(x)$ в точке $x = x_1$ имеет минимум, если

- a) $f''(x_1) < 0$
- b) $f''(x_1) > 0$
- c) $f''(x_1) = 0$
- d) $f''(x_1) \neq 0$

Задания на уровне применения знаний по образцу (действенность знаний)

Задания на проверку формирования знаний на уровне применения (деятельность по образцу) могут быть сформулированы следующим образом, что позволяет оценить знания на действенность.

Вычисление производных

Задание 24.

Найти производную функции $y = 3x^2 - 5x + 1$

- a) $3x^2$
- b) $6x$
- c) -5
- d) $6x - 5$

Задание 25.

Найти производную функции $y = x^4 - 1/3x^3 + 2,5x^2 - 0,3x + 0,1$

- a) $4x^3 - x^2 + 5x$
- b) $4x^3 - x^2 + 5x + 0,1$
- c) $4x^3 - x^2 + 5x - 0,3$
- d) $x^4 - 1/3x^3 + 2,5x^2 - 0,3x + 0,1$

Задание 26.

Найти производную функции $y = ax^2 + bx + c$

- a) $2ax$
- b) $bx + c$
- c) c
- d) $2ax + b$

Задание 27.

Найти производную функции $y = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{2}$

- a) $x + 2$
- b) $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$
- c) $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{3\sqrt[3]{2^2}}$
- d) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$

Задание 28.

Найти производную функции $y = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{3}$

- a) $2\sqrt{x} - \frac{1}{x}$
- b) $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$
- c) $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{4\sqrt[4]{3^3}}$
- d) $\sqrt[4]{3}$

Задание 29.

Найти производную функции $y = \frac{x+1}{x-1}$

a) $-\frac{2}{(x-1)^2}$

b) $-\frac{2x}{(x-1)^2}$

c) $\frac{2}{(x-1)^2}$

d) $\frac{2x}{(x-1)^2}$

Задание 30.

Найти производную функции $y = \frac{x}{x^2 + 1}$

a) $\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$

b) $\frac{1+x^2}{(x^2+1)^2}$

c) $-\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$

d) $\frac{1-x^2}{x^2+1}$

Задание 31.

Найти производную функции $y = \frac{3t^2 + 1}{t-1}$

a) $\frac{-3t^2 + 6t + 1}{(t-1)^2}$

b) $\frac{3t^2 - 6t - 1}{t-1}$

c) $\frac{3t^2 - 6t - 1}{(t-1)^2}$

d) $\frac{3t^2 - 6t}{(t-1)^2}$

Задание 32.

Найти производную функции $y = \frac{ax + b}{cx + d}$

a) $\frac{ad + bc}{(cx + d)^2}$

b) $\frac{ad}{(cx + d)^2}$

c) $\frac{bc}{(cx + d)^2}$

d) $\frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$

Задание 33.

Найти производную функции $y = \frac{1 - x^3}{1 + x^3}$

a) $\frac{6x^2}{(1 + x^3)^2}$

b) $-\frac{6x^2}{(1 + x^3)^2}$

c) $-\frac{6x}{(1 + x^3)^2}$

d) $-\frac{6x^2}{1 + x^3}$

Задание 34.

Найти производную функции $y = \sin x + \cos x$

a) $\cos x + \sin x$

b) $\cos x - \sin x$

c) $2\cos x$

d) $2\sin x$

Задание 35.

Найти производную функции $y = \frac{x}{1 - \cos x}$

a) $\frac{1 - \cos x - x \sin x}{(1 - \cos x)^2}$

b) $\frac{1 - \cos x - x \sin x}{1 - \cos x}$

c) $\frac{1 + \cos x + x \sin x}{(1 - \cos x)^2}$

d) $\frac{1 - \cos x + x \sin x}{(1 - \cos x)^2}$

Задание 36.

Найти производную функции $y = \frac{\operatorname{tg} x}{x}$

a) $\frac{x - \cos x \sin x}{x \cos x}$

b) $\frac{x + \cos x \sin x}{x^2 \cos^2 x}$

c) $\frac{x - \cos x \sin x}{x^2 \cos^2 x}$

d) $\frac{\cos x \sin x - x}{x^2 \cos^2 x}$

Задание 37.

Найти производную функции $y = x \sin x + \cos x$

a) $x \cos x$

b) $x \sin x$

c) $x \cos x - 2 \sin x$

d) $x \cos x + 2 \sin x$

Задание 38.

Найти производную функции $y = \cos^2 x$

a) $\sin 2x$

b) $-\sin 2x$

c) $-\cos 2x$

d) $\cos 2x$

Задание 39.

Найти производную функции $y=x \arcsin x$

a) $\arcsin x + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

b) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

c) $\arcsin x$

d) $\arcsin x - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

Задание 40.

Найти производную функции $y=\frac{\arcsin x}{\arccos x}$

a) $\frac{\pi}{2(\arcsin x)^2 \sqrt{1-x^2}}$

b) $\frac{x}{2(\arccos x)^2 \sqrt{1-x^2}}$

c) $\frac{\pi}{2(\arccos x)^2 \sqrt{1-x^2}}$

d) $\frac{\pi}{2(\arccos x)^2}$

Задание 41.

Найти производную функции $y=(\arcsin x)^2$

a) $-\frac{2 \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$

b) $\frac{2 \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$

c) $\frac{(\arcsin x)^2}{\sqrt{1-x^2}}$

d) $\frac{2\arccos x}{\sqrt{1-x^2}}$

Задание 42.

Найти производную функции $y=x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$

a) $\arcsin x$

b) $\arccos x$

c) $\sqrt{1-x^2}$

d) $\arcsin x + \sqrt{1-x^2}$

Задание 43.

Найти производную функции $y=\arctg x^2$

a) $\frac{2}{1+x^4}$

b) $\frac{2x}{1+x^2}$

c) $-\frac{2x}{1+x^4}$

d) $\frac{2x}{1+x^4}$

Задание 44.

Найти производную функции $y=\ln^2 x$

a) $\frac{2 \ln x}{x}$

b) $-\frac{2 \ln x}{x}$

c) $\frac{\ln x}{x}$

d) $\frac{\ln^2 x}{x}$

Задание 45.

Найти производную функции $y = \frac{1}{\ln x}$

a) $-\frac{1}{x \ln x}$

b) $\frac{1}{x \ln^2 x}$

c) $-\frac{1}{\ln^2 x}$

d) $-\frac{1}{x \ln^2 x}$

Задание 46.

Найти производную функции $y = x^n \ln x$

a) $x^{n-1} (n \ln x - 1)$

b) $x^{n-1} n \ln x$

c) $x^{n-1} (n \ln x + 1)$

d) $n x^{n-1} (\ln x + 1)$

Задание 47.

Найти производную функции $y = \ln \sin x$

a) $\operatorname{ctg} x$

b) $\operatorname{tg} x$

c) $-\operatorname{ctg} x$

d) $-\operatorname{tg} x$

Задание 48.

Найти производную функции $y = \ln \operatorname{tg} x$

a) $-\frac{2}{\sin 2x}$

b) $\frac{2}{\sin 2x}$

c) $\frac{1}{\sin 2x}$

d) $\frac{2}{\sin x \cos^2 x}$

Задание 49.

Найти производную функции $y=2^x$

- a) $2^x \ln x$
- b) $2^x \ln 2$
- c) $-2^x \ln 2$
- d) $-2^x \ln x$

Задание 50.

Найти производную функции $y=10^x$

- a) $10^x \ln 10$
- b) $10^x \ln x$
- c) $-10^x \ln 10$
- d) $-10^x \ln x$

Задание 51.

Найти производную функции $y=x e^x$

- a) $e^x (1+x)$
- b) $e^x (1-x)$
- c) $-e^x (1+x)$
- d) $e^x +1$

Задание 52.

Найти производную функции $y=x^3 \cdot 3^x$

- a) $-3 x^2 \cdot 3^x \ln 3$
- b) $3 x^2 + 3^x \ln 3$
- c) $3 x^2 \cdot 3^x \ln 3$
- d) $3^x \ln 3 - 3 x^2$

Задание 53.

Найти производную функции $y=\frac{1}{3^x}$

a) $-\frac{\ln x}{3^x}$

b) $-\frac{\ln 3}{3^{2x}}$

c) $\frac{\ln 3}{3^x}$

d) $-\frac{\ln 3}{3^x}$

Задание 54.

Найти производную от y по x (заданной параметрически)

$$x=a \cos t \quad y=b \sin t$$

a) $-\frac{b}{a} \operatorname{ctg} t$

b) $\frac{b}{a} \operatorname{ctg} t$

c) $-\frac{b}{a} \operatorname{tg} t$

d) $\frac{b}{a} \operatorname{tg} t$

Задание 55.

Найти производную от y по x (заданной параметрически)

$$x=a \cos^3 t \quad y=b \sin^3 t$$

a) $-\frac{b}{a} \operatorname{ctg} t$

b) $\frac{b}{a} \operatorname{ctg} t$

c) $-\frac{b}{a} \operatorname{tg} t$

d) $\frac{b}{a} \operatorname{tg} t$

Задание 56.

Найти производную от y по x (заданной параметрически)

$$x=1-t^2 \quad y=t-t^3$$

a) $\frac{3t^2 - 1}{2t}$

b) $\frac{3t^2 + 1}{2t}$

c) $-\frac{3t^2 - 1}{2t}$

d) $-\frac{3t^2 + 1}{2t}$

Задание 57.

Найти производную от y по x (заданной параметрически)

$$x=\ln(1+t^2) \quad y=t - \operatorname{arctg} t$$

a) $1-t/2$

b) $t/2$

c) $t/3$

d) $-t/2$

Задание 58.

Найти производную от y по x (заданной параметрически)

$$x=e^t \sin t \quad y=e^t \cos t$$

a) $\frac{1 + \operatorname{tg} t}{1 - \operatorname{tg} t}$

b) $\frac{1 - \operatorname{tg} t}{1 + \operatorname{tg} t}$

c) $\frac{1 - \operatorname{ctg} t}{1 + \operatorname{ctg} t}$

d) $\frac{1 + \operatorname{ctg} t}{1 - \operatorname{ctg} t}$

Вычисление производных высших порядков

Задание 59.

Дана функция $y=x^2-3x+2$. Найти y''

a) 2

- b) $2x$
- c) -3
- d) $-3x$

Задание 60.

Дана функция $y=1-x^2-x^4$. Найти y'''

- a) $-24x$
- b) $-24x^2$
- c) $-24x^3$
- d) $-4x$

Задание 61.

Дана функция $y=(x+10)^6$. Найти $y'''(2)$

- a) $120(x+10)^3$
- b) 622080
- c) $30(x+10)^4$
- d) 207360

Задание 62.

Дана функция $y=\cos^2x$. Найти y'''

- a) $4 \cos x$
- b) $4 \sin 2x$
- c) $4 \cos 2x$
- d) $4 \sin x$

Задание 63.

Дана функция $y=x^3 \ln x$. Найти y^{IV}

- a) $6/\ln x$
- b) $-6/x$
- c) $x/6$
- d) $6/x$

Задание 64.

Дана функция $y=xe^{x^2}$. Найти y''

- a) $2e^{x^2}(3x - 2x^3)$
- b) $-2e^{x^2}(3x + 2x^3)$
- c) $2e^{x^2}(3x + 2x^3)$
- d) $2e^{x^2}(3x^3 + 2x)$

Задание 65.

Дана функция $y = \frac{1}{1+x^3}$. Найти y''

- a) $\frac{6x(2x^3 - 1)}{(x^3 + 1)^3}$
- b) $\frac{6x(2x^3 - 1)}{(x^3 - 1)^3}$
- c) $\frac{6x(2x^3 + 1)}{(x^3 + 1)^3}$
- d) $-\frac{6x(2x^3 - 1)}{(x^3 + 1)^3}$

Задание 66.

Дана функция $y = (1+x^2) \operatorname{arctg} x$. Найти y''

- a) $\frac{2x}{1+x^2} - 2 \operatorname{arctg} x$
- b) $\frac{2x}{1+x^2}$
- c) $\frac{2x}{1+x^2} + 2 \operatorname{arctg} x$
- d) $2 \operatorname{arctg} x$

Задание 67.

Дана функция $y = \sqrt{a^2 - x^2}$. Найти y''

- a) $-\frac{a^3}{\sqrt{(a^2 - x^2)^2}}$

$$\text{b) } \frac{a^2}{\sqrt{(a^2 - x^2)^2}}$$

$$\text{c) } \frac{a^2}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}}$$

$$\text{d) } -\frac{a^2}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}}$$

Задание 68.

Дана функция $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$. Найти y''

$$\text{a) } -\frac{x}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$$

$$\text{b) } \frac{x}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$$

$$\text{c) } -\frac{x^2}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$$

$$\text{d) } \frac{x}{\sqrt{(1+x^2)^2}}$$

Исследование функции

Задание 69.

Найти интервалы возрастания функции $y = (x-2)^5(2x+1)^4$

$$\text{a) } (-\infty, -1/2) \cup (11/18, \infty)$$

$$\text{b) } (-\infty, -1/2)$$

$$\text{c) } (11/18, \infty)$$

$$\text{d) } (-1/2, 11/18)$$

Задание 70.

Найти интервалы возрастания функции $y = \sqrt[3]{(2x-a)(a-x)^2}$ ($a > 0$)

$$\text{a) } (-\infty, 2a/3)$$

$$\text{b) } (-\infty, 2a/3) \cup (a, \infty)$$

$$\text{c) } (a, \infty)$$

d) $(2a/3, a)$

Задание 71.

Найти интервалы возрастания функции $y = \frac{1 - x + x^2}{1 + x + x^2}$

a) $(-1, 1)$

b) $(1, \infty)$

c) $(-\infty, -1)$

d) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

Задание 72.

Найти интервалы возрастания функции $y = \frac{10}{4x^3 - 9x^2 + 6x}$

a) $(1/2, 1)$

b) $(1, \infty)$

c) $(-\infty, 0)$

d) $(0, 1/2)$

Задание 73.

Найти интервалы убывания функции $y = x - e^x$

a) $(-\infty, 1)$

b) $(-\infty, \infty)$

c) $(-\infty, 0)$

d) $(0, \infty)$

Задание 74.

Найти интервалы убывания функции $y = x^2 e^{-x}$

a) $(-\infty, 0) \cup (2, \infty)$

b) $(-\infty, 0)$

c) $(2, \infty)$

d) $(0, 2)$

Задание 75.

Найти интервалы убывания функции $y = \frac{x}{\ln x}$

- a) $(0, 1) \cup (1, e)$
- b) $(0, e)$
- c) $(1, e)$
- d) $(0, 1)$

Задание 76.

Найти интервалы убывания функции $y=2x^2-\ln x$

- a) $(0, 1)$
- b) $(0, 1/2)$
- c) $(0, \infty)$
- d) $(1/2, \infty)$

Задание 77.

Найти максимумы функции $y=2x^3-3x^2$

- a) $y_{\max}=0$ при $x=0$
- b) $y_{\max}=-1$ при $x=1$
- c) $y_{\max}=0$ при $x=1$
- d) $y_{\max}=-1$ при $x=0$

Задание 78.

Найти максимумы функции $y=2x^3-6x^2-18x+7$

- a) $y_{\max}=-47$ при $x=-1$
- b) $y_{\max}=-47$ при $x=3$
- c) $y_{\max}=17$ при $x=-1$
- d) $y_{\max}=17$ при $x=3$

Задание 79.

Найти максимумы функции $y=\frac{3x^2+4x+4}{x^2+x+1}$

- a) $y_{\max}=4$ при $x=-2$
- b) $y_{\max}=4$ при $x=0$
- c) $y_{\max}=8/3$ при $x=0$
- d) $y_{\max}=8/3$ при $x=-2$

Задание 80.

Найти максимумы функции $y = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 8}$

- a) $y_{\max} = \sqrt[3]{4}$ при $x=2$
- b) $y_{\max} = \sqrt[3]{4}$ при $x=0$
- c) $y_{\max} = 2$ при $x=0$
- d) $y_{\max} = 2$ при $x=2$

Задание 81.

Найти максимумы функции $y = \frac{1}{\ln(x^4 + 4x^3 + 30)}$

- a) $y_{\max} = \frac{1}{\ln 3}$ при $x=-3$
- b) $y_{\max} = -\frac{1}{\ln 3}$ при $x=3$
- c) $y_{\max} = -\frac{1}{\ln 3}$ при $x=-3$
- d) $y_{\max} = \frac{1}{\ln 3}$ при $x=3$

Задание 82.

Найти минимумы функции $y = \frac{2}{3}x^2\sqrt[3]{6x-7}$

- a) $y_{\min} = 0$ при $x=0$
- b) $y_{\min} = 0$ при $x=1$
- c) $y_{\min} = -2/3$ при $x=1$
- d) $y_{\min} = -2/3$ при $x=0$

Задание 83.

Найти минимумы функции $y = \sqrt[3]{(x^2 - a^2)^2}$

- a) $y_{\min} = 0$ при $x=+a$
- b) $y_{\min} = 0$ при $x=-a$
- c) $y_{\min} = 0$ при $x=0$
- d) $y_{\min} = 0$ при $x=\pm a$

Задание 84.

Найти минимумы функции $y=x+\frac{a^2}{x}$ ($a>0$)

- a) $y_{\min}=-2a$ при $x=-a$
- b) $y_{\min}=2a$ при $x=a$
- c) $y_{\min}=-2a$ при $x=a$
- d) $y_{\min}=2a$ при $x=-a$

Задание 85.

Найти минимумы функции $y=x\sqrt{2-x^2}$

- a) $y_{\min}=1$ при $x=1$
- b) $y_{\min}=-1$ при $x=-1$
- c) $y_{\min}=1$ при $x=-1$
- d) $y_{\min}=-1$ при $x=1$

Задание 86.

Найти минимумы функции $y=x^2e^{-x}$

- a) $y_{\min}=0$ при $x=0$
- b) $y_{\min}=4/e^2$ при $x=2$
- c) $y_{\min}=4/e^2$ при $x=0$
- d) $y_{\min}=0$ при $x=2$

Задание 87.

Найти точки перегиба и интервалы вогнутости и выпуклости графика функции

$$y=x^3-5x^2+3x-5$$

- a) Точка перегиба $(5/3, -250/27)$. Интервалы: выпуклости – $(-\infty, 5/3)$, вогнутости – $(5/3, \infty)$
- b) Точка перегиба $(5/3, -250/27)$. Интервалы: вогнутости – $(-\infty, 5/3)$, выпуклости – $(5/3, \infty)$
- c) Точка перегиба $(-250/27, 5/3)$. Интервалы: выпуклости – $(-\infty, 5/3)$, вогнутости – $(5/3, \infty)$
- d) Точка перегиба $(5/3, -250/27)$. Интервалы: выпуклости – $(-\infty, -250/27)$, вогнутости – $(-250/27, \infty)$

Задание 88.

Найти точки перегиба и интервалы вогнутости и выпуклости графика функции $y=(x+1)^4+e^x$

- a) Точек перегиба нет. График вогнутый.
- b) Точек перегиба нет. График выпуклый
- c) Точка перегиба (0, 2). Интервалы: вогнутости – $(-\infty, 0)$, выпуклости $(0, \infty)$.
- d) Точка перегиба (0, 2). Интервалы: выпуклости – $(-\infty, 0)$, вогнутости $(0, \infty)$.

Задание 89.

Найти точки перегиба и интервалы вогнутости и выпуклости графика функции $y=x^4-12x^3+48x^2-50$

- a) Точка перегиба (2, 62). Интервалы: вогнутости - $(-\infty, 2)$, выпуклости – $(2, \infty)$
- b) Точка перегиба (4, 206). Интервалы: вогнутости - $(-\infty, 4)$, выпуклости – $(4, \infty)$
- c) Точки перегиба (2, 62) и (4, 206). Интервалы: выпуклости - $(-\infty, 2)$, вогнутости – $(2, 4)$, выпуклости - $(4, \infty)$
- d) Точки перегиба (2, 62) и (4, 206). Интервалы: вогнутости - $(-\infty, 2)$, выпуклости – $(2, 4)$, вогнутости - $(4, \infty)$

Задание 90.

Найти точки перегиба и интервалы вогнутости и выпуклости графика функции $y=x+36x^2-2x^3-x^4$

- a) Точка перегиба (2, 114). Интервалы: выпуклости - $(-\infty, 2)$, вогнутости – $(2, \infty)$
- b) Точка перегиба (-3, 294). Интервалы: выпуклости - $(-\infty, -3)$, вогнутости – $(-3, \infty)$
- c) Точки перегиба (-3, 294) и (2, 114). Интервалы: выпуклости - $(-\infty, -3)$, вогнутости – $(-3, 2)$, выпуклости - $(2, \infty)$
- d) Точки перегиба (-3, 294) и (2, 114). Интервалы: вогнутости - $(-\infty, -3)$, выпуклости – $(-3, 2)$, вогнутости - $(2, \infty)$

Задание 91.

Найти точки перегиба и интервалы вогнутости и выпуклости графика функции $y=3x^5-5x^4+3x-2$

- a) Точка перегиба (1, -1). Интервалы: выпуклости - $(-\infty, 1)$, вогнутости – $(1, \infty)$
- b) Точка перегиба (1, -1). Интервалы: вогнутости - $(-\infty, 1)$, выпуклости – $(1, \infty)$
- c) Точек перегиба нет. График вогнутый
- d) Точек перегиба нет. График выпуклый

Правило Лопиталья

Задание 92.

Найти предел $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{a}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$, используя правило Лопиталья

- a) $-\frac{2}{3\sqrt[6]{a}}$
- b) $\frac{2}{3\sqrt[6]{a}}$
- c) $\frac{2}{3\sqrt[3]{a}}$
- d) $\frac{3}{2\sqrt[6]{a}}$

Задание 93.

Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x}$, используя правило Лопиталья

- a) 0
- b) 1
- c) ∞
- d) -1

Задание 94.

Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}$, используя правило Лопиталья

- a) 0

- b) 1
- c) ∞
- d) -1

Задание 95.

Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - \cos ax}{e^{bx} - \cos bx}$, используя правило Лопиталю

- a) a/b
- b) a
- c) b
- d) 0

Задание 96.

Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctg x}{x^3}$, используя правило Лопиталю

- a) $1/3$
- b) 1
- c) 0
- d) ∞

Задание 97.

Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \operatorname{tg} x}$, используя правило Лопиталю

- a) $1/2$
- b) $-1/2$
- c) 0
- d) 1

Задание 98.

Найти предел $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^m - a^m}{x^n - a^n}$, используя правило Лопиталю

- a) $\frac{m}{n} a^{m-n}$

b) $-\frac{m}{n}a^{m-n}$

c) $\frac{n}{m}a^{n-m}$

d) $\frac{m}{n}a^{n-m}$

Задание 99.

Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{c^x - d^x}$, используя правило Лопиталя

a) $-\frac{\ln \frac{c}{d}}{\ln \frac{a}{b}}$

b) $-\frac{\ln \frac{a}{b}}{\ln \frac{c}{d}}$

c) $\frac{\ln \frac{a}{b}}{\ln \frac{c}{d}}$

d) $\frac{\ln \frac{c}{d}}{\ln \frac{a}{b}}$

Задание 100.

Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$, используя правило Лопиталя

a) -2

b) 2

c) 1

d) 0

**Задания для проверки знаний на уровне творческого применения знаний
(прочность и системность)**

Для оценки знаний на уровне творческого применения можно предложить следующие тесты открытого типа, которые станут инструментом оценки прочности и системности.

Вычислительные задачи

Задание 101.

Вычислите сумму: $1+2x+3x^2+\dots+nx^{n-1}$

Указание. Используйте значение суммы $x+x^2+x^3+\dots+x^n$.

Задание 102.

Найти минимум функции $y=x^4+x^2+x+1$ с точностью до 0,001.

Задание 103.

Найти максимум функции $y=x+\ln x-x^3$ с точностью до 0,001.

Задание 104.

$f(x)=e^{0,1x(1-x)}$. Подсчитать приближенно $f(1,05)$.

Задание 105.

Вычислить приближенно $\sin 60^\circ 3'$, $\sin 60^\circ 18'$. Сопоставить полученные результаты с табличными значениями.

Задание 106.

Вычислить приближенно $\sqrt{\frac{(2,037)^2-3}{(2,037)^2+5}}$.

Применение формулы Тейлора

Задание 107.

Выяснить поведение функции $y=2x^6-x^3+3$ в точке $x=0$.

Задание 108.

$f(x)=x^{10}-3x^6+x^2+2$. Найти три первые члена разложения по формуле Тейлора при $x_0=1$. Подсчитать приближенно $f(1,03)$.

Задание 109.

Пользуясь приближенной формулой $e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$, найти $\frac{1}{\sqrt[4]{e}}$, и оценить погрешность.

Задание 110.

Найти $\cos 10^\circ$ с точностью до 0,001. Убедиться в том, что для достижения указанной точности достаточно взять соответствующую формулу Тейлора 2-го порядка.

Задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений

Задание 111.

Миноносец стоит на якоре в 9 км от ближайшей точки берега; с миноносца нужно послать гонца в лагерь, расположенный в 15 км, считая по берегу от ближайшей к миноносцу точки берега (лагерь расположен на берегу). Если гонец может делать пешком по 5 км/час, а на веслах по 4 км/час, то в каком пункте берега он должен пристать, чтобы попасть в лагерь в кратчайшее время?

Задание 112.

На странице книги печатный текст должен занимать S квадратных сантиметров. Верхнее и нижнее поля должны быть по a см, правое и левое – b см. Если принимать во внимание только экономию бумаги, то какими должны быть наиболее выгодные размеры страницы?

Задание 113.

Периметр равнобедренного треугольника равен $2p$. Каковы должны быть его стороны, чтобы объем тела, образованного вращением этого треугольника вокруг его основания, был наибольшим?

Задание 114.

Дождевая капля, начальная масса которой m_0 , падает под действием силы тяжести, равномерно испаряясь, так что убыль массы пропорциональна времени (коэффициент пропорциональности равен k). Через сколько секунд после начала падения кинетическая энергия капли будет наибольшей и какова она? (Сопротивлением воздуха пренебрегаем).

Задание 115.

Рычаг второго рода имеет точку опоры в A ; в точке B ($AB=a$) подвешен груз. Вес единицы длины рычага равен k . Какова должна быть длина рычага, чтобы груз P уравнивался наименьшей силой? (Момент уравнивающей силы должен равняться сумме моментов груза P и рычага.)

Применение производной в физике

Задание 116.

Колесо вращается так, что угол поворота пропорционален квадрату времени. Первый оборот сделан колесом за 8 сек. Найти угловую скорость ω через 32 сек после начала движения.

Задание 117.

Тело массой в 3 кг движется прямолинейно по закону $s=1+t+t^2$; s выражено в сантиметрах, t – в секундах. Определить кинетическую энергию $(\frac{mv^2}{2})$ тела через 5 сек после начала движения.

Задание 118.

Количество электричества, протекшее через проводник, начиная с момента времени $t=0$, дается формулой $Q=2t^2+3t+1$ (кулонов). Найти силу тока в конце пятой секунды.

Геометрические задачи

Задание 119.

Составить уравнения касательных к линии $y=x-\frac{1}{x}$ в точках пересечения с осью абсцисс.

Задание 120.

Показать, что линия $y=x^5+5x-12$ во всех своих точках наклонена к оси Ox под острым углом.

Ответы и ключи

- | | |
|------|------|
| 1. А | 7. С |
| 2. А | 8. А |
| 3. А | 9. D |
| 4. D | 10.С |
| 5. А | 11.В |
| 6. В | 12.А |

13.B	43.D
14.C	44.A
15.A	45.D
16.B	46.C
17.C	47.A
18.D	48.B
19.A	49.B
20.C	50.A
21.D	51.A
22.A	52.C
23.B	53.D
24.D	54.A
25.C	55.C
26.D	56.A
27.B	57.B
28.B	58.B
29.A	59.A
30.A	60.A
31.C	61.D
32.D	62.B
33.B	63.D
34.B	64.C
35.A	65.A
36.C	66.C
37.A	67.D
38.B	68.A
39.A	69.A
40.C	70.B
41.B	71.D
42.A	72.A

- 73.D
- 74.A
- 75.A
- 76.B
- 77.A
- 78.C
- 79.B
- 80.C
- 81.A
- 82.C
- 83.D
- 84.B
- 85.B
- 86.A
- 87.A
- 88.A
- 89.D
- 90.C
- 91.A
- 92.B
- 93.A
- 94.B
- 95.A
- 96.A
- 97.B
- 98.A
- 99.C
100. A
101. $\frac{1-(n+1)x^n+nx^{n+1}}{(1-x)^2}$
102. 0,785
103. 0,073
104. 0,995
105. 0,8665 и 0,8686
106. 0,355
107. Функция убывает. (0;3) – точка перегиба графика.
108. $F(x)=1-6(x-1)+(x-1)^2+\dots;$
 $f(1,03)\approx 0,82$
109. 0,78, $\delta < 0,01$
110. 0,985
111. в 3 км от лагеря
112. $2b + \sqrt{\frac{sb}{a}}$ и $2a + \sqrt{\frac{sa}{b}}$
113. Боковая сторона = $3r/4$,
основание = $3/2$.
114. $\frac{2m_0}{3k}, \frac{2}{27} \frac{m_0^2 g^2}{k^2}$
115. $\sqrt{\frac{2aP}{k}}$
116. $\omega = 13$ рад/сек
117. $181,5 \cdot 10^3$ эрг
118. 23 А
119. $y = 2x - 2$

