ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

Б. ОСМОНОВ АТЫНДАГЫ
ЖАЛАЛ-АБАД МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

Д 05.22.651 диссертациялык кеңеши

Кол жазма укугунда
УДК: 517.955.8

Чоюбеков Сапарбек Мийзамбекович

КЛАССИКАЛЫК ЭМЕС БИРИНЧИ ТҮРДӨГҮ АЙРЫМ ИНТЕГРАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН ЧЕЧИМДЕРИНИН РЕГУЛЯРИЗАЦИЯСЫ ЖАНА ЖАЛГЫЗДЫГЫ

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын
АВТОРЕФЕРАТЫ

Ош – 2023

Диссертациялык иш Ош мамлекеттик университетинин математикалык анализ кафедрасында аткарылды

Илимий жетекчи: **Асанов Авыт**, физика-математика илимдеринин доктору, профессор, КР УИАнын математика институтунун "Корректтүү эмес жана тескери маселелер теориясы" лабораториясынын башчысы, Кыргыз Республикасынын Илим боюнча Мамлекеттик сыйлыгынын лауреаты

Расмий оппоненттер: **Керимбеков Акылбек,** физика-математика илимдеринин доктору, профессор Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университетинин колдонмо математика жана информатика кафедрасынын профессору

Мамбетов Жоомарт Иманалиевич, физика-математика илимдеринин кандидаты, М. Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин информатика кафедрасынын башчысы

Жетектөөчү мекеме: Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин математкалык анализ кафедрасы. Дареги: Бишкек ш., Т. Абдымомунов к., 328.

Диссертацияны коргоо 2024-жылдын 2-февраль күнү саат 14^{30} Ош мамлекеттик университетине жана Б. Осмонов атындагы Жалал-Абад мамлекеттик университетине караштуу физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын коргоо боюнча түзүлгөн Д 05.22.651 диссертациялык кеңештин жыйынында корголот. Дареги: Кыргызстан, 723500, Ош шаары, Ленин көчөсү, 331, ауд. 203. Диссертацияны коргоонун онлайн трансляциялоо коду: https://vc.vak.kg/b/052-pvt-luj-9ih.

Диссертация менен Ош мамлекеттик университетинин (Ош шаары, Ленин көчөсү, 331) жана Б. Осмонов атындагы Жалал-Абад мамлекеттик университетинин (Жалал-Абад ш., Ленин көчөсү, 57) китепканаларынан жана Кыргыз Республикасынын Президентине караштуу Улуттук аттестациялык комиссиянын сайтынан https://vak.kg/d_05_22_651/99335/ таанышууга болот.

Автореферат 2023-жылдын 29-декабрында жөнөтүлдү.

Диссертациялык кеңештин
окумуштуу катчысы,
ф.-м.и.к., доцент Бекешов Т.О.

ЖУМУШТУН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациянын темасынын актуалдуулугу. Математиканын негизги бөлүмү болгон интегралдык теңдемелер физикада, техникада, механикада, башкаруу теориясында жана башка тармактарда кеңири таралган. Интегралдык теңдемелердин колдонулуштары менен байланышкан жаңы тармактар өнүгүүдө, алар экономикалык илимдер, биологиянын кээ бир бөлүмдөрү ж.б.

Интегралдык теңдемелер теориясы негизгинен XIX кылымдын аяктарында XX кылымдын башынан баштап Эрик Ивар Фредгольм (1900-1903), Вито Вольтерра (1908), Давид Гильберт, Эрхард Шмидт (1936) ж.б. окумуштуулар тарабынан изилденип башталган. Ошентсе да, XX кылымдын биринчи жарымына чейин изилденген математикалык түшүнүктөрдүн рамкасында, мындай маселелер берилген функциялардын кичине эле өзгөрүүсү– изделүүчү функциялардын чоң өзгөрүүсүнө алып келгендиги үчүн корректүү эмес маселелер болуп саналган.

А. Н. Тихонов (1963, 1986) корректүү эмес маселелерди изилдөө үчүн зарыл болгон, кошумча маалымат жөнүндөгү суроону койгон жана чечимдин жашашы, чечимдердин көптүгүнүн компактуулугу жөнүндөгү божомолдоолорду киргизген. Бул болсо коюлган маселенин шарттуу корректүүлүгү жөнүндөгү теореманы иштеп чыгууга мүмкүнчүлүк түзгөн. Ошондой эле ал биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелерге колдонулган регуляризациялоонун конкреттүү методун – кичинекей козголууну кийирүүнү сунуштаган.

Мындай корректүү эмес маселелер жана интегралдык теңдемелер теориясы боюнча изилдөөлөрдүн өнүгүшүнө чоң түрткү болду. Маанилүү жыйынтыктар М. М. Лаврентьев (1932), Ж. Адамар (1978), В. Я. Арсенин (1969, 1969), С. П. Шишацкий (2001), А. Л. Бухгейм (1972, 1978), А. М. Денисов (1975, 1980, 1999) ж. б эмгектеринде чагылдырылган. Кийинчерээк интегралдык теңдемелердин теориялык бөлүгү көптөгөн окумуштуулар тарабынан изилденген. Тактап айтканда, З. Б. Цалюк (1977), А. С. Апарцин (1973- 2018), В. М. Глушков, В. В. Иванов, В. М. Яненко (1983), Р. К. Ламм (2000), М. И. Иманалиев (1978- 2018), А. Асанов (1979- 2015) ж.б. эмгектеринде чагылдырылган.

Вольтерранын биринчи түрдөгү теңдемеси айрым учурларда гана так чыгарылышка ээ болгон интегралдык теңдеме. Ал эми интегралдоонун пределдери өзгөрүлмөлүү болгон классикалык эмес сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелер боюнча изилдөөлөр өтө аз санда жүргүзүлгөн жана ал эмгектерде чечимдерди тургузуу сандык ыкмаларга негизделген.

Ошондуктан классикалык эмес деп аталуучу Вольтерранын интегралдык теңдемелери үчүн чечимдеринин жалгыздыгын камсыздоочу жана регуляризациялоочу шарттарды аныктоо актуалдуу маселе болуп саналат.

Диссертациянын темасынын приоритеттүү илимий багыттар, билим берүү жана илимий мекемелер тарабынан жүргүзүлүүчү негизги илимий-изилдөө иштери менен болгон байланышы. Диссертациялык иш ОшМУнун

алдындагы фундаменталдык жана колдонмо изилдөөлөр Институтунда илимий проекттердин алкагында жана Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын математика институтунун “Топологиялык жана кинематикалык мейкиндиктердин маанилүү класстарын, дифференциалдык жана интегралдык-дифференциалдык теңдемелерди иштеп чыгуу жана экономикалык системалардын математикалык моделдерин иштеп чыгуу" деген Интеллектуалдуулук теориясы жана тескери маселеси илимий изилдөө лабораториясынын, Интегралдык теңдемелер, классикалык эмес жана тескери маселелер деген 3-бөлүмүндө аткарылды.

Изилдөөнүн максаты жана коюлган маселелер. Изилдөөнүн максаты – Вольтерранын биринчи түрдөгү классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечимин изилдөө, б.а. чечимге регуляризация операторун тургузуу, регуляризация параметрин тандоо жана чечимдин жалгыздыгын далилдөө болуп эсептелет.

Изилдөөнүн максатына жетүү үчүн төмөнкү маселелер коюлду:

1. Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечиминин жалгыздыгын камсыздоочу шарттарды аныктоо;
2. Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечимине регуляризация операторун тургузуу;
3. Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечимине регуляризация параметрин тандоо;
4. Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу эмес классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечиминин жалгыздыгын камсыздоочу шарттарды аныктоо.

Иштин илимий жаңылыгы. Диссертациялык жумушта:

– Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечиминин жалгыздыгын камсыздоочу шарт далилденген;

– Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечимине регуляризациялоо оператору тургузулган;

– Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу классикалык эмес интегралдык теңдемесин чечүү үчүн регуляризациялоо параметри тандалган;

– Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу эмес классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечимине регуляризация оператору тургузулган;

– Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу эмес классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечиминин жалгыздыгын камсыздоочу шарт далилденген.

Алынган натыйжалардын практикалык маанилүүлүгү. Диссертация теориялык мазмунда болгону менен, анын натыйжаларын Вольтерранын биринчи түрдөгү интегралдык теңдемеси сыяктуу интегралдык, интегро-дифференциалдык теңдемелерди изилдөөдө, ошондой эле физика, экология, медицина, комплекстүү башкаруу теориясынын татаал башкаруу системаларындагы аймактарынын кээ бир конкретүү прикаладдык процесстерин изилдөө үчүн колдонулушу мүмкүн. Ошондой эле биринчи түрдөгү теңдемелерге келтирилүүчү кээ бир конкретүү маселелерди чечүү үчүн колдонууга болот.

Диссертациянын коргоого алынып чыгуучу негизги жоболору:

– Вольтерранын биринчи түрдөгү классикалык эмес сызыктуу интегралдык теңдемесинин чечиминин жалгыздыгын камсыздоочу шарттардын аныкталуусу;

– Вольтерранын биринчи түрдөгү классикалык эмес сызыктуу интегралдык теңдемесинин чечимине регуляризация операторунун тургузулушу;

– Вольтерранын биринчи түрдөгү классикалык эмес сызыктуу интегралдык теңдемесин чечүү үчүн параметрлердин тандалышы;

– Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу эмес классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечимине регуляризация операторунун тургузулушу;

– Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу эмес классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечиминин жалгыздыгынын далилдениши.

Изденүүчүнүн жеке салымы. Диссертацияда чагылдырылган илимий жыйынтыктар авторго гана таандык. Ал эми маселелер илимий жетекчи тарабынан коюлган. Идеялар, иштелип чыккан методдор илимий жыйынтыктар авторго таандык [1-12]. [1], [2], [3] макалаларда илимий жыйынтыктарды талкуулоого Т.О. Бекешов катышкан.

Изилдөө натыйжаларын апробациялоо. Жумуштун жыйынтыктары эл аралык конференциялар менен семинарларда баяндалган жана талкууланган:

– Б. Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университетинде өткөрүлгөн “Академик Борубаев Алтай Асылкановичтин 60 жылдыгына” арналган илимий конференция (2010-ж., Бишкек шаары);

– Жусуп Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинде өткөрүлгөн “Академик Иманалиев Мурзабек Иманалиевичтин 80 жылдыгына” арналган илимий конференция (2011-ж., Бишкек шаары);

– К. Алымкулов атындагы “Математиканын актуалдуу маселелери жана алардын колдонулушу” регионалдык илимий семинарында талкууланган, (2020-2023-жж. Ош шаары);

– Бекмамат Осмонов атындагы Жалал-Абад мамлекеттик университетинде өткөрүлгөн “Физика-математика илимдеринин доктору, профессор Алыбаев Курманбек Сармановичтин 70 жылдыгына” арналган илимий конференция (2023-ж., Жалал-Абад шаары).

Диссертациянын жыйынтыктарын басылмаларда чагылдыруунун толуктугу. Изилдөөлөрдүн натыйжасында изденүүчү тарабынан: 12 макала РИНЦке катталган рецензиялануучу басылмаларда жарыкка чыгарылган. Алардын ичинен [4, 5, 6] макалалар Россия мамлекетинин журналдарында жарык көргөн. ISSN базаларында индексирленген РИНЦтеги импакт фактору 0,1 ден жогору болгон 6 макалалар [6-11] журналдарда жарык көргөн. Жалпы 169 баллды түздү.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү. Жумуш мазмундан, шарттуу белгилөөлөрдүн тизмесинен, киришүүдөн, 10 параграфга бөлүнгөн төрт баптан, корутундудан, колдонулган адабияттардын тизмесинен турат.

Колдонулган адабияттардын тизмесинен 96 аталышты камтыйт. Текст көлөмү 90 бет.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

Киришүүдө теманын актуалдуулугу, жумуштун жалпы мүнөздөмөсү, изилдөөнүн максаты жана маселелери, илимий жанылыгы, практикалык маанилүүлүгү, Диссертацияны коргоого алып чыгуучу негизги жоболору берилген.

Биринчи бап “АДАБИЯТТАРГА ЖАНА ДИССЕРТАЦИЯНЫН НАТЫЙЖАЛАРЫНА ОБЗОР” эки параграфтан турат. **§ 1.1.** “Адабияттарга обзор” параграфында диссертациянын темасына жакын болгон авторлордун жыйынтыктарына жана диссертациялык жумуштарына токтолдук. **§1.2.** “Диссертациянын жыйынтыктарынын обзору” параграфында диссертациянын илимий жыйынтыктарына кеңири токтолуп обзор берилди. Коюлган маселелер так айтылып, леммалар, теоремалар далилдөөсүз берилди. Корутундуда жүргүзүлгөн анализдер боюнча диссертациялык изилдөөлөр актуалдуу, оригиналдуу, жана теориялык, практикалык кызыгууну жаратары белгиленди.

Экинчи бап “ИЗИЛДӨӨНҮН МЕТОДОЛОГИЯСЫ ЖАНА МЕТОДДОРУ” эки параграфтан турат. **§ 2.1.** “Изилдөөнүн объектилери жана предметтери”. Изилдөөнүн объектилери:

1) Вольтерранын төмөнкү биринчи түрдөгү интегралдык теңдемеси каралган:

$$\int_{\alpha(t)}^{t} K(t,s)u(s)ds = f(t)\,;\; t\in[t_0,T]. \tag{1}$$

Мында, бардык $t\in C[t_0,T]$ үчүн $\alpha(t)\in C^1[t_0,T]$, $\alpha(t_0)=t_0$, $\alpha(t)\le t$, $f(t)$ функциясы $[t_0,T]$ кесиндисинде жана $K(t,s)$ функциясы $G=\{(t,s):\ t_0\le t\le T,\ \alpha(t)\le s\le t\}$ аймагында белгилүү функциялар, $f(t_0)=0$. Мында $u(t)$ – $[t_0,T]$ кесиндисинде изделүүчү функция.

2) Вольтерранын төмөнкү сызыктуу эмес интегралдык теңдемеси каралган:

$$\int_{\alpha(t)}^{t} K(t,s,u(s))ds = f(t)\,;\; t\in[t_0,T] \tag{2}$$

мында $K(t,s,u(s)) = K_0(t,s)u(s) + K_1(s,u(s))$ болгон учур каралды.

3) Вольтерранын (2) интегралдык теңдемесинде $K(t,s,u(s)) = K_0(t,s)u(s) + K_1(t,s,u(s))$ болгон учур каралды.

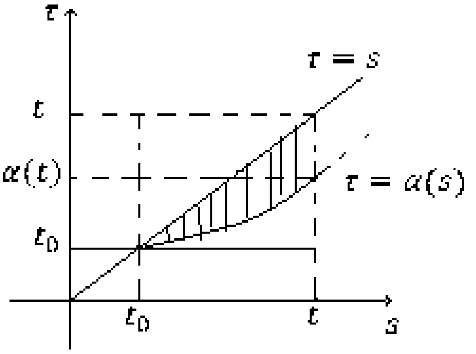
4) (1) интегралдык теңдеме берилген. Мында $\alpha(t)$, $K(t,s)$ жана $f(t)$ – берилген функциялар жана бардык $t\in[t_0,T]$ үчүн $\alpha(t)\in C^1[t_0,T]$, $\alpha(t_0)=\beta<t_0$, $f(t)\in C^1[t_0,T]$, $\alpha(t)\le t$, $K(t,s)$ жана $K_t'(t,s)$ – $G=\{(t,s):\ \alpha(t)\le s\le t\le T\}$ аймагында үзгүлтүксүз функциялар, $\alpha(t)$ – $[t_0,T]$ кесиндисинде өсүүчү функция, ал эми $u(t)$ – $[t_0,T]$ кесиндисинде изделүүчү функция.

a) $K(t,s)$ жана $K_t'(t,s)$ – $G=\{(t,s):\ \alpha(t)\le s\le t\le T\}$, аймагында үзгүлтүксүз функциялар, бардык $t\in[t_0,T]$ үчүн $K(t,t)\ne 0$.

b) $\alpha(t)$, $\alpha'(t)$, $f(t)$, $f'(t)\in[t_0,T]$, $\alpha(t_0)=\beta<t_0$, $\alpha(T)=t_0$, $\alpha(t)\le t$, бардык $t\in[t_0,T]$ үчүн, мында $\alpha(t)$ – $[t_0,T]$ кесиндисинде өсүүчү функция.

Маселе: (1) теңдеме үчүн ядро $K(t,s)$ дифференцирленүүчү эмес же диогналь боюнча айрым чекиттерде $K(t,t)=0$ болгон учурда чечимдин жалгыздыгын жана регуляризациялоону камсыз кылуучу шарттарды аныктоо.

1.1.1- лемма. (Дирихленин жалпыланган формуласы). $\alpha(t)\in C[t_0,T]$, $\alpha(t_0)=t_0$, $\alpha(t)$ – $[t_0,T]$ кесиндисинде өсүүчү функция болсун, бардык $t\in[t_0,T]$ үчүн $\alpha(t)\le t$ болсун, $F(t,s)\in C(G)$, $G=\{(t,s):\ t_0\le t\le T,\ \ \alpha(t)\le s\le t\}$, $F_1(t,s)\in C(G_1)$, $G_1=\{(t,s)\ \ t_0\le t\le T\ \ t_0\le s\le\alpha(t)\}$ болсун. Анда каалаган $t\in[t_0,T]$ үчүн



$$\int_{t_0}^{t}[\int_{\alpha(s)}^{s}F(s,\tau)d\tau]ds=\int_{t_0}^{\alpha(t)}[\int_{\tau}^{\alpha^{-1}(\tau)}F(s,\tau)ds]d\tau+\int_{\alpha(t)}^{t}[\int_{\tau}^{t}F(s,\tau)ds]d\tau,$$

$$\int_{t_0}^{t}[\int_{t_0}^{\alpha(s)}F_1(s,\tau)d\tau]ds=\int_{t_0}^{\alpha(t)}[\int_{\alpha^{-1}(\tau)}^{t}F_1(s,\tau)ds]d\tau$$

болот, мында $\alpha^{-1}(\tau)$ жана $\alpha(t)$ өз ара тескери функциялар.

Изилдөө предмети: Вольтерранын биринчи түрдөгү классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечимин изилдөө.

§ 2.2. “Изилдөөнүн методдору”. 1) М. М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоо; 2) Тескерисинен далилдөө; 3) Эселүү интегралдарды эсептөө; 4) Фредгольмдун алтернативасы деп аталуучу Фредгольмдун теоремасы. Диссертацияны изилдөө үчүн коюлган шарттар, леммалар, теоремалар берилди.

Ошондой эле экинчи бап үчүн корутунду чыгарылды.

Диссертациянын негизги жыйынтыктары 3-жана 4-баптарда келтирилген. **3-бапта** Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемесинин чечимине регуляризация тургузулган жана чечимдин жалгыздыгы далилденген. 3-бап 4 параграфтан турат.

§ 3.1 де маселенин коюлушу төмөнкүдөй берилген:

$$\int_{\alpha(t)}^{t}K(t,s)u(s)ds=f(t),\ t\in[t_0,T],\qquad (3)$$

мында бардык $t\in[t_0,T]$ үчүн $\alpha(t)\in C^1[t_0,T]$, $\alpha(t_0)=t_0$, $\alpha(t)\le t$, $K(t,s)$ $G=\{(t,s):\ t_0\le t\le T,\ \alpha(t)\le s\le t\}$ аймагында жана $f(t)$ – $[t_0,T]$ кесиндисинде белгилүү функциялар, $u(t)$ – $[t_0,T]$ кесиндисинде изделүүчү функция.

Төмөнкү шарттар аткарылсын:

1^0 $\alpha(t)\in C^1[t_0,T]$ жана дээрлик бардык $t\in[t_0,T]$ үчүн $\alpha'(t)>0$;

2^0 Бардык $s\in[t_0,T]$ үчүн $K(s,s)\ge m>0$ жана $K(t,t)\in C[t_0,T]$;

3^0 $K(t,s)$ функциясы t боюнча Липщицтин шартын канааттандырат, б.а. $\forall t,\tau\in[t_0,T]$, $(t>\tau)$ жана бардык $(t,s),(\tau,s)\in G$ үчүн $|K(t,s)-K(\tau,s)|\le L(t-\tau)$, $L>0-const$.

(3) теңдеме менен бирге

$$\varepsilon v(t,\varepsilon)+\int\limits_{\alpha(t)}^{t}K(t,s)v(s,\varepsilon)ds=f(t)+\varepsilon u(t_0);\ t\in[t_0,T],\tag{4}$$

теңдемени карайлы, мында $u(t)$ – (3) теңдеменин чечими. (4) теңдеменин чечимин төмөнкүчө издейли:

$$v(t,\varepsilon)=u(t)+\xi(t,\varepsilon).\tag{5}$$

Анда (4) теңдемеге (5) чечимди коюп жана (3) теңдемени эске алып,

$$\varepsilon\xi(t,\varepsilon)+\int\limits_{\alpha(t)}^{t}K(t,s)\xi(s,\varepsilon)ds=-\varepsilon(u(t)-u(t_0)),$$

ээ болобуз. Акыркы теңдемени өзгөртүп

$$\xi(t,\varepsilon)+\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{t_0}^{t}K(s,s)\xi(s,\varepsilon)ds=-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{\alpha(t)}^{t}[K(t,s)-K(s,s)]\xi(s,\varepsilon)ds+$$

$$+\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{t_0}^{\alpha(t)}K(s,s)\xi(s,\varepsilon)ds-(u(t)-u(t_0)),\tag{6}$$

көрүнүшүндө жазабыз.

Мындан бир нече өзгөртүп түзүүлөрдөн кийин, төмөнкү көрүнүшкө ээ болобуз:

$$\xi(t,\varepsilon)=\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{t_0}^{\alpha(t)}\{K(\tau,\tau)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{\alpha^{-1}(\tau)}^{t}K(s,s)ds}+\int\limits_{\tau}^{\alpha^{-1}(\tau)}\frac{1}{\varepsilon}K(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{s}^{t}K(\tau,\tau)d\tau}\left[K(s,\tau)-K(t,\tau)\right]ds+$$

$$+\left[e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{\alpha^{-1}(\tau)}^{t}K(\tau,\tau)d\tau}-e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{\tau}^{t}K(\tau,\tau)d\tau}\right]\left[K(t,\tau)-K(\tau,\tau)\right]\}\xi(\tau,\varepsilon)d\tau+$$

$$+\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{\alpha(t)}^{t}\{-\left[K(t,\tau)-K(\tau,\tau)\right]+\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{\tau}^{t}K(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{s}^{t}K(\tau,\tau)d\tau}\left[K(s,\tau)-K(t,\tau)\right]ds+$$

$$+\left[1-e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{\tau}^{t}K(\tau,\tau)d\tau}\right]\left[K(t,\tau)-K(\tau,\tau)\right]\}\xi(\tau,\varepsilon)d\tau-$$

$$-[u(t)-u(t_0)]e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{t_0}^{t}K(\tau,\tau)d\tau}-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{t_0}^{t}K(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{s}^{t}K(\tau,\tau)d\tau}[u(t)-u(s)]ds.\tag{7}$$

Мындан төмөнкү белгилөөлөрдү жүргүзөбүз:

$$H_0(t,\tau,\varepsilon)=\frac{1}{\varepsilon}K(\alpha^{-1}(\tau),\tau)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{\alpha^{-1}(\tau)}^{t}K(s,s)ds},\tag{8}$$

$$H_1(t,\tau,\varepsilon)=-\frac{1}{\varepsilon}e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{\tau}^{t}K(\tau,\tau)d\tau}\left[K(t,\tau)-K(\tau,\tau)\right]+\frac{1}{\varepsilon^2}\int\limits_{\tau}^{\alpha^{-1}(\tau)}K(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{s}^{t}K(\tau,\tau)d\tau}\times$$

$$\times\left[K(s,\tau)-K(t,\tau)\right]ds+\frac{1}{\varepsilon}\left[K(t,\tau)-K(\alpha^{-1}(\tau),\tau)\right]e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{\alpha^{-1}(\tau)}^{t}K(\tau,\tau)d\tau},\tag{9}$$

$$H_2(t,\tau,\varepsilon)=-\frac{1}{\varepsilon}e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{s}^{t}K(s,s)ds}\left[K(t,\tau)-K(\tau,\tau)\right]-$$

$$-\int\limits_{\tau}^{t}K(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{s}^{t}K(\tau,\tau)d\tau}\frac{1}{\varepsilon}\left[K(t,\tau)-K(s,\tau)\right]ds,\tag{10}$$

$$U(t,\varepsilon) = -[u(t) - u(t_0)]e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t} K(\tau,\tau)d\tau} - \frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t} K(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_{s}^{t} K(\tau,\tau)d\tau}[u(t) - u(s)]ds. \qquad (11)$$

Эми (8)-(11) ни эске алсак, анда (7) теңдеме

$$\xi(t,\varepsilon) = \int_{t_0}^{\alpha(t)} H_0(t,\tau,\varepsilon)\xi(\tau,\varepsilon)d\tau + \int_{t_0}^{\alpha(t)} H_1(t,\tau,\varepsilon)\xi(\tau,\varepsilon)d\tau +$$

$$+\int_{\alpha(t)}^{t} H_2(t,\tau,\varepsilon)\xi(\tau,\varepsilon)d\tau + U(t,\varepsilon);\ t \in [t_0,T], \qquad (12)$$

көрүнүшүндө жазылат.

Мындан төмөнкүдөй леммалар жана теоремалар далилденди:

3.1.1-лемма. 1^0-2^0 шарттары орун алсын жана $H_0(t,\tau,\varepsilon)$ функциясы (8) формула менен аныкталсын дейли, анда төмөнкү баалоо орун алат:

$$\int_{t_0}^{\alpha(t)} |H_0(t,\tau,\varepsilon)|d\tau \le \gamma_0,\ t \in [t_0,T]. \qquad (13)$$

3.1.2-лемма. 1^0-3^0 шарттары орун алсын жана $H_1(t,\tau,\varepsilon)$, $H_2(t,\tau,\varepsilon)$ функциялары тиешелүү түрдө (9) жана (10) формулалары менен аныкталсын дейли. Анда төмөнкү баалоолор туура болот:

1) $|H_1(t,\tau,\varepsilon)| \le \frac{L}{m}(2e^{-1}+1), (t,\tau) \in G_1 = \{(t,\tau):\ t_0 \le t \le T,\ \ t_0 \le \tau \le \alpha(t)\};$ (14)

2) $|H_2(t,\tau,\varepsilon)| \le \frac{L}{m},\ (t,\tau) \in G = \{(t,\tau):\ t_0 \le t \le T,\ \ \alpha(t) \le \tau \le t\}.$ (15)

3.1.3-лемма. 2^0 шарт орун алсын жана $U(t,\varepsilon)$ (11) формула менен аныкталсын дейли. Анда:

1) Эгерде $u(t) \in C[t_0,T]$ болсо, анда

$$\|U(t,\varepsilon)\|_C = \sup_{t\in[t_0,T]} |U(t,\varepsilon)| \le 2\|u(t)\|_C e^{-\frac{m}{1-\beta}} + \omega_u(\varepsilon^\beta);\ 0<\beta<1, \qquad (16)$$

мында $\omega_u(\varepsilon^\beta) = \sup_{|t-s|\le\varepsilon^\beta} |u(t)-u(s)|$;

2) Эгерде $u(t) \in C^\gamma[t_0,T]$, $0<\gamma\le 1$ болсо, анда

$$\|U(t,\varepsilon)\|_C \le C_0 C_\gamma \varepsilon^\gamma \gamma, \qquad (17)$$

мында $C_\gamma = \sup_{t,s\in[t_0,T]} \frac{|u(t)-u(s)|}{|t-s|^\gamma}$, $C_0 = \int_0^\infty e^{-m\tau}\tau^{\gamma-1}d\tau$.

3.1.1-теорема. 1^0-3^0 шарттары жана $\gamma_0 b_0 < 1$ шарты орун алсын, мында

$$\gamma_0 = \sup_{\upsilon\in[t_0,T]} \frac{|K(\upsilon,\alpha(\upsilon))|\alpha'(\upsilon)}{K(\upsilon,\upsilon)},\ b_0 = \exp[\frac{L}{m}(2e^{-1}+1)(T-t_0)].$$

анда: 1) эгерде (3) теңдеме $u(t) \in C[t_0,T]$ чечимине ээ болсо, анда (4) теңдеменин $v(t,\varepsilon)$ чечими $\varepsilon \to 0$ умтулганда $C[t_0,T]$ мейкиндигиндеги нормасы боюнча $u(t)$ чечимине умтулат. Бул учурда төмөнкү баалоо туура болот:

$$\|v(t,\varepsilon)-u(t)\|_C \le \frac{b_0}{1-\gamma_0 b_0}\left[2\|u(t)\|_C e^{-\frac{m}{\varepsilon^{1-\beta}}}+\omega_u(\varepsilon^\beta)\right], \tag{18}$$

мында $\omega_u(\varepsilon^\beta)=\sup\limits_{|t-s|\le\delta}|u(t)-u(s)|$;

2) эгерде (3) теңдеме $u(t)\in C^\gamma[t_0,T]$, $0<\gamma<1$, чечимине ээ болсо, анда (4) теңдеменин $v(t,\varepsilon)$ чечими $\varepsilon\to 0$ умтулганда $C[t_0,T]$ мейкиндигиндеги нормасы боюнча $u(t)$ чечимине умтулат. Бул учурда төмөнкү баалоо туура болот:

$$\|v(t,\varepsilon)-u(t)\|_C \le \frac{b_0}{1-\gamma_0 b_0}C_0 C_\gamma \varepsilon^\gamma \gamma, \tag{19}$$

мында $C_\gamma=\sup\limits_{t,s\in[t_0,T]}\frac{|u(t)-u(s)|}{|t-s|^\gamma}$, $C_0=\int\limits_0^\infty e^{-m\tau}\tau^{\gamma-1}d\tau$.

3.1.2-теорема. 1^0-3^0 шарттары жана $\gamma_0 b_0<1$ шарты орун алсын, мында γ_0 жана b_0 3.1.1-теоремада аныкталган. Анда (3) теңдеменин чечими $C[t_0,T]$ мейкиндигинде жалгыз гана.

3.1.3-теорема. Эгерде 1^0-3^0 шарттар орун алса жана дээрлик бардык $t\in[t_0,t_1]$ үчүн, $K(t,t)>0$ боло тургандай $t_1\in(t_0,T]$ жашаса, анда (3) теңдеменин чечими $C_\varphi^\gamma[t_0,T]$, $(0<\gamma<1)$, $\varphi(t)=\int\limits_{t_0}^t K(s,s)ds$ мейкинигинде жалгыз гана болот.

§ 3.2 де интегралдын чектери өзгөрүлмө болгон Вольтерранын биринчи түрдөгү интегралдык теңдемесинин регуляризациялоо параметри тандалды. Мында маселенин шарты § 3.1 сыяктуу эле коюлду. Дагы $[t_0,t]$ кесиндисинде $f(t)$ функциясына жакындаштырылып берилген $f_\delta(t)$ функциясы кошо берилди.

Бул маселени чечүү регуляризациялоо параметри жакындаштырылып берилген $f_\delta(t)$ функциясынын жардамында аныкталды.

(3) менен кошо төмөнкү теңдемелер каралды:

$$\varepsilon v(t,\varepsilon)+\int\limits_{\alpha(t)}^t K(t,s)v(s,\varepsilon)ds = f(t)+\varepsilon u(t_0);\ t\in[t_0,T], \tag{20}$$

$$\varepsilon v_\delta(t,\varepsilon)+\int\limits_{\alpha(t)}^t K(t,s)v_\delta(s,\varepsilon)ds = f_\delta(t)+\varepsilon u_\delta(t_0);\ t\in[t_0,T], \tag{21}$$

мында $0<\varepsilon<1-$ кандайдыр кичинекей параметр,

$$\|f(t)-f_\delta(t)\|_C=\sup_{t\in[t_0,T]}|f(t)-f_\delta(t)|<\delta,\ |u(t_0)-u_\delta(t_0)|<\alpha_0\delta, \tag{22}$$

$\alpha_0>0$ жана $0<\delta<1$ кичинекей параметр.

Жогорку § 3.1 сыяктуу эле шарттардын аткарылышы талап кылынды.

Андан кийин, жогоруда айтылган 3.1.1-лемма жана 3.1.2-лемманы колдондук жана төмөнкүдөй лемма далилденди:

3.2.3-лемма. Эгерде 2^0 шарт орун алса, $U_\delta(t,\varepsilon)$

$$U_\delta(t,\varepsilon)=\frac{1}{\varepsilon}[f(t)-f_\delta(t)]+[u(t_0)-u_\delta(t_0)]-$$
$$-\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}K(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K(\tau,\tau)d\tau}\{\frac{1}{\varepsilon}[f(s)-f_\delta(s)]+[u(t_0)-u_\delta(t_0)]\}ds; \qquad (23)$$

формула менен аныкталса жана $f(t), f_\delta(t)\in C[t_0,T]$ болсо, анда $[t_0,T]$ кесиндисинде төмөнкү баалоо

$$\|U_\delta(t,\varepsilon)\|_C\le 2(\frac{\delta}{\varepsilon}+\alpha_0\delta); \qquad (24)$$

туура болот. Мында $\|f(t)-f_\delta(t)\|_C=\sup\limits_{t\in[t_0,T]}|f(t)-f_\delta(t)|\le\delta$, $|u(t_0)-u_\delta(t_0)|\le\alpha_0\delta$; $0<\alpha_0$ жана $0<\delta<1$ кичинекей параметр.

3.2.1-теорема. 1^0-3^0 шарттары орун алсын жана $\gamma_0 b_0<1$ шарт орун алсын дейли, мында

$$\gamma_0=\sup_{\upsilon\in[t_0,T]}\frac{|K(\upsilon,\alpha(\upsilon))||\alpha'(\upsilon)|}{K(\upsilon,\upsilon)},\quad b_0=\exp[\frac{L}{m}(2e^{-1}+1)(T-t_0)].$$

Ошондой эле (22) шарты аткарылсын, $v(t,\varepsilon)$ функциясы (20) теңдеменин чыгарылышы болсун, ал эми $v_\delta(t,\varepsilon)$ функциясы (21) интегралдык теңдеменин чыгарылышы болсун дейли. Анда

$$\|v(t,\varepsilon)-v_\delta(t,\varepsilon)\|_C\le\frac{2b_0}{1-\gamma_0 b_0}[\frac{\delta}{\varepsilon}+\alpha_0\delta]$$

баалоосу туура болот.

3.2.2-теорема. 3.2.1-теореманын шарттары орун алсын. Анда:

1) эгерде (3) теңдеме $u(t)\in C[t_0,T]$ чечимине ээ болсо, анда (21) интегралдык теңдемесинин $v_\delta(t,\varepsilon)$ чыгарылышы $\varepsilon=\sqrt{\delta}\to 0$ умтулганда $C[t_0,T]$ нормасы боюнча $u(t)$ чечимине умтулат жана

$$\|v_\delta(t,\sqrt{\delta})-u(t)\|_C\le\frac{b_0}{1-b_0\gamma_0}[2\|u(t)\|_C e^{-\frac{m}{\delta^{(1-\beta)/2}}}+w_u(\delta^{\beta/2})+2(\sqrt{\delta}+\alpha_0\delta), \qquad (25)$$

баалоо туура болот.

Мында $w_u(\delta)=\sup\limits_{|t-s|\le\delta}|u(t)-u(s)|$;

2) эгерде (3) интегралдык теңдеме $u(t)\in C^\gamma[t_0,T]$, $0\le\gamma\le 1$ чечимине ээ болсо, анда (21) интегралдык теңдеменин $v_\delta(t,\sqrt{\delta})$ чыгарылышы $\delta\to 0$ умтулганда $C[t_0,T]$ нормасы боюнча $u(t)$ чечимине умтулат жана

$$\|v_\delta(t,\sqrt{\delta})-u(t)\|_C\le\frac{b_0}{1-b_0\gamma_0}[C_0C_\gamma\gamma\delta^{\frac{\gamma}{2}}+2(\sqrt{\delta}+\alpha_0\delta), \qquad (26)$$

баалоо туура болот. Мында C_0, C_γ сандары 3.1.1-теоремада аныкталган.

§ 3.3. Вольтерранын биринчи түрдөгү классикалык эмес сызыктуу интегралдык теңдемесинин чыгарылышы жөнүндө айтылды. Мында маселе төмөнкүдөй коюлду.

(3) интегралдык теңдеме берилди. Мында $\alpha(t)$, $K(t,s)$ жана $f(t)$ берилген функциялар, $\alpha(t)\in C^1[t_0,T]$, $\alpha(t_0)=\beta<t_0$, $f(t)\in C^1[t_0,T]$, $\alpha(t)\le t$ бардык $t\in[t_0,T]$ үчүн, $K(t,s)$ жана $K_t'(t,s)$ – $G=\{(t,s)\colon\ \alpha(t)\le s\le t\le T\}$ аймагында үзгүлтүксүз функциялар, $\alpha(t)$ – $[t_0,T]$ кесиндисинде өсүүчү функция, ал эми $u(t)$– $[t_0,T]$ кесиндисинде изделүүчү функция.

Маселени чечүү үчүн, төмөнкү шарттар орун алышын талап кылдык:

a) $K(t,s)$ жана $K_t'(t,s)$ – $G=\{(t,s)\colon\ \alpha(t)\le s\le t\le T\}$, аймагында үзгүлтүксүз функциялар, бардык $t\in[t_0,T]$ үчүн $K(t,t)\ne 0$.

b) $\alpha(t)\le t$, бардык $t\in[t_0,T]$ үчүн, $\alpha(t)$, $\alpha'(t)$, $f(t)$, $f'(t)\in[t_0,T]$, $\alpha(t_0)=\beta<t_0$, $\alpha(T)=t_0$, мында $\alpha(t)$ – $[t_0,T]$ кесиндисинде өсүүчү функция.

$$u(t)=\varphi(t),\ t\in[\beta,t_0] \tag{27}$$

болсун дейли, мында $\varphi(t)$ – $[\beta,t_0]$ кесиндисинде белгилүү үзгүлтүксүз функция.

Анда (3) интегралдык теңдемени дифференцирлеп,

$$K(t,t)u(t)-K(t,\alpha(t))u(\alpha(t))\alpha'(t)+\int_{\alpha(t)}^{t}K_t'(t,s)u(s)ds=f'(t),\ t\in[t_0,T]$$

теңдемесине ээ болобуз. Мындан төмөнкүнү алабыз:

$$u(t)=\frac{K(t,\alpha(t))}{K(t,t)}u(\alpha(t))\alpha'(t)-\int_{\alpha(t)}^{t}\frac{K_t'(t,s)}{K(t,t)}u(s)ds+\frac{f'(t)}{K(t,t)},\ t\in[t_0,T], \tag{28}$$

a), b) шарттарды жана (27) функцияны эске алып, (28) интегралдык теңдемени

$$u(t)=-\int_{t_0}^{t}\frac{K_t'(t,s)}{K(t,t)}u(s)ds+P(t),\ t\in[t_0,T] \tag{29}$$

көрүнүшүндө жазабыз, мында

$$P(t)=\frac{K(t,\alpha(t))}{K(t,t)}\varphi(\alpha(t))\alpha'(t)-\int_{\alpha(t)}^{t_0}\frac{K_t'(t,s)}{K(t,t)}\varphi(s)ds+\frac{f'(t)}{K(t,t)},\ t\in[t_0,T]. \tag{30}$$

Эми $t=t_0$ эсептеп жана (27), (30) функцияларды эске алып, (3) теңдемеден жана (29) функциядан төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\int_{\alpha(t_0)}^{t_0}K(t_0,s)\varphi(s)ds=f(t_0); \tag{31}$$

$$\varphi(t_0)=\frac{K(t_0,\alpha(t_0))}{K(t_0,t_0)}\varphi(\alpha(t_0))\alpha'(t_0)-\int_{\beta}^{t_0}\frac{K_t'(t_0,s)}{K(t_0,t_0)}\varphi(s)ds+\frac{f'(t_0)}{K(t_0,t_0)}. \tag{32}$$

3.3.1-теорема. a), b), (31) жана (32) шарттары орун алсын дейли. Анда (27) шарты менен берилген (3) интегралдык теңдеме (29) көрүнүштөгү экинчи түрдөгү интегралдык теңдемеге эквиваленттүү, мында $P(t)$ (30) формула менен аныкталган.

3.3.1-натыйжа. 3.3.1-теореманын шарттары орун алсын дейли. Анда (27) шарттын канааттандырган (3) интегралдык теңдеме $C[\beta,T]$ мейкиндигинде жалгыз чечимге ээ болот.

3.3.1-мисал. Төмөнкү интегралдык теңдемени карайлы:

$$\int_{t-1}^{t}[1+(t-s)]u(s)ds = t^2+3t-\frac{5}{3};\ t\in[0;1]. \tag{33}$$

Ал теңдеме $t\in[-1;0]$ аралыгында

$$u(t)=2t,\ t\in[-1;0] \tag{34}$$

көрүнүшүндөгү функция менен берилсин. Мында $\alpha(t)=t-1$, $t_0=0$, $\beta=-1$, $T=1$, $K(t,s)=1+(t-s)$, $\alpha'(t)=1$, $f(t)=t^2+3t-\frac{5}{3}$. Дагы кошумча $t\in[-1;0]$ болгондо $u(t)=2t$. $\varphi(t)=2t$, $t\in[-1;0]$ болсун дейли. Бул учурда $(t,s)=G=\{(t,s):t-1\le s\le t\le 1\}$ үчүн $K(t,t)=1$, $K(t,\alpha(t))=2$, $K'_t(t,s)=1$, $\varphi(\alpha(t_0))=-2$, $f'(t)=2t+3$.

Берилген интегралдык теңдеменин чечими:

$$u(t)=2(t-e^{-t}+1);\ t\in[0;1] \tag{35}$$

§ 3.4 тө Вольтерранын биринчи түрдөгү баштапкы шарты менен берилген классикалык эмес сызыктуу теңдемесинин чечимин регуляризациялоо каралды. Мында маселе § 3.3 сыяктуу эле коюлду. a) жана b) шартарын талап кылдык. Маселенин чечилишине § 3.3 тү (32) шартка чейин пайдаландык. Андан кийин кезектеги интегралдык теңдемени карадык:

$$\varepsilon v(t,\varepsilon)+\int_{\alpha(t)}^{t}K(t,s)v(s,\varepsilon)ds = f(t)+\varepsilon\varphi(t_0)\,. \tag{36}$$

Ал теңдемени

$$v(t,\varepsilon)=\varphi(t),\ t\in[\beta,t_0] \tag{37}$$

шарты менен алдык. Мында $\varepsilon>0$ кандайдыр кичинекей параметр.
(36) интегралдык теңдемеге

$$v(t,\varepsilon)=u(t)+\xi(t,\varepsilon),\ t\in[\beta,T] \tag{38}$$

жардамчы функциясын берели. Мындан

$$\varepsilon u(t)+\varepsilon\xi(t,\varepsilon)+\int_{\alpha(t)}^{t}K(t,s)u(s)ds+\int_{\alpha(t)}^{t}K(t,s)\xi(s,\varepsilon)ds = f(t)+\varepsilon\varphi(t_0), \tag{39}$$

ээ болобуз.

(3) теңдемени эске алуу менен (39) дан

$$\varepsilon\xi(t,\varepsilon)+\int_{\alpha(t)}^{t}K(t,s)\xi(s,\varepsilon)ds=\varepsilon[\varphi(t_0)-u(t)] \tag{40}$$

алабыз.

(38) функцияны жана (37), (27) шарттарды эске алып,

$$\xi(t,\varepsilon)=0;\ t\in[\beta,t_0] \tag{41}$$

ээ болобуз.

(40) теңдемеден интегралды төмөнкүдөй экиге бөлүп,

$$\varepsilon\xi(t,\varepsilon)+\int_{\alpha(t)}^{t_0}K(t,s)\xi(s,\varepsilon)ds+\int_{t_0}^{t}K(t,s)\xi(s,\varepsilon)ds=\varepsilon[\varphi(t_0)-u(t)] \tag{42}$$

алабыз.

(41) негизинде

$$\int_{\alpha(t)}^{t_0} K(t,s)\xi(s,\varepsilon)ds = 0,\ t\in[\beta,T] \qquad (43)$$

ээ болобуз жана

$$\varphi(t_0)=u(t_0);$$

экенин белгилей кетели.

Анда (43) катыштын негизинде (42) теңдемеден

$$\varepsilon\xi(t,\varepsilon)+\int_{t_0}^{t} K(t,s)\xi(s,\varepsilon)ds = \varepsilon[\varphi(t_0)-u(t)] \qquad (44)$$

алабыз.

(44) теңдемени дифференцирлеп,

$$\varepsilon\xi'(t,\varepsilon)+K(t,t)\xi(t,\varepsilon)+\int_{t_0}^{t} K_t'(t,s)\xi(s,\varepsilon)ds = -\varepsilon u'(t) \qquad (45)$$

ээ болобуз.

$$\xi(t_0,\varepsilon)=0 \qquad (46)$$

баштапкы шарты.

(45) теңдеме (46) баштапкы шарты менен берилген биринчи тартиптеги интегро-дифференциалдык теңдеме болот. (45) теңдемени төмөнкүчө жазалы:

$$\xi'(t,\varepsilon)+\frac{1}{\varepsilon}K(t,t)\xi(t,\varepsilon) = -u'(t)-\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t} K_t'(t,s)\xi(s,\varepsilon)ds, \qquad (47)$$

болот. (46)-(47) Коши маселеси. Ал

$$\xi(t,\varepsilon) = -\int_{t_0}^{t} e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K(\tau,\tau)d\tau}\left(u'(s)+\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{s} K_s'(s,\tau)\xi(\tau,\varepsilon)d\tau\right)ds, \qquad (48)$$

интегралдык теңдемесине эквиваленттүү. Ошентип, төмөнкү теореманы берсек болот:

3.4.1-теорема. а), в) шарттары аткарылсын жана $u(t)\in C^1[t_0,T]$ функциясы (27) шарты канааттандырган (3) интегралдык теңдеменин чечими болсун. Анда (37) шартты канааттандырган (36) интегралдык теңдеменин чечими $\varepsilon\to 0$ умтулганда $u(t)$ чечимине умтулат, б.а.

$$\|v(t,\varepsilon)-u(t)\|_C \le M_1\varepsilon$$

баалоо туура болот. Мында

$$M_1 = \frac{|u_0|}{\alpha}e^{\frac{M_0}{\alpha}(T-t_0)},$$

$$M_0 = \sup_{(t,s)\in G}|K_t'(t,s)|,$$

$$u_0 = \|u'(t)\|_C = \sup_{t\in[t_0,T]}|u'(t)|,$$

$$\|v(t,\varepsilon)-u(t)\|_C \le M_1\varepsilon.$$

3.4.1-мисал. Төмөнкү интегралдык теңдемени карайлы:

$$\int_{t-1}^{t} e^{t-s}u(s)ds = e^t;\ t\in[0;1] \qquad (49)$$

Ал теңдеме $t\in[-1;0]$ аралыгында

$$u(t) = e^t, \tag{50}$$

көрүнүшүндөгү функция менен берилсин. Мында $\alpha(t) = t-1$, $t_0 = 0$, $\beta = -1$, $T = 1$, $K(t,s) = e^{t-s}$, $\alpha'(t) = 1$, $f(t) = e^t$. Андан сырткары $t \in [-1;0]$ болгондо $u(t) = e^t$, $\varphi(t) = e^t$ болсун. Бул учурда $(t,s) = G = \{(t,s): t-1 \le s \le t \le 1\}$ үчүн $K(t,\alpha(t)) = e$, $K_t'(t,s) = e^{t-s}$, $K(t,t) = 1$.

Чечими:

$$u(t) = e^t, \tag{51}$$

$$\lim_{\varepsilon \to 0} |\xi(t,\varepsilon)| \le \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{u_0}{\alpha} e^{M_0(T-t_0)} \varepsilon.$$

Андан кийин (49) интегралдык теңдеменин чыгарылышын регуляризация маселесине токтолдук, башкача айтканда

$$\varepsilon v(t,\varepsilon) + \int_{t-1}^{t} e^{t-s} v(s,\varepsilon) ds = e^t + \varepsilon, \; t \in [0;1], \tag{52}$$

интегралдык теңдемени

$$v(t,\varepsilon) = e^t, \; t \in [-1;0], \tag{53}$$

(53) шартында чыгардык. (52) интегралдык теңдемени (53) баштапкы шартындагы чыгарылышы (49) интегралдык теңдемени (50) баштапкы шартындагы чечимин регуляризацияларын көрсөттүк. Андан кийин

$$|\xi(t,\varepsilon)| \le \int_0^t e|\xi(\tau,\varepsilon)| d\tau + \varepsilon e, \; t \in [0;1]. \tag{54}$$

Барабарсыздыкка Гроноулла- Белмандын барабарсыздыгын колдонуп,

$$\|\xi(t,\varepsilon)\|_C \le \|v(t,\varepsilon) - u(t)\|_C = \|v(t,\varepsilon) - e^t\|_C \le e e^e \varepsilon, \tag{55}$$

баалоосун алабыз. Мындан $\varepsilon \to 0$ умтулганда акыркы катыш нөлгө умтулат.

4-бап 2 параграфтан турду. **§ 4.1** де Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу эмес интегралдык теңдемесинин чечимин карадык. Маселе төмөнкүчө коюлду:

Маселе. Төмөнкү теңдемени карайлы:

$$\int_{\alpha(t)}^{t} K(t,s,u(s)) ds = f(t); \; t \in [t_0, T] \tag{56}$$

мында $\alpha(t) \in C[t_0,t]$, $\alpha(t_0) = t_0$, $\alpha(t) \le t$, $f(t)$ функциясы $[t_0,T]$ кесиндисинде жана $K(t,s,u(s))$ функциясы $G \times R$ аймагында берилген функциялар, мында $G = \{(t,s): \; t_0 \le t \le T, \; \alpha(t) \le s \le t\}$, $u(t)$ – $[t_0,T]$ кесиндисинде изделүүчү функция.

§ 3.1 деги шарттарга төмөнкү шарт кошулду:

4^0 бардык $(\tau,u_1),(\tau,u_2) \in [t_0,T] \times R$ үчүн, $|K_1(\tau,u_2) - K_1(\tau,u_1)| \le L_1(\tau)|u_2 - u_1|$, $L_1(\tau) \in L[t_0,T]$, $\forall t \in [t_0,T]$ үчүн $K_1(t,0) \equiv 0$.

$$K(t,s,u(s)) = K_0(t,s)u(s) + K_1(s,u(s))$$

көрүнүшүндө болсун. Анда (56) теңдеме төмөнкү көрүнүштү алат:

$$\int_{\alpha(t)}^{t} K_0(t,s)u(s) ds + \int_{\alpha(t)}^{t} K_1(s,u(s)) ds = f(t), \; t \in [t_0,T]. \tag{57}$$

Ошондой эле (57) теңдеме менен бирге

$$\varepsilon v(t,\varepsilon)+\int_{\alpha(t)}^{t} K_0(t,s)v(s,\varepsilon)ds+\int_{\alpha(t)}^{t} K_1(s,v(s,\varepsilon))ds=f(t)+\varepsilon u(t_0)\,,\; t\in[t_0,T]\,, \tag{58}$$

теңдемесин карайлы, мында $0<\varepsilon<1$ кандайдыр кичине параметр.

(58) теңдеменин чечимин

$$v(t,\varepsilon)=u(t)+\xi(t,\varepsilon) \tag{59}$$

көрүнүшүндө издейли. Мында $u(t)$ (57) теңдеменин чечими, а $\xi(t,\varepsilon)$ белгисиз функция.

Мында, жогоруда далилденген леммаларды колдондук жана төмөнкү леммалар айтылып, далилденди:

4.1.4-лемма. Эгерде 1^0, 2^0, 4^0 шарттар аткарылса жана $N_0(t,\tau,u(\tau),\xi(\tau,\varepsilon),\varepsilon)$ функциясы

$$N_0(t,\tau,u(\tau),\xi(\tau,\varepsilon),\varepsilon)=\frac{1}{\varepsilon}[e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_{\alpha^{-1}(\tau)}^{t}K_0(\tau,\tau)d\tau}-e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}K_0(\tau,\tau)d\tau}][K_1(\tau,u(\tau)+\xi(\tau,\varepsilon))-K_1(\tau,u(\tau))] \tag{60}$$

формуласы менен аныкталса, анда төмөнкү баалоо туура болот:

$$\int_{t_0}^{\alpha(t)}|N_0(t,\tau,u(\tau),\xi(\tau,\varepsilon),\varepsilon)|d\tau\le\gamma_1\|\xi(\tau,\varepsilon)\|_C\,, \tag{61}$$

мында $\gamma_1=\sup\limits_{\nu\in[\alpha(t),T]}\dfrac{|L_1(\alpha(\nu))|\alpha'(\nu)}{|K_0(\nu,\nu)|}$

4.1.5-лемма. Эгерде 1^0, 2^0, 4^0 шарттар аткарылса жана $N_1(t,\tau,u(\tau),\xi(\tau,\varepsilon),\varepsilon)$ функциясы

$$N_1(t,\tau,u(\tau),\xi(\tau,\varepsilon),\varepsilon)=-\frac{1}{\varepsilon}[K_1(\tau,u(\tau)+\xi(\tau,\varepsilon))-K_1(\tau,u(\tau))]e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}K_0(\tau,\tau)d\tau} \tag{62}$$

формуласы менен аныкталса, анда төмөнкү баалоо туура болот:

$$\int_{t_0}^{\alpha(t)}|N_1(t,\tau,u(\tau),\xi(\tau,\varepsilon),\varepsilon)d\tau|\le\gamma_2\|\xi(t,\varepsilon)\|_C\,, \tag{63}$$

мында $\gamma_2=\sup\limits_{\tau\in[t_0,T]}\dfrac{|L_1(\tau)|}{|K_0(\tau,\tau)|}$.

Андан кийин төмөнкүдөй теорема далилденди:

4.1.1-теорема. Айталы, 1^0-4^0 шарттары жана $(\gamma_0+\gamma_1+\gamma_2)b_0<1$ шарты орун алсын, мында

$$\gamma_0=\sup_{\tau\in[\alpha(t),T]}\frac{|K_0(\tau,\alpha(\tau))|\alpha'(\tau)}{|K_0(\tau,\tau)|}\,,\qquad \gamma_1=\sup_{\nu\in[\alpha(t),T]}\frac{|L_0(\alpha(\nu))|\alpha'(\nu)}{|K_0(\nu,\nu)|}\,,$$

$$\gamma_2=\sup_{\tau\in[t_0,T]}\frac{|L_1(\tau)|}{|K_0(\tau,\tau)|}\,,\qquad b_0=\exp[\frac{L_0}{m}(2e^{-1}+1)(T-t_0)]\,.$$

Анда 1) эгерде (56) теңдеме $u(t)\in C[t_0,T]$ чечимге ээ болсо, анда $\varepsilon\to 0$ умтулганда (58) теңдеменин чечими $v(t,\varepsilon)$, $C[t_0,T]$ нормасы боюнча $u(t)$ чечимине жыйналат жана

$$\|v(t,\varepsilon)-u(t)\|\le\frac{b_0}{1-(\gamma_0+\gamma_1+\gamma_2)b_0}[2\|u(t)\|_C e^{-\frac{m}{\varepsilon^{1-\beta}}}+\omega_u(\varepsilon^{\beta})]\,; \tag{64}$$

баалоосу туура болот. Мында $\omega_u(\varepsilon^{\beta}) = \sup\limits_{|t-s|\le\varepsilon^{\beta}} |u(t)-u(s)|$.

2) Эгерде (56) теңдеме $u(t)\in C^{\gamma}[t_0,T]$, $(0<\gamma\le 1)$ чечимге ээ болсо, анда (58) теңдеменин чечими $v(t,\varepsilon)$, $\varepsilon\to 0$ умтулганда $C[t_0,T]$ нормасы боюнча $u(t)$ чечимине умтулат. Бул учурда

$$\|v(t,\varepsilon)-u(t)\| \le \frac{b_0}{1-(\gamma_0+\gamma_1+\gamma_2)b_0}\gamma C_0 C_{\gamma}\varepsilon^{\gamma}; \tag{65}$$

баалоосу туура болот. Мында $C_0 = \gamma\int\limits_0^{\infty} e^{-\tau}\tau^{\gamma-1}d\tau$; $C_{\gamma} = \sup\limits_{(t,s)\in[t_0,T]} \frac{|u(t)-u(s)|}{|t-s|^{\gamma}}$.

§ 4.2 де Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу эмес теңдемесинин чечимин регуляризациялоо каралды. Мында маселенин коюлушу § 4.1 сыяктуу эле алынды.

§ 3.1 деги шарттар алынды жана § 4.1 деги 4^0 шарттын ордуна төмөнкү шарт берилди.

4^0 бардык (t,τ,u_1), (s,τ,u_1), (t,τ,u_2) жана $(s,\tau,u_2)\in G\times R$ үчүн $|K_1(t,\tau,u_2)-K_1(s,\tau,u_2)-K_1(t,\tau,u_1)+K_1(s,\tau,u_1)| \le L_1|t-s||u_1-u_2|$, $L_1>0-const$. $\forall(t,u)\in[t_0,T]\times R$ үчүн $K_1(t,t,u)\equiv 0$ жана $K_1(\alpha^{-1}(t),t,u)\equiv 0$, $\forall(t,s)\in G$ үчүн $K_1(t,s,0)\equiv 0$

(56) теңдемедеги

$$K(t,s,u(s)) = K_0(t,s)u(s) + K_1(t,s,u(s))$$

көрүнушүндө болсун. Анда (56) теңдеме төмөнкү көрүнүштү алат:

$$\int\limits_{\alpha(t)}^{t} K_0(t,s)u(s)ds + \int\limits_{\alpha(t)}^{t} K_1(t,s,u(s))ds = f(t);\ t\in[t_0,T]. \tag{66}$$

(66) теңдеме менен бирге

$$\varepsilon v(t,\varepsilon) + \int\limits_{\alpha(t)}^{t} K_0(t,s)v(s,\varepsilon)ds + \int\limits_{\alpha(t)}^{t} K_1(t,s,v(s,\varepsilon))ds = f(t)+\varepsilon u(t_0);\ t\in[t_0,T] \tag{67}$$

теңдемесин карайлы, мында $0<\varepsilon<1$ кандайдыр кичине параметр.

Мында § 3.1, § 4.1. де далилденген леммалар эске алынды.

4.2.1-теорема. Айталы, 1^0-4^0 шарттар орун алсын жана $\beta_1 = \gamma_0 e^{M(T-t_0)} < 1$

болсун. Мында $\gamma_0 = \sup\limits_{\upsilon\in[t_0,T]} \frac{|K_0(\upsilon,\alpha(\upsilon))|\alpha'(\upsilon)}{K_0(\upsilon,\upsilon)}$, $M = \frac{2L_0}{m}(e^{-1}+1) + \frac{L_1}{m}(\frac{e^{-1}}{m}+3e^{-1}+2)$.

Анда:

1) Эгерде (56) теңдеме $C[t_0,T]$ мейкиндигинде $u(t)$ чечимге ээ болсо, анда $\varepsilon\to 0$ умтулганда (66) теңдеменин $v(t,\varepsilon)$ чечими $C[t_0,T]$ нормасы боюнча $u(t)$ чечимине жыйналат жана төмөнкү

$$\|v(t,\varepsilon)-u(t)\|_C \le \frac{e^{M(T-t_0)}}{1-\beta_1}[3\|u(t)\|_C e^{-\frac{1}{1-\beta}} + w_u(\varepsilon^{\beta})]; \tag{68}$$

баалоо туура болот. Мында $w_u(\varepsilon^{\beta}) = \sup\limits_{|t-s|\le\varepsilon^{\beta}} |u(t)-u(s)|$;

2) Эгерде (56) интегралдык теңдеме $C^{\gamma}[t_0,T]$, $(0<\gamma\le 1)$ мейкиндигинде $u(t)$ чечимге ээ болсо, анда $\varepsilon \to 0$ умтулганда (66) теңдеменин $v(t,\varepsilon)$ чечими $C[t_0,T]$ мейкиндигинин нормасы боюнча $u(t)$ чечимине жыйналат жана төмөнкү

$$\|v(t,\varepsilon)-u(t)\|_C \le \frac{e^{M(T-t_0)}}{1-\beta_1} C_0 C_\gamma \gamma \varepsilon^{\gamma}, \tag{69}$$

баалоосу туура болот. Мында $C_0=\int_0^{\infty} e^{-m\tau}\tau^{\gamma-1}d\tau$, $C_\gamma=\sup\limits_{t,s\in[t_0,T]}\frac{|u(t)-u(s)|}{|t-s|^{\gamma}}$.

КОРУТУНДУ

Диссертациялык жумушта Вольтерранын биринчи түрдөгү классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечиминин жалгыздыгы далилденди. Вольтерранын биринчи түрдөгү интегралдык теңдемесин чечүү үчүн параметрлер тандалды. М.М. Лаврентьев боюнча классикалык эмес биринчи түрдөгү интегралдык теңдеменин чечимине регуляризация оператору тургузулду жана жалгыздык теоремасы далилденип, төмөнкү жыйынтыктар алынды:

– Вольтерранын биринчи түрдөгү классикалык эмес сызыктуу интегралдык теңдемелеринин чечимдеринин жалгыздыгы далилденди;

– Вольтерранын биринчи түрдөгү классикалык эмес сызыктуу интегралдык теңдемелеринин чечимдерине М.М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоо оператору тургузулду;

– Вольтерранын биринчи түрдөгү классикалык эмес сызыктуу интегралдык теңдемелеринин чечимдеринин регуляризациялоо параметри тандалды;

– Вольтерранын биринчи түрдөгү классикалык эмес жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин бир классынын чечимдеринин жалгыздыгы далилденди;

– Вольтерранын биринчи түрдөгү классикалык эмес жана жалпы учурдагы сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин чечимдерине М.М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоо оператору тургузулду.

ПРАКТИКАЛЫК СУНУШТАР

Диссертациянын илимий натыйжаларын дифференциалдык теңдемелерди чыгарууда, физикада жана илимдин башка тармактарында колдонууга сунуштайбыз.

Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечиминин дифференциалдык теңдемелердин чечимдерин табууда практикада колдонулушун табат деген ойдобуз.

Бул диссертацияны лекцияларды окууда, «Математика», «Колдонмо математика жана информатика», «Физика-математикалык билим берүү» багыттары боюнча бакалаврларды жана магистрлерди, аспиранттарды, PhD докторлорду даярдоодогу атайын курстарды окутууда, андан сырткары

дифференциалдык тендемелердин сапаттык теориясы менен байланышкан математиканын, физиканын, техниканын ж.б. илимдин тармактарында, теориялык маселелерди чыгарууда колдонууга сунуштайбыз.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН ТЕМАСЫ БОЮНЧА ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. Чоюбеков, С.М. Регуляризация и единственность решения неклассического интегрального уравнения с условием Липшица [текст] / А. Асанов, Т. О. Бекешов, С. М. Чоюбеков // Специальный выпуск, Вестник КНУ. – Бишкек, 2011. – С. 108-111.

2. Чоюбеков, С.М. О решение неклассического интегрального уравнения I рода в пространстве не прерывных функции [текст] / А. Асанов, Т. О. Бекешов, С. М. Чоюбеков // Вестник ОшГУ. – №3. – Ош, 2012. – С. 48-54.

3. Чоюбеков, С.М. Об одном классе неклассического интегрального уравнения Вольтерра I рода [текст] / А. Асанов, Т. О. Бекешов, С. М. Чоюбеков // Вестник ОшГУ. – №3. – Ош, 2014. – С. 83-88

4. Чоюбеков, С.М. Регуляризация решения неклассического интегрального уравнения со условиями Липшица [текст] / С. М. Чоюбеков // Молодой ученый. – №8(112). – Казань, 2016. – С. 34-38. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25966734

5. Чоюбеков С.М. Регуляризация решения нелинейных уравнений Вольтерра I рода с условиями Липщица [текст] / А. Асанов, С. М. Чоюбеков // Точная наука. – №23. – Кемерово, 2018. – С. 6-11. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=34942755

6. Чоюбеков С.М. Решение неклассических интегральных уравнений Вольтерра I рода с вырожденным нелинейным ядром [текст] / А. Асанов, С. М. Чоюбеков // Международный научно-исследовательский журнал. – Екатеринбург, 2018. – № 4(70). – С. 134-138. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=34963121

7. Чоюбеков С.М. Выбор параметра регуляризации интегральных уравнений Вольтерра I рода с переменными пределами интеграла [текст] / А. Асанов, С. М. Чоюбеков // Известия вузов Кыргызстана. – №1. – Бишкек, 2018. – С. 6-11. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35034192

8. Чоюбеков С.М. О решении линейных неклассических интегральных уравнений Вольтерра первого рода [текст] / А. Асанов, С. М. Чоюбеков // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – №1. – Бишкек, 2020. С. 3-8. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43938641

9. Чоюбеков С.М. Решения нелинейных уравнений Вольтерра первого рода [текст]/ А. Асанов, С. М. Чоюбеков// Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – №12. – Бишкек, 2020. – С. 3-8. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=45653796

10. Чоюбеков С.М. Регуляризация решение неклассических линейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода [текст] / А. Асанов, С. М.

Чоюбеков // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – № 1. – Бишкек, 2021. – С. 3-8. **IF:0,141** https://www.elibrary.ru/item.asp?id=45672099

11. Чоюбеков С.М. Вольтерранын биринчи түрдөгү сызактуу классикалык эмес теңдемелерине чечимдердин параметрин тандоо [текст] / А. Асанов, С. М. Чоюбеков // Вестник КГУСТА. – №2 (76). – Бишкек, 2022. – С. 490-495. **IF:0,135** https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48491431

12. Чоюбеков С.М. Вольтерранын биринчи түрдөгү интегралдык теңдемесинин чыгарылышына мисалдар [текст] / С. М. Чоюбеков // Вестник ОшГУ, серия: Математика, физика, техника. – Ош, 2022. – №1. – С. 167-176. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48614398

Чоюбеков Сапарбек Мийзамбековичтин “Классикалык эмес биринчи түрдөгү айрым интегралдык теңдемелердин чечимдеринин регуляризациясы жана жалгыздыгы” деген темадагы 01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн диссертациянын

РЕЗЮМЕСИ

Негизги сөздөр: интегралдык теңдемелер, регуляризациялоо, үзгүлтүксүз функция, жакындаштырылган чечимдер, мейкиндик, Липщицтин шарты, Дирихленин жалпыланган формуласы, Граноулла- Белмандын барабарсыздыгы, эселик интегралдар.

Изилдөө объектиси: Вольтерранын биринчи түрдөгү классикалык эмес интегралдык теңдемеси.

Изилдөө предмети: Вольтерранын биринчи түрдөгү классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечимин изилдөө.

Жумуштун максаты: Вольтерранын биринчи түрдөгү классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечимин изилдөө жана чечимге регуляризациялоо операторун тургузуу, регуляризациялоо параметрин тандоо жана чечимдин жалгыздыгын далилдөө болуп эсептелет.

Изилдөөнүн методдору жана аппараттары: Тескерисинен далилдөө; М. М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоо; эселүү интегралдарды эсептөө; Фредгольмдун алтернативасы деп аталуучу Фредгольмдун теоремасы.

Алынган натыйжалар жана алардын жаңылыгы: Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечиминин жалгыздыгы далилденген; Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечимине регуляризациялоо оператору тургузулган; Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу классикалык эмес интегралдык теңдемесин чечүү үчүн регуляризациялоо параметри тандалган; Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу эмес классикалык эмес интегралдык теңдемесинин чечимине

регуляризация оператору тургузулган; Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу эмес классикалык эмес интегралдык теңдеменин чечиминин жалгыздыгы далилденген.

Колдонуу даражасы же колдонуу боюнча сунуштар: Жумуш теориялык мазмунда болгону менен анын натыйжаларын интегро-дифференциалдык теңдемелерди изилдөөдө жана айрым прикладдык маселелерди изилдөө үчүн колдонууга сунуш кылынат.

Колдонуу жааты: Бул сыяктуу маселелер дифференциалдык теңдемелердин сапаттык теориясы менен байланышкан математиканын, физиканын, техниканын ж.б. илимдин кээ бир тармактарында, теориялык маселелерди чыгарууда кездешет.

РЕЗЮМЕ

Диссертации Чоюбекова Сапарбека Мийзамбековича на тему: “Регуляризация и единственность решений некоторых не классических некоторых интегральных уравнений первого рода” на соискание ученой степени кандидата физико–математических наук по специальности 01.01.02-дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: Интегральные уравнения, регуляризация, непрерывная функция, приближенные решения, пространство, условие Липшица, обобщенная формула Дирихле, неравенство Граноуллы - Бельмана, кратные интегралы.

Объект исследования: Неклассическое интегральное уравнение Вольтерра первого рода.

Предмет исследования: Исследование решения неклассического интегрального уравнения Вольтерра первого рода.

Цель работы: Исследование решения неклассического интегрального уравнения Вольтерра первого рода а именно построена оператора регуляризации выбор параметра регуляризации и доказательство единственности решения.

Методы исследования и аппаратура: Обратное доказательство; регуляризация по М. М. Лаврентьеву; вычисление кратных интегралов; теорема Фредгольма, известная как альтернатива Фредгольма.

Полученные результаты и их новизна: Доказано единственность решения неклассического интегрального уравнения Вольтерра первого рода. Построен алгоритм выбора для регуляризации линейного интегрального уравнения Вольтерра первого рода. Построен оператор регуляризации нелинейного неклассического интегрального уравнения Вольтерра первого рода. Выбран параметр регуляризации.

Степень использование или рекомендации по использованию: Хотя работа является теоретической, ее результаты могут быть использованы при изучении интегро-дифференциальных уравнений и для изучения прикладных задач физики, экологии, медицины и т.д.

Область применения: Подобные задачи встречаются в математике, физике, технике и некоторых других областях науки при постановке теоретических задач связаных с качественной теорией уравнений.

SUMMARY

Dissertation of Saparbek Miyzambekovich Choyubekov on “Regularization and uniqueness of solutions of some non-classical integral equations of the first kind” for the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences on specialty 01.01.02-differential equations, dynamic systems and optimal control

Keywords: integral equations, regularization, continuous function, approximate solutions, space, Lipschitz condition, generalized Dirichlet formula, Grönwall–Bellman inequality, multiple integrals.

The object of the study: Non-classical integral Volterra equation of the first kind.

Subject of research: An investigation of the solution of the non-classical integral Volterra equation of the first kind.

The purpose of the work: The investigation of the solution of the non-classical Volterra integral equation of the first kind and the establishment of the regularization operator for the solution, the choice of the regularization parameter, and the proof of the uniqueness of the solution.

Research methods and apparatus: Inverse Proof; regularization according to M.M.Lavrentiev; calculation of multiple integrals; Fredholm Theorem, also known as Fredholm Alternative

The results obtained and their novelty: The uniqueness of the solution of Volterra's linear non-classical integral equation of the first kind is proved; A regularization operator is constructed for the solution of Volterra's linear non-classical integral equation of the first kind; The regularization parameter is chosen to solve Volterra's linear non-classical integral equation of the first kind; A regularization operator is constructed for the solution of Volterra's nonlinear classical integral equation of the first kind; The uniqueness of the solution of Volterra's nonlinear classical integral equation of the first kind is proved;

Degree of use or recommendations for use: Although the work is in theoretical content, its results can be used in the study of integral differential equations and for the study of applied processes of physics, ecology, medicine.

Scope: Such problems are encountered in some fields of science, solving theoretical problems related to the qualitative theory of differential equations in mathematics, physics, engineering, etc.