ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

Б. ОСМОНОВ АТЫНДАГЫ ЖАЛАЛ-АБАД МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

Д 05. 22. 651 диссертациялык кеңеши

Кол жазма укугунда
УДК 517.968

МУСТАФАЕВА НАГИМА ТАИРОВНА

БИРИНЧИ ТҮРДӨГҮ ВОЛЬТЕРРАНЫН ИНТЕГРАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРИН ЧЫГАРУУ ҮЧҮН РЕГУЛЯРИЗАЦИЯЛЫК-САНДЫК ЫКМАЛАР

01.01.02-дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдуу башкаруу

физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын

АВТОРЕФЕРАТЫ

Ош-2023

Диссертациялык иш Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин маалымат технологиялары жана программалоо кафедрасында аткарылган

Илимий жетекчи: **Каракеев Таалайбек Тултемирович,** физика-математика илимдеринин доктору, профессор**,** Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин Маалымат технологиялары жана программалоо кафедрасынын профессору

Расмий оппоненттер: **Сопуев Адахимжан,** физика-математика илимдеринин доктору, Ош мамлекеттик университетинин Информациялык системалар жана программалоо кафедрасынын профессору

Халилов Атахан Ташполотович, физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун интегро-дифференциалдык теңдемелер теориясы лабораториясынын улук илимий кызматкери

Жетектөөчү мекеме: Аль-Фараби атындагы Казак улуттук университетинин математикалык жана компьютердик моделдөө кафедрасы. Дареги: Аль-Фараби 050040 Казахстан, Алматы, пр. Аль-Фараби, 71.

Диссертацияны коргоо 2024-жылдын «15» мартында, саат 14.30 да Ош мамлекеттик университетине жана Б.Осмонов атындагы Жалал-Абад мамлекеттик университетине караштуу техника илимдеринин доктору (кандидаты) жана физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын коргоо боюнча түзүлгөн Д 05.22.651 диссертациялык кеңешинин жыйынында өтөт.

Дареги: Кыргызстан, 723500, Ош шаары, Ленин көчөсү, 331, ауд. 203.
Диссертациянын коргоосунун онлайн трансляциялоонун шилтемеси: https://vc.vak.kg/b/052-pvt-luj-9ih

Диссертация менен Ош мамлекеттик университетинин, Б. Осмонов атындагы Жалал-Абад мамлекеттик университетинин китепканаларынан жана www.oshsu.kg сайтынан таанышууга болот. Кыргыз Республикасынын Президентине караштуу Улуттук аттестациялык комиссиянын сайтынан https://vak.kg/wp-admin/post.php?post=108174&action=edit таанышууга болот.

Автореферат 2024-жылдын 12-февралында жөнөтүлдү.

Диссертациялык кеңештин
окумуштуу катчысы,
ф.-м.и.к., доцент Бекешов Т.О.

ИЗИЛДӨӨНҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Теманын актуалдуулугу. Математикалык биологиянын, серпилгүү теориясынын, жылуулуктар физикасынын жоон топ класстагы маселелеринин математикалык моделин жеке туундулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери жана локалдуу эмес четтик маселелер түзүшөт. Өзгөчө кызыгууну биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелерине келтирилүүчү тескери жана локалдуу эмес четтик маселелердин класстары жаратат.

Биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелер теориясы, аларды сандык чыгаруу маселеси жылмакай болгон, же ар кандай өзгөчөлүккөө ээ болгон $K(x,t)$ ядросунун диагоналдын бир да чекитинде нолго айланбаган учурлары, же болбосо ядро диагоналда теңдеш нолго барабар болуп, ал эми x боюнча туундусу диагоналдын бир да чекитинде нолго айланбаган учурлары үчүн толук изилденген. Бул шарттар бузулганда мындай теңдемелерди изилдөөдө регулярдоо ыкмалары эффективдүү боло алышат.

Корректүү эмес маселелерди регулярдоо теориясынын өнүгүшү А.Н. Тихонов (1963, 1986), В.К. Иванов (1983), М.М. Лаврентьев (1932) тарабынан башталып, В.А. Морозов (1982), В.П. Танана (1978, 1982), А.Г. Ягола (1983, 1990), А.В. Бакушинский (1968) жана башкалардын эмгектеринде уланган. Биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелерин регулярдоо теориясына М.М. Лаврентьев (1932), М.И. Иманалиев (1978- 2018), В.О. Сергеев (1971), А.М. Денисов (1975, 1980, 1999),(1972, 1978), А.Л. Бухгейм (1972, 1978), А. Асанов (1979- 2015), Я. Янно (1987), Т.Д. Омуров (1998, 2003, 2006), Н.А. Магницкий (1979) жана башка математиктер зор салым кошкон.

В.О. Сергеев (1971) эмгектеринде биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемесин $K(x,t)$ ядросу $n-1$ -чи тартиптеги x боюнча туундулары менен кошо диагоналдын чекиттеринде нолго теңдеш барабар болуп, ал эми x боюнча n-чи туундусу диагоналда бирге барабар болгон учуру үчүн регулярдоо ыкмасын иштеп чыккан. А.М. Денисов (1994) регулярдоо ыкмасы менен биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемесинин бош функциясы болжолдуу берилген учурун изилдеген. Н.А. Магницкий (1975) биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемесинин ядросу диагоналда берилген интервалдын акыркы чекитинде чектүү тартипте нолго айланган учурун караган. Я. Янно (1987) мурастык чөйрөдөгү тескери маселеден келип чыккан биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемеси үчүн вольтердик касиетин сактаган регулярдоо ыкмасын сунуштаган. А.Асанов (1979- 2015) $K(x,t)$ ядросу t боюнча суммалануучу жана диагонал чекиттеринде чектүү, санактуу жолу нолго айланган биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемесин изилдеген. Мында үзгүлтүксүз функциалар жана суммалануучу функциялар мейкиндигинде регулярдоо оператору түзүлгөн. Интервалда нолго барабар эмес бош функциялуу биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемесин М.И. Иманалиев (1978-2010) жана Т.Д. Омуров (1999) изилдешкен.

Биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелерин сандык чыгаруу жолдору А.С. Апарцин (1976), М.В.Булатов (2002), Тен Мен Ян (1975-1992), H.Brunner (1977-1996), P. Linz (1969-1971) жана башкалардын эмгектеринде каралган.

Ошону менен катар диагоналдын чекиттеринде нолго айлануучу үзгүлтүксүз ядролуу биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелерин үзгүлтүксүз функциялар мейкиндигинде регулярдоо жана сандык чыгаруу маселелери али изилденген эмес. Мындай теңдемелердин көп сандаган колдонмо мүнөзгө ээ болгондугу диссетацияда изилденип жаткан маселенин актуалдуулугун айгинелеп турат.

Изилдөөнүн максаты жана маселелери. Биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелерин жана алардын системаларын регулярдаштыруу, чыгарылышынын жалгыздыгын камсыздаган шарттарды изилдөө, сандык чыгаруу ыкмаларын иштеп чыгуу жана негиздөө**.**

Изилдөөнүн ыкмалары. Колдонулган негизги ыкмалар – регулярдаштыруу ыкмалары, удаалаш жакындоо ыкмаласы, квадратуралык формулалар ыкмасы, математикалык жана функционалдык анализдин элементтери.

Илимий иштин жаңылыгы.

- биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелерин регулярдаштыруу ыкмасы түзүлүп, негизделген жана чыгарылыштын жалгыздыгын камсыдаган шарттар аныкталган;
- биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелеринин системасын регулярдаштыруу ыкмасы негизделген;
- биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелеринин сандык чыгаруу ыкмасы иштелип чыккан жана негизделген;
- эки көз карандысыз өзгөрүлмөлүү биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелерин регулярдоо оператору түзүлгөн, регулярдалган чыгарылыштын так чыгарылышка бир калыпта жыйналуусу далилденген.

Теориялык жана практикалык баалуулугу. Диссертациялык иш теориялык мүнөзгө ээ жана жыйынтыктары жеке туундулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн локалдуу эмес четтик маселелерди**,** тескери маселеледи изилдөөдө, гидрофизикада, механикада жана серпилүү теориясында келип чыккан биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык тендемелеринин сандык чыгарууда колдонсо болот.

Изилдөөчүнүн жеке салымы. Биргелешип жарыялаган эмгектерде маселелердин коюлушу илимий жетекчиге, ал эми негизги теоремалардын далилдөөсү жана илимий жыйынтыктар авторго тиешелүү.

Изилдөөнүн жыйынтыктарынын апробациясы. Диссертациянын негизги жыйынтыктары төмөндөгү илимий конференцияларда баяндалган жана талкууланган:

– «Естественные и математические науки в современном мире», XLIV-чү эл аралык илимий-практикалык конференция, Новосибирск, 2016;

– «European Restarch» III-чү эл аралык илимий-практикалык конференция, Пенза, 2016;

– «World and science: problems And innovations», IV-чү эл аралык илимий-практикалык конференция, Пенза, 2016;

– International scientific-practical conference «Integration of the scientific community to the global challenges of our time», Sharm el-Sheikh, Arab Republic of Egypt, 2017;

– II-чи Борубаевдик окуу, Бишкек, 2018.

Диссертациянын темасы боюнча басылмалар. Диссертациялык иштин негизги жыйынтыктары 11 илимий макалада жарыяланган [1]-[11], алардын ичинен Кыргыз Республикасынын журналдарында – 5 макала, чет элдик журналдарда – 6 макала. Биргелешип жарыялаган маклаларда маселеленин коюлушу илимий жетекчиге, баалолор жана негизги илимий жыйынтыктар авторго тиешелүү.

Диссертациянын структкрасы жана көлөмү. Диссертация математикалык жазылыштардын кыскача шарттуу белгилөөлөрүнүн тизмесинен, киршүүдөн, беш главадан, корутундулардан турат. Колдонулуучу булактардын тизмесиндеги булактардын саны 76. Диссертациянын жалпы көлөмү 135 бетти түзөт.

Диссертация темасынын илимий жайлардын илим-изилдөө иштери менен байланышы. Диссертациялык изилдөө Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин “маалыматтык технологиялар жана программалоо” кафедрасында бекитилген «Интегралдык теңдемелерди болжолдуу чыгаруу ыкмалары» темасынын алкагында жүргүзүлгөн.

ИШТИН КЫСКАЧА МАЗМУНУ

Биринчи главада диссертациянын темасы боюнча кыскача обзор баяндалат жана изилдөө учурунда биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелерине келтирилүүчү жеке туундулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн локалдуу эмес четтик маселелердин, тескери маселеледин коюлушу каралган.

Экинчи главада изилдөөлөрдүн обьектиси жана предмети, диссетацияда колдонулуучу негизги изилдөө методдору келтирилген.

Үчүнчү главада белгилүү функциялары жылмакай болгон жана ядросу диагоналда кесиндинин башкы чекитинде нолго айлануучу биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелерин регулярдоо маселери, чыгарылышынын жалгыздыгын камсыздаган шарттар изилденет. Алынган жыйынтыктар эки көз карандысыз өзгөрүлмөлүү биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелерине жайылтылат.

§3.1де сызыктуу биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелери

$$\int_0^x K(x,t)u(t)dt = g(x), \qquad (1)$$

изилденет. Мында $g(x)$ жана $K(x,t)$ белгилүү функциялары төмөнкү шарттарды канааттандырат:

I) $K(x,t) \in C^{1,0}(D), D = \{(x,t)/0 \le t \le x \le b\},\ g(x) \in C^1\,[0,b]$;

II) $k(x) = K(x,x)|_{x=0} = 0,\ 0 < k(x)\ \forall x \in (0,b],\ k(x) -$ кемибөөчү функция, $g^{(i)}(0) = 0, i = 0,1$;

III) $G(x) \ge d_1 > 0,\ G(x) = L(x,x) + C_1 g(x),\ L(x,t) = C_2 K(x,t) + K_x(x,t),$ $0 < C_1, C_2, d_1 = const.$

I – теңдеш операторунун, D –x боюнча дифференцирлөө операторунун жана $(Tv)(x) = \int_0^x u(t)v(t)dt$ – интегралдык операторунун негизинде $C_2 I + D + C_1 T$ оператору менен (1) теңдемесине амал аткарып, үчүнчү түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемесине ээ болобуз

$$k(x)u(x) + \int_0^x G(t)u(t)dt = -\int_0^x [L(x,t) - L(t,t)]u(t)dt +$$
$$+C_1 \int_0^x u(t)dt \int_t^x K(s,t)u(s)ds + f(x), \qquad (2)$$

$f(x) = C_2 g(x) + g'(x).$

(2) теңдемеси үчүн регулярдоо теңдемесин төмөнкү түрдө түзөбүз

$$\big(\varepsilon + k(x)\big)u_\varepsilon(x) + \int_0^x G(t)\,u_\varepsilon(t)dt = -\int_0^x [L(x,t) - L(t,t)]\,u_\varepsilon(t)dt\ +$$
$$+C_1 \int_0^x u_\varepsilon(t)dt \int_t^x K(s,t)\,u_\varepsilon(s)ds + \varepsilon u(0) + f(x), \qquad (3)$$

мында ε кичи параметр, (0,1)интервалында жатат.

$\left(-\frac{G(t)}{\varepsilon + k(x)}\right)$ ядросунун резольвентасын колдонуп, (3) теңдемесин төмөнкү түргө келтиребиз

$$u_\varepsilon(x) = -\frac{1}{\varepsilon + k(x)} \int_0^x exp\left(-\int_t^x \frac{G(s)}{\varepsilon + k(s)}ds\right) \frac{G(t)}{\varepsilon + k(t)} \times$$
$$\times \Bigg\{ \int_0^x [L(x,s) - L(s,s)]u_\varepsilon(s)ds - \int_0^t [L(t,s) - L(s,s)]u_\varepsilon(s)ds + f(t) -$$
$$f(x) + C_1 \int_0^t u_\varepsilon(s)ds \int_s^t K(\nu,s)\,u_\varepsilon(\nu)d\nu - C_1 \int_0^x u_\varepsilon(s)ds \int_s^x K(\nu,s)\,u_\varepsilon(\nu)d\nu \Bigg\} dt$$

$$+\frac{1}{\varepsilon+k(x)}exp\left(-\int_0^x \frac{G(s)}{\varepsilon+k(s)}ds\right)\left\{-\int_0^x [L(x,t)-L(t,t)]\,u_\varepsilon(t)dt+\right.$$

$$\left.+C_1\int_0^x u_\varepsilon(t)dt\int_t^x K(s,t)\,u_\varepsilon(s)ds+\varepsilon u(0)+f(x)\right\}. \tag{4}$$

Төмөнкү теоремалар далилденген.

Теорема 1. *I*) - *III*) шарттары аткарылсын, $q_1<1$ жана (1) теңдемеси чыгарылышка ээ болсун: $u(x)\in C[0,b]$. Анда, $\varepsilon\to 0$ умтулганда (4) теңдемесинин чыгарылышы (1) теңдемесинин чыгарылышына бир калыпта жыйналат жна төмөнкү барабарсыздык орун алат

$$\|u_\varepsilon(x)-u(x)\|_{C[0,b]}\le(1-q_1)^{-1}\left(4(d_1e)^{-1}\varepsilon^{1-\beta}\|u(x)\|_{C[0,b]}+\omega_u\left(\varepsilon^\beta\right)\right),$$

где $\omega_u\left(\varepsilon^\beta\right)=\sup\limits_{|x-t|\le\varepsilon^\beta}|u(x)-u(t)|,\quad 0<\beta<1,$

$q_1=b[L_2+C_2L_1+2C_1Mr](2+e^{-1}){d_1}^{-1},\quad M=\max\limits_D|K(x,t)|,\ |u(x)|\le r,$ $L_1=\max\limits_D|K_x(x,t)|,\ 0<L_2-\ x$ аргументи боюнча $K_x(x,t)$ функциясынын Липшица коэффициенти.

Теорема 2. *I*) - *III*) шарттары аткарылсын, $q_1<1$ жана (1) теңдемеси чыгарылышка ээ болсун: $u(x)\in C^\gamma[0,b],\quad 0<\gamma\le 1$. Анда, $\varepsilon\to 0$ умтулганда (4) теңдемесинин чыгарылышы (1) теңдемесинин чыгарылышына бир калыпта жыйналат жана төмөнкү барабарсыздык орун алат

$$\|u_\varepsilon(x)-u(x)\|_{C[0,b]}\le(1-q_1)^{-1}M_0\varepsilon^\gamma,$$

где $M_0=d_1^{-\gamma}M_1\left(d_2\max\limits_{x\in[0,b]}|G(x)|+d_3\right), d_2=\int_0^\infty\tau^\gamma e^{-\tau}d\tau, d_3=\sup\limits_{\tau\ge0}(\tau^\gamma e^{-\tau}).$

Натыйжа 1. Теорема 1дин шарттарында (1) теңдемесинин чыгарылышы $\Omega(u_0,\ r_0)$ шарында жалгыз болот.

Натыйжа 2. Теорема 2нин шарттарында (1) теңдемесинин чыгарылышы $\Omega^\gamma(u_0,\ r_0), 0<\gamma\le 1$ шарында жалгыз болот.

Мында $\Omega(u_0,\ r_0)=\{\,u(x)\in C[0,b]:|u(x)-u_0|\le r_0,\ 0<u_0,\ r_0=const\}$,
$\Omega^\gamma(u_0,\ r_0)=\{u(x)\in\Omega[0,b]:|u(x)-u(t)|\le M_0|x-t|^\gamma, 0<\gamma\le 1\}$.

Эскертүү 1. Эгерде $G_1(x)=K(x,x)+C_2K_x(x,t)\ge d_1$ болса, анда натыйжа 1 жана натыйжа 2нин ырастоолору, тийиштүү түрдө, жалпы $C[0,b]$ жана $C^\gamma[0,b],\ 0<\gamma\le 1$ мейкиндиктеринде орун алат.

§ 3.2 де сызыктуу эмес биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелери

$$\int_0^x N_0\big(x,t,u(t)\big)dt\ =g(x) \tag{5}$$

каралат. Мында $N_0\big(x,t,u(t)\big)=K(x,t)u(t)+\ N\big(x,t,u(t)\big)$. Белгилүү $K(x,t)$, $g(x)$ функциялары *I*)-*III*) шарттарын канааттандырат, ал эми $N\big(x,t,u(t)\big)$ функциясы үчүн төмөнкү шарттар аткарылат:

IV) $N(x,t,u)\in C^{1,0,1}\ (D\times R^1)$, $M_0(x,t,u)\in C^{0,0,1}\ (D\times R^1)$, $M_0\big(x,t,u(t)\big)=$ $=\mathrm{C}_2N\big(x,t,u(t)\big)+N_x\big(x,t,u(t)\big)$, бардык $0<L_N=const, x>t$, $(x,s),(t,s)\in D$, $(x,s,u),(x,s,w),(t,s,w),(t,s,u)\in D\times R^1$ үчүн төмөнкү барабарсыздык орун алат

$$|M_0(x,s,u)-M_0(x,s,w)-M_0(t,s,w)+M_0(t,s,u)|\le L_N(x-t)|u-w|.$$

C_2I+D+C_1T оператору менен (5) теңдемесине амал жүргүзүп үчүнчү түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемесине ээ болобуз

$$k(x)u(x)+\int_0^x G(t)u(t)dt=\int_0^x M\big(x,t,u(t)\big)dt+C_1$$

$$\int_0^x u(t)dt\int_t^x K(s,t)u(s)ds+C_1\int_0^x\int_t^x N\big(s,t,u(t)\big)u(s)ds\,dt+f(x),\quad (6)$$

мында $M\big(x,t,u(t)\big)=-M_0\big(x,t,u(t)\big)+\big(L(t,t)-L(x,t)\big)u(t)$, $f(x)=C_2g(x)+g'(x)$. (6) теңдемесин регулярдоо төмөнкү түрдө түзөбүз

$$\big(\varepsilon+\mathrm{k}(x)\big)u_\varepsilon(x)+\int_0^x G(t)\,u_\varepsilon(t)dt=\int_0^x M\big(x,t,u_\varepsilon(t)\big)dt+C_1\int_0^x u_\varepsilon(t)dt$$

$$\times\int_t^x K(s,t)\,u_\varepsilon(s)ds+C_1\int_0^x\int_t^x N\big(s,t,u_\varepsilon(t)\big)u_\varepsilon(s)ds\,dt+\varepsilon u(0)+f(x),\quad (7)$$

ε кичи параметр, (0,1) интервалында жатат.

Бул параграфта (7) теңдемесинин чыгарылышы $\varepsilon\to 0$ умтулганда (6) теңдемесинин чыгарылышына бир калыпта жыйналуусу далилденген жана регулярдалган чыгарылыштын так чыгарылыштан четтөөсүн баалаган барабарсыздык алынган.

$q=q_1+q_2$, $q_2=\big[b(L_N+C_1M_N)+\big(K_N+bC_1(M_N+rK_N)\big)(1+e^{-1})\big]d_1^{-1}$, $M_N=\max\limits_{D\times R^1}\big|N\big(x,t,u_\varepsilon(t)\big)\big|$, $K_N=\max\limits_{D\times R^1}\big|M_{0u}\big(x,t,u_\varepsilon(t)\big)\big|$, , q_1 – чоңдугу § 2.1да аныкталган (теорема 1ди кара), белгилөөлөрүн кабыл алып төмөнкү теоремалар далилденген.

Теорема 3. *I*)-*IV*), $q<1$ шарттары орун алып, (5) теңдемеси $u(x)\in C[0,b]$ чыгарылышына ээ болсун. Анда $\varepsilon\to 0$ умтулганда (7) теңдемесинин чыгарылышы (6) теңдемесинин чыгарылышына бир калыпта жыйналат жана төмөнкү барабарсыздык орун алат

$$\|u_\varepsilon(x)-u(x)\|_{\mathrm{C}[0,b]}\le(1-q)^{-1}\Big(4(d_1e)^{-1}\varepsilon^{1-\beta}\|u(x)\|_{\mathrm{C}[0,b]}+\omega_u\big(\varepsilon^\beta\big)\Big),$$

$$\omega_u\big(\varepsilon^\beta\big)=\sup_{|x-t|\le\varepsilon^\beta}|u(x)-u(t)|,\qquad 0<\beta<1.$$

Натыйжа 3. Теорема 3түн шарттарында (5) теңдемесинин чыгарылышы $\Omega(u_0,\ r_0)$ шарында жалгыз болот.

Теорема 4. Эгерде *I*)-*IV*), $q < 1$ шарттары орун алып, (5) теңдемеси чыгарылышка $u(x) \in \mathrm{C}^{\gamma}[0, b]$, $0 < \gamma \leq 1$, ээ болсо, анда $\varepsilon \to 0$ умтулганда (7) теңдемесинин чыгарылышы (6) теңдемесинин чыгарылышына бир калыпта жыйналат жана

$$\|u_\varepsilon(x) - u(x)\|_{\mathrm{C}[0,b]} \leq (1-q)^{-1} M_2 \varepsilon^{\gamma}, 0 < M_2 = const.$$

Натыйжа 4. Теорема 4түн шарттарында (5) теңдемесинин чыгарылышы $\Omega^{\gamma}(u_0, r_0)$, $0 < \gamma \leq 1$ шарында жалгыз болот.

Эскертүү 2. Эгерде $G_1(x) \geq d_1 > 0$ $M_0(x, x, u) = 0$, $M_0(x, t, 0) = 0$, шарттары орун алса, $G_1(x) = K(x, x) + C_2 K_x(x, t)$, $0 < C_2, d_1 = const$, анда (5) жана (7) теңдемелери үчүн $C_1 = 0$ учурунда теорема 3, 4 аткарылат, ал эми натыйжа 3,4 бардык $\mathrm{C}[0, b]$ жана $\mathrm{C}^{\gamma}[0, b]$, $0 < \gamma \leq 1$ мейкиндигинде орун алат.

§ 3.3дө жогоруда келтирилген жыйынтыктар эки көз карандысыз өзгөрүлмөлүү биринчи түрдөгү Вольтерранын сызыктуу интегралдык теңдемелерине жайылтылат.

$$\int_0^x K(x, z, s) u(s, z) ds + \int_0^x \int_0^z Q_0(x, z, s, \tau) u(s, \tau) d\tau ds = g(x, z), \quad (8)$$

теңдемесинде белгилүү $K(x, z, s)$, $Q_0(x, z, s, \tau)$, $g(x, z)$ функциялары төмөнкү шарттарды канааттандырат:

V) $K(x, z, s) \in C^{1,0,0}(D_0)$, $D_0 = \{(x, z, s)/0 \leq s \leq x \leq b, 0 \leq z \leq a\}$,
$g(x, z) \in C^{1,0}(D), D = [0, b] \times [0, a], g^{(i)}(0, z) = 0, i = 0.1,$ $k(0, z) = 0$,
$k(x, z) = K(x, z, x) -$ x боюнча D областында кемибөөчү функция;
$Q_0(x, z, s, \tau) \in C^{1,0,0,0}(D_1), D_1 = \{(x, z, s, \tau)/ \ 0 \leq s \leq x \leq b, 0 \leq \tau \leq z \leq a\}$;
$G(x, z) \geq d_1$, $G(x, z) = L(x, z, x) + C_1 g(x, z)$, $0 < C_1, C_2, d_1 = const$,
$L(x, z, s) = C_2 K(x, z, s) + K_x(x, z, s)$.

Жогорудагыдай эле $C_2 I + D + C_1 T$ оператору менен (8) теңдемесине амал жүргүзүп үчүнчү түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемесине ээ болобуз

$$k(x, z) u(x, z) + \int_0^x G(s, z) u(s, z) ds = \int_0^x [L(s, z, s) - L(x, z, s)] u(s, z) ds +$$
$$+ \int_0^x \int_0^z Q(x, z, s, \tau)\, u(s, \tau) d\tau ds + C_1 \int_0^x u(s, z) ds \int_s^x K(\nu, z, s) u(\nu, z) d\nu +$$
$$+ C_1 \int_0^x \int_0^z u(s, \tau) d\tau ds \int_s^x Q_0(\nu, z, s, \tau) u(\nu, z) d\nu + f(x, z), \quad (9)$$

$Q(x, z, s, \tau) = -C_2 Q_0(x, z, s, \tau) - Q_{0x}(x, z, s, \tau)$, $f(x, z) = C_2 g(x, z) + g_x(x, z)$.
Кичи $\varepsilon \in (0,1)$ параметрлүү

$$(\varepsilon + \mathrm{k}(x, z)) u_\varepsilon(x, z) + \int_0^x G(s, z)\, u_\varepsilon(s, z) ds = \int_0^x [L(s, z, s) - L(x, z, s)]$$

$$\times u_\varepsilon(s,z)ds + \int_0^x \int_0^z Q(x,z,s,\tau)u_\varepsilon(s,\tau)d\tau ds + C_1 \int_0^x u_\varepsilon(s,z)ds \times$$
$$\times \int_s^x K(\nu,z,s)\, u_\varepsilon(\nu,z)d\nu + C_1 \int_0^x \int_0^z u_\varepsilon(s,\tau)d\tau ds$$
$$\times \int_s^x Q_0(\nu,z,s,\tau)u_\varepsilon(\nu,z)d\nu + \varepsilon u(0,z) + f(x,z). \qquad (10)$$

теңдемеси үчүн төмөнкү теоремалар далилденди.

Теорема 5. V) шарты аткарылып, $q < 1$ жана (8) теңдемеси чыгарылышка $u(x,z) \in C(D)$ ээ болсун дейли. Анда, (10) теңдемесинин чыгарылышы $\varepsilon \to 0$ умтулганда (8) теңдемесинин чыгарылышына бир калыпта жыйналат жана төмөнкү барабарсыздык орун алат

$$\|u_\varepsilon(x,z) - u(x,z)\|_{C(D)} \le \left(4(d_1 e)^{-1}\varepsilon^{1-\beta}\|u(x,z)\|_{C(D)} + \omega_u\left(\varepsilon^\beta\right)\right)/(1-q).$$

мында $q = q_1 + b(q_2 + q_3 a), q_3 = \left(L_Q + 2M_{Q1}r(1+e^{-1})\right)d_1^{-1}$.

$q_1 = 2C_1 rb\left(aM_Q + M_K\right)d_1^{-1} + aM_{Q1}(1+e^{-1})d_1^{-1}$, $M_Q = \max_{D_1}|Q(x,z,s,\tau)|$,

$q_2 = \left((L_1 + C_2 L_2)(2+e^{-1}) + 2C_1 r M_K(1+e^{-1})\right)d_1^{-1}$, $M_K = \max_{D}|K(x,z,s)|$

$0 < L_2 = Lip(K(x,z,s)|x)$, $\quad 0 < L_1 = Lip(K_x(x,z,s)|x)$,

$0 < L_Q = Lip(Q(x,z,s,\tau)|x)$, $M_{Q1} = \max_{D_1}|Q_0(x,z,s,\tau)|$.

Теорема 6. V) шарты аткарылып, $q < 1$ жана (8) теңдемеси чыгарылышка $u(x,z) \in C^\gamma(D)$, $0 < \gamma \le 1$ ээ болсун дейли. Анда, (10) теңдемесинин чыгарылышы $\varepsilon \to 0$ умтулганда (8) теңдемесинин чыгарылышына бир калыпта жыйналат жана

$$\|u_\varepsilon(x,z) - u(x,z)\|_{C(D)} \le (1-q)^{-1}C_3\varepsilon^\gamma, \qquad 0 < C_3 = const.$$

Натыйжа 5. Теоремы 3түн шарттарында (8) теңдемесинин чыгарылышы $\Omega(u_0, r_0)$ шарында жалгыз болот.

Натыйжа 6. Теоремы 4түн шарттарында (8) теңдемесинин чыгарылышы $\Omega^\gamma(u_0, r_0)$, $\;0 < \gamma \le 1$ шарында жалгыз болот.

§ 3.4тө эки көз карандысыз өзгөрүлмөлүү биринчи түрдөгү сызыктуу эмес Вольтерранын интегралдык теңдемелери изилденет. Регулярдоо оператору түзүлгөн жана регулярданган чыгарылыштын так чыгарылышка бир калыпта жыйналуусу далилденген, чыгарылыштын $\Omega(D)$ жана $\Omega^\gamma(D)$, $0 < \gamma \le 1$ шарларында жалгыздыгын камсыздаган шарттар аныкталган.

$$\int_0^x K_0\big(x,z,s,u(s,z)\big)ds + \int_0^x \int_0^z N\big(x,z,s,\tau,u(s,\tau)\big)d\tau ds = g(x,z), \qquad (11)$$

мында $K_0\big(x,z,s,u(s,z)\big) = K(x,z,s)u(s,z) + K_1\big(x,z,s,u(s,z)\big)$ жана беилген $K(x,z,s), g(x,z)$ функциялары V) шартын канааттандырат, ал эми

$N\big(x,z,s,\tau,u(s,\tau)\big), K_1\big(x,z,s,u(s,z)\big)$ функциялары төмөнкү шарттарда каралат:

VI) $N(x,z,s,\tau,u)\in C^{1,0,0,0,1}(D_2), N_{\,x}(x,z,s,\tau,u)\in C^{0,0,0,0,1}(D_2), D_2=D_1\times R^1$,
$K_1(x,z,s,u)\in C^{1,0,0,1}(D_2), D_1=\{(x,z,s,\tau)/\ 0\le s\le x\le b, 0\le\tau\le z\le a\}$;
$|K_2(x,z,s,u)-K_2(x,z,s,\omega)-K_2(y,z,s,u)+K_2(y,z,s,\omega)|\le$
$\le L_{K1}(x-y)|u-\omega|,\qquad y\le x,\qquad (x,y)\in[0,b],\qquad 0<L_{\text{K1}}=const,$
$|N_1(x,z,s,\tau,u)-N_1(x,z,s,\tau,\omega)-N_1(y,z,s,\tau,u)+N_1(y,z,s,\tau,\omega)|\le$
$\le L_N(x-y)|u-\omega|,\qquad y<x,\qquad (x,y)\in[0,b],\qquad 0<L_{\text{N}}=const,$
$N_1\big(x,z,s,\tau,u(s,\tau)\big)=-C_2N\big(x,z,s,\tau,u(s,\tau)\big)-N_x\big(x,z,s,\tau,u(s,\tau)\big)$,
$K_2\big(x,z,s,u(s,z)\big)=-C_2K_1\big(x,z,s,u(s,z)\big)-K_{1x}\big(x,z,s,u(s,z)\big)$.

Оператор C_2I+D+C_1T менен амал жүргүзүп (11) теңдемесинен төмөнкү теңдемеге ээ болобуз

$$k(x,z)u(x,z)+\int_0^x G(s,z)u(s,z)ds=\int_0^x K_3\big(x,z,s,u(s,z)\big)ds+$$

$$+\int_0^x\int_0^z N_1\big(x,z,s,\tau,u(s,\tau)\big)\,d\tau ds+C_1\int_0^x u(s,z)ds\int_s^x K_0\big(\nu,z,s,u(\nu,z)\big)d\nu+$$

$$+C_1\int_0^x\int_0^z\int_s^x N\big(\nu,z,s,\tau\,,u(s,z)\big)\,u(\nu,\tau)d\nu d\tau ds+f(x,z),\qquad(12)$$

мында $K_3\big(x,z,s,u(s,z)\big)=K_2\big(x,z,s,u(s,z)\big)+[L(s,z,s)-L(x,z,s)]u(s,z)$, $f(x,z)=\ C_2g(x,z)+g_x(x,z)$.

Кичи параметрлүү $\varepsilon\in(0,1)$ төмөнкү теңдемени карайбыз.

$$\big(\varepsilon+k(x,z)\big)u_\varepsilon(x,z)+\int_0^x G(s,z)\,u_\varepsilon(s,z)ds=\int_0^x K_3\big(x,z,s,u_\varepsilon(s,z)\big)ds+$$

$$+\int_0^x\int_0^z N_1\big(x,z,s,\tau,u_\varepsilon(s,\tau)\big)d\tau ds+C_1\int_0^x u_\varepsilon(s,z)ds\int_s^x K_0\big(\nu,z,s,u_\varepsilon(\nu,z)\big)\,d\nu+$$

$$+C_1\int_0^x\int_0^z\int_s^x N\big(\nu,z,s,\tau,u_\varepsilon(s,\tau)\big)u_\varepsilon(\nu,z)d\nu d\tau ds+\varepsilon u(0,z)+f(x,z)\qquad(13)$$

$q=q_1+q_2, q_1=(L_{\text{K1}}+aL_N)bd_1^{-1}+C_1ab(M_{N1}r+M_N)(2+e^{-1})d_1^{-1}$,
$q_2=(ab(C_2M_{N1}+L_{N2})+2a(L_1+C_2L_2)+C_2M_{K1}+M_{K2})(1+e^{-1})d_1^{-1}$,

$$M_{N1}=\max_{D_2}|N_u(x,z,s,\tau,u)|,\ L_{N2}=\max_{D_2}|N_{xu}(x,z,s,\tau,u)|,$$

$$M_{K1}=\max_{D_1}|K_{1u}(x,z,s,u)|, M_{K2}=\max_{D_1}|K_{1xu}(x,z,s,u)|$$

белгилөөлөрүн кабыл алып, төмөнкү теоремалар далилденген.

Теорема 7. *V*)- *VI*), $q<1$ шарттары орун алып, (11) теңдемеси чыгарылышка $u(x,z)\in C(D)$ ээ болсун. Анда $\varepsilon\to 0$ умтулганда (13) теңдемесинин чыгарылышы (12) теңдемесинин чыгарылышына бир калыпта жыйналат жана

$$\|u_\varepsilon(x,z)-u(x,z)\|_{C(D)} \le \Big(4(d_1e)^{-1}\varepsilon^{1-\beta}\|u(x,z)\|_{C[0,b]}+\omega_u(\varepsilon^\beta)\Big)/(1-q).$$

Натыйжа 7. Теоремы 7нин шарттарында (11) теңдемесинин чыгарылышы $\Omega(u_0,\ r_0)$ шарында жалгыз болот.

Теорема 8. *V*)- *VI*), $q<1$ шарттары орун алып, (11) теңдемеси чыгарылышка $u(x,z)\in C^\gamma(D)$, $0<\gamma\le 1$ ээ болсун. Анда $\varepsilon\to 0$ умтулганда (13) теңдемесинин чыгарылышы (12) теңдемесинин чыгарылышына бир калыпта жыйналат жана

$$\|u_\varepsilon(x,z)-u(x,z)\|_{C(D)} \le C_2\varepsilon^\gamma/(1-q).$$

Натыйжа 8. Теоремы 7нинн шарттарында (11) теңдемесинин чыгарылышы в $\Omega^\gamma(u_0,\ r_0)$, $0<\gamma\le 1$ шарында жалгыз болот.

Төртүнчү главада биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелериин системалары изилденген. Алынган жыйынтыктар эки көз карандысыз өзгөрүлмөлүү биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелеринин системаларына жайылтылган.

§ 4.1де сызыктуу биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелеринин системасы каралат.

$$\int_0^x K(x,t)u(t)dt = g(x). \tag{14}$$

Белгисиз вектор–функция $u(x)\in C_n[0,b]$, ал эми белгилүү вектор–функция $g(x)$ жана $n\times n-$матрицалык функция $K(x,t)$ төмөнкү шарттарда каралат:

VII) $g(x)\in C_n^1[0,b]$, $g(x)=colon\big(g_1(x),\dots,g_n(x)\big)$, $g^{(i)}(0)=0, i=0,1$;
$K_{i,j}(x,t)\in C^{1,0}(D), D=\{(x,t)/\ 0\ \le t\le x\le b\}$, $i,j=\overline{1,n}$;
$detK(0,0)=0, \|K(x,x)\|\le c_0k(x), \|\cdot\|$ -матрицанын нормасы, $0<c_0=const$,
$[K(x,x)+K^*(x,x)]/2$ матрицасынын өздүк маанилери $k_i(x)$ $(i=\overline{1,n})$, $k(x)=\min\limits_{1\le i\le n} k_i(x)$, $K^*(x,x)$ матрицасы $K(x,x)$ матрицасына түйүндөш,
$k(0)=0, 0<k(x)\ \forall x\in(0,b]$, $k(x)$- кемибөөчү функция;
VIII) $G(x)=L(x,x)+C_1v(x)$, $L(x,t)=C_2K(x,t)+K_x(x,t)$,
$0<C_1,C_2=const$, $v(x)=diag\big(g_1(x),\dots,g_n(x)\big)$, $\|G(x)\|\le C_3\lambda(x)$,
$[G(x)+G^*(x)]/2$ матрицасынын өздүк маанилери $\lambda_i(x)$ $(i=\overline{1,n})$, $\lambda(x)=\min\limits_{1\le i\le n}\lambda_i(x)$, $G^*(x)$ матрицасы $G(x)$ матрицасына түйүндөш, $\lambda(x)\ge d_1$,
$0<d_1,C_3=const$; $[K^*(x,x)G(x)+G^*(x)K(x,x)]/2$ матрицасынын өздүк маанилери $h_i(x)$ $(i=\overline{1,n})$, $\min\limits_{1\le i\le n} h_i(x)\ge c_1k(x)\lambda(x)$, $0<c_1=const$.

I–бирдик матрица, D –*x* боюнча дифференцирлөө оператору, $(Tu)(x)=\int_0^x v(t)u(t)dt$, $v(x)=diag\big(g_1(x),\dots,g_n(x)\big)$ болсо, анда C_1T+C_2I+D оператору менен (11) системасына амал жүргүзүп үчүнчү түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелеринин системасына келебиз

$$K(x,x)u(x)+\int_0^x G(t)u(t)dt=-\int_0^x [L(x,t)-L(t,t)]u(t)dt+$$

$$+C_1\int_0^x\int_t^x (Bu)(s,t)u(t)dsdt+f(x), \quad (15)$$

где $(Bu)(s,t)=\left(K_{ij}(s,t)u_i(s)\right), \quad i,j=\overline{1,n}, \quad f(x)=C_2 g(x)+g'(x).$

Кичи параметрлүү $\varepsilon\in(0,1)$

$$\left(\varepsilon I+K(x,x)\right)u_\varepsilon(x)+\int_0^x G(t)\,u_\varepsilon(t)dt=-\int_0^x [L(x,t)-L(t,t)]\,u_\varepsilon(t)dt\;+$$

$$+C_1\int_0^x\int_t^x (Bu_\varepsilon)(s,t)u_\varepsilon(t)dsdt+\varepsilon u(0)+f(x) \quad (16)$$

системасын карайлы.

Теорема 9. *VII*), *VIII*) шарттары аткарылып, $q<1$ жана (14) системасы чыгарылышка $u(x)\in C_n[0,b]$ ээ болсун. Анда (16) системаынын чыгарылышы $\varepsilon\to 0$ умтулганда (15) системасынын чыгарылышына бир калыпта жыйналат жана

$$\|u_\varepsilon(x)-u(x)\|_{C_n[0,b]}\le(1-q)^{-1}\times$$

$$\times\left((1+C_3l^2\theta^{-1})\left[2l^2(d_1\theta)^{-1}e^{\frac{\theta}{l^2}}\varepsilon^{1-\beta}\|u(x)\|_{C_n[0,b]}+\omega_u\left(\varepsilon^\beta\right)\right]\right),$$

$\omega_u\left(\varepsilon^\beta\right)=\sup\limits_{|x-t|\le\varepsilon^\beta}\|u(x)-u(t)\|,\ 0<\beta<1, \theta=min(1,c_1)$

$l=max(1,c_0),\ \ q=b\frac{l^2}{d_1\theta}[C_2L_1+L_2+2C_1Mr]\left(e^{-1}+\frac{2C_3l^2}{\theta}\right).$

Натыйжа 9. Эгерде теорема 9дун шарттары орундалса, анда (14) системасынын чыгарылышы $\Omega_n(u_0,\ r_0)$ шарында жалгыз болот.

Теорема 10. *VI*), *VII*) шарттары аткарылып, $q<1$ жана (14) системасы чыгарылышка $u(x)\in C_n^\gamma[0,b], 0<\gamma\le 1$ ээ болсун. Анда (16) системаынын чыгарылышы $\varepsilon\to 0$ умтулганда (15) системасынын чыгарылышына бир калыпта жыйналат жана

$$\|u_\varepsilon(x)-u(x)\|_{C_n[0,b]}\le(1-q)^{-1}N_1\varepsilon^\gamma, \qquad 0<\ N_1=const.$$

Натыйжа 10. Теорема 10дун шарттары аткарылса (14) системасынын чыгарылышы $\Omega_n^\gamma(u_0,\ r_0), 0<\gamma\le 1$ шарында жалгыз болот.

§ 4.2де сызыктуу эмес биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелеринин системасы изилденген

$$\int_0^x N_0\left(x,t,u(t)\right)dt=g(x), \quad (17)$$

$N_0\big(x,t,u(t)\big) = K(x,t)u(t) + N\big(x,t,u(t)\big)$. Белгисиз вектор-функция $u(x) \in C_n[0,b]$, белгилүү вектор-функция $g(x)$ жана $n\times n$ – матрицалык функция $K(x,t)$ үчүн *VI*), *VII*) шарттары аткарылат, ал эми $N\big(x,t,u(t)\big)$ вектор-функциясы үчүн кийинки шарттар орун алат:
IX) $N(x,t,u) \in C_n^{1,0,1}(D \times R^1), M_0(x,t,u) \in C_n^{0,0,1}(D \times R^1), M_0(x,x,u) = 0$,
$M_0\big(x,t,u(t)\big) = C_2 N\big(x,t,u(t)\big) + N_x\big(x,t,u(t)\big)$, бардык $t < x, (x,s), (t,s) \in D$, $(x,s,u), (x,s,w), (t,s,w), (t,s,u) \in D \times R^1$, $0 < L_N = const$ үчүн
$$\|M_0(x,s,u) - M_0(x,s,w) - M_0(t,s,w) + M_0(t,s,u)\| \le L_N(x-t)\|u-w\|$$
барабарсыздыгы аткарылат.

Изилденүүчү (17) системасы үчүн регулярдоо оператору түзүлгөн жана регулярдалган чыгарылыштын так чыгарылышка бир калыпта жыйналуусу далилденген, (17) системасынын чыгарылышынын $\Omega_n(u_0, r_0)$ жана $\Omega_n^{\gamma}(u_0, r_0)$, $0 < \gamma \le 1$ шарларында жалгыздыгын берген шарттар аныкталган.

§ 4.3тө эки көз карандысыз өзгөрүлмөлүү биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелеринин системалары
$$\int_0^x K(x,z,s)u(s,z)ds + \int_0^x \int_0^z Q_0(x,z,s,\tau)u(s,\tau)d\tau ds = g(x,z), \quad (18)$$
изилденет. Мында белгилүү $n\times n$ – матрицалык функциялар $K(x,z,s)$, $Q_0(x,z,s,\tau)$ жана вектор-функция $g(x,z)$ үчүн төмөнкү шарттар аткарылат:
X) $g(x,\tau) = colon\big(g_1(x,\tau), \dots, g_n(x,\tau)\big), g(x,z) \in C_n^{1,0}(D), D = [0,b] \times [0,a]$,
$g^{(i)}(0,z) = 0, i = 0.1;\ K_{ij}(x,z,s) \in C^{1,0,0}(D_0), i,j = \overline{1,n}$,
$D_0 = \{(x,z,s)/0 \le s \le x \le b, 0 \le z \le a\}$, $detK(0,z,0) = 0$, $[K(x,z,x) + K^*(x,z,x)]/2$ матрицасынын өздүк маанилери $k_i(x,z)$ $(i = \overline{1,n})$, $k(x,z) = min_{1\le i\le n} k_i(x,z)$, $K^*(x,z,x)$ матрицасы K (x,z,x) матрицасына түйүндөш , $k(0,z) = 0$, $k(x,z)$ – x боюнча D областында кемибөөчү функция;
XI)$Q_{0ij}(x,z,s,\tau) \in C^{1,0,0,0}(D_1), D_1 = \{(x,z,s,\tau)/\ 0 \le s \le x \le b, 0 \le \tau \le z \le a\}$;
$G(x,z) = L(x,z,x) + C_1 v(x,z)$, $L(x,z,s) = C_2 K(x,z,s) + K_x(x,z,s)$;
$v(x,z) = diag\big(g_1(x,z), \dots, g_n(x,z)\big)$,
$[G(x,z) + G^*(x,z)]/2$ матрицасынын өздүк маанилери $\lambda_i(x,z)(i = \overline{1,n})$,
$\lambda(x,z) = min_{1\le i\le n} \lambda_i(x,z)$, $G^*(x,z)$ матрицасы $G(x,z)$ матрицасына түйүндөш, $\lambda(x,z) \ge d_1 > 0$, $\|G(x,z)\| \le C_3\lambda(x,z)$, $\|K(x,z,x)\| \le c_0 k(x,z)$, $\|\cdot\|$ – матрицанын нормасы, $0 < d_1, c_0 = const$, $0 < C_i = const$, $i = 1,2,3$;
$[K^*(x,z,x)G(x,z) + G^*(x,z)\,K(x,z,x)]/2$ матрицасынын өздүк маанилери $h_i(x,z)$ $(i = \overline{1,n})$, $min_{1\le i\le n} h_i(x,z) \ge c_1 k(x,z)\lambda(x,z), 0 < c_1 = const$.

I–бирдик матрица, D – x боюнча дифференцирлөө оператору,

$$(Tv)(x,z)=\int_0^x (Vu)(s,z)v(s,z)ds,\ (Vu)(x,z)=diag\big(u_1(x,z),\dots,u_n(x,z)\big),$$

болсо, (18) системасына C_1T+C_2I+D оператору менен амал жүргүзүп төмөнкү системага ээ бообуз

$$K(x,z,x)u(x,z)+\int_0^x G(s,z)u(s,z)ds=\int_0^x [L(s,z,s)-L(x,z,s)]u(s,z)ds+$$
$$+\int_0^x\int_0^z Q(x,z,s,\tau)\,u(s,\tau)d\tau ds+\int_0^x ds\int_s^x (Bu)(\nu,z,s)u(s,z)d\nu+$$
$$+\int_0^x\int_0^z d\tau ds\int_s^x (B_0u)(\nu,z,s,\tau)u(s,z)d\nu+f(x,z), \qquad (19)$$

$f(x,z)=\ C_2g(x,z)+g_x(x,z), Q(x,z,s,\tau)=-C_2Q_0(x,z,s,\tau)-Q_{0x}(x,z,s,\tau),$
$(Bu)(\nu,z,s)=C_1\left(K_{i,j}(\nu,z,s)u_i(\nu,z)\right),\quad i,j=\overline{1,n},$
$(B_0u)(\nu,z,s,\tau)=C_1\left(Q_{0i,j}(\nu,z,s,\tau)u_i(\nu,\tau)\right),\qquad i,j=\overline{1,n}.$
Кичи параметрлүү

$$(\varepsilon I+K(x,z,x))u_\varepsilon(x,z)+\int_0^x G(s,z)u_\varepsilon(s,z)ds=\int_0^x [L(s,z,s)-L(x,z,s)]\times$$
$$u_\varepsilon(s,z)ds+\int_0^x\int_0^z Q(x,z,s,\tau)\,u_\varepsilon(s,\tau)d\tau ds+\int_0^x ds\int_s^x (Bu_\varepsilon)(\nu,z,s)u_\varepsilon(s,z)d\nu+$$
$$+\int_0^x\int_0^z d\tau ds\int_s^x (B_0u_\varepsilon)(\nu,z,s,\tau)u_\varepsilon(s,z)d\nu+\varepsilon u(0,z)+f(x,z) \qquad (20)$$

системасы үчүн төмөнкүлөр далилдендген:

Теорема 11. Эгерде *X*), *XI*) шарттары аткарылса, $q<1$ жана (18) системасы чыгарылышка $u(x,\tau)\in C_n(D_0)$ ээ болсо, анда (20) системынын чыгарылышы $\varepsilon\to 0$ умтулганда (19) системынын чыгарылышына бир калыпта жыйналат жана төмөнкү барабарсыздык орун алат

$$\|u_\varepsilon(x,z)-u(x,z)\|_{C_n(D_0)}\le$$
$$\le(1-q)^{-1}\left((1+C_3C_4)\left[2C_4e^{\frac{\theta}{l^2}}\varepsilon^{1-\beta}\|u(x,z)\|_{C_n(D_0)}+\omega_u\big(\varepsilon^\beta\big)\right]\right),$$

$$\omega_u\big(\varepsilon^\beta\big)=\sup_{\substack{|x-y|\le\varepsilon^\beta\\ z\epsilon[0,a]}}\|u(x,z)-u(y,z)\|\quad,\ \ 0<\beta<1,\ C_4=\frac{l^2}{d_1\theta},$$

$$q = C_4 b\left\{\left[2r(T_{K2}+T_{Q1}a)+C_2T_K+T_{K1}+T_Qa\right]\left(\frac{2C_3l^2}{\theta}+e^{-1}\right)\right.$$
$$\left.+\frac{l^2}{\theta}aL_QC_3\right\}, T_{Q1}=\max_{D_1}\|Q_0(x,z,s,\tau)\|$$
$$T_Q=\max_{D_1}\|Q(x,z,s,\tau)\|,\ \ T_{K2}=\max_{D_0}\|K(x,z,s)\|,$$
$$L_Q=Lip(Q(x,z,s,\tau)|x),\ \ T_K=\max_{D_0}\|K_x(x,z,s)\|, T_{K1}=Lip(K_x(x,z,s)|x).$$

Натыйжа 11. Теорема 11дин шарттары аткарылса (18) системынын чыгарылышы $\Omega_n(u_0,\ r_0)$ шарында жалгыз болот.

Теорема 12. *X*), *XI*) шарттары аткарылып, q<1 жана (18) системынын чыгарылышы $u(x,\tau)\in C_n^{\gamma}(D_0),\ \ 0<\gamma\le 1$ жашасын дейли. Анда (20) системасынын чыгарылышы $\varepsilon\to 0$ умтулганда (19) системасынын чыгарылышына бир калыпта жыйналат жана

$$\|u_\varepsilon(x,\tau)-u(x,\tau)\|_{C_n(D_0)}\le(1-q)^{-1}N_1\varepsilon^{\gamma},\quad 0<N_1=const.$$

Натыйжа 12. Эгерде теорема 12нин шарттары орун аплса, анда (18) системынын чыгарылышы $\Omega_n^{\gamma}(u_0,\ r_0),\ \ 0<\gamma\le 1$ шарында жалгыз болот.

Бешинчи главада биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелерин сандык чыгаруу ыкмалары изилденген.

§ 4.1де жогорудагы *II*), *III*) шарттары аткарылсын деп болжоп жана *XII*) $K(x,t)\in C^{2,1}(D), D=\{(x,t)/0\le t\le x\le b\}, g(x)\in C^2\,[0,b]$ шарттары орун алган учурда сызыктуу биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелерин сандык чыгаруу ыкмасын негиздөө ишке ашырылган.

(1) теңдемесинин сандык чыгаруу учүн (4) теңдемесинде $\mathrm{x}=\mathrm{x_i}, \mathrm{i}=1..\mathrm{n}$ деп алып, андагы интегралдарды оң тик бурчтуктар кавдратуралык формуласы аркалуу аппроксимация жүргүзүөбүз. Анда төмөнкү алгебралык теңдемелер системасына ээ болобуз:

$$u_{\varepsilon,i}=-\frac{h}{\varepsilon+k_i}\sum_{j=1}^{i-1}exp\left(-h\sum_{s=j+1}^{i}\frac{G_s}{\varepsilon+k_s}\right)\frac{G_j}{\varepsilon+k_j}\left\{h\sum_{s=1}^{j-1}[L_{i,s}-L_{j,s}]u_{\varepsilon,s}+\right.$$
$$+h\sum_{s=j+1}^{i-1}[L_{i,s}-L_{s,s}]u_{\varepsilon,s}-C_1h\sum_{s=1}^{j}u_{\varepsilon,s}\,h\sum_{m=j+1}^{i}K_{m,s}u_{\varepsilon,m}-C_1h\sum_{s=j+1}^{i-1}u_{\varepsilon,s}\times$$
$$\left.\times\, h\sum_{m=s+1}^{i}K_{m,s}u_{\varepsilon,m}+f_j-f_i\right\}+\frac{1}{\varepsilon+k_i}exp\left(-h\sum_{s=1}^{i}\frac{G_s}{\varepsilon+k_s}\right)\left\{-h\sum_{j=1}^{i-1}[L_{i,j}-\right.$$
$$\left.-L_{j,j}]u_{\varepsilon,j}+C_1h\sum_{j=1}^{i-1}u_{\varepsilon,j}\,h\sum_{s=j+1}^{i}K_{s,j}u_{\varepsilon,s}+\varepsilon u_{0h}+f_i\right\},\quad i=1..n,\qquad (21)$$

мында $u_{0h}=\dfrac{f_1}{hG_1+k_1}$ жана $|u_{0h}-u_0|\le d_0h,\ \ 0<d_0=const.$

Теорема 13. Эгерде *II*), *III*), *XII*), $q = q_1 b + q_2 < 1$ шарттары орун алса жана бардык $0 < \alpha < 1/2$ үчүн $\varepsilon = O(h^{\alpha})$ болсо, анда (21) системасынын чыгарылышы $h \to 0$ утулганда (1) теңдемесинин $u_i -$ так чыгарылышына бир калыпта жыйналат жана

$$\left\| u_{\varepsilon,i} - u_i \right\| \le N_1 h^{\alpha} + N_2 h^{1-\alpha} + N_3 h,\ \ 0 < N_m = const, \qquad m = 1,2,3,$$

$$q_1 = (L_2 + C_2 L_1)(2d_2 h^{1-\alpha} + e^{-1}) d_1^{-1},\ \ q_2 = 2C_1 Mr(T_0 d_2 b h^{1-\alpha} + e^{-1}) d_1^{-1},$$

$$L_1 = max_D |K_x(x,t)|,\ L_2 = max_D |K_{xx}(x,t)|,\ \ M = max_D |K(x,t)|, |u(x)| \le r,$$

$$T_0 = max_{x\in[0,b]} |G(x)|,\quad d_2 = sup\left(\sum_{j=1}^{i-1} exp\left(-h\sum_{s=j+1}^{i} \frac{G_s}{\varepsilon + k_s}\right)\left(h\sum_{s=j+1}^{i} \frac{G_s}{\varepsilon + k_s}\right)\right).$$

Бул параграфта теориялык жыйынтыктарды бекемдеген конкреттүү мисалдар келтирилип, компьютерде сандык эсептөөлөр жүргүзүлгөн.

§4.2де (5) сызыктуу эмес биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелерин сандык чыгаруу маселеси изилденген. Блгилүү $K(x,t)$, $N(x,t,u(t))$, $g(x)$ функции *II*)-*IV*), *XII*) шарттарын канааттандырат жана

XIII) $\quad N(x,t,u) \in C^{2,0,1}\,(D \times R^1), D = \{(x,t)/0 \le t \le x \le b\}.$

$x_i \in \omega_h, i = 0..n$ болсун, (7) теңдемесинде $x = x_i, i = 0..n$ десек, анда оң төрт бурчтуктар квадратуралык формуласын колдонуп, (7) теңдемесинен сызыктуу эмес алгебралык теңдемелер системына ээ болобуз

$$u_{\varepsilon,i} = -\frac{1}{\varepsilon + k_i} h \sum_{j=1}^{i-1} exp\left(-h\sum_{s=j+1}^{i} \frac{G_s}{\varepsilon + k_s}\right)\frac{G_j}{\varepsilon + k_j} \times$$

$$\times \left\{ h\sum_{s=1}^{j} [M_{j,s}(u_{\varepsilon,s}) - M_{i,s}(u_{\varepsilon,s})] - h\sum_{s=j+1}^{i-1} M_{i,s}(u_{\varepsilon,s}) - C_1 h \sum_{s=1}^{j-1} u_{\varepsilon,s} \right. \times$$

$$\times h \sum_{m=j+1}^{i} K_{m,s} u_{\varepsilon,m} - C_1 h \sum_{s=j+1}^{i-1} u_{\varepsilon,s}\, h \sum_{m=s+1}^{i} K_{m,s} u_{\varepsilon,m} - C_1 h \sum_{s=1}^{j-1} h \times$$

$$\times \left. \sum_{m=j+1}^{i} N_{m,s}(u_{\varepsilon,s})\, u_{\varepsilon,m} - C_1 h \sum_{s=j}^{i-1} h \sum_{m=s+1}^{i} N_{m,s}(u_{\varepsilon,s}) u_{\varepsilon,m} + f_j - f_i \right\} +$$

$$+ \frac{1}{\varepsilon + k_i} exp\left(-h\sum_{s=1}^{i} \frac{G_s}{\varepsilon + k_s}\right)\left\{ h\sum_{j=1}^{i-1} M_{i,j}(u_{\varepsilon,j}) + C_1 h \sum_{j=1}^{i-1} u_{\varepsilon,j}\, h \sum_{s=j+1}^{i} K_{s,j} u_{\varepsilon,s} + \right.$$

$$\left. + C_1 h \sum_{j=1}^{i-1} h \sum_{s=j+1}^{i} N_{s,j}(u_{\varepsilon,j})\, u_{\varepsilon,s} + \varepsilon u_{0,h} + f_i \right\}, \qquad i = 1..n, \tag{22}$$

мында $\ M_{i,j}(u_{\varepsilon,j}) = M(x_i, x_j, u(x_j)),\ f_i = f(x_i),\ x_j = jh,\ j = 1..i,\ \ i = 1..n.$

Төмөнку белгилөөлөрдү колдонобуз:

$$q = \frac{d_2 b T_0}{d_1}(L_2 + C_2 L_1 + L_N)\left(2\frac{h}{\varepsilon} + e^{-1}\right) + \frac{2C_1 T_0 M b r d_2 h}{d_1 \varepsilon} +$$

$+C_1 b\left(\frac{2T_0 d_2 h}{d_1 \varepsilon}+\frac{1}{e d_1}\right)(M_N+K_N r)$, $M_N=\max\limits_{D\times R^1}|N(x,t,u)|$, $K_N=\max\limits_{D\times R^1}|N_u(x,t,u)|$, $M, L_1, L_2, T_0, d_2, r-$ чоңдуктары § 4.1да аныкталган.

Теорема 14. *II*)-*IV*), *XII*), *XIII*) $q<1$ шарттары орун алсын жана кичи параметр $\varepsilon=O(h^{\alpha})$ бардык $0<\alpha<1/2$ үчүн $\varepsilon=O(h^{\alpha})$ болсун. Анда (22) теңдемелер системасынын чыгарылышы $h\to 0$ умтулганда (5) теңдемесинин u_i - так чыгарылыщына бир калыпта жыйналат жана

$$\left\|u_{\varepsilon,i}-u_i\right\|\le N_1 h^{\alpha}+N_2 h^{1-\alpha}+N_3 h,\ \ 0<N_m=const, m\ =1,2,3.$$

КОРУТУНДУ

Биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелери ядросу жана оң жагы үзгүлтүксүз туундуга ээ болгон учурда ага эквиваленттүү болгон үчүнчү түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелерине келтирилди. Берилген функцияларга коюулган шарттар лавретьевдик типтеги метод менен регулярдоо жүргүзүү мүмкүнчүлүгүн ачты жана бир калыптагы метрикада регулярдалган теңдеменин чыгарылышынын так чыгарылышка жыйналуусу далилденди, теңдеменин чыгарылышынын шарда жалгыздыгы аныкталды. Далилденген теоремаладын, натыйжалардын теңдеменин чыгарылышы $C^{\gamma}[0,b], 0<\gamma\le 1$ мйкиндигине тешелүү болгон учурда да орун алаары көрсөтүлдү.

Регулярдалган интегралдык теңдемени оң тик бурчтуктар квадратуралык формуласы менен дискреттештирүү аткарылды. Жыйынтыгында алынган алгебралык теңдемелер системасынын чыгарылышынын так чыгарылышка жыйналуусу далилденди. Дискреттештирүүдө сызыктуу эмес алгебралык теңдемелер системасына ээ болгонубузга карабастан, ал $h<h_0=const$ учурунда рекурсивдүү формулага айланат жана эсептөө процессин кескин жөнөкөйлөтөт. Келтирилген мисалдар жана бул рекурсивдүү формула боюнча Delphi тилинде түзүлгөн программада аткарылган сандык эсептөөлөр теориялык жыйынтыктарды тастыктап турат.

ПРАКТИКАЛЫК СУНУШТАР

Диссертациянын илимий жыйынтыктарын жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелерге коюулган тескери жана локалдуу эмес четтик маселелерди регулярдоодо, алардын сандык чыгарылышын табууда колдонууну сунуштайбыз. Мындай маселелердин практикада колдонулушу математикалык биологияда, серпилүү теориясында жылуулуктун таралуу физикасында ж.б. кеңири кездешет.

Ошондой эле диссертациянын жыйынтыктарын интегралдык теңдемелер теориясы боюнча лекция окууда, «Математика», «Колдонма математика жана информатика» багыттары боюнча бакалаврлар, магистранттар жана аспиранттар менен PhD илим докторлору үчүн атайын курстарды даярдоодо колдонууну сунуштайбыз.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН ТЕМАСЫ БОЮНЧА ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. **Мустафаева, Н. Т.** Регуляризация линейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода [текст] // Т. Т. Каракеев, Н. Т. Мустафаева // Вестник КНУ им. Ж. Баласагына. – Бишкеке, 2014. – Выпуск 5. – С. 38-44. http://lib.knu.kg/files/2014/vestnik_5_2014.pdf
2. **Мустафаева, Н. Т.** Регуляризация нелинейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода [текст] // Т. Т. Каракеев, Н. Т. Мустафаева //Вестник науки и образования. – Иваново, 2016. – №6(18). – С. 14-18. https://elibrary.ru/item.asp?id=26210584
3. **Мустафаева, Н. Т.** Регуляризация линейных двумерных интегральных уравнений Вольтерра первого рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Н.Т. Мустафаева // Вестник Кыргызско-Российского Славянского университета. – Бишкек, 2016. – Т. 16, № 1. – С. 19-22.https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25979329
4. **Мустафаева, Н. Т.** Метод регуляризации для линейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода с двумя независимым переменными [Текст] / Н. Т. Мустафаева // World and science: problems And innovations. – Сборник статьей IV Международной НПК. – Пенза, 2016. – С. 12-21. https://naukaip.ru/wp-content/uploads/2016/07/MK-40.pdf
5. **Мустафаева, Н. Т.** Регуляризация нелинейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода [Текст] / Н. Т. Мустафаева // Вестник Павлодарского государственного университета: Физико-математическая серия. – Павлодар, 2017. – №4. – С.31-38. https://vestnik-pm.tou.edu.kz/storage/journals/fizmat_4_2017.pdf
6. **Мустафаева, Н. Т.** Регуляризация системы линейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Н.Т. Мустафаева // Journal of Advanced Research in Technical Science. – North Charleston, USA: SRC MS, CreateSpace. – 2017. – Issue 7-2. – P. 5-11. https://elibrary.ru/item.asp?id=30778065
7. **Мустафаева, Н. Т.** Регуляризация линейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода с двумя независимым переменными [Текст] / Т. Т. Каракеев, Н. Т. Мустафаева // Известия вузов Кыргызстана. – Бишкек, 2017. – №9. – С. 10-16. https://elibrary.ru/item.asp?id=32367498
8. **Мустафаева, Н.Т.** Регуляризация нелинейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода с двумя независимым переменными [Текст] / Т. Т. Каракеев, Н. Т. Мустафаева // Вестник КНУ им. Ж. Баласагына. – Бишкек, 2017. – №4(92). – С. 17-25.
9. **Мустафаева Н.Т.** Численное решение линейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Н. Т. Мустафаева // Journal of Advanced Research in Technical Science. – North Charleston, USA: SRC MS, CreateSpace. – 2018. – Issue 8. – P. 56-62. https://elibrary.ru/item.asp?id=32360810

10. **Мустафаева Н.Т.** The method of numerical solution of nonlinear Volterra integral equations of the first kind [Текст] / Т. Т. Каракеев, Н. Т. Мустафаева // Известия НАН РК: Серия физ.-матем. – Алматы, 2018. – № 5(321). – С. 10-18. http://physics-mathematics.kz/images/pdf/m20185/02_10-18.pdf

11. **Мустафаева Н.Т.** Регуляризация системы нелинейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Н. Т. Мустафаева // Вестник КНУ им. Ж. Баласагына. – Бишкек, 2018. – №4(96). – С. 28-33. https://elibrary.ru/item.asp?id=37752910

Мустафаева Нагима Таировнанын 01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдуу башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган «Вольтерранын биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелерин чыгаруунун регуляризациялык-сандык ыкмалары» аттуу диссертациялык ишинин

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: Вольтерранын интегралдык теңдемеси, бир калыпта жыйналуучулук, регуляризация, кичи параметр, аппроксимация, квадратуралык формула.

Изилдөөнүн объектиси: Вольтерранын биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелери, Вольтерранын биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелеринин системалары.

Изилдөөнүн максаты: Вольтерранын биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелерин регулярдаштыруу жана алардын сандык чыгарылышын түзүү маселелерин изилдөө.

Изилдөөнүн ыкмасы: регулярдаштыруу ыкмасы, чектүү суммалар ыкмасы, удаалаш жакындоо ыкмасы, квадратуралык формулалар ыкмасы.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы:

– Вольтерранын биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелерин регулярдаштыруу ыкмасы иштелип чыкты жана бул теңдемелердин чыгарылышынын жалгыздыгын камсыздаган шарттар аныкталды;

– Вольтерранын биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелеринин системасын регулярдаштыруу ыкмасы негизделди;

– Регулярдаштырылган теңдеменин негизинде Вольтерранын биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелерин сандык чыгаруу ыкмасы иштелип чыкты жана негизделди;

– Эки көз карандысыз өзгөрүлмөлүү Вольтерранын биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелери үчүн регулярдаштыруу оператору түзүлдү жана регулярдаштырылган чыгарылыштын так чыгрылышка бир калыпта жыйналуусу далилденди.

Колдонуу даражасы же колдонуу боюнча сунуштар: Диссертациянын натыйжалары негизинен теориялык мүнөзгө ээ жана жарым-жартылай дифференциалдык теңдемелер үчүн локалдык эмес чектик жана тескери маселелерди чечүү үчүн, Вольтерра интегралдык теңдемелеринин биринчи

түрдөгү сандык чечими үчүн колдонулушу мүмкүн. ийкемдүүлүк теориясы, гидрофизика жана механика.

Колдонуу жааты: Бул сыяктуу маселелер дифференциалдык теңдемелердин сапаттык теориясы менен байланышкан математиканын, физиканын, техниканын ж.б. илимдин кээ бир тармактарында, теориялык маселелерди чыгарууда кездешет.

РЕЗЮМЕ

диссертационной работы на тему «Регуляризационно-численные методы решения интегральных уравнений Вольтерра первого рода», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление Мустафаевой Нагимы Таировной

Ключевые слова: интегральное уравнение Вольтерра, равномерная сходимость, регуляризация, малый параметр, аппроксимация, квадратурная формула.

Объект исследования: интегральные уравнения Вольтерра первого рода, системы интегральных уравнений Вольтерра первого рода.

Цель работы: исследование вопросов регуляризации и численного решения интегральных уравнений Вольтерра первого рода.

Методы исследования: основными методами являются метод регуляризации, метод конечных сумм, метод последовательных приближений, метод квадратурных формул.

Научная новизна:

− разработан и обоснован метод регуляризации и установлены условия единственности решения интегральных уравнений Вольтерра первого рода;

− обоснован метод регуляризации системы интегральных уравнений Вольтерра первого рода;

− разработан и обоснован метод численного решения интегральных уравнений Вольтерра первого рода на основе регуляризованных уравнений;

− построен регуляризирующий оператор для интегральных уравнений Вольтерра первого рода с двумя независимыми переменными, доказана равномерная сходимость регуляризованного решения к точному решению.

Степень использование или рекомендации по использованию: Результаты диссертации носят в основном теоретический характер и могут быть применены для решения нелокальных краевых и обратных задач для дифференциальных уравнений в частных производных, для численного решения интегральных уравнений Вольтерра первого рода, возникающих в теории упругости, гидрофизике, механике.

Область применения: Подобные задачи встречаются в математике, физике, технике и некоторых других областях науки при постановке теоретических задач связаных с качественной теорией уравнений.

SUMMARY

The summary of dissertation work, the theme of the work is "Regularized-numerical methods to solve Volterra integral equations of the first kind", which was provided to competition of academic degree of Mustafayeva Nagima Tairovna, who is candidate of physical and mathematical science by specialization 01.01.02 – differential equations, dynamical systems and optimal control.

Key words: Volterra integral equations, uniform convergence, regulation, small parameter, approximation, quadrature formula.

Object of research: Volterra integral equations of the first kind, the systems of Volterra integral equations of the first kind.

Purpose of research: to make a research of the issues of regularization and numerical methods of Volterra integral equations of the first kind.

Methods of research: The main method is regularization method, finite sum method, successive approximation method, quadrature method.

Scientific novelty:

- Developed and justified the regularization method and set conditions of uniqueness of the solution Volterra integral equations of the first kind.
- Justified the regularization method of the systems of Volterra integral equations of the first kind.
- Developed and justified numerical solution method of Volterra integral equations of the first kind on the base of regularization method.
- Built regularization operator for Volterra interal equations of the first kind with two independent variables, also uniform convergence of a regularized solution to an exact solution is proved.

Degree of use or recommendations for use: The results of the thesis are mainly theoretical in nature and can be applied to solve nonlocal boundary value and inverse problems for partial differential equations, for the numerical solution of Volterra integral equations of the first kind arising in the theory of elasticity, hydrophysics, and mechanics.

Scope: Such problems are encountered in some fields of science, solving theoretical problems related to the qualitative theory of differential equations in mathematics, physics, engineering, etc.