Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясы

Машина куруу жана автоматика институту

Б.Н.Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университети

Диссертациялык кеңеш Д 05.23.686

Кол жазма укугунда
УДК: 519.63(575.2)(043)

Курманалиева Гульзат Салыевна

Нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуусунун түз жана тескери маселесинин сандык чечимин иштеп чыгуу

05.13.18 – математикалык моделдөө, сандык усулдар жана программалык пакеттер

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын алуу үчүн даярдалган

Автореферат

Бишкек – 2024

Диссертациялык иш академик М.М.Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин “Маалымат технологиялары жана башкаруу” кафедрасында аткарылды.

Илимий жетекчи: **Сатыбаев Абдуганы Джунусович**
физика-математика илимдеринин доктору, профессор, М.М. Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин маалымат технологиялары жана башкаруу кафедрасынын башчысы

Расмий оппоненттер:

Жетектөөчү мекеме:

Диссертация .... Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын машина таануу жана автоматика институтунун жана Б.Н. Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университетинин алдындагы физика-математика жана техника илимдеринин доктору (кандидаты) илимий даражасын алуу үчүн диссертацияларды коргоо боюнча Д 05.23.686 диссертациялык кеңешинин отурумунда корголот 720071, Бишкек ш., Чүй пр., 265, ауд. 349 дареги боюнча. Диссертацияны жактоонун онлайн трансляциясынын идентификациялык коду https://vc.vak.kg/b/052-lto-twi-0js.

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын (720071, Бишкек ш., Чүй пр., 265), Б.Н. Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университетинин (720000, Бишкек ш., Киев көч., 44), М.Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин (723503, Ош ш., Исанов көч., 81) китепканаларынан жана www.imash.kg, e-mail: diss_ima@mail.ru даректеги сайт боюнча таанышууга болот.

Автореферат .... таркатылды.

Диссертациялык кеңештин
окумуштуу катчысы, ф.-м.и.к., у.и.к. Керимкулова Г.К.

ИШТИН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациялык иштин актуалдуулугу. Диссертациялык иш нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын түз жана тескери маселелерин моделдөө, сандык ыкмасы жана алгоритмин иштеп чыгууга арналган. Нерв талчалары боюнча аракет потенциалынын таралуу механизмдерин изилдөө нейрофизиология, нейрохирургия, реабилитация жана нерв ооруларын диагностикалоонун жана дарылоонун жаңы ыкмаларын иштеп чыгуу сыяктуу ар кандай тармактарда баалуу. Иш-аракет потенциалынын таралышынын түз жана тескери маселесинин сандык чечимин иштеп чыгуу нерв системасында электрдик сигналдардын пайда болуу жана таралуу процесстерин кеңири изилдөөгө мүмкүндүк берет. Бул нерв жипчелеринин иштөө принцибин жана нерв системасындагы маалыматты өткөрүп берүү механизмдерин түшүнүү үчүн маанилүү. Бул процесстерди так моделдөө нерв системасынын иштеши жөнүндөгү билимибизди кеңейтүүгө жардам берет жана нерв ооруларын диагностикалоонун жана дарылоонун жаңы ыкмаларын иштеп чыгууга алып келиши мүмкүн.

Бул иштин негизги максаттарынын бири нерв жипчелери боюнча аракет потенциалынын таралышын сүрөттөгөн математикалык моделди иштеп чыгуу болуп саналат. Мындай моделди түзүү процесстерди сандык симуляциялоого мүмкүндүк берет, бул өз кезегинде изилдөөчүлөргө аракет потенциалынын таралышынын ар кандай мүнөздөмөлөрүн тереңирээк изилдөөгө жардам берет. Иштелип чыккан сандык ыкма эксперименттердин натыйжаларын талдоо жана чечмелөөгө жардам бере турган компьютердик алгоритмдерди түзүү үчүн негиз боло алат.

Мындан тышкары, иш-аракет потенциалын жайылтуу боюнча түз жана тескери маселеге сандык чечимди иштеп чыгуу нейрохирургия жана нейрореабилитация тармагында практикалык колдонууга ээ болушу мүмкүн. Иш-аракет потенциалынын тескери маселесенин процесстерин түшүнүү нерв системасын стимулдаштыруунун жаңы ыкмаларын иштеп чыгууга жардам берет, алар, мисалы, неврологиялык ооруларда же жаракаттарда функцияны калыбына келтирүү үчүн колдонулушу мүмкүн.

Ошентип, нейрофизиология, нейрохирургия жана реабилитация тармагында жаңы ачылыштарга жана практикалык колдонууга алып келе турган, нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралышынын түз жана тескери маселелерин моделдөө жана сандык чечимин иштеп чыгуу актуалдуу илимий маселе болуп саналат.

Диссертациянын темасынын приоритеттүү илимий багыттар, негизги илимий программалар (долбоорлор), окуу жана илимий мекемелер тарабынан жүргүзүлүп жаткан негизги изилдөө иштери менен байланышы. Иш активдүү жүрүп жатат.

Изилдөөнүн максаты жана милдеттери. Бул диссертациялык иштин максаты – аракет потенциалынын нерв жипчеси боюнча таралышынын түз жана тескери маселесинин математикалык моделин изилдөө, аракет потенциалынын түз жана тескери таралышынын сандык ыкмасынын алгоритмин түзүү нерв жипчеси боюнча чектүү айырмачылык регуляризацияланган методго негизделген, ошондой эле анын компьютердик ишке ашырылышын талдоо.

Бул максатка жетүү үчүн, биз төмөнкү изилдөө **милдеттерин** аныктадык:

1. Нейрофизиологияда колдонулган нерв жипчеси боюнча аракет потенциалынын таралышынын негизги математикалык моделдерин системалаштыруу жана талдоо.
2. Нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралышынын түз маселесинин тууралыгын изилдөө, б.а. аракет потенциалынын теңдемесинин түз маселесинин жашашын, уникалдуулугун жана туруктуулугун негиздөө.
3. Нерв жипчеси боюнча аракет потенциалынын таралышынын түз маселесине чектүү айырмалуу чечимди түзүү.
4. Нерв талчасынын радиусун (тескери маселе), нерв талчасынын жана аксоплазманын каршылыгын жана мембрананын сыйымдуулугун аныктоонун чектүү айырмалуу регулярдуу ыкмасын түзүү.
5. Жогорудагы ыкмалардын негизинде потенциалдын теңдемесинин түз жана тескери маселелерин чыгаруунун сандык алгоритмдерин иштеп чыгуу.
6. Сунушталган иштелип чыккан алгоритмдердин негизинде Delphi XE7 программалоо чөйрөсүндө программалардын топтомун түзүү.

Алынган натыйжалардын илимий жаңылыгы.

- Көз ирмемдик жана жалпак булак менен изилденген нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралышынын түз жана тескери маселесинин математикалык модели жакшыртылды;
- Нерв жипчеси боюнча аракет потенциалынын таралышынын түз маселесин чечиминин тууралыгы, башкача айтканда чечимдин жашашы, жалгыздыгы жана туруктуулугу жаңы формулировкада далилденди;
- Тескери маселенин чектүү айырмалуу регулярдуу чечими иштелип чыккан жана нерв жипчеси боюнча аракет потенциалынын таралышынын маселелерин сандык реализациялоо жаңы формулировкада жүргүзүлгөн жана талданган.

Алынган натыйжалардын практикалык мааниси. Диссертациялык изилдөөнүн практикалык мааниси анын натыйжалары биологиялык системаларда дүүлүктүрүүнүн таралышынын ар кандай учурларын изилдөө үчүн негиз боло ала турганында. Атап айтканда, нерв талчаларында дүүлүктүрүү таралышынын сунуш кылынган моделдери, чечүүнүн тиешелүү ыкмалары, алгоритмдер жана программалык продуктулар практикалык медицинада, нейробиологияда жана нейрокибернетикада колдонулушу мүмкүн.

Коргоо үчүн берилген диссертациянын негизги жоболору:

1. Нерв жипчеси боюнча аракет потенциалынын таралышынын бир өлчөмдүү, эки өлчөмдүү түз жана бир өлчөмдүү тескери маселелердин математикалык моделдери.
2. Нерв жипчеси боюнча аракет потенциалынын таралышынын түз маселесинин жашашынын жана жалгыздык теоремалары.
3. Нерв жипчеси боюнча аракет потенциалынын таралышынын теңдемесинин эки өлчөмдүү түз маселесин чечүү үчүн шарттуу туруктуулук теоремалары.
4. Нерв жипчеси боюнча аракет потенциалынын таралуу теңдемесинин бир өлчөмдүү тескери маселелери үчүн чектүү айырмачылыкты чечүү үчүн конвергенция теоремалары, чектүү айырмачылык регулярдуу чечими.
5. Нерв жипчеси боюнча аракет потенциалынын таралуу теңдемелеринин түз жана тескери маселелерин программалык ишке ашыруунун жана чектүү-айырмалык регулярдуу методдун негизинде иштелип чыккан сандык чечимдердин алгоритмдери.
6. Чечимдин натыйжалары жана түзүлгөн алгоритмдердин жана программалардын мүмкүнчүлүктөрүн анализдөө, графиктер түрүндө алынган чечимди талдоо.

Изилдөөчүнүн жеке салымы көз карандысыз изилдөөлөрдү жүргүзүү, илимий натыйжаларды алуу, аларды талдоо жана негизги корутундуларды түзүү, нерв талчасы боюнча потенциалдын таралуу теңдемесинин түз жана тескери маселелерин чектүү-айырмалык регулярдуу ыкманын жана программалык камсыздоонун негизинде чечүүнүн сандык алгоритмин иштеп чыгуу болуп саналат.

Автор нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралуу теңдемесинин тескери маселелерин чечүү үчүн мүнөздүү ректификация ыкмасын, өзгөчөлүктөрдү алуу ыкмасын, чектүү айырмачылык ыкмасын, айырма схемасын инверсиялоо ыкмасын жана чектүү-айырмалык регулярдуу ыкманы бирге колдонуу мүмкүнчүлүгүн далилдеген.

Изилдөөнүн максаттарын коюу, алынган натыйжаларды талкуулоо жана ишке ашыруу илимий жетекчиси, профессор А.Ж. Сатыбаев менен биргеликте жүргүзүлгөн.

Диссертациянын жыйынтыгын апробациялоо. Диссертацияда алынган негизги жыйынтыктар эл аралык конференцияларда баяндалган: Академик Алтай Асылканович Бөрүбаевдин 70 жылдыгына арналган “Заманбап математиканын маселелери жана анын колдонулушу” эл аралык илимий конференциясы, Бишкек, 2021-жылдын 16-18-июнь; 2022-жылдын 22-28-майында Мальтада өткөн “Тескери көйгөйлөр: моделдөө жана симуляция” 10-эл аралык конференциясы; Н.Исанов атындагы КМТУнун түзүлгөндүгүнүн 30 жылдыгына арналган “Курулуш илими жана билими: университеттин илиминин өлкөнүн туруктуу инновациялык өнүгүүсүнө интеграциясы” аттуу эл аралык илимий-практикалык конференция, Бишкек, 27-28-май, 2022-жыл; Эл аралык илимий конференция “Табият таануудагы тескери жана начар коюлган проблемалар”, Алматы, 11-12-апрель, 2023-ж.; Түрк дүйнөсү математиктеринин VII Дүйнөлүк конгресси, Казакстан, Түркстан шаары, 20-23-сентябрь, 2023-жыл.

Диссертациянын басылмаларда толук чагылдырылышы. Диссертациянын темасы боюнча негизги жыйынтыктар 11 илимий эмгекте, анын ичинен 6 Кыргыз Республикасынын УАК КРП тарабынан сунушталган журналдарда жарыяланган; 1 эл аралык илимий конференциянын материалдарында; 1 чет өлкөлүк мезгилдүү басылмада; 1 Scopus системасында катталган журналда; түзүлгөн компьютердик программаларга Кыргызпатенттин 2 автордук күбөлүктө.

Диссертациянын структурасы жана көлөмү. Диссертация мазмундан, кириш сөздөн, беш бөлүмдөн жана бөлүмдөр боюнча корутундулардан, корутундудан, практикалык сунуштардан, 91 аталыштан пайдаланылган булактардын тизмесинен жана 5 тиркемеден турат. Диссертациянын негизги мазмуну 254 беттен турат.

Автор илимий жетекчиси, физика-математика илимдеринин доктору, профессор А. Сатыбаевге проблемаларды койгондугу, методикасын изилдөөдөгү идеясы, кеңештери жана ушул диссертацияны түзүү этаптарында талкуулар үчүн, ошондой эле ишке дайыма көңүл бургандыгы үчүн ыраазычылык билдирет.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

Киришүү диссертациялык иштин темасынын актуалдуулугун негиздейт, максатын жана милдеттерин формулировкалайт, илимий жаңылыкты, илимий натыйжалардын практикалык маанисин жана коргоого сунушталган жоболорду баяндайт, жыйынтыктарды чагылдыруунун толуктугун, структурасын жана диссертациянын масштабын көрсөтөт.

“Адабияттар менен таанышуу” деген биринчи бөлүмдө диссертациялык иштеги изилденип жаткан маселелер боюнча адабияттар изилденген.

Нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралышынын түз жана тескери маселелерин моделдөө боюнча илимий адабияттарды талдоо нерв системасын изилдөө жана анын функционалдык өзгөчөлүктөрүн түшүнүү бул багытта аткарыла турган иштер көп экендигин айгинелейт.

Диссертациялык иште изилденген маселелердин биринчи формулировкасы А.Л. Ходжкин жана А. Хаксли (1952), Р.Р. Алиев (2010), Н.М. Богатов (2012), Е.В. Максименко (2006), В.С. Новоселов (2013) тарабынан изилденген. Ал эми В.Г. Романов (1984) тарабынан иштелип чыккан тескери динамикалык маселелерди чечүү үчүн жашоо жана жалгыздык теоремаларын далилдөө ыкмасы, ошондой эле тескери маселелердин жалгыздык жана шарттуу туруктуулук теоремаларын изилдөө С.И. Кабанихин (1991) жана алардын окуучуларына таандык. Бул багытта ата мекендик окумуштуулар А.Ж. Сатыбаев (2001), А.Т. Маматкасымова (2015), Ю.В. Анищенко (2021), А.Ж. Көкөзова (2022), Г.А. Калдыбаеваларды (2009) атап кетсек болот. Жакынкы КМШ мамлекеттеринде тескери маселелерди изилдеген окумуштуулар Ч.Аширалиев, С.З.Жамалов, Б.Саматов (Өзбекистан), Г.Баканов, М.Бектемесов, Б.Рысбай улы, С.Касенов, М.Т.Дженалиев, Е.Бидайбеков (Казакстан).

«Методология жана изилдөө методдору» деген экинчи бөлүмдө маселелерди чечүүдө колдонулган материалдар жана методдор берилген.

Изилдөө объектиси. Бул диссертациянын изилдөө объектиси болуп нейрофизиологиянын түз жана тескери маселелеринин ар кандай формулировкасы, тактап айтканда, аракет потенциалынын нерв талчасы боюнча таралышы саналат.

Изилдөө предмети. Бул диссертациянын изилдөө предмети нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуу маселелеринин математикалык модели, түз маселенин сандык чечилиши, ошондой эле тескери маселенин чектүү-айырмалык регулярдуу чечилиши жана алгоритмди компьютерде ишке ашыруу болуп саналат.

Изилдөө методдору. Бул диссертациялык иштин изилдөө ыкмалары мүнөздүү ректификация ыкмасы, өзгөчөлүктөрдү алуу ыкмасы, чектүү айырмачылык ыкмасы, айырма схемасынын инверсия ыкмасы жана чектүү айырманын регулярдуу ыкмасы, математикалык моделдөө, ошондой эле программалоонун заманбап тилдери болуп саналат, программа интерфейси.

Параболикалык жекече туундуга ээ болгон дифференциалдык теңдемелерде белгисиз коэффициентти аныктоо үчүн тескери маселелерди изилдөөдө баштапкы жана чектик шарттарды, ошондой эле кошумча маалыматтарды эске алуу менен математикалык физиканын ар кандай ыкмалары колдонулат. Биринчиден, сингулярдуулукту чыгаруу ыкмасын колдонуу менен жана тиешелүү мамилелерди алуу менен түз маселени чечүүнүн жеке жана регулярдуу бөлүктөрүн бөлүп алуу керек. Андан кийин теңдеменин мүнөздөмөлөрүн түздөө үчүн Эйконал ыкмасы колдонулат. Чектүү айырмачылык ыкмасын колдонгондон кийин, биз түздөн-түз нерв талчаларындагы потенциалдын таралуу маселесине чечим алабыз.

Ал эми тескери маселеде чектүү-айырмалык регуляризацияланган методду (айырма схемаларын инверсиялоо ыкмасы) колдонуу менен нерв талчаларындагы потенциалдын таралуусунун тескери маселесинин чечилишин алабыз.

Үчүнчү бөлүмдөн бешинчи бөлүмдгө чейин өзүбүздүн изилдөөлөрүбүздүн натыйжаларына жана алардын негиздемелерине арналган.

Үчүнчү бөлүмдө нейрофизиологиянын эки өлчөмдүү түз маселесинин тууралыгы изилденип, нерв талчаларындагы потенциалдын таралуу теңдемесинин чечиминин жашоо жана жалгыздык теоремалары далилденген. Дифференциалдык маселенин чектүү айырмалуу аналогу түзүлөт:

$$\left.\begin{array}{l} C_m(x,y)v'_t(x,y,t)=\dfrac{r_a(x,y)}{2\rho_a(x,y)}\Delta v-\dfrac{v(x,y,t)}{\rho_m(x,y)\cdot l},\ (x,t)\in R_+^2,\ y\in R,\\ v(x,y,t)\big|_{t<0}\equiv 0,\\ v'_x(x,y,t)\big|_{x=0}=h(y)\theta(t)+r(y)\theta_1(t)+p(y)\theta_2(t),\quad t\in R. \end{array}\right\}\qquad (1)$$

Лапластын [12] өзгөртүп түзүүсүнүн негизинде параболикалык теңдемеден гиперболикалык теңдемеге өтөбүз:

$$\left.\begin{array}{l} C_m(x,y)\dfrac{\partial^2 V(x,y,t)}{\partial t^2}=\dfrac{r_a(x,y)}{2\rho_a(x,y)}\Delta V-\dfrac{1}{\rho_m(x,y)\cdot l}V(x,y,t),\quad x\in R_+,\ t\in R_+,\ y\in R\\ V(x,y,t)\big|_{t<0}\equiv 0,\\ V'_x(x,y,t)\big|_{x=0}=h(y)\delta(t)+r(y)\theta(t)+p(y)\theta_1(t). \end{array}\right\}\qquad (2)$$

Түз маселе (2) маселеден $V(x,y,t)$ өзгөрмөсүн табуу болуп саналат, мында $C_m(x,y)$ – мембрананын аянт бирдигинин сыйымдуулугу, $r_a(x,y)$ – нерв талчасынын радиусу, $\rho_m(x,y)$ – мембраналык заттын салыштырма каршылыгы, $\rho_a(x,y)$ – нерв талчасынын плазмасынын салыштырма каршылыгы, l – мембрананын калыңдыгы, m и a – мембрананын жана аксонанын индекстери тиешелүү түрдө, $V(x,y,t)$ – клетка ичиндеги аракет потенциалы жана $h(y),\ r(y),\ p(y)$ тин белгилүү маанилеринде.

Теңдеменин параметрлерине жана баштапкы шартына карата төмөнкү шарттар аткарылсын:

$$C_m(x,y),\ r_a(x,y),\ \rho_a(x,y),\ \rho_m(x,y)\in\Lambda_1 \qquad (3)$$

$$h(y),\ r(y),\ p(y)\in\Lambda_2,\ l>0 \qquad (4)$$

мында

$$\Lambda_1=\left\{\begin{array}{l} C_m(x,y)\in C^2((0,d)\times(-D_1,D_1)),\ 0<M_1\le C_m(x,y)\le M_2\\ \sup\{C_m(x,y)\}\subset((0,d)\times(-D_1,D_1)),\ d=\|C_m(x,y)\|_C^2\le M_2 \end{array}\right\}$$

$$\Lambda_2=\left\{\begin{array}{l} \sup h(y)\in(-D,D),\ h(y)\in C(-D,D)\\ D=D_1+T(M_2+l),\ T=2l/(M_1-l)\ M_1,\ M_2,\ D=const. \end{array}\right\}$$

Мүнөздөмөлөр жана өзгөчөлүктөрдү алуу ыкмаларын (2) маселеге колдонуу менен, биз мүнөздөмөлөр боюнча маалыматтары менен түз маселени алабыз:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \alpha^2} + L_1 \vartheta(\alpha, y, t), \quad |\alpha| < t < T, \quad y \in (-D, D), \\ &\vartheta(\alpha, y, t)\big|_{|\alpha|=t} = S(t, y), \quad t \in [0, T], \quad y \in (-D, D), \\ &\vartheta(\alpha, y, t)\big|_{y=-D} = \vartheta(\alpha, y, t)\big|_{y=D} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

мында $L_1\vartheta(\alpha, y, t)$, $S(t, y)$ - төмөндөгү функциялардан көз каранды болгон функциялар: $C_m(\alpha, y), r_a(\alpha, y), \rho_a(\alpha, y), \rho_m(\alpha, y), \alpha, \Delta\alpha, h(y), r(y), p(y).$

ТЕОРЕМА 1. Мейли (3)–(4) шарттар, киргизилген шарттар жана нормалар аткарылсын, жана $V(\alpha, y, t)$ функциясы үзгүлтүксүз болсун жана $\Omega(T, D)$ областында үзгүлтүксүз биринчи тартиптеги туундуларга ээ болсун жана $S(t, y) \in L_2(\Omega(T, D))$. Анда (5) маселенин жалпыланган чечими $W_2^1(\Omega(T, D))$ мейкиндигинде жашайт, $\Omega(T, D) = \{(\alpha, y, t) : \alpha \in (-T, T), \alpha < t < T - \alpha, y \in (-D, D)\}$.

3.2. пунктунда (5) маселени чечүүнүн уникалдуулугу алынды.

ТЕОРЕМА 2. Мейли теңдеменин коэффициенттери $Cm(\alpha, y)$, $\rho a(\alpha, y)$, $ra(\alpha, y)$, ошондой эле α_y, $\Delta\alpha$ үзгүлтүксүз болушсун жана биринчи тартиптеги үзгүлтүксүз жекече туундуларга ээ болушсун, жана (5) маселенин чечими жашасын жана чечим $C^2(\Omega(T, D))$ мейкиндигине таандык болсун, Эйконалдын теңдемесинин шарттары аткарылсын. Анда (5) маселенин $\Omega(T, D)$ областындагы чечими жалгыз.

(1) параболикалык жана (2) гиперболикалык теңдемелердин эквиваленттүүлүгүнөн, 1-жана 2-теоремалардын шарттары аткарылган учурда $\Omega(T, D)$ областында параболикалык теңдеменин чечиминин да жашашы жана жалгыздыгы келип чыгат.

3.3 жана 3.4 бөлүмдөрүндө (5) дифференциалдык маселенин чектүү айырмалуу аналогу курулган.

$$\left.\begin{aligned} &V_{t\bar{t}} = V_{\alpha\bar{\alpha}} + LV_{ij}^k, \quad (ih_1, jh_2, \tau k) \in \Omega_{ij}^k, \\ &V_{\pm i, j}^{|2i|} = S_j^{|2i|}, \quad i = \overline{-N, N}; \quad j = \overline{-L, L}; \\ &V_{i,L}^k = V_{i,-L}^k = 0, \quad i = \overline{-N, N}; \quad k = \overline{|2i|, 2N}; \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

(6) түз маселенин чечиминин (2) түз маселенин чечилишине жакындыгы боюнча теоремалар далилденген.

Ошентип, бул главада нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуусунун (2) теңдемесинин эки өлчөмдүү түз маселесинин жашашы, жалгыздыгы жана туруктуулугу далилденген.

Төртүнчү бөлүм нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуу теңдемесинин бир өлчөмдүү тескери маселелерин изилдөөгө арналган.

4.1 бөлүмдө нерв талчасынын өзгөчө каршылыгы $\rho_a(x)$ белгисиз болгон (2) маселеден алынган бир өлчөмдүү тескери гиперболалык маселеси изилденет. (1) тескери параболикалык маселе үчүн кошумча маалымат төмөнкү формада келтирилет:

$$u(x,t)\big|_{x=0} = g(t), \ \ t\in[0,T]. \tag{7}$$

Гиперболикалык типтеги тескери маселе алынды:

$$\left.\begin{aligned} &C_m(x)\frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial t^2} = \frac{r_a(x)}{2\rho_a(x)}V''_{xx}(x,t) - \frac{V(x,t)}{\rho_m(x)l}, \ (x,t)\in R^2_+ \\ &V(x,t)\big|_{t<0}\equiv 0, \ \frac{\partial V(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=0} = h_0\delta(t) + r_0\theta(t) + p_0\theta_1(t), \ t\in R_+ \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

$$V(x,t)\big|_{x=0} = f(t), \ \ t\in[0,T]. \tag{9}$$

мында $f(t)=\int_0^\infty g(\tau)G_{tt}(t,\tau)d\tau$, $G(t,\tau)$– Гриндин функциясы.

Бул маселелердин $u(x,t)$ жана $V(x,t)$ чечимдери төмөндөгү интеграл менен байланышкан:

$$u(x,t)=\int_0^\infty V_t(x,\tau)G_t(t,\tau)d\tau = \int_0^\infty V(x,\tau)G_{tt}(t,\tau)d\tau, \tag{10}$$

мында $G(t,\tau)$ – Гриндин функциясы, $G(t,\tau)=\frac{1}{\sqrt{\pi t}}e^{\frac{\tau^2}{4t}}$.

Тескери маселени чечүү үчүн коэффициенттерге карата төмөндөгү шарттар аткарылсын дейли

$$C_m(x), r_a(x), \rho_a(x), \rho_m(x)\in\Lambda_0, \tag{11}$$

мында $\Lambda_0=\{C_m(x)\in C^6(R_+), \ (C_m)'_x(0)=0, \ 0<M_1\le C_m(x)\le M_2, \ \|C_m(x)\|_{C^2}\le M_3\}$.

M_1, M_2, M_3– оң туралтуулар.

$$z(x)=\int_0^x\frac{1}{\overline{C}(\lambda)}d\lambda, \quad z(x)>0, \quad \lim_{x\to\infty}z(x)=0 \tag{12}$$

(8)–(9) маселеге мүнөздөмөлөр ыкмасын колдонолу жана (12) жаңы өзгөрмөнү киргизели, төмөнкү тескери маселени алабыз:

$$\left.\begin{aligned} &U''_{tt}(z,t)=U''_{zz} - 2\frac{S'(z)}{S(z)}U'_z(z,t) - \frac{U(z,t)}{Cm(z)\rho m(z)l}, \quad (z,t)\in\Delta(T) \\ &U(z,t)=\big|_{t=|z|} = S(z), \ z\in[0,T/2], \\ &U(z,t)\big|_{z=0} = f(t), \ t\in[0,T]. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Келгиле, өзгөчөлүктөрдү чыгаруу ыкмасын колдонолу жана маселенин чечимин төмөнкү формада көрсөтөлү

$$U(z,t)=\tilde{U}(z,t)+\delta(z)\theta(t-|z|)+R(z)\theta_1(t-|z|) \tag{14}$$

мында $\tilde{U}(z,t)$- үзгүлтүксүз функция.

Эгерде (14) эске алсак, анда (13) маселеден мүнөздөмөлөр боюнча маалыматтар менен төмөнкү тескери маселени алабыз.

$$\left.\begin{aligned}
&U''_{tt}(z,t)=U''_{zz}-2\frac{S'(z)}{S(z)}U'_z(z,t)-\frac{U(z,t)}{Cm(z)\rho m(z)l}, \quad (z,t)\in\Delta(T)\\
&U(z,t)=\Big|_{t=|z|}=S(z), \quad z\in[0,T/2],\\
&U(z,t)\big|_{z=0}=f(t), \quad t\in[0,T].
\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

мында $\Delta(T)=\Delta_h(T)=\left\{x_i=ih, i=\overline{0,N};\ t_k=k\tau, \quad k=\overline{0,2N}, \quad h=2\tau=\frac{T}{N}\right\}$

(15) маселенин айырмасынын аналогун түзөлү, мында O(h) – кичинекей мүчөсүн таштап жиберебиз :

$$\left.\begin{aligned}
&U_{t\bar{t}}=U_{x\bar{x}}-2\frac{S_i-S_{i-1}}{hS_i}\left[\frac{U_i^k-U_{i-1}^k}{h}\right]-\frac{U_i^k}{Cm_i\rho m_i l}, \quad (x_{i,}t_k)\in\Delta_h(T)\\
&U_i^i=S_i, \quad i=\overline{0,N}\\
&U_0^k=f^k, \ k=\overline{0,2N}
\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

ТЕОРЕМА 3. Мейли (15) дифференциалдык маселенин чечимдери жашасын жана (11) - (12) шарттар аткарылсын жана $U(x,t)\in C^4(\Delta(T))$ болсун.

Анда чектүү-айырмачылык усулу менен тургузулган (16) тескери маселенин жакындаштырылган чечими (15) тескери маселенин так чечимине $O(h)$ чоңдук даражасы менен жыйналат жана төмөнкүдөй баага ээ болот

$$\bar{U}^{k+1}\le O(h)*\exp\left[2\frac{\bar{S}}{\underline{S}}+h^2\frac{1}{\underline{CM}\cdot\underline{RM}\cdot l}\right], \tag{17}$$

мында $\bar{U}^{k+1}$, $\bar{S},\underline{S}$, $\underline{CM}$, $\underline{RM}$ - $U_i^k, S_i, Cm_i, \rho m_i$ функцияларынын төмөнкү жана жогорку нормалары.

Эгерде $S_i, i=\overline{0,N}$ аныкталган болсо, анда (13) тескери маселенин $(\rho_a)_i$ - чечимин да аныктоого болот, бул чечим (15) маселенин да чечими боло алат.

4.2 пунктунда төмөндөгү маселе үчүн чектүү айырмачылыктын регулярдуу чечими иштелип чыккан

$$\left.\begin{aligned}
&U_{tt}''(z,t)=U_{zz}''(z,t)-\frac{C'(z)}{C(z)}U_z(z,t)-d(z)U(z,t), \quad z\in R_+, \quad t\in R_+,\\
&U(z,t)\big|_{t<0}\equiv 0, \quad U_z'(z,t)\Big|_{z=0}=C(0)[h_0\delta(t)+r_0\theta(t)+p_0\theta_1(t)], \ t\in R_+
\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

$$U(z,t)\big|_{z=0}=f(t), \quad t\in[0,2T]. \tag{19}$$

Тескери маселе (18)–(19) маселеден $C(z)$ жана $U(z,t)$параметрлерин аныктоодон, ошондой эле (19) түз маселенин чечими жөнүндө кошумча маалыматтан турат.

Мүнөздөмөлөр ыкмасын жана өзгөчөлүктөрдү аныктоо ыкмасын колдонобуз жана (18)–(19) маселени мүнөздөмөлөр боюнча маалыматтары бар маселеге келтиребиз. $U(z,t), S(z)$ функцияларын, $ra(z)$, $Cm(z)$, $rom(z)$ белгилүү функцияларынын жана $f(t)$ - түз маселени чечүү жөнүндө кошумча маалыматынын жардамында табабыз. (18)–(19) дифференциалдык маселенин айырма аналогун курабыз.

ТЕОРЕМА 4. Мейли (18)–(19) дифференциалдык маселенин чечими жашасын жана $U(z,t) \in C^4(\Delta(T))$, $(ra(z), Cm(z), rom(z), roa(z)) \in \Lambda_0$ шарты аткарылсын, анда курулган тескери маселенин $(\widetilde{U}_i^k, \widetilde{S}_i)$ чечимдери (18) – (19) тескери дифференциалдык маселенин (U_i^k, S_i) так чечимине $O(h)$ чоңдук даражасы менен жыйналат.

ТЕОРЕМА 5. Мейли түз дифференциалдык маселенин чечими жашасын жана $U(z,t) \in C^4(\Delta(T))$, $(ra(z), Cm(z), rom(z), roa(z)) \in \Lambda_0$ шарты аткарылсын. Анда курулган тескери маселенин $(\hat{U}_i^{k,\varepsilon}, \widehat{S}_i^{\varepsilon})$ чектүү-айырмачылык регуляризацияланган чечимдери (18) – (19) тескери дифференциалдык маселенин (U_i^k, S_i) так чечимине $O(h)$ чоңдук даражасы менен жыйналат.

Алынган маселенин чектүү айырмалуу регуляризацияланган $S_i^{\varepsilon}, i = \overline{0,N}$ чечимин колдонуп, (15) маселенин чектүү айырмалуу регулярдуу чечимин алабыз :

$$S^{\varepsilon}(z) = \sqrt{C^{\varepsilon}(z)}, \quad \rho a^{\varepsilon}(z) = ra(z) / \left(\left(C^{\varepsilon}(z) \right)^2 \cdot Cm(z) \right).$$

Иштин 4.3 пунктунда Лаплас өзгөртүп түзүүсүнүн жардамында нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуу теңдемесинене колдонулушу каралат.

Натыйжада, бул бөлүмдө нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуу теңдемесинин тескери маселесин чечүү үчүн чектүү айырмачылыкты чечүүнүн алгоритми жана чектүү айырмачылыктын регулярдуу ыкмасы иштелип чыккан, параболикалык типтеги нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуу теңдемесинин тескери маселесине Лапластын өзгөртүп түзүүсүн колдонуу жана гиперболалык типтеги нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуу теңдемесинин тескери маселесине Лапластын тескери трансформациясын колдонуу негизделген.

Бешинчи бөлүмдө 3, 4-бөлүмдө изилденген нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуу теңдемеси үчүн бир өлчөмдүү түз жана тескери маселелердин сандык алгоритмдери, блок-схемалары жана программалык камсыздоосу берилген.

5.1 бөлүмдө нерв талчаларындагы потенциал теңдемесинин (6) түз маселесинин сандык чечими каралат. Сунушталган алгоритмдин компьютердик ишке ашыруусу көрсөтүлөт. Чечимдин графиктери алынат жана алынган чечимдин анализи берилет.

Нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуусунун түз маселесин чечүү үчүн алгоритмди сүрөттөп берели:

1. $T = 4, \quad N = 200, \quad h = T/N, \quad \tau = T/2N.$

2. $C_m(x)$, $r_a(x)$, $\rho_m(x)$ и $\rho_a(x)$ функцияларынын маанилерин беребиз.

3. $\overline{C}^2(x) = \dfrac{r_a(x)}{2C_m(x)\cdot\rho_a(x)} \quad \Rightarrow \overline{C}(x) = \sqrt{\dfrac{r_a(x)}{2C_m(x)\cdot\rho_a(x)}}$; Эсептейбиз.

4. $z(x) = \int_0^x \dfrac{d\lambda}{\overline{C}(\lambda)}$; Эсептейбиз.

5. $C_m(z), r_a(z), \rho_a(z), \rho_m(z)$ функцияларын жаңы өзгөрмө менен эсептейбиз;

6. $C(z) = \sqrt{\dfrac{ra(z)}{2Cm(z)\cdot\rho a(z)}}$;Эсептейбиз.

7. $S(z) = \sqrt{C(z)}; \quad \alpha(z) = 1/(\rho_m(z)\cdot C_m(z)\cdot l)$;Эсептейбиз.

8. $V(z,t)|_{t=z} = V(z,z) = S(z), \quad z \in [-T,T]$;Эсептейбиз.

9. $\left[V_t'(z,t)\right]_{t=z} = S_z'(z) + R(z)$; Эсептейбиз.

10. $\left[V_z'(z,t)\right]_{t=z} = S_z'(z)$; Эсептейбиз.

11. $V_i^{k+1} = 2V_i^k - V_i^{k-1} + \dfrac{\tau^2}{h^2}\left[V_{i+1}^k - 2V_i^k + V_{i-1}^k\right] - \dfrac{\tau^2}{h^2} 2\dfrac{S_i - S_{i-1}}{S_i}\left[V_i^k - V_{i-1}^k\right] - \tau^2 d_i V_i^k$.

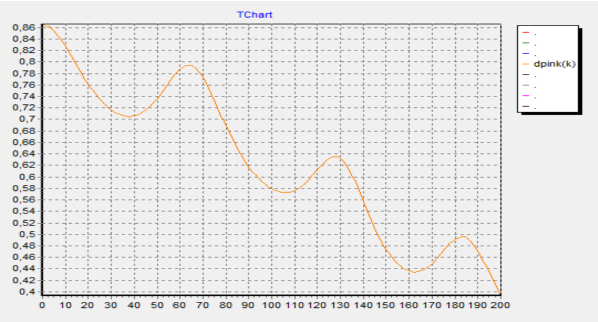
12. Эсептөө аяктагандан кийин нерв талчасынын аракет потенциалы теңдемесинин бир өлчөмдүү тескери маселесин чечүү үчүн $dpin(t) = V(0,t)$ кошумча маалымат аныкталат.

$C_m(x)$, $r_a(x)$, $\rho_a(x)$, $\rho_m(x)$ параметрлери катары ар түрдүү функциялар берилген: косинус сымал, импульстук, тепкич түрүндөгү. 5.1-таблицада түз маселе үчүн тесттик функциялар көрсөтүлгөн.

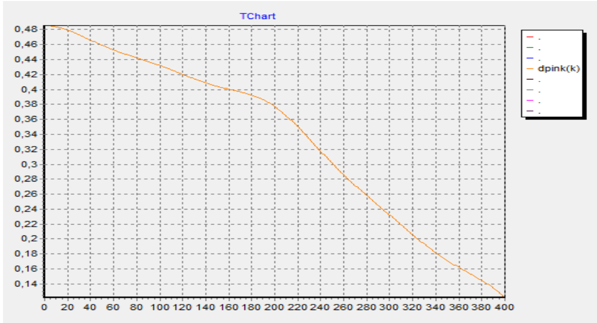
Таблица 5.1. Түз маселе үчүн тесттик функциялар, эсептөө катасы

Сүрөт №	**Түз маселенин функциялары**	$\beta(x)$	**Тор кадамы**	**n**	**Dpin(k)**	**Абсолюттук ката**
сүрөт 5.1.	$\rho_a(x) = 3.1 - \cos^2(\beta(x))$	1.57	0.01	200	0.8661	0.0055
сүрөт 5.2.	$\rho_a(x) = 10 - \cos^4(\beta(x))$	6.28	0.005	400	0.4854	0.0016
сүрөт 5.3.	$\rho_a(x) = импульстук$	-	0.01	200	0.4340	0.0052
сүрөт 5.4.	$\rho_a(x) = тепкичформасында$	-	0.01	200	0.4420	0.0262

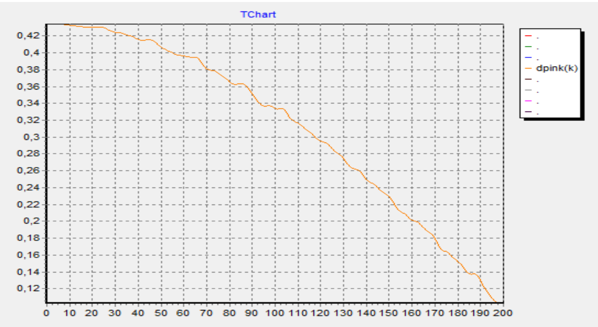
Dpin(k) графиктери - тескери маселени изилдөө үчүн кошумча маалыматтар 5.1- 5.4- сүрөттөрдө көрсөтүлгөн.



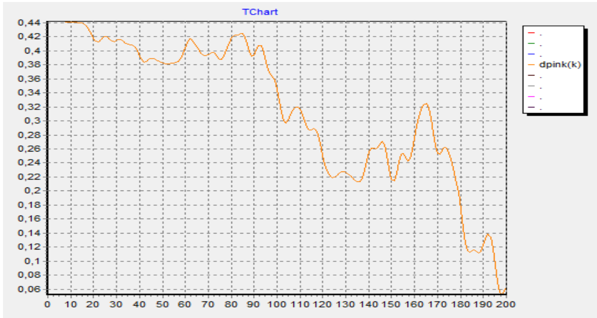
5.1-сүрөт. dpin(k) - тескери маселе үчүн кошумча маалымат $\rho_a(x) = 3.1 - \cos^2(\beta(x))$ $C_m(x) = 2.1 - \cos^2(6.28x), r_a(x) = 3.6 - \cos^2(6.28x),$ $\rho_m(x) = 2.6 - \cos^2(6.28x), \beta(x) = 1.57, h = 0.01.$



5.2-сүрөт. dpin(k) - тескери маселе үчүн кошумча маалымат $\rho_a(x) = 10 - \cos^4(\beta(x))$ $C_m(x) = 1,\ r_a(x) = 1,\ \ \rho_m(x) = 1,$ $\beta(x) = 6.28,\ \ h = 0.005$



5.1-сүрөт. dpin(k) - тескери маселе үчүн кошумча маалымат. $\rho_a(x) = \textit{импульстук},\ \ h = 0.01,$ $r_a(x) = 1,\ C_m(x) = 1,\ \ \rho_m(x) = 1.$



5.1-сүрөт. dpin(k) - тескери маселе үчүн кошумча маалымат $\rho_a(x) = \textit{тепкич формасында}, h = 0.01,$ $r_a(x) = 1,\ C_m(x) = 1,\ \ \rho_m(x) = 1.$

Түз маселе үчүн иштелип чыккан алгоритмдин мүмкүнчүлүгүн талдоо

1. **Алгоритмдин сандык туруктуулугу.**

Изилдөөнүн жүрүшүндө алгоритмдин сандык туруктуулугу төмөнкү иш-аракеттерди жүргүзүү аркылуу аныкталган: тор кадамдары ырааттуу түрдө кыскарган, натыйжада маселени чечиминин бир нече маанилери жана абсолюттук катасы алынды. Бул жерде абсолюттук каталар дээрлик бирдей, бул алгоритмдин туруктуулугун тастыктайт.

2. **Теңдеменин параметрлерин чоңойткон учурдагы анализ.**

Эгерде сиз $C_m(x)$ параметриндеги маанини, ал эми $r_a(x)$ параметриндеги туруктууну олуттуу жогорулатсаңыз, анда маселенин чечиминин максималдуу мааниси да жогорулайт. Ал эми $\rho_a(x)$ параметр боюнча маанини, $\rho_m(x)$ параметриндеги маанини олуттуу жогорулатсаңыз, анда маселенин чечиминин максималдуу мааниси төмөндөйт. Бул көрсөткүчтөрдүн баары түз маселенин теңдемесин тастыктайт.

3. $C_m(x),\ r_a(x),\ \rho_a(x),\ \rho_m(x)$ **функциялары боюнча анализ.**

$C_m(x),\ r_a(x),\ \rho_a(x),\ \rho_m(x)$ функциялаы катары ар түрдүү функцияларды бердик: косинус сымал, импульстук, тепкич формасындагы. Мында $\beta(x)$ ти көбөйүп, аракет потенциалын жайылтуу боюнча түз маселенин чечилиши $r_a(x)$

функциясынан олуттуу жана күчтүү, ал эми $C_m(x)$, $\rho_a(x)$, $\rho_m(x)$ функцияларынан начар көз каранды экендигин аныктадык.

4. Нерв талчасынын узундугу Т боюнча эсептөөгө анализ.

Эсептөө нерв талчасынын узундугуна жараша жасалган жана ал $40 \le T \le 120$ бирдикти (см) түзгөн. Т 40тан 60ка чейин жогорулаганда, dpin(k) графиктери экспрессивдүү жана түшүнүктүү болуп, Т 80ден 120га чейин өскөндө графиктер кыйла начарлайт. Бул нерв талчасынын узундугу нерв импульстарынын өтүшүнө таасирин тийгизет дегенди билдирет. Акыркы талдоо тескери маселени чечүү үчүн зарыл.

5.2 бөлүмдө нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуу теңдемесинин тескери маселесинин сандык чечими каралат. Сунушталган алгоритмдин компьютердик ишке ашыруусу көрсөтүлөт. Чечимдин графиктери алынат жана алынган чечимдин анализи берилет.

Тесттик моделдер үчүн тескери маселелерди чечүү алгоритми:

1.Теңдеменин $\rho_a(x)$ - нерв талчасынын каршылыгы параметринен башка бардык параметрлери берилет.

2. Түз маселенин чечиминин негизинде тескери маселе үчүн кошумча маалымат көрсөтүлөт. $f(t),\ t \in [0,2T],\ т.е.\ f^k = f(k \cdot h),\ i = \overline{0,N}.$

$u_0^k = f(k),\ k = \overline{0,N},\ S_0 = f^0,$ башкача айтканда S_0 (нөлүнчү катмар) аныкталат.

3. Биринчи катмар $u_1^k = \dfrac{f^{k+1} + f^{k-1}}{2},\ k = \overline{1, N-1}$ формуласы менен аныкталат. Мында S_1 $S_1 = (f^2 + f^0)/2$ формуласы менен аныкталат.

4. Экинчи катмардан баштап эсептөө төмөнкү формула менен жүргүзүлөт:

$$u_{i+1}^k = u_i^{k+1} + u_i^{k-1} - u_{i-1}^k + 2\left[\frac{S_i - S_{i-1}}{S_i}\right]\left[u_i^k - u_{i-1}^k\right] + h^2 d_i u_i^k,\ i = \overline{1,\ (N-1)/2};$$

Ар бир жолу $S_i = u_i^i,\ i = \overline{1,\ N/2}$ аныкталат. $k = \overline{i,\ N-i},$

5. Аныкталган $S_i,\ i = \overline{0,\ N/2}$ лердин жардамында $C_i = S_i^2,\ i = \overline{0,\ N/2}$ белгисиздерин калыбына келтиребиз.

6. Бул жерден биз белгисиз параметрди аныктайбыз: $S_i^\varepsilon = \sqrt{C_i^\varepsilon}$, $(\rho_a^\varepsilon)_i = \dfrac{(r_a)_i}{(C_i^\varepsilon)^2 \cdot 2(C_m)_i},\quad i = \overline{0,\ N/2}.$

Бул чектүү айырмачылыкты чечүү алгоритми.

Эми тескери маселенин чектүү-айырмалык регулярдуу чечимин чыгаруу алгоритмин сүрөттөп берели

1. Кошумча маалымат катары биз кичинекей толуктоолорду жана каталарды койдук: $(f^\varepsilon)^k = f^k + \varepsilon.$

2. Нөлүнчү катмарга $\left(u^{\varepsilon}\right)_0^k=\left(f^{\varepsilon}\right)^k$ маанисин беребиз.

3. Регуляризацияланган $S_0^{\varepsilon}=\left(f^{\varepsilon}\right)^0$ мааниси аныкталат.

4. Биринчи катмарга $\left(u^{\varepsilon}\right)_1^k=\dfrac{\left(f^{\varepsilon}\right)^{k+1}+\left(f^{\varepsilon}\right)^{k-1}}{2}$, $k=\overline{1,\ N-1},$ мааниси ыйгарылат жана $S_1^{\varepsilon}=\left(u^{\varepsilon}\right)_1^1$ аныкталат.

5. Кийинки катмарлар төмөнкү формула боюнча аныкталат:

$$\left(u^{\varepsilon}\right)_{i+1}^k=\left(u^{\varepsilon}\right)_i^{k+1}+\left(u^{\varepsilon}\right)_i^{k-1}-\left(u^{\varepsilon}\right)_{i-1}^k+\left[\frac{S_i^{\varepsilon}-S_{i-1}^{\varepsilon}}{S_i^{\varepsilon}}\right]*\left[\left(u^{\varepsilon}\right)_i^k-\left(u^{\varepsilon}\right)_{i-1}^k\right]+$$

$$+h^2 d_i\left(u^{\varepsilon}\right)_i^k,\quad i=\overline{1,\ N-1/2},\quad k=\overline{i,N-i}\ .$$

жана $S_i^{\varepsilon}=\left(u^{\varepsilon}\right)_i^i$, $i=\overline{1,\ N/2}$ калыбына келтирилет.

6. $C_1^{\varepsilon}=\left(S_i^{\varepsilon}\right)^2$, $i=\overline{0,\ N/2},$ жана $\left(\rho_a^{\varepsilon}\right)_i=\dfrac{\left(r_a\right)_i}{\left(C_i^{\varepsilon}\right)^2\cdot 2\left(C_m\right)_i}$, $i=\overline{0,\ N/2}$ белгисиз параметрлери аныкталат.

Тескери маселенин чечиминин алгоритмин талдоо.

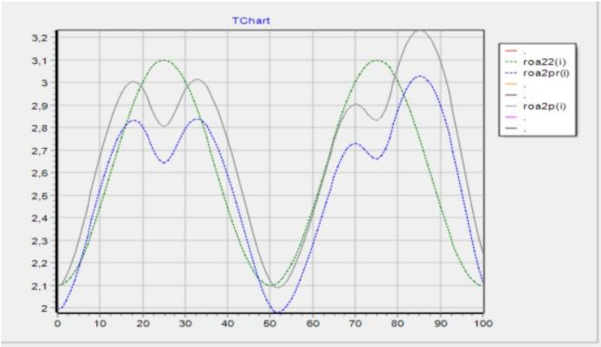
Нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуусунун гиперболалык тескери маселесин чечүү үчүн $\rho_a(z)$ функциясынын калыбына келтирилишин карап чыктык, ал эми калган $\rho_m(z)$, $r_a(z)$, $C_m(z)$, l параметрлери белгилүү параметрлер болуп эсептелет. Бардык параметрлер үчүн моделдик функция катары $\phi(z)=\phi_0-\phi_1(z)$ көрүнүшүндөгү функцияны алдык, мында ϕ_0 - турактуу сан, ал эми $\phi_1(z)$- ϕ_0 го салыштырмалуу кичинекей функция, $\phi(z)=\{\rho_a(z),\ \rho_m(z),\ r_a(z),\ C_m(z)\}$.

ТАБЛИЦА 5.2. Тескери маселе үчүн калыбына келтирилген $\rho_a(z)$ тесттик функциясы, эсептөө каталыгы

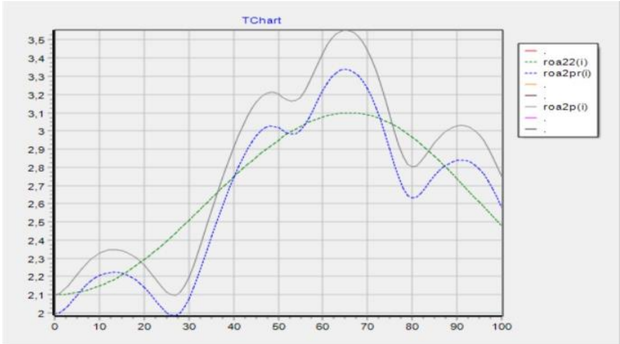
сүрөт №	*Калыбына келтирилген roa(z) функциясы*	*Тор кадамы hz*	*Эсептөө ктасы max %*	*Так жана болжолдуу чечимдердин ортосундагы салышт-уу ката*	*Болжолдуу жана ч-а-р чечимдин ортосундагы салыштырмалуу ката*	*Так жана ч-а-р чечимдин ортосундагы салыштырмалуу ката*
5.5	$roa(z)=3.1-\cos^2(6.28\cdot z)$	0.01	±0.01	0.0879	5.9340	18.4824
5.6	$roa(z)=3.1-\cos^2(0.28\cdot z)$	0.01	±0.01	0.1780	5.8069	18.7705
5.7	$roa(z)=$ тепкич формасында	0.01	±0.005	0.1167	4.3703	19.2294
5.8	$roa(z)=$ импульстук	0.01	±0.001	0.2384	0.6266	17.3363

5.2-таблицада калыбына келтирилген $\rho_a(z)$ функциясын изилдөөнүн натыйжалары көрсөтүлгөн.

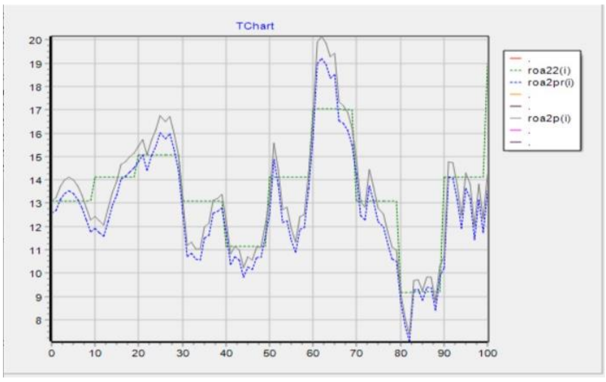
$\rho_a(z)$ - калыбына келтирилген функциясынын графиктери 5.5-5.8-сүрөттөрдө келтирилген. Белгилей кетсек, графиктерде $\rho_{a,m}(z)$ - так чечим жашыл чекиттүү сызык, $\rho_{a,kpp}(z)$ - чектүү айырмачылык чечим боз катуу сызык, $\rho_{a,kppp}(z)$ - чектүү айырмалардын регулярдуу чечими көк чекиттүү сызык.



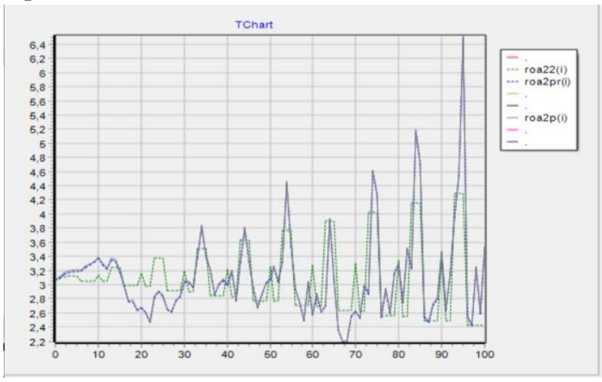
5.5-сүрөт. $roa(z)=3.1-\cos^2(6.28\cdot z)$
$h_z=0.01$, *олчоо катасы* ± 0.01



5.6-сүрөт. $roa(z)=3.1-\cos^2(0.28\cdot z)$
$h_z=0.01$, *олчоо катасы* ± 0.01



5.7-сүрөт. $\rho_a(z):=$ тепкич формада
$h_z=0.01$, *олчоо катасы* ± 0.005



5.8-сүрөт. $\rho_a(z):=$ импульс формасында
$h_z=0.01$, *олчоо катасы* ± 0.001

Нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралышынын бир өлчөмдүү тескери маселесин чечүүдө иштелип чыккан алгоритм менен программанын төмөнкүдөй мүмкүнчүлүктөрү изилденген жана талданган:

1.Дискреттөө торунун кадамдары такталган жана тиешелүү чекиттерде алынган натыйжалар салыштырылган жана талдоо тордун кадамы азайган сайын тескери маселенин салыштырмалуу катасы жакшырарын көрсөткөн.

2. Биз тескери маселенин кошумча маалыматындагы салыштырмалуу аз өзгөрүүлөрдүн алгоритмин изилдеп көрдүк жана тескери маселенин кошумча маалыматында жол берилген каталар 1%тен 6%ке чейин болушу мүмкүн экенин аныктадык.

3. Белгисиз функциянын α эркин константасына карата тескери маселенин чыгарылышынын туруктуулугу изилденет. Бул жерде биз α туруктуу

чоңдуктун минималдуу мааниси $\max\left|\cos^2(\beta x)\right|$ ($\rho_a(z)=\alpha-\cos^2\beta x,\quad \alpha=2.8,$) маанисиен 2,8 – 3,0 эсе чоң болушу керек экенин аныктадык (салыштырмалуу ката 20,6443%) жана андан төмөн чечимдердин туруксуздугу пайда болот.
4. Толкун сымал функциянын толкундарынын көбөйүшүнө карата тескери маселени чечүүнүн туруктуулугу каралат, б.а. β өзгөргөн, албетте, бул жерде толкун түзүүчү функциядагы толкундардын көбөйүшү функциянын калыбына келишине терс таасирин тийгизет.
5. Тескери маселени эсептөө үчүн максималдуу узундукту 4 дм = 40 см деп алдык, анткени нерв талчасынын узундугу болжол менен ушул узундукта.
6. Чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкманы колдонуу менен тескери маселенин функциясын реконструкциялоодогу салыштырмалуу ката ар кандай маселелерде өзгөрүп турду жана 1%тен 20%га чейинки диапазондо болду, бул калыбына келтирилген функцияларда алгылыктуу (ката таблицалары диссертацияда келтирилген).

Бул бөлүмдө бир өлчөмдүү түз маселени чечүүнүн чектүү айырмалуу алгоритми жана тескери маселенин чектүү айырмалуу регулярдуу чечими түзүлүп, сандык чечимдин Object Pascal тилинде (Delphi XE7) компьютерде ишке ашырылышы иштелип чыккан, алардын натыйжалары графиктер түрүндө алынган. Нейрофизиологиянын тескери маселесинде белгисиз коэффициенттерди аныктоонун сандык чечиминин анализи жүргүзүлгөн.

Корутундуда диссертациялык иште алынган негизги илимий жана практикалык натыйжалар берилген.

Тиркеме түз жана тескери маселелердин графиктерин, иштелип чыккан программалык коддун тизмегин, ишке ашыруу сертификатын жана программалык тиркеме үчүн Кыргызпатенттин сертификаттарын камтыйт.

КОРУТУНДУ

1. Нейрофизиологиялык теңдеменин эки өлчөмдүү түз маселесинин тууралыгы далилденди, б.а. чечимдин жашашы, чечимдин жалгыздыгы жана шарттуу туруктуулугу.
2. Нейрофизиологиялык теңдеменин бир өлчөмдүү тескери маселесин чечүүнүн чектүү айырмачылык ыкмасы негизделген жана иштелип чыккан, мында $\rho_a(z)$ - нерв талчасынын салыштырма каршылыгы аныкталат.
3. Нейрофизиологиялык теңдеменин бир өлчөмдүү тескери маселесинде нерв талчасынын салыштырма каршылыгын аныктоонун чектүү айырмалуу регулярдуу ыкмасы түзүлдү жана негизделди.
4. Нейрофизиологиялык теңдеме үчүн бир өлчөмдүү түз жана тескери маселелерди чыгаруунун жана сандык ишке ашыруунун туруктуу сандык алгоритмдери иштелип чыккан, автор тарабынан иштелип чыккан алгоритмди колдонуу мүмкүнчүлүктөрү талданган жана такталган.

5. Бир өлчөмдүү тескери маселелердин чектүү айырмалуу чечимдеринин ишенимдүүлүгү талап кылынган маселелердин коэффициенттеринин ар кандай түрлөрү үчүн тесттик мисалдар боюнча сандык эксперимент аркылуу көрсөтүлөт.
6. Нейрофизиологиялык теңдеме үчүн бир өлчөмдүү түз жана тескери маселелерди чечүү үчүн программалардын комплекстери түз маселенин өзү үчүн да, тескери маселени чечүү үчүн да чектүү айырмачылыктын жана чектүү айырманын регулярдуу ыкмаларынын алгоритмдерине негизделген, б.а. физикалык процесстин параметрлеринин бирин калыбына келтирүүгө. Сандык эксперименттердин натыйжалары жакшы тактыкты көрсөттү жана изделген функцияларды калыбына келтирүүдөгү салыштырмалуу каталар аныкталды.

Практикалык сунуштар

Алынган натыйжалардын негизинде:

1. Изилденген чектүү айырмачылык методу толкун процесстеринин түз жана тескери маселелеринин башка класстарына кеңири колдонулушу мүмкүн.
2. Түз жана тескери маселелердин түзүлгөн алгоритмдери жана ишке ашырылышы аракет потенциалын түзүү жана жайылтуу механизмдерин изилдөө үчүн колдонулушу мүмкүн.
3. Натыйжалар студенттерди нейрофизиологиянын түз жана тескери проблемаларынын кызыктуу маселелери менен тааныштыруу жана аларды бул багыттагы илимий изилдөөлөргө тартуу максатында окуу процессинде колдонулушу мүмкүн.

ЖАРЫЯЛАНГАН МАКАЛАЛАРДЫН ТИЗМЕСИ

1. **Курманалиева, Г.С.** Единственность решения двумерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Вестник Кырг.-Рос. Славян. ун-та. - 2019. - Т.19. -№4. - С. 19-25. – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=38171884
2. **Курманалиева, Г.С.** Численный метод решения двумерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Проблемы автоматики и управления. - 2019. - Т 37. - №2. - С. 99-109 – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=42835221
3. **Курманалиева, Г.С.** Разработка численного алгоритма определения коэффициентов одномерной обобщенной обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Проблемы автоматики и управления. - 2021. - Т 42. - №3. -С. 67-75 – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=47242279
4. **Курманалиева, Г.С.** Численное решение одномерной обобщенной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну. [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Вестник Кырг.

гос. ун-та стр-ва, транспорта и архитектуры им. Н. Исанова. -2022. - Т 3. - №2(76). -С 1104-1111 – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=49399798

5. **Курманалиева, Г.С.** Теоретические основы применения прямого и обратного преобразования Лапласа к телеграфному уравнению [Текст] / Г.С. Курманалиева // Бюллетень науки и практики. – 2022. – Т.8. -№4. – С. 12-21 – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=48400174
6. **Курманалиева, Г.С**. Разработка регуляризованного решения одномерной обратной задачи процесса распространения потенциала нервного импульса по нервному волокну [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Вестник Кырг.-Рос. Славян. ун-та. 2023. - Т.23.- №4. С. 11-20 – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=54096968
7. **Курманалиева, Г.С.** Анализ численного алгоритма прямой гиперболической задачи распространения потенциала действия нервного волокна [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев, Ю.В. Анищенко // Наука. Образование. Техника. - 2023. - №3. - С. 16-28 – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=58733442
8. **Курманалиева, Г.С.** Анализ алгоритма вычисления конечно-разностного регуляризованного решения и численная реализация одномерной обратной задачи распространения потенциала действий [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев, Ю.В. Анищенко // Известия ОшТУ. - 2023. - №3. – С.147-163 – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=59461677
9. **Kurmanalieva G.S.** The existence of a solution of the two-dimensional direct problem of propagation of the action potential along nerve fibers [Text] / A.J. Satybaev, G.S. Kurmanalieva – Filomat – Vol 33, №5 (2019), - p. 1287-1300 – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=43243796
10. **Күб. 881** Кыргыз Республикасы, Нерв талчасы боюнча нерв импульсунун таралуу процессинин бир өлчөмдүү тескери маселелерин чыгаруунун программасы, [Текст] / **Г.С.Курманалиева,** А.Дж. Сатыбаев, Ю.В.Анищенко; Бишкек. КР Мин. Каб. караштуу ИМжИМА (Кыргызпатент). - №20240002.6; өтүн. 11.01.24; жарыя. 05.12.23.
11. **Күб. 919** Кыргыз Республикасы, Нерв талчасы боюнча нерв импульсунун таралуу процессинин бир өлчөмдүү түз маселелерин чыгаруунун программасы, [Текст] / **Г.С.Курманалиева,** А.Дж. Сатыбаев, Ю.В.Анищенко; Бишкек. КР Мин. Каб. караштуу ИМжИМА (Кыргызпатент). - №20240002.6; өтүн. 08.04.24; жарыя. 05.12.23.

Курманалиева Гульзат Салыевнанын «Нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуусунун түз жана тескери маселесинин сандык чечимин иштеп чыгуу» темасындагы 05.13.18 – математикалык моделдер, сандык усулдар жана программалык комплекстери адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты илимий даражасын алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Ачкыч сөздөр: Математикалык модель, аракет потенциалынын нерв талчасы боюнча теңдемеси, түз жана тескери маселе, чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкмасы, сандык алгоритм, чечимдин чиймеси.

Изилдөөнүн объектиси: Изилдөөнүн негизги объектиси катары нейрофизиологиялык теңдеме үчүн түз жана тескери маселелердин ар кандай формулировкасы тандалган.

Изилдөөнүн максаты: Диссертациялык иш нейрофизиологиялык теңдеменин түз жана тескери маселелерин чектүү- айырмалык ыкмасы менен сандык чыгарууну иштеп чыгууга, негиздөөгө жана колдонууга, түз маселелердин болжолдуу чыгарылышынын уникалдуулугун жана туруктуулугун изилдөөгө арналган. Нейрофизиологияда практикалык мааниге ээ болгон чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкмасынын негизинде аракет потенциаланын нерв жипчеси боюнча таралуусунун бир өлчөмдүү тескери маселелерин сандык чыгарууну иштеп чыгуу, алгоритмдерди түзүү жана аларды компьютердин жардамы менен ишке ашыруу.

Изилдөөнүн ыкмалары: Нерв жипчесиндеги потенциалдын таралуу теңдемеси үчүн түз жана тескери маселелерди чечүү үчүн мүнөздөмө ыкмасы, өзгөчөлүктөрдү бөлүп алуу ыкмасы, чектүү-айырмачылык ыкмасы жана чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкмасы колдонулат.

Алынган натыйжалар жана алардын жаңылыгы: Нейрофизиологиялык теңдеменин эки өлчөмдүү түз маселелерин чечүү; жалгыздык теоремасы, жыйналуучулук теоремасы далилденип, эки өлчөмдүү түз маселенин чектүү-айырмалык чечиминин, нейрофизиологиянын бир өлчөмдүү тескери теңдемелери үчүн чектүү-айырмалык чечиминин шарттуу туруктуулугунун баалоолору алынат жана так чечимге жакындашуу көрсөтүлөт; нейрофизиологиялык теңдеменин бир өлчөмдүү тескери маселесин чечүүнүн чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкмасы иштелип чыккан; берилген маселелерди чечүүнүн сандык алгоритмдери иштелип чыккан жана компьютерде ишке ашырылган.

Колдонуу чөйрөсү: Диссертациялык изилдөөнүн практикалык мааниси анын натыйжалары биологиялык системаларда дүүлүктүрүүнүн таралышынын ар кандай учурларын изилдөө үчүн негиз боло ала турганында. Атап айтканда, нерв талчаларында дүүлүктүрүү таралышынын сунуш кылынган моделдери, чечүүнүн тиешелүү ыкмалары, алгоритмдер жана программалык продуктулар практикалык медицинада, нейробиологияда жана нейрокибернетикада колдонулушу мүмкүн.

РЕЗЮМЕ

диссертации Курманалиевой Гульзат Салыевны на тему: «Разработка численного решения прямой и обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Ключевые слова: Математическая модель, уравнение распространения потенциала действий по нервному волокну (РПДНВ), прямая и обратная задача, конечно-разностный регуляризованный метод, численный алгоритм, графики решений.

Объект исследования: В качестве основного объекта исследования выбраны различные постановки прямых и обратных задач для уравнения нейрофизиологии.

Цель исследования: Диссертационная работа посвящена разработке, обоснованию и приложениям численного решения прямых задач уравнения нейрофизиологии конечно-разностным методом, исследование вопросов единственности и устойчивости приближенного решения прямых задач, построению численных решений одномерных обратных задач РПДНВ на основе конечно-разностного регуляризованного метода, имеющих практическое значение в нейрофизиологии, созданию алгоритмов и их реализации с помощью компьютера.

Методы исследования. Для решения прямых и обратных задач для уравнения РПДНВ используются метод характеристик, метод выделения особенностей, конечно-разностный метод и конечно-разностный регуляризованный метод.

Полученные результаты и их новизна: Предложен подход к решению двумерных прямых задач уравнения нейрофизиологии; доказаны теоремы единственности, теоремы сходимости и получены оценка устойчивости конечно-разностного решения двумерной прямой задачи; для ряда одномерных обратных уравнений нейрофизиологии получены оценки условной устойчивости конечно-разностного решения и показана сходимость к точному решению; разработан конечно-разностный регуляризованный метод решения одномерной обратной задачи уравнения нейрофизиологии; разработаны численные алгоритмы решения на поставленные задачи и реализованы на компьютере.

Область применения: Практическая ценность диссертационного исследования состоит в том, что его результаты могут быть положены в основу изучения различных случаев распространения возбуждения в биологических системах. В частности, предложенные модели распространения возбуждения в нервных волокнах, соответствующие методы решения, алгоритмы и программные продукты могут быть использованы в практической медицине, нейробиологии и нейрокибернетике.

SUMMARY

of the dissertation of Kurmanalieva Gulzat Salyevna on the theme: "Development of a numerical solution to the direct and inverse problem of propagation of the action potential along a nerve fiber" for the degree of candidate of physical and mathematical sciences, specialty 05.13.18 – mathematical modeling, numerical methods and software packages

Key words: Mathematical model, equation for action potential propagation along a nerve fiber, direct and inverse problem, finite-difference regularized method, numerical algorithm, solution graphs.

Object of research: Various formulations of direct and inverse problems for the neurophysiology equation were chosen as the main object of study.

Purpose of research: The dissertation work is devoted to the development, justification and applications of the numerical solution of direct problems of the neurophysiology equation using the finite-difference method, the study of issues of uniqueness and stability of the approximate solution of direct problems, the construction of numerical solutions to one-dimensional inverse problems of propagation of the action potential of a nerve fiber based on the finite-difference regularized method, which have practical significance in neurophysiology, the creation of algorithms and their implementation using a computer.

Research methods: To solve the direct and inverse problems of the equation of action potential propagation along a nerve fiber, the method of characteristics, the method of feature extraction, the finite-difference method and the finite-difference regularized method are used.

The results obtained and their novelty: an approach to solving two-dimensional direct problems of the neurophysiology equation is proposed; uniqueness theorems and convergence theorems were proved and an estimate of the stability of a finite-difference solution to a two-dimensional direct problem was obtained; for a number of one-dimensional inverse equations of neurophysiology, estimates of the conditional stability of the finite-difference solution are obtained and convergence to the exact solution is shown; a finite-difference regularized method for solving the one-dimensional inverse problem of the neurophysiology equation has been developed; Numerical algorithms for solving the problems were developed and implemented on a computer.

Scope: The practical value of the dissertation research is that its results can serve as a basis for studying various cases of the propagation of excitation in biological systems. In particular, the proposed models for the propagation of excitation in nerve fibers, corresponding solution methods, algorithms and software products can be used in practical medicine, neurobiology and neurocybernetics.

Курманалиева Гульзат Салыевна

Нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуусунун түз жана тескери маселесинин сандык чечимин иштеп чыгуу

Физика-математика илимдеринин кандидаты
окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн даярдалган

Автореферат

Басылмага жазылды:
Формат 60x90/16. Көлөмү 1,33 б.т.
Офсеттик кагаз. Тираж 10 даана.