Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Машинатаануу, автоматика жана геомеханика институту

Б.Н.Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университети

Диссертациялык кеңеш Д 05.23.686

Кол жазма укугунда
УДК: 519.63(575.2)(043)

Курманалиева Гульзат Салыевна

Нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуусунун түз жана тескери маселесинин сандык чечимин иштеп чыгуу

05.13.18 – математикалык моделдөө, сандык усулдар жана программалык пакеттер

Физика-математика илимдеринин кандидаты
окумуштуулук даражасын алуу үчүн даярдалган
Авторефераты

Бишкек – 2025

Диссертациялык иш академик М.М.Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин маалымат технологиялары жана башкаруу кафедрасында аткарылды.

Илимий жетекчи:	**Сатыбаев Абдуганы Жунусович** физика-математика илимдеринин доктору, профессор, М.М. Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин маалымат технологиялары жана башкаруу кафедрасынын башчысы, Ош шаары
Расмий оппоненттер:	**Керимбеков Акылбек** физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Кыргыз-Россия Славян университетинин колдонмо математика жана информатика кафедрасынын башчысы, Бишкек шаары
	Картанова Асель Жумановна физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент, Кыргыз-Герман институтунун колдонмо информатика кафедрасынын доценти, Бишкек шаары
Жетектөөчү мекеме:	Ж.Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин компьютердик технологиялар жана жасалма интеллект институту, дареги: 720033, Кыргыз Республикасы, Бишкек шаары, Фрунзе - 547

Диссертация 2025-жылдын 28-февралында саат 14:00 дө Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын машинатаануу, автоматика жана геомеханика институтунун жана Б.Н. Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университетинин алдындагы физика-математика жана техника илимдеринин доктору (кандидаты) илимий даражасын алуу үчүн диссертацияларды коргоо боюнча Д 05.23.686 диссертациялык кеңешинин отурумунда корголот, 720071, Бишкек ш., Скрябин көчөсү 23, 2 этаж, конференц-зал. Диссертацияны жактоонун видеоконференциясына кирүү шилтемеси https://vc.vak.kg/b/052-lto-twi-0js.

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын (720071, Бишкек ш., Чүй пр., 265), Б.Н. Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университетинин (720072, Бишкек ш., Киев көч., 44), М.Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин (723503, Ош ш., Исанов көч., 81) китепканаларынан жана http://stepen.vak.kg/diss_sovety/d-05-23-686 даректеги сайт боюнча таанышууга болот.

Автореферат 27-январь 2025-жылы таркатылды.

Диссертациялык кеңештин
окумуштуу катчысы, ф.-м.и.к., у.и.к. Керимкулова Г.К.

ИШТИН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациялык иштин актуалдуулугу. Диссертациялык иш нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын түз жана тескери маселелерин моделдөө, сандык ыкмасы жана алгоритмин иштеп чыгууга арналган. Нерв талчаларындагы аракет потенциалынын таралуу (НТАПТ) механизмдерин изилдөө нейрофизиология, нейрохирургия, реабилитация жана нерв ооруларын диагностикалоонун жана дарылоонун жаңы ыкмаларын иштеп чыгуу сыяктуу ар кандай тармактарда баалуу. Иш-аракет потенциалынын таралышынын түз жана тескери маселесинин сандык чечимин иштеп чыгуу нерв системасында электрдик сигналдардын пайда болуу жана таралуу процесстерин кеңири изилдөөгө мүмкүндүк берет. Бул нерв жипчелеринин иштөө принцибин жана нерв системасындагы маалыматты өткөрүп берүү механизмдерин түшүнүү үчүн маанилүү. Бул процесстерди так моделдөө нерв системасынын иштеши жөнүндөгү билимибизди кеңейтүүгө жардам берет жана нерв ооруларын диагностикалоонун жана дарылоонун жаңы ыкмаларын иштеп чыгууга алып келиши мүмкүн.

Мындан тышкары, иш-аракет потенциалын жайылтуу боюнча түз жана тескери маселеге сандык чечимди иштеп чыгуу нейрохирургия жана нейрореабилитация тармагында практикалык колдонууга ээ болушу мүмкүн. Иш-аракет потенциалынын тескери маселесенин процесстерин түшүнүү нерв системасын стимулдаштыруунун жаңы ыкмаларын иштеп чыгууга жардам берет, алар, мисалы, неврологиялык ооруларда же жаракаттарда функцияны калыбына келтирүү үчүн колдонулушу мүмкүн.

Ошентип, нейрофизиология, нейрохирургия жана реабилитация тармагында жаңы ачылыштарга жана практикалык колдонууга алып келе турган, нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралышынын түз жана тескери маселелерин моделдөө жана сандык чечимин иштеп чыгуу актуалдуу илимий маселе болуп саналат.

Диссертациянын темасынын приоритеттүү илимий багыттар, негизги илимий программалар (долбоорлор), окуу жана илимий мекемелер тарабынан жүргүзүлүп жаткан негизги изилдөө иштери менен байланышы. Иш активдүү жүрүп жатат.

Изилдөөнүн максаты жана милдеттери. Диссертациялык изилдөөнүн максаты – нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралышын жана белгисиз параметрдин калыбына келишин сүрөттөгөн математикалык моделди түзүү. Иштин алкагында каралып жаткан маселени чектүү-айырмалык регуляризацияланган усулдун негизинде сандык чечүүнүн алгоритми иштелип чыгат. Ошондой эле анын натыйжалуулугун жана тактыгын камсыз кылуу үчүн сунушталган алгоритмди компьютерде ишке ашыруу боюнча талдоо жүргүзүлөт.
Бул максатка жетүү үчүн, биз төмөнкү изилдөө **милдеттерин** аныктадык:

1. Нейрофизиологияда колдонулган нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралышынын негизги математикалык моделдерин талдоо.
2. Нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралышынын түз маселесинин тууралыгын изилдөө, б.а. аракет потенциалынын теңдемесинин түз маселесинин жашашын, уникалдуулугун жана туруктуулугун негиздөө.
3. Нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралышынын түз маселесине чектүү айырмалуу чечимди түзүү.
4. Нерв талчасынын радиусун (тескери маселе), нерв талчасынын жана аксоплазманын каршылыгын жана мембрананын сыйымдуулугун аныктоонун чектүү айырмалуу регулярдуу ыкмасын түзүү.
5. Жогорудагы ыкмалардын негизинде потенциалдын теңдемесинин түз жана тескери маселелерин чыгаруунун сандык алгоритмдерин иштеп чыгуу.
6. Сунушталган иштелип чыккан алгоритмдердин негизинде Delphi XE7 программалоо чөйрөсүндө программалардын топтомун түзүү.

Алынган натыйжалардын илимий жаңылыгы.

- Көз ирмемдик жана жалпак булак менен изилденген НТАПТнын түз жана тескери маселесинин математикалык модели жакшыртылды;
- НТАПТсунун түз маселесинин чечиминин тууралыгы, башкача айтканда чечимдин жашашы, жалгыздыгы жана туруктуулугу жаңы формулировкада далилденди;
- Тескери маселенин чектүү айырмалуу регулярдуу чечими иштелип чыккан жана НТАПТнын маселелерин сандык реализациялоо жаңы формулировкада жүргүзүлгөн жана талданган.

Алынган натыйжалардын практикалык мааниси. Диссертациялык иштин практикалык мааниси иштелип чыккан алгоритмдерди жана программаларды биологиялык структуралардагы дүүлүктүрүүнүн таралуу процесстерин талдоо үчүн колдонуу мүмкүнчүлүгүнөн турат.

Натыйжаларды студенттерди түздөн-түз жана тескери көйгөйлөрдүн себеп-натыйжа кубулуштарынын актуалдуу проблемалары менен тааныштыруу жана студенттерди бул жааттагы илимий изилдөөлөргө тартуу максатында окуу процессинде колдонсо болот.

Мындан тышкары, диссертацияда берилген жыйынтыктар нейрофизиологияда жана нейрохирургияда, ошондой эле ар кандай нерв ооруларын реабилитациялоонун, диагностикалоонун жана дарылоонун жаңы ыкмаларын иштеп чыгууда кеңири колдонулушу мүмкүн.

Алынган натыйжалар учурда Ош мамлекеттик университетинин Табигый илимдер кафедрасында окуу процессинде колдонулууда.

Коргоо үчүн берилген диссертациянын негизги жоболору:

1. Нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралышынын эки өлчөмдүү түз жана бир өлчөмдүү тескери маселелеринин математикалык моделдери.

2. Нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралышынын түз маселесинин жашашын жана жалгыздыгын ырастоо.
3. Нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралышынын теңдемесинин эки өлчөмдүү түз маселесин чечүүнүн шарттуу туруктуулугун орнотуу.
4. Нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралуу теңдемесинин бир өлчөмдүү тескери маселелери үчүн чектүү айырмачылык, чектүү айырмачылык регулярдуу чечимдеринин жыйналуучулугун далилдөө.
5. Нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралуу теңдемелеринин түз жана тескери маселелерин программалык ишке ашыруунун жана чектүү-айырмалык регулярдуу методдун негизинде иштелип чыккан сандык чечимдердин алгоритмдери.
6. Чечимдин натыйжалары жана түзүлгөн алгоритмдердин жана программалардын мүмкүнчүлүктөрүн анализдөө, графиктер түрүндө алынган чечимди талдоо.

Изилдөөчүнүн жеке салымы көз карандысыз изилдөөлөрдү жүргүзүү, илимий натыйжаларды алуу, аларды талдоо жана негизги корутундуларды түзүү, нерв талчасы боюнча потенциалдын таралуу теңдемесинин түз жана тескери маселелерин чектүү-айырмалык регулярдуу ыкманын жана программалык камсыздоонун негизинде чечүүнүн сандык алгоритмин иштеп чыгуу болуп саналат.

Автор нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралуу теңдемесинин тескери маселелерин чечүү үчүн мүнөздүү ректификация ыкмасын, өзгөчөлүктөрдү алуу ыкмасын, чектүү айырмачылык ыкмасын жана чектүү-айырмалык регулярдуу ыкманы бирге колдонуу мүмкүнчүлүгүн далилдеген.

Изилдөөнүн максаттарын коюу, алынган натыйжаларды талкуулоо жана ишке ашыруу илимий жетекчиси, профессор А.Ж. Сатыбаев менен биргеликте жүргүзүлгөн.

Диссертациянын жыйынтыгын апробациялоо. Диссертацияда алынган негизги жыйынтыктар эл аралык конференцияларда баяндалган:

1. Академик Алтай Асылканович Бөрүбаевдин 70 жылдыгына арналган “Заманбап математиканын маселелери жана анын колдонулушу” эл аралык илимий конференциясы, Бишкек, 2021-жылдын 16-18-июнь;
2. 2022-жылдын 22-28-майында Мальтада өткөн “Тескери көйгөйлөр: моделдөө жана симуляция” 10-эл аралык конференциясы;
3. Н.Исанов атындагы КМТУнун түзүлгөндүгүнүн 30 жылдыгына арналган “Курулуш илими жана билими: университеттин илиминин өлкөнүн туруктуу инновациялык өнүгүүсүнө интеграциясы” аттуу эл аралык илимий-практикалык конференция, Бишкек, 27-28-май, 2022-жыл;
4. Эл аралык илимий конференция “Табият таануудагы тескери жана начар коюлган проблемалар”, Алматы, 11-12-апрель, 2023-ж.;
5. Түрк дүйнөсү математиктеринин VII Дүйнөлүк конгресси, Казакстан, Түркстан шаары, 20-23-сентябрь, 2023-жыл.

Диссертациянын басылмаларда толук чагылдырылышы. Диссертациянын темасы боюнча негизги жыйынтыктар 11 илимий эмгекте, анын ичинен 6 Кыргыз Республикасынын УАК КРП тарабынан сунушталган журналдарда жарыяланган; 1 эл аралык илимий конференциянын материалдарында; 1 чет өлкөлүк мезгилдүү басылмада; 1 Scopus системасында катталган журналда; түзүлгөн компьютердик программаларга Кыргызпатенттин 2 автордук күбөлүктө.

Диссертациянын структурасы жана көлөмү. Диссертация мазмундан, кириш сөздөн, беш бөлүмдөн жана бөлүмдөр боюнча корутундулардан, корутундудан, практикалык сунуштардан, 90 аталыштан пайдаланылган булактардын тизмесинен жана 6 тиркемеден турат. Диссертациянын негизги мазмуну 172 беттен турат.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

Киришүү диссертациялык иштин темасынын актуалдуулугун негиздейт, максатын жана милдеттерин формулировкалайт, илимий жаңылыкты, илимий натыйжалардын практикалык маанисин жана коргоого сунушталган жоболорду баяндайт, жыйынтыктарды чагылдыруунун толуктугун, структурасын жана диссертациянын масштабын көрсөтөт.

“Адабияттар менен таанышуу” деген биринчи бөлүмдө диссертациялык иштеги изилденип жаткан маселелер боюнча адабияттар изилденген. Нерв талчасы боюнча аракет потенциалынын таралышынын түз жана тескери маселелерин моделдөө боюнча илимий адабияттарды талдоо нерв системасын изилдөө жана анын функционалдык өзгөчөлүктөрүн түшүнүү бул багытта аткарыла турган иштер көп экендигин айгинелейт.

Диссертациялык иште изилденген маселелердин биринчи формулировкасы А.Л. Ходжкин жана А. Хаксли (1952), Р.Р. Алиев (2010), Н.М. Богатов (2012), Е.В. Максименко (2006), В.С. Новоселов (2013) тарабынан изилденген. Ал эми В.Г. Романов (1984) тарабынан иштелип чыккан тескери динамикалык маселелерди чечүү үчүн жашоо жана жалгыздык теоремаларын далилдөө ыкмасы, ошондой эле тескери маселелердин жалгыздык жана шарттуу туруктуулук теоремаларын изилдөө С.И. Кабанихин (1991) жана алардын окуучуларына таандык. Бул багытта ата мекендик окумуштуулар А.Ж. Сатыбаев (2001), А.Т. Маматкасымова (2015), Ю.В. Анищенко (2021), А.Ж. Көкөзова (2022), Г.А. Калдыбаеваларды (2009) атап кетсек болот. Жакынкы КМШ мамлекеттеринде тескери маселелерди изилдеген окумуштуулар Ч. Аширалиев, С.З. Жамалов, Б. Саматов (Өзбекистан), М.Т.Дженалиев, Г.Баканов, М.Бектемесов, Б.Рысбай улы, С.Касенов, Е.Бидайбеков (Казакстан).

«Методология жана изилдөө методдору» деген экинчи бөлүмдө маселелерди чечүүдө колдонулган материалдар жана методдор берилген.

Изилдөө объектиси. Бул диссертациянын изилдөө объектиси болуп нейрофизиологиянын түз жана тескери маселелеринин ар кандай формулировкасы, тактап айтканда, аракет потенциалынын нерв талчасы боюнча таралышы саналат.

Изилдөө предмети. Бул диссертациянын изилдөө предмети НТАПТ маселелеринин математикалык модели, түз маселенин сандык чечилиши, ошондой эле тескери маселенин чектүү-айырмалык регулярдуу чечилиши жана алгоритмди компьютерде ишке ашыруу болуп саналат.

Изилдөө методдору. Бул диссертациялык иштин изилдөө ыкмалары мүнөздүү ректификация ыкмасы, өзгөчөлүктөрдү алуу ыкмасы, чектүү айырмачылык ыкмасы жана чектүү айырманын регулярдуу ыкмасы, математикалык моделдөө, ошондой эле программалоонун заманбап тилдери болуп саналат, программа интерфейси.

Параболикалык жекече туундуга ээ болгон дифференциалдык теңдемелерде белгисиз коэффициентти аныктоо үчүн тескери маселелерди изилдөөдө баштапкы жана чектик шарттарды, ошондой эле кошумча маалыматтарды эске алуу менен математикалык физиканын ар кандай ыкмалары колдонулат. Биринчиден, сингулярдуулукту чыгаруу ыкмасын колдонуу менен жана тиешелүү мамилелерди алуу менен түз маселени чечүүнүн жеке жана регулярдуу бөлүктөрүн бөлүп алуу керек. Андан кийин теңдеменин мүнөздөмөлөрүн түздөө үчүн Эйконал ыкмасы колдонулат. Чектүү айырмачылык ыкмасын колдонгондон кийин, биз түздөн-түз НТАПТ маселесинин чечимин алабыз.

Ал эми тескери маселеде чектүү-айырмалык регуляризацияланган методду колдонуу менен НТАПТ тескери маселесинин чечилишин алабыз.

Үчүнчү бөлүмдөн бешинчи бөлүмгө чейин өзүбүздүн изилдөөлөрүбүздүн натыйжаларына жана алардын негиздемелерине арналган.

Үчүнчү бөлүмдө нейрофизиологиянын эки өлчөмдүү түз маселесинин тууралыгы изилденип, НТАПТ теңдемесинин чечиминин жашоо жана жалгыздык теоремалары далилденген. Маселенин чектүү айырмалуу аналогу түзүлгөн:

$$\left.\begin{aligned}
&C_m(x,y)v_t'(x,y,t)=\frac{r_a(x,y)}{2\rho_a(x,y)}\Delta v-\frac{v(x,y,t)}{\rho_m(x,y)\cdot l},\ (x,t)\in R_+^2,\ y\in R,\\
&v(x,y,t)\big|_{t<0}\equiv 0,\\
&v_x'(x,y,t)\big|_{x=0}=h(y)\theta(t)+r(y)\theta_1(t)+p(y)\theta_2(t),\quad t\in R.
\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Параболалык теңдемеден гиперболалык теңдемеге туташтыруучу интегралдын [12, 235-б, 8.1.7-формула; 343-б, 11.1.13-формула] жардамы менен өтөбүз

$$\left.\begin{aligned}
&C_m(x,y)\frac{\partial^2 V(x,y,t)}{\partial t^2}=\frac{r_a(x,y)}{2\rho_a(x,y)}\Delta V-\frac{1}{\rho_m(x,y)\cdot l}V(x,y,t),\quad x\in R_+,\ t\in R_+,\ y\in R\\
&V(x,y,t)\big|_{t<0}\equiv 0,\\
&V_x'(x,y,t)\big|_{x=0}=h(y)\delta(t)+r(y)\theta(t)+p(y)\theta_1(t).
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Түз маселе (2) маселеден $V(x,y,t)$ өзгөрмөсүн табуу болуп саналат, мында $C_m(x,y)$ – мембрананын аянт бирдигинин сыйымдуулугу, $r_a(x,y)$ – нерв талчасынын радиусу, $\rho_m(x,y)$ – мембраналык заттын салыштырма каршылыгы, $\rho_a(x,y)$ – нерв талчасынын плазмасынын салыштырма каршылыгы, l – мембрананын калыңдыгы, m жана a – мембрананын жана аксонанын индекстери тиешелүү түрдө, $V(x,y,t)$ – клетка ичиндеги аракет потенциалы жана $h(y),\ r(y),\ p(y)$ тин белгилүү маанилеринде.

Теңдеменин параметрлерине жана баштапкы шартына карата төмөнкү шарттар аткарылсын:

$$C_m(x,y),\ r_a(x,y),\ \rho_a(x,y),\ \rho_m(x,y)\in\Lambda_1 \tag{3}$$

$$h(y),\ r(y),\ p(y)\in\Lambda_2,\ \ l>0 \tag{4}$$

мында

$$\Lambda_1=\begin{Bmatrix} C_m(x,y)\in C^2((0,d)\times(-D_1,D_1)),\ 0<M_1\le C_m(x,y)\le M_2 \\ \sup\{C_m(x,y)\}\subset((0,d)\times(-D_1,D_1)),\ \ d=\|C_m(x,y)\|_C^2\le M_2 \end{Bmatrix}$$

$$\Lambda_2=\begin{Bmatrix} \sup h(y)\in(-D,D),\ h(y)\in C(-D,D) \\ D=D_1+T(M_2+l),\ T=2l/(M_1-l)\ M_1,\ M_2,\ D=const. \end{Bmatrix}$$

Мүнөздөмөлөр жана өзгөчөлүктөрдү алуу ыкмаларын (2) маселеге колдонуу менен, биз мүнөздөмөлөр боюнча маалыматтары менен түз маселени алабыз:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 v}{\partial\alpha^2}+L_1 v(\alpha,y,t),\quad |\alpha|<t<T,\quad y\in(-D,D),\\ &v(\alpha,y,t)\big|_{|\alpha|=t}=S(t,y),\quad t\in[0,T],\quad y\in(-D,D),\\ &v(\alpha,y,t)\big|_{y=-D}=v(\alpha,y,t)\big|_{y=D}=0, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

мында $L_1\vartheta(\alpha,y,t)$, $S(t,y)$ - төмөндөгү функциялардан көз каранды болгон функциялар: $C_m(\alpha,y), r_a(\alpha,y), \rho_a(\alpha,y), \rho_m(\alpha,y), \alpha, \Delta\alpha, h(y), r(y), p(y)$.

ТЕОРЕМА 1. Мейли (3)–(4) шарттар, киргизилген шарттар жана нормалар аткарылсын, жана $V(\alpha,y,t)$ функциясы үзгүлтүксүз болсун жана $\Omega(T,D)$ областында үзгүлтүксүз экинчи тартиптеги туундуларга ээ болсун жана $S(t,y)\in L_2(\Omega(T,D))$. Анда (5) маселенин жалпыланган чечими $W_2^1(\Omega(T,D))$ мейкиндигинде жашайт, $\Omega(T,D)=\{(\alpha,y,t):\alpha\in(-T,T),\alpha<t<T-\alpha,y\in(-D,D)\}$.

3.2. пунктунда (5) маселени чечүүнүн уникалдуулугу алынды.

ТЕОРЕМА 2. Мейли теңдеменин коэффициенттери $Cm(\alpha,y),\ \rho a(\alpha,y),\ ra(\alpha,y)$, ошондой эле $\alpha_y,\ \Delta\alpha$ үзгүлтүксүз болушсун жана экинчи тартиптеги үзгүлтүксүз жекече туундуларга ээ болушсун, жана (5) маселенин чечими жашасын жана чечим $C^2(\Omega(T,D))$ мейкиндигине таандык болсун, Эйконалдын теңдемесинин шарттары аткарылсын. Анда (5) маселенин $\Omega(T,D)$ областындагы чечими жалгыз.

Параболалык теңдеме үчүн да төмөндөгү теоремалар орун алат.

ТЕОРЕМА 3. Мейли, киргизилген шарттар жана нормалар терс эмес болсун, ал эми $v(\beta,y,t)$ функциясы үзгүлтүксүз жана Ω(T,D) областында үзгүлтүксүз экинчи тартиптеги туундуларга ээ болсун. Эгерде баштапкы шарт жана ага тиешелүү чек аралык шарттар аткарылса, анда $W_2^1\left(\Omega\left(T,D\right)\right)$ мейкиндигинде (1) маселенин жалпыланган чечими жашайт, мында $\Omega\left(T,D\right)=\left\{\left(\beta,y,t\right):\beta\in\left(-T,T\right),\ \beta<t<T-\beta,\ y\in\left(-D,D\right)\right\}$.

ТЕОРЕМА 4. (1) маселенин чечими бар болсун жана $C^2\left(\Omega\left(T,D\right)\right)$ таандык болсун жана аймактын чек арасына жакын жердеги чечимдердин жүрүм-турумун аныктаган Эйконалдык теңдеменин шарты канааттандырылсын. Эгерде (1) параболикалык маселенин коэффициенттери үзгүлтүксүз жана экинчи тартиптеги жекече туундуларга ээ болсо, анда (1) маселенин чечими $\Omega\left(T,D\right)$ областында жалгыз гана.

3.3 жана 3.4 бөлүмдөрүндө (5) маселенин чектүү айырмалуу аналогу курулган.

$$\left.\begin{array}{l} V_{t\bar{t}}=V_{\alpha\bar{\alpha}}+LV_{ij}^{k},\ \left(ih_1,jh_2,\tau k\right)\in\Omega_{ij}^{k}, \\ V_{\pm i,j}^{|2i|}=S_{j}^{|2i|},\ \ i=\overline{-N,N};\ \ j=\overline{-L,L}; \\ V_{i,L}^{k}=V_{i,-L}^{k}=0,\quad i=\overline{-N,N};\quad k=\overline{|2i|,2N}; \end{array}\right\} \tag{6}$$

(6) түз маселенин чечиминин (2) түз маселенин чечилишине жакындыгы боюнча теоремалар далилденген.

Ошентип, бул главада НТАПТ (2) теңдемесинин эки өлчөмдүү түз маселесинин жашашы, жалгыздыгы жана туруктуулугу далилденген.

Төртүнчү бөлүм НТАПТ теңдемесинин бир өлчөмдүү тескери маселелерин изилдөөгө арналган. 4.1 бөлүмдө нерв талчасынын өзгөчө каршылыгы $\rho_a(x)$ белгисиз болгон бир өлчөмдүү тескери маселеси изилденет.

$$\left.\begin{array}{l} C_m\left(x\right)u_t'\left(x,t\right)=\dfrac{r_a\left(x\right)}{2\rho_a\left(x\right)}u_{xx}''\left(x,t\right)-\dfrac{u\left(x,t\right)}{\rho_m\left(x\right)\cdot l},\ \left(x,t\right)\in R_+^2, \\ u\left(x,t\right)\big|_{t<0}\equiv 0,\ u_x'\left(x,t\right)\big|_{x=0}=h_0\theta\left(t\right)+r_0\theta_1\left(t\right)+p_0\theta_2\left(t\right),t\in R_+ \end{array}\right\} \tag{7}$$

(7) тескери параболикалык маселе үчүн кошумча маалымат төмөнкү формада келтирилет:

$$u\left(x,t\right)\big|_{x=0}=g\left(t\right),\ \ \mathrm{t}\in\left[0,\mathrm{T}\right]. \tag{8}$$

Кабанихиндин усулун [12, 235-б, 8.1.7-формула; 343-б, 11.1.13-формула] колдонуп, (7)-(8) маселеден гиперболикалык маселеге өтөбүз:

$$\left.\begin{array}{l} C_m\left(x\right)\dfrac{\partial^2 V\left(x,t\right)}{\partial t^2}=\dfrac{r_a\left(x\right)}{2\rho_a\left(x\right)}V_{xx}''\left(x,t\right)-\dfrac{V\left(x,t\right)}{\rho_m\left(x\right)l},\ \left(x,t\right)\in R_+^2 \\ V\left(x,t\right)\big|_{t<0}\equiv 0,\ \dfrac{\partial V\left(x,t\right)}{\partial x}\bigg|_{x=0}=h_0\delta\left(t\right)+r_0\theta\left(t\right)+p_0\theta_1\left(t\right),\ t\in R_+ \end{array}\right\} \tag{9}$$

$$V\left(x,t\right)\big|_{x=0}=f\left(t\right),\ \ t\in\left[0,T\right]. \tag{10}$$

мында $g\left(t\right)=\int\limits_0^\infty f\left(\tau\right)G\left(t,\tau\right)d\tau$

Бул маселелердин $u(x,t)$ жана $V(x,t)$ чечимдери төмөндөгү интеграл менен байланышкан:

$$u(x,t) = \int_0^{\infty} V(x,\tau) G(t,\tau) d\tau\,, \tag{11}$$

мында $G(t,\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} e^{-\frac{\tau^2}{4t}}$.

Тескери маселени чечүү үчүн коэффициенттерге карата төмөндөгү шарттар аткарылсын дейли

$$C_m(x), r_a(x), \rho_a(x), \rho_m(x) \in \Lambda_0\,, \tag{12}$$

мында $\Lambda_0 = \left\{C_m(x) \in C^6(R_+),\ (C_m)'_x(0) = 0\,,\ 0 < M_1 \le C_m(x) \le M_2\,,\ \|C_m(x)\|_{C^2} \le M_3\right\}$.

M_1, M_2, M_3 – оң турактуулар.

$$z(x) = \int_0^x \frac{1}{\overline{C}(\lambda)} d\lambda\,, \quad z(x) > 0\,, \quad \lim_{x\to\infty} z(x) = 0 \tag{13}$$

(9)–(10) маселеге мүнөздөмөлөр ыкмасын колдонолу жана (13) жаңы өзгөрмөнү киргизели, төмөнкү тескери маселени алабыз:

$$\left.\begin{aligned}
&U''_{tt}(z,t) = U''_{zz} - 2\frac{S'(z)}{S(z)}U'_z(z,t) - \frac{U(z,t)}{Cm(z)\rho m(z)l}, \quad (z,t)\in\Delta(T)\\
&U(z,t) = \Big|_{t=|z|} = S(z),\ z\in[0,T/2],\\
&U(z,t)\big|_{z=0} = f(t),\ t\in[0,T].
\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Келгиле, өзгөчөлүктөрдү чыгаруу ыкмасын колдонолу жана маселенин чечимин төмөнкү формада көрсөтөлү

$$U(z,t) = \tilde{U}(z,t) + \delta(z)\theta(t-|z|) + R(z)\theta_1(t-|z|) \tag{15}$$

мында $\tilde{U}(z,t)$- үзгүлтүксүз функция.

Эгерде (15) эске алсак, анда (14) маселеден мүнөздөмөлөр боюнча маалыматтар менен төмөнкү тескери маселени алабыз.

$$\left.\begin{aligned}
&U''_{tt}(z,t) = U''_{zz} - 2\frac{S'(z)}{S(z)}U'_z(z,t) - \frac{U(z,t)}{Cm(z)\rho m(z)l}, \quad (z,t)\in\Delta(T)\\
&U(z,t) = \Big|_{t=|z|} = S(z),\ z\in[0,T/2],\\
&U(z,t)\big|_{z=0} = f(t),\ t\in[0,T].
\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

мында $\Delta(T) = \Delta_h(T) = \left\{x_i = ih, i = \overline{0,N};\ t_k = k\tau,\quad k = \overline{0,2N},\quad h = 2\tau = \frac{T}{N}\right\}$

(16) маселенин айырмасынын аналогун түзөлү, мында O(h) – кичинекей мүчөсүн таштап жиберебиз :

$$\left.\begin{array}{l} U_{\bar{tt}} = U_{\bar{xx}} - 2\dfrac{S_i - S_{i-1}}{hS_i}\left[\dfrac{U_i^k - U_{i-1}^k}{h}\right] - \dfrac{U_i^k}{Cm_i\rho m_i l}, \quad (x_{i,}t_k)\in \Delta_h(T) \\ U_i^i = S_i, \quad i=\overline{0,N} \\ U_0^k = f^k, \ k = \overline{0,2N} \end{array}\right\} \qquad (17)$$

ТЕОРЕМА 5. Мейли (16) маселенин чечимдери жашасын жана (12) - (13) шарттар аткарылсын жана $U(x,t)\in C^4(\Delta(T))$ болсун.

Анда чектүү-айырмачылык усулу менен тургузулган (17) тескери маселенин жакындаштырылган чечими (16) тескери маселенин так чечимине $O(h)$ чоңдук даражасы менен жыйналат жана төмөнкүдөй баага ээ болот

$$\overline{U}^{k+1} \le O(h) * \exp\left[2\frac{\overline{S}}{\underline{S}} + h^2\frac{1}{\underline{CM}\cdot \underline{RM}\cdot l}\right], \qquad (18)$$

мында $\overline{U}^{k+1}$, $\overline{S},\underline{S}$, $\underline{CM}$, $\underline{RM}$ - $U_i^k, S_i, Cm_i, \rho m_i$ функцияларынын төмөнкү жана жогорку нормалары.

Эгерде $S_i, i=\overline{0,N}$ аныкталган болсо, анда (14) тескери маселенин $(\rho_a)_i$ - чечимин да аныктоого болот, бул чечим (16) маселенин да чечими боло алат.

4.2 пунктунда төмөндөгү маселе үчүн чектүү айырмачылыктын регулярдуу чечими иштелип чыккан

$$\left.\begin{array}{l} U_{tt}''(z,t) = U_{zz}''(z,t) - \dfrac{C'(z)}{C(z)}U_z(z,t) - d(z)U(z,t), \quad z\in R_+, \quad t\in R_+, \\ U(z,t)\big|_{t<0} \equiv 0, \quad U_z'(z,t)\Big|_{z=0} = C(0)[h_0\delta(t) + r_0\theta(t) + p_0\theta_1(t)], \quad t\in R_+ \end{array}\right\} \qquad (19)$$

$$U(z,t)\big|_{z=0} = f(t), \quad t\in[0,2T]. \qquad (20)$$

Тескери маселе (19)–(20) маселеден $C(z)$ жана $U(z,t)$параметрлерин аныктоодон, ошондой эле (20) түз маселенин чечими жөнүндө кошумча маалыматтан турат.

Мүнөздөмөлөр ыкмасын жана өзгөчөлүктөрдү аныктоо ыкмасын колдонобуз жана (19)–(20) маселени мүнөздөмөлөр боюнча маалыматтары бар маселеге келтиребиз. $U(z,t), S(z)$ функцияларын, $ra(z)$, $Cm(z)$, $rom(z)$ белгилүү функцияларынын жана $f(t)$ - түз маселени чечүү жөнүндө кошумча маалыматынын жардамында табабыз. (19)–(20) маселенин айырма аналогун курабыз.

ТЕОРЕМА 6. Мейли (19)–(20) маселенин чечими жашасын жана $U(z,t)\in C^4(\Delta(T))$, $(ra(z), Cm(z), rom(z), roa(z))\in\Lambda_0$ шарты аткарылсын, анда курулган тескери маселенин $(\tilde{U}_i^k, \tilde{S}_i)$ чечимдери (19) – (20) тескери маселенин (U_i^k, S_i) так чечимине $O(h)$ чоңдук даражасы менен жыйналат.

ТЕОРЕМА 7. Мейли түз маселенин чечими жашасын жана $U(z,t)\in C^4(\Delta(T))$, $(ra(z), Cm(z), rom(z), roa(z))\in\Lambda_0$ шарты аткарылсын. Анда курулган тескери маселенин ($\hat{U}_i^{k,\varepsilon}, \hat{S}_i^{\varepsilon}$) чектүү-айырмачылык регуляризацияланган чечимдери (19) – (20) тескери маселенин (U_i^k, S_i) так чечимине $O(h)$ чоңдук даражасы менен жыйналат.

Алынган маселенин чектүү айырмалуу регуляризацияланган s_i^{ε}, $i = \overline{0, N}$ чечимин колдонуп, (15) маселенин чектүү айырмалуу регулярдуу чечимин алабыз :

$$s^{\varepsilon}(z) = \sqrt{C^{\varepsilon}(z)}, \quad \rho a^{\varepsilon}(z) = ra(z) / \left(\left(C^{\varepsilon}(z)\right)^2 \cdot Cm(z) \right).$$

4.3 бөлүмүндө НТАПТ теңдемеси менен байланышкан параболалык жана гиперболалык мүнөздөгү маселелердин ортосундагы байланыштын теориялык аспектилери берилген. Натыйжада, бул бөлүмдө НТАПТ теңдемесинин тескери маселесин чечүү үчүн чектүү айырмачылыкты чечүүнүн алгоритми жана чектүү айырмачылыктын регулярдуу ыкмасы иштелип чыккан, параболалык жана гиперболалык типтеги теңдеменин тескери маселеси ортосундагы байланыш негизделген.

Бешинчи бөлүмдө 3, 4-бөлүмдө изилденген НТАПТ теңдемеси үчүн бир өлчөмдүү түз жана тескери маселелердин сандык алгоритмдери, блок-схемалары жана программалык камсыздоосу берилген.

5.1 бөлүмдө НТАПТ теңдемесинин (6) түз маселесинин сандык чечими каралат. Сунушталган алгоритмдин компьютердик ишке ашыруусу көрсөтүлөт. Чечимдин графиктери алынат жана алынган чечимдин анализи берилет. НТАПТнын түз маселесин чыгаруунун алгоритми диссертацияда берилген.

$C_m(x)$, $r_a(x)$, $\rho_a(x)$, $\rho_m(x)$ параметрлери катары ар түрдүү функциялар берилген: косинус сымал, импульстук, тепкич түрүндөгү. 5.1-таблицада түз маселе үчүн тесттик функциялар көрсөтүлгөн.

Таблица 5.1. - Түз маселе үчүн тесттик функциялар, эсептөө катасы

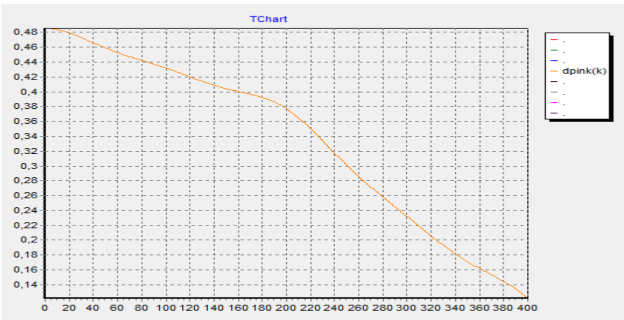
Сүрөт №	**Түз маселенин функциялары**	$\beta(x)$	**Тор кадамы**	**n**	**Dpin(k)**	**Абсолюттук ката**
сүрөт 5.1	$\rho_a(x) = 3.1 - \cos^2(\beta(x))$	1.57	0.01	200	0.8661	0.0055
сүрөт 5.2	$\rho_a(x) = 10 - \cos^4(\beta(x))$	6.28	0.005	400	0.4854	0.0016
сүрөт 5.3	$\rho_a(x) = \textit{импульстук}$	-	0.01	200	0.4340	0.0052
сүрөт 5.4	$\rho_a(x) = \textit{тепкичформасында}$	-	0.01	200	0.4420	0.0262

Dpin(k) графиктери - тескери маселени изилдөө үчүн кошумча маалыматтар 5.1- 5.4-сүрөттөрдө көрсөтүлгөн.

5.1-сүрөт - dpin(k) - тескери маселе үчүн кошумча маалымат $\rho_a(x) = 3.1 - \cos^2(\beta(x))$

$C_m(x) = 2.1 - \cos^2(6.28x), r_a(x) = 3.6 - \cos^2(6.28x),$

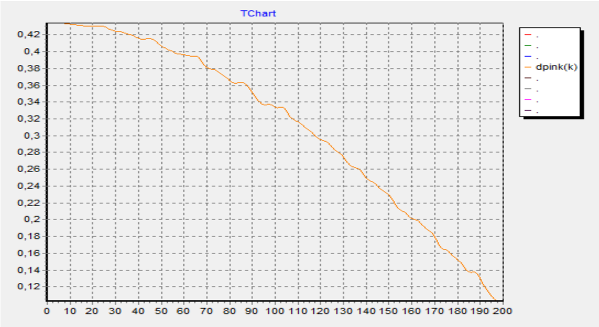
$\rho_m(x) = 2.6 - \cos^2(6.28x), \beta(x) = 1.57, h = 0.01.$



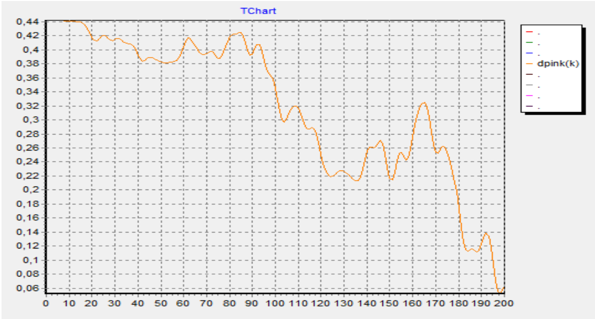
5.2-сүрөт - dpin(k) - тескери маселе үчүн кошумча маалымат $\rho_a(x) = 10 - \cos^4(\beta(x))$

$C_m(x) = 1, \ r_a(x) = 1, \ \rho_m(x) = 1,$

$\beta(x) = 6.28, \ h = 0.005$



5.1-сүрөт - dpin(k) - тескери маселе үчүн кошумча маалымат. $\rho_a(x) = импульстук,\ \ h = 0.01,$ $r_a(x) = 1,\ C_m(x) = 1,\ \ \rho_m(x) = 1.$



5.1-сүрөт - dpin(k) - тескери маселе үчүн кошумча маалымат $\rho_a(x) = тепкич\ \ формасында, h = 0.01,$ $r_a(x) = 1,\ C_m(x) = 1,\ \ \rho_m(x) = 1.$

Түз маселе үчүн иштелип чыккан алгоритмдин мүмкүнчүлүгүн талдоо

1. Алгоритмдин сандык туруктуулугу.

Изилдөөнүн жүрүшүндө алгоритмдин сандык туруктуулугу төмөнкү иш-аракеттерди жүргүзүү аркылуу аныкталган: тор кадамдары ырааттуу түрдө кыскарган, натыйжада маселени чечиминин бир нече маанилери жана абсолюттук катасы алынды. Бул жерде абсолюттук каталар дээрлик бирдей, бул алгоритмдин туруктуулугун тастыктайт.

2. Теңдеменин параметрлерин чоңойткон учурдагы анализ.

Эгерде сиз $C_m(x)$ параметриндеги маанини, ал эми $r_a(x)$ параметриндеги туруктууну олуттуу жогорулатсаңыз, анда маселенин чечиминин максималдуу мааниси да жогорулайт. Ал эми $\rho_a(x)$ параметр боюнча маанини, $\rho_m(x)$ параметриндеги маанини олуттуу жогорулатсаңыз, анда маселенин чечиминин максималдуу мааниси төмөндөйт. Бул көрсөткүчтөрдүн баары түз маселенин теңдемесин тастыктайт.

3. $C_m(x),\ r_a(x),\ \rho_a(x),\ \rho_m(x)$ **функциялары боюнча анализ.**

$C_m(x),\ r_a(x),\ \rho_a(x),\ \rho_m(x)$ функциялаы катары ар түрдүү функцияларды бердик: косинус сымал, импульстук, тепкич формасындагы. Мында $\beta(x)$ти көбөйүп, аракет потенциалын жайылтуу боюнча түз маселенин чечилиши $r_a(x)$ функциясынан олуттуу жана күчтүү, ал эми $C_m(x),\ \rho_a(x),\ \rho_m(x)$ функцияларынан начар көз каранды экендигин аныктадык.

4. Нерв талчасынын узундугу Т боюнча эсептөөгө анализ.

Эсептөө нерв талчасынын узундугуна жараша жасалган жана ал $40 \le T \le 120$ бирдикти (см) түзгөн. Т 40тан 60ка чейин жогорулаганда, dpin(k) графиктери экспрессивдүү жана түшүнүктүү болуп, Т 80ден 120га чейин өскөндө графиктер кыйла начарлайт. Бул нерв талчасынын узундугу нерв импульстарынын өтүшүнө таасирин тийгизет дегенди билдирет. Акыркы талдоо тескери маселени чечүү үчүн зарыл.

5.2 бөлүмдө НТАПТ теңдемесинин тескери маселесинин сандык чечими каралат. Сунушталган алгоритмдин компьютердик ишке ашыруусу көрсөтүлөт. Чечимдин графиктери алынат жана алынган чечимдин анализи берилет.

Эми тескери маселенин чектүү-айырмалык регулярдуу чечимин чыгаруу алгоритмин сүрөттөп берели

1. Кошумча маалымат катары биз кичинекей толуктоолорду жана каталарды койдук: $\left(f^{\varepsilon}\right)^{k}=f^{k}+\varepsilon.$

2. Нөлүнчү катмарга $\left(u^{\varepsilon}\right)_{0}^{k}=\left(f^{\varepsilon}\right)^{k}$ маанисин беребиз.

3. Регуляризацияланган $S_{0}^{\varepsilon}=\left(f^{\varepsilon}\right)^{0}$ мааниси аныкталат.

4. Биринчи катмарга $\left(u^{\varepsilon}\right)_{1}^{k}=\dfrac{\left(f^{\varepsilon}\right)^{k+1}+\left(f^{\varepsilon}\right)^{k-1}}{2},\ k=\overline{1,\ N-1},$ мааниси ыйгарылат жана $S_{1}^{\varepsilon}=\left(u^{\varepsilon}\right)_{1}^{1}$ аныкталат.

5. Кийинки катмарлар төмөнкү формула боюнча аныкталат:

$$\left(u^{\varepsilon}\right)_{i+1}^{k}=\left(u^{\varepsilon}\right)_{i}^{k+1}+\left(u^{\varepsilon}\right)_{i}^{k-1}-\left(u^{\varepsilon}\right)_{i-1}^{k}+\left[\frac{S_{i}^{\varepsilon}-S_{i-1}^{\varepsilon}}{S_{i}^{\varepsilon}}\right]*\left[\left(u^{\varepsilon}\right)_{i}^{k}-\left(u^{\varepsilon}\right)_{i-1}^{k}\right]+$$

$$+h^{2}d_{i}\left(u^{\varepsilon}\right)_{i}^{k},\quad i=\overline{1,\ N-1/2},\quad k=\overline{i,N-i}\ .$$

жана $S_{i}^{\varepsilon}=\left(u^{\varepsilon}\right)_{i}^{i},\quad i=\overline{1,\ N/2}$ калыбына келтирилет.

6. $C_{1}^{\varepsilon}=\left(S_{i}^{\varepsilon}\right)^{2},\ i=\overline{0,\ N/2},$ жана $\left(\rho_{a}^{\varepsilon}\right)_{i}=\dfrac{\left(r_{a}\right)_{i}}{\left(C_{i}^{\varepsilon}\right)^{2}\cdot 2\left(C_{m}\right)_{i}},\quad i=\overline{0,\ N/2}$ белгисиз параметрлери аныкталат.

Тескери гиперболикалык маселенин чечиминин алгоритмин талдоо.

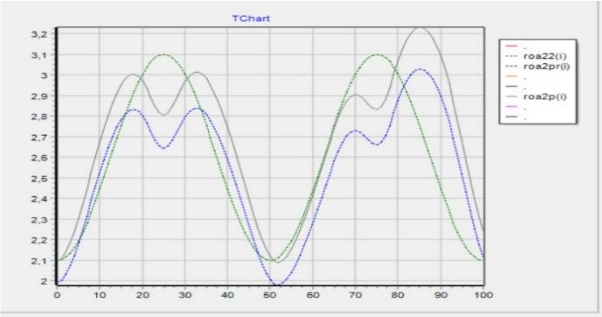
Нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуусунун гиперболалык тескери маселесин чечүү үчүн $\rho_{a}(z)$ функциясынын калыбына келтирилишин карап чыктык, ал эми калган $\rho_{m}(z),\ r_{a}(z),\ C_{m}(z)$, l параметрлери белгилүү параметрлер болуп эсептелет. Бардык параметрлер үчүн моделдик функция катары $\phi(z)=\phi_{0}-\phi_{1}(z)$ көрүнүшүндөгү функцияны алдык, мында ϕ_{0} - туруктуу сан, ал эми $\phi_{1}(z)$- ϕ_{0}го салыштырмалуу кичинекей функция, $\phi(z)=\{\rho_{a}(z),\ \rho_{m}(z),\ r_{a}(z),\ C_{m}(z)\}$.

Таблица 5.2. - Тескери гиперболикалык маселе үчүн калыбына келтирилген $\rho_{a}(z)$ тесттик функциясы, эсептөө каталыгы

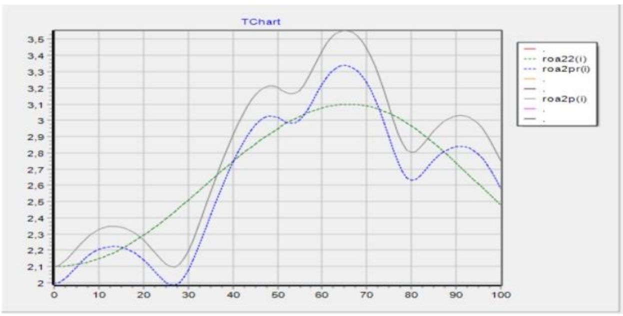
сүрөт №	*Калыбына келтирилген roa(z) функциясы*	*Тор кадамы hz*	*Эсептөө катасы max %*	*Так жана болжолдуу чечимдердин ортосундагы салышт-уу ката*	*Болжолдуу жана ч-а-р чечимдин ортосундагы салыштырмалуу ката*	*Так жана ч-а-р чечимдин ортосундагы салыштырмалуу ката*
5.5	$roa(z)=3.1-\cos^{2}(6.28\cdot z)$	0.01	±0.01	0.0879	5.9340	18.4824
5.6	$roa(z)=3.1-\cos^{2}(0.28\cdot z)$	0.01	±0.01	0.1780	5.8069	18.7705
5.7	$roa(z)=$ тепкич формасында	0.01	±0.005	0.1167	4.3703	19.2294
5.8	$roa(z)=$ импульстук	0.01	±0.001	0.2384	0.6266	17.3363

5.2-таблицада калыбына келтирилген $\rho_a(z)$ функциясын изилдөөнүн натыйжалары көрсөтүлгөн.

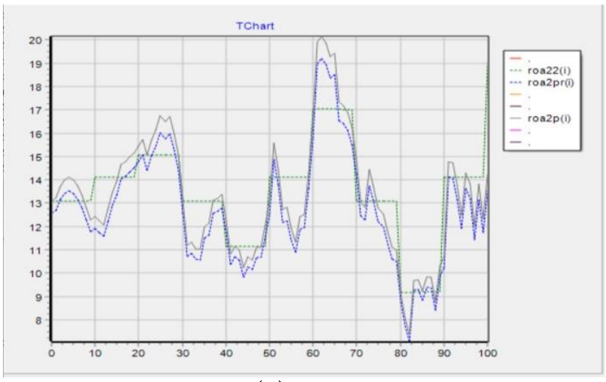
$\rho_a(z)$ - калыбына келтирилген функциясынын графиктери 5.5-5.8-сүрөттөрдө келтирилген. Белгилей кетсек, графиктерде $\rho_{a,m}(z)$ - так чечим жашыл чекиттүү сызык, $\rho_{a,kpp}(z)$ - чектүү айырмачылык чечим боз катуу сызык, $\rho_{a,kppp}(z)$ - чектүү айырмалардын регулярдуу чечими көк чекиттүү сызык.



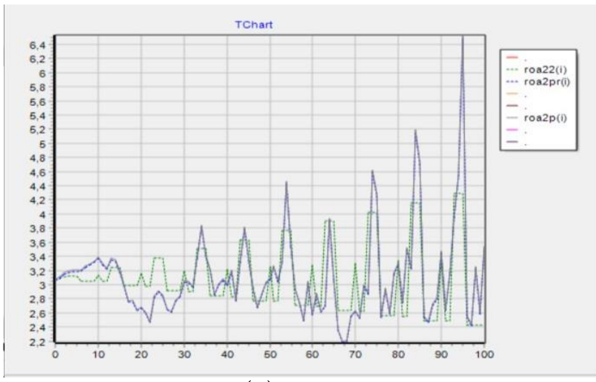
5.5-сүрөт - $roa(z)=3.1-\cos^2(6.28\cdot z)$ $h_z=0.01,$ *олчоо катасы* ± 0.01



5.6-сүрөт - $roa(z)=3.1-\cos^2(0.28\cdot z)$ $h_z=0.01,$ *олчоо катасы* ± 0.01



5.7-сүрөт - $\rho_a(z):=$ тепкич формада $h_z=0.01,$ *олчоо катасы* ± 0.005



5.8-сүрөт - $\rho_a(z):=$ импульс формасында $h_z=0.01,$ *олчоо катасы* ± 0.001

НТАПТ бир өлчөмдүү тескери маселесин чечүүдө иштелип чыккан алгоритм менен программанын төмөнкүдөй мүмкүнчүлүктөрү изилденген жана талданган:

1. Дискреттөө торунун кадамдары такталган жана тиешелүү чекиттерде алынган натыйжалар салыштырылган жана талдоо тордун кадамы азайган сайын тескери маселенин салыштырмалуу катасы жакшырарын көрсөткөн.
2. Биз тескери маселенин кошумча маалыматындагы салыштырмалуу аз өзгөрүүлөрдүн алгоритмин изилдеп көрдүк жана тескери маселенин кошумча маалыматында жол берилген каталар 1%тен 6%ке чейин болушу мүмкүн экенин аныктадык.
3. Белгисиз функциянын α эркин константасына карата тескери маселенин чыгарылышынын туруктуулугу изилденет. Бул жерде биз α туруктуу чоңдуктун минималдуу мааниси $\max\left|\cos^2(\beta x)\right|$ ($\rho_a(z)=\alpha-\cos^2\beta x, \quad \alpha=2.8,$) маанисиен 2,8 – 3,0 эсе чоң болушу керек экенин аныктадык (салыштырмалуу ката 20,6443%) жана андан төмөн чечимдердин туруксуздугу пайда болот.

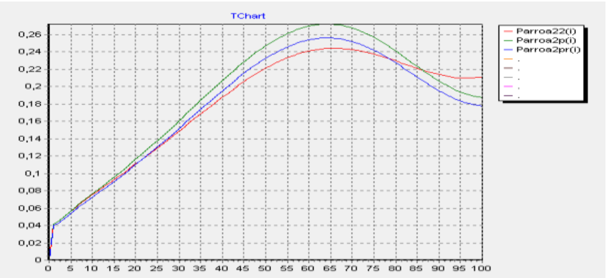
4. Толкун сымал функциянын толкундарынын көбөйүшүнө карата тескери маселени чечүүнүн туруктуулугу каралат, б.а. β өзгөргөн, албетте, бул жерде толкун түзүүчү функциядагы толкундардын көбөйүшү функциянын калыбына келишине терс таасирин тийгизет.
5. Тескери маселени эсептөө үчүн максималдуу узундукту 4 дм = 40 см деп алдык, анткени нерв талчасынын узундугу болжол менен ушул узундукта.
6. Чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкманы колдонуу менен тескери маселенин функциясын реконструкциялоодогу салыштырмалуу ката ар кандай маселелерде өзгөрүп турду жана 1%тен 20%га чейинки диапазондо болду, бул калыбына келтирилген функцияларда алгылыктуу (ката таблицалары диссертацияда келтирилген).

5.3 бөлүмдө НТАПТ тескери параболикалык маселесинин сандык чечими каралат, чечимдин блок-схемасы келтирилген жана сунушталган алгоритмдин компьютерде ишке ашырылышы көрсөтүлгөн. Чечимдин графиктери алынат жана алынган чечимдин анализи берилет.

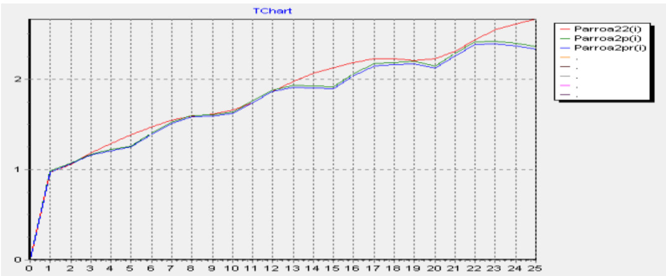
Таблица 5.3. - Тескери параболикалык маселе үчүн калыбына келтирилген $\rho_a(z)$ тесттик функциясы, эсептөө каталыгы

сүрөт №	***Калыбына келтирилген roa(z) функциясы***	z	cm1	ra1	rom1	**Эсептөө каталыгы**	***Так жана ч-а-р чечимдин ортосундагы салыштырмалуу ката***
5.9	$3.1-\cos^2(6.28\cdot z)$	1	$2.1-\cos^2(6.28\cdot z)$	$2.6-\cos^2(6.28\cdot z)$	$3.6-\cos^2(6.28\cdot z)$	±0.01	18.8744
5.10	$13-\cos^4(3.14\cdot z)$	5	1	1	1	±0.001	15.2362
5.11	импульстук	4	1	1	1	±0.005	9.8330
5.12	Тепкич фор-гы	3	1	1	1	±0.001	17.2374

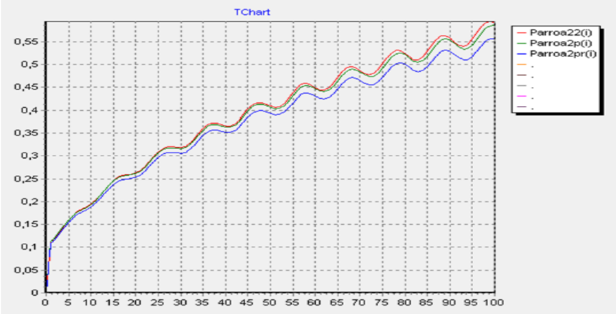
Калыбына келтирилген $\rho_a(z)$ функциясынын графиктери (5.9-5.12-сүрөттөр)



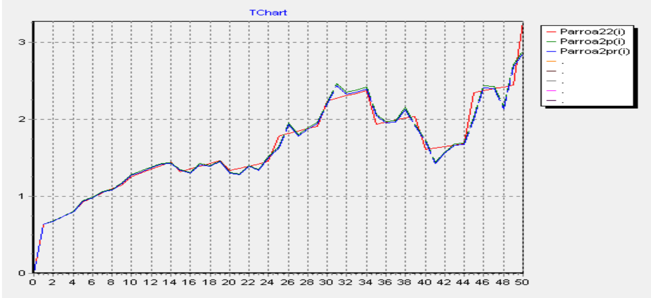
5.9-сүрөт - $roa(z) = 3.1 - \cos^2(6.28\cdot z)$, $Cm(z) = 2.1 - \cos^2(6.28\cdot z)$, $ra(z) = 2.6 - \cos^2(6.28\cdot z)$, $rom(z) = 3.6 - \cos^2(6.28\cdot z)$, $z = 1$, $\varepsilon = \pm 0.01$



5.10-сүрөт - $roa(z) = 13 - \cos^4(3.14\cdot z)$, $Cm(z) = 1$, $ra(z) = 1$, $rom(z) = 1$, $z = 4$, $\varepsilon = \pm 0.001$



5.11-сүрөт. $roa(z) = 3 - 0.2\cos^2(12.58 \cdot z)$, $Cm(z) = 1$, $ra(z) = 1$, $rom(z) = 1$, $z = 4$, $\varepsilon = \pm 0.005$



5.12-сүрөт. $roa(z) =$ тепкич формада, $Cm(z) = 1$, $ra(z) = 1$, $rom(z) = 1$, $z = 3$, $\varepsilon = \pm 0.001$

НТАПТ тескери параболикалык маселесин чечүүдө иштелип чыккан алгоритм менен программанын төмөнкү мүмкүнчүлүктөрү изилденген жана талданган:

1. Коэффициенттер катары косинус, импульс жана кадам функциялары көрсөтүлгөн. Салыштырмалуу ката 1% дан 22% га чейин түздү.
2. Тескери параболикалык маселени эсептөөдө каталар ырааттуу түрдө пайыз түрүндө көрсөтүлгөн: 0,1%, 0,2%, 0,3%, 0,4%, 0,5%, 1%, 2%. Талдоо көрсөткөндөй, НТПТ тескери параболикалык маселесинин кошумча маалыматында каталар 0,1%дан 0,5%га чейин болушу керек.
3. Эсептөө узундугу 0,2 ден 1 шарттуу бирдикке чейин өзгөргөн. Узундуктун өсүшү менен салыштырмалуу ката 5,31%дан 18,87%ке чейин өсөт.
4. Алгоритмдин туруктуулугун текшерүү үчүн тордун кадамдары катары менен hz=0,2 0.4; 0,6 ж.б., ал эми чекиттердеги салыштырмалуу ката бири-биринен анча айырмаланбайт, бул биз түзгөн алгоритм туруктуу экендигин айгинелейт.

Бул бөлүмдө бир өлчөмдүү түз маселени чечүүнүн чектүү айырмалуу алгоритми жана тескери маселенин чектүү айырмалуу регулярдуу чечими түзүлүп, сандык чечимдин Object Pascal тилинде (Delphi XE7) компьютерде ишке ашырылышы иштелип чыккан, алардын натыйжалары графиктер түрүндө алынган. НТПТ тескери маселесинде белгисиз коэффициенттерди аныктоонун сандык чечиминин анализи жүргүзүлгөн.

Корутундуда диссертациялык иште алынган негизги илимий жана практикалык натыйжалар берилген.

Тиркеме түз жана тескери маселелердин графиктерин, иштелип чыккан программалык коддун тизмегин, ишке ашыруу сертификатын жана программалык тиркеме үчүн Кыргызпатенттин сертификаттарын камтыйт.

КОРУТУНДУ

1. НТАПТ теңдемесинин эки өлчөмдүү түз маселесинин тууралыгы далилденди, б.а. чечимдин жашашы, чечимдин жалгыздыгы жана шарттуу туруктуулугу.
2. НТАПТ теңдемесинин бир өлчөмдүү тескери маселесин чечүүнүн чектүү айырмачылык ыкмасы негизделди жана иштелип чыкты, мында $\rho_a(z)$ - нерв талчасынын салыштырма каршылыгы аныкталат.
3. Бир өлчөмдүү тескери маселеде нерв талчасынын каршылыгын аныктоонун чектүү айырмалуу регулярдуу ыкмасы сунушталды жана негизделди.

4. НТАПТ бир өлчөмдүү түз жана тескери маселелери үчүн туруктуу сандык алгоритмдер жана ишке ашыруулар иштелип чыккан жана аларды колдонуу мүмкүнчүлүктөрү талданган.
5. Бир өлчөмдүү тескери маселелердин чектүү айырмалуу чечимдеринин ишенимдүүлүгү талап кылынган коэффициенттердин ар кандай түрлөрү үчүн тесттик мисалдар боюнча сандык эксперименттердин жардамы менен далилденген.
6. НТАПТ бир өлчөмдүү түз жана тескери маселелерин чечүү үчүн программалар комплекси чектүү айырмачылык жана чектүү айырмачылык регуляризацияланган методдорго негизделген. Сандык эксперименттердин натыйжалары жакшы тактыкты көрсөттү жана изделген функцияларды калыбына келтирүүдөгү салыштырмалуу каталар аныкталды.

ПРАКТИКАЛЫК СУНУШТАР

1. Иштелип чыккан чектүү айырмачылык ыкма толкун процесстери менен байланышкан түз жана тескери маселелердин ар кандай класстарына колдонуу үчүн кеңири потенциалга ээ.
2. Түз жана тескери маселелерди чечүү үчүн түзүлгөн алгоритмдер жана алардын программалык ишке ашырылышы аракет потенциалын генерациялоо жана жайылтуу механизмдерин талдоо үчүн пайдаланылышы мүмкүн.
3. Алынган маалыматтар студенттерди нерв талчаларындагы потенциалдын таралуусунун түз жана тескери проблемаларынын актуалдуу маселелери менен тааныштыруу, ошондой эле бул багыттагы илимий изилдөөлөргө тартуу үчүн окуу процессине интеграцияланышы мүмкүн.

ЖАРЫЯЛАНГАН МАКАЛАЛАРДЫН ТИЗМЕСИ

1. **Курманалиева, Г.С.** Единственность решения двумерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Вестник Кырг.-Рос. Славян. ун-та. - 2019. - Т.19. -№4. - С. 19-25. – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=38171884
2. **Курманалиева, Г.С.** Численный метод решения двумерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Проблемы автоматики и управления. - 2019. - Т 37. - №2. - С. 99-109 – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=42835221
3. **Курманалиева, Г.С.** Разработка численного алгоритма определения коэффициентов одномерной обобщенной обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Проблемы автоматики и управления. - 2021. - Т 42. - №3. -С. 67-75 – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=47242279

4. **Курманалиева, Г.С.** Численное решение одномерной обобщенной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну. [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Вестник Кырг. гос. ун-та стр-ва, транспорта и архитектуры им. Н. Исанова. -2022. - Т 3. - №2(76). -С 1104-1111 – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=49399798
5. **Курманалиева, Г.С.** Теоретические основы применения прямого и обратного преобразования Лапласа к телеграфному уравнению [Текст] / Г.С. Курманалиева // Бюллетень науки и практики. – 2022. – Т.8. -№4. – С. 12-21 – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=48400174
6. **Курманалиева, Г.С**. Разработка регуляризованного решения одномерной обратной задачи процесса распространения потенциала нервного импульса по нервному волокну [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Вестник Кырг.-Рос. Славян. ун-та. 2023. - Т.23.- №4. С. 11-20 – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=54096968
7. **Курманалиева, Г.С.** Анализ численного алгоритма прямой гиперболической задачи распространения потенциала действия нервного волокна [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев, Ю.В. Анищенко // Наука. Образование. Техника. - 2023. - №3. - С. 16-28 – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=58733442
8. **Курманалиева, Г.С.** Анализ алгоритма вычисления конечно-разностного регуляризованного решения и численная реализация одномерной обратной задачи распространения потенциала действий [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев, Ю.В. Анищенко // Известия ОшТУ. - 2023. - №3. – С.147-163 – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=59461677
9. **Kurmanalieva G.S.** The existence of a solution of the two-dimensional direct problem of propagation of the action potential along nerve fibers [Text] / A.J. Satybaev, G.S. Kurmanalieva – Filomat – Vol 33, №5 (2019), - p. 1287-1300 – Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: https://elibrary.ru/item.asp?id=43243796
10. **Күб. 881** Кыргыз Республикасы, Нерв талчасы боюнча нерв импульсунун таралуу процессинин бир өлчөмдүү тескери маселелерин чыгаруунун программасы, [Текст] / **Г.С.Курманалиева,** А.Дж. Сатыбаев, Ю.В.Анищенко; Бишкек. КР Мин. Каб. караштуу ИМжИМА (Кыргызпатент). - №20240002.6; өтүн. 11.01.24; жарыя. 05.12.23. Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: http://patent.gov.kg/wp-content/uploads/2024/05/%D0%98%D0%9C-2024.pdf
11. **Күб. 908** Кыргыз Республикасы, Нерв талчасы боюнча нерв импульсунун таралуу процессинин бир өлчөмдүү түз маселелерин чыгаруунун программасы, [Текст] / **Г.С.Курманалиева,** А.Дж. Сатыбаев, Ю.В.Анищенко; Бишкек. КР Мин. Каб. караштуу ИМжИМА (Кыргызпатент). - №20240002.6; өтүн. 08.04.24; жарыя. 05.12.23. Ошол эле: [Электрондук ресурс]. – Кирүү режими: http://patent.gov.kg/wp-content/uploads/2024/07/%D0%98%D0%9C-72024.pdf

Курманалиева Гульзат Салыевнанын «Нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуусунун түз жана тескери маселесинин сандык чечимин иштеп чыгуу» темасындагы 05.13.18 – математикалык моделдер, сандык усулдар жана программалык комплекстери адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты илимий даражасын алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Ачкыч сөздөр: Математикалык модель, аракет потенциалынын нерв талчасы боюнча теңдемеси, түз жана тескери маселе, чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкмасы, сандык алгоритм, чечимдин чиймеси.

Изилдөөнүн объектиси: Изилдөөнүн негизги объектиси катары нейрофизиологиялык теңдеме үчүн түз жана тескери маселелердин ар кандай формулировкасы тандалган.

Изилдөөнүн максаты: Диссертациялык иш нейрофизиологиялык теңдеменин түз жана тескери маселелерин чектүү- айырмалык ыкмасы менен сандык чыгарууну иштеп чыгууга, негиздөөгө жана колдонууга, түз маселелердин болжолдуу чыгарылышынын уникалдуулугун жана туруктуулугун изилдөөгө арналган. Нейрофизиологияда практикалык мааниге ээ болгон чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкмасынын негизинде аракет потенциаланын нерв жипчеси боюнча таралуусунун бир өлчөмдүү тескери маселелерин сандык чыгарууну иштеп чыгуу, алгоритмдерди түзүү жана аларды компьютердин жардамы менен ишке ашыруу.

Изилдөөнүн ыкмалары: Нерв жипчесиндеги потенциалдын таралуу теңдемеси үчүн түз жана тескери маселелерди чечүү үчүн мүнөздөмө ыкмасы, өзгөчөлүктөрдү бөлүп алуу ыкмасы, чектүү-айырмачылык ыкмасы жана чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкмасы колдонулат.

Алынган натыйжалар жана алардын жаңылыгы: Нейрофизиологиялык теңдеменин эки өлчөмдүү түз маселелерин чечүү; жалгыздык теоремасы, жыйналуучулук теоремасы далилденип, эки өлчөмдүү түз маселенин чектүү-айырмалык чечиминин, нейрофизиологиянын бир өлчөмдүү тескери теңдемелери үчүн чектүү-айырмалык чечиминин шарттуу туруктуулугунун баалоолору алынат жана так чечимге жакындашуу көрсөтүлөт; нейрофизиологиялык теңдеменин бир өлчөмдүү тескери маселесин чечүүнүн чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкмасы иштелип чыккан; берилген маселелерди чечүүнүн сандык алгоритмдери иштелип чыккан жана компьютерде ишке ашырылган.

Колдонуу чөйрөсү: практикалык медицина, нейробиология жана нейрокибернетика.

РЕЗЮМЕ

диссертации Курманалиевой Гульзат Салыевны на тему: «Разработка численного решения прямой и обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Ключевые слова: Математическая модель, уравнение распространения потенциала действий по нервному волокну (РПДНВ), прямая и обратная задача, конечно-разностный регуляризованный метод, численный алгоритм, графики решений.

Объект исследования: В качестве основного объекта исследования выбраны различные постановки прямых и обратных задач для уравнения нейрофизиологии.

Цель исследования: Диссертационная работа посвящена разработке, обоснованию и приложениям численного решения прямых задач уравнения нейрофизиологии конечно-разностным методом, исследование вопросов единственности и устойчивости приближенного решения прямых задач, построению численных решений одномерных обратных задач РПДНВ на основе конечно-разностного регуляризованного метода, имеющих практическое значение в нейрофизиологии, созданию алгоритмов и их реализации с помощью компьютера.

Методы исследования. Для решения прямых и обратных задач для уравнения РПДНВ используются метод характеристик, метод выделения особенностей, конечно-разностный метод и конечно-разностный регуляризованный метод.

Полученные результаты и их новизна: Предложен подход к решению двумерных прямых задач уравнения нейрофизиологии; доказаны теоремы единственности, теоремы сходимости и получены оценка устойчивости конечно-разностного решения двумерной прямой задачи; для ряда одномерных обратных уравнений нейрофизиологии получены оценки условной устойчивости конечно-разностного решения и показана сходимость к точному решению; разработан конечно-разностный регуляризованный метод решения одномерной обратной задачи уравнения нейрофизиологии; разработаны численные алгоритмы решения на поставленные задачи и реализованы на компьютере.

Область применения: практическая медицина, нейробиология и нейрокибернетика.

SUMMARY

of the dissertation of Kurmanalieva Gulzat Salyevna on the theme: "Development of a numerical solution to the direct and inverse problem of propagation of the action potential along a nerve fiber" for the degree of candidate of physical and mathematical sciences, specialty 05.13.18 – mathematical modeling, numerical methods and software packages

Key words: Mathematical model, equation for action potential propagation along a nerve fiber, direct and inverse problem, finite-difference regularized method, numerical algorithm, solution graphs.

Object of research: Various formulations of direct and inverse problems for the neurophysiology equation were chosen as the main object of study.

Purpose of research: The dissertation work is devoted to the development, justification and applications of the numerical solution of direct problems of the neurophysiology equation using the finite-difference method, the study of issues of uniqueness and stability of the approximate solution of direct problems, the construction of numerical solutions to one-dimensional inverse problems of propagation of the action potential of a nerve fiber based on the finite-difference regularized method, which have practical significance in neurophysiology, the creation of algorithms and their implementation using a computer.

Research methods: To solve the direct and inverse problems of the equation of action potential propagation along a nerve fiber, the method of characteristics, the method of feature extraction, the finite-difference method and the finite-difference regularized method are used.

The results obtained and their novelty: an approach to solving two-dimensional direct problems of the neurophysiology equation is proposed; uniqueness theorems and convergence theorems were proved and an estimate of the stability of a finite-difference solution to a two-dimensional direct problem was obtained; for a number of one-dimensional inverse equations of neurophysiology, estimates of the conditional stability of the finite-difference solution are obtained and convergence to the exact solution is shown; a finite-difference regularized method for solving the one-dimensional inverse problem of the neurophysiology equation has been developed; Numerical algorithms for solving the problems were developed and implemented on a computer.

Field of application: practical medicine, neurobiology and neurocybernetics.

Курманалиева Гульзат Салыевна

Нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуусунун түз жана тескери маселесинин сандык чечимин иштеп чыгуу

Физика-математика илимдеринин кандидаты
окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн даярдалган
Автореферати

Басылмага жазылды: 17.01.2025.
Формат 60х84/16. Көлөмү 1,4 б.т.
Офсеттик кагаз. Тираж 50 даана.