

**Институт машиноведения, автоматике и геомеханики
Национальной академии наук Кыргызской Республики**

Кыргызско-Российский Славянский университет им. Б.Н. Ельцина

Диссертационный совет Д 05.23.686

На правах рукописи
УДК: 519.63(575.2)(043)

Курманалиева Гульзат Салыевна

**Разработка численного решения прямой и обратной задачи распространения
потенциала действий по нервному волокну**

05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Бишкек – 2025

Работа выполнена на кафедре «Информационные технологии и управление»
Ошского технологического университета имени академика М.М. Адышева

Научный руководитель: **Сатыбаев Абдуганы Джунусович**
доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой «Информационные
технологии и управление» Ошского
технологического университета имени академика
М.М. Адышева, г. Ош

Официальные оппоненты: **Керимбеков Акылбек**
доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой «Прикладная математика и
информатика» Кыргызско - Российского
Славянского университета им. Б.Н.Ельцина, г.
Бишкек

Картанова Асель Джумановна
кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры «Прикладной информатики»
Кыргызско-Германского института, г. Бишкек

Ведущая организация: Институт компьютерных технологий и
искусственного интеллекта Кыргызского
национального университета имени Ж.Баласагына,
адрес: 720033, Кыргызская Республика, г. Бишкек,
Фрунзе - 547

Защита диссертации состоится 28 февраля 2025 года 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д 05.23.686 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора (кандидата) физико-математических и технических наук при Институте машиноведения, автоматике и геомеханики Национальной академии наук Кыргызской Республики и Кыргызско-Российском Славянском университете им. Б.Н. Ельцина по адресу 720071, г. Бишкек, ул. Скрябина 23, 2 этаж, конференц-зал. Ссылка доступа к видеоконференции защиты диссертации <https://vc.vak.kg/b/052-lto-twi-0js>.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Национальной академии наук Кыргызской Республики (720071, г. Бишкек, пр. Чуй, 265), Кыргызско-Российского Славянского университета им. Б.Н. Ельцина (720072, г. Бишкек, ул. Киевская, 44), Ошского технологического университета (723503, г. Ош, ул. Исанова, 81) и на сайте Национальной аттестационной комиссии при Президенте Кыргызской Республики http://stepen.vak.kg/diss_sovety/d-05-23-686.

Автореферат разослан 27 января 2025 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета

к.ф.-м.н., с.н.с.



Керимкулова Г.К.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Диссертационная работа посвящена разработке моделирования, численного метода и алгоритма прямой и обратной задачи распространения потенциала действия по нервному волокну. Изучение механизмов распространения потенциала действия по нервным волокнам (РПДНВ) имеет ценность в различных областях, таких как нейрофизиология, нейрохирургия, реабилитация и разработка новых методов диагностики и лечения нервных заболеваний. Разработка численного решения прямой и обратной задачи распространения потенциала действия позволит более подробно изучить процессы возникновения и распространения электрических сигналов в нервной системе. Точное моделирование этих процессов поможет расширить наши знания о функционировании нервной системы и может привести к разработке новых методов диагностики и лечения нервных заболеваний.

Кроме того, предложенная в работе разработка численного решения прямой и обратной задачи распространения потенциала действия может иметь практическое применение в области нейрохирургии и нейрореабилитации. Понимание процессов обратного распространения потенциала действия может помочь в разработке новых методов стимуляции нервной системы, которые могут быть использованы, например, для восстановления функций при неврологических заболеваниях или травмах.

Таким образом, разработка моделирования, численного решения прямой и обратной задачи распространения потенциала действия по нервному волокну является актуальной исследовательской задачей, которая может привести к новым открытиям и практическому применению в области нейрофизиологии, нейрохирургии и реабилитации.

Связь темы диссертации с приоритетными научными направлениями, крупными научными программами (проектами), основными научно-исследовательскими работами, проводимыми образовательными и научными учреждениями. Работа является инициативной.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационного исследования является создание математической модели, описывающей распространение потенциала действия вдоль нервного волокна и восстановления неизвестного параметра. В рамках работы разрабатывается алгоритм численного решения данных задач, основанный на конечно-разностном регуляризованном методе. Также проводится анализ компьютерной реализации предложенного алгоритма для обеспечения его эффективности и точности.

В рамках достижения поставленной цели необходимо было решить следующие частные **задачи** исследования:

- **Проанализировать** основные применяемые в нейрофизиологии математические модели РПДНВ.
- **Исследовать** корректность прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну, т.е. обосновать существование, единственность и устойчивость поставленной прямой задачи уравнения потенциала действия.
- **Построить** конечно-разностное решение прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну.
- **Создать** конечно-разностный регуляризованный метод определения радиуса нервного волокна (обратная задача), удельного сопротивления нервного волокна и аксоплазмы, емкости мембраны.
- **Разработать** численные алгоритмы решения прямой и обратной задачи уравнения потенциала на основе вышеуказанных методов.
- **На базе предложенных разработанных алгоритмов составить** комплекс программ в среде программирования Delphi XE7.

Научная новизна полученных результатов

1. Усовершенствована математическая модель прямой и обратной задачи РПДНВ с мгновенным и плоским источником;
2. Обоснована корректность решения прямой задачи РПДНВ: существование, единственность и устойчивость решения задачи РПДНВ в новой постановке;
3. Разработано конечно-разностное регуляризованное решение обратной задачи, проведены и проанализированы численные реализации задач РПДНВ в новой постановке.

Практическая значимость, полученных результатов. Практическая значимость диссертационной работы заключается в возможности применения разработанных алгоритмов и программ для анализа процессов распространения возбуждения в биологических структурах.

Результаты можно применить в учебном процессе, с целью ознакомления студентов с актуальной проблематикой причинно-следственных явлений прямых и обратных задач и привлечения студентов к научным исследованиям в этой области.

Кроме того, представленные в диссертации результаты могут найти самое широкое применение в нейрофизиологии и нейрохирургии, а также при разработке новых методов реабилитации, диагностики и лечения различных нервных заболеваний.

Полученные результаты в настоящее время используются в учебном процессе Ошского государственного университета на кафедре естественнонаучных дисциплин.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту:

1. Математическая модель двумерной прямой и одномерной обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну.

2. Обоснование существования, единственности прямой задачи распространения потенциала действия по нервному волокну.
3. Установление условной устойчивости решения двумерной прямой задачи уравнения распространения потенциала действий по нервному волокну.
4. Доказательство сходимости конечно-разностного решения, конечно-разностного регуляризованного решения для одномерных обратных задач уравнения РПДНВ.
5. Численные алгоритмы решения, разработанные на основе конечно-разностного регуляризованного метода и программная реализация прямых и обратных задач уравнения распространения потенциала действий по нервному волокну.
6. Результаты численных решений и анализ эффективности предложенных алгоритмов и программ, представленные в виде графиков и детального анализа полученных решений.

Личный вклад соискателя состоит в проведении самостоятельных исследований, в получении научных результатов, их анализе и формулировании основных выводов, разработке численного алгоритма решения на основе конечно-разностного регуляризованного метода и программная реализация прямых и обратных задач уравнения распространения потенциала действий по нервному волокну.

Автором доказана возможность комбинированного использования метода выпрямления характеристики, метода выделения особенностей, метода конечных разностей и конечно-разностного регуляризованного метода для решения обратных задач уравнения распространения потенциала действий по нервному волокну.

Постановка задач исследования, обсуждение и внедрение полученных результатов проводилось совместно с научным руководителем, профессором А.Дж. Сатыбаевым.

Апробации результатов диссертации. Основные результаты, полученные в диссертации, докладывались на международных конференциях:

1. Международная научная конференция «Проблемы современной математики и ее приложения», посвященная 70-летию академика Борубаева Алтая Асылкановича, Бишкек 16-18 июня, 2021-года;
2. 10th International Conference “Inverse Problems: Modeling and Simulation” held on May 22-28, 2022 in Malta;
3. Международная научно-практическая конференция «Строительная наука и образование: интеграция вузовской науки в устойчивое инновационное развитие страны», посвященная к 30-летию образования КГУСТА им. Н.Исанова, Бишкек, 27-28 мая 2022- года;
4. Международная научная конференция “Обратные и некорректные задачи в естествознании”, г.Алматы, 11-12 апреля, 2023-года;
5. VII Всемирный конгресс математиков Тюркского мира, Казакстан, город Туркестан, 20-23 сентября, 2023-года.

Полнота отражения результатов диссертации в публикациях.

Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 11 научных работах, из них 6 в журналах, рекомендованных НАК ПКР; 1 в материалах международной научной конференции; 1 в зарубежном периодическом издании; 1 в журнале, который зарегистрирован в системе Scopus; в 2 авторских свидетельствах Кыргызпатента на созданные программы ЭВМ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из оглавления, введения, пяти глав, которые разбиты на разделы и заключений по главам, заключения, практических рекомендаций, списка использованных источников из 90 наименований и 6 приложений. Основное содержание диссертации изложено на 172 страницах.

Автор выражает искреннюю благодарность научному руководителю д.ф.-м.н., профессору А.Дж. Сатыбаеву за постановки задач, идею в исследовании метода, за советы и обсуждения на этапах формирования данной диссертации, а также за постоянное внимание к работе.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертационной работы, формулируется цель и задачи, изложена научная новизна, практическая значимость результатов исследований и положения, выносимые на защиту, указана полнота отражения результатов, структура и объем диссертации.

В первой главе «Обзор литературы» приводится обзор литературы по исследуемым проблемам диссертационной работы.

Анализ научной литературы по исследованию моделирования прямой и обратной задачи РПДНВ представляет значительный интерес для исследования нервной системы и понимания ее функциональных особенностей, что свидетельствует о том, что предстоит ещё много работы в этом направлении.

Первоначальные формулировки проблем, рассматриваемых в диссертации, были предложены и изучены А.Л. Ходжкиным и А.Ф. Хаксли, а также Р.Р. Алиевым, Н.М. Богатовым, Е.В. Максименко и В.С. Новоселовым.

Разработанная В.Г. Романовым методика, направленная на доказательство локальных теорем существования и единственности решений для обратных динамических задач, а также теорем единственности и условной устойчивости в общем случае, активно используется в исследованиях широкого спектра обратных задач С.И. Кабанихиным (1991) и его последователями. В данной области следует отметить работы отечественных ученых А.Дж. Сатыбаева (2001), А.Т. Маматкасымовой (2015), Ю.В. Анищенко (2021), А.Ж. Кокозовой (2022), Г.А. Калдыбаевой (2009).

В ближнем СНГ обратные задачи исследуют ученые Ч.Аширалиев, С.З.Жамалов, Б.Саматов (Узбекистан), М.Т.Дженалиев, Г.Баканов, М.Бектемесов, Б.Рысбай улы, С.Касенов, Е.Бидайбеков (Казакстан).

Во второй главе «Методология и методы исследования» представлены материалы и методы, используемые в решении поставленных задач.

Объект исследования. Объектом исследования данной диссертационной работы являются различные постановки прямых и обратных задач нейрофизиологии, а именно распространения потенциала действия по нервному волокну.

Предмет исследования. Предметом исследования в данной диссертационной работе являются математическая модель задач РПДНВ, численное решение прямой задачи, а также конечно-разностное регуляризованное решение обратной задачи и компьютерная реализация алгоритма.

Методы исследования. Методами исследования в данной диссертационной работе являются метод выпрямления характеристик, метод выделения особенностей, конечно-разностный метод и конечно-разностный регуляризованный метод, математическое моделирование, а также современные языки программирования для создания интерфейса программы.

При исследовании обратных задач по определению неизвестного коэффициента в параболических и гиперболических уравнениях в частных производных, учитывая начальные и граничные условия, а также дополнительную информацию, применяют различные методы математической физики. В первую очередь необходимо выделить сингулярную и регулярную части решения прямой задачи, используя метод выделения особенностей и получая соответствующие соотношения. Затем используется метод характеристик (Эйконала) для выпрямления характеристики уравнения. После применения конечно-разностного метода получаем решение прямой задачи РПДНВ.

А в обратной задаче, используя конечно-разностный регуляризованный метод, получим решение обратной задачи РПДНВ.

С третьей по пятой главы посвящены результатам собственных исследований и их обоснованию.

В третьей главе исследована корректность двумерной прямой задачи нейрофизиологии, доказаны теоремы существования и единственности решения уравнения РПДНВ. Построен конечно-разностный аналог задачи:

$$\left. \begin{aligned} C_m(x, y)v'_t(x, y, t) &= \frac{r_a(x, y)}{2\rho_a(x, y)}\Delta v - \frac{v(x, y, t)}{\rho_m(x, y) \cdot l}, \quad (x, t) \in R_+^2, \quad y \in R, \\ v(x, y, t)|_{t < 0} &\equiv 0, \\ v'_x(x, y, t)|_{x=0} &= h(y)\theta(t) + r(y)\theta_1(t) + p(y)\theta_2(t), \quad t \in R. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Из параболического уравнения переходим к гиперболическому уравнению с помощью связующего интеграла [12, стр.235, формула 8.1.7; стр.343, формула 11.1.13].

$$\left. \begin{aligned} C_m(x, y) \frac{\partial^2 V(x, y, t)}{\partial t^2} &= \frac{r_a(x, y)}{2\rho_a(x, y)} \Delta V - \frac{1}{\rho_m(x, y) \cdot l} V(x, y, t), \quad x \in R_+, t \in R_+, y \in R \\ V(x, y, t)|_{t=0} &\equiv 0, \\ V'_x(x, y, t)|_{x=0} &= h(y)\delta(t) + r(y)\theta(t) + p(y)\theta_1(t). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Прямая задача заключается в определении $V(x, y, t)$ из задачи (2), при известных значениях коэффициентов $C_m(x, y)$ – емкость на единицу площади мембраны, $r_a(x, y)$ – радиус нервной волокны, $\rho_m(x, y)$ – удельное сопротивление вещества мембраны, $\rho_a(x, y)$ – удельное сопротивление плазмы нервной волокны, l – толщина мембраны, m и a – индексы мембраны и аксоны соответственно, $V(x, y, t)$ – внутриклеточный потенциал действий и при известных значениях $h(y)$, $r(y)$, $p(y)$.

Пусть относительно параметров уравнения и начального условия выполнены следующие условия:

$$C_m(x, y), r_a(x, y), \rho_a(x, y), \rho_m(x, y) \in \Lambda_1 \quad (3)$$

$$h(y), r(y), p(y) \in \Lambda_2, l > 0 \quad (4)$$

где

$$\Lambda_1 = \left\{ \begin{aligned} &C_m(x, y) \in C^2((0, d) \times (-D_1, D_1)), 0 < M_1 \leq C_m(x, y) \leq M_2 \\ &\sup\{C_m(x, y)\} \subset ((0, d) \times (-D_1, D_1)), d = \|C_m(x, y)\|_C^2 \leq M_2 \end{aligned} \right\}$$

$$\Lambda_2 = \left\{ \begin{aligned} &\sup h(y) \in (-D, D), h(y) \in C(-D, D) \\ &D = D_1 + T(M_2 + l), T = 2l/(M_1 - l)M_1, M_2, D = const. \end{aligned} \right\}$$

Применяя методы характеристик и выделения особенностей к (2) получим прямую задачу с данными на характеристиках:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 v}{\partial \alpha^2} + L_1 v(\alpha, y, t), \quad |\alpha| < t < T, \quad y \in (-D, D), \\ v(\alpha, y, t)|_{|\alpha|=t} &= S(t, y), \quad t \in [0, T], \quad y \in (-D, D), \\ v(\alpha, y, t)|_{y=-D} &= v(\alpha, y, t)|_{y=D} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

здесь $L_1 \vartheta(\alpha, y, t)$, $S(t, y)$ – функции, зависящие от функций $C_m(\alpha, y), r_a(\alpha, y), \rho_a(\alpha, y), \rho_m(\alpha, y), \alpha, \Delta \alpha, h(y), r(y), p(y)$.

ТЕОРЕМА 1. Пусть выполнены условия (3)–(4), введенные условия и нормы, и функция $V(\alpha, y, t)$ непрерывна и имеет непрерывные производные второго порядка в $\Omega(T, D)$ и пусть $S(t, y) \in L_2(\Omega(T, D))$. Тогда существует обобщенное решение задачи (5)

в пространстве $W_2^1(\Omega(T, D))$, где область $\Omega(T, D) = \{(\alpha, y, t) : \alpha \in (-T, T), \alpha < t < T - \alpha, y \in (-D, D)\}$.

В разделе 3.2. получена единственность решения для задачи (5).

ТЕОРЕМА 2. Пусть коэффициенты уравнений $C_m(\alpha, y)$, $\rho_a(\alpha, y)$, $r_a(\alpha, y)$, а также α_y , $\Delta \alpha$ непрерывны и имеют непрерывные частные производные второго порядка, и пусть решение задачи (5) существует и принадлежит $C^2(\Omega(T, D))$, и

выполнено условие уравнения Эйконала. Тогда решение задачи (5) единственно в области $\Omega(T, D)$.

Имеют место и следующие теоремы для параболического уравнения.

ТЕОРЕМА 3. Предположим, что вводимые условия и нормы неотрицательны, а функция $v(\beta, y, t)$ непрерывна и обладает непрерывными производными второго порядка в области $\Omega(T, D)$. При выполнении начального условия и соответствующих граничных условий, существует обобщенное решение для задачи (1) в пространстве $W_2^1(\Omega(T, D))$, где $\Omega(T, D) = \{(\beta, y, t) : \beta \in (-T, T), \beta < t < T - \beta, y \in (-D, D)\}$.

ТЕОРЕМА 4. Пусть решение задачи (1) существует и принадлежит $C^2(\Omega(T, D))$, а также выполнено условие уравнения Эйконала, которое определяет поведение решений в окрестности границы области. Если коэффициенты уравнения непрерывны и имеют непрерывные частные производные второго порядка, то решение задачи (1) является единственным в области $\Omega(T, D)$.

В разделах 3.3. и 3.4. построен конечно-разностный аналог задачи (5).

$$\left. \begin{aligned} V_{\bar{t}\bar{t}} &= V_{\alpha\bar{\alpha}} + LV_{ij}^k, \quad (ih_1, jh_2, tk) \in \Omega_{ij}^k, \\ V_{\pm i, j}^{|2i|} &= S_j^{|2i|}, \quad i = \overline{-N, N}; \quad j = \overline{-L, L}; \\ V_{i, L}^k &= V_{i, -L}^k = 0, \quad i = \overline{-N, N}; \quad k = \overline{|2i|, 2N}; \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Доказаны теоремы о сходимости решения прямой задачи (6) к решению прямой задачи (2).

Таким образом, в данной главе доказано существование, единственность и устойчивость двумерной прямой задачи уравнения РПДНВ (2).

Четвертая глава посвящена исследованию одномерных обратных задач уравнения РПДНВ. В разделе 4.1. исследована одномерная обратная задача РПДНВ, в которой неизвестна удельное сопротивление нервного волокна $\rho_a(x)$.

$$\left. \begin{aligned} C_m(x)u_t'(x, t) &= \frac{r_a(x)}{2\rho_a(x)}u_{xx}''(x, t) - \frac{u(x, t)}{\rho_m(x)l}, \quad (x, t) \in R_+^2, \\ u(x, t)|_{t < 0} &\equiv 0, \quad u_x'(x, t)|_{x=0} = h_0\theta(t) + r_0\theta_1(t) + p_0\theta_2(t), \quad t \in R_+ \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Для одномерной обратной параболической задачи (7) задается дополнительная информация в виде:

$$u(x, t)|_{x=0} = g(t), \quad t \in [0, T]. \quad (8)$$

Используя методики С.И. Кабанихина [см.12, стр.235, формула (8.1.7), стр.343, формула (11.1.15)] из задачи (7) - (8) получим задачу гиперболического типа:

$$\left. \begin{aligned} C_m(x)\frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial t^2} &= \frac{r_a(x)}{2\rho_a(x)}V_{xx}''(x, t) - \frac{V(x, t)}{\rho_m(x)l}, \quad (x, t) \in R_+^2 \\ V(x, t)|_{t < 0} &\equiv 0, \quad \frac{\partial V(x, t)}{\partial x}\Big|_{x=0} = h_0\delta(t) + r_0\theta(t) + p_0\theta_1(t), \quad t \in R_+ \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$V(x, t)|_{x=0} = f(t), \quad t \in [0, T] \quad (10)$$

где $g(t) = \int_0^{\infty} f(\tau)G(t, \tau)d\tau$.

Решение этих задач $u(x, t)$ и $V(x, t)$ связаны следующим интегралом

$$u(x, t) = \int_0^{\infty} V(x, \tau)G(t, \tau)d\tau, \quad (11)$$

где, $G(t, \tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} e^{-\frac{\tau^2}{4t}}$.

Для решения обратной задачи относительно коэффициентов предположим, что выполнены условия

$$C_m(x), r_a(x), \rho_a(x), \rho_m(x) \in \Lambda_0, \quad (12)$$

где $\Lambda_0 = \{C_m(x) \in C^6(\mathbb{R}_+), (C_m)_x(0) = 0, 0 < M_1 \leq C_m(x) \leq M_2, \|C_m(x)\|_{C^2} \leq M_3\}$.

M_1, M_2, M_3 – положительно-постоянные.

$$z(x) = \int_0^x \frac{1}{C(\lambda)} d\lambda, \quad z(x) > 0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} z(x) = 0 \quad (13)$$

Применим к задаче (9)–(10) метод характеристик и введя новую переменную (13), получим следующую обратную задачу

$$\left. \begin{aligned} U_{tt}(z, t) &= U_{zz}'' - 2 \frac{S'(z)}{S(z)} U_z'(z, t) - \frac{U(z, t)}{Cm(z)\rho m(z)l}, \quad (z, t) \in \Delta(T) \\ U(z, t) &= \Big|_{t=|z|} = S(z), \quad z \in [0, T/2], \\ U(z, t) \Big|_{z=0} &= f(t), \quad t \in [0, T]. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Применим метод выделения особенностей, и представляем решение задачи в виде

$$U(z, t) = \tilde{U}(z, t) + \delta(z)\theta(t - |z|) + R(z)\theta_1(t - |z|) \quad (15)$$

где $\tilde{U}(z, t)$ – непрерывная функция.

Если учесть (15), то из задачи (14) получим следующую обратную задачу с данными на характеристиках относительно $S(z)$

$$\left. \begin{aligned} U_{tt}''(z, t) &= U_{zz}'' - 2 \frac{S'(z)}{S(z)} U_z'(z, t) - \frac{U(z, t)}{Cm(z)\rho m(z)l}, \quad (z, t) \in \Delta(T) \\ U(z, t) &= \Big|_{t=|z|} = S(z), \quad z \in [0, T/2], \\ U(z, t) \Big|_{z=0} &= f(t), \quad t \in [0, T]. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где $\Delta(T) = \Delta_h(T) = \left\{ x_i = ih, i = \overline{0, N}; t_k = k\tau, k = \overline{0, 2N}, h = 2\tau = \frac{T}{N} \right\}$

Построим разностный аналог задачи (16), где $O(h)$ – малый член отброшен:

$$\left. \begin{aligned} U_{ii} &= U_{xx} - 2 \frac{S_i - S_{i-1}}{hS_i} \left[\frac{U_i^k - U_{i-1}^k}{h} \right] - \frac{U_i^k}{Cm_i \rho m_i l}, \quad (x_i, t_k) \in \Delta_h(T) \\ U_i^i &= S_i, \quad i = \overline{0, N} \\ U_0^k &= f^k, \quad k = \overline{0, 2N} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ТЕОРЕМА 5. Пусть решение задачи (16) существует и выполнены условия (12) - (13) и $U(z, t) \in C^4(\Delta(T))$. Тогда приближенное решение обратной задачи (17), построенный конечно разностным методом, сходится к точному решению обратной задачи (16) со скоростью порядка $O(h)$ имеет оценку

$$\bar{U}^{k+1} \leq O(h) * \exp \left[2 \frac{\bar{S}}{\underline{S}} + h^2 \frac{1}{\underline{CM} \cdot \underline{RM} \cdot l} \right], \quad (18)$$

где \bar{U}^{k+1} , \bar{S} , \underline{S} , \underline{CM} , \underline{RM} - верхние и нижние нормы функций $U_i^k, S_i, Cm_i, \rho m_i$.

Если определена $S_i, i = \overline{0, N}$, то можно определить $(\rho_a)_i$ - решение обратной задачи (14), что и для (16).

В разделе 4.2. разработано конечно-разностное регуляризованное решение для задачи

$$\left. \begin{aligned} U_{tt}''(z, t) &= U_{zz}''(z, t) - \frac{C'(z)}{C(z)} U_z(z, t) - d(z) U(z, t), \quad z \in R_+, \quad t \in R_+, \\ U(z, t)|_{t=0} &\equiv 0, \quad U_z'(z, t)|_{z=0} = C(0)[h_0 \delta(t) + r_0 \theta(t) + p_0 \theta_1(t)], \quad t \in R_+ \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$U(z, t)|_{z=0} = f(t), \quad t \in [0, 2T]. \quad (20)$$

Обратная задача заключается в определении из задачи (19)–(20) параметр $C(z)$ и $U(z, t)$, а также дополнительной информации о решении прямой задачи (20).

Применяем метод характеристик и метод выделения особенностей, приводим задачу (19)–(20) к задаче с данными на характеристиках. Определим функции $U(z, t), S(z)$ при известных функциях $ra(z), Cm(z), rom(z)$ и при известной функции $f(t)$ – дополнительная информация о решении прямой задачи. Строим разностный аналог задачи (19)–(20).

ТЕОРЕМА 6. Пусть решение задачи (19)–(20) существует и $U(z, t) \in C^4(\Delta(T))$, и выполняется условие $(ra(z), Cm(z), rom(z), roa(z)) \in \Lambda_0$, тогда построенные решения $(\tilde{U}_i^k, \tilde{S}_i)$ обратной задачи сходятся к точному решению (U_i^k, S_i) обратной задачи (19) – (20) со скоростью порядка $O(h)$.

ТЕОРЕМА 7. Пусть решение прямой задачи существует и $U(z, t) \in C^4(\Delta(T))$, и пусть выполнено условие $(ra(z), Cm(z), rom(z), roa(z)) \in \Lambda_0$, Тогда построенное конечно-разностное регуляризованное решение обратной задачи $(\hat{U}_i^{k, \varepsilon}, \hat{S}_i^\varepsilon)$ сходится к точному решению (U_i^k, S_i) обратной задачи (19) – (20) со скоростью порядка $O(h)$.

По полученному конечно-разностному регуляризованному решению задачи $S_i^\varepsilon, i = \overline{0, N}$ получим конечно-разностное регуляризованное решение (16):

$$S^\varepsilon(z) = \sqrt{C^\varepsilon(z)}, \quad \rho a^\varepsilon(z) = ra(z) / \left((C^\varepsilon(z))^2 \cdot Cm(z) \right).$$

В разделе 4.3. представлены теоретические аспекты взаимосвязи между задачами параболического и гиперболического характера, относящимися к уравнению РПДНВ. В результате в этой главе, разработан конечно-разностный алгоритм решения и конечно-разностный регуляризованный метод решения обратной задачи уравнения РПДНВ, обоснована связь между обратной задачей телеграфного уравнения параболического типа и обратной задачей телеграфного уравнения гиперболического типа.

В пятой главе изложены численные алгоритмы, блок-схемы и программная реализация одномерных прямых и обратных задач для уравнения РПДНВ исследованные в главах 3, 4.

В разделе 5.1. рассмотрено численное решение прямой задачи (б) уравнения РПДНВ. Изложена компьютерная реализация на предложенный алгоритм. Получены графики решения, приведен анализ полученного решения. Алгоритм решения прямой задачи РПДНВ описан в диссертации.

В качестве параметров $C_m(x)$, $r_a(x)$, $\rho_a(x)$, $\rho_m(x)$ задавали различные функции: косинусообразные, импульсные, ступенчатые. В таблице 5.1 заданы функции для прямой задачи.

Таблица 5.1. - Заданные функции для прямой задачи, шаг сетки и погрешность вычисления

№ рис	Функции прямых задач	$\beta(x)$	Шаг сетки	n	Dpin(k)	Абсолютная погрешность
1	2	3	4	5	6	7
Рис 5.1	$\rho_a(x) = 3.1 - \cos^2(\beta(x))$	1.57	0.01	200	0.8661	0.0055
Рис 5.2	$\rho_a(x) = 10 - \cos^4(\beta(x))$	6.28	0.005	400	0.4854	0.0016
Рис 5.3	$\rho_a(x)$ = импульсная	-	0.01	200	0.4340	0.0052
Рис 5.4	$\rho_a(x)$ = ступенчатая	-	0.01	200	0.4420	0.0262

Выведены графики $dpin(k)$ – дополнительная информация для исследования обратной задачи (рисунки 5.1 – 5.4).

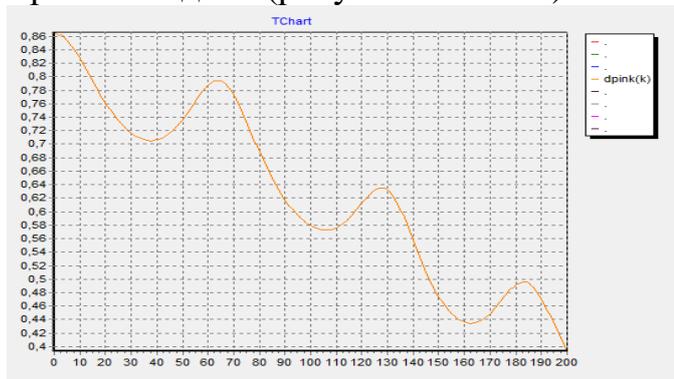


Рисунок 5.1 - Графики функций $dpin[k]$ – дополнительная информация для обратной задачи;

$$\rho_a(x) = 3.1 - \cos^2(\beta(x)) \text{ при } C_m(x) = 2.1 - \cos^2(6.28x),$$

$$r_a(x) = 3.6 - \cos^2(6.28x), \rho_m(x) = 2.6 - \cos^2(6.28x).$$

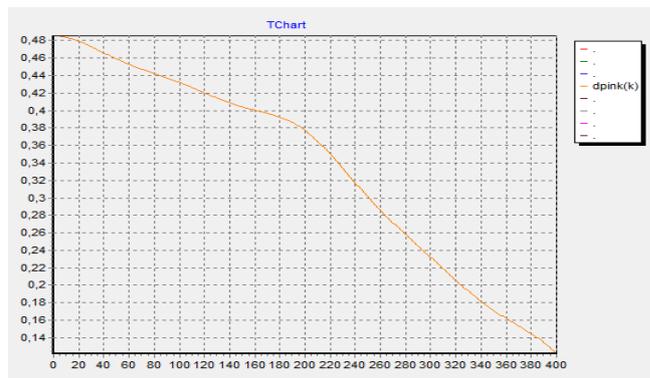


Рисунок 5.2 - Графики функций $dpin[k]$ – дополнительная информация для обратной задачи;

$$\rho_a(x) = 10 - \cos^4(\beta(x)) \text{ при } C_m(x) = 1, r_a(x) = 1,$$

$$\rho_m(x) = 1, \beta(x) = 6.28, h = 0.005$$

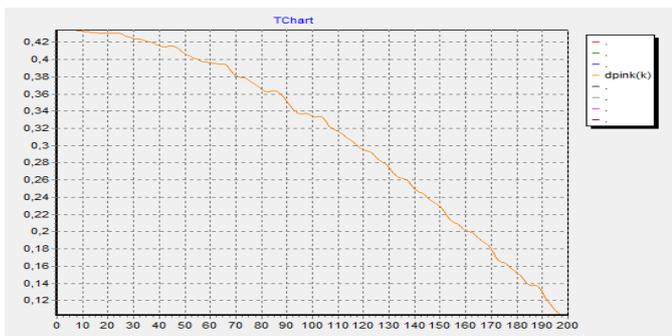


Рисунок 5.3 - Графики функций $dpin[k]$ – дополнительная информация для обратной задачи; $\rho_a(x)$ = импульсная при $h = 0.01$, $r_a(x) = 1$, $C_m(x) = 1$, $\rho_m(x) = 1$.

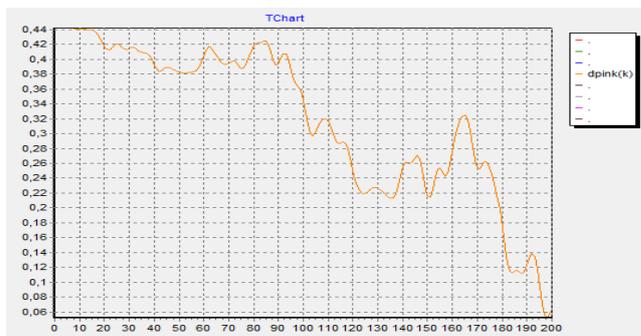


Рисунок 5.4 - Графики функций $dpin[k]$ – дополнительная информация для обратной задачи; $\rho_a(x)$ = ступенчатая при $h = 0.01$, $r_a(x) = 1$, $C_m(x) = 1$, $\rho_m(x) = 1$.

Анализ возможности разработанного алгоритма прямой задачи

1. Численная устойчивость алгоритма.

В ходе исследования выявлена численная устойчивость алгоритма: последовательно уменьшали шаги сетки, в результате получили значения решения задачи и абсолютную погрешность прямой задачи в нескольких точках. Здесь абсолютные погрешности почти одинаковы, что и подтверждает устойчивость алгоритма.

2. Анализ на увеличение параметров уравнения.

Если значительно увеличить величину при параметре $C_m(x)$, и постоянную при параметре $r_a(x)$, то максимальное значение решения задачи тоже увеличивается. А если значительно увеличить величину при параметре $\rho_a(x)$, и величину при параметре $\rho_m(x)$, то максимальное значение решения задачи уменьшается. Все эти показатели утверждают уравнение прямой задачи.

3. Анализ по вариантам функций $C_m(x)$, $r_a(x)$, $\rho_a(x)$, $\rho_m(x)$.

В качестве функции $C_m(x)$, $r_a(x)$, $\rho_a(x)$, $\rho_m(x)$ задавали различные функции: косинусообразные, импульсные, ступенчатые. Здесь установили, что при увеличении $\beta(x)$ решение прямой задачи распространения потенциала действий существенно и сильно зависит от функции $r_a(x)$, и слабо зависит от функций $C_m(x)$, $\rho_a(x)$, $\rho_m(x)$.

4. Анализ на вычисление по длине нервного волокна T.

Вычисление производилось по длине нервного волокна, и она составила $40 \leq T \leq 120$ условной единицы (см). При увеличении T от 40 до 60 графики $dpin(k)$ выходят выразительные и четкие, при увеличении T от 80 до 120 графики значительно ухудшаются. Значит, длина нервного волокна влияет на передачу нервных импульсов.

Последний анализ необходим для решения обратной задачи.

В разделе 5.2. рассмотрено численное решение обратной задачи (16) уравнения РПДНВ. Изложена компьютерная реализация на предложенный алгоритм. Получены графики решения, приведен анализ полученного решения.

Алгоритм решения конечно-разностного регуляризованного решения обратной задачи

1. В качестве дополнительной информации задаем малые прибавления, погрешности:

$$(f^\varepsilon)^k = f^k + \varepsilon.$$

2. Нулевому слою присваиваем $(u^\varepsilon)_0^k = (f^\varepsilon)^k$.

3. Определяется регуляризованное $S_0^\varepsilon = (f^\varepsilon)^0$.

4. Первому слою присваиваются $(u^\varepsilon)_1^k = \frac{(f^\varepsilon)^{k+1} + (f^\varepsilon)^{k-1}}{2}$, $k = \overline{1, N-1}$,

Определяется $S_1^\varepsilon = (u^\varepsilon)_1^1$.

5. Следующие слои вычисляются по формуле

$$(u^\varepsilon)_{i+1}^k = (u^\varepsilon)_i^{k+1} + (u^\varepsilon)_i^{k-1} - (u^\varepsilon)_{i-1}^k + \left[\frac{S_i^\varepsilon - S_{i-1}^\varepsilon}{S_i^\varepsilon} \right] * \left[(u^\varepsilon)_i^k - (u^\varepsilon)_{i-1}^k \right] + h^2 d_i (u^\varepsilon)_i^k, \quad i = \overline{1, N-1/2}, \quad k = \overline{i, N-i}.$$

И восстанавливается $S_i^\varepsilon = (u^\varepsilon)_i^i$, $i = \overline{1, N/2}$.

6. Определяем $C_1^\varepsilon = (S_i^\varepsilon)^2$, $i = \overline{0, N/2}$, а также неизвестный параметр

$$(\rho_a^\varepsilon)_i = \frac{(r_a)_i}{(C_i^\varepsilon)^2 \cdot 2(C_m)_i}, \quad i = \overline{0, N/2}.$$

Анализ алгоритма решения обратной гиперболической задачи.

Для решения гиперболической обратной задачи РПДНВ рассматривали восстановление функции $\rho_a(z)$, а остальные параметры $\rho_m(z)$, $r_a(z)$, $C_m(z)$, l , здесь индексы a, m , считаем известными параметрами.

Для всех этих параметров в качестве модельных функций мы брали функции вида $\phi(z) = \phi_0 - \phi_1(z)$, где ϕ_0 - постоянное число, а $\phi_1(z)$ - малая функция относительно ϕ_0 , $\phi(z) = \{\rho_a(z), \rho_m(z), r_a(z), C_m(z)\}$.

В таблице 5.2 заданы результаты исследования восстанавливаемой функции $\rho_a(z)$.
Таблица 5.2. - Точное, приближенное (конечно-разностное) и конечно-разностное регуляризованное решение одномерной обратной гиперболической задачи РПДНВ

№ рисунка	Восстанавливаемая функция $\rho_a(z)$	Шаг сетки h	Ошибка вычисления \max %	Относительная погрешность между точным и приближенным решением	Относительная погрешность между приближенным и к-р-р решением	Относительная погрешность между точным и к-р-р решением
5.5	$\rho_a(z) = 3.1 - \cos^2(6.28 \cdot z)$	0.01	± 0.01	0.0879	5.9340	18.4824
5.6	$\rho_a(z) = 3.1 - \cos^2(0.28 \cdot z)$	0.01	± 0.01	0.1780	5.8069	18.7705

5.7	$roa(z) = \text{Ступенчатая}$	0.01	± 0.005	0.1167	4.3703	19.2294
5.8	$roa(z) = \text{Импульсная}$	0.01	± 0.001	0.2384	0.6266	17.3363

Выведены графики восстанавливаемой функции $\rho_a(z)$ (рисунки 5.5-5.8).

Отметим, что на графиках $\rho_{a,m}(z)$ - точное решение зеленая пунктирная линия, $\rho_{a,kpp}(z)$ - конечно-разностное решение серая сплошная линия, $\rho_{a,kppp}(z)$ - конечно-разностное регуляризованное решение синяя пунктирная линия.

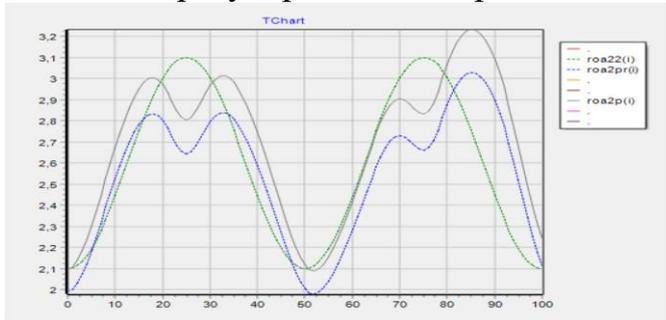


Рисунок 5.5 - Восстанавливаемая функция

$$roa(z) = 3.1 - \cos^2(6.28 \cdot z) \text{ при}$$

$$h_z = 0.01, \text{ ошибка вычисления } \pm 0.01$$

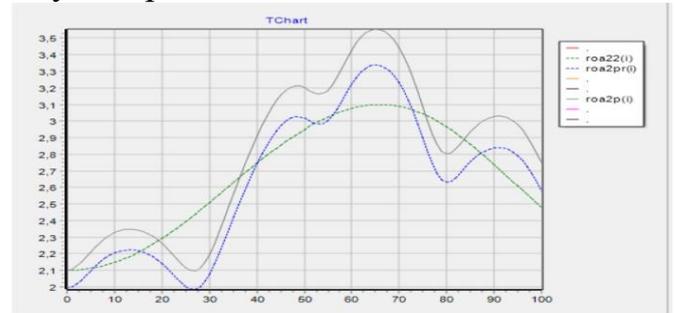


Рисунок 5.6 - Восстанавливаемая функция

$$roa(z) = 3.1 - \cos^2(0.28 \cdot z) \text{ при}$$

$$h_z = 0.01, \text{ ошибка вычисления } \pm 0.01$$

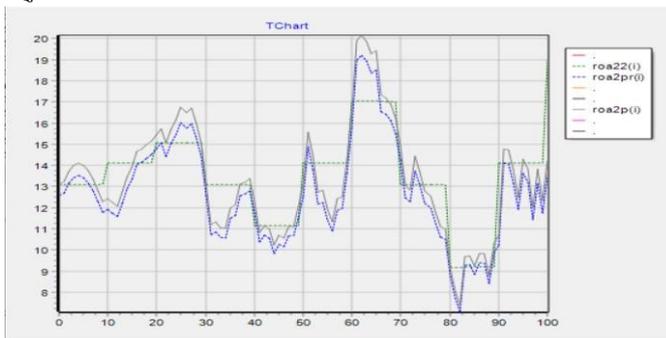


Рисунок 5.7 - Восстанавливаемая функция

$$\rho_a(z) := \text{ступенчатая при}$$

$$h_z = 0.01, \text{ ошибка вычисления } \pm 0.005$$

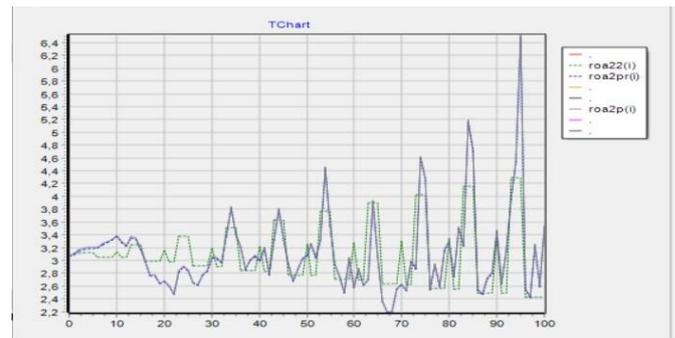


Рисунок 5.8 - Восстанавливаемая функция

$$\rho_a(z) := \text{импульсная при}$$

$$h_z = 0.01, \text{ ошибка вычисления } \pm 0.001$$

При решении одномерной обратной гиперболической задачи РПДНВ были исследованы и проанализированы следующие возможности разработанного алгоритма и программы:

1. Измельчали шаги сетки дискретизации и сравнивались полученные результаты в соответствующих точках и анализ показывает, что при уменьшении шага сетки относительная погрешность обратной задачи улучшается.

2. Исследовали алгоритм относительно малых изменений дополнительной информации обратной задачи и выявили, что допустимые ошибки в дополнительной информации обратной задачи могут быть от 1% до 6%.

3. Изучены на устойчивость решения обратной задачи относительно свободного постоянного α искомой неизвестной функции. Здесь выяснили, что минимальное значение постоянной α должно быть 2.8 – 3.0 раз больше чем значение $\max|\cos^2(\beta x)|$ ($\rho_a(z) = \alpha - \cos^2 \beta x$, при $\alpha = 2.8$, относительная погрешность 20.6443%) и ниже появляется неустойчивость решений.

4. Рассмотрены устойчивость решения обратной задачи относительно увеличения волн волнообразной функции, т.е. изменяли β , конечно здесь увеличение волн в волнообразующей функции отрицательно влияет на восстановление функции.

5. Максимальную длину вычисления обратной задачи мы брали 4 дм=40 см, т.к. длина нервного волокна составляет примерно такой длины.

6. Относительная погрешность восстановления функции обратной задачи, конечно-разностным регуляризованным методом, в различных задачах различны и составляет от 1% до 20%, что и приемлемы в восстанавливаемых функциях (в диссертации приведены таблицы погрешности).

В разделе 5.3. рассмотрено численное решение обратной параболической задачи (7) РПДНВ, приведена блок схема решения, изложена компьютерная реализация на предложенный алгоритм. Получены графики решения, приведен анализ полученного решения.

Таблица 5.3. - Точное, приближенное (конечно-разностное) и конечно-разностное регуляризованное решение одномерной параболической задачи

№ рисунка	Восстанавливаемая функция $roa(z)$	z	$cm1$	$ra1$	$rom1$	Ошибка измерения \max %	Относительная погрешность между точным и к-р-р решением
5.9	$3.1 - \cos^2(6.28 \cdot z)$	1	$2.1 - \cos^2(6.28 \cdot z)$	$2.6 - \cos^2(6.28 \cdot z)$	$3.6 - \cos^2(6.28 \cdot z)$	± 0.01	18.8744
5.10	$13 - \cos^4(3.14 \cdot z)$	5	1	1	1	± 0.001	15.2362
5.11	импульсная	4	1	1	1	± 0.005	9.8330
5.12	ступенчатая	3	1	1	1	± 0.001	17.2374

Выведены графики восстанавливаемой функции $\rho_a(z)$ (рисунки 5.9-5.12).

Отметим, что на графиках $Parroa22(i)$ - точное решение красная линия, $Parroa2p(i)$ - конечно-разностное решение зеленая линия, $Parroa2pr(i)$ - конечно-разностное регуляризованное решение синяя линия.

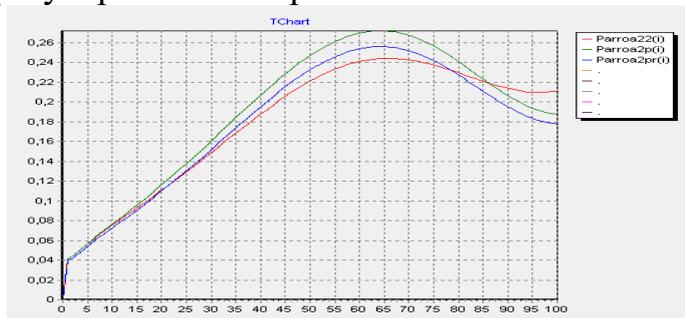


Рисунок 5.9 - $roa(z) = 3.1 - \cos^2(6.28 \cdot z)$,
 $cm(z) = 2.1 - \cos^2(6.28 \cdot z)$,
 $ra(z) = 2.6 - \cos^2(6.28 \cdot z)$,
 $rom(z) = 3.6 - \cos^2(6.28 \cdot z)$, $z = 1$, $\varepsilon = \pm 0.01$

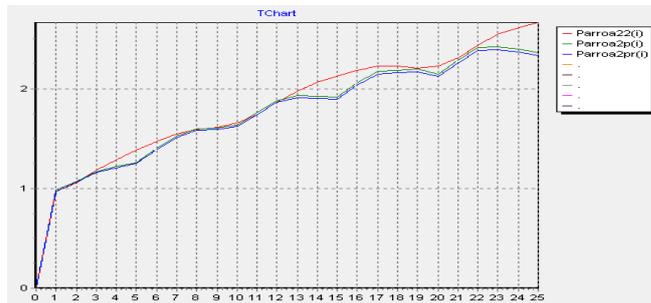


Рисунок 5.10 - $roa(z) = 13 - \cos^4(3.14 \cdot z)$,
 $cm(z) = 1$, $ra(z) = 1$, $rom(z) = 1$,
 $z = 4$, $\varepsilon = \pm 0.001$

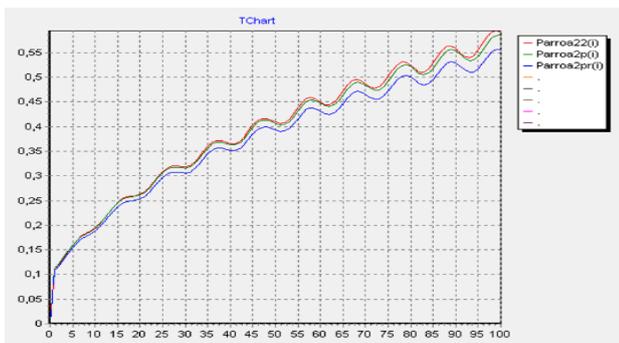


Рисунок 5.11 - $roa(z) = 3 - 0.2 \cos^2(12.58 \cdot z)$, $Cm(z) = 1$, $ra(z) = 1$, $rom(z) = 1$, $z = 4$, $\varepsilon = \pm 0.005$

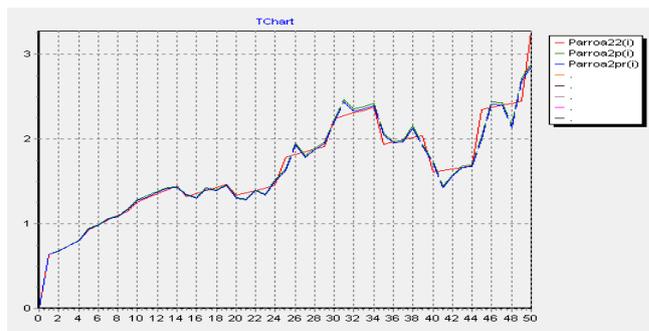


Рисунок 5.12 - $roa(z)$ = ступенчатая, $Cm(z) = 1$, $ra(z) = 1$, $rom(z) = 1$, $z = 3$, $\varepsilon = \pm 0.001$

При решении обратной параболической задачи РПДНВ были исследованы и проанализированы следующие возможности разработанного алгоритма и программы:

1. В качестве коэффициента $\rho_a(z)$ задавались косинусообразные, импульсные и ступенчатые функции. Значения относительной погрешности составили от 1 до 22%.
2. При вычислении обратной параболической задачи последовательно задавались ошибки в виде процентов: 0.1 %, 0.2%, 0.3%, 0.4%, 0.5%, 1%, 2%. Анализ показал, что в дополнительной информации обратной задачи РПДНВ ошибки должны составлять от 0.1 % до 0.5 %.
3. Изменялась длина вычисления от 0.2 до 1 у.е. С увеличением длины относительная погрешность увеличивается от 5.31% до 18.87%.
4. Для проверки устойчивости алгоритма были последовательно увеличены шаги сетки $h_z=0,2; 0,4; 0,6$ и т.д., при этом относительная погрешность в точках мало отличается друг от друга, из этого следует, что созданный нами алгоритм устойчив.

В данной главе составлен конечно-разностный алгоритм решения одномерной прямой и конечно-разностное регуляризованное решение обратной задачи, и разработана численная компьютерная реализация на языке Object Pascal (Delphi XE7), результаты которой получены в виде графиков. Проведен анализ численного решения определения неизвестных коэффициентов в обратной задаче РПДНВ.

В выводах приведены полученные в диссертационной работе основные научно-практические результаты.

В приложении содержатся графики прямых и обратных задач, листинг разработанного программного кода, акт внедрения и свидетельства Кыргызпатента на программное приложение.

ВЫВОДЫ

1. Установлена корректность двумерной прямой задачи уравнения РПДНВ с плоской границей и шнуровым источником, включая доказательство существования, единственности и условной устойчивости решения.
2. Разработан и обоснован конечно-разностный метод для решения одномерной обратной задачи РПДНВ, в которой определяется $\rho_a(z)$ - удельное сопротивление нервного волокна.
3. Предложен и обоснован конечно-разностный регуляризованный метод для определения удельного сопротивления нервного волокна в одномерной обратной задаче.

4. Разработаны устойчивые численные алгоритмы и реализации для одномерных прямых и обратных задач распространения потенциала действий по нервному волокну, проанализированы возможности их применения.
5. Доказана достоверность конечно-разностного решения одномерных обратных задач с помощью численных экспериментов на тестовых примерах для различных типов искомых коэффициентов.
6. Созданы программные комплексы для решения одномерных прямых и обратных задач распространения потенциала действия по нервному волокну, основанные на конечно-разностных и конечно-разностных регуляризованных методах. Результаты численных экспериментов подтвердили высокую точность и установили относительные погрешности восстановления искомых функций.

ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

1. Разработанный конечно-разностный подход обладает широким потенциалом для применения к различным классам прямых и обратных задач, связанных с волновыми процессами.
2. Созданные алгоритмы и их программные реализации для решения прямых и обратных задач могут быть использованы для анализа механизмов генерации и распространения потенциалов действия.
3. Полученные данные могут быть интегрированы в образовательный процесс для ознакомления студентов с актуальными вопросами прямых и обратных задач РПДНВ, а также для вовлечения их в научные исследования в данной области.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. **Курманалиева, Г.С.** Единственность решения двумерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Вестник Кырг.-Рос. Славян. ун-та. - 2019. - Т.19. - №4. - С. 19-25 – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=38171884>
2. **Курманалиева, Г.С.** Численный метод решения двумерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Проблемы автоматизации и управления. - 2019. - Т 37. - №2. - С. 99-109 – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=42835221>
3. **Курманалиева, Г.С.** Разработка численного алгоритма определения коэффициентов одномерной обобщенной обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Проблемы автоматизации и управления. - 2021. - Т 42. - №3. -С. 67-75 – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=47242279>
4. **Курманалиева, Г.С.** Численное решение одномерной обобщенной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну. [Текст] /

- Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Вестник Кырг. гос. ун-та стр-ва, транспорта и архитектуры им. Н. Исанова. -2022. - Т 3. - №2(76). -С 1104-1111 – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=49399798>
5. **Курманалиева, Г.С.** Теоретические основы применения прямого и обратного преобразования Лапласа к телеграфному уравнению [Текст] / Г.С. Курманалиева // Бюллетень науки и практики. – 2022. – Т.8. -№4. – С. 12-21 – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=48400174>
 6. **Курманалиева, Г.С.** Разработка регуляризованного решения одномерной обратной задачи процесса распространения потенциала нервного импульса по нервному волокну [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Вестник Кырг.-Рос. Славян. ун-та. 2023. - Т.23.- №4. С. 11-20. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=54096968>
 7. **Курманалиева, Г.С.** Анализ численного алгоритма прямой гиперболической задачи распространения потенциала действия нервного волокна [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев, Ю.В. Анищенко // Наука. Образование. Техника. - 2023. - №3. - С. 16-28 – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=58733442>
 8. **Курманалиева, Г.С.** Анализ алгоритма вычисления конечно-разностного регуляризованного решения и численная реализация одномерной обратной задачи распространения потенциала действий [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев, Ю.В. Анищенко // Известия ОшГУ. - 2023. - №3. – С.147-163 – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=59461677>
 9. **Kurmanaliev G.S.** The existence of a solution of the two-dimensional direct problem of propagation of the action potential along nerve fibers [Text] / A.J. Satybaev, G.S. Kurmanaliev – Filomat – Vol 33, №5 (2019), - p. 1287-1300 – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=43243796>
 10. **Свид.881.** Кыргызская Республика, Программа решения одномерных обратных задач процесса распространения нервного импульса по нервному волокну. [Текст] / **Г.С.Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев, Ю.В.Анищенко;** Бишкек. (Кыргызпатент). - №20240002.6; заяв. 11.01.24; опубл. 05.12.23. То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://patent.gov.kg/wp-content/uploads/2024/05/%D0%98%D0%9C-2024.pdf>
 11. **Свид.908.** Кыргызская Республика, Программа решения одномерных прямых задач процесса распространения нервного импульса по нервному волокну. [Текст] / **Г.С.Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев, Ю.В.Анищенко;** Бишкек. (Кыргызпатент). - №20240002.6; заяв. 08.04.24; опубл. 05.12.23. То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://patent.gov.kg/wp-content/uploads/2024/07/%D0%98%D0%9C-72024.pdf>

Курманалиева Гульзат Салыевнанын «Нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуусунун түз жана тескери маселесинин сандык чечимин түзүү» темасындагы 05.13.18 – математикалык моделдер, сандык усулдар жана программалык комплекстери адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты илимий даражасын алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Негизги сөздөр: Математикалык модель, аракет потенциалынын нерв талчасы боюнча теңдемеси, түз жана тескери маселе, чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкмасы, сандык алгоритм, чечимдин чиймеси.

Изилдөөнүн объектиси: Изилдөөнүн негизги объектиси катары нейрофизиологиялык теңдеме үчүн түз жана тескери маселелердин ар кандай формулировкасы тандалган.

Изилдөөнүн максаты: Диссертациялык иш нейрофизиологиялык теңдеменин түз жана тескери маселелерин чектүү- айырмалык ыкмасы менен сандык чыгарууну иштеп чыгууга, түз маселелердин болжолдуу чыгарылышынын уникалдуулугун жана туруктуулугун изилдөөгө арналган. Нейрофизиологияда практикалык мааниге ээ болгон чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкмасынын негизинде аракет потенциалынын нерв жипчеси боюнча таралуусунун бир өлчөмдүү тескери маселелерин сандык чыгарууну иштеп чыгуу, алгоритмдерди түзүү жана аларды компьютердин жардамы менен ишке ашыруу.

Изилдөөнүн ыкмалары: Нерв талчасындагы потенциалдын таралуу теңдемеси үчүн түз жана тескери маселелерди чечүү үчүн мүнөздөмө ыкмасы, өзгөчөлүктөрдү бөлүп алуу ыкмасы, чектүү-айырмачылык ыкмасы жана чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкмасы колдонулат.

Алынган натыйжалар жана алардын жаңылыгы: Нейрофизиологиялык теңдеменин эки өлчөмдүү түз маселелерин чечүүгө мамиле сунушталды; жалгыздык теоремасы, жыйналуучулук теоремасы далилденип, эки өлчөмдүү түз маселенин чектүү-айырмалык чечиминин туруктуулугунун баасы алынат; нейрофизиологиянын бир өлчөмдүү тескери маселелери үчүн чектүү-айырмалык чечиминин шарттуу туруктуулугунун баалоолору алынат, так чечимге жакындашуу көрсөтүлөт; чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкмасы иштелип чыккан; берилген маселелерди чечүүнүн сандык алгоритмдери иштелип чыккан жана компьютерде ишке ашырылган.

Колдонуу чөйрөсү: практикалык медицина, нейробиология жана нейрокибернетика.

РЕЗЮМЕ

диссертации Курманалиевой Гульзат Салыевны на тему: «Разработка численного решения прямой и обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Ключевые слова: Математическая модель, уравнение распространения потенциала действий по нервному волокну (РПДНВ), прямая и обратная задача, конечно-разностный регуляризованный метод, численный алгоритм, графики решений.

Объект исследования: В качестве основного объекта исследования выбраны различные постановки прямых и обратных задач для уравнения нейрофизиологии.

Цель исследования: Диссертационная работа посвящена разработке, обоснованию и приложениям численного решения прямых задач уравнения нейрофизиологии конечно-разностным методом, исследование вопросов единственности и устойчивости приближенного решения прямых задач, построению численных решений одномерных обратных задач РПДНВ на основе конечно-разностного регуляризованного метода, имеющих практическое значение в нейрофизиологии, созданию алгоритмов и их реализации с помощью компьютера.

Методы исследования. Для решения прямых и обратных задач для уравнения РПДНВ используются метод характеристик, метод выделения особенностей, конечно-разностный метод и конечно-разностный регуляризованный метод.

Полученные результаты и их новизна: Предложен подход к решению двумерных прямых задач уравнения нейрофизиологии; доказаны теоремы единственности, теоремы сходимости и получены оценка устойчивости конечно-разностного решения двумерной прямой задачи; для ряда одномерных обратных уравнений нейрофизиологии получены оценки условной устойчивости конечно-разностного решения и показана сходимость к точному решению; разработан конечно-разностный регуляризованный метод решения одномерной обратной задачи уравнения нейрофизиологии; разработаны численные алгоритмы решения на поставленные задачи и реализованы на компьютере.

Область применения: практическая медицина, нейробиология и нейрокибернетика.

SUMMARY

of the dissertation of Kurmanalieva Gulzat Salyevna on the theme: “Development of a numerical solution to the direct and inverse problem of propagation of the action potential along a nerve fiber” for the degree of candidate of physical and mathematical sciences, specialty 05.13.18 – mathematical modeling, numerical methods and software packages

Key words: Mathematical model, equation for action potential propagation along a nerve fiber, direct and inverse problem, finite-difference regularized method, numerical algorithm, solution graphs.

Object of research: Various formulations of direct and inverse problems for the neurophysiology equation were chosen as the main object of study.

Purpose of research: The dissertation work is devoted to the development, justification and applications of the numerical solution of direct problems of the neurophysiology equation using the finite-difference method, the study of issues of uniqueness and stability of the approximate solution of direct problems, the construction of numerical solutions to one-dimensional inverse problems of propagation of the action potential of a nerve fiber based on the finite-difference regularized method, which have practical significance in neurophysiology, the creation of algorithms and their implementation using a computer.

Research methods: To solve the direct and inverse problems of the equation of action potential propagation along a nerve fiber, the method of characteristics, the method of feature extraction, the finite-difference method and the finite-difference regularized method are used.

The results obtained and their novelty: an approach to solving two-dimensional direct problems of the neurophysiology equation is proposed; uniqueness theorems and convergence theorems were proved and an estimate of the stability of a finite-difference solution to a two-dimensional direct problem was obtained; for a number of one-dimensional inverse equations of neurophysiology, estimates of the conditional stability of the finite-difference solution are obtained and convergence to the exact solution is shown; a finite-difference regularized method for solving the one-dimensional inverse problem of the neurophysiology equation has been developed; Numerical algorithms for solving the problems were developed and implemented on a computer.

Field of application: practical medicine, neurobiology and neurocybernetics.



Курманалиева Гульзат Салыевна

**Разработка численного решения прямой и обратной задачи распространения
потенциала действий по нервному волокну**

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Подписано в печать 17.01.2025 г.
Формат 60x84/16. Объем 1,4 п. л.
Бумага офсетная. Тираж 50 экз.

