Национальная академия наук Кыргызской Республики

Институт машиноведения и автоматики

Кыргызско-Российский Славянский университет
им. Б.Н. Ельцина

Диссертационный совет Д 05.23.686

На правах рукописи
УДК: 519.63(575.2)(043)

Курманалиева Гульзат Салыевна

Разработка численного решения прямой и обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну

05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Бишкек – 2024

Работа выполнена на кафедре «Информационные технологии и управление» Ошского технологического университета имени академика М.М. Адышева

Научный руководитель: **Сатыбаев Абдуганы Джунусович**
доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Информационные технологии и управление» Ошского технологического университета имени академика М.М. Адышева

Официальные оппоненты:

Ведущая организация:

Защита диссертации состоится … часов на заседании диссертационного совета Д 05.23.686 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора (кандидата) физико-математических и технических наук при Институте машиноведения и автоматики Национальной академии наук Кыргызской Республики и Кыргызско-Российском Славянском университете им. Б.Н. Ельцина по адресу 720071, г. Бишкек, пр. Чуй, 265, ауд. 346. Идентификационный код он-лайн трансляции защиты диссертации https://vc.vak.kg/b/052-lto-twi-0js.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеках Национальной академии наук Кыргызской Республики (720071, г. Бишкек, пр. Чуй, 265), Кыргызско-Российского Славянского университета им. Б.Н. Ельцина (720000, г. Бишкек, ул. Киевская, 44), Ошского технологического университета (723503, г. Ош, ул. Исанова, 81) и на сайте по адресу www.imash.kg. E-mail: diss_ima@mail.ru.

Автореферат разослан …. .

Ученый секретарь
диссертационного совета
к.ф.-м.н., с.н.с. Керимкулова Г.К.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Диссертационная работа посвящена разработке моделирования, численного метода и алгоритма прямой и обратной задачи распространения потенциала действия по нервному волокну. Изучение механизмов распространения потенциала действия по нервным волокнам (РПДНВ) имеет ценность в различных областях, таких как нейрофизиология, нейрохирургия, реабилитация и разработка новых методов диагностики и лечения нервных заболеваний. Разработка численного решения прямой и обратной задачи распространения потенциала действия позволит более подробно изучить процессы возникновения и распространения электрических сигналов в нервной системе. Точное моделирование этих процессов поможет расширить наши знания о функционировании нервной системы и может привести к разработке новых методов диагностики и лечения нервных заболеваний.

Одной из основных задач данной работы является разработка математической модели, описывающей распространение потенциала действия по нервным волокнам. Создание такой модели позволит проводить численное моделирование процессов, что в свою очередь поможет исследователям более глубоко изучить различные характеристики распространения потенциала действия. Разработанный численный подход может послужить основой для создания компьютерных алгоритмов, которые помогут анализировать и интерпретировать результаты экспериментов.

Кроме того, предложенная в работе разработка численного решения прямой и обратной задачи распространения потенциала действия может иметь практическое применение в области нейрохирургии и нейрореабилитации. Понимание процессов обратного распространения потенциала действия может помочь в разработке новых методов стимуляции нервной системы, которые могут быть использованы, например, для восстановления функций при неврологических заболеваниях или травмах.

Таким образом, разработка моделирования, численного решения прямой и обратной задачи распространения потенциала действия по нервному волокну является актуальной исследовательской задачей, которая может привести к новым открытиям и практическому применению в области нейрофизиологии, нейрохирургии и реабилитации.

Связь темы диссертации с приоритетными научными направлениями, крупными научными программами (проектами), основными научно-исследовательскими работами, проводимыми образовательными и научными учреждениями. Работа является инициативной.

Цель и задачи исследования. Целью настоящей диссертационной работы является исследование математической модели прямой и обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну, создание алгоритма численного метода прямой и обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну на основе конечно-разностного регуляризованного метода, а также его анализа компьютерной реализации.

В рамках достижения поставленной цели нами выделены следующие частные **задачи** исследования:

1. Систематизировать и проанализировать основные применяемые в нейрофизиологии математические модели распространения потенциала действий по нервному волокну.
2. Исследовать корректность прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну, т.е. обосновать существование, единственность и устойчивость поставленной прямой задачи уравнения потенциала действия.
3. Построить конечно-разностное решение прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну.
4. Создать конечно-разностный регуляризованный метод определения радиуса нервного волокна (обратная задача), удельного сопротивления нервного волокна и аксоплазмы, емкости мембраны.
5. Разработать численные алгоритмы решения прямой и обратной задачи уравнения потенциала на основе вышеуказанных методов.
6. На базе предложенных разработанных алгоритмов составить комплекс программ в среде программирования Delphi XE7.

Научная новизна полученных результатов.

- Усовершенствована математическая модель прямой и обратной задачи РПДНВ с мгновенным и плоским источником;
- Обоснована корректность решения прямой задачи РПДНВ: существование, единственность и устойчивость решения задачи РПДНВ в новой постановке;
- Разработано конечно-разностное регуляризованное решение обратной задачи, проведены и проанализированы численные реализации задач РПДНВ в новой постановке.

Практическая значимость, полученных результатов. Практическая ценность диссертационного исследования состоит в том, что его результаты могут быть положены в основу изучения различных случаев распространения возбуждения в биологических системах. В частности, предложенные модели распространения возбуждения в нервных волокнах, соответствующие методы решения, алгоритмы и программные продукты могут быть использованы в практической медицине, нейробиологии и нейрокибернетике.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту:

1. Математические модели одномерной, двумерной прямой и одномерной обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну.
2. Теоремы существования, единственности прямой задачи распространения потенциала действия по нервному волокну.
3. Теоремы условной устойчивости решения двумерной прямой задачи уравнения распространения потенциала действий по нервному волокну.
4. Теоремы сходимости конечно-разностного решения, конечно-разностного регуляризованного решения для одномерных обратных задач уравнения распространения потенциала действий по нервному волокну.
5. Численные алгоритмы решения, разработанные на основе конечно-разностного регуляризованного метода и программная реализация прямых и обратных задач уравнения распространения потенциала действий по нервному волокну.
6. Результаты решения и анализ возможности составленных алгоритмов и программ, полученные в виде графиков, анализа решения.

Личный вклад соискателя состоит в проведении самостоятельных исследований, в получении научных результатов, их анализе и формулировании основных выводов, разработке численного алгоритма решения на основе конечно-разностного регуляризованного метода и программная реализация прямых и обратных задач уравнения распространения потенциала действий по нервному волокну.

Автором доказана возможность комбинированного использования метода выпрямления характеристики, метода выделения особенностей, метода конечных разностей, метода обращения разностной схемы и конечно-разностного регуляризованного метода для решения обратных задач уравнения распространения потенциала действий по нервному волокну.

Постановка задач исследования, обсуждение и внедрение полученных результатов проводилось совместно с научным руководителем, профессором А.Дж. Сатыбаевым.

Апробации результатов диссертации. Основные результаты, полученные в диссертации, докладывались на международных конференциях: Международная научная конференция «Проблемы современной математики и ее приложения», посвященная 70-летию академика Борубаева Алтая Асылкановича, Бишкек 16-18 июня, 2021-года; 10th International Conference “Inverse Problems: Modeling and Simulation” held on May 22-28, 2022 in Malta; Международная научно-практическая конференция «Строительная наука и образование: интеграция вузовской науки в устойчивое инновационное развитие страны», посвященная к 30-

летию образования КГУСТА им. Н.Исанова, Бишкек, 27-28 мая 2022- года; Международная научная конференция “Обратные и некорректные задачи в естествознании”, г.Алматы, 11-12 апреля, 2023-года; VII Всемирный конгресс математиков Тюркского мира, Казакстан, город Туркестан, 20-23 сентября, 2023-года.

Полнота отражения результатов диссертации в публикациях. Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 11 научных работах, из них 6 в журналах, рекомендованных НАК ПКР; 1 в материалах международной научной конференции; 1 в зарубежном периодическом издании; 1 в журналах, зарегистрированных в системе Scopus; в 2 авторских свидетельствах Кыргызпатента на созданные программы ЭВМ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из оглавления, введения, пяти глав, которые разбиты на разделы и заключений по главам, заключения, практических рекомендаций, списка использованных источников из 91 наименований и 5 приложений. Основное содержание диссертации изложено на 254 страницах.

Автор выражает искреннюю благодарность научному руководителю д.ф.-м.н., профессору А.Дж. Сатыбаеву за постановки задач, идею в исследовании метода, за советы и обсуждения на этапах формирования данной диссертации, а также за постоянное внимание к работе.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертационной работы, формулируется цель и задачи, изложена научная новизна, практическая значимость результатов исследований и положения, выносимые на защиту, указана полнота отражения результатов, структура и объем диссертации.

В первой главе «Обзор литературы» приводится обзор литературы по исследуемым проблемам диссертационной работы.

Анализ научной литературы по исследованию моделирования прямой и обратной задачи распространения потенциала действия по нервному волокну представляет значительный интерес для исследования нервной системы и понимания ее функциональных особенностей, что свидетельствует о том, что предстоит ещё много работы в этом направлении.

Первые постановки задач, которая исследуется в диссертационной работе, были исследованы и сформулированы А.Л. Ходжкиным и А.Ф. Хаксли (1952), Р.Р. Алиевым (2010), Н.М. Богатовым (2012), Е.В. Максименко (2006), В.С. Новоселовым (2013). А развитая В.Г. Романовым (1984) методика доказательства локальных теорем существования и единственности решения обратных динамических задач, а также теорем единственности и условной устойчивости в «целом» применяется в исследовании широкого круга обратных задач С.И. Кабанихиным (1991), и их учениками. В данной области следует отметить работы отечественных ученых А.Дж. Сатыбаева (2001), А.Т. Маматкасымовой (2015), Ю.В. Анищенко (2021), А.Ж. Кокозовой (2022), Г.А. Калдыбаевой (2009).

В ближнем СНГ обратные задачи исследуют ученые Ч.Аширалиев, С.З.Жамалов, Б.Саматов (Узбекистан), Г.Баканов, М.Бектемесов, Б.Рысбай улы, С.Касенов, М.Т.Дженалиев, Е.Бидайбеков (Казакстан).

Во второй главе «Методология и методы исследования» представлены материалы и методы, используемые в решении поставленных задач.

Объект исследования. Объектом исследования данной диссертационной работы являются различные постановки прямых и обратных задач нейрофизиологии, а именно распространения потенциала действия по нервному волокну.

Предмет исследования. Предметом исследования в данной диссертационной работе являются математическая модель задач РПДНВ, численное решение прямой задачи, а также конечно-разностное регуляризованное решение обратной задачи и компьютерная реализация алгоритма.

Методы исследования. Методами исследования в данной диссертационной работе являются метод выпрямления характеристик, метод выделения особенностей, конечно-разностный метод, метод обращения разностной схемы и конечно-разностный регуляризованный метод, математическое моделирование, а также современные языки программирования для создания интерфейса программы.

При исследовании обратных задач по определению неизвестного коэффициента в параболических и гиперболических уравнениях в частных производных, учитывая начальные и граничные условия, а также дополнительную информацию, применяют различные методы математической физики. В первую очередь необходимо выделить сингулярную и регулярную части решения прямой задачи, используя метод выделения особенностей и получая соответствующие соотношения. Затем используется метод характеристик (Эйконала) для выпрямления харктеристики уравнения. После применения конечно-разностного метода получаем решение прямой задачи РПДНВ.

А в обратной задаче, используя конечно-разностный регуляризованный метод (метод обращения разностных схем), получим решение обратной задачи РПДНВ.

С третьей по пятой главы посвящены результатам собственных исследований и их обоснованию.

В третьей главе исследована корректность двумерной прямой задачи нейрофизиологии, доказаны теоремы существования и единственности решения уравнения РПДНВ. Построен конечно-разностный аналог дифференциальной задачи:

$$\left.\begin{aligned}
&C_m(x,y)v_t'(x,y,t)=\frac{r_a(x,y)}{2\rho_a(x,y)}\Delta v-\frac{v(x,y,t)}{\rho_m(x,y)\cdot l},\ (x,t)\in R_+^2,\ y\in R,\\
&v(x,y,t)\big|_{t<0}\equiv 0,\\
&v_x'(x,y,t)\big|_{x=0}=h(y)\theta(t)+r(y)\theta_1(t)+p(y)\theta_2(t),\quad t\in R.
\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

Из параболического уравнения переходим к гиперболическому уравнению преобразованием Лапласа [12].

$$\left.\begin{aligned}
&C_m(x,y)\frac{\partial^2V(x,y,t)}{\partial t^2}=\frac{r_a(x,y)}{2\rho_a(x,y)}\Delta V-\frac{1}{\rho_m(x,y)\cdot l}V(x,y,t),\quad x\in R_+,\, t\in R_+,\ y\in R\\
&V(x,y,t)\big|_{t<0}\equiv 0,\\
&V_x'(x,y,t)\big|_{x=0}=h(y)\delta(t)+r(y)\theta(t)+p(y)\theta_1(t).
\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

Прямая задача заключается в определении $V(x,y,t)$ из задачи (2), при известных значениях коэффициентов $C_m(x,y)$ – емкость на единицу площади мембраны, $r_a(x,y)$ – радиус нервного волокна, $\rho_m(x,y)$ – удельное сопротивление вещества мембраны, $\rho_a(x,y)$ – удельное сопротивление плазмы нервного волокна, l – толщина мембраны, *m и a* – индексы мембраны и аксоны соответственно, $V(x,y,t)$ – внутриклеточный потенциал действий и при известных значениях $h(y),\ r(y),\ p(y)$.

Пусть относительно параметров уравнения и начального условия выполнены следующие условия:

$$C_m(x,y),\ r_a(x,y),\ \rho_a(x,y),\ \rho_m(x,y)\in\Lambda_1 \qquad (3)$$

$$h(y),\ r(y),\ p(y)\in\Lambda_2,\ \ l>0 \qquad (4)$$

где

$$\Lambda_1=\begin{Bmatrix}C_m(x,y)\in C^2((0,d)\times(-D_1,D_1)),\ 0<M_1\le C_m(x,y)\le M_2\\ \sup\{C_m(x,y)\}\subset((0,d)\times(-D_1,D_1)),\ \ d=\|C_m(x,y)\|_C^2\le M_2\end{Bmatrix}$$

$$\Lambda_2=\begin{Bmatrix}\sup h(y)\in(-D,D),\ h(y)\in C(-D,D)\\ D=D_1+T(M_2+l),\ T=2l/(M_1-l)\,M_1,\ M_2,\ D=const.\end{Bmatrix}$$

Применяя методы характеристик и выделения особенностей к (2) получим прямую задачу с данными на характеристиках:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \alpha^2}+L_1\vartheta(\alpha,y,t),\quad |\alpha|<t<T,\quad y\in(-D,D),\\
&\vartheta(\alpha,y,t)\big|_{|\alpha|=t}=S(t,y),\quad t\in[0,T],\quad y\in(-D,D),\\
&\vartheta(\alpha,y,t)\big|_{y=-D}=\vartheta(\alpha,y,t)\big|_{y=D}=0,
\end{aligned}\right\}\qquad (5)$$

Здесь $L_1\vartheta(\alpha,y,t)$, $S(t,y)$ - функции, зависящие от функций $C_m(\alpha,y), r_a(\alpha,y), \rho_a(\alpha,y), \rho_m(\alpha,y), \alpha, \Delta\alpha, h(y), r(y), p(y)$.

ТЕОРЕМА 1. Пусть выполнены условия (3)–(4), введенные условия и нормы, и функция $V(\alpha,y,t)$ непрерывна и имеет непрерывные производные первого порядка в $\Omega(T,D)$ и пусть $S(t,y)\in L_2(\Omega(T,D))$.. Тогда существует обобщенное решение задачи (5) в пространстве $W_2^1(\Omega(T,D))$, где область $\Omega(T,D)=\{(\alpha,y,t):\alpha\in(-T,T),\alpha<t<T-\alpha,y\in(-D,D)\}$.

В разделе 3.2. получена единственность решения для задачи (5).

ТЕОРЕМА 2. Пусть коэффициенты уравнений $Cm(\alpha,y)$, $\rho a(\alpha,y)$, $ra(\alpha,y)$, а также α_y, $\Delta\alpha$ непрерывны и имеют непрерывные частные производные первого порядка, и пусть решение задачи (5) существует и принадлежит $C^2(\Omega(T,D))$, и выполнено условие уравнения Эйконала. Тогда решение задачи (5) единственно в области $\Omega(T,D)$.

Из эквивалентности гиперболической задачи (2) и параболической задачи (1) следует, что решение параболической задачи также существует и единственно в области $\Omega(T,D)$, при выполнении условия теоремы 1,2.

В разделах 3.3. и 3.4. построен конечно-разностный аналог дифференциальной задачи (5).

$$\left.\begin{aligned}
&V_{t\bar{t}}=V_{\alpha\bar{\alpha}}+LV_{ij}^{k},\quad (ih_1,jh_2,\tau k)\in\Omega_{ij}^{k},\\
&V_{\pm i,j}^{|2i|}=S_j^{|2i|},\quad i=\overline{-N,N};\quad j=\overline{-L,L};\\
&V_{i,L}^{k}=V_{i,-L}^{k}=0,\quad i=\overline{-N,N};\quad k=\overline{|2i|,2N};
\end{aligned}\right\}\qquad (6)$$

Доказаны теоремы о сходимости решения прямой задачи (6) к решению прямой задачи (2).

Таким образом, в данной главе доказано существование, единственность и устойчивость двумерной прямой задачи уравнения РПДНВ (2).

Четвертая глава посвящена исследованию одномерных обратных задач уравнения РПДНВ.

В разделе 4.1. исследована одномерная обратная гиперболическая задача РПДНВ, полученная из задачи (2), в которой неизвестна удельное сопротивление нервного волокна $\rho_a(x)$. Для обратной параболической задачи (1) задается дополнительная информация в виде:

$$u(x,t)\big|_{x=0} = g(t),\ \ t \in [0,T]\,. \tag{7}$$

И так получены обратная задача гиперболического типа:

$$\left.\begin{aligned} &C_m(x)\frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial t^2} = \frac{r_a(x)}{2\rho_a(x)}V''_{xx}(x,t) - \frac{V(x,t)}{\rho_m(x)l},\ (x,t)\in R_+^2 \\ &V(x,t)\big|_{t<0} \equiv 0,\ \left.\frac{\partial V(x,t)}{\partial x}\right|_{x=0} = h_0\delta(t) + r_0\theta(t) + p_0\theta_1(t),\ t\in R_+ \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

$$V(x,t)\big|_{x=0} = f(t),\ \ t\in[0,T]. \tag{9}$$

где $\quad f(t) = \int\limits_0^\infty g(\tau)G_{tt}(t,\tau)d\tau\,, \quad G(t,\tau)$ – функция Грина.

Решение этих задач $u(x,t)$ и $V(x,t)$ связаны следующим интегралом

$$u(x,t) = \int\limits_0^\infty V_t(x,\tau)G_t(t,\tau)d\tau = \int\limits_0^\infty V(x,\tau)G_{tt}(t,\tau)d\tau\,, \tag{10}$$

где $G(t,\tau)$ – функция Грина, $\quad G(t,\tau) = \dfrac{1}{\sqrt{\pi t}}e^{\frac{\tau^2}{4t}}\,.$

Для решения обратной задачи относительно коэффициентов предположим, что выполнены условия

$$C_m(x),\ r_a(x),\ \rho_a(x),\ \rho_m(x)\in\Lambda_0\,, \tag{11}$$

где $\quad \Lambda_0 = \left\{C_m(x)\in C^6(R_+),\ (C_m)'_x(0) = 0\,,\ 0 < M_1 \le C_m(x) \le M_2\,,\ \|C_m(x)\|_{C^2} \le M_3\right\}.$

$M_1,\ M_2,\ M_3$ – положительно-постоянные.

$$z(x) = \int_0^x \frac{1}{\overline{C}(\lambda)}d\lambda\,,\quad z(x) > 0\,,\quad \lim_{x\to\infty} z(x) = 0 \tag{12}$$

Применим к задаче (8)–(9) метод характеристик и введя новую переменную (12), получим следующую обратную задачу

$$\left.\begin{aligned} &U''_{tt}(z,t) = U''_{zz} - 2\frac{S'(z)}{S(z)}U'_z(z,t) - \frac{U(z,t)}{Cm(z)\rho m(z)l},\quad (z,t)\in\Delta(T) \\ &U(z,t) = \big|_{t=|z|} = S(z),\ z\in[0,T/2], \\ &U(z,t)\big|_{z=0} = f(t),\ t\in[0,T]. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Применим метод выделения особенностей, и представляем решение задачи в виде

$$U(z,t) = \widetilde{U}(z,t) + \delta(z)\theta(t-|z|) + R(z)\theta_1(t-|z|) \tag{14}$$

где $\widetilde{U}(z,t)$- непрерывная функция.

Если учесть (14), то из задачи (13) получим следующую обратную задачу с данными на характеристиках относительно $S(x)$

$$\left.\begin{aligned} &U''_{tt}(z,t) = U''_{zz} - 2\frac{S'(z)}{S(z)}U'_z(z,t) - \frac{U(z,t)}{Cm(z)\rho m(z)l}, \quad (z,t)\in\Delta(T) \\ &U(z,t) = \Big|_{t=|z|} = S(z), \quad z\in[0,T/2], \\ &U(z,t)\big|_{z=0} = f(t), \quad t\in[0,T]. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

где $\Delta(T) = \Delta_h(T) = \left\{x_i = ih, i = \overline{0,N};\ t_k = k\tau, \quad k = \overline{0,2N}, \quad h = 2\tau = \frac{T}{N}\right\}$

Построим разностный аналог задачи (15), где *O(h)* – малый член отброшен:

$$\left.\begin{aligned} &U_{t\bar{t}} = U_{x\bar{x}} - 2\frac{S_i - S_{i-1}}{hS_i}\left[\frac{U_i^k - U_{i-1}^k}{h}\right] - \frac{U_i^k}{Cm_i\rho m_i l}, \quad (x_{i,}t_k)\in\Delta_h(T) \\ &U_i^i = S_i, \quad i = \overline{0,N} \\ &U_0^k = f^k, \ k = \overline{0,2N} \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

ТЕОРЕМА 3. Пусть решение дифференциальной задачи (15) существует и выполнены условия (11) - (12) и $U(x,t)\in C^4(\Delta(T))$.

Тогда приближенное решение обратной задачи (16), построенной конечно разностным методом, сходится к точному решению обратной задачи (15) со скоростью порядка $O(h)$ имеет оценку

$$\overline{U}^{k+1} \le O(h) * \exp\left[2\frac{\overline{S}}{\underline{S}} + h^2\frac{1}{\underline{CM}\cdot\underline{RM}\cdot l}\right], \tag{17}$$

где $\overline{U}^{k+1}$, $\overline{S},\underline{S}$, $\underline{CM}$, $\underline{RM}$ - верхние и нижние нормы функций $U_i^k, S_i, Cm_i, \rho m_i$.

Если определена $S_i, i = \overline{0,N}$, то можно определить $(\rho_a)_i$ - решение обратной задачи (13), что и для (15).

В разделе 4.2. разработано конечно-разностное регуляризованное решение для задачи

$$\left.\begin{aligned} &U_{tt}''(z,t) = U_{zz}''(z,t) - \frac{C'(z)}{C(z)}U_z(z,t) - d(z)U(z,t), \quad z\in R_+, \quad t\in R_+, \\ &U(z,t)\big|_{t<0} \equiv 0, \quad U_z'(z,t)\Big|_{z=0} = C(0)[h_0\delta(t) + r_0\theta(t) + p_0\theta_1(t)], \ t\in R_+ \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

$$U(z,t)\big|_{z=0} = f(t), \quad t\in[0,2T]. \tag{19}$$

Обратная задача заключается в определении из задачи (18)–(19) параметра $C(z)$ и $U(z,t)$, а также дополнительной информации о решении прямой задачи (19).

Применяем метод характеристик и метод выделения особенностей приводим задачу (18)–(19) к задаче с данными на характеристиках. Определим функции $U(z,t), S(z)$ при известных функциях $ra(z)$, $Cm(z)$, $rom(z)$ и при известной функции $f(t)$ – дополнительная информация о решении прямой задачи. Строим разностный аналог дифференциальной задачи (18)-(19).

ТЕОРЕМА 4. Пусть решение дифференциальной задачи (18)–(19) существует и $U(z,t) \in C^4(\Delta(T))$, и выполняется условие $(ra(z), Cm(z), rom(z), roa(z)) \in \Lambda_0$, тогда построенные решения $(\widetilde{U}_i^k, \widetilde{S}_i)$ обратной задачи сходятся к точному решению (U_i^k, S_i) обратной дифференциальной задачи (18) – (19) со скоростью порядка $O(h)$.

ТЕОРЕМА 5. Пусть решение прямой дифференциальной задачи существует и $U(z,t) \in C^4(\Delta(T))$, и пусть выполнено условие $(ra(z), Cm(z), rom(z), roa(z)) \in \Lambda_0$, Тогда построенное конечно-разностное регуляризованное решение обратной задачи $(\hat{U}_i^{k,\varepsilon}, \widehat{S}_i^{\varepsilon})$ сходится к точному решению (U_i^k, S_i) обратной дифференциальной задачи (18) – (19) со скоростью порядка $O(h)$.

По полученному конечно-разностному регуляризованному решению задачи $S_i^{\varepsilon}, i = \overline{0, N}$ получим конечно-разностное регуляризованное решение (15):

$$S^{\varepsilon}(z) = \sqrt{C^{\varepsilon}(z)}, \quad \rho a^{\varepsilon}(z) = ra(z) / \left(\left(C^{\varepsilon}(z) \right)^2 \cdot Cm(z) \right).$$

В разделе 4.3. рассмотрено применение преобразования Лапласа к уравнению РПДНВ.

В результате в этой главе, разработан конечно-разностный алгоритм решения и конечно-разностный регуляризованный метод решения обратной задачи уравнения РПДНВ, обосновано применение преобразования Лапласа к обратной задаче уравнения РПДНВ параболического типа и обратное преобразование Лапласа к обратной задаче уравнения РПДНВ гиперболического типа.

В пятой главе изложены численные алгоритмы, блок-схемы и программная реализация одномерных прямых и обратных задач для уравнения РПДНВ исследованные в главах 3, 4.

В разделе 5.1. рассмотрено численное решение прямой задачи (6) уравнения РПДНВ. Изложена компьютерная реализация на предложенный алгоритм. Получены графики решения, приведен анализ полученного решения. Опишем алгоритм решения прямой задачи РПДНВ:

1. Задаем $\mathrm{T} = 4, \quad \mathrm{N} = 200, \quad h = \mathrm{T}/\mathrm{N}, \quad \tau = \mathrm{T}/2\mathrm{N}$.
2. Задаем значения функций: $C_m(x)$, $r_a(x)$, $\rho_m(x)$ и $\rho_a(x)$.
3. Вычислим $\overline{C}^2(x) = \dfrac{r_a(x)}{2C_m(x) \cdot \rho_a(x)} \quad \Rightarrow \overline{C}(x) = \sqrt{\dfrac{r_a(x)}{2C_m(x) \cdot \rho_a(x)}}$;
4. Вычислим $z(x) = \int\limits_0^x \dfrac{d\lambda}{\overline{C}(\lambda)}$;.
5. Вычислим $C_m(z), r_a(z), \rho_a(z), \rho_m(z)$ по новому переменному;

6. Вычислим $C(z)=\sqrt{\dfrac{ra(z)}{2Cm(z)\cdot \rho a(z)}}$;

7. Вычислим $S(z)=\sqrt{C(z)}$; $\alpha(z)=1/(\rho_m(z)\cdot C_m(z)\cdot l)$;

8. Вычислим $V(z,t)|_{t=z}=V(z,z)=S(z)$, $z\in[-T,T]$;

9. Вычислим $\left[V_t'(z,t)\right]_{t=z}=S_z'(z)+R(z)$;

10. Вычислим $\left[V_z'(z,t)\right]_{t=z}=S_z'(z)$;

11. Вычисляем

$$V_i^{k+1}=2V_i^k-V_i^{k-1}+\frac{\tau^2}{h^2}\left[V_{i+1}^k-2V_i^k+V_{i-1}^k\right]-$$
$$-\frac{\tau^2}{h^2}2\frac{S_i-S_{i-1}}{S_i}\left[V_i^k-V_{i-1}^k\right]-\tau^2 d_i V_i^k .$$

12. После завершения вычисления определяется дополнительная информация для решения одномерной обратной задачи уравнения потенциала действий по нервному волокну $dpin(t)=V(0,t)$.

В качестве параметров $C_m(x)$, $r_a(x)$, $\rho_a(x)$, $\rho_m(x)$ задавали различные функции: косинусообразные, импульсные, ступенчатые. В таблице 5.1 заданы функции для прямой задачи.

Таблица 5.1. Заданные функции для прямой задачи, шаг сетки и погрешность вычисления

№ рис	Функции прямых задач	$\beta(x)$	Шаг сетки	n	Dpin(k)	Абсолютная погрешность
1	2	3	4		5	6
Рис 5.1.	$\rho_a(x)=3.1-\cos^2(\beta(x))$	1.57	0.01	200	0.8661	0.0055
Рис 5.2.	$\rho_a(x)=10-\cos^4(\beta(x))$	6.28	0.005	400	0.4854	0.0016
Рис 5.3.	$\rho_a(x)=$ *импульсная*	-	0.01	200	0.4340	0.0052
Рис 5.4.	$\rho_a(x)=$ *ступенчатая*	-	0.01	200	0.4420	0.0262

Выведены графики dpin(k) – дополнительная информация для исследования обратной задачи (рисунки 5.1 – 5.4).

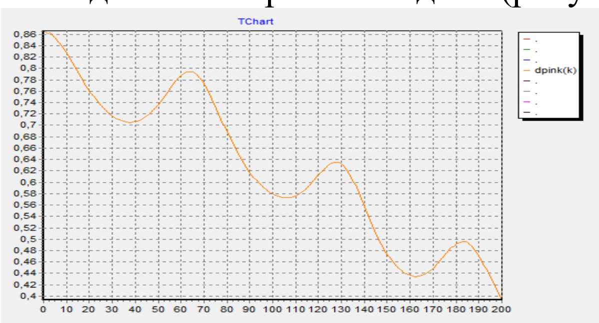

Рисунок 5.1. Графики функций *dpin[k]*– дополнительная информация для обратной задачи; $\rho_a(x)=3.1-\cos^2(\beta(x))$ при $C_m(x)=2.1-\cos^2(6.28x)$, $r_a(x)=3.6-\cos^2(6.28x)$, $\rho_m(x)=2.6-\cos^2(6.28x)$.

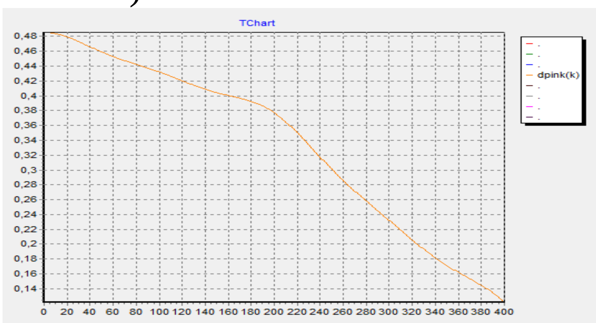

Рисунок 5.2. Графики функций *dpin[k]*– дополнительная информация для обратной задачи; $\rho_a(x)=10-\cos^4(\beta(x))$ при $C_m(x)=1$, $r_a(x)=1$, $\rho_m(x)=1$, $\beta(x)=6.28$, $h=0.005$

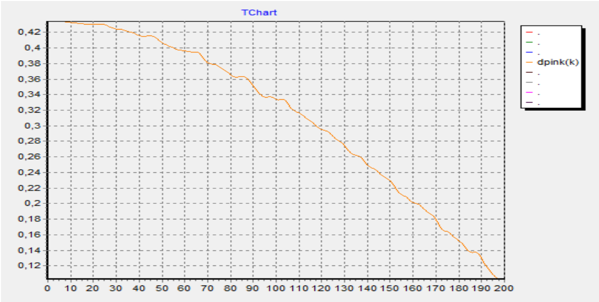

Рисунок 5.3. Графики функций *dpin[k]*– дополнительная информация для обратной задачи; $\rho_a(x) = импульсная$ при $h = 0.01$ $r_a(x) = 1,$ $C_m(x) = 1,$ $\rho_m(x) = 1.$

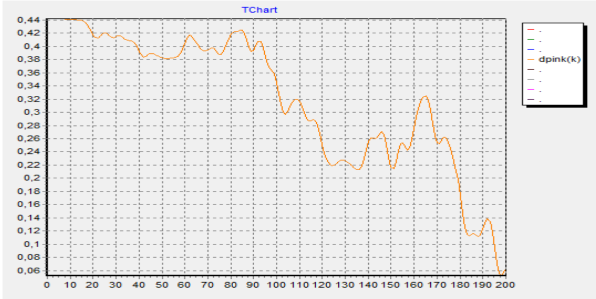

Рисунок 5.4. Графики функций *dpin[k]*– дополнительная информация для обратной задачи; $\rho_a(x) = ступенчатая$ при $h = 0.01,$ $r_a(x) = 1,$ $C_m(x) = 1,$ $\rho_m(x) = 1.$

Анализ возможности разработанного алгоритма прямой задачи

1. Численная устойчивость алгоритма.

В ходе исследования выявлена численная устойчивость алгоритма путем проведения следующих действий: последовательно уменьшали шаги сетки, в результате получили значения решения задачи и абсолютную погрешность прямой задачи в нескольких точках. Здесь абсолютные погрешности почти одинаковы, что и подтверждает устойчивость алгоритма.

2. Анализ на увеличение параметров уравнения.

Если значительно увеличить величину при параметре $C_m(x)$, и постоянную при параметре $r_a(x)$, то максимальное значение решения задачи тоже увеличивается. А если значительно увеличить величину при параметре $\rho_a(x)$, и величину при параметре $\rho_m(x)$, то максимальное значение решения задачи уменьшается. Все эти показатели утверждают уравнение прямой задачи.

3. Анализ по вариантам функций $C_m(x)$, $r_a(x)$, $\rho_a(x)$, $\rho_m(x)$.

В качестве функции $C_m(x)$, $r_a(x)$, $\rho_a(x)$, $\rho_m(x)$ задавали различные функции: косинусообразные, импульсные, ступенчатые. Здесь установили, что при увеличении $\beta(x)$ решение прямой задачи распространения потенциала действий существенно и сильно зависит от функции $r_a(x)$, и слабо зависит от функций $C_m(x)$, $\rho_a(x)$, $\rho_m(x)$.

4. Анализ на вычисление по длине нервного волокна T.

Вычисление производилось по длине нервного волокна, и она составила $40 \le T \le 120$ условной единицы (см). При увеличении T от 40 до 60 графики dpin(k) выходят выразительные и четкие, при увеличении T от 80 до 120 графики значительно ухудшаются. Значит, длина нервного волокна влияет на передачу нервных импульсов.

Последний анализ необходим для решения обратной задачи.

В разделе 5.2. рассмотрено численное решение обратной задачи (16) уравнения РПДНВ. Изложена компьютерная реализация на предложенный алгоритм. Получены графики решения, приведен анализ полученного решения.

Алгоритм решения обратных задач для тестовых моделей:

1. Задаются все параметры уравнения, кроме параметра $\rho_a(x)$ - удельное сопротивление нервного волокна.

2. По решению прямой задачи задается дополнительная информация для обратной задачи $f(t),\ t \in [0,2T],$ *т.е.* $f^k = f(k \cdot h),\ \ i = \overline{0,N}.\quad u_0^k = f(k),\ k = \overline{0,N},$ и по формуле $S_0 = f^0,$ то есть определяется S_0 (нулевой слой).

3. Первый слой вычисляется по формуле $u_1^k = \dfrac{f^{k+1} + f^{k-1}}{2},\ \ k = \overline{1,\ N-1}.$ Здесь также определяется S_1 по формуле $S_1 = \left(f^2 + f^0\right)/2.$

4. Начиная со второго слоя решение вычисляется по формуле:

$$u_{i+1}^k = u_i^{k+1} + u_i^{k-1} - u_{i-1}^k + 2\left[\frac{S_i - S_{i-1}}{S_i}\right]\left[u_i^k - u_{i-1}^k\right] + h^2 d_i u_i^k,\ \ i = \overline{1,\ (N-1)/2};$$

$k = \overline{i,\ N-i},$

и каждый раз определяется $S_i = u_i^i,\ \ i = \overline{1,\ N/2}.$

5. По определенным $S_i,\ i = \overline{0,\ N/2},$ восстанавливаем неизвестную $C_i = S_i^2,\ \ i = \overline{0,\ N/2}.$

6. Отсюда находим неизвестный параметр $S_i^\varepsilon = \sqrt{C_i^\varepsilon}\ ,\ \ \left(\rho_a^\varepsilon\right)_i = \dfrac{(r_a)_i}{\left(C_i^\varepsilon\right)^2 \cdot 2(C_m)_i},\quad i = \overline{0,\ N/2}.$

Это алгоритм решения конечно-разностным методом.

Опишем теперь алгоритм решения конечно-разностного регуляризованного решения обратной задачи

1. В качестве дополнительной информации задаем малые прибавления, погрешности: $\left(f^\varepsilon\right)^k = f^k + \varepsilon.$

2. Нулевому слою присваиваем $\left(u^\varepsilon\right)_0^k = \left(f^\varepsilon\right)^k.$

3. Определяется регуляризованное $S_0^\varepsilon = \left(f^\varepsilon\right)^0.$

4. Первому слою присваиваются $\left(u^\varepsilon\right)_1^k = \dfrac{\left(f^\varepsilon\right)^{k+1} + \left(f^\varepsilon\right)^{k-1}}{2},\ \ k = \overline{1,\ N-1},$

Определяется $S_1^\varepsilon = \left(u^\varepsilon\right)_1^1.$

5. Следующие слои вычисляются по формуле

$$\left(u^{\varepsilon}\right)_{i+1}^{k}=\left(u^{\varepsilon}\right)_{i}^{k+1}+\left(u^{\varepsilon}\right)_{i}^{k-1}-\left(u^{\varepsilon}\right)_{i-1}^{k}+\left[\frac{S_{i}^{\varepsilon}-S_{i-1}^{\varepsilon}}{S_{i}^{\varepsilon}}\right]*\left[\left(u^{\varepsilon}\right)_{i}^{k}-\left(u^{\varepsilon}\right)_{i-1}^{k}\right]+$$

$$+h^{2}d_{i}\left(u^{\varepsilon}\right)_{i}^{k},\quad i=\overline{1,\ N-1/2},\quad k=\overline{i,N-i}\ .$$

И восстанавливается $S_{i}^{\varepsilon}=\left(u^{\varepsilon}\right)_{i}^{i},\quad i=\overline{1,\ N/2}.$

6. Определяем $C_{1}^{\varepsilon}=\left(S_{i}^{\varepsilon}\right)^{2},\ i=\overline{0,\ N/2},$ а также неизвестный параметр $\left(\rho_{a}^{\varepsilon}\right)_{i}=\dfrac{\left(r_{a}\right)_{i}}{\left(C_{i}^{\varepsilon}\right)^{2}\cdot 2\left(C_{m}\right)_{i}},\quad i=\overline{0,\ N/2}.$

Анализ алгоритма решения обратной задачи.

Для решения гиперболической обратной задачи РПДНВ рассматривали восстановление функции $\rho_a(z)$, а остальные параметры $\rho_m(z)$, $r_a(z)$, $C_m(z)$, l, здесь индексы a , m , считаем известными параметрами.

Для всех этих параметров в качестве модельных функций мы брали функции вида $\phi(z)=\phi_0-\phi_1(z)$, где ϕ_0 - постоянное число, а $\phi_1(z)$ - малая функция относительно ϕ_0, $\phi(z)=\{\rho_a(z),\ \rho_m(z),\ r_a(z),\ C_m(z)\}$.

В таблице 5.2 заданы результаты исследования восстановляемой функции $\rho_a(z)$.

ТАБЛИЦА 5.2. Точное, приближенное (конечно-разностное) и конечно-разностное регуляризованное решение одномерной обратной задачи процесса распространения нервного импульса по нервному волокну

№ рисунка	*Восстановляемая функция roa(z)*	*Шаг сетки hz*	*Ошибка вычисления max %*	*Относительная погрешность между точным и приближенным решением*	*Относит-ая погрешность между прибли-м и k-p-p решением*	*Относит-ая погрешность между точным и k-p-p решением*
5.5	$roa(z)=3.1-\cos^2(6.28\cdot z)$	0.01	±0.01	0.0879	5.9340	18.4824
5.6	$roa(z)=3.1-\cos^2(0.28\cdot z)$	0.01	±0.01	0.1780	5.8069	18.7705
5.7	$roa(z)=$ Ступенчатая	0.01	±0.005	0.1167	4.3703	19.2294
5.8	$roa(z)=$ Импульсная	0.01	±0.001	0.2384	0.6266	17.3363

Выведены графики восстановляемой функции $\rho_a(z)$(рисунки 5.5-5.8).

Отметим, что на графиках $\rho_{a,m}(z)$ - точное решение зеленая пунктирная линия, $\rho_{a,kpp}(z)$ - конечно-разностное решение серая сплошная линия, $\rho_{a,kppp}(z)$ - конечно-разностное регуляризованное решение синяя пунктирная линия.

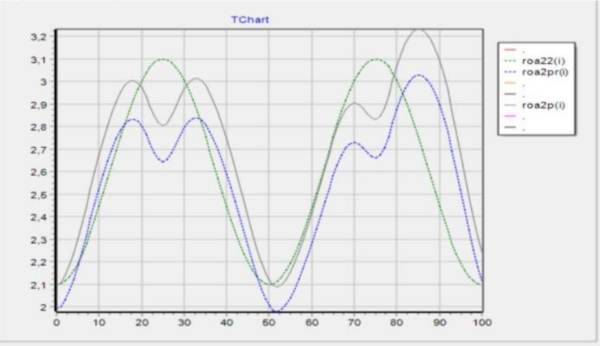

Рисунок 5.5. Восстановляемая функция $roa(z) = 3.1 - \cos^2(6.28 \cdot z)$ при $h_z = 0.01$, *ошибка вычисления* ± 0.01

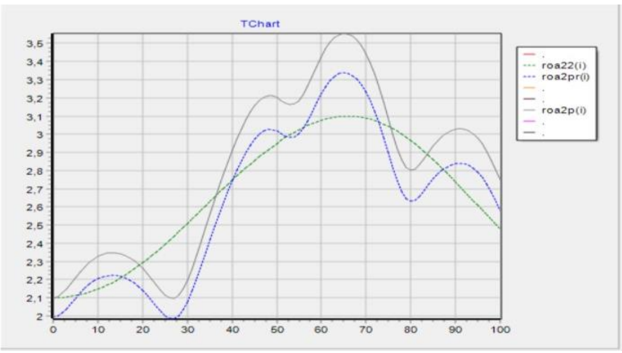

Рисунок 5.6. Восстановляемая функция $roa(z) = 3.1 - \cos^2(0.28 \cdot z)$ при $h_z = 0.01$, *ошибка вычисления* ± 0.01

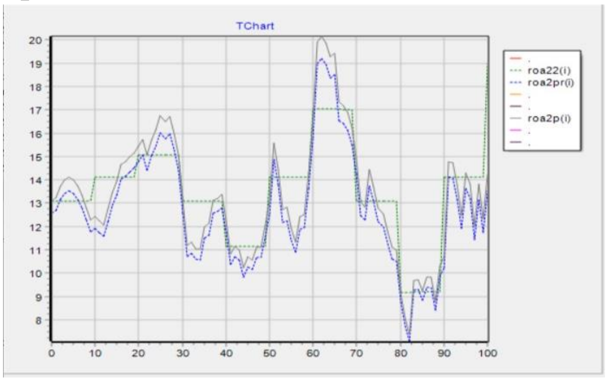

Рисунок 5.7. Восстановляемая функция $\rho_a(z) :=$ ступенчатая при $h_z = 0.01$, *ошибка вычисления* ± 0.005

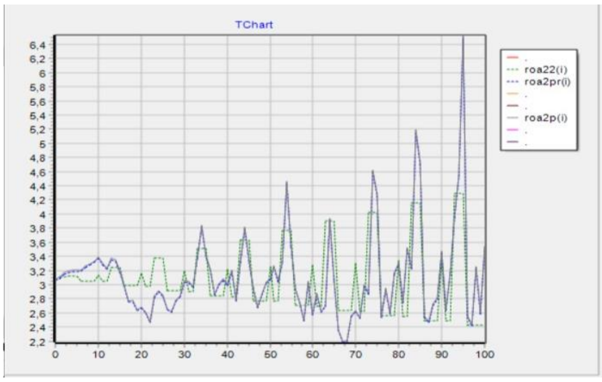

Рисунок 5.8. Восстановляемая функция $\rho_a(z) :=$ импульсная при $h_z = 0.01$, *ошибка вычисления* ± 0.001

При решении одномерной обратной задачи РПДНВ были исследованы и проанализированы следующие возможности разработанного алгоритма и программы:

1. Измельчали шагов сетки дискретизации и сравнивались полученные результаты в соответствующих точках и анализ показывает, что при уменьшении шага сетки относительная погрешность обратной задачи улучшается.

2. Исследовали алгоритм относительно малых изменений дополнительной информации обратной задачи и выявили, что допустимые ошибки в дополнительной информации обратной задачи могут быть от 1% до 6%.

3. Изучены на устойчивость решения обратной задачи относительно свободного постоянного α искомой неизвестной функции. Здесь выяснили, что минимальное значение постоянной α должно быть 2.8 – 3.0 раз больше чем значение $\max|\cos^2(\beta x)|$ ($\rho_a(z) = \alpha - \cos^2 \beta x$, *при* $\alpha = 2.8$, относительная погрешность 20.6443%) и ниже появляется неустойчивость решений.

4. Рассмотрены устойчивость решения обратной задачи относительно увеличения волн волнообразной функции, т.е. изменяли β, конечно здесь увеличение волн в волнообразующей функции отрицательно влияет на восстановление функции.

5. Максимальную длину вычисления обратной задачи мы брали 4 дм=40 см, т.к. длина нервного волокна составляет примерно такой длины.

6. Относительная погрешность восстановления функции обратной задачи, конечно-разностным регуляризованным методом, в различных задачах различны и составляет от 1% до 20%, что и приемлемы в восстанавливаемых функциях (в диссертации приведены таблицы погрешности).

В данной главе составлен конечно-разностный алгоритм решения одномерной прямой и конечно-разностное регуляризованное решение обратной задачи, и разработана численная компьютерная реализация на языке Object Pascal (Delphi XE7), результаты которой получены в виде графиков. Проведен анализ численного решения определения неизвестных коэффициентов в обратной задаче нейрофизиологии.

В выводах приведены полученные в диссертационной работе основные научно-практические результаты.

В приложении содержатся графики прямых и обратных задач, листинг разработанного программного кода, акт внедрения и свидетельства Кыргызпатента на программное приложение.

ВЫВОДЫ

1. Доказана корректность двумерной прямой задачи уравнения нейрофизиологии, т.е. существование решения, единственность решения и условная устойчивость.
2. Обоснован и разработан конечно-разностный метод решения одномерной обратной задачи уравнения нейрофизиологии, в которой определяется $\rho_a(z)$ - удельное сопротивление нервного волокна.
3. Создан и обоснован конечно-разностный регуляризованный метод определения удельного сопротивления нервного волокна в одномерной обратной задаче уравнения нейрофизиологии.
4. Разработаны устойчивые численные алгоритмы решения и численные реализации одномерных прямых и обратных задач для уравнения нейрофизиологии, проанализированы и выяснены возможности применения разработанного автором алгоритма.
5. Показана достоверность конечно-разностного решения одномерных обратных задач с помощью численного эксперимента на тестовых примерах для различных видов искомых коэффициентов задач.
6. Созданы комплексы программ для решения одномерных прямых и обратных задач для уравнения нейрофизиологии, основанные на алгоритмах методов конечно-разностного и конечно-разностного регуляризованного как для самого решения прямой задачи, так и для

обратной задачи, т.е. для восстановления одного из параметров физического процесса. Результаты численных экспериментов показали хорошую точность и установлены относительные погрешности восстановления искомых функций.

Практические рекомендации

На основе полученных результатов можно осуществить:

1. Исследованный конечно-разностный метод широко можно применить для других классов прямых и обратных задач волновых процессов.
2. Построенные алгоритмы и реализации прямых и обратных задач можно использовать для изучения механизмов генерации и распространения потенциалов действий.
3. Результаты можно применить в учебном процессе, с целью ознакомления студентов с увлекательной проблематикой прямых и обратных задач нейрофизиологии и привлечь их к научным исследованиям в этой области.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. **Курманалиева, Г.С.** Единственность решения двумерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Вестник Кырг.-Рос. Славян. ун-та. - 2019. - Т.19. -№4. - С. 19-25 – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=38171884
2. **Курманалиева, Г.С.** Численный метод решения двумерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Проблемы автоматики и управления. - 2019. - Т 37. - №2. - С. 99-109 – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=42835221
3. **Курманалиева, Г.С.** Разработка численного алгоритма определения коэффициентов одномерной обобщенной обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Проблемы автоматики и управления. - 2021. - Т 42. - №3. -С. 67-75 – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=47242279
4. **Курманалиева, Г.С.** Численное решение одномерной обобщенной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну. [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Вестник Кырг. гос. ун-та стр-ва, транспорта и архитектуры им. Н. Исанова. -2022. - Т 3. - №2(76). -С 1104-1111 – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=49399798
5. **Курманалиева, Г.С.** Теоретические основы применения прямого и обратного преобразования Лапласа к телеграфному уравнению [Текст] / Г.С. Курманалиева // Бюллетень науки и практики. – 2022. – Т.8. -№4. – С.

12-21 – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=48400174

6. **Курманалиева, Г.С**. Разработка регуляризованного решения одномерной обратной задачи процесса распространения потенциала нервного импульса по нервному волокну [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев // Вестник Кырг.-Рос. Славян. ун-та. 2023. - Т.23.- №4. С. 11-20. – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=54096968
7. **Курманалиева, Г.С.** Анализ численного алгоритма прямой гиперболической задачи распространения потенциала действия нервного волокна [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев, Ю.В. Анищенко // Наука. Образование. Техника. - 2023. - №3. - С. 16-28 – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=58733442
8. **Курманалиева, Г.С.** Анализ алгоритма вычисления конечно-разностного регуляризованного решения и численная реализация одномерной обратной задачи распространения потенциала действий [Текст] / Г.С. Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев, Ю.В. Анищенко // Известия ОшТУ. - 2023. - №3. – С.147-163 – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=59461677
9. **Kurmanalieva G.S.** The existence of a solution of the two-dimensional direct problem of propagation of the action potential along nerve fibers [Text] / A.J. Satybaev, G.S. Kurmanalieva – Filomat – Vol 33, №5 (2019), - p. 1287-1300 – То же: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=43243796
10. **Свид.881.** Кыргызская Республика, Программа решения одномерных обратных задач процесса распространения нервного импульса по нервному волокну. [Текст] / **Г.С.Курманалиева,** А.Дж. Сатыбаев, Ю.В.Анищенко; Бишкек. (Кыргызпатент). - №20240002.6; заяв. 11.01.24; опубл. 05.12.23.
11. **Свид.919.** Кыргызская Республика, Программа решения одномерных прямых задач процесса распространения нервного импульса по нервному волокну. [Текст] / **Г.С.Курманалиева,** А.Дж. Сатыбаев, Ю.В.Анищенко; Бишкек. (Кыргызпатент). - №20240002.6; заяв. 08.04.24; опубл. 05.12.23.

Курманалиева Гульзат Салыевнанын «Нерв талчаларындагы потенциалдын таркалуусунун түз жана тескери маселесинин сандык чечимин түзүү» темасындагы 05.13.18 – математикалык моделдер, сандык усулдар жана программалык комплекстери адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты илимий даражасын алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Ачкыч сөздөр: Математикалык модель, аракет потенциалынын нерв талчасы боюнча теңдемеси, түз жана тескери маселе, чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкмасы, сандык алгоритм, чечимдин чиймеси.

Изилдөөнүн объектиси: Изилдөөнүн негизги объектиси катары нейрофизиологиялык теңдеме үчүн түз жана тескери маселелердин ар кандай формулировкасы тандалган.

Изилдөөнүн максаты: Диссертациялык иш нейрофизиологиялык теңдеменин түз жана тескери маселелерин чектүү- айырмалык ыкмасы менен сандык чыгарууну иштеп чыгууга, түз маселелердин болжолдуу чыгарылышынын уникалдуулугун жана туруктуулугун изилдөөгө арналган. Нейрофизиологияда практикалык мааниге ээ болгон чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкмасынын негизинде аракет потенциаланын нерв жипчеси боюнча таралуусунун бир өлчөмдүү тескери маселелерин сандык чыгарууну иштеп чыгуу, алгоритмдерди түзүү жана аларды компьютердин жардамы менен ишке ашыруу.

Изилдөөнүн ыкмалары: Нерв жипчесиндеги потенциалдын таралуу теңдемеси үчүн түз жана тескери маселелерди чечүү үчүн мүнөздөмө ыкмасы, өзгөчөлүктөрдү бөлүп алуу ыкмасы, чектүү-айырмачылык ыкмасы жана чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкмасы колдонулат.

Алынган натыйжалар жана алардын жаңылыгы: Нейрофизиологиялык теңдеменин эки өлчөмдүү түз маселелерин чечүүгө мамиле сунушталды; жалгыздык теоремасы, жыйналуучулук теоремасы далилденип, эки өлчөмдүү түз маселенин чектүү-айырмалык чечиминин туруктуулугунун баасы алынат; нейрофизиологиянын бир өлчөмдүү тескери маселелери үчүн чектүү-айырмалык чечиминин шарттуу туруктуулугунун баалоолору алынат, так чечимге жакындашуу көрсөтүлөт; чектүү-айырмалык регуляризацияланган ыкмасы иштелип чыккан; берилген маселелерди чечүүнүн сандык алгоритмдери иштелип чыккан жана компьютерде ишке ашырылган.

Колдонуу чөйрөсү: Диссертациялык изилдөөнүн практикалык мааниси анын натыйжалары биологиялык системаларда дүүлүктүрүүнүн таралышынын ар кандай учурларын изилдөө үчүн негиз боло ала турганында. Атап айтканда, нерв талчаларында дүүлүктүрүү таралышынын сунуш кылынган моделдери, чечүүнүн тиешелүү ыкмалары, алгоритмдер жана программалык продуктулар практикалык медицинада, нейробиологияда жана нейрокибернетикада колдонулушу мүмкүн.

РЕЗЮМЕ

диссертации Курманалиевой Гульзат Салыевны на тему: «Разработка численного решения прямой и обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Ключевые слова: Математическая модель, уравнение распространения потенциала действий по нервному волокну (РПДНВ), прямая и обратная задача, конечно-разностный регуляризованный метод, численный алгоритм, графики решений.

Объект исследования: В качестве основного объекта исследования выбраны различные постановки прямых и обратных задач для уравнения нейрофизиологии.

Цель исследования: Диссертационная работа посвящена разработке, обоснованию и приложениям численного решения прямых задач уравнения нейрофизиологии конечно-разностным методом, исследование вопросов единственности и устойчивости приближенного решения прямых задач, построению численных решений одномерных обратных задач РПДНВ на основе конечно-разностного регуляризованного метода, имеющих практическое значение в нейрофизиологии, созданию алгоритмов и их реализации с помощью компьютера.

Методы исследования. Для решения прямых и обратных задач для уравнения РПДНВ используются метод характеристик, метод выделения особенностей, конечно-разностный метод и конечно-разностный регуляризованный метод.

Полученные результаты и их новизна: Предложен подход к решению двумерных прямых задач уравнения нейрофизиологии; доказаны теоремы единственности, теоремы сходимости и получены оценка устойчивости конечно-разностного решения двумерной прямой задачи; для ряда одномерных обратных уравнений нейрофизиологии получены оценки условной устойчивости конечно-разностного решения и показана сходимость к точному решению; разработан конечно-разностный регуляризованный метод решения одномерной обратной задачи уравнения нейрофизиологии; разработаны численные алгоритмы решения на поставленные задачи и реализованы на компьютере.

Область применения: Практическая ценность диссертационного исследования состоит в том, что его результаты могут быть положены в основу изучения различных случаев распространения возбуждения в биологических системах. В частности, предложенные модели распространения возбуждения в нервных волокнах, соответствующие методы решения, алгоритмы и программные продукты могут быть использованы в практической медицине, нейробиологии и нейрокибернетике.

SUMMARY

of the dissertation of Kurmanalieva Gulzat Salyevna on the theme: "Development of a numerical solution to the direct and inverse problem of propagation of the action potential along a nerve fiber" for the degree of candidate of physical and mathematical sciences, specialty 05.13.18 – mathematical modeling, numerical methods and software packages

Key words: Mathematical model, equation for action potential propagation along a nerve fiber, direct and inverse problem, finite-difference regularized method, numerical algorithm, solution graphs.

Object of research: Various formulations of direct and inverse problems for the neurophysiology equation were chosen as the main object of study.

Purpose of research: The dissertation work is devoted to the development, justification and applications of the numerical solution of direct problems of the neurophysiology equation using the finite-difference method, the study of issues of uniqueness and stability of the approximate solution of direct problems, the construction of numerical solutions to one-dimensional inverse problems of propagation of the action potential of a nerve fiber based on the finite-difference regularized method, which have practical significance in neurophysiology, the creation of algorithms and their implementation using a computer.

Research methods: To solve the direct and inverse problems of the equation of action potential propagation along a nerve fiber, the method of characteristics, the method of feature extraction, the finite-difference method and the finite-difference regularized method are used.

The results obtained and their novelty: an approach to solving two-dimensional direct problems of the neurophysiology equation is proposed; uniqueness theorems and convergence theorems were proved and an estimate of the stability of a finite-difference solution to a two-dimensional direct problem was obtained; for a number of one-dimensional inverse equations of neurophysiology, estimates of the conditional stability of the finite-difference solution are obtained and convergence to the exact solution is shown; a finite-difference regularized method for solving the one-dimensional inverse problem of the neurophysiology equation has been developed; Numerical algorithms for solving the problems were developed and implemented on a computer.

Scope: The practical value of the dissertation research is that its results can serve as a basis for studying various cases of the propagation of excitation in biological systems. In particular, the proposed models for the propagation of excitation in nerve fibers, corresponding solution methods, algorithms and software products can be used in practical medicine, neurobiology and neurocybernetics.

Курманалиева Гульзат Салыевна

Разработка численного решения прямой и обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Подписано к печати:
Формат 60х90/16. Объем 1,33 п.л.
Бумага офсетная. Тираж 10 экз.