ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

Б. ОСМОНОВ АТЫНДАГЫ ЖАЛАЛ-АБАД МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

ДИССЕРТАЦИЯЛЫК КЕҢЕШ Д 05.22.651

Кол жазма укугунда
УДК 517.928

Акматов Абдилазиз Алиевич

Туруктуулук шарты өзгөргөн учурда сингулярдык козголгон теңдеменин чечиминин асимптотикасын баалоо (туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилер эселүү болгон учур)

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдуу башкаруу

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын
изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын
АВТОРЕФЕРАТЫ

Ош – 2024

Диссертациялык иш Ош мамлекеттик университетинин математикалык анализ кафедрасында аткарылган.

Илимий жетекчиси:	Каримов Салы, физика - математика илимдеринин доктору, профессор, математикалык анализ кафедрасынын профессору (Кыргызстан, Ош ш.)

Расмий оппоненттер:

Жетектөөчү уюм:

ИШТИН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациялык теманын актуалдуулугу. Илимдин биология, экология, химия, физика, кванттык механика, суюктуктардын агым теориясы, электромагниттик теория жана башка ушул сыяктуу бөлүмдөрүн изилдөөдө математикалык модел катары “туунду алдында кичине параметрди кармаган кадимки дифференциалдык теңдемелер” алынат.

Сингулярдык козголгон кадимки дифференциалдык теңдемелерди системалуу изилдөө А. Н. Тихонов [69],[70] тарабынан башталган. Ар түрдүү класстагы сингулярдык козголгон маселелерди изилдөө А. Б. Васильева [34-38], Л. С. Понтрягин [63-66], Е. Ф. Мищенко[56], [57], С. А. Ломов [55], Н. Н. Боголюбов [32], В. Вазов [33], М. И. Иманалиев [40-49], П. С. Панков[62], К. Алымкулов [8-14],[79], [80], К. Касымов [50], С. Каримов [51],[52], К. С. Алыбаев [4-7], Д. А. Турсунов [71],[72], К. Б. Тампагаров [68] жана башка окумуштуулар тарабынан жүргүзүлгөн.

Диссертациялык жумуш туруктуулук шарты алмашкан учурда, сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин чечиминин асимптотикалык ажыралмасын тургузууга багытталган. Жумушта кичине козголуунун туруктуулуктун узартылыш кубулушуна тийгизген таасири изилденет.

Диссертациянын темасынын приоритеттүү илимий багыттар, ири илимий программалар (долбоорлор), билим берүү жана илимий мекемелер тарабынан жүргүзүлүүчү негизги илимий-изилдөө иштери менен болгон байланышы:

Диссертациялык иш ОшМУнун математикалык анализ кафедрасынын “Инженердик-техникалык жана физикалык маселелерди чечүүдө сингулярдуу козголгон дифференциалдык теңдемелерди колдонуу” (илимий жетекчиси – физика-математика илимдеринин доктору, профессор С. Каримов) илимий-изилдөө темасынын алкагында аткарылган (2020-2021-ж., мамлекеттик каттоосу №0007520, 01.01.2018).

Изилдөөнүн максаты жана маселеси: Жумуштун максаты болуп, сингулярдык козголгон маселенин чечиминин асимптотикалык ажыралмасын тургузуу саналат.

Изилдөөнүн маселеси:

1). Кичине козголуу жок болгон учурда, сингулярдык козголгон маселенин чечиминин асимптотикалык ажыралмасын тургузуу;

2). Кичине козголуу бар болгон учурда, сингулярдык козголгон маселенин чечиминин асимптотикалык ажыралмасын тургузуу.

Алынган натыйжалардын илимий жаңылыгы:

1). Өздүк маанилер эселүү нөлдөргө ээ болбогон учурда, кичине козголуунун туруктуулуктун жоголушунун узартылыш кубулушуна тийгизген таасири аныкталды, сингулярдык козголгон маселенин чечиминин асимптотикалык

ажыралмасы тургузулду;
2). Өздүк маанилердин эселүү нөлдөрү тегиздикте жаткан учурда, кичине козголуунун таасири аныкталып, сингулярдык козголгон маселенин чечиминин асимптотикалык ажыралмасы тургузулду;
3). Өздүк маанилердин эселүү нөлдөрү сан огунда жаткан учурда, кичине козголуунун туруктуулуктун жоголушунун узартылыш кубулушуна тийгизген таасири аныкталды.

Алынган натыйжалардын практикалык маанилүүлүгү.

Диссертация теориялык мүнөзгө ээ болуп, алынган жыйынтыктарды козголууларда, термелүүлөрдө, оптикада, электротехникада, радиотехникада, гидродинамикадагы түрдүү абалдагы процесстерди изилдөөдө колдонууга болот. Изилдөөнүн жыйынтыктары ошондой эле сингулярдык козголуулар теориясы боюнча магистрлерди жана бакалаврларды даярдоонун атайын курстарында лекцияларды окууда колдонуу сунушталат.

Диссертациянын коргоого алып чыгылуучу негизги жоболору:

-Өздүк маанилердин эселүү нөлдөрү жок болгон учурдагы, кичине козголуунун туруктуулуктун жоголушунун узартылыш кубулушуна тийгизген таасири;

- Өздүк маанилердин эселүү нөлдөрү тегиздикте жаткан учурдагы, кичине козголуунун туруктуулуктун жоголушунун узартылыш кубулушуна тийгизген таасири;

-Өздүк маанилердин эселүү нөлдөрү сан огунда жаткан учурда, кичине козголуунун туруктуулуктун жоголушунун узартылыш кубулушуна тийгизген таасири.

Изденүүчүнүн жеке салымы. Диссертациядагы бардык илимий жыйынтыктар, авторго таандык. Биргелешкен [10], [11] жана [17] эмгектерде маселени коюу илимий жетекчи С. Каримовго, аны чечүү жыйынтыктарды алуу, теоремаларды далилдөө изденүүчүгө, ал эми жыйынтыктарды талкуулоо жана тариздөө жумуштары А. М. Токторбаев, К.К. Шакиров, Замирбек кызы Наргизага таандык. [5-7], [14], [15] эмгектер кыргыз тилинде жарык көргөн.

Изилдөө натыйжаларын апробациялоо. Жумуштун жыйынтыктары төмөнкү эл аралык жана ата мекендик конференцияларда баяндалган жана талкууланган:
1). Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун түзүлгөндүгүнүн 35 жылдыгына арналган “III Бөрүбаевдик окуулар” эл аралык илимий конференциясында (Бишкек ш., КР УИАнын Математика институту, 24-май, 2019-жыл);
2). Академик А.А. Бөрүбаевдин 70 жылдыгына арналган “Азыркы математиканын маселелери” эл аралык илимий конференциясында (Бишкек ш., КР

УИАнын Математика институту, 5-10-июнь, 2021-ж);
3). Профессор А. К. Керимбековдун 75-жылдык юбилейине арналган IV эл аралык “Оптималдуу башкаруу, динамикалык системалар жана оператордук теңдемелердин актуалдуу маселелери” аттуу коференция (Бишкек ш., КРСУ, 23-25-июнь, 2022-ж);
4). «Математиканын актуалдуу проблемалары жана алардын колдонуштары» аталыштагы К. Алымкулов атындагы регионалдык семинарында (Ош ш., 2020 - 2023-жж);
5). Профессор К. С. Алыбаевдин 70-жылдык юбилейине арналган “Илим жана билим гармониясы – коомду өнүктүрүүчү күчтөрдүн негизи” аталышындагы илимий практикалык конференциясы (Жалал-Абад ш., Б. Осмонов атындагы Жалал-Абад мамлекеттик университети, 29-30-апрель, 2023-ж);
6). Профессор К. Алымкуловдун 80-жылдык юбилейине арналган “Математиканын жана билим берүүнүн актуалдуу маселелери” аттуу эл аралык илимий конференция (Ош ш.,ОшМУ, 12-13-май, 2023-ж);
7). Академик М. С. Салахитдиновдун 90 – жылдык юбилейине арналган “ Дифференциалдык теңдемелер жана алардын колдонулушунун заманбап маселелери” аттуу эл аралык илимий конференция (Ташкен шаары, Мирзо Улугбек атындагы Өзбек мамлекеттик уриверситети, 23-25 – ноябрь, 2023 – жыл).

Диссертациянын натыйжаларынын басылып чыгарылышы.

Диссертациянын темасы боюнча 16 макала, 1 тезис басмадан чыгарылган. Анын ичинен 15 макала РИНЦ, бир макала Scopus базасында катталган журналдарга жарыяланган. Жалпы 284 балл топтолгон.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү. Диссертациялык иш шарттуу белгилөөлөр тизмесинен, киришүүдөн, 10 параграфка бөлүнгөн 4 баптан, корутундудан жана 80 аталыштагы адабияттар тизмесинен турат. Жумуш 102 барак компьютердик тексте баяндалган.

Ар бир баптын ичинде үчтүк номерлөө кабыл алынган. Мисалы, (3.1.1) формула 3 - баптын биринчи параграфынын биринчи формуласы, Т.3.1.1 – теоремасы 3 – баптын биринчи параграфынын биринчи теоремасы. Авторефератта диссертацияда кабыл алынган номерлөө системасы колдонулган жана сакталган.

Параграфтарды номерлөө – экилик, биринчиси баптын номерин, экинчиси параграфтын катар номерин көрсөтөт.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

Киришүү теманын актуалдуулугунун негиздемеси, иштин жалпы мүнөздөмөсү, изилдөөнүн максаты жана маселеси, илимий жаңылыгы, практикалык мааниси, ошондой эле коргоого алып чыгуучу негизги жоболор берилген.

Биринчи бап “АЛГАЧКЫ ИЗИЛДӨӨЛӨРГӨ СЕРЕП” деп аталып, эки параграфтан турат. “§1.1. Сингулярдык козголуулар теориясында алынган жыйынтыктарга жалпы сереп” деп аталып, анда сингулярдык козголуулар теориясындагы изилдөөлөргө талдоо жүргүзүлгөн. Ал эми “§1.2. Каралуучу эмгекке жакын натыйжалар” параграфтарда диссертациянын темасы боюнча башка авторлордун эмгектерине баяндама жасалып, мурда изилденбеген маселелер аныкталып, корутунду берилген. Баптын корутундусунда жүргүзүлгөн талдоолордун негизинде диссертациялык изилдөө актуалдуу, оригиналдуу, өз убагында жана белгилүү бир теориялык жана практикалык кызыкчылыкка ээ экендиги белгиленген

Экинчи бап “ИЗИЛДӨӨ ОБЬЕКТИЛЕРИ ЖАНА МЕТОДДОРУ” деп аталып эки параграфтан турат. “Изилдөөнүн объектилери жана предмети” деп аталган. Анда объектилери, предмети келтирилген:

Изилдөөнүн объектилери: Үчүнчү баптын изилдөө объектиси - болуп, матрица-функция бир эселүү чыныгы жана комплекстүү өздүк маанилерге ээ болгон учурдагы сингулярдык козголгон маселе саналат. Анда

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon)=\lambda(t)x(t,\varepsilon)+\varepsilon[h(t)+f(t,x(t,\varepsilon))], \tag{1}$$

$$x(t_0,\varepsilon)=x^0(\varepsilon),\ |x^0(\varepsilon)|=O(\varepsilon), \tag{2}$$

маселеси каралган. Мында $0<\varepsilon<<1$ - кичине параметр, $-[t_0,t_0]$ - чыныгы октогу кесинди, $x(t,\varepsilon)$ - изделүүчү белгисиз функция.

Төртүнчү баптын изилдөө объектилери – болуп, матрица-функция эки эселүү чыныгы жана комплекстүү, комплекстүү түйүндөш өздүк маанилерге ээ болгон учурдагы сингулярдык козголгон маселе саналат. Мында

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon)=D(t)x(t,\varepsilon)+\varepsilon[h(t)+f(t,x(t,\varepsilon))], \tag{3}$$

$$x(-t_0,\varepsilon)=x^0(\varepsilon),\ \|x^0(\varepsilon)\|=O(\varepsilon). \tag{4}$$

маселе каралган. Мында $0<\varepsilon<<1$ - кичине параметр, $[-t_0,t_0]$ - чыныгы октогу кесинди, $x(t,\varepsilon)$ - изделүүчү белгисиз функция жана $x(t,\varepsilon)=colon(x_1(t,\varepsilon),x_2(t,\varepsilon))$,

$h(t)=colon(h_1(t),\ h_2(t))$, $x(t_0,\varepsilon)=colon(x_1^0(\varepsilon),x_2^0(\varepsilon))$, $D(t)=\begin{pmatrix}\lambda(t) & 0\\ 0 & \lambda(t)\end{pmatrix}$,

$f(t,x(t,\varepsilon))=colon\big(f_1(t,x_1(t,\varepsilon),x_2(t,\varepsilon)),\ f_2(t,x_1(t,\varepsilon),x_2(t,\varepsilon))\big)$.

Ошондой эле

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon)=K(t)x(t,\varepsilon)+\varepsilon[h(t)+f(t,x(t,\varepsilon))], \tag{5}$$

$$x(t_0,\varepsilon)=x^0(\varepsilon),\ \|x^0(\varepsilon)\|=O(\varepsilon), \tag{6}$$

маселеси каралган. Мында $0<\varepsilon<<1$ - кичине параметр, $[-t_0,t_0]$ - чыныгы октогу кесинди, $x(t,\varepsilon)$ - изделүүчү белгисиз функция жана $x(t,\varepsilon)=colon(x_1(t,\varepsilon),x_2(t,\varepsilon))$, $h(t)=colon(h_1(t),h_2(t))$

$f(t,x(t,\varepsilon))=colon\big(f_1(t,x_1(t,\varepsilon),x_2(t,\varepsilon)),\ f_2(t,x_1(t,\varepsilon),x_2(t,\varepsilon))\big)$, $K(t)=\begin{pmatrix}\lambda_1(t) & 0\\ 0 & \lambda_2(t)\end{pmatrix}$.

Изилдөөнүн предмети:

Кичине козголуунун өздүк маанилер эселүү нөлдөргө ээ болбогон учурдагы, туруктуулуктун жоголуусунун узартылыш кубулушуна тийгизген таасирин аныктоо;

Кичине козголуунун өздүк маанилердин нөлдөрү тегиздикте жаткан учурдагы, чечимдин туруктуулугунун жоголуусунун узартылыш кубулушуна тийгизген таасирин аныктоо;

Кичине козголуунун өздүк маанилердин нөлдөрү сан огунда жаткан учурдагы, кичине козголуунун туруктуулуктун жоголуусунун узартылыш кубулушуна тийгизген таасирин аныктоо;

Сингулярдык козголгон маселенин чечиминин асимптотикалык ажыралмасын тургузуу.

“Изилдөө методдору” деген аталыштагы параграфта диссертацияда бир нече жолу колдонулган аныктамалар, теоремалар жана методдор кеңири баяндалган. Диссертацияда негизинен удаалаш жакындашуулар, асимптотикалык, математикалык индукция, карама каршысынан далилдөө, деңгээл сызыктар методдору колдонулган.

Диссертациянын негизги илимий оригиналдуу жыйынтыктары 3 жана 4- баптарда келтирилген.

Маселелердин өзгөчөлүктөрү: биринчи өзгөчөлүгү – изделүүчү функциянын эң жогорку тартиптеги туундусунун астында кичине параметрдин болушу; экинчи өзгөчөлүгү – козголгон маселе каралган областа, туруктуулук шартынын бузулуусу; үчүнчү өзгөчөлүгү – чек аралык катмардын пайда болушу, төртүнчү – кичине козголуунун туруктуулуктун жоголушунун узартылыш кубулушуна тийгизген таасири, бешинчи – өздүк маанилердин эселүүлүгү.

Үчүнчү бапта “БИР ЭСЕЛҮҮ ӨЗДҮК МААНИ” сингулярдык козголгон биринчи тартиптеги сызыктуу эмес дифференциалдык теңдеменин чечимине бир эселүү өздүк маанилер чыныгы, комплекстүү болгон учурларда, чечимдин туруктуулугунун жоголушу кубулушуна, кичине козголуунун тийгизген таасири аныкталган.

Үчүнчү бап үч параграфтан турат, биринчи параграфта (1)-(2) маселенин чечимине төмөнкү шарттар коюлган:

U 3.1.1. $f(t,0)\equiv 0$, $\forall(t,x)\in H$, $H=\{(t,x),t\in D,|x|\le M_0\}$, $0<M_0-const$, $f(t,x)\in\Phi(H)$, $\Phi(H)$ - H областындагы аналитикалык функциялардын мейкиндиги, $f(t,0)\equiv 0$; $\left|f(t,\tilde{x})-f(t,\tilde{\tilde{x}})\right|\le M_1\left|\tilde{x}-\tilde{\tilde{x}}\right|$, $|f(t,x)|\le M_1\cdot|x|$ мында $0<M$ - кандайдыр бир ε - көз каранды эмес турактуу сан.

U3.1.2. $\lambda(t),h(t)\in\Phi(D)$, $D\subset C$, $D=\{t\in C,|t|<r_0\in R\}$, r_0 - жетишээрлик чоң оң сан.

U3.1.3. $\forall t\in D$ ($\lambda(t)\ne 0$).

U3.1.4. $\exists!$ $T_0\in D$ $\left(\lambda(T_0)=0,...,\lambda^{(n-2)}(T_0)=0,\lambda^{(n-1)}(T_0)\ne 0\right)$.

U3.1.5. $\operatorname{Re}\lambda(t)<0$, $-t_0\le t<0$; $\operatorname{Re}\lambda(0)=0$, $\operatorname{Re}\lambda(t)>0$, $0<t\le t_0$, $(t_2\equiv 0)$.

U3.1.6. $(-t_0,0)$ жана $(t_0,0)$ чекиттерин туташтыруучу $(p_0)=\{t\in D,\operatorname{Re}F(t)=0\}$

деңгээл сызыгы жашасын, мында $F(t)=\int\limits_{t_0}^{t}\lambda(\tau)d\tau$.

1 – аныктама. $(p)=\{t\in D, \operatorname{Re}F(t)=p-const\}$, $(q)=\{t\in D, \operatorname{Im}F(t)=q-const\}$ көптүктөрү тиешелеш түрдө $\operatorname{Re}F(t)$, $\operatorname{Im}F(t)$ функциялардын деңгээ сызыктары деп аталат.

2 – аныктама. $\forall t\in D_0\subset D$ областы жана бул областа аныкталган (1)-(2) маселенин $x(t,\varepsilon)$ - чечими жашап жана $\lim\limits_{\varepsilon\to 0}x(t,\varepsilon)=0$ аткарылса, анда D_0 областын $x(t,\varepsilon)$ чечимдин $\bar{x}(t)\equiv 0$ чечимге тартылуу областы (ТО) деп атайбыз.

3 – аныктама. $\varepsilon h(t)$ - кичине козголуу деп атайлы.

Негизги маселе. Кичине козголуунун ТО жашашына жана туруктуулуктун жоголушуна таасирин изилдөө.

Экинчи параграф “§3.2. Кичине козголуу жок болгон учурда маселенин чечилиши” деп аталып (1)-(2) маселе

I.2.1. $\varepsilon h(t)\equiv 0\ \wedge\ U3.1.1,\ U3.1.2,\ U3.1.3,\ U3.1.5$ шартта изилденип, төмөндөгүдөй теоремалар далилденген.

(1)-(2) маселени интегралдык теңдеме менен алмаштырабыз:

$$x(t,\varepsilon)=x^0\exp\left(\frac{F(t)}{\varepsilon}\right)+\int\limits_{t_0}^{t}f(\tau,x)\exp\left(\frac{F(t)-F(\tau)}{\varepsilon}\right)d\tau, \qquad (7)$$

мында $F(t)=\int\limits_{-t_0}^{t}\lambda(s)ds$, $F(-t_0)=0$ болсун.

Жалпылыкты бузбастан $\operatorname{Re}F(-t_0)=\operatorname{Re}F(t_0)$ деп эсептейли. $\forall t\in[-t_0,t_0]$ $(\operatorname{Re}F(t)\le 0)$ (барабардык аралыктын учунда гана орун алат) $\Rightarrow$ $\forall t\in D_1$ $(\operatorname{Re}F(t)\le 0)$. (7) теңдемени D_1 областында карайбыз.

(7) теңдемеге удаалаш жакындашуу методун колдонобуз. Аларды төмөнкүдөй аныктайбыз

$$x_n(t,\varepsilon)=x^0\exp\left(\frac{F(t)}{\varepsilon}\right)+\int\limits_{t_0}^{t}f(\tau,x_{n-1}(\tau,\varepsilon))\exp\left(\frac{F(t)-F(\tau)}{\varepsilon}\right)d\tau, \qquad (8)$$

$x_0(t,\varepsilon)\equiv 0$, $n=1,2,\ldots$.

Интегралдоо жолун төмөндөгүдөй тандайлы: жол (p_0) $[(-t_0,0),\tilde{t}]$ жана (q) $[\tilde{t},t]$ турат. (p_0), (q) аналитикалык ийрилер болгондуктан, бул ийрилердин теңдемелерин параметрдик түрдө төмөндөгүдөй туюнтууга болот:

$t_1=t_1(s)$, $t_2=t_2(s)$,

мында s (p_0) ийринин $(-t_0.0)$, $\tilde{t}$ чекиттерин туташтыруучу бөлүгүнүн узундугу;

$t_1=t_1(\sigma)$, $t_2=t_2(\sigma)$,

мында σ, (q) ийринин $\tilde{t}$, t чекиттерин туташтыруучу (q) ийринин узундугу.

D_{10} чектелген облас болгондуктан $\max\{s\}=s_0$, $\max\{\sigma\}=\sigma_0$ жашайт.

$s_0+\sigma_0=l$ деп белгилейли. Интегралдоо жолдору боюнча (7) баалоосу

$$|x(t,\varepsilon)|\le M_5\exp\left(\frac{\operatorname{Re}F(t)}{\varepsilon}\right),\ t\in(p_0)\cup D_{1\varepsilon}\cup D_{11}. \tag{9}$$

1-теорема. (1)-(2) маселе каралсын жана U3.1.1-U3.1.3, U3.1.5 шарттар аткарылсын, анда D_1 областы жана бул обласа аныкталган (1)-(2) маселенин $x(t,\varepsilon)$ чечими жашап, чечим үчүн (9) баалоо туура болот.

1 - натыйжа. Эгерде $(-t_0,0)$ чекитин сол жакка жылдырууда (p_0) жашаса, анда $(t_0,0)$ оң жакка жылат.

2 – натыйжа.(1)-(2) маселенин чечимин, $[-t_0,t_0]$ - чыныгы октун кесиндисинде карасак, туруктуулук шарт өзгөргөндө, туруктуулуктун жоголушунун узартылышы кубулушу орун алат; $[-t_0,-t_0+\alpha_1(\varepsilon),\alpha_1(\varepsilon)>0\wedge\alpha_1(\varepsilon)\to 0,\ (\varepsilon\to 0))$ жана $[t_0,t_0-\alpha_2(\varepsilon),\alpha_2(\varepsilon)>0\wedge\alpha_2(\varepsilon)\to 0,\ (\varepsilon\to 0))$ аралыктарында $|x(t,\varepsilon)|\le M_5$; ал эми $[-t_0+\alpha_1(\varepsilon),t_0-\alpha_2(\varepsilon)]$ аралыгында $|x(t,\varepsilon)|\le M_5\varepsilon^n$, $n\in N$ болот.

T_0 чекити $\lambda(t)$ функциясынын жөнөкөй нөлү болсун б.а. $\lambda(T_0)=0\ \wedge$ $\lambda'(T_0)\ne 0$, $D=\{t\in C,|t|<r_0\}$ деп алалы. $T_0=T_{10}-iT_{20}$ ($T_{20}>0$) деп эсептейли.

(7) теңдемени D_1 обласа жана чечимдин жашашын далилдөө, аны баалоону жүргүзүү үчүн интегралдоо жолдорун тандайбыз. Интегралдоонун жолу $(p_0)[t_0,\tilde t]$, $(q)[\tilde t,t]$ турат.

Мурда жүргүзүлгөн эсептөөлөрдү кайталоо менен (7) теңдеменин чечими үчүн төмөнкү баалоону алабыз:

$$|x(t,\varepsilon)|\le M_6\begin{cases}1,\ t\in D_{1\varepsilon}\cup(p_0),\\ \varepsilon^n,\ t\in D_{11}.\end{cases}. \tag{10}$$

Төмөндөгүдөй теорема далилденди.

2 – теорема. (1)-(2) маселе каралсын жана U3.1.1, U3.1.2, U3.1.4 ($n=1$, $T_0=-iT_{20}$, $T_{20}>0$) U3.1.5 шарттар аткарылсын. Бул шарттар аткарылганда $D_0\subset D$ жана бул обласа аныкталган (1)-(2) маселенин $x(t,\varepsilon)$ чечими жашап, бул чечим үчүн (10) баалоо туура болот.

I.2.2. U3.1.1, U3.1.2, U3.1.4, U3.1.5 шарттар аткарылсын. $\lambda(t)$ функция T_0 чекитинде жөнөкөй нөлгө ээ болсун жана бул нөл чыныгы окто жатсын.

Удаалаш жакындашууларды баалоо жана алардын бир калыпта жыйналуучулугун далилдөө аркылуу (7) теңдеменин чечими үчүн төмөнкүдөй баалоого ээ болобуз.

$$|x(t,\varepsilon)|\le M_6\begin{cases}1,\ t\in D_{01}^{\varepsilon}\cup D_2;\\ \varepsilon^n,\ t\in D_{00}.\end{cases}. \tag{11}$$

Төмөнкү теорема далилденди.

3 – теорема. (1)-(2) маселе каралсын жана U3.1.1, U3.1.2, U3.1.4 ($n=2$, $T_0=0$), U3.1.5 шарттар аткарылсын, анда $D_0\subset D$ областы жана бул обласа аныкталган (1)-(2) маселенин $x(t,\varepsilon)$ - чечими жашап, бул чечим үчүн (11) баалоо туура болот.

Үчүнчү параграфта “Кичине козголуу болгон учурда маселенин чечилиши” деп аталып, (1)-(2) маселе төмөнкү шартта изилденген.

U3.3.1. U3.1.1, U3.1.2, U3.1.4, U3.1.5, U3.1.6 шарттар аткарылсын. $\lambda(t)$ функция T_0 чекитинде жөнөкөй нөлгө ээ болсун жана бул нөл чыныгы окто жатпасын ($T_0 = -iT_{02}$, T_{02} деп алалы).

(1)-(2) маселени төмөндөгүдөй көрүнүштө жазабыз:

$$x(t,\varepsilon) = x^0 \exp\left(\frac{F(t)}{\varepsilon}\right) + \int_{-t_0}^{t} [h(\tau) + f(\tau,x)] \exp\left(\frac{F(t)-F(\tau)}{\varepsilon}\right) d\tau \,, \qquad (12)$$

$\lambda(t)$ функциясы жөнөкөй нөлдөргө ээ болуп, бул нөлдөр чыныгы окто жаткан жатпаган учурларды карайлы.

(12) удаалаш жакындашуу методун колдонобуз:

$$x_n(t,\varepsilon) = x^0 \exp\left(\frac{F(t)}{\varepsilon}\right) + \int_{-t_0}^{t} [h(\tau) + f(\tau,x_{n-1}(\tau,\varepsilon))] \exp\left(\frac{F(t)-F(\tau)}{\varepsilon}\right) d\tau \,, \qquad (13)$$

$x_0(t,\varepsilon) \equiv 0$, $n = 1,2,\ldots$.

$[-t_0, T_{10}]$ - кесинди, (p_{02}) $[-t_0, A_6]$, (q_1) $[A_6, A_7]$, $(p_0^{-\varepsilon})$ $[A_7, T_{10}]$ менен чектелген область D^1; $[T_{10}, T_{11}]$ - кесинди, $(p_0^{-\varepsilon})$ $[T_{10}, A_7]$, (q_1) $[A_7, A_8]$, (p_1) $[A_8, T_{11}]$ аркылуу чектелген область D^2; $[T_{11}, T_{12}]$ - кесинди (p_1) $[T_{11}, T_{12}]$ менен чектелген область D^3; $(p_0^{-\varepsilon})$ $[A_7, A_4]$, $(q_{2\varepsilon})$ $[A_4, A_5]$, (p_1) $[A_5, A_8]$, (q_1) $[A_7, A_8]$ лер менен чектелген область D^4; (p_{02}) $[A_6, A_3]$, $(q_{2\varepsilon})$ $[A_3, A_4]$, $(p_0^{-\varepsilon})$ $[A_4, A_7]$, (q_1) $[A_7, A_6]$ чектеген область D^5; $[T_{12}, T_{13}]$ - кесинди, $(p_0^{-\varepsilon})$ $[T_{13}, A_4]$, $(q_{2\varepsilon})$ $[A_4, A_5]$, (p_1) $[A_5, T_{12}]$ чектеген область D^6; (p_{02}) $[A_3, -T_{02}]$, (p_{01}) $[-T_{02}, A_1]$, $(q_{1\varepsilon})$ $[A_1, A_2]$, $(p_0^{-\varepsilon})$ $[A_2, A_4]$, $(q_{2\varepsilon})$ $[A_4, A_3]$ чектеген область D^7; (p_{01}) $[A_1, t_0]$, $[T_{13}, t_0]$ - кесинди, $(p_0^{-\varepsilon})$ $[T_{13}, A_2]$, $(q_{1\varepsilon})$ $[A_2, A_1]$ - чектеген область D^8 болсун.

(13) жакындашууларды D^j ($j = 1,\ldots,8$) областарда карайлы жана баалоолорду аткаралы. Баардык жакындашуулар үчүн интегралдоонун жолдору бирдей болот жана төмөндөгүдөй аныкталат: жол $(p_{02}) \cup (p_{01}) [-t_0, \tilde{t}]$, (q) $[\tilde{t}, t]$ бөлүктөрдөн турат. Удаалаш жакындашууларды баалоодо негизги аныктоочу биринчи жакындашуу болгондуктан биринчи жакындашууну баалоо менен чектелсек болот.

Натыйжада (12) теңдеменин чечими үчүн

$$|x(t,\varepsilon)| \le M_{16} w_1(t,\varepsilon) \,, \qquad (14)$$

баалоого ээ болобуз, мында

$$w_1(t,\varepsilon) = \begin{cases} 1, \ t \in D^1 \cup D^5 \cup D^7 \cup D^8; \\ \varepsilon, \ t \in D^2 \cup D^3; \\ \varepsilon^{1-\beta}, \ t \in D^4 \cup D^6. \end{cases}$$

4 - теорема. (12) теңдеме берилсин, U3.3.1 шарт аткарылсын, анда $D_1 \subset D$ облас жана бул областа аныкталган (12) теңдеменин $x(t,\varepsilon)$ чечими жашап, бул чечим үчүн (14) баалоо туура болот.

U3.3.2, U3.1.1, U3.1.2, U3.1.4, U3.1.5, U3.1.6 шартар аткарылсын. $\lambda(t)$ функция T_0 чекитинде жөнөкөй нөлгө ээ болсун жана бул нол чыныгы окто жатсын.

Жыйынтык: Каралып жаткан учурда туруктуулуктун жоголушунун узартылышы кубулушу орун албайт.

“ 4 БАП. ЭКИ ЭСЕЛҮҮ ӨЗДҮК МААНИ” деп аталган бапта сызыктуу эмес экинчи тартиптеги сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин системасы каралып, матрица-функция эки эселүү чыныгы, комплекстүү өздүк маанилерге ээ болгон учур жана комплекстүү түйүндөш болгон учурлар каралган.

§4.1 параграфында (3)-(4) маселе эки эселүү комплекстүү өздүк маани изилденген.

Төмөнкү шарттар аткарылсын:

U 4.1.1. $\forall(t,x)\in H_0$: $f(t,x)\in\Phi(S_r)$, $\Phi(S_r)$ - аналитикалык функциялардын мейкиндиги, $f(t,0)\equiv 0$; $\left\|f(t,\tilde{x})-f(t,\tilde{\tilde{x}})\right\|\le M\cdot\left\|\tilde{x}-\tilde{\tilde{x}}\right\|$ мында $0<M$ - кандайдыр бир ε - көз каранды эмес турактуу сан.

U4.1.2. U3.1.2, U3.1.4, U3.1.5, U3.1.6 шарттар аткарылсын. $\lambda(t)$ өздүк мааниси тегиздикте жөнөкөй нөлгө ээ болсун.

Негизги маселе: U4.1.1, U4.1.2 шартта (4.1.1)-(4.1.2) маселенин чечими болгон $x(t,\varepsilon)$ функциясынын асимптотикасын D_1 областында баалоо.

I. Кичине козголуу $\varepsilon h(t)\neq 0$ болсун.

(3)-(4) маселесин интегралдык теңдеме менен алмаштырабыз:

$$x(t,\varepsilon)=x^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{-t_0}^{t}D(s)ds\right)+\int_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}D(s)ds\right)\cdot\left[h(\tau)+f(\tau,x(\tau,\varepsilon))\right]d\tau\,. \qquad (15)$$

(15) маселесин скалярдык формада жазалы:

$$x_1(t,\varepsilon)=x_1^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{F(t)}{\varepsilon}\right)+\int_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(F(t)-F(\tau))\right)\cdot h_1(\tau)d\tau+$$

$$+\int_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(F(t)-F(\tau))\right)\cdot f_1(\tau,x_1(\tau,\varepsilon),x_2(\tau,\varepsilon))d\tau\,, \qquad (16)$$

$$x_2(t,\varepsilon)=x_2^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}F(t)\right)+\int_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(F(t)-F(\tau))\right)\cdot h_2(\tau)d\tau+$$

$$+\int_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(F(t)-F(\tau))\right)\cdot f_2(\tau,x_1(\tau,\varepsilon),x_2(\tau,\varepsilon))d\tau\,.$$

(16) маселесин удаалаш жакындашуу усулунун жардамында чечебиз. Удаалаш жакындашууларды төмөнкүчө аныктайбыз:

$$x_{10}(t,\varepsilon)\equiv 0,$$

$$x_{20}(t,\varepsilon)\equiv 0,$$

$$x_{11}(t,\varepsilon)=x_1^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}F(t)\right)+\int_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(F(t)-F(\tau))\right)\cdot h_1(\tau)d\tau\,,$$

$$x_{21}(t,\varepsilon)=x_2^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}F(t)\right)+\int_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(F(t)-F(\tau))\right)\cdot h_2(\tau)d\tau\,, \qquad (17)$$

$$x_{1n}(t,\varepsilon)=x_{11}(t,\varepsilon)+\int_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(F(t)-F(\tau))\right)\cdot f_1(\tau,x_{1n-1}(\tau,\varepsilon),x_{2n-1}(\tau,\varepsilon))d\tau\,,$$

$$x_{2n}(t,\varepsilon) = x_{21}(t,\varepsilon) + \int\limits_{-t_0}^{t} \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(F(t) - F(\tau)\right)\right) \cdot f_2(\tau, x_{1n-1}(\tau,\varepsilon), x_{2n-1}(\tau,\varepsilon))d\tau\,,$$

мында $n \in N$.

(17) жакындашууларды D^j ($j = 1,...,8$) областарда баалайлы. Баардык жакындашуулар үчүн интегралдоонун жолдору бирдей болот: жол $(p_{02}) \cup (p_{01})[-t_0, \tilde{t}]$, (q) $[\tilde{t}, t]$ бөлүктөрдөн турат.

Натыйжада (15) теңдеменин чечими үчүн

$$|x_1(t,\varepsilon)| \le M_{16} w_1(t,\varepsilon)\,, \tag{18}$$

баалоого ээ болобуз, мында

$$w_1(t,\varepsilon) = \begin{cases} 1, \ t \in D^1 \cup D^5 \cup D^7 \cup D^8; \\ \varepsilon, \ t \in D^2 \cup D^3; \\ \varepsilon^{1-\beta}, \ t \in D^4 \cup D^6. \end{cases}$$

Аналогиялуу түрдө (18) баалоосу $|x_2(t,\varepsilon)|$ үчүн да орун алат.

5 – теорема. (15) теңдеме берилип, U4.1.1 шарт аткарылсын. Анда $D_1 \subset D$ областа (15) теңдеменин $x(t,\varepsilon)$ чечими жашап, бул чечим үчүн (18) баалоо туура болот.

II. Кичине козголуу $\varepsilon h(t) = 0$ болсун.

(3)-(4) маселесинин чечимин кичине козголуу жок болгон учурда жазып:

$$x(t,\varepsilon) = x^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{-t_0}^{t} D(s)ds\right) + \int\limits_{-t_0}^{t} \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{\tau}^{t} D(s)ds\right) \cdot f\left(\tau, x(\tau,\varepsilon)\right)d\tau\,. \tag{19}$$

(19) маселесин скалярдык формада жазалы:

$$x_1(t,\varepsilon) = x_1^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{F(t)}{\varepsilon}\right) + \int\limits_{-t_0}^{t} \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(F(t) - F(\tau)\right)\right) \cdot f_1(\tau, x_1, x_2)d\tau\,,$$

$$x_2(t,\varepsilon) = x_2^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}F(t)\right) + \int\limits_{-t_0}^{t} \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(F(t) - F(\tau)\right)\right) \cdot f_2\left(\tau, x_1, x_2\right)d\tau\,. \tag{20}$$

(20) маселесин удаалаш жакындашуу усулунун жардамында чечебиз. Удаалаш жакындашууларды төмөнкүчө аныктайбыз:

$$x_{10}(t,\varepsilon) \equiv 0, \ x_{20}(t,\varepsilon) \equiv 0,$$

$$x_{11}(t,\varepsilon) = x_1^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}F(t)\right), x_{21}(t,\varepsilon) = x_2^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}F(t)\right), \tag{21}$$

$$x_{1n}(t,\varepsilon) = x_{11}(t,\varepsilon) + \int\limits_{-t_0}^{t} \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(F(t) - F(\tau)\right)\right) \cdot f_1(\tau, x_{1n-1}(\tau,\varepsilon), x_{2n-1}(\tau,\varepsilon))d\tau\,,$$

$$x_{2n}(t,\varepsilon) = x_{21}(t,\varepsilon) + \int\limits_{-t_0}^{t} \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(F(t) - F(\tau)\right)\right) \cdot f_2(\tau, x_{1n-1}(\tau,\varepsilon), x_{2n-1}(\tau,\varepsilon))d\tau\,,$$

мында $n \in N$.

T_0 чекити $\lambda(t)$ функциясынын жөнөкөй нөлү болсун б.а. $\lambda(T_0) = 0 \ \wedge$ $\lambda'(T_0) \ne 0$, $D = \{t \in C, |t| < r_0\}$ деп алалы. $T_0 = T_{10} - iT_{20}$ ($T_{20} > 0$) деп эсептейли.

Мурда жүргүзүлгөн эсептөөлөрдү (21) удаалаш жакындашууларына кайталоо менен (19) теңдеменин чечими үчүн төмөнкү баалоону алабыз

$$\|x(t,\varepsilon)\| \le M_6 \begin{cases} 1, \ t \in D_{1\varepsilon} \cup (p_0), \\ \varepsilon^n, \ \ t \in D_{11}. \end{cases} . \tag{22}$$

Төмөндөгүдөй теорема далилденди.

6 – теорема. U4.1.1-U4.1.2 шарттары аткарылсын. Анда кичине козголуу жок болгон учурда (3) – (4) маселесинин чечими жашап жалгыз болуп, (22) баалоосу орун алат.

§4.2 параграфында эки эселүү өздүк маанинин нөлдөрү сан огунда жаткан учурда, (3)-(4) маселесин чечимине кичине козголуунун туруктуулуктун узартылыш кубулушуна тийгизген таасирин изилдөө каралган.

U4.2.1. U3.1.2, U3.1.4, U3.1.5, U3.1.6 шарттар аткарылсын. $\lambda(t)$ өздүк мааниси $t = T_0$ чекитинде сан огунда жаткан жөнөкөй нөлгө ээ болсун.

Кичине козголуу $\varepsilon h(t)$ чечимдин туруктуулугунун узартылыш кубулушуна тийгизген таасири изилденет.

I. Кичине козголуу $\varepsilon h(t) \equiv 0$ болсун.

(19) теңдемеге удаалаш жакындашуу методун колдонобуз. Удаалаш жакындашууларды баалоо жана алардын жыйналуучулугун далилдөө үчүн интегралдоо жолдорун тандап, эсептөөлөрдү жүргүзүп, жыйынтыгында

$$\|x(t,\varepsilon)\| \le M_6 \begin{cases} 1, \ t \in D_{01}^{\varepsilon} \cup D_2; \\ \varepsilon^n, \ t \in D_{00}. \end{cases} . \tag{23}$$

Жогоруда төмөнкү теорема далилденди.

7 – теорема. Эгерде U 4.1.1, U 4.1.3 шарттары аткарылса, анда кичине козголуу жок болгон учурда (3)-(4) маселесинин чечими $[-t_0, t_0]$ аралыгында жашап, жалгыз болуп (23) баалоосу орун алат.

II. Кичине козголуу $\varepsilon h(t) \neq 0$ болгон учур.

Жыйынтык: Каралып жаткан учурда туруктуулуктун жоголушунун узартылышы кубулушу орун албайт.

§4.3 параграфында өздүк маанилердин нөлдөрү тегиздикте жаткан учурда, кичине козголуунун туруктуулуктун узартылыш кубулушуна тийгизген таасирин изилдөө каралган.

U 4.3.1. U4.1.1, U3.1.2, U3.1.4, U3.1.5, U3.1.6 шарттар аткарылсын. $\lambda_k(t)$ комплеекстүү түйүндөш өздүк маанилери $t = \pm T_0$ чекитинде жөнөкөй нөлдөргө ээ.

M. U 4.3.1 шартта (5)-(6) маселенин чечимин D_1 областындагы асимптотикалык жүрүмүнө кичине козголуунун тийгизген таасирин изилдөө.

I. Кичине козголуу $\varepsilon h(t) \neq 0$ болсун.

Өздүк маанилер комплекстүү түйүндөш болгондуктан, $\lambda_1(t)$ комплекстүү өздүк маанисин изилдөө жетиштүү.

(5)-(6) маселесин интегралдык теңдеме менен алмаштырабыз:

$$x(t,\varepsilon) = x^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{-t_0}^{t} K(s)ds\right) + \int_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t} K(s)ds\right)\cdot\left[h(\tau) + f(\tau, x(\tau,\varepsilon))\right]d\tau . \tag{24}$$

(24) маселесин скалярдык формада жазалы:

$$x_1(t,\varepsilon) = x_1^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{F_1(t)}{\varepsilon}\right) + \int\limits_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(F_1(t)-F_1(\tau)\right)\right)\cdot h_1(\tau)d\tau +$$

$$+\int\limits_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(F_1(t)-F_1(\tau)\right)\right)\cdot f_1(\tau, x_1(\tau,\varepsilon), x_2(\tau,\varepsilon))d\tau\,, \qquad (25)$$

$$x_2(t,\varepsilon) = x_2^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}F_2(t)\right) + \int\limits_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(F_2(t)-F_2(\tau)\right)\right)\cdot h_2(\tau)d\tau +$$

$$+\int\limits_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(F_2(t)-F_2(\tau)\right)\right)\cdot f_2(\tau, x_1(\tau,\varepsilon), x_2(\tau,\varepsilon))d\tau\,.$$

(24) маселесин удаалаш жакындашуу усулунун жардамында чечебиз. Удаалаш жакындашууларды төмөнкүчө аныктайбыз:

$$x_{10}(t,\varepsilon) \equiv 0\,,$$

$$x_{20}(t,\varepsilon) \equiv 0\,,$$

$$x_{11}(t,\varepsilon) = x_1^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}F_1(t)\right) + \int\limits_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(F_1(t)-F_1(\tau)\right)\right)\cdot h_1(\tau)d\tau\,,$$

$$x_{21}(t,\varepsilon) = x_2^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}F_1(t)\right) + \int\limits_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(F_1(t)-F_1(\tau)\right)\right)\cdot h_2(\tau)d\tau\,, \qquad (26)$$

$$x_{1n}(t,\varepsilon) = x_{11}(t,\varepsilon) + \int\limits_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(F_1(t)-F_1(\tau)\right)\right)\cdot f_1(\tau, x_{1n-1}(\tau,\varepsilon), x_{2n-1}(\tau,\varepsilon))d\tau\,,$$

$$x_{2n}(t,\varepsilon) = x_{21}(t,\varepsilon) + \int\limits_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(F_1(t)-F_1(\tau)\right)\right)\cdot f_2(\tau, x_{1n-1}(\tau,\varepsilon), x_{2n-1}(\tau,\varepsilon))d\tau\,,$$

мында $n \in N$.

(26) жакындашууларды D^j ($j=1,...,8$) областарда баалайлы. Баардык жакындашуулар үчүн интегралдоонун жолдору бирдей болот: жол $(p_{02})\cup(p_{01})[-t_0,\tilde{t}\,]$, (q) $[\tilde{t},t]$ бөлүктөрдөн турат. Эсептөөлөрдү жүргүзүү менен

$$|x_1(t,\varepsilon)| \le M_{16}w_1(t,\varepsilon)\,, \qquad (27)$$

баалоого ээ болобуз, мында

$$w_1(t,\varepsilon) = \begin{cases} 1,\ t \in D^1 \cup D^5 \cup D^7 \cup D^8; \\ \varepsilon,\ t \in D^2 \cup D^3; \\ \varepsilon^{1-\beta},\ t \in D^4 \cup D^6. \end{cases}$$

Аналогиялуу түрдө (27) баалоосу $|x_2(t,\varepsilon)|$ үчүн да орун алат.

8 – теорема. U4.3.1 шарт аткарылсын. Анда $D_1 \subset D$ областа (5) – (6) маселенин чечими жашап, жалгыз болуп, чечим үчүн (27) баалоо туура болот.

II. Кичине козголуу $\varepsilon h(t) = 0$ болсун.

(5)-(6) маселесинин чечимин кичине козголуу жок болгон учурда жазып:

$$x(t,\varepsilon) = x^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{-t_0}^{t}K(s)ds\right) + \int\limits_{-t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{\tau}^{t}K(s)ds\right)\cdot f\left(\tau, x(\tau,\varepsilon)\right)d\tau\,. \qquad (28)$$

(28) маселесин скалярдык формада жазалы:

$$x_1(t,\varepsilon) = x_1^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{F_1(t)}{\varepsilon}\right) + \int_{-t_0}^{t} \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(F_1(t) - F_1(\tau)\right)\right) \cdot f_1(\tau, x_1, x_2)d\tau\,,$$

$$x_2(t,\varepsilon) = x_2^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}F_2(t)\right) + \int_{-t_0}^{t} \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(F_2(t) - F_2(\tau)\right)\right) \cdot f_2(\tau, x_1, x_2)d\tau\,. \qquad (29)$$

(29) маселесин удаалаш жакындашуу усулунун жардамында чечебиз:

$$\begin{aligned}
&x_{10}(t,\varepsilon) \equiv 0\,,\\
&x_{20}(t,\varepsilon) \equiv 0\,,\\
&x_{11}(t,\varepsilon) = x_1^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}F_1(t)\right),\\
&x_{21}(t,\varepsilon) = x_2^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}F_1(t)\right), \qquad (30)\\
&x_{1n}(t,\varepsilon) = x_{11}(t,\varepsilon) + \int_{-t_0}^{t} \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(F_1(t) - F_1(\tau)\right)\right) \cdot f_1(\tau, x_{1n-1}(\tau,\varepsilon), x_{2n-1}(\tau,\varepsilon))d\tau\,,\\
&x_{2n}(t,\varepsilon) = x_{21}(t,\varepsilon) + \int_{-t_0}^{t} \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(F_2(t) - F_2(\tau)\right)\right) \cdot f_2(\tau, x_{1n-1}(\tau,\varepsilon), x_{2n-1}(\tau,\varepsilon))d\tau\,,
\end{aligned}$$

мында $n \in N$.

(28) теңдемени D_1 областа жана чечимдин жашашын далилдөө, аны баалоону жүргүзүү үчүн интегралдоо жолдорун тандайбыз. Интегралдоонун жолу $(p_0)[t_0, \tilde{t}]$, $(q)[\tilde{t}, t]$ турат. Эсептөөлөрдү жүргүзүп:

$$\left\| x(t,\varepsilon) \right\| \le M_6 \begin{cases} 1, \ t \in D_{1\varepsilon} \cup (p_0), \\ \varepsilon^n, \ \ t \in D_{11}. \end{cases} \qquad (31)$$

Төмөндөгүдөй теорема далилденди.

9 – теорема. U4.3.1 шарт аткарылып, кичине козголуу жок болсун. Анда (5) – (6) маселесинин чечими жашап жалгыз болуп, (31) баалоосу орун алат.

КОРУТУНДУ

Сингулярдык козголгон маселенин чечиминин асимптотикалык ажыралмасын тургузуу жараянында өздүк маанилердин чыныгы бөлүгү туруктуу жана туруксуз аралыктарды аныктайт. Ошону менен бирге өздүк маанилер, чечимдин баалоосунун тартиби жана туруктуулуктун жоголушунун узартылыш кубулушун да аныктайт.

Диссертациялык жумушта туруктуулуктун жоголушунун узартылыш кубулушуна таасир этүүчү дагы бир козголуу каралды. Ал козголууну кичине козголуу деп атадык. Ал козголуу нөл же нөлдөн айырмалуу болгонуна карата, чечимдин туруктуулугунун жошолушунун узартылыш кубулушу орун алуусу же албоосу баяндалды. Мисалдар келтирилди.

Эки эселүү өздүк маанилерди кароо менен диссертациялык жумуш чектелди. Андан жогорку тартиптеги эселүүлүктөрдү изилдөөдө, алынган баалоолор өзгөрбөйт. Мына ошол себептүү ал учурларды кароо өз актуалдуулугун жоготот.

ПРАКТИКАЛЫК СУНУШТАР

Диссертация теориялык мүнөзгө ээ болуп, сингулярдык козголгон теңдемелер системалары кванттык механикада, термелүүлөр теориясында, радиотехникада, гидродинамикада жана башка кубулуштарда түрдүү колдонмо маселелерди чечүүдө колдонууга сунуштайбыз.

Изилдөөнүн жыйынтыктары сингулярдык козголуулар теориясы боюнча “Математика”, “Колдонмо математика жана информатика”, “Физика-математикалык билим берүү”, “Математика жана компьютердик илимдер” багыттары боюнча магистрлерди жана бакалаврларды даярдоонун атайын курстарында лекцияларды окууда колдонууга сунуштулат.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН ТЕМАСЫ БОЮНЧА ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. **Акматов, А.А.** Поведение решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости [Текст] / С. Каримов // Естественные и технические науки. – Москва. 2006. №1(21). – С. 14-19. (https://drive.google.com/file/d/1tpXA4aIdgsnDO2ZhcHLo2mH9ftbK2_TR/view?usp=sharing)
2. **Акматов, А. А.** Поведение решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости II. [Текст] / С. Каримов // Естественные и технические науки. – Москва. 2006. №2(22). – С. 14. (https://drive.google.com/file/d/1yc4bf-9gHM5xpznlfreiKGeiVJUIJl3G/view?usp=sharing)
3. **Акматов, А.А.** Асимптотическое поведение решений сингулярно возмущенных задач в случае неоднократной смены устойчивости. [Текст] / А. А. Акматов // Вестник ОшГУ. Ош. №5. – 2008. – С. 79-82. (https://drive.google.com/file/d/1sZ2HuMwalmNbAjmH-l8m6YbQCH1YGBOy/view?usp=sharing)
4. **Акматов, А.А.** Исследование решений системы сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений, когда собственные значения матрицы имеют мнимые части. [Текст] / С. Каримов // Вестник ОшГУ. – Ош. 2021. №1. – С. 61-69. (https://elibrary.ru/item.asp?id=46561748)
5. **Акматов, А.А.** Комплекстик тегиздикте Френель интегралдарынын асимптотикалык ажыралмасы. [Текст] / А. А. Акматов // Вестник ОшГУ. Ош. №2. – 2021. – С. 19-25. (https://elibrary.ru/item.asp?id=47406380)
6. **Акматов, А.А.** Сингулярдуу козголууга ээ болгон дифференциалдык теңдемелердин чечимин изилдөөдө чегериштердин таасири. [Текст] / А. А. Акматов // Вестник ОшГУ. Ош. №1. – 2022. – С. 47-55. (https://elibrary.ru/item.asp?id=48614386)
7. **Акматов, А.А.** Сингулярдык козголгон маселенин чечимин изилдөө. [Текст] / А. А. Акматов // Вестник ОшГУ. Ош. №2. – 2021. – С. 26-33. (https://elibrary.ru/item.asp?id=47406382)
8. **Акматов, А.А.** Асимптотика решений системы сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений. [Текст] / А. А. Акматов // Журнал бюллетень науки и практики. Москва. №5. – 2022. – С. 24-31. (https://elibrary.ru/item.asp?id=48615955)

9. **Акматов, А.А.** Исследование решений системы сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений. [Текст] / А. А. Акматов // Журнал бюллетень науки и практики. Москва. №5. – 2022. – С. 15-23.
(https://elibrary.ru/item.asp?id=48615954)

10. **Акматов, А. А.** Поведения решения нелинейной задачи в случае смены устойчивости. [Текст] / А. М. Токторбаев, К. К. Шакиров // Журнал бюллетень науки и практики. Москва.Т.8. №7. – 2022. – С. 12-20.
(https://elibrary.ru/item.asp?id=49188284)

11. **Акматов, А. А.** Прикладные задачи теории возмущений. [Текст] / А. М. Токторбаев, Замирбек кызы Н // Журнал бюллетень науки и практики. Москва.Т.8. №12. – 2022. – С. 36-42. (https://elibrary.ru/item.asp?id=50015712)

12. **Акматов, А.А.** Об устойчивости решений сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений. [Текст] / А. А. Акматов // Журнал бюллетень науки и практики. Москва. №3. – 2023. – С. 39-46.
(https://elibrary.ru/item.asp?id=50403770)

13. **Акматов, А.А.** Исследования решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений. [Текст] / А. А. Акматов // Журнал бюллетень науки и практики. Москва. №3. – 2023. – С. 33-38.(https://elibrary.ru/item.asp?id=60775104)

14. **Акматов, А. А.** Эки жактуу туруктуу аймактагы чечимдин асимптотикасы. [Текст] / С. Каримов // Вестник Жалал-Абадского государственного университета. Жалал-Абад. 2023. – С. 45-50. (https://elibrary.ru/item.asp?id=54300198)

15. **Акматов, А. А**. Кичине козголуунун сингулярдык козголгон теңдеменин чечиминин туруктуулугунун узартылышына тийгизген таасири. [Текст]/ А. А. Акматов // К. Алымкуловдун 80 жылдык юбилейине рналган “Математика жана билим берүүнүн актуалдуу маселелери” аттуу эл аралык илимий конференциянын материалдары, I бөлүм, - 2023.-С.178-184.
http://alymkulov-80.oshsu.kg/books.php

16. **Акматов, А.А.** Влияние малой возмущении к решению сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений. [Текст]/ А. А. Акматов// Современные роблемы дифференциальных уравнений и их приложения. Международная научна конференция Ташкент, 23-25 ноября 2023 года.Тезисы Докладов.Часть 1. –С. 26.
https://drive.google.com/file/d/1MqLbKotTfmQReTXRUIZcziuocIFNjXtC/view?usp=sharing

17. **A. A. Akmatov.** Bistability of Solitions to a Nonlinear Problem. [text]/ A. Toktorbaev., K. Shakirov// AIP conference Proceedings 3085, 020013. -2024.
(https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85186080334&origin=AuthorNamesList&txGid=b713a85b399db0b2f7ce1093bc647aff&isValidNewDocSearchRedirection=false)

Акматов Абдилазиз Алиевичтин “Туруктуулук шарты өзгөргөн учурда сингулярдык козголгон теңдеменин чечиминин асимптотикасын баалоо (Туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилер эселүү болгон учур)” деген темада 01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдуу башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: кичине параметр, сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдеме, деңгээл сызык, асимптотика, область, туруктуулук, чечим, козголуу, удаалаш жакындашуу методу.

Изилдөөнүн обьектиси: сызыктуу эмес сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдеме жана теңдемелердин системалары, бир жана эки эселүү чыныгы, комлекстүү жана комплекстүү түйүндөш өздүк маанилер.

Изилдөөнүн предмети: кичине козголуунун чечимдин туруктуулугунун узартылыш кубулушуна тийгизген таасирин аныктоо, сингулярдык козголгон маселенин чечиминин асимптотикалык ажыралмасын тургузуу.

Изилдөөнүн максаты: Сингулярдык козголгон маселенин чечиминин асимптотикалык ажыралмасын тургузуу.

Изилдөөнүн методдору: удаалаш жакындашуу, математикалык индукция, карама каршысынан далилдөө методдору, деңгээл сызыктар методу.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы: өздүк маанилердин табиятына жана кичине козголуунун бар же жок экендигине карата, туруктуулуктун жоголушунун узартылыш кубулушунун өзгөчөлүктөрү.

Алынган жыйынтыктардын теориялык жана практикалык маанилүүлүгү: алынган жыйынтыктар сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин чечиминин туруктуулугун изилдөөдө жана оптикада, гидродинамикада ар түрдүү термелүү жараяндарын изилдөөдө колдонууга болот. Изилдөөнүн жыйынтыктары ошондой эле сингулярдык козголуулар теориясы боюнча магистрлерди жана бакалаврларды даярдоонун атайын курстарында лекцияларды окууда колдонуу сунушталат.

РЕЗЮМЕ

диссертации Акматова Абдилазиза Алиевича на тему «Оценка асимптотики решения сингулярно возмущенного уравнения в случае смены устойчивости (случай, когда собственные значения определяющие устойчивости кратные)» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: малый параметр, сингулярное возмущенное дифференциальное уравнение, линия уровня, асимптотика, область, устойчивость, решение, возмущение, метод последовательных приближений.

Обьект исследования: нелинейные сингулярно возмущенные уравнение и систем уравнений, скалярные и двухкратные действительные, комплексные и комплексно сопряженные собственных значений.

Предмет исследования: определение влияние малой возмущении к явлению затягивание потерии устойчивости, построить асимптотические разложения сингулярно возмущенной задачи.

Цель исследования: построить асимптотического разложения решения сингулярно возмущенной задачи.

Методы исследования: последовательная приближения, математическая индукция, методы доказательства от противного, метод линии уровня.

Научная новизна исследования: Особенности явлении затягивание потерии устойчивости зависящее от природы собственных значений, а также отсутствии или наличии малой возмущении.

Теоретическая и практическая значимость полученных результатов: полученные могут быть исползованы при исследовании устойчивости решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений и при изучении различных колебательных процессов в оптике и гидродинамике. Результаты исследования также рекомендуется использовать на лекциях по теории сингулярных возмущений на курсах подготовки магистров и бакалавров.

SUMMARY

dissertation "Estimation of the asymptotic behavior of solutions of singularly perturbed differential equations in the case of a change in stability (the case when the eigenvalues that determine stability are multiples)" of Akmatov Abdilaziz Alievicha is submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences by the specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control

Key words: small parameter, singular perturbed differential equation, level line, asymptotics, region, stability, solution, perturbation, method of successive approximations.

Research object: nonlinear singularly perturbed equations and systems of equations, scalar and double real, complex and complex conjugate eigenvalues.

Subject of research: determining the influence of a small perturbation on the phenomenon of prolongation of loss of stability, constructing asymptotic expansions of the singularly perturbed problem.

Research purpose: construct an asymptotic expansion of the solution to a singularly perturbed problem.

Research methods: successive approximation, mathematical induction, methods of proof by contradiction, level line method.

Scientific novelty of the research: Features of the phenomenon of prolonged loss of stability depend on the nature of the eigenvalues, as well as the absence or presence of a small disturbance.

Theoretical and practical significance of the results obtained: the results obtained can be used in studying the stability of solutions of singularly perturbed differential equations and in studying various oscillatory processes in optics and hydrodynamics. The results of the study are also recommended for use in lectures on the theory of singular perturbations in master's and bachelor's courses.