ОШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТИ

ЖАЛАЛ-АБАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Б. ОСМОНОВА

ДИССЕРТАЦИОННЫЙ СОВЕТ Д 05.22.651

На правах рукописи

УДК 517.928

Акматов Абдилазиз Алиевич

Оценка асимптотики решения сингулярно возмущенного уравнения в случае смены устойчивости (случай, когда собственные значения определяющие устойчивости кратные)

01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Ош – 2024

Диссертационная работа выполнена на кафедре математического анализа Ошского государственного университета.

Научный руководитель: **Каримов Салы,** доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического анализа (Кыргызстан, г. Ош)

Официальные оппоненты:

Ведущая организация:

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. При изучении биологии, экологии, химии, физики, квантовой механики, теории течения жидкости, теории электромагнетизма и других отраслей науки в качестве математической модели принимаются «обыкновенные дифференциальные уравнения с малым параметром при старших производной».

Систематическое исследование сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений начинал А. Н. Тихонов [69],[70]. Исследования разного класса сингулярно возмущенных задачах проводили А. Б. Васильева [34-38], Л. С. Понтрягин [63-66], Е. Ф. Мищенко [56],[57], С. А. Ломов [55], Н. Н. Боголюбов [32], В. Вазов [33], М. И. Иманалиев [40-49], П. С. Панков [62], К. Алымкулов [8-14], [79], [80], К. Касымов [50], С. Каримов [51],[52], К. С. Алыбаев [4-7], Д. А. Турсунов [71], [72], К. Б. Тампагаров [68] и другие ученые.

Диссертационная работа посвящена построению асимптотических разложений решения сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений в случае смены условия устойчивости. В работе исследовано влияние малого возмущения к явлению затягивания потери устойчивости.

Связь темы диссертации с приоритетными научными направлениями, крупными научным программами (проектами), основными научно-исследовательскими работами, проводимыми образовательными и научными учреждениями. Диссертационная работа выполнена в рамках научно-исследовательской темы: “Применение сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений при решении инженерно-технических и физических задач” (руководитель – д.ф.-м.н., профессор С. Каримов) кафедры математического анализа Ошского государственного университета (2020-2021 гг., гос. регистр. №0007520, 01.01.2018 г.) и результаты настоящей работы вошли в соответствующие отчеты по этой теме.

Цель и задачи исследования. Цель работы – построить асимптотическое разложение решения сингулярной задачи.

Задачи исследования:

1). Построить асимптотическое разложение решения сингулярно возмущенной задачи, в отсутствии малого возмущения;

2). Построить асимптотическое разложение решения сингулярно возмущенной задачи, при малом возмущении.

Научная новизна полученных результатов.

1). При отсутствии кратных нулей собственных значений, определено влияние малого возмущения к явлению затягивания потери устойчивости, построено асимптотическая разложения решения сингулярно возмущенной задачи;

2). Если кратных собственных значений лежат в плоскости, тогда определено влияние малого возмущения и построено асимптотическое разложения решения сингулярно возмущенной задачи;

3). Определено влияние малого возмущения к явлению затягивания потери устойчивости, когда нули кратных собственных значений лежат в числовой оси.

Практическая значимость полученных результатов.

Работа носит теоретический характер, полученные результаты могут быть использованы при исследовании в колебании, оптике, электротехнике, радиотехнике, при исследовании разных процессов гидродинамики. Результаты работы также могут быть использовании при чтении лекции специального курса при подготовке бакалавров и магистров.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту.

-определено влияние малого возмущения к явлению затягивания потери устойчивости, в случае, когда кратные собственные значения не имеют нулей в плоскости;

-определено влияние малого возмущения к явлению затягивания потери устойчивости, в случае, когда нули кратных собственных значений лежат в плоскости;

-определено влияние малого возмущения к явлению затягивания потери устойчивости, в случае, когда нули собственных значений лежат в числовой оси.

Личный вклад соискателя. Все научные результаты, представленные в диссертации, принадлежат автору. В совместных работах [10], [11] и [17], постановка задачи принадлежит научному руководителю С. Каримову, научные результаты и доказательства теорем осуществлено соискателем – Акматовым А. А., а в обсуждении результатов и в оформлении статьей участвовали А. М. Токторбаев, К. К. Шакиров, Замирбек к Н.

Работы [3] - [5],[7], [18], [19] опубликованы на кыргызском языке.

Апробация результатов диссертации. Результаты настоящей работы доложены обсуждены в следующих международных и отечественных конференциях:

1). Международная научная конференция “III Бөрүбаевские чтение”, посвященной 35-летию со дня образования Института математики НАН КР (г. Бишкек, ИМ НАН КР, 24 мая, 2019 г.);

2). International Scientific Conference “Problems of Modern Mathematics” dedicate to the 70^{th} anniversary of Academican A. A. Borubaev, (Bishkek, IM NAS, june 15-19,2021);

3). IV международная научная конференция посвященная к 75 летию профессора А. К. Керимбекова по теме “Актуальные проблемы оптимального управления, динамической системы и операторных уравнений” (г. Бишкек, КРСУ, 23-25 июнь, 2022 г.);

4). Региональный семинар «Актуальные проблемы математики и их применение” имени К. Алымкулова (г. Ош, 11январь, 18-февраль 2023 г.);

5). Научно практическая конференция посвященная к 70 летию профессора К. С. Алыбаева по теме “Илим жана билим гармониясы – коомду өнүктүрүүчү күчтөрдүн негизи” (г. Жалал-Абад, Жалал-Абадский государственый университет, 29-30 апрель, 2023 г.);

6). Международная научная конференция посвященная к 80 летию профессора К. Алымкулова по теме “Актуальные проблемы математики и образовании” (г. Ош ОшГУ, 12-13 май, 2023 г.).
7). Международная научная конференция посвященная к 90 летию академика М. С. Салахитдинова по теме “Современные роблемы дифференциальных уравнений и их приложения”. (Ташкент, 23-25 ноября 2023 г.).

Полнота отражения результатов диссертации в публикациях.

Основное содержание диссертации опубликовано в 16 статьях и 1 тезис. Из них 15 статьи в журналах которые входит в базы РИНЦ, одна статья в журнале цитируемой Scopus. По опубликованным статьям набрано 284 баллов.

Структура и обьем диссертации. Диссертационная работа состоит из перечня сокращений и обозначений, введения, четырех глав, разбитых на 10 параграфов, заключения, практических рекомендации и списка использованных источников из 80 наименований. В конце каждой главы приведены заключения. Работа изложена на 102 страницах машинописного текста.

В автореферате использована и сохранена система нумерации, принятая в диссертации: принята тройная сквозная нумерация внутри каждой главы. Например, формула (3.1.1) – это первая формула первого параграфа первой главы, Т.3.1.1. – это первая теорема первого параграфа третьей главы.

Нумерация параграфов – двойная первая цифра указывает номер главы, вторая порядковый номер.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во ВВЕДЕНИИ дано обоснование актуальности темы, общая характеристика работы, цель и задачи исследования, научная новизна практическая значимость, а также основные положения, выносимые на защиту.

Глава 1 “ОБЗОР РАННИХ ИССЛЕДОВАНИЙ” состоить из двух параграфов. В параграфе §1.1 “Общий обзор ранее полученных результатов в теории сингулярной возмущении» дается общий обзор ранее исследуемых задачах. А также в параграфе §1.2 “результаты близкие к работы”

Биринчи бап “АЛГАЧКЫ ИЗИЛДӨӨЛӨРГӨ СЕРЕП” деп аталып, эки параграфтан турат. “§1.1. Сингулярдык козголуулар теориясында алынган жыйынтыктарга жалпы сереп” деп аталып, анда сингулярдык козголуулар теориясындагы изилдөөлөргө талдоо жүргүзүлгөн. Ал эми “§1.2. Каралуучу эмгекке жакын натыйжалар” параграфтарда диссертациянын темасы боюнча башка авторлордун эмгектерине баяндама жасалып, мурда изилденбеген маселелер аныкталып, корутунду берилген. Баптын корутундусунда баптын корутундусунда, жүргүзүлгөн талдоолордун негизинде диссертациялык изилдөө актуалдуу, оригиналдуу, өз убагында жана белгилүү бир теориялык жана практикалык кызыкчылыкка ээ экендиги белгиленген.

Главе 2 “ОБЬЕКТЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ” состоит из двух разделов и в ней определены обьект, предмет и поставлены конретные задачи для исследований, дан краткий обзор некоторых методов.

Объектом исследования третьей главы является сингулярно возмущенная задача, когда матрица – функция имееют действительные и комплексные собственные значения.

Тогда рассматриватеся задача

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon)=\lambda(t)x(t,\varepsilon)+\varepsilon\left[h(t)+f(t,x(t,\varepsilon))\right], \tag{1}$$

$$x(t_0,\varepsilon)=x^0(\varepsilon),\ \left|x^0(\varepsilon)\right|=O(\varepsilon). \tag{2}$$

Здесь $0<\varepsilon<<1$ - малый параметр, $[t_0,T]$ - отрезок действительной оси, $x(t,\varepsilon)$ - искомая неизвестная функция.

Объектом исследования **четвертой главы** является сингулярно возмущенная задача, когда матрица-функция имеет кратные действительные, комплексные и комплексно сопряженные собственные значения.

Рассматривается задача

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon)=D(t)x(t,\varepsilon)+\varepsilon\left[h(t)+f(t,x(t,\varepsilon))\right], \tag{3}$$

$$x(-t_0,\varepsilon)=x^0(\varepsilon),\ \left\|x^0(\varepsilon)\right\|=O(\varepsilon). \tag{4}$$

Здесь $0<\varepsilon<<1$ - малый параметр, $[-t_0,t_0]$ - отрезок действительной оси, $x(t,\varepsilon)$ - искомая неизвестная функция и $x(t,\varepsilon)=colon(x_1(t,\varepsilon),x_2(t,\varepsilon))$, $h(t)=colon(h_1(t),$ $h_2(t))$, $x(-t_0,\varepsilon)=colon(x_1^0(\varepsilon),x_2^0(\varepsilon))$, $D(t)=\begin{pmatrix}\lambda(t) & 0\\ 0 & \lambda(t)\end{pmatrix}$,
$f(t,x(t,\varepsilon))=colon\left(f_1(t,x_1(t,\varepsilon),x_2(t,\varepsilon)),f_2(t,x_1(t,\varepsilon),x_2(t,\varepsilon))\right)$.

А также

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon)=K(t)x(t,\varepsilon)+\varepsilon\left[h(t)+f(t,x(t,\varepsilon))\right], \tag{5}$$

$$x(-t_0,\varepsilon)=x^0(\varepsilon),\ \left\|x^0(\varepsilon)\right\|=O(\varepsilon). \tag{6}$$

Здесь $0<\varepsilon<<1$ - малый параметр, $[-t_0,t_0]$ - отрезок действительной оси, $x(t,\varepsilon)$ - искомая неизвестная функция и $x(t,\varepsilon)=colon(x_1(t,\varepsilon),x_2(t,\varepsilon))$, $h(t)=colon(h_1(t),h_2(t))$, $x(t_0,\varepsilon)=colon(x_1^0(\varepsilon),x_2^0(\varepsilon))$, $K(t)=\begin{pmatrix}\lambda_1(t) & 0\\ 0 & \lambda_2(t)\end{pmatrix}$,
$f(t,x(t,\varepsilon))=colon\left(f_1(t,x_1(t,\varepsilon),x_2(t,\varepsilon)),f_2(t,x_1(t,\varepsilon),x_2(t,\varepsilon))\right)$.

Предметом исследования является:

Влияние малой возмущении к явлению затягивание потери устойчивости, когда кратные собственные значения не имеют нулей;

Влияние малой возмущении к явлению затягивание потерии устойчивости, когда нули кратных собственных значений лежат в плоскости;

Влияние малой возмущении к явлению затягивание потерии устойчивости, когда нули кратных собственных значений леат в числовой оси.

Построить асимптотические разложения решений сингулярно возмущенной задачи.

В «§ 2.2. Методы исследования» подробно изложены многократно используемые в данной диссертации определения, теоремы и методы. В диссертации основном используются методы: метод последовательных приближений, асимптотический метод, математическая индукция, метод от противного и метод линии уровня.

Основные научные оригинальные результаты диссертации приведены в главах 3, 4.

Особенности задач: первая сингулярность – присутствие малого параметра перед старшей производной искомой функции; вторая – в областе которая рассматриватеся задача меняется условия устойчивости; третья особенность – появление пограничного слоя; четвертая особенность – влияние малого возмуѳения к явлению затягивание потерии устойчивости; пятая особенность – наличие кратных собственных значений.

В третьей главе «СКАЛЯРНОЕ СОБСТВЕННОЕ ЗНАЧЕНИЕ» рассматривается нелинейные сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения первого порядка. Исследуется влияние малого возмущения к явлению затягивание потерии устойчивости, в случае когда, собственное значения будет действительные и комплексные.

Третья глава состоить из трех параграфах, первом параграфе для задачи (1)-(2) поставлено условий:

U 3.1.1. $\forall(t,x)\in H_0$: $f(t,x)\in \Phi(S_r)$, $\Phi(S_r)$ - пространства аналитических функций, $f(t,0)\equiv 0$; $\left|f(t,\tilde{x})-f(t,\tilde{\tilde{x}})\right|\le M\cdot\left|\tilde{x}-\tilde{\tilde{x}}\right|$ здесь $0<M$ - некоторая постоянная не зависящее от ε.

U3.1.2. $\lambda(t),h(t)\in\Phi(D)$, $D\subset C$, $D=\{t\in C,|t|<r_0\in R\}$, r_0 - достаточно большое число.

U3.1.3. $\forall t\in D$ $(\lambda(t)\ne 0)$.

U3.1.4. $\exists!$ $T_0\in D$ $\left(\lambda(T_0)=0,\ldots,\lambda^{(n-2)}(T_0)=0,\lambda^{(n-1)}(T_0)\ne 0\right)$.

U3.1.5. $\operatorname{Re}\lambda(t)<0$, $-t_0\le t<0$; $\operatorname{Re}\lambda(0)=0$, $\operatorname{Re}\lambda(t)>0$, $0<t\le t_0$, $(t_2\equiv 0)$.

U3.1.6. Пусть существует линии уровня $(p_0)=\{t\in D, \operatorname{Re}F(t)=0\}$ соединяющие точки $(-t_0,0)$ и $(t_0,0)$, здесь $F(t)=\int\limits_{t_0}^{t}\lambda(\tau)d\tau$.

Если $\varepsilon=0$ то из уравнение (1) получим

$$\lambda(t)\tilde{x}(t,0)=0. \tag{3}$$

1 - определение. Множества $(p)=\{t\in D, \operatorname{Re}F(t)=p-const\}$, $(q)=\{t\in D, \operatorname{Im}F(t)=q-const\}$ соответственно являются линиями уровня функции $\operatorname{Re}F(t)$, $\operatorname{Im}F(t)$.

2 – определение Если в области $\forall t\in D_0\subset D$ существует решение задачи (1)-(2), $x(t,\varepsilon)$ и выполняется $\lim\limits_{\varepsilon\to 0}x(t,\varepsilon)=0$, тогда область D_0 назовем областью притяжения решения $x(t,\varepsilon)$ к решению $\bar{x}(t)\equiv 0$.

A.3.1.3. $\varepsilon h(t)$ - назавем малым возмущениям.

Основная задача. Исследовать влияние малого возмущения к область притяжении и явлению затягивания потерии устойчивости.

Второй параграф называется “§3.2. Решение задачи в случае отсутствии малого возмущения” и рассматривается задача (1)-(2)

I.2.1. Исследуется в условиях $\varepsilon h(t)\equiv 0 \ \wedge \ U3.1.1$, $U3.1.2$, $U3.1.3$, $U3.1.5$, и доказаны ниже следующие теоремы.

Задачу (1)-(2) заменим к интегральным уравнением:

$$x(t,\varepsilon)=x^0\exp\left(\frac{F(t)}{\varepsilon}\right)+\int\limits_{t_0}^{t}f(\tau,x)\exp\left(\frac{F(t)-F(\tau)}{\varepsilon}\right)d\tau, \tag{7}$$

здесь $F(t)=\int\limits_{-t_0}^{t}\lambda(s)ds$, $F(-t_0)=0$.

Не нарущая общности считаем что $\operatorname{Re}F(-t_0)=\operatorname{Re}F(t_0)$. $\forall t\in[-t_0,t_0]$ $(\operatorname{Re}F(t)\le 0)$ (равенство выполняется в конце отрезки) $\Rightarrow$ $\forall t\in D_1$ $(\operatorname{Re}F(t)\le 0)$. Уравнению (7) рассмотрим в областе D_1.

К уравнению (7) применим метод последовательных приближений. Последовательные приближению определим следующим образом:

$$x_n(t,\varepsilon)=x^0\exp\left(\frac{F(t)}{\varepsilon}\right)+\int\limits_{t_0}^{t}f(\tau,x_{n-1}(\tau,\varepsilon))\exp\left(\frac{F(t)-F(\tau)}{\varepsilon}\right)d\tau, \tag{8}$$

$x_0(t,\varepsilon)\equiv 0$, $n=1,2,\ldots$.

Путь интегрирования выбираем следующим образом: путь состоить из (p_0) состоить из $[(-t_0,0),\tilde{t}]$ и (q) $[\tilde{t},t]$. (p_0), (q) аналитические кривые поэтому, этих кривых можно записать с параметрическим уравнением:

$$t_1 = t_1(s),\ t_2 = t_2(s),$$

здесь кривая s (p_0) соединяеть точку $(-t_0.0)$, с точкой $\tilde{t}$. Длина части этого кривую

$$t_1 = t_1(\sigma),\ t_2 = t_2(\sigma),$$

мында σ, (q) ийринин $\tilde{t}$, t чекиттерин туташтыруучу (q) ийринин узундугу.

D_{10} чектелген облас болгондуктан $\max\{s\} = s_0$, $\max\{\sigma\} = \sigma_0$ жашайт.

$s_0 + \sigma_0 = l$ деп белгилейли. Интегралдоо жолдору боюнча (7) баалоосу

$$|x(t,\varepsilon)| \le M_5 \exp\left(\frac{\operatorname{Re} F(t)}{\varepsilon}\right),\ t \in (p_0) \cup D_{1\varepsilon} \cup D_{11}. \tag{9}$$

Объектом исследования параграфа 3.2 является исследование решения задачи (3.1.1) – (3.1.2) когда отсутствует малая возмущения, а собственные значения не имеют нулей, а нули лежат в плоскости, и на числовой оси.

Доказаны следующие теоремы.

Т.3.1.1. Если рассмотрена задача (3.1.1)-(3.1.2) и выполнены условия U3.1.1-U3.1.3, U3.1.5, то существует решение задачи (3.1.1)-(3.1.2) $x(t,\varepsilon)$ и для него

верна оценка (3.2.11).

Из оценки (3.2.11) следует , что – (РКС), - (РКО), и (ТО). На основании теоремы получены следующие результаты:

Н.3.1.1 Если при перемещении точку $(-t_0,0)$ влево, существует (p_0), тогда точка $(t_0,0)$ перемещается вправо.

Н.3.1.2 Если решение задачи (3.1.1)-(3.1.2) существует на отрезке $[-t_0,t_0]$ то в случае смены устойчивости выполняется явления затягивание потери устойчивости; $[-t_0,-t_0+\alpha_1(\varepsilon),\alpha_1(\varepsilon)>0 \wedge \alpha_1(\varepsilon)\to 0,\ (\varepsilon\to 0))$ и

$[t_0,t_0-\alpha_2(\varepsilon),\alpha_2(\varepsilon)>0 \wedge \alpha_2(\varepsilon)\to 0,\ (\varepsilon\to 0))$ отрезке $|x(t,\varepsilon)| \le M_5$; а также

$[-t_0+\alpha_1(\varepsilon),t_0-\alpha_2(\varepsilon)]$ отрезке будет $|x(t,\varepsilon)| \le M_5\varepsilon^n$, $n \in N$.

Т.3.2.2. Пусть рассмотрена задача (3.1.1)-(3.1.2) и выполнены U3.1.1, U3.1.2, U3.1.4 ($n=1$, $T_0=-iT_{20}$, $T_{20}>0$) U3.1.5. При выполнении этих условий, в области $D_0 \subset D$ существует решение задачи (3.1.1)-(3.1.2) $x(t,\varepsilon)$ и для него верно оценка (3.2.12).

T.3.2.3. Пусть рассмотрена задача (3.1.1)-(3.1.2) и выполнены U3.1.1, U3.1.2, U3.1.4 ($n=2$, $T_0=0$), U3.1.5. Тогда в области $D_0 \subset D$ существует решение задачи (3.1.1)-(3.1.2) $x(t,\varepsilon)$ и для него верно оценка (3.2.13).

Объект исследования параграфа 3.3 является исследовать задача (3.1.1)-(3.1.2) при малой возмущении, когда нули собственных значений лежат в плоскости и числовой оси.

U3.3.1. Пусть выполнены условия U3.1.1, U3.1.2, U3.1.4, U3.1.5, U3.1.6. Функция $\lambda(t)$ в точке T_0 имеет простой нуль и этот нуль не лежать числовой оси. (возьмем $T_0=-iT_{02}$, T_{02}).

Теорема 3.3.1. Пусть задано уравнение (3.3.1), выполнено условие (3.3.1). тогда в области $D_1 \subset D$ и существует решение $x(t,\varepsilon)$ уравнение (3.3.1) и для него верна оценка (3.3.8).

Пусть выполнены условия U3.3.2, U3.1.1, U3.1.2, U3.1.4, U3.1.5, U3.1.6. Функция $\lambda(t)$ в точке T_0 имеет простой ноль и этот ноль лежать в числовой оси.

Заключение. В рассматриваемом случае не выполняется, явления затягивания потерии устойчивости.

Требуем выполнение следующих условий:

U 4.1.1. $\forall(t,x)\in H_0$: $f(t,x)\in\Phi(S_r)$, $\Phi(S_r)$ - пространства аналитических функций, $f(t,0)\equiv 0$; $\left\|f(t,\tilde{x})-f(t,\tilde{\tilde{x}})\right\|\le M\cdot\left\|\tilde{x}-\tilde{\tilde{x}}\right\|$ здесь $0<M$ - некоторые постоянные не зависящее от ε.

U4.1.2. Пусть выполняется условий U3.1.2, U3.1.4, U3.1.5, U3.1.6. Собственные значения $\lambda(t)$ в плоскосте имеется простой нуль.

Из системы (4.1.1) при $\varepsilon=0$ получим

$$D(t)\tilde{x}(t,0)=0. \qquad (6)$$

Основная задача: При условии U4.1.1, U4.1.2 решение задачи (4.1.1)-(4.1.2) функция $x(t,\varepsilon)$ оценить асимптотику в области D_1.

Исследуется влиние малой возмущении $\varepsilon h(t)$ к явлению затягивание потерии устойчивости.

I. Пусть малая возмущения будет $\varepsilon h(t)\ne 0$.

Теорема 4.1.1. Пусть задано уравнение (4.1.4), выполняется условия U4.1.1. Тогда в областе $D_1 \subset D$ существует решение уравнение (4.1.4), $x(t,\varepsilon)$ и для него справедлива оценка (4.1.12).

II. Пусть малая возмущения будет $\varepsilon h(t) = 0$.

Т.4.1.2. Пусть выполняется условия U4.1.1-U4.1.2. Тогда в при отсутствии малой возмущении существует единственное решение (4.1.1) – (4.1.2) для него справедлива (4.1.16).

Объектом исследования параграфа 4.2 исследовать влияния малой возмущении к решению задачи (4.1.1)-(4.1.2), когда нули двухкратных собственных значений лежать в числовой оси.

U4.2.1. пусть выполняется условийU3.1.2, U3.1.4, U3.1.5, U3.1.6. Собственое значения $\lambda(t)$ в точке $t = T_0$ имеет простой нуль.

I. Пусть малая возмущения будет $\varepsilon h(t) \equiv 0$.

Т.4.2.1. Если выполняется условий U 4.1.1, U 4.1.3, при отсутвии малой возмущении решения задачи (4.1.1)-(4.1.2) существует единственное решение на отрезке $[-t_0, t_0]$ и выполняется оценка (4.2.1).

II. Случай, когда $\varepsilon h(t) \neq 0$.

Результат: В рассматриваемом случае, отсутствует явления затягивание потерии устойчивости.

Исследовать влияние малой возмущении к явлению затягивание потерии устойчивости, в случае когда нули собственных значений лежать в числовой оси.

U 4.3.1. Пусть выполняется условийU4.1.1, U3.1.2, U3.1.4, U3.1.5, U3.1.6. комплексно сопряженные собственные значения $\lambda_k(t)$, в точке $t = \pm T_0$ имеет простой нуль.

З. При условии U 4.3.1, в областе D, исследовать влияние малой возмущении к решению задачи (4.3.1)-(4.3.2).

I. Пусть малая возмущения будет $\varepsilon h(t) \neq 0$.

Теорема 4.3.1. Пусть выполняется условия U4.3.1. Тогда в областе $D_1 \subset D$, существует единственное решение задачи (4.3.1) – (4.3.2) и для него справедлива оценка (4.1.11).

II. Пусть малая возмущения будет $\varepsilon h(t) = 0$.

Т.4.3.2. Пусть выполнеятся условия U4.3.1 и отсутствует малая возмущения. Тогда существует единственное решения задачи (4.3.1) – (4.3.2), и для него справедлива оценка (4.2.19).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе построения асимптотического разложения решения сингулярно возмущенной задачи, действительная часть собственных значений, определяют устойчивые и неустойчивые отрезки. А также собственные значения определяют порядок ценки решений и явление затягивание потери устойчивости.

В диссертационной работе рассмотрено еще одно возмущение, влияющие к явлению затягивания потери устойчивости. Это возмущение назавем малым возмущением. В зависимости от того, она равна нулю, или отлично от нуля, описано выполнение или невыполнение являния затягивания потери устойчивости. Приведены примеры.

В диссертации мы ограничивались рассмотрением двухкратных собственных значений. При рассмотрении кратных собственных значений более выского порядка получаемая оценка не меняется. Поэтому этот случай теряеть свою актуальность.

ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Диссертация носит теоретический характер, и мы рекомендуем использовать системы сингулярных возбужденных уравнений при решении различных прикладных задач квантовой механики, теории колебаний, радиотехники, гидродинамики и других явлений.

Результаты исследования рекомендуется использовать на лекциях по теории сингулярных возбуждений на специальных курсах подготовки магистров и бакалавров по направлениям «Математика», «Прикладная математика и информатика», «Физико-математическое образование». «Математика и информатика».

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. **Акматов, А.А.** Поведение решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости [Текст] / С. Каримов // Естественные и технические науки. – Москва. 2006. №1(21). – С. 14-19.

(https://drive.google.com/file/d/1tpXA4aIdgsnDO2ZhcHLo2mH9ftbK2_TR/view?usp=sharing)

2. **Акматов, А. А.** Поведение решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости II. [Текст] / С. Каримов // Естественные и технические науки. – Москва. 2006. №2(22). – С. 14.

(https://drive.google.com/file/d/1yc4bf-9gHM5xpznlfreiKGeiVJUIJl3G/view?usp=sharing)

3. **Акматов, А.А.** Асимптотическое поведение решений сингулярно возмущенных задач в случае неоднократной смены устойчивости. [Текст] / А. А. Акматов // Вестник ОшГУ. Ош. №5. – 2008. – С. 79-82.

(https://drive.google.com/file/d/1sZ2HuMwalmNbAjmH-l8m6YbQCH1YGBOy/view?usp=sharing)

4. **Акматов, А.А.** Исследование решений системы сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений, когда собственные значения матрицы имеют мнимые части. [Текст] / С. Каримов // Вестник ОшГУ. – Ош. 2021. №1. – С. 61-69. (https://elibrary.ru/item.asp?id=46561748)

5. **Акматов, А.А.** Комплекстик тегиздикте Френель интегралдарынын асимптотикалык ажыралмасы. [Текст] / А. А. Акматов // Вестник ОшГУ. Ош. №2. – 2021. – С. 19-25. (https://elibrary.ru/item.asp?id=47406380)

6. **Акматов, А.А.** Сингулярдуу козголууга ээ болгон дифференциалдык теңдемелердин чечимин изилдөөдө чегериштердин таасири. [Текст] / А. А. Акматов // Вестник ОшГУ. Ош. №1. – 2022. – С. 47-55.

(https://elibrary.ru/item.asp?id=48614386)

7. **Акматов, А.А.** Сингулярдык козголгон маселенин чечимин изилдөө. [Текст] / А. А. Акматов // Вестник ОшГУ. Ош. №2. – 2021. – С. 26-33.

(https://elibrary.ru/item.asp?id=47406382)

8. **Акматов, А.А.** Асимптотика решений системы сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений. [Текст] / А. А. Акматов // Журнал бюллетень науки и практики. Москва. №5. – 2022. – С. 24-31.

(https://elibrary.ru/item.asp?id=48615955)

9. **Акматов, А.А.** Исследование решений системы сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений. [Текст] / А. А. Акматов // Журнал бюллетень науки и практики. Москва. №5. – 2022. – С. 15-23.

(https://elibrary.ru/item.asp?id=48615954)

10. **Акматов, А. А.** Поведения решения нелинейной задачи в случае смены устойчивости. [Текст] / А. М. Токторбаев, К. К. Шакиров // Журнал бюллетень науки и практики. Москва.Т.8. №7. – 2022. – С. 12-20.

(https://elibrary.ru/item.asp?id=49188284)

11. **Акматов, А. А.** Прикладные задачи теории возмущений. [Текст] / А. М. Токторбаев, Замирбек кызы Н // Журнал бюллетень науки и практики. Москва.Т.8. №12. – 2022. – С. 36-42. (https://elibrary.ru/item.asp?id=50015712)

12. **Акматов, А.А.** Об устойчивости решений сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений. [Текст] / А. А. Акматов // Журнал бюллетень науки и практики. Москва. №3. – 2023. – С. 39-46.

(https://elibrary.ru/item.asp?id=50403770)

13. **Акматов, А.А.** Исследования решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений. [Текст] / А. А. Акматов // Журнал бюллетень науки и практики. Москва. №3. – 2023. – С. 33-38.(https://elibrary.ru/item.asp?id=60775104)

14. **Акматов, А. А.** Эки жактуу туруктуу аймактагы чечимдин асимптотикасы. [Текст] / С. Каримов // Вестник Жалал-Абадского государственного университета. Жалал-Абад. 2023. – С. 45-50. (https://elibrary.ru/item.asp?id=54300198)

15. **Акматов, А. А**. Кичине козголуунун сингулярдык козголгон теңдеменин чечиминин туруктуулугунун узартылышына тийгизген таасири. [Текст]/ А. А. Акматов // К. Алымкуловдун 80 жылдык юбилейине рналган “Математика жана билим берүүнүн актуалдуу маселелери” аттуу эл аралык илимий конференциянын материалдары, I бөлүм, - 2023.-С.178-184.

16. **Акматов, А.А.** Влияние малой возмущении к решению сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений. [Текст]/ А. А. Акматов// Современные роблемы дифференциальных уравнений и их приложения. Международная научна конференция Ташкент, 23-25 ноября 2023 года.Тезисы Докладов.Часть 1. –С. 26.

17. **A. A. Akmatov.** Bistability of Solitions to a Nonlinear Problem. [text]/ A. Toktorbaev., K. Shakirov// AIP conference Proceedings 3085, 020013. -2024.

(https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85186080334&origin=AuthorNamesList&txGid=b713a85b399db0b2f7ce1093bc647aff&isValidNewDocSearchRedirection=false)

Акматов Абдилазиз Алиевичтин “Туруктуулук шарты өзгөргөн учурда сингулярдык козголгон теңдеменин чечиминин асимптотикасын баалоо (Туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилер эселүү болгон учур)” деген темада 01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдуу башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: кичине параметр, сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдеме, деңгээл сызык, асимптотика, область, туруктуулук, чечим, козголуу, удаалаш жакындашуу методу.

Изилдөөнүн обьектиси: сызыктуу эмес сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдеме жана теңдемелердин системалары, бир жана эки эселүү чыныгы, комлекстүү жана комплекстүү түйүндөш өздүк маанилер.

Изилдөөнүн предмети: кичине козголуунун чечимдин туруктуулугунун узартылыш кубулушуна тийгизген таасирин аныктоо, сингулярдык козголгон маселенин чечиминин асимптотикалык ажыралмасын тургузуу.

Изилдөөнүн максаты: Сингулярдык козголгон маселенин чечиминин асимптотикалык ажыралмасын тургузуу.

Изилдөөнүн методдору: удаалаш жакындашуу, математикалык индукция, карама каршысынан далилдөө методдору, деңгээл сызыктар методу.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы: өздүк маанилердин табиятына жана кичине козголуунун бар же жок экендигине карата, туруктуулуктун жоголушунун узартылыш кубулушунун өзгөчөлүктөрү.

Алынган жыйынтыктардын теориялык жана практикалык маанилүүлүгү: алынган жыйынтыктар сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин чечиминин туруктуулугун изилдөөдө жана оптикада, гидродинамикада ар түрдүү термелүү жараяндарын изилдөөдө колдонууга болот. Изилдөөнүн жыйынтыктары ошондой эле сингулярдык козголуулар теориясы боюнча магистрлерди жана бакалаврларды даярдоонун атайын курстарында лекцияларды окууда колдонуу сунушталат.

РЕЗЮМЕ

диссертации Акматова Абдилазиза Алиевича на тему «Оценка асимптотики решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости (случай, когда собственные значения определяющие устойчивости кратные)» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: малый параметр, сингулярное возмущенное дифференциальное уравнение, линия уровня, асимптотика, область, устойчивость, решение, возмущение, метод последовательных приближений.

Обьект исследования: нелинейные сингулярно возмущенные уравнение и систем уравнений, скалярные и двухкратные действительные, комплексные и комплексно сопряженные собственных значений.

Предмет исследования: определение влияние малой возмущении к явлению затягивание потерии устойчивости, построить асимптотические разложения сингулярно возмущенной задачи.

Цель исследования: построить асимптотического разложения решения сингулярно возмущенной задачи.

Методы исследования: последовательная приближения, математическая индукция, методы доказательства от противного, метод линии уровня.

Научная новизна исследования: Особенности явлении затягивание потерии устойчивости зависящее от природы собственных значений, а также отсутствии или наличии малой возмущении.

Теоретическая и практическая значимость полученных результатов: полученные могут быть использованы при исследовании устойчивости решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений и при изучении различных колебательных процессов в оптике и гидродинамике. Результаты исследования также рекомендуется использовать на лекциях по теории сингулярных возмущений на курсах подготовки магистров и бакалавров.

SUMMARY

dissertation "Estimation of the asymptotic behavior of solutions of singularly perturbed differential equations in the case of a change in stability (the case when the eigenvalues that determine stability are multiples)" of Akmatov Abdilaziz Alievicha is submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences by the specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control

Key words: small parameter, singular perturbed differential equation, level line, asymptotics, region, stability, solution, perturbation, method of successive approximations.

Research object: nonlinear singularly perturbed equations and systems of equations, scalar and double real, complex and complex conjugate eigenvalues.

Subject of research: determining the influence of a small perturbation on the phenomenon of prolongation of loss of stability, constructing asymptotic expansions of the singularly perturbed problem.

Research purpose: construct an asymptotic expansion of the solution to a singularly perturbed problem.

Research methods: successive approximation, mathematical induction, methods of proof by contradiction, level line method.

Scientific novelty of the research: Features of the phenomenon of prolonged loss of stability depend on the nature of the eigenvalues, as well as the absence or presence of a small disturbance.

Theoretical and practical significance of the results obtained: the results obtained can be used in studying the stability of solutions of singularly perturbed differential equations and in studying various oscillatory processes in optics and hydrodynamics. The results of the study are also recommended for use in lectures on the theory of singular perturbations in master's and bachelor's courses.