**ОШСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ИМЕНИ М.М. АДЫШЕВА**

*На правах рукописи*

***УДК: 519.63(575.2)(043)***

**Курманалиева Гульзат Салыевна**

**Разработка численного решения прямой и обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну**

05.13.18 - математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

**Научный руководитель:**

доктор физико-математических наук,

профессор Сатыбаев А.Дж.

**Ош - 2025**

**СОДЕРЖАНИЕ**

[**ВВЕДЕНИЕ 4**](#_Toc182497700)

[**ГЛАВА 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ 9**](#_Toc182497701)

[**ГЛАВА 2. МЕТОДОЛОГИЯ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ 16**](#_Toc182497702)

[**ГЛАВА 3. ПРЯМАЯ ЗАДАЧА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА ДЕЙСТВИЙ ПО НЕРВНОМУ ВОЛОКНУ 21**](#_Toc182497703)

[3.1. Существование решения двумерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну 21](#_Toc182497704)

[3.2. Единственность решения двумерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну 41](#_Toc182497705)

[3.3. Численное решение одномерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну 44](#_Toc182497706)

[3.4. Численный метод решения двумерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну 51](#_Toc182497707)

[**ГЛАВА 4. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА ДЕЙСТВИЙ ПО НЕРВНОМУ ВОЛОКНУ. 60**](#_Toc182497708)

[4.1. Разработка численного алгоритма определения коэффициентов одномерной обобщенной обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну 60](#_Toc182497709)

[4.2. Разработка регуляризованного решения одномерной обратной задачи процесса распространения нервного импульса по нервному волокну 67](#_Toc182497710)

[4.3. Теоретические основы связи задачи параболического типа и задачи гиперболического типа 74](#_Toc182497711)

[**ГЛАВА 5. ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ И РЕАЛИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА ПО НЕРВНОМУ ВОЛОКНУ 76**](#_Toc182497712)

[5.1. Анализ численного алгоритма прямой гиперболической задачи распространения потенциала действия нервного волокна 76](#_Toc182497713)

[5.2. Анализ алгоритма вычисления конечно-разностного регуляризованного решения и численная реализация одномерной обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну 86](#_Toc182497714)

[5.3. Анализ численного алгоритма и реализации связующего интеграла параболической задачи и гиперболической задачи РПДНВ 107](#_Toc182497715)

[**ЗАКЛЮЧЕНИЕ 118**](#_Toc182497716)

[**ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ 119**](#_Toc182497717)

[**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 120**](#_Toc182497718)

[**ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ГРАФИКИ ПРЯМЫХ ЗАДАЧ 130**](#_Toc182497719)

[**ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ГРАФИКИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ 138**](#_Toc182497720)

[**ПРИЛОЖЕНИЕ 3. ГРАФИКИ ОБРАТНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ЗАДАЧ 147**](#_Toc182497721)

[**ПРИЛОЖЕНИЕ 4. ЛИСТИНГ ПРОГРАММЫ 155**](#_Toc182497722)

[**ПРИЛОЖЕНИЕ 5. АКТ ВНЕДРЕНИЯ 170**](#_Toc182497723)

[**ПРИЛОЖЕНИЕ 6. АВТОРСКИЕ СВИДЕТЕЛЬСТВА НА ЭВМ 172**](#_Toc182497724)

# ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы диссертации.** Диссертационная работа посвящена разработке моделирования, численного метода и алгоритма прямой и обратной задачи распространения потенциала действия по нервному волокну. Изучение механизмов распространения потенциала действия по нервным волокнам имеет ценность в различных областях, таких как нейрофизиология, нейрохирургия, реабилитация и разработка новых методов диагностики и лечения нервных заболеваний. Разработка численного решения прямой и обратной задачи распространения потенциала действия позволит более подробно изучить процессы возникновения и распространения электрических сигналов в нервной системе. Это важно для понимания работы нервных волокон и механизмов передачи информации в нервной системе. Точное моделирование этих процессов поможет расширить наши знания о функционировании нервной системы и может привести к разработке новых методов диагностики и лечения нервных заболеваний.

Одной из основных задач данной работы является разработка математической модели, описывающей распространение потенциала действия по нервным волокнам. Создание такой модели позволит проводить численное моделирование процессов, что в свою очередь поможет исследователям более глубоко изучить различные характеристики распространения потенциала действия. Разработанный численный подход может послужить основой для создания компьютерных алгоритмов, которые помогут анализировать и интерпретировать результаты экспериментов.

Кроме того, предложенная в работе разработка численного решения прямой и обратной задачи распространения потенциала действия может иметь практическое применение в области нейрохирургии и нейрореабилитации. Понимание процессов обратного распространения потенциала действия может помочь в разработке новых методов стимуляции нервной системы, которые могут быть использованы, например, для восстановления функций при неврологических заболеваниях или травмах.

Таким образом, разработка моделирования, численного решения прямой и обратной задачи распространения потенциала действия по нервному волокну является актуальной исследовательской задачей, которая может привести к новым открытиям и практическому применению в области нейрофизиологии, нейрохирургии и реабилитации.

**Связь темы диссертации с приоритетными научными направлениями, крупными научными программами (проектами), основными научно-исследовательскими работами, проводимыми образовательными и научными учреждениями.** Работа является инициативной.

**Цель и задачи исследования.** Целью диссертационного исследования является создание математической модели, описывающей распространение потенциала действия вдоль нервного волокна и восстановления неизвестного параметра. В рамках работы разрабатывается алгоритм численного решения данных задач, основанный на конечно-разностном регуляризованном методе. Также проводится анализ компьютерной реализации предложенного алгоритма для обеспечения его эффективности и точности. В рамках достижения поставленной цели нами выделены следующие **задачи** исследования:

1. Проанализировать основные применяемые в нейрофизиологии математические модели распространения потенциала действий по нервному волокну (РПДНВ).

2. Исследовать корректность прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну, т.е. обосновать существование, единственность и устойчивость поставленной прямой задачи уравнения потенциала действия.

3. Построить конечно-разностное решение прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну.

4. Создать конечно-разностный регуляризованный метод определения радиуса нервной волокны или удельных сопротивлений нервного волокна, аксоплазмы и емкости мембраны (обратная задача).

5. Разработать численные алгоритмы решения прямой и обратной задачи уравнения потенциала действий нервного волокна на основе вышеуказанных методов.

6. На базе предложенных алгоритмов составить комплекс программ в среде программирования Delphi XE7.

**Научная новизна полученных результатов:**

* усовершенствована математическая модель прямой и обратной задачи РПДНВ с мгновенным и плоским источником;
* обоснована корректность решения прямой задачи РПДНВ: существование, единственность и устойчивость решения задачи РПДНВ в новой постановке;
* разработано конечно-разностное регуляризованное решение обратной задачи, проведены и анализированы численные реализации задач РПДНВ в новой постановке.

**Практическая значимость полученных результатов.** Практическая значимость диссертационной работы заключается в возможности применения её выводов для анализа процессов распространения возбуждения в биологических структурах. Разработанная модель, описывающая передачу импульсов в нервных волокнах, а также предложенные методики, алгоритмы и программные инструменты могут быть интегрированы в образовательные программы медицинских вузов. Это позволит расширить учебную базу и улучшить понимание механизмов функционирования нервной системы.

**Основные положения диссертации, выносимые на защиту:**

1. Математическая модель двумерной прямой и одномерной обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну.
2. Подтверждение существования, единственности прямой задачи распространения потенциала действия по нервному волокну.
3. Установление условной устойчивости решения двумерной прямой задачи уравнения распространения потенциала действий по нервному волокну.
4. Доказательство сходимости конечно-разностного решения, конечно-разностного регуляризованного решения для одномерных обратных задач уравнения распространения потенциала действий по нервному волокну (РПДНВ).
5. Численные алгоритмы решения, разработанные на основе конечно-разностного регуляризованного метода и программная реализация прямых и обратных задач уравнения распространения потенциала действий по нервному волокну.
6. Результаты численных решений и анализ эффективности предложенных алгоритмов и программ, представленные в виде графиков и детального анализа полученных решений.

**Личный вклад соискателя** состоит в проведении самостоятельных исследований, в получении научных результатов, их анализе и формулировании основных выводов, разработке численного алгоритма решения на основе конечно-разностного регуляризованного метода и программная реализация прямых и обратных задач уравнения распространения потенциала действий по нервному волокну.

**Методы исследования.** Автором доказана возможность комбинированного использования метода выпрямления характеристики, метода выделения особенностей, метода конечных разностей, метода обращения разностной схемы и конечно-разностного регуляризованного метода для решения обратных задач уравнения распространения потенциала действий по нервному волокну.

Постановка задач исследования, обсуждение и внедрение полученных результатов проводились совместно с научным руководителем, профессором А.Дж. Сатыбаевым.

**Апробации результатов диссертации.** Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих научно-практических конференциях:

- международная научная конференция «Проблемы современной математики и ее приложения», посвященная 70-летию академика Борубаева Алтая Асылкановича, Бишкек 16-18 июня, 2021 года;

- 10th International Conference “Inverse Problems: Modeling and Simulation” held on May 22-28, 2022, Malta;

- международная научно-практическая конференция «Строительная наука и образование: интеграция вузовской науки в устойчивое инновационное развитие страны», посвященная к 30-летию образования КГУСТА им. Н.Исанова, Бишкек, 27-28 мая 2022 года;

- международная научная конференция “Обратные и некорректные задачи в естествознании”, г.Алматы, 11-12 апреля 2023 года;

- VII Всемирный конгресс математиков Тюркского мира, Казакстан, город Туркестан, 20-23 сентября 2023 года.

**Полнота отражения результатов диссертации в публикациях.** Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 11 научных работах, из них 6 - в журналах, рекомендованных НАК ПКР; - 1 в материалах международной научной конференции; 1 - в зарубежном периодическом издании; 1 - в журнале, индексируемом в системе Scopus; 2 авторских свидетельства Кыргызпатента на созданные программы ЭВМ.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из оглавления, введения, пяти глав, которые разбиты на разделы и заключений по главам, заключения, практических рекомендаций, списка использованных источников из 90 наименований и 6 приложений. Основное содержание диссертации изложено на 172 страницах.

Автор выражает искреннюю благодарность научному руководителю д.ф.-м.н., профессору А.Дж. Сатыбаеву за постановки задач, идею в исследовании метода, за советы и обсуждения на этапах формирования данной диссертации, а также за постоянное внимание к работе.

# ГЛАВА 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Моделирование прямой и обратной задачи распространения потенциала действия по нервному волокну представляет значительный интерес для исследования нервной системы и понимания ее функциональных особенностей.

Во второй половине XX века началось развитие методов математического моделирования электрических явлений, происходящих в живых организмах. А.Л.Ходжкин и А.Ф.Хаксли предложили модель, описывающую процессы генерации и передачи электрических сигналов в гигантских аксонах кальмаров в 1952-году. С тех пор было создано множество моделей, описывающих процессы электрического возбуждения. Эти модели могут быть классифицированы на несколько категорий.

Первая категория моделей включает в себя модели ионных токов. Примерами таких моделей являются модель Ходжкина-Хаксли [78-83] и некоторые её модификации [85]. Эти модели описывают процессы ионных токов (K+, Ca+) протекающих через клеточные мембраны и включают множество переменных и параметров.

Поскольку эти модели включают множество уравнений, их характеризует значительная вычислительная сложность.

Эйкональные модели [88] входят во вторую категорию этих моделей. Они очень просты и описывают только время, за которое деполяризационная волна распространяется от одной точки пространства до другой. Эти модели не дают достаточно точного описания процессов реакций, происходящих при электрическом возбуждении тканей.

Третья группа моделей, называемых феноменологическими моделями, представляют собой описание возникновения потенциала действия и его распространение вдоль клеточных мембран. Эти модели делятся на мономоденные, описывающие трансмембранный потенциал, и бидоменные, моделирующие внутриклеточные и внешклеточные потенциалы. Остановимся на обзоре некоторых из них более подробно.

В работах Е.В.Максименко [34–37] разработана солитонная модель изменения трансмембранного потенциала нервного волокна при распространении по нему возбуждения. Точное аналитическое решение задачи распространения нервного импульса в рамках модели Ходжкина–Хаксли на основе интегрального преобразования Лапласа и теоремы Эфроса, когда входной импульс возбуждения отклоняется от ступенчатой функции Хевисайда, получено в работе И.Т.Селезова, Л.В.Морозова [67].

В работе Богатова Н.М. и др. [7] проведен анализ изменения формы потенциала действий при его распространении в нервном волокне и показано, что генерация заряда в нервном волокне обуславливает эффективной длины и уменьшение фазовой скорости распространения сигнала. Установили, что высокая эффективность распространения сигнала в миелиновых нервных волокнах достигается в результате сальтаторного механизма распространения.

Основной целью совместной работы Н.М.Богатова с другими авторами [8] является обобщение модели распространения потенциала действия с учетом генерации потенциала в каждом участке волокна и анализ изменения сигнала, когда форма импульса возбуждения соответствует реально наблюдаемой.

В совместной работе Е.М.Андреева с В.В.Бавиным [4] представлена разработанная программная среда моделирования нейронных культур, описывающая нейронное взаимодействие на клеточном уровне. Большинство процессов рассматривается на феноменологическом уровне взаимодействия ионов Na+, K+, Cl-, Cl2+. Полученная модель, созданная на основе модели Ижикевича, позволяет изучить процессы взаимодействия неоднородных нейронных структур и результат их совместной деятельности.

В последнее время было проведено множество исследований, посвященных численным обратным задачам. Например, в статье Новоселова В.С. [41] предложено физическое доказательство применимости уравнения Кортевега-де Фриса для описания распространения нервного импульса в немиелинизированном нервном волокне. В статье построено моделирование нервного импульса с помощью трех кусочно-линейных моделей: упрощенная модель, имитационной модели Фитц Хью-Нагумо и модели Ходжкина-Хаксли.

В статье Новоселова В.С. [43] разработана математическая модель возбуждения клеток миокарда с учетом структуры бегущего импульса и кинетических уравнений мышечного сокращения. Предлагаемая модель качественно правильно отвечает основным нюансам физиологической задачи по управлению автоволновых процессов сердечного возбуждения.

В диссертационной работе исследуется прямая и обратная задача распространения потенциала действий по нервному волокну. Прямая задача заключается в определении распределения потенциала действия вдоль нервного волокна в ответ на внешние стимулы или внутренние сигналы. Обратная задача, в свою очередь, состоит в восстановлении характеристик стимула исходного сигнала по заданным параметрам потенциала действия.

Уравнение распространения потенциала действия по нервному волокну задается так называемым телеграфным уравнением параболического вида [71], и это параболическое уравнение в нашей диссертационной работе приводится к гиперболическому уравнению при помощи связного интеграла [см.12.стр 235, стр.343].

Для численного решения поставленной задачи, мы используем конечно-разностный регуляризованный метод. Конечно-разностный регуляризованный метод является одним из численных методов, применяемых для решения обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну. Этот метод позволяет аппроксимировать процесс распространения потенциала действий на сетке с дискретизацией по времени и пространству.

Для использования конечно-разностного регуляризованного метода для численного решения обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну требуется выполнить несколько шагов.

Шаг 1: Постановка задачи. Рассмотрим задачу, требующую решения в рамках конечно-разностного метода. Определим исходные данные и параметры, которые будут использоваться для регуляризации.

Шаг 2: Дискретизация. Разобьем область определения на сетку, задав шаги по пространственным и временным переменным. Каждый узел решающей сетки будет представлять собой конечное множество значений.

Шаг 3: Формулировка разностной схемы. Применим метод конечных разностей для преобразования дифференциальных уравнений в алгебраическую форму, используя центральные, прямые или обратные разности, в зависимости от задачи.

Шаг 4: Регуляризация. Включаем регуляризующий член в уравнение. Это может быть, например, штраф за высокие значения производных или добавление L2-регуляризации для сглаживания результатов.

Шаг 5: Решение системы. Составим и решим получившуюся систему линейных или нелинейных уравнений, используя, например, метод якоби или метод градиентного спуска.

Шаг 6: Анализ результатов. Проверим полученное решение на устойчивость и корректность, сравнив с исходными данными и теоретическими ожиданиями, при необходимости проведя донастройку параметров регуляризации.

Следует отметить, что с точки зрения физики формулировка данного метода является вполне естественной, поскольку в его основе лежит теория характеристик, которая активно используется для анализа особенностей решения прямой задачи и изучаемой среды. Идея использования конечно-разностного регуляризованного метода для определения коэффициентов гиперболического уравнения впервые была предложена А.С. Алексеевым [1] в 1967 году. В настоящее время этот подход применяется для решения обратных задач в областях сейсмики, акустики и электродинамики. В совместных исследованиях, проведенных С.И. Кабанихиным с Ж.А. Ахметовым [14], К. Бобоевым [16], А.Дж. Сатыбаевым [17, 18] конечно-разностный регуляризованный метод был использован для анализа обратных задач, связанных с гиперболическими уравнениями. В монографии [51] было доказано, что конечно-разностный регуляризованный метод обладает свойством сходимости.

В научных исследованиях, проведенных учеными из Кыргызстана, конечно-разностный регуляризованный метод был использован для численного решения обратных задач в области акустики и электродинамики. Были разработаны программные комплексы для реализации алгоритмов этих задач. В работе А.Дж. Сатыбаева было исследовано конечно-разностное регуляризованное решение обратных задач гиперболического типа [58]. А в другой работе [60] была проведена конечно-разностная регуляризация интегрального уравнения Вольтерра первого рода с получением оценки регуляризации. Для обратной задачи в электромагнитных процессах, А.Т. Маматкасымовой и А.Дж. Сатыбаевым было построено конечно-разностное регуляризованное решение с оценкой сходимости [62].

В ближнем СНГ обратные задачи исследуют ученые Ч.Аширалиев, С.З.Жамалов, Б.Саматов (Узбекистан), М.Т.Дженалиев, Г.Баканов, М.Бектемесов, Б.Рысбай улы, С.Касенов, Е.Бидайбеков (Казакстан) [6,9,11].

В диссертационной работе рассматривается прямая и обратная задача распространения потенциала действий по нервному волокну, так как обратные задачи имеют существенно большую численную трудоемкость, чем прямые, в диссертации рассматривается обратная задача для одномерных и двумерных моделей распространения потенциала действия и она посвящена поиску и восстановлению неизвестных параметров, характеризующих потенциал действия вдоль нервного волокна.

Модель Фитц-Хью-Нагумо дает хорошую точность моделирования таких наблюдаемых параметров, как продолжительность импульса и скорость его распространения [89,86,75], но некоторые другие характеристики процесса, такие как форма импульса и восстанавливающие свойства среды, модель Фитц-Хью-Нагумо описывает не достаточно точно [74,76].

Исследование параметров при распространении потенциала действий важно для понимания и описания основных механизмов и регуляторов этого процесса в нервной системе. Распространение потенциала действий является фундаментальным процессом в нейрофизиологии и играет ключевую роль в передаче сигналов между нервными клетками.

Кроме того, исследование параметров может помочь в оптимизации моделей распространения потенциала действия и разработке новых технологий в области нейрофизиологии. Путем изменения параметров можно узнать о важных характеристиках системы, таких как оптимальная частота стимуляции, оптимальная амплитуда или зависимость от физических условий.

Также исследование параметров распространения потенциала действия предоставляет возможность изучения патологических состояний, связанных с нервной системой. Изменение параметров может помочь понять, какие аномалии проявляются в распространении потенциала действия при различных заболеваниях, таких как эпилепсия или болезнь Паркинсона. Это может способствовать разработке новых терапевтических подходов и методов лечения.

Итак, исследование параметров при распространении потенциала действия играет важную роль в понимании основных механизмов нервной системы, оптимизации моделей и разработке новых технологий, а также в изучении патологических состояний и поиске новых подходов для их лечения.

Конечно-разностный регуляризованный метод (К-Р-Р-М), который используется в данной диссертационной работе, является одним из эффективных численных методов для моделирования распространения потенциала действий по нервным волокнам. Вот несколько преимуществ этого метода:

1. Высокая точность: К-Р-Р-М позволяет достичь высокой точности при аппроксимации распространения потенциала действий. Это особенно важно для точного моделирования сложных биологических процессов и явлений, связанных с нервной системой.

2. Устойчивость: К-Р-Р-М обладает хорошей устойчивостью при численном решении дифференциальных уравнений, описывающих потенциал действия. Это важное свойство, которое позволяет избежать неустойчивых численных решений, которые могут привести к неправильным результатам.

3. Эффективность: К-Р-Р-М имеет эффективный алгоритм, что позволяет сократить время расчета. Это особенно актуально при моделировании больших систем нервных волокон с высокой пространственной разрешающей способностью. Благодаря оптимизации алгоритма, К-Р-Р-М может значительно сократить вычислительные затраты.

4. Гибкость и адаптивность: К-Р-Р-М позволяет легко адаптировать численное решение к различным условиям. Этот метод может быть применен для моделирования различных типов нервных волокон, учитывая их уникальные характеристики.

Преимущества конечно-разностного регуляризованного метода делают его привлекательным для моделирования распространения потенциала действий по нервным волокнам. Он обеспечивает высокую точность, устойчивость, эффективность и гибкость, позволяя исследовать различные аспекты данного процесса.

**Заключение по главе 1**

В главе 1 изложен общий обзор исследований по теме диссертации. Приведены результаты исследования различных авторов, а также результаты исследования обратных задач параболических и гиперболических уравнений динамического типа, подобных задаче рассматриваемой в данной диссертационной работе. Описан метод, применяемый автором для численного решения задачи.

**ГЛАВА 2. МЕТОДОЛОГИЯ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ**

**Объект исследования**. Объектом исследования данной диссертационной работы являются различные постановки прямых и обратных задач нейрофизиологии, а именно РПДНВ.

**Предмет исследования.** Предметом исследования в данной диссертационной работе являются математическая модель задач распространения потенциала действий по нервному волокну, численное решение прямой задачи, а также конечно-разностное регуляризованное решение обратной задачи и компьютерная реализация алгоритма.

Распространение потенциала действия по нервному волокну хорошо известна из курса физиологии (рисунок 2.1).

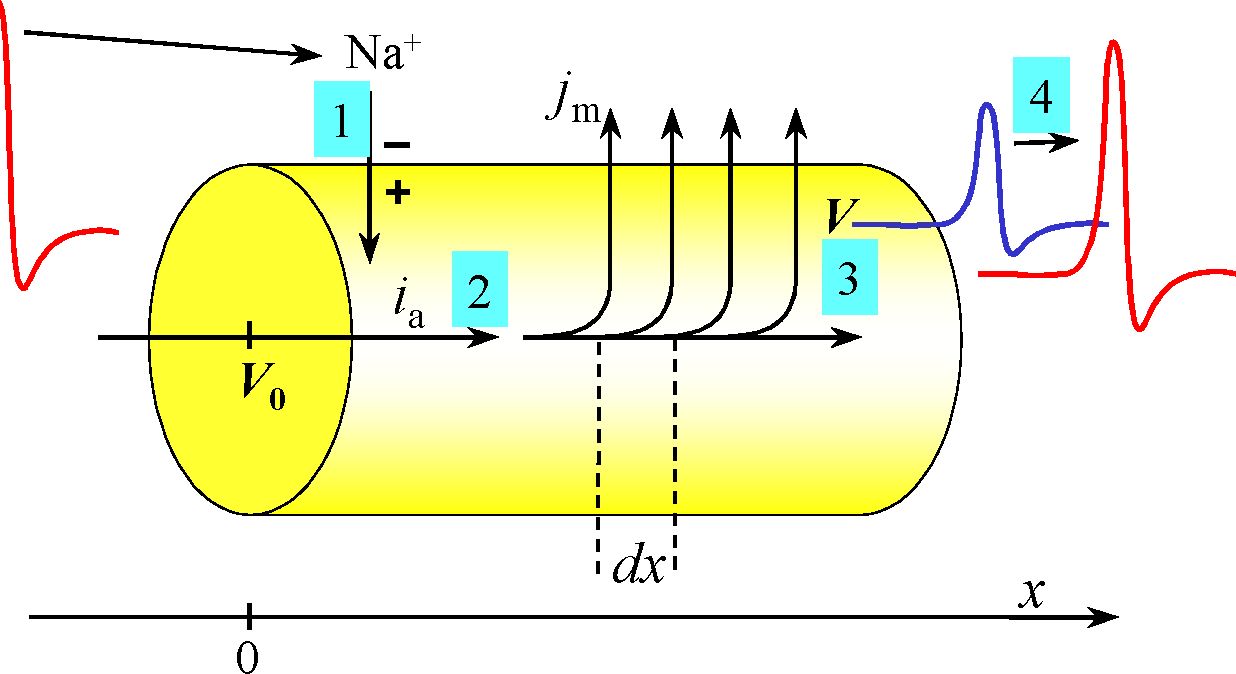


Рисунок 2.1 - Распространение потенциала действия по аксону кальмара

1 – Возбуждение нерва в каком-то участке приводит к деполяризации нервной мембраны: внутриклеточный потенциал увеличивается по сравнению с потенциалом покоя на некоторую величину V (при х=0 примем V=V0).

2 – Под действием разности потенциалов между участком в области возбуждения и соседним невозбужденным участком (с координатой х) в аксоплазме начинает протекать ток ia.

3 – Это в свою очередь приводит к снижению потенциала на мембране на величину V, которая зависит от х.

4 – Если деполяризация V в данной точке х окажется значительной (V>Vt порога возбуждения), произойдет возбуждение мембраны в этом месте и т.д.

Нервный импульс распространяется вдоль аксоны (нервного волокна) с некоторой скоростью без изменения амплитуды. Перемещение потенциала действий связано с перемещением вдоль аксоны локальной (местной) деполяризации с положительным знаком заряда внутри мембраны. По мере продвижения волны деполяризации происходит реполяризация, так что в каждый данный момент небольшой участок нервного волокна оказывается деполяризованным.

Возбуждение мембраны описывается уравнением Ходжкина-Хаксли [71]:

 (2.1)

где  – ток через мембраны,  - емкость мембраны, – сумма ионных токов через мембраны,  – потенциал действий.

Распространение потенциала по нервному волокну задается следующим телеграфным уравнением [71]:

 (2.2)

где,  – радиус нервной волокны (аксоны), – удельное сопротивление плазмы нервной волокны,  – ёмкость на единицу площади мембраны, – удельное сопротивление вещества мембраны, – толщина мембраны, – потенциал действий, индексы m – мембрана, a – аксона.

Телеграфное уравнение (2.2) является математической моделью для описания распространения нервного импульса или потенциала действия по нервному волокну. Это уравнение основано на принципах электродинамики и описывает изменение электрического потенциала вдоль нервного волокна в зависимости от времени и пространственных координат.

Телеграфное уравнение позволяет исследовать различные аспекты распространения нервного импульса, такие как скорость распространения, форма импульса, влияние различных параметров и условий на распространение. Оно является одной из важных моделей, используемых в нейрофизиологии для изучения функционирования нервной системы.

В нейрофизиологии начальные и граничные условия задаются в следующем виде:

, (2.3)

, , (2.4)

где  – дельта функция Дирака, , ,  – заданные постоянные,  -тета функция Хевисайда, 

Одномерная прямая задача нейрофизиологии заключается в определении функции  – распространения потенциала действий из задачи (2.2)–(2.4) при известных значениях функций  а также при известных значениях функций-источников .

Одномерная обратная задача нейрофизиологии заключается в определении источников стимуляции , которые передавая сигналы через волокно, приводят к распределению потенциала действия при известных значениях функций-источников , а также при задании дополнительной информации о решении прямой задачи на поверхности волокна

, , (2.5)

**Методы исследования.** Прямая задача распространения потенциала действия по нервному волокну является моделью, используемой для описания передачи электрического сигнала вдоль нервных волокон. В этой задаче предполагается, что нервное волокно представляет собой прямую линию, а потенциал действия, возникающий в одном участке волокна, распространяется вдоль него.

Обратная задача распространения потенциала действия по нервному волокну основана на обратной моделировании процесса распространения потенциала действия с целью определения источников или свойств стимула, которые могут вызвать установленный распределенный потенциал на поверхности волокна.

Для решения прямой и обратной задачи распространения потенциала действия используются уравнения, описывающие распространение электрического сигнала по волокну. Одно из таких уравнений – это телеграфное уравнение (2.2), которое учитывает пассивное распространение потенциала и активное распространение с помощью ионных каналов и насосов, присутствующих в мембране нервной клетки.

Подход к решению задачи в данной диссертационной работе заключается в численном моделировании распространения потенциала действия с использованием методов конечных разностей, конечных элементов, метода выпрямления характеристики, метода выделения особенностей и конечно-разностного регуляризованного метода, математическое моделирование, а также современные языки программирования для создания интерфейса программы, описывающего распространение потенциала.

Получение точных и аналитических решений прямых задач, тем более обратных задач, почти невозможны.

Основными приближенными методами решения прямых задач параболического и гиперболического типов являются: метод сеток, метод разностных схем, метод конечных элементов, метод Монте-Карло, метод Галеркина, метод Ритца и другие.

Перечислим методы решения прямых задач (см. лит. [19, 21, 22, 38, 54, 55, 56,68]). Разностные методы: метод сеток; интегро-интерполяционный метод; метод аппроксимации интегральных тождеств; вариационно-разностные методы, проекционный метод Галеркина, конечных элементов; граничных элементов, метод прогонки, редукции, релаксации, расщепления.

Перечислим методы решения обратных задач (см. лит. [6, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 23, 44, 49, 53, 69, 70]). Метод регуляризации; метод минимизации сглаживающего функционала; итерационные методы интегральных уравнений первого рода; градиентные методы; оптимизационные методы; разностные методы, проекционно-разностные методы, конечно-разностный регуляризованный метод.

При исследовании обратных задач по определению неизвестного коэффициента в параболических и гиперболических уравнениях в частных производных, учитывая начальные и граничные условия, а также дополнительную информацию, применяют различные методы математической физики. В первую очередь необходимо выделить сингулярную и регулярную части  как решения прямой задачи (2.2) – (2.4), используя метод выделения особенностей и получая соответствующие соотношения. Затем используется метод характеристик (Эйконала) для выпрямления харктеристики уравнения. После применения конечно-разностного метода получаем решение прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну.

А в обратной задаче, используя конечно-разностный регуляризованный метод получим решение обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну.

**Заключение по главе 2**

В данной главе отражены методология и методы исследования, охарактеризованы объект и предмет исследования. Рассматривается математическая модель распространения потенциала действий по нервному волокну, которая дана телеграфным уравнением параболического вида и при помощи связующего интеграла [12 стр.235, формула (8.1.7), стр.343, формула (11.1.13)] приводится к уравнению гиперболического типа (см. раздел 4.3 главы 4), оно и будет исследовано в последующих главах.

# ГЛАВА 3. ПРЯМАЯ ЗАДАЧА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА ДЕЙСТВИЙ ПО НЕРВНОМУ ВОЛОКНУ

В данной главе представлены основные научные результаты исследования, отраженные в научных публикациях, которые приведены в списке использованных источников как [24], [25], [27], [28], [87]. Постановка задачи принадлежит научному руководителю А.Дж. Сатыбаеву, совместные труды с которым приведены как [24], [25], [27].

## 

## **3.1. Существование решения двумерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну**

При возбуждении мембраны волокна в ней возникают электрические импульсы. Одиночный электрический сигнал в нервной системе принято называть потенциалом действий.

Передача нервного импульса по аксону (нервному волокну) осуществляется без потери интенсивности и с неизменной скоростью. При этом скорость распространения стабильного импульса находится в обратной зависимости от квадратного корня диаметра волокна.

Под потенциалом действий также подразумевается электрический сигнал, возникающий вследствие изменения ионной проницаемости мембраны и передачи возбуждения по нервным и мышечным тканям.

Для описания возбуждения мембраны применяется уравнение Ходжкина-Хаксли :



где  – ток через мембраны;  - емкость мембраны; – сумма ионных токов через мембраны;  – потенциал действий.

Для описания распространения потенциала вдоль нервного волокна в одномерном пространстве используется телеграфное уравнение :



где  – радиус аксоны (нервного волокна);  – удельное сопротивление плазмы аксоны;  – ёмкость на единицу площади мембраны;  – удельное сопротивление вещества мембраны;  – толщина мембраны; – потенциал действий; a – аксона; m – мембрана.

В данном разделе нами приводится обоснование одного из условий корректности задачи, заключающегося в существовании решения двумерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну [87].

**Постановка параболической задачи**

Процесс распространения потенциала действий вдоль нервного волокна в двумерном пространстве можно представить в виде математической модели, описываемой телеграфным уравнением параболического типа [71]:

 (3.1.1)

где  – емкость на единицу площади мембраны;  – радиус нервной волокны;  – удельное сопротивление вещества мембраны;  – удельное сопротивление плазмы нервного волокна;  – толщина мембраны,  – внутриклеточный потенциал действий; – оператор Лапласа.

Начальное и граничное условие задано следующими уравнениями:

 (3.1.2)

где  - заданные функции;  - тета функция Хевисайда; 

Прямой параболической задачей является определение функции  из задачи (3.1.1) – (3.1.2) при заданных значениях коэффициентов  и функциях 

Далее из параболического уравнения перейдем к гиперболическому с помощью связующего интеграла [12, стр. 235, формула 8.1.7; стр. 343, формула 11.1.13].

**Эквивалентная прямая гиперболическая задача**

Предположим, что рост коэффициентов уравнений   медленнее, чем функции  где  - положительно-постоянные и 

Это условие для применения связующего интеграла для перехода к гиперболическому уравнению от параболического уравнения [12, стр. 235, стр. 343].

Выполним нижеследующие выкладки:







Получаем при :





Таким образом, получили гиперболическое уравнение из параболического.

**Формулировка гиперболической задачи**

В медицинских исследованиях математическая модель распространения потенциала действия по нервному волокну может быть описано телеграфным уравнением гиперболического типа [71]:

 (3.1.3)

где - удельное сопротивление вещества мембраны;  - толщина мембраны;  - радиус аксоны;  - емкость на единицу площади мембраны;  - удельное сопротивление плазмы неврного волокна; индексы  - мембрана и аксоны;  - внутриклеточный потенциал действий;  – оператор Лапласа.

В целях поиска решения уравнения (3.1.3) требуется задать начальные и граничные условия, в нашем случае они будут следующими:

(3.1.4)



где,  - дельта функция Дирака;  - тета функция Хевисайда;  - известные функции, 

По первому условию (3.1.4) до значения  нервно-волоконная среда будет находиться в состоянии покоя, тогда как при значении выше  начинается распространение потенциала действия по нервному волокну.

Второе условие (3.1.4) предполагает действие силы мгновенного шнурового и плоского источников с величинами  на границе .

Требуется найти обобщенное решение задач (3.1.3) – (3.1.4), т.е. определить значения функции  при заданных коэффициентах  и значениях .

**Существование решения.** Предположим, что выполнены заданные условия для коэффициентов уравнения (3.1.3).

 (3.1.5)

где 



.

Преобразуем задачи (3.1.3) – (3.1.4) в регулярную задачу. Выпрямление характеристики требует введения новой переменной , являющейся решением задачи Эйконала в виде:

 (3.1.6)

требуется ввести также новые функции     

Решение прямой задачи представим в виде суммы сингулярной и регулярной частей:



где  - непрерывная функция.

Выполним следующие преобразования:









Полученная прямая задача с данными на характеристиках будет иметь вид:

 (3.1.7)

где

 (3.1.8)

 (3.1.9)

 (3.1.10)

 (3.1.11)

Получим следующие равенства, которые потребуются в дальнейшем:



Обобщенное решение прямой задачи представлено функцией удовлетворяющей равенство:

 (3.1.12)

где

Следует отметить, что существование решений волновых процессов в различных постановках исследуется и отражено в работах А.Дж. Сатыбаева и его учеников [59, 61, 63, 64].

**Конечно-разностный аналог вышеизложенной задачи**

Чтобы составить разностный аналог, предлагается ввести сеточную область:



Получим разностный аналог задачи:

 (3.1.13)

где разностные аналоги , , , будут иметь вид:

 (3.1.14)



 (3.1.15)

 (3.1.16)

 (3.1.17)

**Доказательство существования решения**

Используем кусочно-непрерывную функцию  внутри параллелепипеда:





 (3.1.18)

Предположим, что выполнены указанные условия:

 (3.1.19)

Продемонстрируем, что:

 (3.1.20)

Рассчитаем следующий интеграл при:





Введем обозначения 

Из этого вытекает, что:













Сложим на весь интервал и получим, что:

 (3.1.21)

Полученное неравенство касается и .

Докажем линейность функции  по t при 

Выполним вычисления:







Получим:

 (3.1.22)

Что доказывает линейность функции. Далее:





 (3.1.23)

Отсюда получим, что при  или  верно неравенство:



 (3.1.24)

Следовательно, доказана справедливость первого неравенства формулы (3.1.20).

Требуется доказать  при условии

Рассмотрим при 



Суммируем во всем интервале и обозначим:



получим, что:







 (3.1.25)

Отсюда получаем: .

Линейность функции  доказана.

Для доказательства , при. выполним следующие расчеты в прямоугольнике:

, : :



.

.

Вычислим интеграл :









.

Складываем при , 

 (3.1.26)

Докажем справедливость неравенства:



Далее подтвердим, что функция  линейная. Предположим, что  .

;

.

Следовательно:

 (3.1.27)

Что подтверждает линейность функции .







, что и требовалась доказать.

Далее требуется доказать, что , при .



;

;







.

Выполняя сложение при ;  получаем:

(3.1.28)

Аналогичное неравенство применимо и для .

Функцию  исследуем в параллелепипеде .

Получим: (3.1.29)

что свидетельствует о том, что функции  линейная.

Таким образом, нами доказано, что кусочно-непрерывные функции  ограниченные и линейные.

Далее требуется установить факт существования членов:  .

Для этого выбираем сходящиеся к вышеизложенным членам функции , обозначаем их: 

Предположим, что для  выполняются условия (3.1.19):

 (3.1.30)

Требуется доказать справедливость  при.







. (3.1.31)

При  получим:

 (3.1.32)

Дифференцируем (3.1.32) и получим: 

Обозначим: . Предположим, что для  выполняется неравенство, представленное в формуле (3.1.30). Докажем справедливость .



 (3.1.33)

Предположим, что  (3.1.34)

По итогам дифференцирования (3.1.34) определим, что .

Обозначая  и предполагая, что и для  выполняется неравенство вида (3.1.30), докажем, что :

 (3.1.35)

Таким образом, получим:

 (3.1.36)

Выбираем сходящиеся под последовательность сеточные функции , сходящиеся в дальнейшем к функциям , и в итоге к функциям .

Докажем существование производных: .

 что и требовалось доказать.

Обозначив через  и предположив, что выполняются следующие условия:

 (3.1.37)

получим: 

Интегрируя отдо  получим:



Таким образом, , дифференцировав которое имеем: 

Аналогично можно показать: 

Для подтверждения факта существования производной  используем:

Предположим, что выполняются условия:

 (3.1.38)



Результаты интегрирования от  до  будут иметь вид:



Следовательно, 

Данное равенство дифференцируем по у при .

Тогда и т.п.

Предположим, что  по  проходят через числовые последовательности  где 

и для каждой s определены конечно-разностные решения (3.1.9). С учетом того, что данные решения будут равны нулю вне характеристического угла, последовательность  для некоторой  слабо соответствует норме  и сильно соответствует норме  с функцией точнее  (3.1.39)

Здесь требуется подтвердить, что функция  - это обобщенное решение задачи (3.1.9) и равенство (3.1.16) верно. Для  равенство  (3.1.40) является справедливым.

Далее выполним преобразование каждого члена вышеуказанного равенства применяя формулы «суммирования по частям» и «дифференцирования произведений» (опускаем индекс s):







 (3.1.41)

Преобразуем (3.1.40):



 (3.1.42)

Далее перейдем к пределу при  и получим:

(3.1.43)

Обозначим кусочно-непрерывные функции волнистой чертой сверху, которые совпадают с функциями в узлах сетки соответственно. Все указанные кусочно-непрерывные функции сходятся к определенной функции, а сходятся слабо к соответствующим функциям  . Перейдем далее к пределу, и в результате получим обобщенное решение задачи (3.1.16). Теорема доказана.

ТЕОРЕМА 3.1.1. Пусть выполняются (3.1.5), (3.1.19), (3.1.30), (3.1.37), (3.1.38), функция  и производные второго порядка в области  и  В данном случае существует обобщенное решение задачи (3.1.9) в пространстве 

Из эквивалентности прямых задач (3.1.7) и (3.1.3) – (3.1.4) следует, что существует и обобщенное решение прямой задачи (3.1.3) – (3.1.4).

В связи с тем, что гиперболическая задача получена из параболической задачи (3.1.1) – (3.1.2) с помощью связующего интеграла, следует и существование обобщенного решения параболических задач (3.1.1) – (3.1.2).

## **3.2. Единственность решения двумерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну**

В данном параграфе представлено обоснование второго условия корректности задачи - единственность решения двумерной задачи (3.1.7), исследованной в предыдущем параграфе.

Для начала введем обозначения:

 (3.2.1)



Умножив каждый член уравнения (3.1.7) на , интегрировав их получим выражения:









Далее интегрируем по области 

где  уравнение (3.1.7) примет вид:



 (3.2.2)



Применяем  и получим:



Выполним вычисления других интегралов:









В результате вычислений приведенных выше выражений, используя введенные обозначения и нормы (3.2.1) преобразуем соотношение (3.2.2) [6]:

 (3.2.3)

Можарируем нормы:



С учетом последнего неравенства из последней формулы (3.2.3) получаем:

 (3.2.4)

Применяя энергетические неравенства для гиперболических уравнений из (3.2.4) получаем:

 (3.2.5)

Тогда: 

Таким образом, теорема доказана.

ТЕОРЕМА 3.2.1. Предположим, что коэффициенты уравнений  а также  непрерывны, у них есть непрерывные частные производные второго порядка и выполняется условие (3.1.5), имеется решение задачи (3.1.7), оно принадлежит к  Решение задачи в данном случае (3.1.7) единственно в области регулярности  и дается оценка:

 (3.2.6)

где 

Эквивалентность задач (3.1.7), (3.1.3) - (3.1.4), (3.1.1) – (3.1.2) показывает, что решение параболической задачи (3.1.1) – (3.1.2) единственно в области  при соблюдении условий теоремы 3.2.1.

## **3.3. Численное решение одномерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну**

В настоящем параграфе получено численное решение одномерной обобщенной прямой задачи распространения потенциала действий вдоль нервного волокна.

**Постановка задачи.** Математическую модель распространения потенциала действий по нервному волокну можно описать в виде параболического уравнения [5, 77, 78, 83, 84, 90]:

 (3.3.1)

где - плотность электрического тока; - емкость мембраны; -сопротивление, т.е. внешнее и внутреннее сопротивление электронов на единицы длины волокна;  - ионный ток.

Отметим, что ионный ток состоит из суперпозиции разности зарядов потенциалов:

 (3.3.2)

где , ;

,

 - коэффициенты от мембранного потенциала;  - коэффициент; - параметры; - температура;  - заряд электрона;  - внешняя и внутренняя концентрация калия или натрия.

Запишем уравнение (3.3.1) с ионным током (3.3.2) в удобном для нас виде [40, стр. 110; 8, стр. 138]:

, (3.3.3)

Для нахождения решения зададим начальное и граничное условие уравнения (3.3.3):

, ,  (3.3.4)

где  - положительно-постоянные;

 - тета функция Хевисайда,.

Прямая параболическая задача заключается в определении функции  - плотности электрического тока из (3.3.3) - (3.3.4).

С использованием связующего интеграла [12]

,  из (3.3.3) - (3.3.4) получим:

,  (3.3.5)

, ,  (3.3.6)

Прямой гиперболической задачей здесь является определение функции  из (3.3.5), (3.3.6) при заданных величинах коэффициентов  и постоянных .

Параметры уравнения (3.3.5) удовлетворяют условие:

, (3.3.7)

где ,

 - положительные постоянные.

Для выпрямления характеристики используем метод выпрямления характеристики и введем новую переменную:

, , . (3.3.8)

Введем также переменные:



Проведем выкладки:

, , ,

.

Подставим указанные выкладки в (3.3.5), (3.3.6) и получим:



,

где 

Из равенства получим: .

Прямая задача будет в виде:

,  (3.3.9)

. (3.3.10)

Методом В. Г. Романова [49] выделяем особенности, точнее отразим решение уравнения (3.3.9):

 (3.3.11)

где  - гладкая непрерывная функция.

Далее выполним выкладки:

,

,

,



.

Подставив в уравнение (3.3.9) выкладки, получаем:





.

Далее необходимо сократить в уравнении одинаковые члены, а также собрать их при одинаковых коэффициентах, приравнивая к нулю:

 ,

 ,

 .

Из данного уравнения получим: .

Поскольку коэффициенты уравнения являются ограниченными в связи с тем, что уравнение (3.3.9) гиперболическое, задача подлежит рассмотрению в определенной области. Учитывая, что решение задачи представлено в (3.3.11), задача с данными на характеристиках имеет вид:

,  (3.3.12)

,  (3.3.13)

, , , , ,  - известные,  - известная функция, поэтому  также известная функция, т.е. .

**Конечно-разностное решение гиперболической задачи**

Для начала вводится сеточная область:

, - шаги сетки по .

Применяя введенные сеточные обозначения [55] запишем разностные аналоги задачи (3.3.12) - (3.3.13) без учета малых членов:

,

 (3.3.14)

Отсюда получим конечно-разностную задачу:

,  (3.3.15)

. (3.3.16)

где ,

;

Покажем устойчивость решения прямой задачи предположив, что шаги сетки по  и  равны  и соблюдается условие Куранта-Лакса .

Разностное уравнение (3.3.15) примет вид:

,  (3.3.17)

Преобразуем сеточное уравнение (3.3.17) и получим:

 (3.3.18).

Определим рекуррентную формулу [40]:

,

,

,

,

… … … … … … … … … … …

,

… … … … … … … … … … …

,

,

,

,

… … … … … … … … … … …

.

Для получения разностного аналога интегральной формулы Даламбера второго рода последовательно подставляем вышеприведенные выражения в правую часть уравнения (3.3.18):

.

Подставляя значения  получаем:



, ,  (3.3.19)

Для численного определения функции  используем формулу (3.3.10):

, . (3.3.20)

Разностную формулу Даламбера (3.3.19) можно принимать за приближенного решения прямой задачи (3.3.12) - (3.3.13), за точное решение примем , которое является решением задачи (3.3.15) - (3.3.16) с малой величиной . Введем обозначения  и преобразуем :



, ,  (3.3.21)

В целях оценивания  введем обозначения:

,,,,, (3.3.22)

Для начала проведем оценку:

, , , . (3.3.23)

Далее оценим с учетом (3.3.22) - (3.3.23):

. (3.3.24)

С применением дискретного аналога неравенства Гронуолла – Беллмана из (3.3.19) оцениваем:

. (3.3.25)

Следовательно, нами доказана сходимость приближенного конечно– разностного решения задачи (3.3.15) - (3.3.16) к точному решению задачи (3.3.12) - (3.3.13) [27].

ТЕОРЕМА 3.3.1. Предположим, что решение задачи (3.3.5) - (3.3.6) существует,  и выполняются условия (3.3.7) - (3.3.8). В данном случае приближенное решение конечно-разностной задачи (3.3.14) сходится к точному решению прямой задачи (3.3.12) - (3.3.13) со скоростью порядка , имеющему оценку (3.3.25).

В связи с эквивалентностью задач (3.3.12) - (3.3.13), (3.3.5) - (3.3.6), учитывая выполнение условий теоремы 3.3.1, приближенное решение задачи (3.3.14) сходится к точному решению задачи (3.3.5) - (3.3.6) [27].

## **3.4. Численный метод решения двумерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну**

В данном подразделе представлен численный алгоритм для решения задачи (3.1.7) на основе конечно-разностного метода [25]. Его существование и уникальность были доказаны в подразделах 3.1 и 3.2.

**Конечно-разностное решение.** Теорему о сходимости конечно-разностного решения к точному докажем по методике, предложенной [62]. В ходе решения задачи (3.1.5) будут необходимы значения  при 

Для определения значения  при  используем (3.1.5), а остальных - (3.1.3):

 (3.4.1)

Применяя конечно-разностный метод построим приближенное решение задачи (3.1.5), для чего требуется введение равномерной сеточной области, разностных отношений и обозначений. Затем, чтобы сократить обозначения (3.1.5), отбрасывать или частично отбрасывать индексы *i, j, k* в решении разностной схемы:

 (3.4.2)

 (3.4.3)

 (3.4.4)

Опуская малые члены  получим разностную задачу (3.1.7):

 (3.4.5)

где

 - разностные аналоги функции;

 - соответственно;

индекс  показывает направление координат.

Обозначим и введем нормы:



Умножив все члены сеточного уравнения (3.4.5) на , получаем дискретный аналог дифференциального произведения [25]:

















Умножаем каждый полученный выше элемент на  суммируем их по индексам . Применяя введенные ранее обозначения получим:













При этом означает, что суммирование выполняем по  от до  с характеристиками:



Выводятся аналогично другие выражения.

Решение задачи (3.1.7) равно нулю в границах , следовательно:







Проведем другие выкладки:







Из приведенного выше выражения получим оценки:







Далее оцениваем их:











Проведем оценку каждого выражения по отдельности:







Оцениваем дальше:









Оценка последнего выражения выглядит следующим образом:



Из полученных выше оценок из уравнения (3.1.7) получим:











 (3.4.6)

где 

Преобразуем (3.4.6) и получим:

 (3.4.7)

где ;





Из равенства  вытекает неравенство:





Усиливая оценки, из последнего неравенства имеем:

 (3.4.8)

Из неравенств (3.4.7) - (3.4.8) вытекает:

 (3.4.9)

где

Применение дискретного аналога неравенства Гронуолла-Беллмана к (3.4.9) дает:

 (3.4.10)



Считая  точным сеточным решением задачи (3.4.5) с малыми членами  получаем оценку (3.4.10) и для сеточной функции , с малым членом  [25].

Таким образом,  (3.4.11)

где 

Следовательно, теорема доказана.

ТЕОРЕМА 3.4.1. При выполнении условий (3.1.5) - (3.1.6) и существовании решения задачи (3.1.7) и наличии непрерывных частных производных до 4 порядка включительно в области  существует  такое, что при  решение конечно-разностной задачи (3.4.5) сходится к точному решению задачи (3.1.7) со скоростью порядка  в классе , а также оценка (3.4.11) справедлива. Коэффициент  зависит только от нормы коэффициентов уравнения [25].

Из эквивалентности задач (3.1.7) и (3.1.3) - (3.1.4), а также (3.1.1) – (3.1.2) следует, что приближенное конечно-разностное решение задачи (3.4.5) также сходится к точному решению задач (3.1.3) - (3.1.4) и (3.1.1) – (3.1.2) со скоростью порядка  в классе , где  – шаг по  , при выполнении условии теоремы.

**Заключение по главе 3**

Третья глава отражает результаты исследования существования решения задачи распространения потенциала действия по нервному волокну, а также изучения электрофизиологических процессов.

Указанные задачи сведены к дифференциальным уравнениям второго порядка с начальными данными на характеристиках, единственность решения которых доказана нами в ходе исследования. Также показана сходимость численного решения задачи к точному решению.

Установлено приближенное конечно-разностное решение двумерной прямой задачи распространения потенциала действия по нервному волокну.

# ГЛАВА 4. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА ДЕЙСТВИЙ ПО НЕРВНОМУ ВОЛОКНУ

Данная глава отражает результаты исследования, опубликованные в научных статьях [26], [28], [29]. В совместных работах [26], [29] формулировка задачи принадлежит научному руководителю с А.Дж. Сатыбаеву, а А.Ж. Кокозова, А.Т. Маматкасымова и Ю.В. Анищенко внесли вклад в реализацию предложенного автором метода в других объектах.

## **4.1. Разработка численного алгоритма определения коэффициентов одномерной обобщенной обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну**

**Построение одномерной обобщенной обратной параболической задачи**

Математическую модель распространения импульса по нервному волокну можно отразить в виде параболического уравнения [71]:

, , (4.1.1)

где  – емкость на единицу площади мембраны; – радиус нервного волокна; ,  – доля сопротивления плазмы и нервного волокна; – толщина мембраны;  – внутриклеточный потенциал действий;  и  – соответственно индексы нервного волокна (аксоны) и мембраны.

Чтобы найти решение прямой задачи уравнения (4.1.1) введем следующие начальные и граничные условия:

, ,  (4.1.2)

где, ,  – заданные значения;  – тета функция Хевисайда:  

В соответствии с начальным условием (4.1.2) нервное волокно находится в состоянии покоя до периода времени , со значения  начинаются процессы напряжения и распространения импульса по нервному волокну.

В соответствии с граничным условием (4.1.2) начиная с  будет задан источник напряжения с величиной сил , , .

Определяем неизвестные коэффициенты  или  или  на основе использования нижеследующей дополнительной информации:

 (4.1.3)

где Т – положительное постоянное время.

Построим одномерную обобщенную обратную задачу параболического вида (4.1.1) - (4.1.3), заключающуюся в выявлении функций  или  или , и .

**Постановка одномерной обратной гиперболической задачи**

Преобразуя задачу (4.1.1) - (4.1.2) на основе методики С.И. Кабанихина по связующему интегралу [12, стр. 235, формула (8.1.7); стр. 343, формула (11.1.15)] получим задачу уравнения гиперболического типа:

,  (4.1.4)

, ,  (4.1.5)

где – дельта функция Дирака; , ,  – заданные числа.

Введем дополнительные данные для поиска неизвестных параметров:

, , (4.1.6)

где .

Решение данных задач  и  связаны следующим интегралом [12, стр. 235, стр. 343]:

 (4.1.7)

где 

Здесь гиперболическая задача сводится к построению функции , определению неизвестных коэффициентов  или  или  из задач (4.1.4), (4.1.5), (4.1.6).

Предположим, что параметры уравнения соответствуют условиям:

, , ,  (4.1.8)

где  , , .

М1, М2,  М3 - положительные постоянные.

С введением обозначения  уравнение (4.1.4) примет вид:

, ,

Методом выпрямления выпрямляем характеристики, точнее введем новую переменную:

, , , (4.1.9)

Введем следующие новые функции:

, , , ,

Выполним выкладки:

, ,

,

;

;

Полученные выкладки подставим в уравнение:

, (4.1.10)

При этом начальное и граничное условие примет вид:

 (4.1.11)

Введем дополнительную информацию:

, . (4.1.12)

Обратная задача (4.1.10) – (4.1.12) сводится к определению функций  и  при заданных коэффициентах

Определяем функцию :

 (4.1.13)

Исходя из этого можно определить один из этих коэффициентов: , или , или .

В соответствии с принципом зависимости области решения гиперболической задачи от начальных граничных условий и области определения его коэффициентов, при продолжении всех входящих функций в уравнении четным образом на полупространство, задачу возможно рассматривать в следующей области:

.

Далее отразим решение задачи (4.1.10) - (4.1.11) по формуле:

, (4.1.14)

где  - непрерывная функция, поэтому особенности решения задачи (4.1.10) - (4.1.11) можно представить по методу Романова В.Г. [49].

Вычисляем частные производные:

,

,



В результате подставления производных в уравнение (4.1.10) получим:









Выполним сокращения и соберем члены при одинаковых , , , приравнивая к нулю:

: ,

:

:

Далее имеем:

, , ,

, . (4.1.15)

Учитывая (4.1.14) и связь  и из (4.1.10) - (4.1.12) имеем:

 (4.1.16)

,  (4.1.17)

,  (4.1.18)

Задача (4.1.16) - (4.1.18) - одномерная регулярная обратная задача с данными на характеристиках, заключающаяся в нахождении функций  и . Определение функции из (4.1.16) - (4.1.18) поможет определить неизвестную функцию по формуле (4.1.15):

, (4.1.19)

или.(4.1.20)

**Конечно-разностное решение обратной задачи (4.1.16) - (4.1.18) с показателями на характеристиках**

Сеточная область, введеная нами характеризуется формулой:

, (4.1.21)

где- шаги сетки по и .

На основе сеточных обозначений [56] построим разностный аналог обратной задачи (4.1.16) - (4.1.18), отбрасывая малые члены:

, (4.1.22)

, (4.1.23)

, . (4.1.24)

Вводя обозначения  из уравнения (4.1.22) получим:

. (4.1.25)

На основе рекурентной формулы [13,3] получим разностный аналог интегрального уравнения Даламбера второго порядка:

. (4.1.26)

ТЕОРЕМА 4.1.1. Предположим, что существует решение задачи (4.1.16) - (4.1.18) и выполняются условия (4.1.8) - (4.1.9), а также  [25].

В этом случае приближенное решение обратной задачи (4.1.22) - (4.1.24), созданной конечно-разностным методом, сходится к точному решению обратной задачи (4.1.16) - (4.1.18) со скоростью порядка . Оно имеет оценку:

, (4.1.27)

где , , CM, RM - верхние и нижние значения функций .

Доказать теорему можно будет используя методику [58].

Определим сеточную функцию  из (4.1.22) - (4.1.24), далее определим следующие сеточные функции:

, (4.1.28)

или , (4.1.29)

или , (4.1.30)

Перейдем к старой переменной  в формулах (4.1.28) - (4.1.30) по методике перехода, описанной в [58], определим старые разностные функции  или или , , точнее неизвестные коэффициенты одномерной обобщенной обратной гиперболической задачи (4.1.4) - (4.1.6).

Учитывая эквивалентность обратных задач (4.1.16) - (4.1.18) и (4.1.4) - (4.1.6), разностную , найдем решение прямой задачи (4.1.16) - (4.1.17) используя старую переменную , для чего из  к  определим разностное решение обобщенной прямой задачи (4.1.4) - (4.1.5) [26].

Из эквивалентности одномерной обобщенной обратной гиперболической задачи (4.1.4)-(4.1.6) к одномерной обобщенной обратной параболической задаче (4.1.1) - (4.1.3) вытекает, что неизвестные коэффициенты обратной задачи (4.1.4) - (4.1.6), , или , или , , являются неизвестными коэффициентами обобщенной одномерной обратной задачи параболического типа (4.1.1) - (4.1.3) [26].

## **4.2. Разработка регуляризованного решения одномерной обратной задачи процесса распространения нервного импульса по нервному волокну**

В данном разделе определено конечно-разностное решение обратной задачи (4.1.1) - (4.1.3) [29], представленной в подразделе 4.1.

**Метод выпрямления характеристики**

Для начала требуется ввести новые переменные (метод Эйконала):

   (4.2.1)

Берем первые две производные функции  относительно новой функции , подставляем их в уравнение (4.1.4) и получим новую обратную задачу относительно новой функции [58]:

 (4.2.2)

 (4.2.3)

 (4.2.4)

Обратная задача в данном случае сводится к определению функций  и  Поскольку дополнительные данные задачи расположены на промежутке  и задаваемые коэффициенты ограничены, задачу будем рассматривать в области 

Решение прямой задачи (4.2.2) - (4.2.3) состоит из сингулярной и регулярной частей согласно методике В.Г. Романова [49]:

 (4.2.5).

Возьмем первую и вторую производную по  из формулы (4.2.5), подставим их в формулу (4.2.2) и сократим одинаковые члены, соберем члены при одинаковых , их суммы принавним к нулю, в результате получим [58]:

 (4.2.6)

,  (4.2.7)

  (4.2.8).

Обратную задачу (4.2.6) - (4.2.8) можно считать обратной задачей с данными на характеристиках, в которой требуется определить функции  и 

Определяя S(z) из задачи (4.2.6) - (4.2.8) можно будет определить и другие неизвестные.  и  связывает соотношение:

 или, т.е. .

Из вышеприведенной формулы находим одну из неизвестных функций:

, (4.2.9)

, (4.2.10)

Определение функции  требует определения функции , для данной цели используются производные по  и  на характеристиках:



Преобразуя формулу (4.2.7) получим:

 (4.2.11)

Из указанных формул и (4.2.11) вытекает, что:

 (4.2.12)

Приравним к нулю суммы членов при одинаковых:



Далее подставим (4.2.12) во второе уравнение и получим:



Введем обозначение: .

В результате из двух последних уравнений получим:



Отсюда определим неизвестную 

 (4.2.13)

Из формул (4.2.9) и (4.2.13) следует, что:

, .

Первое уравнение умножаем на , а второе уравнение умножаем на  и получим :





Отнимая из первого уравнения второе уравнение получим:

.

Последнее уравнение делим на  и находим неизвестную функцию :

. (4.2.14)

**Конечно-разностное решение обратной задачи (4.2.6) - (4.2.8)**

Применение конечно-разностного метода требует введения сеточной области в соответствии с [56]:

,  , , , (4.2.15)

где  - шаг сетки по . Разностную обратную задачу представим в виде:

, (4.2.16)

, , (4.2.17)

, , (4.2.18)

Здесь мы отбрасывали малые члены.

ТЕОРЕМА 4.2.1. Пусть  решение задачи (4.2.6) - (4.2.8) и выполняются условия (4.1.8), (4.2.1). В таком случае конечно-разностное решение разностной обратной задачи (4.2.16) - (4.2.18) сходится к точному решению обратной задачи (4.2.6) - (4.2.8) со скоростью порядка  и имеет оценку сходимости  (4.2.19)

где  - верхние и нижние нормы функций сеточных функций , .

Доказательства сходимости теоремы 4.2.1 приведены в [60].

**Конечно-разностное регуляризованное решение обратной задачи (4.2.6)-(4.2.8)**

Предположим, что дополнительные данные по обратной задаче заданы с погрешностью , т.е.:

, - малое число, (4.2.20)

В этом случае решение обратной задачи  имеет регуляризованный вид по формуле Даламбера [60]:



,, (4.2.21)

 (4.2.22)

Аналогичную формулу можно определить и для , , чтобы решить разностную обратную задачу (4.2.6) - (4.2.8). Отнимаем эти решения друг от друга и получим [60]:













, . (4.2.23)











, . (4.2.24)

Если ввести обозначения

, , , то из (4.2.23) и (4.2.24) получим оценки

, (4.2.25)

, (4.2.26)

Введем обозначения , и из (4.2.25) - (4.2.26) получим:

, .

Учитывая оценки конечно-разностного решения и формулу Гронуолла-Беллмана, на основе последней оценки получим окончательную оценку:

, (4.2.27)

ТЕОРЕМА 4.2.2. Предположим, что решение прямой задачи (4.2.6) - (4.2.8) существует и имеет вид , выполняются условия (4.1.8), (4.2.1) и (4.2.20). Тогда конечно-разностное регуляризованное решение обратной задачи (4.2.16) - (4.2.18) и учтенное условие (4.2.20) сходятся к точному решению обратной задачи (4.2.6) - (4.2.8) со скоростью порядка , а также имеет место регуляризованная оценка (4.2.27).

Таким образом, в результате определения конечно-разностного регуляризованного решения обратной задачи (4.2.6) - (4.2.8)  нами определено конечно-разностное регуляризованное решение обратной задачи (4.2.2) - (4.2.4):

, или .

Отсюда можно заключить, что по формулам (4.2.9), (4.2.10), (4.2.13), (4.2.14) можно найти конечно-разностное регуляризованное решение (4.2.2) - (4.2.4), то есть определить одно из неизвестных коэффициентов при остальных известных коэффициентах [29]:

, (4.2.28)

, (4.2.29)

, (4.2.30)

, (4.2.31)

Применив формулы (4.2.1) и перейдя к старой переменной из (4.2.28) - (4.2.31) можно определить одну из неизвестных регуляризованных коэффициентов обратной задачи (4.1.4) - (4.1.6).

Из эквивалентности обратной гиперболической задачи (4.1.4) - (4.1.6) к обратной задаче параболического типа (4.1.1) - (4.1.3) вытекает, что определенное регуляризованное решение (4.1.4) - (4.1.6) сходится к регуляризованному решению и обратной параболической задаче (4.1.1) - (4.1.3).

## **4.3. Теоретические основы связи задачи параболического типа и задачи гиперболического типа**

Покажем связь задач (4.1.1) - (4.1.3) с (4.1.4) - (4.1.6) с помощью связующего интеграла.

Предположим, коэффициенты уравнений   растут не быстрее, чем функциипри 

где  - положительно-постоянные,



Выполним следующие выкладки:











При  получим:





Итак, из параболического уравнения можно получить гиперболическое уравнение [12 стр. 235; стр. 343].

**Заключение по главе 4**

В главе 4 представлены доказательства того, что конечно-разностное решение обобщенной обратной одномерной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну сходится к точному решению этой задачи.

Также доказана теорема о сходимости приближенного конечно-разностного регуляризованного решения к точному решению обратной задачи распространения нервного импульса по нервному волокну.

Обоснована связь между обратной задачей телеграфного уравнения параболического типа и обратной задачей телеграфного уравнения гиперболического типа. Установлена эквивалентность единственности и устойчивости решения обратной задачи гиперболического уравнения к единственности и устойчивости решения обратной задачи параболического уравнения.

# ГЛАВА 5. ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ И РЕАЛИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА ПО НЕРВНОМУ ВОЛОКНУ

Данная глава отражает научные результаты, опубликованные в статьях [30], [31], в которых постановка и формулировка задачи принадлежат А.Дж. Сатыбаеву, а автором реализованы методы и численный алгоритм.

## 

## **5.1. Анализ численного алгоритма прямой гиперболической задачи распространения потенциала действия нервного волокна**

Анализ численных алгоритмов является важным шагом в разработке и совершенствовании методов решения сложных физических задач. В области нейробиологии и нейрофизиологии одной из таких задач является моделирование распространения потенциала действия по нервному волокну. Этот процесс является ключевым для понимания механизмов передачи информации в нервной системе.

Прямая гиперболическая задача процесса распространения потенциала действия по нервному волокну описывает динамику электрического импульса, который передается вдоль нервных волокон. Точное решение этой задачи является сложной задачей, требующей вычислительной мощности и времени. Поэтому важным инструментом для изучения таких задач является численный анализ, позволяющий приближенно моделировать и исследовать их характеристики.

Целью данного раздела является анализ численного алгоритма, предназначенного для решения прямой гиперболической задачи распространения действия по нервному волокну. Мы сосредоточимся на оценке эффективности алгоритма, его точности и устойчивости к различным факторам, таким как параметры уравнения, временные и пространственные шаги и другие возможные искажения.

Результаты данного исследования представят значимый вклад в область нейрофизиологии, позволяя более глубоко понять процессы распространения потенциала действия и предоставить информацию о точности и надежности численных алгоритмов для его моделирования. Это может иметь практическое применение в разработке новых методов диагностики и лечения нейрологических заболеваний, а также способствовать развитию более эффективных алгоритмов моделирования нервных систем.

**Формулировка задачи.** При изучении обратных задач (подробнее о них можно узнать в монографиях [12], [49]) важно доказать корректность соответствующих прямых задач, то есть установить факт существования, единственности и устойчивости их решений.

В наших работах [24], [87] (см. разделы 3.1, 3.2) были доказаны существование и единственность решения прямой задачи. Особое внимание следует уделить третьему условию: необходимо подтвердить устойчивость численных приближенных решений, а именно, оценить точность аппроксимации, сходимость приближенного решения к точному и получить оценку скорости сходимости. Указанные вопросы рассмотрены в данном разделе.

Математическую модель распространения потенциала действий по нервному волокну представим в виде параболического уравнения:

, (5.1.1)

, ,  (5.1.2)

где  - радиус нервного волокна;  - соответственно удельное сопротивление аксоплазмы и нервного волокна;  - емкость на единицу площади мембраны;  - толщина мембраны;  - плотность электрического тока в точке  во времени ;  - заданные положительные числа;  - тета-функция Хевисайда: 

Прямой параболической задачей является построение функции плотности электрического тока  из задач (5.1.1) - (5.1.2).

Используя связующий интеграл [12, стр. 235, формула (8.1.7); стр. 343, формула (11.1.13)], определим прямую параболическую задачу как решение прямой гиперболической задачи:

, , (5.1.3)

, , , (5.1.4)

,

где  .

Предположим, что для параметров нервного волокна выполнено заданное условие:

, (5.1.5)

где,

 - положительные постоянные.

Здесь прямая гиперболическая задача сводится к построению функции  из (5.1.3) - (5.1.4) при заданных коэффициентах  и постоянных 

Чтобы определить функцию , преобразуем задачу (5.1.3) – (5.1.4) в прямую задачу с данными на характеристиках. Для выполнения преобразования используем метод выпрямления характеристик уравнения и введем новую переменную:

, , . (5.1.6)

и введем новые функции:

 (5.1.7)

Произведем выкладки описанные в нашей статье [27], получаем следующую прямую задачу:

, , (5.1.8)

. (5.1.9)

Применяя метод выделения особенностей по методике В.Г. Романова [49] представим решение задачи (5.1.8) – (5.1.9) в виде:

 (5.1.10)

Так как уравнение (5.1.8) является гиперболическим и его коэффициенты ограничены, задача рассматривается в определенной области и с учетом решения (5.1.10) имеем задачу с данными на характеристиках:

,  (5.1.11)

, . (5.1.12)

В прямой задаче  - известные,  - известная функция, тогда функция  также известная функция, т.е.

 (5.1.13)

Теперь задачу (5.1.11) - (5.1.12) можно решить конечно-разностным методом.

**Алгоритм конечно-разностного решения гиперболической задачи**

Вводится сеточная область:

,

где- шаги сетки по .

Далее найдем разностный аналог задачи (5.1.11) – (5.1.12) применяя сеточные обозначения [55] и отбрасывая малые члены:

, , (5.1.14)

. (5.1.15)

где ,

;

При этом шаги сетки по *х* и по *t* должны соответствовать  только в этом случае будут выполняться условия Куранта-Лакса  и можно сделать вывод об устойчивости решения указанной задачи.

Из (5.1.9) определим сеточную функцию :

 (5.1.16)

**Решение.** Прямая задача состоит в нахождении сеточной функции  из задачи (5.1.14) - (5.1.15) при известных функциях, указанных выше.

При выполнении условия относительно коэффициентов уравнений (5.1.5) и условия Куранта-Лакса приближенное решение прямой задачи (5.1.14) – (5.1.15) является устойчивым, и сходится к ее точному решению (5.1.11) – (5.1.12).

Нами определен алгоритм решения прямой задачи (5.1.14) – (5.1.15), в соответствии с которым выполнено решение прямой задачи и далее было реализовано на компьютере с использованием языка Delphi.

**Алгоритм решения прямой задачи для уравнения потенциала действий по нервному волокну:**

1. Задаем данные: 
2. Введем значения функций:  - емкость на единицу площади мембраны:  - радиус нервного волокна:  и  - удельное сопротивление аксоплазмы и нервного волокна соответственно.
3. Вводим новую переменную (5.1.6) и новые функции (5.1.7).
4. Вычисляется формула (5.1.13) и определяются значения функции .
5. Затем эти значения присваиваются к  т.е. определяются значения функции на характеристиках (на рис 1. отмечены ).
6. По значениям  определяются значения  по формуле Тейлора (на рис 1. отмечены ).
7. Дополнительные внутренние точки также определяются по формуле (5.1.13) (на рис 1. отмечены ).
8. Внутренние точки вычисляются по формуле (5.1.16) (на рис 1. отмечены

).

1. После завершения вычисления определяется дополнительная информация для решения одномерной обратной задачи уравнения потенциала действий по нервному волокну .

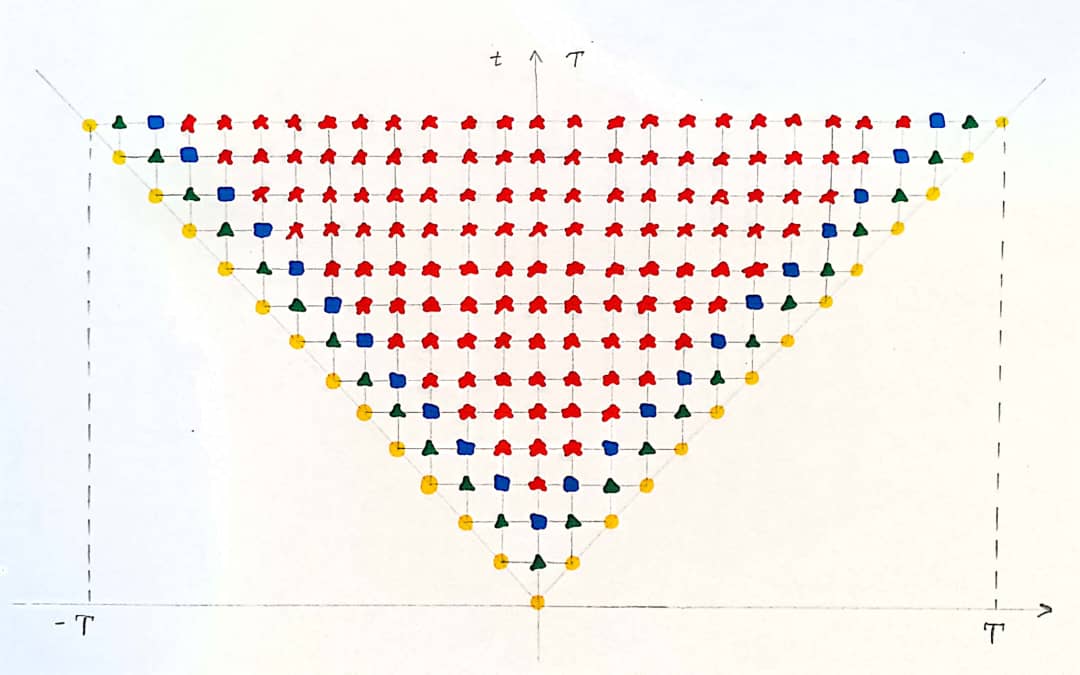


Рисунок 5.1 - Область вычисления прямой задачи

Одномерная прямая задача для уравнения потенциала действий вдоль нервного волокна (5.1.14) – (5.1.15) численно реализована для функций  в следующих видах (см. табл. 5.1).

Таблица 5.1. - Заданные функции для прямой задачи, шаг сетки и погрешность вычисления

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***№ рис*** | ***Функции прямых задач*** |  | ***Шаг сетки*** | ***n*** | ***Dpin(k)*** | ***Абсолютная***  ***погрешность*** |
| 1 | 2 | 3 | 4 | | 5 | 6 |
| Рис 1.1. |  | 0.393 | 0.02 | 100 | 0.6335 | 0.0235 |
| Рис 1.2. | 0.785 | 0.0133 | 150 | 0.6431 | 0.0155 |
| Рис 1.3. | 1.57 | 0.01 | 200 | 0.6447 | 0.0140 |
| Рис 1.4. | 3.14 | 0.0066 | 300 | 0.6421 | 0.0087 |
| Рис 1.5. | 4.71 | 0.005 | 400 | 0.6355 | 0.0072 |
| Рис 1.6. | 6.28 | 0.005 | 400 | 0.6267 | 0.0068 |
| Рис 1.7. |  | 0.393 | 0.02 | 100 | 0.8037 | 0.0544 |
| Рис 1.8. | 0.785 | 0.0133 | 150 | 0.8157 | 0.0423 |
| Рис 1.9. | 1.57 | 0.01 | 200 | 0.8971 | 0.0350 |
| Рис 1.10. | 3.14 | 0.0066 | 300 | 0.9640 | 0.0209 |
| Рис 1.11. | 4.71 | 0.005 | 400 | 0.9186 | 0.0166 |
| Рис 1.1.2 | 6.28 | 0.005 | 400 | 0.9394 | 0.0148 |
| Рис 1.13. |  | 0.393 | 0.02 | 100 | 0.8661 | 0.0125 |
| Рис 1.14. | 0.785 | 0.0133 | 150 | 0.8661 | 0.0083 |
| Рис 1.15. | 1.57 | 0.01 | 200 | 0.8661 | 0.0055 |
| Рис 1.16. | 3.14 | 0.0066 | 300 | 0.8661 | 0.0051 |
| Рис 1.17. | 4.71 | 0.005 | 400 | 0.8661 | 0.0047 |
| Рис 1.18. | 6.28 | 0.005 | 400 | 0.8661 | 0.0052 |
| Рис 1.19. |  | 0.393 | 0.02 | 100 | 0.9270 | 0.0385 |
| Рис 1.20. | 0.785 | 0.0133 | 150 | 0.9270 | 0.0266 |
| Рис 1.21. | 1.57 | 0.01 | 200 | 0.9270 | 0.0201 |
| Рис 1.22. | 3.14 | 0.0066 | 300 | 0.9270 | 0.0135 |
| Рис 1.23. | 4.71 | 0.005 | 400 | 0.9270 | 0.0101 |
| Рис 1.24. | 6.28 | 0.005 | 400 | 0.9270 | 0.0101 |
| Рис 2.1. |  | 0.393 | 0.005 | 400 | 0.4854 | 0.0002 |
| Рис 2.2. | 0.785 | 0.005 | 400 | 0.4854 | 0.0002 |
| Рис 2.3. | 1.57 | 0.005 | 400 | 0.4854 | 0.0002 |
| Рис 2.4. | 3.14 | 0.005 | 400 | 0.4854 | 0.0003 |
| Рис 2.5. | 4.71 | 0.005 | 400 | 0.4854 | 0.0005 |
| Рис 2.6. | 6.28 | 0.005 | 400 | 0.4854 | 0.0006 |
| Рис 2.7. |  | 0.393 | 0.005 | 400 | 1.4564 | 0.0041 |
| Рис 2.8. | 0.785 | 0.005 | 400 | 1.4564 | 0.0041 |
| Рис 2.9. | 1.57 | 0.005 | 400 | 1.4565 | 0.0043 |
| Рис 2.10. | 3.14 | 0.005 | 400 | 1.4585 | 0.0050 |
| Рис 2.11. |  | 4.71 | 0.005 | 400 | 1.4790 | 0.0046 |
| Рис 2.12. | 6.28 | 0.005 | 400 | 1.4955 | 0.0058 |
| Рис 2.13. |  | 0.393 | 0.005 | 400 | 0.4854 | 0.0014 |
| Рис 2.14. | 0.785 | 0.005 | 400 | 0.4854 | 0.0014 |
| Рис 2.15. | 1.57 | 0.005 | 400 | 0.4854 | 0.0013 |

Продолжение таблицы 5.1.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Рис 2.16. |  | 3.14 | 0.005 | 400 | 0.4854 | 0.0013 |
| Рис 2.17. | 4.71 | 0.005 | 400 | 0.4854 | 0.0017 |
| Рис 2.18. | 6.28 | 0.005 | 400 | 0.4854 | 0.0016 |
| Рис 3.1. | импульсная | - | 0.04 | 50 | 0.4344 | 0.0062 |
| Рис 3.2. | - | 0.02 | 100 | 0.4348 | 0.0055 |
| Рис 3.3. | - | 0.0133 | 150 | 0.4349 | 0.0037 |
| Рис 3.4. | - | 0.01 | 200 | 0.4348 | 0.0030 |
| Рис 3.5. | импульсная | - | 0.04 | 50 | 1.6294 | 0.0560 |
| Рис 3.6. | - | 0.02 | 100 | 1.6294 | 0.0372 |
| Рис 3.7. | - | 0.0133 | 150 | 1.6294 | 0.0229 |
| Рис 3.8. | - | 0.01 | 200 | 1.6295 | 0.0220 |
| Рис 3.9. | импульсная | - | 0.04 | 50 | 0.4344 | 0.0150 |
| Рис 3.10. | - | 0.02 | 100 | 0.4342 | 0.0098 |
| Рис 3.11. | - | 0.0133 | 150 | 0.4341 | 0.0063 |
| Рис 3.12. | - | 0.01 | 200 | 0.4340 | 0.0052 |
| Рис 3.13. | импульсная | - | 0.04 | 50 | 0.8408 | 0.0021 |
| Рис 3.14. | - | 0.02 | 100 | 0.8408 | 0.0011 |
| Рис 3.15. | - | 0.0133 | 150 | 0.8408 | 0.0007 |
| Рис 3.16. | - | 0.01 | 200 | 0.8408 | 0.0005 |
| Рис 4.1. | ступенчатая | - | 0.02 | 100 | 0.5365 | 0.0251 |
| Рис 4.2. | - | 0.01 | 200 | 0.5492 | 0.0240 |
| Рис 4.3. | - | 0.0066 | 300 | 0.5397 | 0.0213 |
| Рис 4.4. | - | 0.005 | 400 | 0.5554 | 0.0214 |
| Рис 4.5. | ступенчатая | - | 0.02 | 100 | 1.6736 | 0.1147 |
| Рис 4.6. | - | 0.01 | 200 | 1.6908 | 0.0870 |
| Рис 4.7. | - | 0.0066 | 300 | 1.6725 | 0.0745 |
| Рис 4.8. | - | 0.005 | 400 | 1.6883 | 0.0757 |
| Рис 4.9. | ступенчатая | - | 0.02 | 100 | 0.4420 | 0.0263 |
| Рис 4.10. | - | 0.01 | 200 | 0.4420 | 0.0262 |
| Рис 4.11. | - | 0.0066 | 300 | 0.4420 | 0.0229 |
| Рис 4.12. | - | 0.005 | 400 | 0.4420 | 0.0224 |
| Рис 4.13. | ступенчатая | - | 0.02 | 100 | 0.8408 | 0.0012 |
| Рис 4.14. | - | 0.01 | 200 | 0.8408 | 0.0006 |
| Рис 4.15. | - | 0.0066 | 300 | 0.8408 | 0.0004 |
| Рис 4.16. | - | 0.005 | 400 | 0.8408 | 0.0003 |

На всех представленных значениях функций (см. табл. 5.1) выведены графики dpin(k) – дополнительная информация для исследования обратной задачи.

**Анализ возможности разработанного алгоритма прямой задачи**

1. **Численная устойчивость алгоритма**

В ходе исследования выявлена численная устойчивость алгоритма путем проведения следующих действий: последовательно уменьшали шаги сетки, в результате получили значения решения задачи и абсолютную погрешность прямой задачи в нескольких точках. Здесь абсолютные погрешности почти одинаковы, что и подтверждает устойчивость алгоритма.

1. **Анализ на увеличение параметров уравнения**

Если значительно увеличить величину при параметре  - емкости на единицу площади мембраны, а также постоянную при параметре  - радиусе нервного волокна, то максимальное значение решения задачи тоже увеличивается. А если значительно увеличить величину при параметре  - удельное сопротивление нервного волокна, и величину при параметре  - удельное сопротивление аксоплазмы, то максимальное значение решения задачи уменьшается. Все эти показатели утверждают уравнение прямой задачи.

1. **Варианты функций **

В качестве функции  - емкости на единицу площади мембраны, задавали различные функции: косинусообразные, импульсные, ступенчатые. Здесь установили, что при увеличении  максимальное значение решения задачи либо уменьшается , либо не меняется.

Затем последовательно задавали косинусообразные, импульсные, ступенчатые функции для функций  Здесь тоже увеличивали , и выяснили что решение прямой задачи распространения потенциала действий существенно, и сильно зависит от функции  - радиуса нервного волокна, слабо зависит от функций  - емкости на единицу площади мембраны,  - удельного сопротивления нервного волокна,  - удельного сопротивления аксоплазмы. Это означает, что:

1. При увеличении радиуса нервного волокна увеличится площадь поперечного сечения, через которую распространяется нервный импульс. Это может увеличить эффективность проведения импульса и ускорить скорость передачи сигналов по нервной системе.

2. Увеличение радиуса нервного волокна может увеличить дистанцию, на которую может передаваться нервный импульс без значительной потери сигнала. Это может быть полезно при передаче нервных сигналов на большие расстояния в организме.

3. Увеличение радиуса нервного волокна уменьшает его сопротивление, что позволяет электрическому сигналу более эффективно распространяться. Это может способствовать более точной и быстрой передаче сигналов.

1. **Анализ на вычисление по длине нервного волокна Т**

Вычисление производилось по длине нервного волокна, и она составила  условной единицы (см). При увеличении Т от 40 до 60 графики dpin(k) выходят выразительные и четкие, при увеличении Т от 80 до 120 графики значительно ухудшаются. Значит, длина нервного волокна влияет на передачу нервных импульсов. Импульсы могут пропадать или становиться слабыми и искаженными с увеличением длины волокна. Это может быть связано с потерей энергии или дисперсией сигнала. А также длина нервного волокна может влиять на его физические свойства, такие как сопротивление, ёмкость. Если эти свойства неоптимальны, это может приводить к искажениям и потере сигнала при передаче через волокно.

Последний анализ необходим для решения обратной задачи.

В результате численной реализации были получены графики, которые приведены в приложении 1.

Примечание – Номера рисунков отмечены через две цифры за исключением главы, поскольку здесь были исследованы различные функции. Через 1.1-1.24: косинусообразные функции второго порядка, через 2.1-2.18: косинусообразные функции четвертого порядка, через 3.1-3.16: импульсные функции, через 4.1-4.16: ступенчатые функции. Из-за ограничения страниц, в приложении 1 приведены только несколько графиков исследованных функций. Номера рисунков в приложении 1 совпадают с номерами в таблице 5.1, то есть были взяты графики именно с теми номерами рисунков, которые приведены в таблице 5.1.

## **5.2. Анализ алгоритма вычисления конечно-разностного регуляризованного решения и численная реализация одномерной обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну**

Распространение потенциала действий в нервной системе является основным механизмом передачи информации между нейронами. Этот процесс играет ключевую роль в регуляции различных функций организма, таких как мышечное сокращение, восприятие сигналов и координация движений. Однако, несмотря на значительные исследования, точное восстановление характеристик распространения действий по нервным волокнам остается сложной и малоизученной задачей.

В последние десятилетия численные методы стали мощным инструментом для моделирования нейрональной активности и анализа нервных систем. Они позволяют исследователям более глубоко понять основные механизмы функционирования нервной системы и получить новые научные инсайты.

В статье В.С. Новоселова [42] рассматривается соединение ионного возбуждения мембраны с нелинейным диффузионным процессом и построена автоколебательная математическая модель пейсмекера на основе нелинейной проводимости.

В работе О.Д. Липко [33] предложена математическая модель распространения нервного импульса Фитц Хью-Нагумо, которая учитывает эффект эредитарности. Эта эредитарная модель описывается интегро-дифференциальным уравнением со степенным ядром – функцией памяти. Алгоритм численного решения этой модели, реализован в компбютерной программе в среде символьной математики Maple. С помощью этой программы были построены расчетные кривые – осциллограммы, а также фазовые траектории в зависимости от различных значений управляющих параметров.

В работе Р.Р. Алиева [2] рассмотрены современные подходы и приведены примеры моделирования, основной акцент сделан на моделировании потенциала действия и мембранных ионных токов.

Одной из ключевых областей научного интереса является численное решение обратной задачи, связанной с распространением потенциалов действия вдоль нервных волокон.

В настоящем разделе рассматривается новая формулировка этой задачи, в рамках которой впервые разработана математическая модель, описывающая данный процесс. На основе этой модели предложен алгоритм численного решения, который был успешно реализован. В работе представлена численная реализация одномерной обратной гиперболической задачи, моделирующей распространение потенциалов действия в нервном волокне.

Целью этого раздела является разработка и верификация численного метода, позволяющего восстановить пространственные и временные характеристики распространения потенциала действий на основе доступных экспериментальных данных.

Предложенный подход базируется на математической модели, котороая описывает динамику потенциалов действия в нервной системе. Для решения обратной задачи применяется численный метод, базирующийся на регуляризованных конечных разностях. Этот метод позволяет эффективно находить решение задачи, обеспечивая высокую точность и устойчивость вычислений.

**Постановка задачи.** Математическую модель распространения нервного импульса по нервному волокну (аксону) описываем с помощью параболического уравнения [71]:

 (5.2.1)

, , , (5.2.2)

где , ,  – заданные положительные данные;  – тета функция Хевисайда: ,   - радиус нервного волокна (аксоны),  и  - индексы аксоны и мембраны соответственно;  - соответственно удельное сопротивление плазмы и нервного волокна; - емкость на единицу площади мембраны;  - толщина мембраны;  - плотность электрического тока в точке  во времени .

Обратной параболической задачей описывается определение одного из коэффициентов уравнения (5.2.1) и функции  при дополнительной информации вида

, ,  (5.2.3)

Используя методику Кабанихина [12, стр. 235, стр. 342] приводим обратную задачу (5.2.1) – (5.2.3) к обратной задаче уравнения гиперболического типа:

 (5.2.4)

 (5.2.5)

 (5.2.6)

где 

Определение одного из неизвестных параметров  и  из задачи (5.2.4) - (5.2.6) сведено в одномерную обратную гиперболическую задачу.

Пусть, неизвестные коэффициенты соответствуют условиям:

 (5.2.7)

Здесь ,

 положительные постоянные.

**Численный алгоритм прямой задачи**

Обратная задача (5.2.4) – (5.2.6) преобразуется в обратную задачу с данными на характеристиках.

1. Введем новую переменную на основе метода выпрямления характеристики уравнения:

, , . (5.2.8)

Введем следующие функции:

, , ,

, ,  (5.2.9)

Проведем ряд выкладок, описанных в разделе 3.3 получаем задачу:

, , (5.2.10)

. (5.2.11)

2. Используем метод выделения особенностей по методу В.Г. Романова [49] представим решение прямой задачи (5.2.10) – (5.2.11) в виде

, (5.2.12)

Уравнение (5.2.10) является гиперболическим, коэффициенты уравнения - ограниченными, поэтому задачу можно рассматривать в определенной области. С учетом решения задачи (5.2.12) можно получить обратную задачу с данными на характеристиках:

, , (5.2.13)

, . (5.2.14)

 (5.2.15)

 (5.2.16)

 - неизвестная функция, где одна из функций  неизвестная. В данной работе отыскивается параметр 

**Конечно-разностное решение обратной гиперболической задачи**

Обозначим сеточную область:

,

где - шаги сетки по 

Определим разностный аналог обратной задачи (5.2.13) – (5.2.15), введем сеточные обозначения [49], отбрасываем малые члены и имеем:

, , (5.2.17)

. (5.2.18)

 (5.2.19)

где ,

.

Для решения обратной задачи (5.2.17) – (5.2.18) используем метод обращения конечно-разностных схем. В каждом шаге  разностной задачи определяем  и далее в каждом шаге  определяем неизвестную функцию, в нашем случае 

Предложенный алгоритм решения прямой задачи распространения потенциала действия по нервному волокну отражен в работе авторов [30].

При этом известными параметрами были:  - емкость на единицу площади мембраны;  - радиус нервного волокна;  - толщина мембраны;  - удельное сопротивление плазмы (мембраны);  - удельное сопротивление нервного волокна; индексы:  - аксона,  - мембрана.

Было предложено решение прямой задачи, определен , что позволило получить дополнительные данные  для решения обратной задачи.

**Алгоритм решения обратных задач для тестовых моделей:**

1. Задаем все параметры уравнения, за исключением - удельного сопротивления нервного волокна.

2. Задаем дополнительные данные для обратной задачи   на рисунке 5.2 точки  и по формуле  , то есть определяется  (нулевой слой).

3. Первый слой вычисляем по формуле  на рисунке 5.2 точки . Здесь также определяется  по формуле 

4. Далее определяем решение по формуле:



на рисунке 5.2 точки  и каждый раз определяется 

5. По определенным  восстанавливаем неизвестную 

6. Отсюда находим неизвестный параметр 

Это алгоритм решения конечно-разностным методом.

**Представим далее алгоритм конечно-разностного регуляризованного решения обратной задачи**

1. В качестве дополнительных данных задаем малые прибавления, погрешности: 

2. Нулевому слою присваиваем  На рисунке 5.2 точки .

3. Определяется регуляризованное 

4. Первому слою присваиваются  на рисунке 2 точки  Определяется 

5. Следующие слои вычисляются по формуле:



И восстанавливается 

6. Определяем  а также неизвестный параметр 

1 2 3 4 N/2

N

3

2

1

x

t

Рисунок 5.2 - Область рассматриваемой обратной задачи.

**Анализ алгоритма решения обратной задачи**

Для решения гиперболической обратной задачи распространения потенциала действий нервного волокна (РПДНВ) рассматривали восстановление функции и  - соответственно удельное сопротивление аксоны (нервного волокна) и мембраны;  - радиус нервного волокна,  - емкость на единицу площади мембраны;  - толщина мембраны; индексы  и  - соответсвенно аксона и мембрана являются известными параметрами.

Для всех этих параметров в качестве модельных функций мы брали функции вида  где  - постоянное число, а  - малая функция относительно  

Все результаты исследования обратной функции заданы в следующих таблицах (5.2.1, 5.2.2, 5.2.3, 5.2.4, 5.2.5) и в приложении 2 в виде графиков.

Таблица 5.2.1. - Точное, приближенное (конечно-разностное) и конечно-разностное регуляризованное решение одномерной обратной гиперболической задачи процесса распространения импульса по нервному волокну (косинус второй степени)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ рисунка** | **Восстановляемая**  **функция**  **roa(z)** | **Шаг сетки hz** | **Ошибка вычисления max %** | **Относительная погрешность между точным и приближенным решением** | **Относительная погрешность между приближенным и**  **k-p-p решением** | **Относительная погрешность между точным и**  **k-p-p решением** |
| 1.1 |  | 0.001 | ±0.01 | 0.0009 | 5.2769 | 5.0478 |
| 1.2 |  | 0.002 | ±0.01 | 0.0038 | 5.6728 | 5.0453 |
| 1.3 |  | 0.003 | ±0.01 | 0.0086 | 5.8719 | 5.3739 |
| 1.4 |  | 0.004 | ±0.01 | 0.0153 | 5.8700 | 5.2636 |
| 1.5 |  | 0.005 | ±0.01 | 0.0237 | 5.8677 | 16.1413 |
| 1.6 |  | 0.006 | ±0.01 | 0.0337 | 5.8650 | 18.5007 |
| 1.7 |  | 0.007 | ±0.01 | 0.0454 | 5.8614 | 18.4717 |
| 1.8 |  | 0.008 | ±0.01 | 0.0584 | 5.9329 | 18.4739 |
| 1.9 |  | 0.009 | ±0.01 | 0.0726 | 5.9410 | 18.4908 |
| 1.10 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.0879 | 5.9340 | 18.4824 |
| Продолжение таблицы 5.2.1. | | | | | | |
| 2.1 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.0879 | 5.9340 | 18.4824 |
| 2.2 |  | 0.01 | ±0.009 | 0.0879 | 5.3608 | 18.0493 |
| 2.3 |  | 0.01 | ±0.008 | 0.0879 | 4.7833 | 17.6134 |
| 2.4 |  | 0.01 | ±0.007 | 0.0879 | 4.2013 | 17.1745 |
| 2.5 |  | 0.01 | ±0.006 | 0.0879 | 3.6149 | 17.2196 |
| 2.6 |  | 0.01 | ±0.005 | 0.0879 | 3.0239 | 17.9291 |
| 2.7 |  | 0.01 | ±0.004 | 0.0879 | 2.4284 | 18.6441 |
| 2.8 |  | 0.01 | ±0.003 | 0.0879 | 1.8283 | 19.3646 |
| 2.9 |  | 0.01 | ±0.002 | 0.0879 | 1.2236 | 20.0906 |
| 2.10 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.0879 | 0.6141 | 20.8222 |
| 3.1 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.0631 | 5.8661 | 20.6443 |
| 3.2 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.0673 | 5.8767 | 19.3603 |
| 3.3 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.0714 | 5.8855 | 18.3881 |
| 3.4 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.0756 | 5.8969 | 18.3981 |
| 3.5 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.0797 | 5.9089 | 18.4409 |
| 3.6 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.0838 | 5.9211 | 18.4884 |
| 3.7 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.0879 | 5.9340 | 18.4824 |
| 3.8 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.1687 | 6.2444 | 19.4817 |
| 3.9 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.0024 | 6.7563 | 20.2172 |
| 3.10 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.3220 | 6.9515 | 20.7006 |
| 4.1 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.0879 | 5.9340 | 18.4824 |
| 4.2 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.1160 | 5.8830 | 14.4233 |
| 4.3 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.1229 | 5.8679 | 13.7606 |
| Продолжение таблицы 5.2.1. | | | | | | |
| 4.4 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.0169 | 5.8189 | 13.3975 |
| 4.5 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.1444 | 5.8006 | 13.6378 |
| 4.6 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.0999 | 5.7783 | 14.8012 |
| 4.7 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.1282 | 5.8368 | 15.4096 |
| 4.8 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.1697 | 5.9478 | 17.0076 |
| 4.9 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.1725 | 5.9549 | 17.5332 |
| 4.10 |  | 0.01 | ±0.01 | 0.1780 | 5.8069 | 18.7705 |

Таблица 5.2.2. - Точное, приближенное (конечно-разностное) и конечно-разностное регуляризованное решение одномерной обратной гиперболической задачи процесса распространения нервного импульса по нервному волокну (ступенчатая)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ рисунка** | **Восстановляемая**  **функция**  **roa(z)** | **Шаг сетки hz** | **Ошибка вычисления max %** | **Относительная погрешность между точным и приближенным решением** | **Относительная погрешность между приближенным и**  **k-p-p решением** | **Относительная погрешность между точным и**  **k-p-p решением** |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1.1 | Ступенчатая | 0.001 | ±0.001 | 0.0116 | 0.8641 | 9.5757 |
| 1.2 | Ступенчатая | 0.002 | ±0.001 | 0.0464 | 0.8786 | 15.3805 |
| 1.3 | Ступенчатая | 0.003 | ±0.001 | 0.1034 | 0.8811 | 17.4310 |
| 1.4 | Ступенчатая | 0.004 | ±0.001 | 0.0912 | 0.8743 | 16.5515 |
| 1.5 | Ступенчатая | 0.005 | ±0.001 | 0.1715 | 0.8738 | 14.0285 |
| 1.6 | Ступенчатая | 0.006 | ±0.001 | 0.0382 | 0.8835 | 14.3057 |
| 1.7 | Ступенчатая | 0.007 | ±0.001 | 0.5154 | 0.8857 | 19.0211 |
| 1.8 | Ступенчатая | 0.008 | ±0.001 | 0.1446 | 0.8895 | 21.7791 |
| 1.9 | Ступенчатая | 0.009 | ±0.001 | 0.2353 | 0.8844 | 17.2220 |
| 1.10 | Ступенчатая | 0.01 | ±0.001 | 0.1167 | 0.8937 | 16.5101 |
| 2.1 | Ступенчатая | 0.01 | ±0.0007 | 0.1167 | 0.6266 | 16.3016 |
| 2.2 | Ступенчатая | 0.01 | ±0.0008 | 0.1167 | 0.7157 | 16.3712 |
| 2.3 | Ступенчатая | 0.01 | ±0.0009 | 0.1167 | 0.8048 | 16.4407 |
| 2.4 | Ступенчатая | 0.01 | ±0.001 | 0.1167 | 0.8937 | 16.5101 |
| 2.5 | Ступенчатая | 0.01 | ±0.002 | 0.1167 | 1.7775 | 17.2005 |
| Продолжение таблицы 5.2.2. | | | | | | |
| 2.6 | Ступенчатая | 0.01 | ±0.003 | 0.1167 | 2.6514 | 17.8838 |
| 2.7 | Ступенчатая | 0.01 | ±0.004 | 0.1167 | 3.5156 | 18.5601 |
| 2.8 | Ступенчатая | 0.01 | ±0.005 | 0.1167 | 4.3703 | 19.2294 |
| 2.9 | Ступенчатая | 0.01 | ±0.006 | 0.1167 | 5.2156 | 19.8918 |
| 2.10 | Ступенчатая | 0.01 | ±0.007 | 0.1167 | 6.0515 | 20.5475 |
| 3.1 | Ступенчатая | 0.001 | ±0.001 | 0.0116 | 0.8641 | 9.5757 |
| 3.2 | Ступенчатая | 0.001 | ±0.001 | 0.0107 | 0.8475 | 9.9293 |
| 3.3 | Ступенчатая | 0.001 | ±0.001 | 0.0099 | 0.8297 | 10.3005 |
| 3.4 | Ступенчатая | 0.001 | ±0.001 | 0.0090 | 0.8106 | 10.6616 |
| 3.5 | Ступенчатая | 0.001 | ±0.001 | 0.0081 | 0.7906 | 11.0129 |
| 3.6 | Ступенчатая | 0.001 | ±0.001 | 0.0072 | 0.7702 | 11.3564 |
| 3.7 | Ступенчатая | 0.001 | ±0.001 | 0.0063 | 0.7738 | 15.3766 |
| 3.8 | Ступенчатая | 0.001 | ±0.001 | 0.0054 | 0.7529 | 16.8822 |
| 3.9 | Ступенчатая | 0.001 | ±0.001 | 0.0045 | 0.7304 | 19.1997 |
| 3.10 | Ступенчатая | 0.001 | ±0.001 | 0.0036 | 0.7058 | 23.0548 |

Таблица 5.2.3.- Точное, приближенное (конечно-разностное) и конечно-разностное регуляризованное решение одномерной обратной гиперболической задачи процесса распространения нервного импульса по нервному волокну (импульсная)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ рисунка** | **Восстановляемая**  **функция**  **roa(z)** | **Шаг сетки hz** | **Ошибка вычисления max %** | **Относительная погрешность между точным и приближенным решением** | **Относительная погрешность между приближенным и**  **k-p-p решением** | **Относительная погрешность между точным и**  **k-p-p решением** |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1.1 | импульсная | 0.001 | ±0.001 | 0.0134 | 0.5863 | 5.5487 |
| 1.2 | импульсная | 0.002 | ±0.001 | 0.0167 | 0.6019 | 10.3363 |
| 1.3 | импульсная | 0.003 | ±0.001 | 0.0116 | 0.6082 | 9.3087 |
| 1.4 | импульсная | 0.004 | ±0.001 | 0.0033 | 0.6084 | 15.8856 |
| 1.5 | импульсная | 0.005 | ±0.001 | 0.0257 | 0.6051 | 18.7233 |
| Продолжение таблицы 5.2.3. | | | | | | |
| 1.6 | импульсная | 0.006 | ±0.001 | 0.0560 | 0.6064 | 19.2765 |
| 1.7 | импульсная | 0.007 | ±0.001 | 0.0956 | 0.6227 | 19.3467 |
| 1.8 | импульсная | 0.008 | ±0.001 | 0.1398 | 0.6298 | 17.5774 |
| 1.9 | импульсная | 0.009 | ±0.001 | 0.1564 | 0.6239 | 18.7205 |
| 1.10 | импульсная | 0.01 | ±0.001 | 0.2384 | 0.6266 | 17.3363 |
| 2.1 | импульсная | 0.01 | ±0.0007 | 0.2384 | 0.4391 | 17.1915 |
| 2.2 | импульсная | 0.01 | ±0.0008 | 0.2384 | 0.5016 | 17.2422 |
| 2.3 | импульсная | 0.01 | ±0.0009 | 0.2384 | 0.5641 | 17.2893 |
| 2.4 | импульсная | 0.01 | ±0.001 | 0.2384 | 0.6266 | 17.3363 |
| 2.5 | импульсная | 0.01 | ±0.002 | 0.2384 | 1.2483 | 17.8048 |
| 2.6 | импульсная | 0.01 | ±0.003 | 0.2384 | 1.8652 | 18.2701 |
| 2.7 | импульсная | 0.01 | ±0.004 | 0.2384 | 2.4772 | 18.7320 |
| 2.8 | импульсная | 0.01 | ±0.005 | 0.2384 | 3.0846 | 19.1907 |
| 2.9 | импульсная | 0.01 | ±0.006 | 0.2384 | 3.6872 | 19.6461 |
| 2.10 | импульсная | 0.01 | ±0.007 | 0.2384 | 4.2851 | 20.0983 |

Таблица 5.2.4. - Точное, приближенное (конечно-разностное) и конечно-разностное регуляризованное решение одномерной обратной гиперболической задачи процесса распространения нервного импульса по нервному волокну (косинус в четвертой степени)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ рисунка** | **Восстановляемая**  **функция**  **roa(z)** | **Шаг сетки hz** | **Ошибка вычисления max %** | **Относительная погрешность между точным и приближенным решением** | **Относительная погрешность между приближенным и**  **k-p-p решением** | **Относительная погрешность между точным и**  **k-p-p решением** |
| 1.1 |  | 0.001 | ±0.001 | 0.0089 | 0.8522 | 7.7604 |
| 1.2 |  | 0.002 | ±0.001 | 0.0353 | 0.8557 | 8.6357 |
| 1.3 |  | 0.003 | ±0.001 | 0.0237 | 0.8553 | 15.8532 |
| 1.4 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.1358 | 0.8569 | 15.9696 |
| 1.5 |  | 0.005 | ±0.001 | 0.0462 | 0.8562 | 16.0992 |
| Продолжение таблицы 5.2.4. | | | | | | |
| 1.6 |  | 0.006 | ±0.001 | 0.2205 | 0.8591 | 16.2261 |
| 1.7 |  | 0.007 | ±0.001 | 0.0468 | 0.8578 | 16.3412 |
| 1.8 |  | 0.008 | ±0.001 | 0.0688 | 0.8593 | 16.5295 |
| 1.9 |  | 0.009 | ±0.001 | 0.4857 | 0.8645 | 16.5923 |
| 1.10 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.0017 | 0.8626 | 16.8363 |
| 2.1 |  | 0.01 | ±0.0006 | 0.0017 | 0.5187 | 16.5685 |
| 2.2 |  | 0.01 | ±0.0007 | 0.0017 | 0.6048 | 16.6355 |
| 2.3 |  | 0.01 | ±0.0008 | 0.0017 | 0.6908 | 16.7025 |
| 2.4 |  | 0.01 | ±0.0009 | 0.0017 | 0.7768 | 16.7694 |
| 2.5 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.0017 | 0.8626 | 16.8363 |
| 2.6 |  | 0.01 | ±0.002 | 0.0017 | 1.7159 | 17.5011 |
| 2.7 |  | 0.01 | ±0.003 | 0.0017 | 2.5601 | 18.1593 |
| 2.8 |  | 0.01 | ±0.004 | 0.0017 | 3.3953 | 18.8109 |
| 2.9 |  | 0.01 | ±0.005 | 0.0017 | 4.2214 | 19.4561 |
| 2.10 |  | 0.01 | ±0.006 | 0.0017 | 5.0388 | 20.0948 |
| 3.1 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.0017 | 0.8626 | 16.8363 |
| 3.2 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.0134 | 0.8487 | 16.5026 |
| 3.3 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.0389 | 0.8343 | 16.7194 |
| 3.4 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.0232 | 0.8204 | 16.4417 |
| 3.5 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.0736 | 0.8026 | 16.7436 |
| 3.6 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.1866 | 0.7660 | 17.3643 |
| 3.7 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.1151 | 0.7456 | 18.5481 |
| 3.8 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.0539 | 0.7249 | 16.1437 |
| Продолжение таблицы 5.2.4. | | | | | | |
| 3.9 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.1320 | 0.7040 | 15.8842 |
| 3.10 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.0305 | 0.6510 | 15.5694 |
| 4.1 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.0880 | 0.8598 | 16.2467 |
| 4.2 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.0971 | 0.8630 | 16.4517 |
| 4.3 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.0056 | 0.8623 | 16.6343 |
| 4.4 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.0988 | 0.8618 | 16.7468 |
| 4.5 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.0017 | 0.8626 | 16.8363 |
| 4.6 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.3888 | 0.8577 | 18.0222 |
| 4.7 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.2437 | 0.8620 | 17.5646 |
| 4.8 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.1161 | 0.8597 | 17.6718 |
| 4.9 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.1685 | 0.8588 | 18.4396 |
| 4.10 |  | 0.01 | ±0.001 | 0.0326 | 0.8551 | 17.9358 |

Таблица 5.2.5. - Точное, приближенное (конечно-разностное) и конечно-разностное регуляризованное решение одномерной обратной гиперболической задачи процесса распространения нервного импульса по нервному волокну (косинусообразные функции)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ рисунка** | **Восстановляемая**  **функция**  **roa(z)** | **Шаг сетки hz** | **Ошибка вычисления max %** | **Относительная погрешность между точным и приближенным решением** | **Относительная погрешность между приближенным и**  **k-p-p решением** | **Относительная погрешность между точным и**  **k-p-p решением** |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1.1 |  | 0.007 | ±0.01 | 0.0408 | 6.3605 | 9.3483 |
| 1.2 |  | 0.007 | ±0.01 | 0.0312 | 5.9397 | 11.7755 |
| 1.3 |  | 0.007 | ±0.01 | 4.7079e-5 | 5.6547 | 15.4202 |
| 1.4 |  | 0.007 | ±0.01 | 0.0116 | 5.4279 | 18.1005 |
| Продолжение таблицы 5.2.5. | | | | | | |
| 1.5 |  | 0.007 | ±0.01 | 0.0163 | 5.2422 | 20.0875 |
| 1.6 |  | 0.007 | ±0.01 | 0.0180 | 5.0851 | 20.3526 |
| 1.7 |  | 0.007 | ±0.01 | 0.0185 | 4.9504 | 18.7483 |
| 1.8 |  | 0.007 | ±0.01 | 0.0183 | 4.8321 | 15.9334 |
| 1.9 |  | 0.007 | ±0.01 | 0.0179 | 4.7276 | 12.7776 |
| 1.10 |  | 0.007 | ±0.01 | 0.0172 | 4.6340 | 13.5793 |
| 2.1 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0112 | 0.5659 | 14.8786 |
| 2.2 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0112 | 0.5643 | 14.8319 |
| 2.3 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0112 | 0.5642 | 14.8201 |
| 2.4 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0112 | 0.5641 | 14.8152 |
| 2.5 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0112 | 0.5641 | 14.8126 |
| 2.6 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0112 | 0.5640 | 14.8109 |
| 2.7 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0112 | 0.5640 | 14.8097 |
| 2.8 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0112 | 0.5640 | 14.8089 |
| 2.9 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0112 | 0.5640 | 14.8083 |
| 2.10 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0112 | 0.5640 | 14.8078 |
| 3.1 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0112 | 0.5659 | 14.8786 |
| 3.2 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0152 | 0.5734 | 13.6511 |
| 3.3 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0192 | 0.5807 | 12.8662 |
| 3.4 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0233 | 0.5878 | 12.4489 |
| 3.5 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0027 | 0.5947 | 12.3378 |
| 3.6 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0237 | 0.6014 | 12.4799 |
| 3.7 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0096 | 0.6080 | 12.8282 |
| 3.8 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0244 | 0.6143 | 13.3396 |
| 3.9 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0021 | 0.6205 | 13.9737 |
| 3.10 |  | 0.004 | ±0.001 | 0.0201 | 0.6265 | 14.6925 |

В начале для восстановления волнообразной функции  мы взяли модельную тестовую функцию  - постоянные, (в таблице 5.2.1, в пунктах 1.1 – 1.10, 2.1 – 2.10, 4.1 -4.10 - , а в пункте 3.1 – 3.10 -  - меняется; а  во всех пунктах кроме 4.1 – 4.10, а в них  меняется).

Отметим, что на графиках  - точное решение обозначено зеленой пунктирной линией;  - конечно-разностное решение обозначено серой сплошной линией;  - конечно-разностное регуляризованное решение обозначено синей пунктирной линией;  - бордовой линией;  - красной линией;  - розовой линией.

Для проверки устойчивости решения обратной задачи РПДНВ относительно шага сетки, мы шаг сетки  постепенно увеличивали (см. табл. 5.2.1, пункты 1.1 – 1.10) от 0.001 до 0.01, для ошибки вычисления дополнительной информации обратной задачи брали  Тогда относительные погрешности между точными и конечно-разностными регуляризованными решениями увеличиваются от 5.0478% до 18.4824%. Отметим, что относительная погрешность разрешается до 20%.

Это означает, что с увеличением шага сетки восстановление функции  - ухудшается или с уменьшением шага сетки восстановление функции улучшается, что и потверждается теоретической оценки погрешности между точным и конечно-разностным регуляризованным решением. Графики восстановления функции  приведены на рисунках 1.1 - 1.10 в пункте графики таблицы 5.2.1 приложения 2.

В пунктах 2.1 – 2.10 таблицы 5.2.1 мы последовательно уменьшали ошибки вычисления дополнительной информации от  до  при шаге сетки  Здесь относительная погрешность между точными и конечно-разностными регуляризованными решениями в начале уменьшаются от 18.48% до 17.1745%, затем увеличивается от 17.2196% до 20.8222%. Это явление, мы считаем, зависит от спада и возрастания волн волнообразной функции. Графики приведены на рисунках 2.1 - 2.10 в пункте графики таблицы 5.2.1 приложения 2.

Мы также проверили устойчивость решения обратной задачи на увеличения постоянного числа . Как видно в пунктах 3.1 – 3.10 таблицы 5.2.1 с увеличением постоянной  от 2.8 до 6.1 , при шаге сетки  и ошибки вычисления  относительная погрешность между точными и конечно-разностными регуляризованными решениями обратной задачи РПДНВ последовательно уменьшается, что потверждает, что коэффициент  находится в знаменателе в уравнении РПДНВ. Отметим, что здесь также есть влияние волн волнообразной функции. Результаты приведены на рисунках 3.1 - 3.10 в пункте графики таблицы 5.2.1 приложения 2.

В следующем этапе мы последовательно уменьшали значение  от 6.28 до 0.28, при , ошибки вычисления Тогда относительные погрешности между точными и конечно-разностными регуляризованными решениями уменьшаются, что и потверждается уменьшением волн в волнообразующей функции, здесь также есть влияние волн. Результаты расчетов приведены на рисунках 4.1 - 4.10 в пункте графики таблицы 5.2.1 приложения 2.

Следующим этапом анализа проверки правильности восстановления искомой функции обратной задачи провели для модельной тестовой ступенчатой функции. Здесь шаг сетки ошибки вычисления уменьшали, т.е.  ошибки вычисления равны  для ступенчатой и импульсной функции.

В таблице 5.2.2 в пунктах 1.1 – 1.10, 2.1 – 2.10, 3.1 – 3.10 приведены результаты реализации, а результаты вычислений приведены на рисунках 1.1 - 1.10, 2.1 - 2.10, 3.1 - 3.10 в пункте графики таблицы 5.2.2 приложения 2.

В пунктах 1.1 – 1.10 таблицы 5.2.2 приведены восстановление неизвестной функции , здесь последовательно увеличивали шаг сетки  от 0.001 до 0.01 и относительная погрешность при верхней части и нижней части ступеньки увеличиваются от 19% до 21%, а в боковой части ступеньки существенно уменьшается до 9.5757%.

А это при разрыве первого рода искомой ступенчатой функции относительные погрешности увеличиваются, что и естественное явление.

В следующих пунктах 2.1 – 2.10 таблицы 5.2.2 мы увеличивали ошибки вычисления от 0.0007 до 0.007, а шаг сетки брали , при этом относительная погрешность искомой функции увеличился от 16.3016% до 20.5475%. Это означает, что с увеличением ошибки вычисления дополнительной информации увеличивается и относительная погрешность восстановления, это и естественно.

В восстановлении ступенчатой функции теперь последовательно уменьшали постоянное число  (см.пункты 3.1 – 3.10 табл. 5.2.2) от 13 до 4, тогда относительная погрешность увеличивается от 9.5757% до 23.0548%.

Таким образом, при определении неизвестной функции в ступенчатой функции уменьшение постоянной  отрицательно влияет на относительную погрешность между точным и приближенным конечно-разностным регуляризованным решением. Результаты приведены на рисунках 3.1 - 3.10 в пункте графики таблицы 5.2.2 приложения 2.

Т.е. построенный нами алгоритм решения обратной задачи РПДНВ работает и для среды слоистого вида и должно указать, что на ступеньках «склеивания» шаги не проводились.

На следующем этапе восстановили функции импульсного вида (Таблица 5.2.3). Здесь ошибки вычисления в начале взяли одинаковые , а шаг сетки  последовательно увеличивали от 0.001 до 0.01. В пунктах 1.1 – 1.10 таблицы 3 также относительная погрешность увеличивается от 5.5487% до 17.3363%, что и потверждает, что с увеличением шага сетки восстанавливаемость импульсной функции ухудшается, и утверждает полученную теоретическую оценку (см. табл. 5.2.3, пункты 1.1- 1.10). Результаты приведены на рисунках 1.1 - 1.10 в пункте графики таблицы 5.2.3 приложения 2.

В пунктах 2.1 – 2.10 таблицы 5.2.3 мы сделали наоборот, шаг сетки взяли  а ошибки вычисления изменяли – увеличивали от 0.0007 до 0.007. Тогда, как видно из таблицы 5.2.3, относительная погрешность восстанавливаемости функции увеличивается от 17.1915% до 20.0983%.

Это также потверждает, что с увеличением ошибки вычисления дополнительной информации ухудшается относительная погрешность между точным и приближенным конечно-разностным регуляризованным решениями. Графики даны на рисунках 2.1 – 2.10 в пункте графики таблицы 5.2.3 приложения 2.

На следующем четвертом этапе в качестве восстанавливаемой функции мы взяли волнообразную функцию вида .

Также как и выше мы последовательно изменяли шаг сетки, ошибки вычисления дополнительной информации, коэффициенты постоянные  и  получили следующие результаты.

В пунктах 1.1 – 1.10 таблицы 5.2.4 изменяли шаг сетки  от 0.001 до 0.01, а ошибки вычисления дополнительной информации брали , тогда как видно из таблицы 5.2.4 относительная погрешность между точным и конечно-разностным регуляризованным решениями увеличивается от 7.7604% до 16.5685%, т.е. с увеличением шага сетки относительная погрешность ухудшается. Результаты вычислений приведены на рисунках 1.1 - 1.10 в пункте графики таблицы 5.2.4 приложения 2.

В пунктах 2.1 – 2.10 таблицы 5.2.4 наоборот шаг сетки оставили  а постепенно повышали ошибки вычисления от  до  в этом случае опять относительная погрешность повышается от 16.5685% до 20.0948%, т.е. она ухудшается, что и естественно. Графики приведены на рисунках 2.1 - 2.10 в пункте графики таблицы 5.2.4 приложения 2.

В следующем шаге в восстанавливаемой волнообразной функции  последовательно уменьшали постоянный от 13 до 4,  при шаге сетки  и ошибки вычисления , здесь картина такова, что относительная погрешность уменьшается (см.пункты 3.1 – 3.10 табл. 5.2.4). Здесь также на относительную погрешность влияют волны волнообразной функции. Результаты приведены на рисунках 3.1 - 3.10 в пункте графики таблицы 5.2.4 приложения 2.

В последнем шаге пунктах 4.1 – 4.10 таблицы 5.2.4 мы изменяли  от 4 до 10.28, т.е. постепенно увеличивали, , ошибки вычисления , тогда ошибки относительной погрешности увеличиваются. Графики приведены на рисунках 4.1 - 4.10 в пункте графики таблицы 5.2.4 приложения 2.

В дальнейшем мы анализировали поведение искомой функции  от задания известных функций  (таблица 5.2.5).

В пунктах 1.1 – 1.10 мы последовательно увеличивали в параметре  свободный коэффициент  от 3.1 до 12.1, при этом параметры  не изменяли, а также шаг сетки, ошибки вычисления не изменяли (см.табл.5.2.5).

Тогда относительная погрешность вычисления обратной задачи увеличивается постепенно, отметим что коэффициент  находится в числителе, что и подтверждает увеличение погрешности. Графики приведены на рисунках 1.1 – 1.10 в пунктах графики таблицы 5.2.5 приложения 2. Отметим, что здесь влияет волнистость функции.

В пунктах 2.1 – 2.10 последовательно увеличивали , постоянное в функции  от 3.1 до 93.1. Тогда погрешность между точными и конечно-разностными регуляризованными решениями почти не меняется. Это ясно, что  - функция параметр свободного характера (см.табл. 5.2.5). Графики приведены на рисунках 2.1 – 2.10 в пунктах графики таблицы 5.2.5 приложения 2.

Наконец-то, в пунктах 3.1 – 3.10 таблицы 5.2.5 изменяли функцию , свободное постоянное  изменяли от 3.1 до 4.7. В этом случае относительная погрешность вычисления обратной задачи снижается, это и показывает, что коэффициент  находится в знаменателе и поэтому погрешность уменьшается. Графики приведены на рисунках 3.1 – 3.10 в пунктах графики таблицы 5.2.5 приложения 2.

Примечание – номера таблиц отмечены через три цифры (первая – номер главы, вторая – номер раздела, третья – номер таблицы), поскольку в этом разделе имеются 5 таблиц, в содержании которой имеются различные искомые функции и исследованы по различным параметрам. Согласно этим параметрам, меняются и номера рисунков в таблице. В анализе четко и ясно указаны ссылки на рисунки и таблицы. Из-за ограничения страниц в написании диссертации, здесь тоже взяли только некоторые графики искомой функции. В приложении 2 номера рисунков совпадают с номерами, которая указана в таблице.

**Заключение.** Таким образом, проверили устойчивость созданного алгоритма решения обратной задачи в следующих направлениях и выявили:

1. Измельчали шаги сетки дискретизации и сравнивались полученные результаты в соответствующих точках и анализ показывает, что при уменьшении шага сетки относительная погрешность обратной задачи улучшается.

2. Исследован алгоритм относительно малых изменений дополнительной информации обратной задачи и выявили, что допустимые ошибки в дополнительной информации обратной задачи могут быть от 1% до 6%.

3. Изучены на устойчивость решения обратной задачи относительно свободного постоянного  искомой неизвестной функции. Здесь выяснили, что минимальное значение постоянной  должно быть 2.8 – 3.0 раз больше чем значение   и ниже появляется неустойчивость решений.

4. Рассмотрены устойчивость решения обратной задачи относительно увеличения волн волнообразной функции, т.е. изменяли , конечно здесь увеличение волн в волнообразующей функции отрицательно влияет на восстановления функции.

5. Максимальную длину вычисления обратной задачи мы брали 4 дм=40 см, т.к. длина нервного волокна составляет примерно такой длины.

6. Относительная погрешность восстановления функции обратной задачи, конечно-разностным регуляризованным методом, в различных задачах различны и составляет от 1% до 20%, что и приемлемы в восстанавливаемых функциях (в диссертации приведены таблицы погрешности).

## **5.3. Анализ численного алгоритма и реализации связующего интеграла параболической задачи и гиперболической задачи РПДНВ**

**Теоретическое обоснование.** Рассмотрим связь между решениями прямой задачи параболического типа (4.1.1) и гиперболического типа (4.1.4). Она дается интегралом

 (5.3.1)

где  - решения задач параболической и гиперболической соответственно.

В обратных задачах параболического и гиперболического типа связующий интеграл будет

 (5.3.2)



здесь,  - решения обратных задач параболической и гиперболической соответственно.

Предположим, что решение прямой гиперболической задачи (4.1.4)  достаточно гладкая, растет при  не быстрее, чем  то формула (5.3.1) устанавливает связь между решениями прямых задач параболической (4.1.1) и гиперболической (4.1.4) взаимно однозначное соответствие. [12, стр.235-236, формулы (8.1.7) и (8.1.8)].

Поэтому, теоремы единственности доказанные для коэффициентных обратных задач для гиперболических уравнений, могут быть перенесены на соответствующие теоремы единственности обратных задач для параболических уравнений [12, стр.343].

Пусть, решение обратной гиперболической задачи  достаточно гладкая функция и растет при  не быстрее, чем то формула (5.3.2) устанавливает связь между решениями обратных задач параболической (4.1.1) и гиперболической (4.1.4) взаимно однозначное соответствие [12, стр.343].

Теоретическое обоснование (5.3.2), (5.3.3) можно найти в источнике [12, стр.18, теорема 2].

**Численное обоснование.** Рассмотрим численное решение связующего интеграла (5.3.2) между решениями обратной задачи параболического уравнения и обратной задачи гиперболического уравнения.

Пусть  введем шаги сетки  N – количество сетки,  здесь шаги сетки по переменным  соответственно. Тогда интеграл (5.3.2) будет

 (5.3.2)

Введем также сеточные функции 

Используя метод прямоугольников для интеграла (5.3.2) получим

 (5.3.3)



Отметим, что по свойству метода прямоугольников численное решение сеточной функции (5.3.3) сходится к точному решению (5.3.2) в порядке 

Если распишем (5.3.3), то получим следующие вычисления:







……………………………………………………………………………



В численных решениях нами были взяты следующие значения:



**Блок схема решения.**

T=4; N=200

























да

да

нет



нет

Таблица 5.3.1. - Точное, приближенное (конечно-разностное) и конечно-разностное регуляризованное решение одномерной обратной параболической задачи процесса распространения нервного импульса по нервному волокну (косинус второй степени)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ рисунка** | **Восстановляемая**  **функция**  **roa(z)** | **z** | **cm1** | **ra1** | **rom1** | **Ошибка измерения max %** | **Относительная погрешность между точным и k-p-p решением** |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1.1 |  | 0.2 |  |  |  | ±0.01 | 5.3168 |
| 1.2 |  | 0.4 |  |  |  | ±0.01 | 5.3161 |
| 1.3 |  | 0.6 |  |  |  | ±0.01 | 5.3149 |
| 1.4 |  | 0.8 |  |  |  | ±0.01 | 5.3133 |
| 1.5 |  | 1 |  |  |  | ±0.01 | 18.8744 |
| 2.1 |  | 1 |  |  |  | ±0.01 | 12.8742 |
| 2.2 |  | 1 |  |  |  | ±0.01 | 15.8362 |
| 2.3 |  | 1 |  |  |  | ±0.01 | 18.8586 |
| 2.4 |  | 1 |  |  |  | ±0.01 | 19.5716 |
| 2.5 |  | 1 |  |  |  | ±0.01 | 19.7673 |
| 3.1 |  | 1 |  |  |  | ±0.0005 | 13.0043 |
| 3.2 |  | 1 |  |  |  | ±0.001 | 13.3078 |
| 3.3 |  | 1 |  |  |  | ±0.002 | 13.9165 |
| 3.4 |  | 1 |  |  |  | ±0.003 | 14.5277 |
| 3.5 |  | 1 |  |  |  | ±0.004 | 15.1413 |
| 4.1 |  | 0.6 |  |  |  | ±0.01 | 5.3149 |
| 4.2 |  | 0.6 |  |  |  | ±0.01 | 8.6050 |
| 4.3 |  | 0.6 |  |  |  | ±0.01 | 10.9452 |

Таблица 5.3.2. - Точное, приближенное (конечно-разностное) и конечно-разностное регуляризованное решение одномерной обратной параболической задачи процесса распространения нервного импульса по нервному волокну (косинус в четвертой степени)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ рисунка** | **Восстановляемая**  **функция**  **roa(z)** | **z** | **cm1** | **ra1** | **rom1** | **Ошибка измерения max %** | **Относительная погрешность между точным и k-p-p решением** |
| 1.1 |  | 0.2 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 2.9187 |
| 1.2 |  | 0.4 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 3.1905 |
| 1.3 |  | 0.6 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 3.1762 |
| 1.4 |  | 0.8 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 9.5722 |
| 1.5 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 9.6533 |
| 1.6 |  | 2 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 10.0797 |
| 1.7 |  | 3 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 11.3908 |
| 1.8 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 14.4532 |
| 1.9 |  | 5 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 15.2362 |
| 1.10 |  | 6 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 22.3972 |
| 2.1 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.0001 | 13.0161 |
| 2.2 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.002 | 16.0664 |
| 2.3 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.003 | 17.6972 |
| 2.4 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.004 | 19.3456 |
| 2.5 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.005 | 21.0118 |
| 3.1 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 12.1435 |
| 3.2 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 12.0024 |
| 3.3 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 12.6227 |
| 3.4 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 13.1797 |
| 3.5 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 9.8415 |
| 4.1 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 14.5162 |
| 4.2 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 14.3814 |
| 4.3 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 14.3301 |
| 4.4 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 13.6263 |

Таблица 5.3.3. - Точное, приближенное (конечно-разностное) и конечно-разностное регуляризованное решение одномерной обратной параболической задачи процесса распространения нервного импульса по нервному волокну (косинусообразные функции)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ рисунка** | **Восстановляемая**  **функция**  **roa(z)** | **z** | **cm1** | **ra1** | **rom1** | **Ошибка измерения max %** | **Относительная погрешность между точным и k-p-p решением** |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1.1 |  | 0.2 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 0.6170 |
| 1.2 |  | 0.4 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 0.6178 |
| 1.3 |  | 0.6 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 0.7258 |
| 1.4 |  | 0.8 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 0.7228 |
| 1.5 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 0.9082 |
| 1.6 |  | 2 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 1.4326 |
| 1.7 |  | 3 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 2.4626 |
| 1.8 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 3.6954 |
| 2.1 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.01 | 13.1167 |
| 2.2 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.02 | 24.4002 |
| 2.3 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.002 | 4.7030 |
| 2.4 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.003 | 5.7181 |
| 2.5 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.004 | 6.7409 |
| 2.6 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.005 | 7.7809 |
| 3.1 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.01 | 16.1764 |
| 3.2 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.01 | 15.7121 |
| 3.3 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.01 | 13.1178 |
| 3.4 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.01 | 13.1116 |
| 3.5 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.01 | 13.1291 |
| 4.1 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.01 | 13.0888 |
| 4.2 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.01 | 13.1515 |
| 4.3 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.01 | 13.2187 |
| 4.4 |  | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.01 | 13.3023 |

Таблица 5.3.4. - Точное, приближенное (конечно-разностное) и конечно-разностное регуляризованное решение одномерной обратной параболической задачи процесса распространения нервного импульса по нервному волокну (импульсная)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ рисунка** | **Восстановляемая**  **функция**  **roa(z)** | **z** | **cm1** | **ra1** | **rom1** | **Ошибка измерения max %** | **Относительная погрешность между точным и k-p-p решением** |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1.1 | Импульсная | 0.2 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 0.9902 |
| 1.2 | Импульсная | 0.4 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 1.0583 |
| 1.3 | Импульсная | 0.6 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 1.1293 |
| 1.4 | Импульсная | 0.8 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 1.2029 |
| 1.5 | Импульсная | 1 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 1.2793 |
| 1.6 | Импульсная | 2 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 1.7079 |
| 1.7 | Импульсная | 3 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 2.5639 |
| 1.8 | Импульсная | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 3.9156 |
| 2.1 | Импульсная | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.01 | 17.8338 |
| 2.2 | Импульсная | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.02 | 35.1803 |
| 2.3 | Импульсная | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.002 | 5.3344 |
| 2.4 | Импульсная | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.003 | 6.7681 |
| 2.5 | Импульсная | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.004 | 8.2845 |
| 2.6 | Импульсная | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.005 | 9.8330 |

Таблица 5.3.5. - Точное, приближенное (конечно-разностное) и конечно-разностное регуляризованное решение одномерной обратной параболической задачи процесса распространения нервного импульса по нервному волокну (ступенчатая)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ рисунка** | **Восстановляемая**  **функция**  **roa(z)** | **t** | **cm1** | **ra1** | **rom1** | **Ошибка измерения max %** | **Относительная погрешность между точным и k-p-p решением** |
| 1.1 | Ступенчатая | 0.2 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 7.4893 |
| 1.2 | Ступенчатая | 0.4 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 7.7118 |
| 1.3 | Ступенчатая | 0.6 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 8.0031 |
| 1.4 | Ступенчатая | 0.8 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 8.4246 |
| 1.5 | Ступенчатая | 1 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 8.8696 |
| 1.6 | Ступенчатая | 2 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 12.2018 |
| 1.7 | Ступенчатая | 3 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 17.2374 |
| 1.8 | Ступенчатая | 4 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 23.3386 |
| 2.1 | Ступенчатая | 2 | 1 | 1 | 1 | ±0.0005 | 11.6476 |
| 2.2 | Ступенчатая | 2 | 1 | 1 | 1 | ±0.001 | 12.2018 |

**Численный анализ и компьютерная реализация.**

В качестве искомой тестовой функции обратной задачи в начале мы взяли косинусообразную функцию ( эта функция соответствует на требования искомой функции), . Эта функция положительная, при , четная, дифференцируемая.

В начале мы проверили до какого момента мы сможем вычислить, то есть, созданный нами алгоритм и разработанная нами программа до какого расстояния сможет вычислить решение обратной задачи, в данном случае для параболической задачи.

Таким образом мы последовательно увеличивали расстояния z от 0.2 до 1 (условно метр, в нашем случае распространения потенциала действий нервного волокна). Как видно из таблицы 5.3.1 пункты 1.1 – 1.5 относительная погрешность увеличивается от 5.31% - 18.87%. Это означает, в этом случае искомой функции сможем провести вычисления не более 1 условной единицы (м).

Отметим, что вычисления решения обратной задачи в таблице 5.3.1 производились при параметрах, когда они непрерывные функции: , , .

Таким образом, с увеличением расстояния вычисления обратной задачи увеличивается относительная погрешность, что подтверждает теоретической оценки погрешности.

Из-за ограниченности страницы здесь мы привели только рисунок 1.5.

В пунктах 2.1 – 2.5 таблицы 5.3.2 последовательно уменьшаем  от 4.71 до 0.393. Во всех вычислениях мы условно ввели обозначения  где .

Выявлено, что с уменьшением  относительная погрешность увеличивается. Здесь норма для  должна быть . Тогда относительная погрешность составляет 19.77% и привели рисунок 2.5 этому случаю.

В следующем шаге мы изменили - погрешность измерения, то есть, последовательно увеличивали  от  до . В этом случае относительная погрешность определения решения обратной задачи параболического уравнения также увеличивается от 13% до 15.14% (см. пункты 3.1 – 3.5 табл. 5.3.2). Анализируя мы остановились на том, что - погрешность измерения можно взять до 0.01.

В последних пунктах 4.1 – 4.3 таблицы 5.3.1 мы уменьшали  - свободный член от 3.1 до 1.1. Тогда нами выяснено, что относительная погрешность определения решения обратной задачи параболического уравнения увеличивается от 5.31% до 11%.

Анализируя, мы выяснили, что  можно уменьшить до 0 и привели рисунок 4.3.

В таблице 5.3.2 приведены решения обратной задачи параболического уравнения, когда искомая функция непрерывная функция вида  , где  а другие параметры уравнения .

В пунктах 1.1 – 1.10 таблицы 5.3.2 расчеты приведены для z, z меняется от 0.2 до 6, то есть,  Как видно из таблицы 5.3.2 относительная погрешность между точным и конечно-разностным регуляризованным решением (к-р-р-р) обратной задачи параболического уравнения также последовательно увеличивается от 2.91% до 22.40%.

Таким образом, в этом случае алгоритм работает при z=5 у.е. Этот пример также подтверждает теоретически обоснованную оценку. Здесь мы дали рисунок 1.9.

В следующем этапе (пункты 2.1 – 2.5, табл.5.3.2) восстановили в обратной задаче параболического уравнения, функции , при z=4, , а погрешность измерения  последовательно увеличивали от  до , то есть, .

Как показаны в пунктах 2.1 – 2.5 относительная погрешность между точным и к-р-р решением увеличивается от 13.01% до 21%. Таким образом,  можно взять до 0.004. Приведен график 2.4.

В пунктах 3.1 -3.5 таблицы 5.3.2 мы свободный член  уменьшили от 8 до 4, тогда погрешность уменьшается. Дан рисунок 3.4.

В следующем шаге уменьшили  от 6.2 до 0.785. Относительная погрешность уменьшается, см. пункты 4.1 – 4.5. Приведен рисунок 4.1.

В таблице 5.3.3 также восстановили непрерывную функцию  даны в этой таблице, . Здесь тоже такое восстановление как в предыдущих таблицах 5.3.1. – 5.3.2.

В таблице 5.3.4. дано восстановление импульсной функции, дано в рисунке 1.8, 2.6. Здесь также относительная погрешность увеличивается, что и подтверждает теоретическую оценку. .

А в таблице 5.3.5. ввели расчеты восстановления ступенчатой функции,  . Также относительная погрешность между точным и к-р-р решениями повышается. Здесь в качестве рисунка дали рис.1.7, рис.2.2.

Примечание - Здесь были взяты графики тех функций, в которых относительная погрешность между точным и конечно-разностным регуляризованным решениями самая большая. В таблицах 5.3.1 – 5.3.5 даны все значения исследуемой функций  Графики параболической функции приведены в приложении 3.

**Заключение по главе 5**

Разработан конечно-разностный алгоритм для решения одномерных прямых и обратных задач, а также создана численная реализация на языке Object Pascal (Delphi XE7), результаты вычислений представлены в виде графиков. Проанализированы численные решения, направленные на определение неизвестных коэффициентов в обратной задаче распространения потенциалов действия по нервному волокну.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Установлена корректность двумерной прямой задачи уравнения распространения потенциала действия по нервному волокну с плоской границей и шнуровым источником, включая доказательство существования, единственности и условной устойчивости решения.
2. Разработан и обоснован конечно-разностный метод для решения одномерной обратной задачи РПДНВ, в которой определяется  - удельное сопротивление нервного волокна.
3. Предложен и обоснован конечно-разностный регуляризованный метод для определения удельного сопротивления нервного волокна в одномерной обратной задаче.
4. Разработаны устойчивые численные алгоритмы и реализации для одномерных прямых и обратных задач распространения потенциала действий по нервному волокну, проанализированы возможности их применения.
5. Доказана достоверность конечно-разностного решения одномерных обратных задач с помощью численных экспериментов на тестовых примерах для различных типов искомых коэффициентов.
6. Созданы программные комплексы для решения одномерных прямых и обратных задач распространения потенциала действия по нервному волокну, основанные на конечно-разностных и конечно-разностных регуляризованных методах. Результаты численных экспериментов подтвердили высокую точность и установили относительные погрешности восстановления искомых функций.

**ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ**

По результатам проведённых исследований можно заключить, что:

1. Предложенный конечно-разностный подход обладает широким потенциалом для применения к различным классам прямых и обратных задач, связанных с волновыми процессами.
2. Созданные алгоритмы и их программные реализации для решения прямых и обратных задач могут быть использованы для анализа механизмов генерации и распространения потенциалов действия.
3. Результаты исследований могут быть интегрированы в образовательный процесс для ознакомления студентов с актуальными вопросами прямых и обратных задач РПДНВ, а также для вовлечения их в научные исследования в данной области.

# СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Алексеев, А. С. Обратные динамические задачи сейсмики [Текст] / А. С. Алексеев // Некоторые методы и алгоритмы интерпретации геофизических данных. – М., 1967. – С. 9-84.
2. Алиев, Р. Р. Компьютерное моделирование электрической активности сердца [Текст] / Р. Р. Алиев // Успехи физиол. наук. – 2010. – № 41(3). – С. 44-63.
3. Алимканов, А. А. Численное решение прямой задачи геоэлектрики с мгновенным и шнуровыми источниками [Текст] / А. А. Алимканов // Вестн. КазНПУ им. Абая, Сер. Физ.-мат. науки. – 2017. – № 4(60). – С. 103-109.
4. Андреева, Е. М. Моделирование электрической активности нейронов с использованием технологии параллельных вычислений [Текст] / Е. М. Андреева, В. В. Бавин // Мат. биология и биоинформатика. – 2015. – Т. 10, № 2. – С. 344-355.
5. Биофизика [Текст] / [В. Ф. Антонов, А. М. Черныш, В. И. Пасечник и др.]. – М.: ВЛАДОС, 2000. – 292 с.
6. Баканов, Г. Оценка устойчивости конечно-разностного аналога интегральной задачи геометрии с весовой функцией. [Текст] / Г.Баканов, С.Мелдебекова // - Материалы VII всемирного конгресса математиков тюркского мира. 295 –с.
7. Богатов, Н. М. Анализ изменения потенциала действия в нервном волокне [Текст] / Н. М. Богатов, Л. Р. Григорьян, Е. Г. Понетаева // Экол. вестн. науч. центров ЧЭС. – 2013. – № 3. – С. 21-25.
8. Богатов, Н. М. Моделирование распространения электрического импульса в нервном волокне [Текст] / Н. М. Богатов, Л. В. Морозова, Е. Г. Понетаева // Современные проблемы физики, биофизики и инфокоммуникационных технологий. – Краснодар, 2012. – С. 33-44.
9. Бектемесов, М. Об одной обратной задаче для линеаризованной системы уравнений Навье-Стокса с финальным условием переопределения [Текст] / М. Бектемесов, М.Дженалиев, М.Ергалиев// Журнал обратных и некорректных задач, De Gruyter, 2023. № 31, Выпуск 4. С.611–624.
10. Деч, Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования [Текст] / Г. Деч. – М.: Наука: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1971. – 288 с.
11. Дженалиев, М. Об одной обратной задаче для параболического уравнения в вырожденной угловой области [Текст] / М. Дженалиев, М. Рамазанов, М. Ергалиев // - Евразийский математический журнал. 2021. 12(2). С.25–38.
12. Кабанихин, С. И. Обратные и некорректные задачи [Текст] / С. И. Кабанихин. – Новосибирск: Сиб. науч. изд-во, 2009. – 458 с.
13. Кабанихин, С. И. Проекционно-разностные методы определения коэффициентов гиперболических уравнений [Текст] / С. И. Кабанихин. – Новосибирск: Наука, 1988. – 166 с.
14. Кабанихин, С. И. Конечно-разностная регуляризация обратной задачи для гиперболической системы первого порядка [Текст] / С. И. Кабанихин, Ж. А. Ахметов // Вопросы корректности задач математической физики. – Новосибирск, 1983. – С. 65-74.
15. Кабанихин, С. И. Конечно-разностная регуляризация обратной задачи для уравнения колебаний [Текст] / С. И. Кабанихин // Вопросы корректности задач математической физики. – Новосибирск, 1977. – С. 57-69.
16. Кабанихин, С. И. Конечно-разностный метод определения сечений в Р1-приближении нестационарного кинетического уравнения переноса [Текст] / С. И. Кабанихин, К. Бобоев // Методы решения некорректных задач и их приложения. – Новосибирск, 1982. – С. 213-217.
17. Кабанихин, С. И. Конечно-разностный алгоритм решения одномерной обратной задачи волнового уравнения [Текст] / С. И. Кабанихин, А. Дж. Сатыбаев // Вычислительная математика и моделирование в физике. – Новосибирск, 1989. – С. 65-81.
18. Кабанихин, С. И. Конечно-разностный алгоритм решения смешанной задачи для двумерного волнового уравнения [Текст] / С. И. Кабанихин, А. Дж. Сатыбаев // Математический анализ и дифференциальные уравнения. – Новосибирск, 1987. – С. 45-51.
19. Калиткин, Н. Н. Численные методы [Текст] / Н. Н. Калиткин. – М.: Наука, 2013. – 304 с.
20. Кокозова, А. Ж. Существование решения двумерной прямой задачи телеграфного уравнения с мгновенными и проводными источниками [Текст] / А. Ж. Кокозова, А. Дж. Сатыбаев // Журн. Кырг. гос. техн. ун-та. – 2017. – Т. 1, № 2 (35). – С. 175-180.
21. Крайнов, А. Ю. Операционное исчисление. Примеры и задачи [Текст]: учеб.-метод. пособие / А. Ю. Крайнов, Ю. Н. Рыжих. – Томск: Том. ун-т, 2007. – 104 с.
22. Крылов, В. И. Методы приближенного преобразования Фурье и обращения преобразования Лапласа [Текст] / В. И. Крылов, Н. С. Скобля. – М.: Наука, 1974. – 224 с.
23. Куликов, К. Г. Обратные и некорректные задачи биофизики [Текст]: учеб. пособие / К. Г. Куликов. – СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2021.
24. Курманалиева, Г. С. Единственность решения двумерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / Г. С. Курманалиева, А. Дж. Сатыбаев // Вестн. Кырг.-Рос. Славян. ун-та. – 2019. – Т. 19, № 4. – С. 19-25.
25. Курманалиева, Г. С. Численный метод решения двумерной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / Г. С. Курманалиева, А. Дж. Сатыбаев // Проблемы автоматики и управления. – 2019. – Т. 37, № 2. – С. 99-109.
26. Курманалиева, Г. С. Разработка численного алгоритма определения коэффициентов одномерной обобщенной обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / Г. С. Курманалиева, А. Дж. Сатыбаев // Проблемы автоматики и управления. – 2021. – Т. 42, № 3. – С. 67-75.
27. Курманалиева, Г. С. Численное решение одномерной обобщенной прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / Г. С. Курманалиева, А. Дж. Сатыбаев // Вестн. Кырг. гос. ун-та стр-ва, транспорта и архитектуры им. Н. Исанова. – 2022. – Т. 3, № 2 (76). – С. 104-111.
28. Курманалиева, Г. С. Теоретические основы применения прямого и обратного преобразования Лапласа к телеграфному уравнению [Текст] / Г. С. Курманалиева // Бюл. науки и практики. – 2022. – Т. 8, № 4. – С. 12-21.
29. Курманалиева, Г. С. Разработка регуляризованного решения одномерной обратной задачи процесса распространения потенциала нервного импульса по нервному волокну [Текст] / Г. С. Курманалиева, А. Дж. Сатыбаев // Вестн. Кырг.-Рос. Славян. ун-та. – 2023. – Т. 23, № 4. – С. 11-20.
30. Курманалиева, Г. С. Анализ численного алгоритма прямой гиперболической задачи распространения потенциала действия нервного волокна [Текст] / Г. С. Курманалиева, А. Дж. Сатыбаев, Ю. В. Анищенко // Наука. Образование. Техника. – 2023. – № 3. – С. 16-28.
31. Курманалиева, Г. С. Анализ алгоритма вычисления конечно-разностного регуляризованного решения и численная реализация одномерной обратной задачи распространения потенциала действий [Текст] / Г. С. Курманалиева, А. Дж. Сатыбаев, Ю. В. Анищенко // Изв. ОшТУ. – 2023. – № 3. – С. 147-163.
32. Лещенко, Н. И. Численное обращение интегрального преобразования Лапласа функций специального вида [Текст]: автореф. дис. … канд. физ-мат. наук: 01.01.07 / Н. И. Лещенко. – СПб., 2017. – 16 с.
33. Липко, О. Д. Математическая модель распространения нервного импульса с учетом эредитарности [Текст] / О. Д. Липко // Вестн. КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. – 2017. – № 1(17). – С. 33-43.
34. Максименко, Е. В. Аналитическая модель нервного импульса [Текст] / Е. В. Максименко // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2003. – Т. 10, вып. 3. – С. 696-697.
35. Максименко, Е. В. Использование уравнения Кортевега-де Фриза для моделирования трансмембранного потенциала в нервном волокне [Текст] / Е. В. Максименко // Вестн. Северо-Кавказ. гос. техн. ун-та. Сер. Естественнонаучная. – 2004. – № 1 (7). – С. 234-235.
36. Максименко, Е. В. Моделирование распространения нервного импульса с использованием ЭВМ [Текст] / Е. В. Максименко // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2004. – Т. 11, вып. 2. – С. 368-369.
37. Максименко, Е. В. Об использовании математических методов в биологических исследованиях [Текст] / Е. В. Максименко // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2005. – Т. 12, вып. 2. – С. 431-432.
38. Марчук, Г. И. Методы вычислительной математики [Текст]: учеб. пособие / Г. И. Марчук. – М.: Наука, 1977. – 456 с.
39. Морс, Ф. М. Методы теоретической физики [Текст] / Ф. М. Морс, Г. Фешбах // Волновое уравнение. – М., 2019. – Т. 2, гл. 11. – С. 323.
40. Новиков, Д. А. Биофизика [Текст]: курс лекции: в 2 ч. / Д. А. Новиков, М. М. Филимонов. – Минск: БГУ, 2008. – Ч. 1. – 184 с.
41. Новоселов, В. С. К имитационному моделированию нервного импульса [Текст] / В. С. Новоселов // Вестн. с.-петерб. ун-та. Сер. 10: Прикл. математика. – СПб., 2011. – Вып. 4. – С. 73-83.
42. Новоселов, В. С. К математической модели пейсмекера [Текст] / В. С. Новоселов // Вестн. с.-петерб. ун-та. Сер. 10: Прикл. математика. – СПб., 2012. – Вып. 4. – С. 58-63.
43. Новоселов, В. С. О математической модели возбуждения клеток сердца [Текст] / В. С. Новоселов // Вестн. с.-петерб. ун-та. Сер. 10: Прикл. математика. – СПб., 2013. – Вып. 4. – С. 58-65.
44. Павельчак, И. А. Численные методы решения обратных задач для математических моделей возбуждения сердца [Текст]: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18 / И. А. Павельчак. – М., 2012. – 91 с.
45. Пономаренко, Г. Н. Биофизические основы физиотерапии [Текст] / Г. Н. Пономаренко, И. И. Тарковский. – М.: Медицина, 2006. – 176 с.
46. Порошина, Н. И. О методах обращения преобразования Лапласа [Текст] / Н. И. Порошина, В. М. Рябов // Вестн. с.-петерб. ун-та. Сер. 1: Математика, механика, астрономия. – 2011. – Вып. 3. – С. 55-61.
47. Порошина, Н. И. Об обращении преобразования Лапласа некоторых специальных функций [Текст] / Н. И. Порошина, В. М. Рябов // Вестн. с.-петерб. ун-та. Сер.1: Математика, механика, астрономия. – 2009. – Вып. 3. – С. 50-60.
48. Потентаева, Е. Г. Расчет изменения потенциала действия в нервном волокне [Текст] / Е. Г. Потентаева, Л. Р. Григорян, Н. М. Богатов// Сентябрь 7, 2016. admin. Системы и приборы медицинского назначения.
49. Романов, В. Г. Устойчивость в обратных задачах [Текст] / В. Г. Романов. – М.: Науч. мир, 2005. – 295 с.
50. Романов, В. Г. Численные решения одномерных обратных задач электродинамики [Текст]: препр. ВЦ СО АН СССР, № 542 / В. Г. Романов, С. И. Кабанихин, К. С. Абдиев. – Новосибирск, 1985. – 48 с.
51. Романов, В. Г. Обратные задачи электродинамики [Текст] / В. Г. Романов, С. И. Кабанихин, Т. П. Пухначева. – Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1984. – 201 с.
52. Романов, В. Г. О локальной разрешимости некоторых многомерных обратных задач для уравнений гиперболического типа [Текст] / В. Г. Романов // Дифференц. уравнения. – 1989. – Т. 25, № 2. – С. 275-283.
53. Романов, В. Г. Обратные задачи математической физики [Текст] / В. Г. Романов. – М.: Наука, 1984. – 264 с.
54. Сабитов, К. Б. Уравнения математической физики [Текст] / К. Б. Сабитов. – М.: Высш. шк., 2003. – 255 с.
55. Самарский, А. А. Численные методы математической физики [Текст] / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – 2-е изд. – М.: Науч. мир, 2007. – 316 с.
56. Самарский, А. А. Теория разностных схем [Текст] / А. А. Самарский. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
57. Сатыбаев, А. Дж. Единственность решения одной прямой задачи акустики с мгновенным источником и плоской границей [Текст] / А. Дж. Сатыбаев, Ж. К. Матисаков // Проблемы автоматики и упр. Материалы Междунар. конф.: Проблемы упр. и информ. технологий. – Бишкек, 2010. – № 1. – С. 159-163.
58. Сатыбаев, А. Дж. Конечно- разностное регуляризованное решение обратных задач гиперболического типа [Текст] / А. Дж. Сатыбаев // Ош: Ош обл. тип. – 2001. – 143 с.
59. Сатыбаев, А. Дж. Существование решения двумерной прямой сейсмической задачи с мгновенным источником [Текст] / А. Дж. Сатыбаев, А. А. Алимканов // Наука и новые технологии. – 2014. – № 7. – С. 3-6.
60. Сатыбаев, А. Дж. Разработка конечно-разностного регуляризованного метода решения одномерной обратной задачи геоэлектрики [Текст] / А. Дж. Сатыбаев, Ю. В. Анищенко // Вестн. Кырг.-Рос. Славян. ун-та. Сер. Естеств. и техн. науки. – Бишкек, 2019. – Т. 19, № 4. – 2019. – С. 3-10.
61. Сатыбаев, А. Дж. Существование решения прямой задачи геоэлектрики с плоской границей и шнуровым источником [Текст] / А. Дж. Сатыбаев, Ю. В. Анищенко // Вестн. Кырг.-Рос. Славян. ун-та. – 2017. – Т. 17, № 8. – С. 18-22.
62. Сатыбаев, А. Дж. Численный алгоритм решения двумерной прямой задачи геоэлектрики с плоской границей и шнуровым источником [Текст] / А. Дж. Сатыбаев, М. Ж. Жанибеков, Ю. В. Анищенко, А. Т. Маматкасымова // Изв. КГТУ им. И. Раззакова. – Бишкек, 2016. – № 3(33), ч.1. – С. 180-189.
63. Сатыбаев, А. Дж. Существование решения прямой задачи акустики с плоской границей [Текст] / А. Дж. Сатыбаев // Наука и новые технологии. – 2006. – № 1. – С. 164-172.
64. Сатыбаев, А. Дж. Существование решения прямой задачи волнового уравнения с плоской границей [Текст] / А. Дж. Сатыбаев // Материалы II Междунар. науч.-метод. конф.: Математическое моделирование и информационные технологии в образовании и науке. – 2003. – Т. 2. – С. 383-389.
65. Свид.881. Кыргызская Республика, Программа решения одномерных обратных задач процесса распространения нервного импульса по нервному волокну. [Текст] / Г.С.Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев, Ю.В.Анищенко; Бишкек. (Кыргызпатент). - №20240002.6; заяв. 11.01.24; опубл. 05.12.23.
66. Свид.908. Кыргызская Республика, Программа решения одномерных прямых задач процесса распространения нервного импульса по нервному волокну. [Текст] / Г.С.Курманалиева, А.Дж. Сатыбаев, Ю.В.Анищенко; Бишкек. (Кыргызпатент). - №20240002.6; заяв. 08.04.24; опубл. 05.12.23.
67. Селезов, И. Т. Обобщение задачи возбуждения и распространения потенциала действий по нервному волокну [Текст] / И. Т. Селезов, Л. В. Морозова // Прикл. гидромеханика. – 2010. – Т. 12, № 3. – С. 75-83.
68. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики [Текст] / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М.: Наука, 2004. – 798 с.
69. Тихонов, А. Н. Методы решения некорректных задач [Текст] / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М.: Наука, 1979. – 285 с.
70. Численные методы решения некорректных задач [Текст] / А. Н. Тихонов, А. В. Гончарский, В. В. Степанов, А. Г. Ягола. – М.: Наука, 1990. – 223 с.
71. Ходжкин, А. Л. Нервный импульс [Текст] / А. Л. Ходжкин; пер. с англ. Л. М. Цофиной. – М.: Мир, 1965. – 125 с.
72. Япарова, Н. М. Численный метод прогнозирования температуры с помощью уравнения Вольтерра [Текст] / Н. М. Япарова, Т. П. Гаврилова // Марчуковские научные чтения / Южно-Урал. гос. ун-т. – Новосибирск, 2019. – С. 570-574.
73. Яремко, Н. Н. Новые формулы обращения интегральных преобразований Лапласа, Вейерштрасса и Меллина [Текст] / Н. Н. Яремко, В. Д. Селютин, Е. Г. Журавлева // Изв. ВУЗов. Поволж. регион. Физ.-мат. науки. – 2018. – Вып. 1. – С. 24-35.
74. Aliev, R. R. A simple two-variable model of cardiac excitation [Text] / R. R. Aliev, A.V. Panfilov // Chaos Solutions and Fractals. – 1996. – Vol. 7, № 3. – P. 293-301.
75. Courtemanche, M. Stable three-dimensional action potential calculation in the FitzHugh-Nagumo model [Text] / M. Courtemanche, W. Skaggs // Physica D. – 1990. – № 41. – P. 173-183.
76. FitzHugh, R. Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane [Text] / R. FitzHugh // Biophysical. – 1961. – Vol. 1. – P. 445-466.
77. Fizeau, H. Sur les hypotheses relatives a l’ether lumineux [Text] / H. Fizeau // Comptes. – 1851. – Vol. 33. – P. 349-355.
78. Hodgkin, A. L. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve [Text] / A. L. Hodgkin, A. F. Huxley // Physiology. – 1952. – Vol. 117. – P. 500-544.
79. Hodgkin, A. L. Currents carried by sodium and potassium ions through the membrane of the giant axon of Loligo [Text] / A. L. Hodgkin, A. F. Huxley // Physiology. – 1952. – Vol. 116. – P. 449-472.
80. Hodgkin, A. L. Measurements of current-voltage relations in the membrane of the giant axon of Loligo [Text] / A. L. Hodgkin, A. F. Huxley, B. Katz // Physiology. – 1952. – Vol. 116. – P. 424-448.
81. Hodgkin, A. L. The components of membrane conductance in the giant axon of Loligo [Text] / A. L. Hodgkin, A. F. Huxley // Physiology. – 1952. – Vol. 116. – P. 473-496.
82. Hodgkin, A. L. The dual effect of membrane potentional on sodium conductance in the giant axon of Loligo [Text] / A. L. Hodgkin, A. F. Huxley // Physiology. – 1952. – Vol. 116. – P. 497-506.
83. Hodgkin, A. L. The electrical constants of a crustacean nerve fibre [Text] / A. L. Hodgkin, W. A. Rushton // Proc. Roy. Soc. Ser B. – London, 1946. – Vol. 133. – P. 444-479.
84. Malmivuo, J. Bioelectromagnetism [Text] / J. Malmivuo, R. Plonsey // Oxford University Press. – New York: Oxford, 1995 (англ.).
85. Noble, D. A modification of the Hodgkin-Huxley equations applicable to Purk-inje fibre action and pace-maker potentials [Text] / D. Noble // Physiology. – 1962. – Vol. 160. – P. 317-352.
86. Peitsov, A. M. Rotating spnal waves m a modified FitzHugh-Nagumo model [Text] / A. M. Peitsov, E. A. Eimakova, A. V. Panfilov // Physica D. – 1984. – № 14. – P. 117-124.
87. Satybaev, A. J. The existence of a solution of the two-dimensional direct problem of propagation of the action potential along nerve fibers [Text] / A. J. Satybaev, G. S. Kurmanalieva // Filomat. – 2019. – Vol. 33, № 5. – P. 1287–1300.
88. Sermesant, M. An anisotropic multi-front fast marching method for real-time simulation of cardiac electrophysiology [Text] / M. Sermesant // Conference: Functional Imaging and Modeling of the Heart, 4th International Conference, FIMN 2007, Salt lake City, UT, USA, 7-9 June 2007. – P. 160-169.
89. Sundnes, J. Computing the Electrical Activity in the Heart [Text] / J. Sundnes, G.T. Lines, G. X. Cai // Berlin and Heidelberg and New York: Springer. – 2006. – P. 311. – ISBN: 3540334327.
90. Ussing, H. H. The relation between active ion transport and bioelectric phenomena [Text] / H. H. Ussing // Acta Physiol. Scand. – 1949. – Vol. 19. – P. 43.

# ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ГРАФИКИ ПРЯМЫХ ЗАДАЧ

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| G:\Наука Гульзат\программа\Таб 1 рис\р1.png | | | | |
| Рисунок 1.1 -  при | | | | |
| G:\Наука Гульзат\программа\Таб 1 рис\р31.png |
| Рисунок 1.7 -  при |
| G:\Наука Гульзат\программа\Таб 1 рис\р61.png |
| Рисунок 1.13 -  при |
| G:\Наука Гульзат\программа\Таб 1 рис\р91.png |
| Рисунок 1.19 -  при |
| G:\Наука Гульзат\программа\Таб 2 рис\р5.png |
| Рисунок 2.1 -  при |
| G:\Наука Гульзат\программа\Таб 2 рис\р60.png | |
| Рисунок 2.12 -  при | |
| G:\Наука Гульзат\программа\Таб 2 рис\р90.png | | |
| Рисунок 2.18 -  при | | |
| G:\Наука Гульзат\программа\таб 4 рис\Screenshot_4.png | | | | | |
| Рисунок 3.4 - импульснаяпри h=0.01, | | | | | |
|  | | | | | |
| G:\Наука Гульзат\программа\таб 4 рис\Screenshot_8.png | | | | | |
| Рисунок 3.8 - импульснаяпри h=0.01, | | | | | |
| G:\Наука Гульзат\программа\таб 4 рис\Screenshot_12.png | | | |
| Рисунок 3.12 - импульснаяпри h=0.01, | | | |
|  | | | |
| G:\Наука Гульзат\программа\таб 4 рис\Screenshot_16.png | | | |
| Рисунок 3.16 - импульснаяпри h=0.01, | | | |
| G:\Наука Гульзат\программа\таб 5 рис\Screenshot_4.png | | | |
| Рисунок 4.4 -  ступенчатая при h=0.005, | | | |
| G:\Наука Гульзат\программа\таб 5 рис\Screenshot_8.png | | | |
| Рисунок 4.8 - ступенчатая при h=0.005, | | | |
| G:\Наука Гульзат\программа\таб 5 рис\Screenshot_12.png | | | |
| Рисунок 4.12 - ступенчатая при h=0.005, | | | |
| G:\Наука Гульзат\программа\таб 5 рис\Screenshot_16.png | | | |
| Рисунок 4.16 - ступенчатая при h=0.005, | | | |

# ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ГРАФИКИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

**Графики таблицы 5.2.1**

|  |
| --- |
|  |
| Рисунок 1.10 -  при ошибка вычисления |
|  | | |
| Рисунок 2.10 -  при ошибка вычисления | | |
|  | |
| Рисунок 3.10 -  при ошибка вычисления | |
|  |
|  |
| Рисунок 4.10 -  при ошибка вычисления |

**Графики таблицы 5.2.2.**

|  |
| --- |
|  |
| Рисунок 1.7 -  ступенчатая при  ошибка вычисления |
|  |
| Рисунок 2.10 -  ступенчатая при ошибка вычисления |
|  |
| Рисунок 3.9 -  ступенчатая при  ошибка вычисления |

**Графики таблицы 5.2.3.**

|  |  |
| --- | --- |
|  | |
| Рисунок 1.7 - импульсная при ошибка вычисления | |
|  |
| Рисунок 2.10 - импульсная при ошибка вычисления |

**Графики таблицы 5.2.4.**

|  |
| --- |
|  |
| Рисунок 1.10 -  при ошибка вычисления |
|  |
| Рисунок 2.10 -  при ошибка вычисления |
|  |
|  |
| Рисунок 3.7 -  при ошибка вычисления |
|  |
| Рисунок 4.9 -  при ошибка вычисления |

**Графики таблицы 5.2.5.**

|  |  |
| --- | --- |
| G:\Наука Гульзат\Обратные задачи\Новая папка\Изменение других функций\1.5.jpg | |
| Рисунок 1.5 -  при ошибка вычисления | |
| G:\Наука Гульзат\Обратные задачи\Новая папка\Изменение других функций\2.10.jpg | |
| Рисунок 2.10 -  при ошибка вычисления | |
| G:\Наука Гульзат\Обратные задачи\Новая папка\Изменение других функций\3.1.jpg |
| Рисунок 3.1 -  при ошибка вычисления |
|  |
| G:\Наука Гульзат\Обратные задачи\Новая папка\Изменение других функций\3.10.jpg | |
| Рисунок 3.10 -  при ошибка вычисления | |

# ПРИЛОЖЕНИЕ 3. ГРАФИКИ ОБРАТНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

**Графики таблицы 5.3.1.**

|  |
| --- |
|  |
| Рисунок 1.5 - |
|  |
| Рисунок 2.5 -   |  | | --- | |  | | Рисунок 3.5 - | |  | | Рисунок 4.3 -  **Графики таблицы 5.3.2.**   |  | | --- | |  | | Рисунок 1.9 - | |  | | Рисунок 2.4 - | |  | | | Рисунок 3.4 - | | |  | | | Рисунок 4.1 - | |   **Графики таблицы 5.3.3.**   |  | | --- | |  | | Рисунок 1.8 - | |  | | Рисунок 2.6 - | |  | | | Рисунок 3.1 - | | |  | | | Рисунок 4.4 - | |   **Графики таблицы 5.3.4.**   |  | | --- | |  | | Рисунок 1.8 - импульсная, | |  | | Рисунок 2.6 - импульсная, |   **Графики таблицы 5.3.5.**   |  | | --- | |  | | Рисунок 1.7 - ступенчатая, | |  | | Рисунок 2.2 - ступенчатая, | | |

# ПРИЛОЖЕНИЕ 4. ЛИСТИНГ ПРОГРАММЫ

unit Unit1;

interface

uses

Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms,

Dialogs, StdCtrls, TeEngine, Series, ExtCtrls, TeeProcs, Chart, math,

VclTee.TeeGDIPlus;

type

TForm1 = class(TForm)

Chart1: TChart;

Series1: TLineSeries;

Button1: TButton;

Series2: TLineSeries;

Series3: TLineSeries;

Button2: TButton;

Button3: TButton;

Memo1: TMemo;

Series4: TLineSeries;

Series5: TLineSeries;

Series6: TLineSeries;

Series7: TLineSeries;

Series8: TLineSeries;

Series9: TLineSeries;

Series10: TLineSeries;

Label1: TLabel;

Label2: TLabel;

Label3: TLabel;

Label4: TLabel;

Label5: TLabel;

Label6: TLabel;

Label7: TLabel;

Label8: TLabel;

Label9: TLabel;

Label10: TLabel;

Label11: TLabel;

Label12: TLabel;

//Label1: TLabel;

procedure Button1Click(Sender: TObject);

procedure Button2Click(Sender: TObject);

procedure Button3Click(Sender: TObject);

//procedure FormCreate(Sender: TObject);

private

{ Private declarations }

public

{ Public declarations }

end;

var

Form1: TForm1;

implementation

{$R \*.dfm}

procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);

var

da:array[-2..402] of real;

cm1:array[-2..402] of real;

ra1:array[-2..402] of real;

roa1:array[-2..402] of real;

rom1:array[-2..402] of real;

cm2:array[-2..402] of real;

ra2:array[-2..402] of real;

roa2:array[-2..402] of real;

rom2:array[-2..402] of real;

cm22:array[-2..402] of real;

ra22:array[-2..402] of real;

roa22:array[-2..402] of real;

rom22:array[-2..402] of real;

cm2p:array[-2..402] of real;

ra2p:array[-2..402] of real;

roa2p:array[-2..402] of real;

rom2p:array[-2..402] of real;

cm2pr:array[-2..402] of real;

ra2pr:array[-2..402] of real;

roa2pr:array[-2..402] of real;

rom2pr:array[-2..402] of real;

C1:array[-2..402] of real;

S1:array[-2..402] of real;

D1:array[-2..402] of real;

C2:array[-2..402] of real;

S2:array[-2..402] of real;

D2:array[-2..402] of real;

z:array[-2..402] of real;

v:array[-2..402,-2..402] of real;

dpin:array[0..400] of real;

w:array[-2..402,0..402] of real;

Sp:array[-1..400] of real;

Cp:array[0..400] of real;

dpinr:array[0..400] of real;

Spr:array[-2..400] of real;

Cpr:array[0..400] of real;

ery,k1,pr,pr2,pr3,pr4,pr5,pr0,m,m1,

pr1,pr21,pr31,pr41,pr51,

pr11,pr211,pr311,pr411,pr511,werty:integer;

p1,p2,p3,p4,p5,p6,p7,p8,p9,p10:integer;

da1:array[0..400] of real;

da2:array[0..400] of real;

t,h,ta,max1,max2,max3,max4,l:real;

i,k,n,n1,nn:integer;

e:string;

label 1,2,44,55,46,48,53,59,67,24,71,73,35,36,72,74,76,78,75,77,37,38,60,39,40;

//................................... ПРЯМАЯ ЗАДАЧА

begin

t:=4; n:=400; h:=t/n; ta:=t/(2\*n); l:=1; n1:=n div 2;

//for k:=0 to n do begin da[k]:=3.1-power((cos(0.393\*k\*ta)),2); end;

//for k:=0 to n do begin da[k]:=3.1-power((cos(0.785\*k\*ta)),2); end;

//for k:=0 to n do begin da[k]:=3.1-power((cos(1.570\*k\*ta)),2); end;

//for k:=0 to n do begin da[k]:=3.1-power((cos(3.140\*k\*ta)),2); end;

//for k:=0 to n do begin da[k]:=3.1-power((cos(4.710\*k\*ta)),2); end;

for k:=0 to n do begin da1[k]:=3.1-power((cos(6.280\*k\*ta)),2); end;

//for k:=0 to n do begin da[k]:=3-0.2\*power((cos(12.58\*k\*ta)),2); end;

//for k:=0 to n do begin da[k]:=13-power((cos(0.28\*k\*ta)),4); end;

// Для импульсной

{for k:=0 to n do begin

pr:=1 ; pr2:=5; pr3:=11; pr4:= 14; pr5:=20;

pr1:=21 ; pr21:=25; pr31:=31; pr41:= 34; pr51:=40;

pr11:=41 ; pr211:=45; pr311:=51; pr411:= 54; pr511:=60;

werty:=20;

for k1:=0 to pr do begin roa1[k1]:=3.1-k\*ta; end;

for k1:=pr to pr2 do begin roa1[k1]:=roa1[pr]+(k-pr)\*ta; end;

for k1:=pr2 to pr3 do begin roa1[k1]:=roa1[pr2]-(k-pr2)\*ta; end;

for k1:=pr3 to pr4 do begin roa1[k1]:=roa1[pr3]+(k-pr3)\*ta; end;

for k1:=pr4 to pr5 do begin roa1[k1]:=roa1[pr4]; end;

1:

for k1:=pr5 to pr1 do begin roa1[k1]:=roa1[pr5]-(k-pr5)\*ta; end;

for k1:=pr1 to pr21 do begin roa1[k1]:=roa1[pr1]+(k-pr1)\*ta; end;

for k1:=pr21 to pr31 do begin roa1[k1]:=roa1[pr21]-(k-pr21)\*ta; end;

for k1:=pr31 to pr41 do begin roa1[k1]:=roa1[pr31]+(k-pr31)\*ta; end;

for k1:=pr41 to pr51 do begin roa1[k1]:=roa1[pr41]; end;

pr5:=pr5+20; pr1:=pr1+20 ; pr21:=pr21+20; pr31:=pr31+20; pr41:= pr41+20; pr51:=pr51+20;

werty:=werty+20;

if werty<200 then goto 1;

//for k:=0 to 50 do begin

roa1[k+50]:=roa1[k]; roa1[k+100]:=roa1[k]; roa1[k+150]:=roa1[k];

end;}

{// Для ступенчатой

for k:=0 to n div 20 do begin roa1[k]:=13.1+k\*5\*ta; end;

for k:=n div 20 to n div 10 do begin roa1[k]:=14.1; end;

for k:=n div 10 to (n div 20)\*3 do begin roa1[k]:=14.1-(k-(n div 10))\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 20)\*3 to n div 5 do begin roa1[k]:=13.1; end;

for k:=n div 5 to n div 4 do begin roa1[k]:=13.1+(k-(n div 5))\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 4) to (n div 20)\*6 do begin roa1[k]:=14.1; end;

for k:=(n div 20)\*6 to (n div 20)\*7 do begin roa1[k]:=14.1-(k-(n div 20)\*6)\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 20)\*7 to (n div 20)\*8 do begin roa1[k]:=13.1; end;

for k:=(n div 20)\*8 to (n div 20)\*9 do begin roa1[k]:=13.1+(k-((n div 20)\*8))\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 20)\*9 to (n div 20)\*10 do begin roa1[k]:=14.1; end;

for k:=(n div 20)\*10 to (n div 20)\*11 do begin roa1[k]:=18.1-(k-(n div 10))\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 20)\*11 to (n div 20)\*12 do begin roa1[k]:=13.1; end;

for k:=(n div 20)\*12 to (n div 20)\*13 do begin roa1[k]:=9.1+(k-(n div 5))\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 20)\*13 to (n div 20)\*14 do begin roa1[k]:=14.1; end;

for k:=(n div 20)\*14 to (n div 20)\*15 do begin roa1[k]:=20.1-(k-(n div 10))\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 20)\*15 to (n div 20)\*16 do begin roa1[k]:=13.1; end;

for k:=(n div 20)\*16 to (n div 20)\*17 do begin roa1[k]:=7.1+(k-(n div 5))\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 20)\*17 to (n div 20)\*18 do begin roa1[k]:=14.1; end;

for k:=(n div 20)\*18 to (n div 20)\*19 do begin roa1[k]:=22.1-(k-(n div 10))\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 20)\*19 to (n div 20)\*20 do begin roa1[k]:=13.1; end;}

{// Medical

k:=0;

37: da1[k]:=10+0.4;

k:=k+2;

if k<=n then goto 37;

k:=1;

38: da1[k]:=10+0.2;

k:=k+2;

if k<=n-1 then goto 38;

for k:=0 to n do begin

p1:=11; p2:=12; p3:=13; p4:=14; p5:=15; p6:=16; p7:=17; p8:=18; p9:=19; p10:=20;

59: da1[p1]:=10+0.3; da1[p2]:=10+0.4; da1[p3]:=10+0.6; da1[p4]:=10+0.4; da1[p5]:=10+0.3;

da1[p6]:=10+0.2; da1[p7]:=10+0.1; da1[p8]:=10+0.15; da1[p9]:=10+0.25; da1[p10]:=10+0.3;

p1:=p1+25; p2:=p2+25; p3:=p3+25; p4:=p4+25; p5:=p5+25; p6:=p6+25; p7:=p7+25; p8:=p8+25; p9:=p9+25; p10:=p10+25;

if p1<=188 then goto 59; end; }

for k:=0 to n do begin

cm1[k]:=2.1-power((cos(6.28\*k\*ta)),2);

ra1[k]:=2.6-power((cos(6.28\*k\*ta)),2);

roa1[k]:=3.6-power((cos(6.28\*k\*ta)),2);

rom1[k]:=da1[k];

//form1.Series1.AddXY(k,roa1[k]); form1.Series1.Title := 'roa1(k)';

//Label2.Caption := 'График функции roa1(k) - удельное сопротивление нервного волокна';

//form1.Series1.AddXY(k,ra1[k]); form1.Series1.Title := 'ra1(k)';

//Label2.Caption := 'График функции ra1(k) - радиус нервного волокна ';

//form1.Series1.AddXY(k,cm1[k]); form1.Series1.Title := 'cm1(k)';

//Label2.Caption := 'График функции cm1(k) - емкость на единицу площади мембраны ';

//form1.Series1.AddXY(k,rom1[k]); form1.Series1.Title := 'rom1(k)';

//Label2.Caption := 'График функции rom1(k) - удельное сопротивление плазмы';

end;

for k:=0 to n do begin

if (2 \* cm1[k] \* roa1[k]) <> 0 then

C1[k] := sqrt(ra1[k] / (2 \* cm1[k] \* roa1[k]))

else

C1[k] := 1.;

//C1[k]:=sqrt(ra1[k]/(2\*cm1[k]\*roa1[k]));

D1[k]:=1/(rom1[k]\*cm1[k]\*l);

S1[k]:=sqrt(C1[k]);

//form1.Series1.AddXY(k,C1[k]); form1.Series1.Title := 'C1(k)';

//Label2.Caption := 'График функции C1(k)= sqrt(ra1[k]/(2\*cm1[k]\*roa1[k]))-подынтегральная функция';

//form1.Series1.AddXY(k,D1[k]); form1.Series1.Title := 'D1(k)';

//Label2.Caption := 'График функции D1(k)=1/(rom1[k]\*cm1[k]\*l) - функция обозначения';

//form1.Series1.AddXY(k,S1[k]); form1.Series1.Title := 'S1(k)';

//Label2.Caption := 'График функции S1(k)= sqrt(C1[k])- данные на характеристиках по переменной x';

end;

cm1[-1]:=cm1[1];

ra1[-1]:=ra1[1];

roa1[-1]:=roa1[-1];

rom1[-1]:=rom1[1];

C1[-1]:=C1[1];

D1[-1]:=D1[1];

S1[-1]:=S1[1];

cm1[-2]:=cm1[2];

ra1[-2]:=ra1[2];

roa1[-2]:=roa1[-2];

rom1[-2]:=rom1[2];

C1[-2]:=C1[2];

D1[-2]:=D1[2];

S1[-2]:=S1[2];

z[0]:=0;

for k:=1 to n do begin

z[k]:=z[k-1]+ta\*((1/C1[k]));

//form1.Series1.AddXY(k,z[k]); form1.Series1.Title := 'z(k)';

//Label2.Caption := 'График функции z(k) - новая переменная, вводимая для выпрямления характеристики';

end;

//for k:=0 to n do begin da[k]:=3.1-power((cos(0.393\*z[k])),2); end;

//for k:=0 to n do begin da[k]:=3.1-power((cos(0.785\*z[k])),2); end;

//for k:=0 to n do begin da[k]:=3.1-power((cos(1.570\*z[k])),2); end;

//for k:=0 to n do begin da[k]:=3.1-power((cos(3.140\*z[k])),2); end;

//for k:=0 to n do begin da[k]:=3.1-power((cos(4.710\*z[k])),2); end;

for k:=0 to n do begin da2[k]:=3.1-power((cos(6.280\*z[k])),2); end;

//for k:=0 to n do begin da[k]:=3-0.2\*power((cos(12.58\*z[k]\*ta)),2); end;

//for k:=0 to n do begin da[k]:=13-power((cos(0.28\*z[k]\*ta)),4); end;

{// Для импульсной

for k:=0 to n do begin

pr:=1 ; pr2:=5; pr3:=11; pr4:= 14; pr5:=20;

pr1:=21 ; pr21:=25; pr31:=31; pr41:= 34; pr51:=40;

pr11:=41 ; pr211:=45; pr311:=51; pr411:= 54; pr511:=60;

werty:=20;

for k1:=0 to pr do begin roa2[k1]:=3.1-z[k]\*ta; end;

for k1:=pr to pr2 do begin roa2[k1]:=roa2[pr]+(z[k]-pr)\*ta; end;

for k1:=pr2 to pr3 do begin roa2[k1]:=roa2[pr2]-(z[k]-pr2)\*ta; end;

for k1:=pr3 to pr4 do begin roa2[k1]:=roa2[pr3]+(z[k]-pr3)\*ta; end;

for k1:=pr4 to pr5 do begin roa2[k1]:=roa2[pr4]; end;

2:

for k1:=pr5 to pr1 do begin roa2[k1]:=roa2[pr5]-(z[k]-pr5)\*ta; end;

for k1:=pr1 to pr21 do begin roa2[k1]:=roa2[pr1]+(z[k]-pr1)\*ta; end;

for k1:=pr21 to pr31 do begin roa2[k1]:=roa2[pr21]-(z[k]-pr21)\*ta; end;

for k1:=pr31 to pr41 do begin roa2[k1]:=roa2[pr31]+(z[k]-pr31)\*ta; end;

for k1:=pr41 to pr51 do begin roa2[k1]:=roa2[pr41]; end;

pr5:=pr5+20; pr1:=pr1+20 ; pr21:=pr21+20; pr31:=pr31+20; pr41:= pr41+20; pr51:=pr51+20;

werty:=werty+20;

if werty<200 then goto 2;

//for k:=0 to 50 do begin

roa2[k+50]:=roa2[k]; roa2[k+100]:=roa2[k]; roa2[k+150]:=roa2[k];

end; }

{// Для ступенчатой

for k:=0 to n div 20 do begin roa2[k]:=13.1+z[k]\*5\*ta; end;

for k:=n div 20 to n div 10 do begin roa2[k]:=14.1; end;

for k:=n div 10 to (n div 20)\*3 do begin roa2[k]:=14.1-(z[k]-(n div 10))\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 20)\*3 to n div 5 do begin roa2[k]:=13.1; end;

for k:=n div 5 to n div 4 do begin roa2[k]:=13.1+(z[k]-(n div 5))\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 4) to (n div 20)\*6 do begin roa2[k]:=14.1; end;

for k:=(n div 20)\*6 to (n div 20)\*7 do begin roa2[k]:=14.1-(z[k]-(n div 20)\*6)\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 20)\*7 to (n div 20)\*8 do begin roa2[k]:=13.1; end;

for k:=(n div 20)\*8 to (n div 20)\*9 do begin roa2[k]:=13.1+(z[k]-((n div 20)\*8))\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 20)\*9 to (n div 20)\*10 do begin roa2[k]:=14.1; end;

for k:=(n div 20)\*10 to (n div 20)\*11 do begin roa2[k]:=18.1-(z[k]-(n div 10))\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 20)\*11 to (n div 20)\*12 do begin roa2[k]:=13.1; end;

for k:=(n div 20)\*12 to (n div 20)\*13 do begin roa2[k]:=9.1+(z[k]-(n div 5))\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 20)\*13 to (n div 20)\*14 do begin roa2[k]:=14.1; end;

for k:=(n div 20)\*14 to (n div 20)\*15 do begin roa2[k]:=20.1-(z[k]-(n div 10))\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 20)\*15 to (n div 20)\*16 do begin roa2[k]:=13.1; end;

for k:=(n div 20)\*16 to (n div 20)\*17 do begin roa2[k]:=7.1+(z[k]-(n div 5))\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 20)\*17 to (n div 20)\*18 do begin roa2[k]:=14.1; end;

for k:=(n div 20)\*18 to (n div 20)\*19 do begin roa2[k]:=22.1-(z[k]-(n div 10))\*2.5\*h; end;

for k:=(n div 20)\*19 to (n div 20)\*20 do begin roa2[k]:=13.1; end; }

{// Medical

k:=0;

39: da2[k]:=(10+0.4)\*z[k]\*h;

k:=k+2;

if k<=n then goto 39;

k:=1;

40: da2[k]:=(10+0.2)\*z[k]\*h;

k:=k+2;

if k<=n-1 then goto 40;

for k:=0 to n do begin

p1:=11; p2:=12; p3:=13; p4:=14;p5:=15; p6:=16; p7:=17; p8:=18; p9:=19; p10:=20;

60: da2[p1]:=(10+0.3)\*z[k]\*h; da2[p2]:=(10+0.4)\*z[k]\*h; da2[p3]:=(10+0.6)\*z[k]\*h;

da2[p4]:=(10+0.4)\*z[k]\*h; da2[p5]:=(10+0.3)\*z[k]\*h;

da2[p6]:=(10+0.2)\*z[k]\*h; da2[p7]:=(10+0.1)\*z[k]\*h; da2[p8]:=(10+0.15)\*z[k]\*h;

da2[p9]:=(10+0.25)\*z[k]\*h; da2[p10]:=(10+0.3)\*z[k]\*h;

p1:=p1+25; p2:=p2+25; p3:=p3+25;p4:=p4+25;p5:=p5+25; p6:=p6+25; p7:=p7+25; p8:=p8+25; p9:=p9+25; p10:=p10+25;

if p1<=188 then goto 60; end;}

for k:=0 to n do begin

cm2[k]:=2.1-power((cos(6.28\*z[k])),2);

ra2[k]:=2.6-power((cos(6.28\*z[k])),2);

roa2[k]:=3.6-power((cos(6.28\*z[k])),2);

rom2[k]:=da2[k];

if (2 \* cm2[k] \* roa2[k]) <> 0 then

C2[k] := sqrt(ra2[k] / (2 \* cm2[k] \* roa2[k]))

else

C2[k] := 1.;

//C2[k]:=sqrt(ra2[k]/(2\*cm2[k]\*roa2[k]));

D2[k]:=1/(rom2[k]\*cm2[k]\*l);

S2[k]:=sqrt(C2[k]);

//form1.Series1.AddXY(k,roa2[k]); form1.Series1.Title := 'roa2(k)';

//Label2.Caption := 'График функции roa2(k) - удельное сопротивление нервного волокна по переменной z';

//form1.Series1.AddXY(k,ra2[k]); form1.Series1.Title := 'ra2(k)';

//Label2.Caption := 'График функции ra2(k) - радиус нервного волокна по переменной z';

//form1.Series1.AddXY(k,cm2[k]); form1.Series1.Title := 'cm2(k)';

//Label2.Caption := 'График функции cm2(k) - емкость на единицу площади мембраны по переменной z';

//form1.Series1.AddXY(k,rom2[k]); form1.Series1.Title := 'rom2(k)';

//Label2.Caption := 'График функции rom2(k) - удельное сопротивление плазмы по переменной z';

//form1.Series1.AddXY(k,C2[k]); form1.Series1.Title := 'C2(k)';

//Label2.Caption := 'График функции C2(k)= sqrt(ra2[k]/(2\*cm2[k]\*roa2[k]))-подынтегральная функция по переменной z';

//form1.Series1.AddXY(k,D2[k]); form1.Series1.Title := 'D2(k)';

//Label2.Caption := 'График функции D2(k)=1/(rom2[k]\*cm2[k]\*l) - функция обозначения по переменной z';

//form1.Series1.AddXY(k,S2[k]); form1.Series1.Title := 'S2(k)';

//Label2.Caption := 'График функции S2(k)= sqrt(C2[k])- данные на характеристиках по переменной z';

end;

cm2[-1]:=cm2[1];

ra2[-1]:=ra2[1];

roa2[-1]:=roa2[-1];

rom2[-1]:=rom2[1];

C2[-1]:=C2[1];

D2[-1]:=D2[1];

S2[-1]:=S2[1];

cm2[-2]:=cm2[2];

ra2[-2]:=ra2[2];

roa2[-2]:=roa2[-2];

rom2[-2]:=rom2[2];

C2[-2]:=C2[2];

D2[-2]:=D2[2];

S2[-2]:=S2[2];

// ПРЯМАЯ ЗАДАЧА

for k:=0 to n do begin v[k,k]:=S2[k];

//form1.Series3.AddXY(k,v[k,k]);

//Label2.Caption := 'График функции v[k,k]- данные на характеристиках по переменной z первого слоя';

end;

for k:=0 to n-1 do begin v[k,k+1]:=(S2[k]+(S2[k+1]-S2[k])/sqrt(2));

//form1.Series4.AddXY(k,v[k,k+1]);

//Label2.Caption := 'График функции v[k,k+1]- данные на характеристиках по переменной z второго слоя';

end;

for k:=0 to n-2 do begin v[k,k+2]:=(S2[k]+(S2[k+2]-S2[k])/sqrt(2));

//form1.Series4.AddXY(k,v[k,k+2]);

end;

v[-1,1]:=v[1,1];

v[-1,2]:=v[1,2];

v[-1,3]:=v[1,3];

v[-2,2]:=v[2,2];

v[-2,3]:=v[2,3];

dpin[0]:=S2[0];

dpin[1]:=(S2[0]+(S2[2]-S2[0])/sqrt(2));

dpin[2]:=(S2[1]+(S2[3]-S2[1])/sqrt(2));

k:=2;

44: for i:=0 to (k-2) div 2 do begin

v[i\*2,k+1]:=2\*v[i\*2,k]-v[i\*2,k-1]+ta\*ta\*(v[(i+1)\*2,k]-2\*v[i\*2,k]+v[(i-1)\*2,k])/(h\*h)-(2\*ta\*ta\*(S2[i\*2]-S2[(i-1)\*2])\*(v[i\*2,k]-v[i\*2,k-1]))/(h\*h\*S2[i\*2])-ta\*ta\*D2[i\*2]\*v[i\*2,k];

v[-2,k+1]:=v[2,k+1];

dpin[k+1]:=v[0,k+1];

v[i\*2,k+2]:=2\*v[i\*2,k+1]-v[i\*2,k]+ta\*ta\*(v[(i+1)\*2,k+1]-2\*v[i\*2,k+1]+v[(i-1)\*2,k+1])/(h\*h)-(2\*ta\*ta\*(S2[i\*2]-S2[(i-1)\*2])\*(v[i\*2,k+1]-v[i\*2,k]))/(h\*h\*S2[i\*2])-ta\*ta\*D2[i\*2]\*v[i\*2,k+1];

v[-2,k+2]:=v[2,k+2];

dpin[k+2]:=v[0,k+2];

end;

k:=k+1;

if k<=n-1 then goto 44;

for k:=0 to n do begin

//form1.Series4.AddXY(k,dpin[k]); form1.Series4.Title := 'dpink(k)';

//Label5.Caption := 'График функции dpin(k) - дополнительная информация для решения обратной задачи';

memo1.Lines.Add(floattostr(dpin[k]));

end;

k:=0;

35: dpinr[k]:=dpin[k]+0.01;

k:=k+2;

if k<=n then goto 35;

k:=1;

36: dpinr[k]:=dpin[k]-0.01;

k:=k+2;

if k<=n-1 then goto 36;

for k:=0 to n do begin

//form1.Series1.AddXY(k,dpinr[k]); form1.Series1.Title := 'dpinr(k)';

//Label2.Caption := 'График функции dpinr(k) - дополнительная информация для решения регуляризованной обратной задачи';

//form1.Series2.AddXY(k,dpin[k]); form1.Series2.Title := 'dpin(k)';

//Label3.Caption := 'График функции dpin(k) - дополнительная информация для решения обратной задачи';

end;

//------------------------------------------------------ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА

begin

for k:=0 to n div 2 do begin w[0,k]:=dpin[2\*k];

//form1.Series4.AddXY(k,w[0,k]);

//Label2.Caption := 'График функции w[0,k]- решение обратной задачи по переменной z первого слоя';

end;

for k:=1 to n1-1 do begin w[1,k]:=(dpin[2\*(k-1)]+dpin[2\*(k+1)])/2;

//form1.Series4.AddXY(k,w[1,k]);

//Label2.Caption := 'График функции w[1,k]- решение обратной задачи по переменной z второго слоя';

end;

Sp[0]:=dpin[0];

Sp[1]:=(dpin[0]+dpin[2])/2;

Sp[-1]:=Sp[1];

for i:=1 to n div 4 do begin

for k:=i+1 to (n div 2)-i-1 do begin

w[i+1,k]:=w[i,k+1]+w[i,k-1]-w[i-1,k]+(2\*(Sp[i]-Sp[i-1])\*(w[i,k]-w[i-1,k]))/Sp[i]+h\*h\*D2[i]\*w[i,k];

end;

Sp[i+1]:=w[i+1,i+1];

end;

end;

for i:=0 to n div 4 do begin

Cp[i]:=Sp[i]\*Sp[i];

end;

for i:=0 to n div 4 do begin

//form1.Series8.AddXY(i,Sp[i]); form1.Series8.Title := 'Sp(i)';

//Label4.Caption := 'График функции Sp(i) - данные на характеристиках вычисленной обратной задачи';

//form1.Series7.AddXY(i,S2[2\*i]); form1.Series7.Title := 'S2(i)';

//Label3.Caption := 'График функции S2(i) - данные на характеристиках точные';

//form1.Series6.AddXY(i,Cp[i]); form1.Series6.Title := 'Cp(i)';

//Label6.Caption := 'График функции Cp(i) - подынтегральная функция по переменной z приближенная';

//form1.Series5.AddXY(i,C2[2\*i]); form1.Series5.Title := 'C2(i)';

//Label5.Caption := 'График функции C2(i) - подынтегральная функция по переменной z точная';

end;

for k:=0 to n div 4 do begin

ra22[k]:=ra2[2\*k];

roa22[k]:=roa2[2\*k];

end;

for k:=0 to n div 4 do begin

//form1.Series1.AddXY(k,ra22[k]); form1.Series1.Title := 'ra22(k)';

//Label2.Caption := 'График функции ra22(k) - радиус нервного волокна по переменной z точной';

//form1.Series7.AddXY(k,roa22[k]); form1.Series7.Title := 'roa22(k)';

//Label3.Caption := 'График функции roa22(k) - удельное сопротивление нервного волокна по переменной z точной';

//form1.Series7.AddXY(k,cm22[k]); form1.Series7.Title := 'cm22(k)';

//Label4.Caption := 'График функции cm22(k) - емкость на единицу площади мембраны по переменной z точная';

//form1.Series5.AddXY(k,rom22[k]); form1.Series5.Title := 'rom22(k)';

//Label5.Caption := 'График функции rom22(k) - удельное сопротивление плазмы по переменной z точной';

end;

Sp[-1]:=Sp[1];

for i:=0 to n div 4 do begin

ra2p[i]:=(2\*cm2[i]\*roa2[i])\*(Sp[i]\*Sp[i]\*Sp[i]\*Sp[i]);

roa2p[i]:=ra2[i]/(Sp[i]\*Sp[i]\*Sp[i]\*Sp[i]\*2\*cm2[i]);

//form1.Series6.AddXY(i,ra2p[i]); form1.Series6.Title := 'ra2p(i)';

//Label7.Caption := 'График функции ra2p(i) - радиус нервного волокна по переменной z приближенный (обратная задача)';

//form1.Series2.AddXY(i,roa22[i]); form1.Series2.Title := 'roa22(i)';

//Label3.Caption := 'График функции roa22(i) - удельное сопротивление нервного волокна, точное';

//form1.Series8.AddXY(i,roa2p[i]); form1.Series8.Title := 'roa2p(i)';

//Label9.Caption := 'График функции roa2p(i) - удельное сопротивление нервного волокна по переменной z приближенный (обратная задача)';

end;

//---------------------------РЕГУЛЯРИЗОВАННАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА

begin

for i:=0 to n do begin

for k:=0 to n do begin w[i,k]:=0

end; end;

for k:=0 to n1 do begin w[0,k]:=dpinr[2\*k]; end;

for k:=1 to n1-1 do begin w[1,k]:=(dpinr[2\*(k-1)]+dpinr[2\*(k+1)])/2; end;

Spr[0]:=dpinr[0];

Spr[1]:=(dpinr[0]+dpinr[2])/2;

Spr[-1]:=Spr[1];

for i:=1 to (n div 4)-1 do begin

for k:=i+1 to (n div 2)-i-1 do begin

w[i+1,k]:=w[i,k+1]+w[i,k-1]-w[i-1,k]+(2\*(Spr[i]-Spr[i-1])\*(w[i,k]-w[i-1,k]))/Spr[i]+h\*h\*D2[i]\*w[i,k];

end;

Spr[i+1]:=w[i+1,i+1];

end;

for i:=0 to n1 div 2 do begin

Cpr[i]:=Spr[i]\*Spr[i];

end;

for i:=0 to n div 4 do begin

//form1.Series1.AddXY(i,dpin[i]); form1.Series1.Title := 'dpin(i)';

//Label2.Caption := 'График функции dpin(i) - дополнительная информация для решения обратной задачи';

//form1.Series5.AddXY(i,dpinr[i]); form1.Series5.Title := 'dpinr(i)';

//Label6.Caption := 'График функции dpinr(i) - дополнительная информация для решения обратной регуляризованной задачи';

//form1.Series3.AddXY(i,Sp[i]); form1.Series3.Title := 'Sp(i)';

//Label4.Caption := 'График функции Sp(i) - данные на характеристиках для обратной задачи без регуляризации';

//form1.Series4.AddXY(i,Spr[i]); form1.Series4.Title := 'Spr(i)';

//Label5.Caption := 'График функции Spr(i) - данные на характеристиках для обратной задачи с регуляризацией';

//form1.Series2.AddXY(i,S2[2\*i]); form1.Series2.Title := 'S2(i)';

//Label3.Caption := 'График функции S2(i) - данные на характеристиках для обратной задачи точные';

//form1.Series3.AddXY(i,Cp[i]); form1.Series3.Title := 'Cp(i)';

//Label4.Caption := 'График функции Cp(i) - подынтегральная функция (обратная задача)';

//form1.Series4.AddXY(i,Cpr[i]); form1.Series4.Title := 'Cpr(i)';

//Label5.Caption := 'График функции Cpr(i) - подынтегральная функция (регуляризованная обратная задача)';

//form1.Series2.AddXY(i,C2[2\*i]); form1.Series2.Title := 'C2(i)';

//Label3.Caption := 'График функции C(i) - емкость мембраны (прямая задача)';

end;

Spr[-1]:=Spr[1];

for i:=0 to n div 4 do begin

ra2pr[i]:=(2\*cm2[i]\*roa2[i])\*(Spr[i]\*Spr[i]\*Spr[i]\*Spr[i]);

roa2pr[i]:=ra2[i]/(Spr[i]\*Spr[i]\*Spr[i]\*Spr[i]\*2\*cm2[i]);

end;

Series2.Clear;

Series6.Clear;

Series3.Clear;

for i:=0 to n div 4 do begin

form1.Series2.AddXY(i,roa22[i]); form1.Series2.Title := 'roa22(i)';

Label3.Caption := 'График функции roa22(i) - удельное сопротивление нервного волокна, точное';

form1.Series6.AddXY(i,roa2p[i]); form1.Series6.Title := 'roa2p(i)';

Label4.Caption := 'График функции roa2p(i) - удельное сопротивление нервного волокна, приближенное (обратная задача)';

form1.Series3.AddXY(i,roa2pr[i]); form1.Series3.Title := 'roa2pr(i)';

Label5.Caption := 'График функции roa2pr(i) - удельное сопротивление нервного волокна, приближенное (регуляризованная обратная задача)';

//form1.Series1.AddXY(i,ra22[i]); form1.Series1.Title := 'ra22(i)';

//Label2.Caption := 'График функции ra22(i) - радиус нервного волокна, точный';

//form1.Series5.AddXY(i,ra2p[i]); form1.Series5.Title := 'ra2p(i)';

//Label3.Caption := 'График функции - радиус нервного волокна, приближенный (обратная задача)';

//form1.Series4.AddXY(i,ra2pr[i]); form1.Series4.Title := 'ra2pr(i)';

//Label4.Caption := 'График функции ra2pr(i) - радиус нервного волокна, приближенный (регуляризованная обратная задача)';

end;

end;

// Абсолютная погрешность

begin

k:=1;

max4:=abs((roa2p[1]-roa22[1]));

75: k:=k+1;

if abs((roa2p[k]-roa22[k])) > max4 then goto 77;

max4:=abs((roa2p[k]-roa22[k]));

77: if k<50 then goto 75;

label12.Caption:=FloatToStr(max4);

end;

// Относительная погрешность между точным и приближенным решением

begin

i:=1;

max3:=(abs(roa2p[1]-roa22[1]) / roa22[1])\*100;

76: i:=i+1;

if (abs(roa2p[i]-roa22[i]) / roa22[i])\*100 > max3 then goto 78;

max3:=(abs(roa2p[i]-roa22[i]) / roa22[i])\*100;

78: if i<50 then goto 76;

label11.Caption:=FloatToStr(max3);

end;

// Относительная погрешность между приближенным и к-р-р решением

begin

i:=1;

max2:=(abs(roa2pr[1]-roa2p[1]) / roa2p[1])\*100;

72: i:=i+1;

if (abs(roa2pr[i]-roa2p[i]) / roa2p[i])\*100 < max2 then goto 74;

max2:=(abs(roa2pr[i]-roa2p[i]) / roa2p[i])\*100;

74: if i<50 then goto 72;

label10.Caption:=FloatToStr(max2);

end;

// Относительная погрешность между точным и к-р-р решением

begin

i:=1;

max1:=(abs(roa2pr[1]-roa22[1]) / roa22[1])\*100;

71: i:=i+1;

if (abs(roa2pr[i]-roa22[i]) / roa22[i])\*100 < max1 then goto 73;

max1:=(abs(roa2pr[i]-roa22[i]) / roa22[i])\*100;

73: if i<50 then goto 71;

label1.Caption:=FloatToStr(max1);

end;

{

for k := 0 to n div 2 do begin

e := '';

for i := 0 to n div 2 do begin

e := e + #9 + FloatToStr(v[2\*i,2\*k]);

end;

Memo1.Lines.add(e);

end; }

end;

//end;

//end;

//----------------------------------------------------------------

procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);

begin

form1.Chart1.SaveToBitmapFile('рис2.jpg');

end;

procedure TForm1.Button3Click(Sender: TObject);

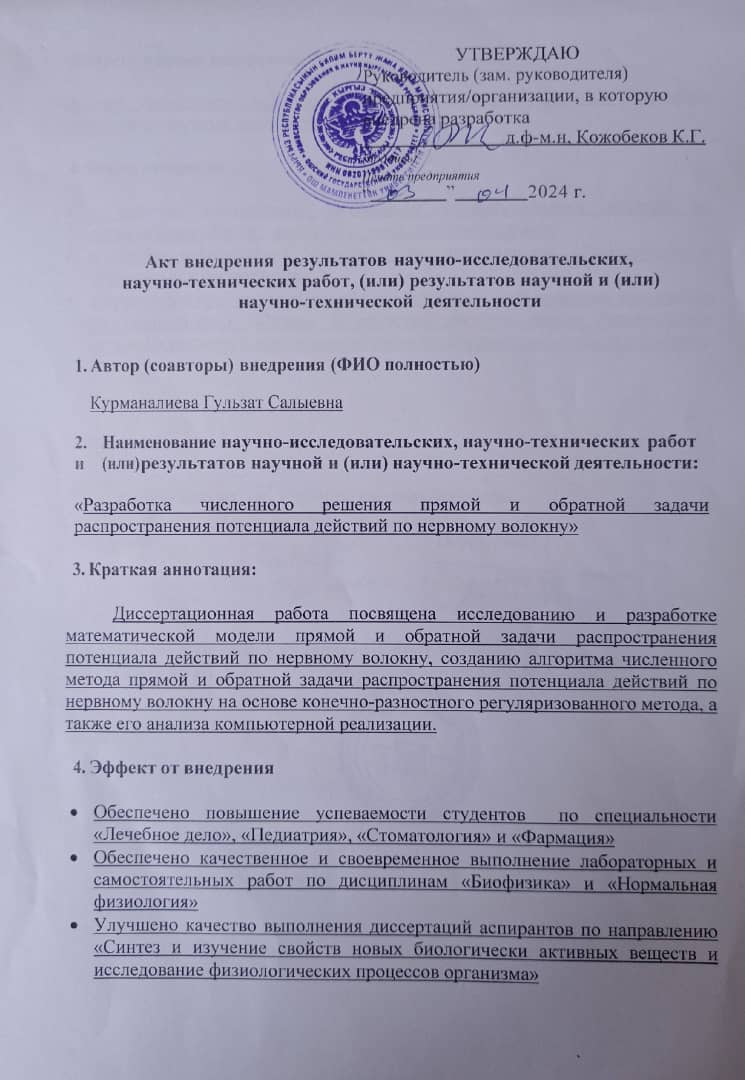
begin

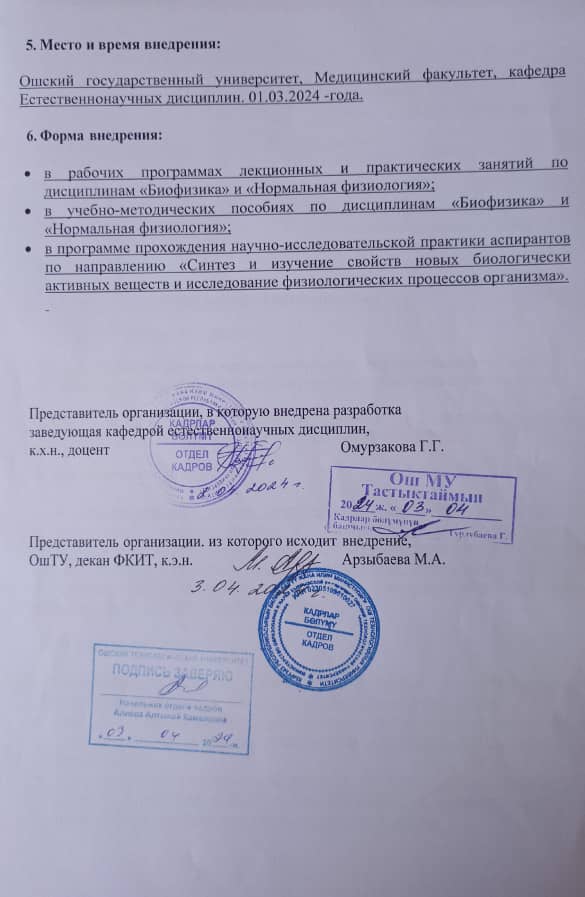
form1.Chart1.Print;

end;

end.

# ПРИЛОЖЕНИЕ 5. АКТ ВНЕДРЕНИЯ





# ПРИЛОЖЕНИЕ 6. АВТОРСКИЕ СВИДЕТЕЛЬСТВА НА ЭВМ



