Диссертационный совет Д 05.23.686

при Институте машиноведения и автоматики Национальной академии наук Кыргызской Республики и Кыргызско-Российском Славянском университете им. Б.Н. Ельцина

Протокол заседания экзаменационной комиссии №43 от 22.04.2024 года

Состав комиссии:

Д.ф-м.н., профессор Керимбеков А, член диссертационного совета – эксперт; (05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ);

Д.т.н., профессор Брякин И.В, член диссертационного совета – эксперт; (05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ);

Д.т.н., доцент Бакиров К.Б, член диссертационного совета – эксперт; (05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ);

К.ф-м.н., с.н.с. Керимкулова Г.К. – ученый секретарь диссертационного совета

Повестка заседания:

Прием кандидатского экзамена по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ от аспиранта Курманалиевой Гульзат Салыевны.

Слушали: Курманалиеву Гульзат Салыевну

Билет №7

Вопрос 1 (Основная программа): Универсальность математических моделей.

Ответ: Математическая модель – это приближенное описание какого-либо класса явлений внешнего мира, выраженное математическими символами.

Универсальность математических моделей есть отражение принципа материального единства мира. Важнейшие математические модели обладают важным свойством универсальности: принципиально разные реальные явления могут описываться одной и той же математической моделью. Скажем гармонический осциллятор описывает не только поведение груза на пружине, но и другие колебательные процессы, зачастую имеющие совершенно иную природу: малые колебания маятника, колебания уровня жидкости в U-образном сосуде или изменение силы тока в колебательном контуре.

Таким образом, изучая одну математическую модель, мы изучаем сразу целый класс описываемых ею явлений.

Модель сама по себе является объектом и может обладать некоторыми собственными свойствами, не имеющими отношения к моделируемому реальному объекту.

Например: Простейшей эволюционной моделью является модель динамики популяции (модель Мальтуса)

Математической моделью является задача Коши для линейного дифференциального уравнения первого порядка

$$\frac{dN(t)}{dt} = (\alpha(t) - \beta(t))N(t), \quad N(0) = N_0,$$

где $N(t)$ - численность популяции, $\alpha(t)$ - коэффициент размножения, $\beta(t)$ - коэффициент смертности.

Данное уравнение допускает разделение переменных.

Вопрос 2 (Основная программа): Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей.

Ответ: Вычисление многих функций, особенно специальных, требует больших затрат времени. Поэтому, до сих пор широко применяются таблицы таких функций.

Если некоторая зависимость y(x) представлена рядом табличных отсчетов y(x), то интерполяцией принято называть вычисление значений y(x) при заданном x, расположенном в интервале между отсчетами. За пределеми общего интервала определения функции [a,b], то есть при x<a, x>b, вычисление y(x) называют экстраполяцией. В данном случае речь идет об одномерной интерполяции, но возможны двумерная интерполяция функций двух переменных z(x,y) и даже многомерная интерполяция для функций многих переменных.

Интерполяция и экстраполяция часто выполняются по некоторой скрытой зависимости. Например, если узловые точки функции соединить отрезками прямых, то будем иметь многоинтервальную линейную интерполяцию данных. Если использовать отрезки параболы, то интерполяция будет параболической. Особое значение имеет многоинтервальная сплайн-интерполяция, области применения которой уже сейчас весьма обширны и непрерывно расширяются. Интерполяция рядом Фурье также достаточно хорошо известна; она эффективна при интерполяции периодических функций. Аппроксимацией в системах компьютерной математики обычно называют получение приближенных значений какого-либо выражения. Однако под аппроксимацией функций подразумевается получение некоторой конкретной функции, вычисленные значения которой с некоторой точностью аналогичны аппроксимируемой зависимости. Обычно предпочитают найти одну зависимость, приближающую заданный ряд узловых точек. Часто для этого используют степенные многочлены – полиномы.

Вопрос 3 (дополнительная программа): Метод разделения переменных.

Ответ: Метод разделения переменных или метод Фурье, является одним из наиболее распространенных методов решений уравнений с частными производными.

Постановка задачи:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \qquad (1)$$

Граничные условия следующего вида:

$$U(0,t) = U(l,t) = 0 \qquad (2)$$

Начальные условия следующего вида:

$$\left.\begin{aligned} &U(x,0) = \varphi(x) \\ &U_t{}'(x,0) = \psi(x) \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Уравнение (1) линейно и однородно, поэтому сумма частных решений также является решением этого уравнения. Будем искать решение уравнения в виде

$$U(x,t) = X(x) \cdot T(t), \qquad (4)$$

где X(x) – функци переменного x, T(t) – функция переменного t. Подставим (4) в уравнение (1) получим:

$$X(x) \cdot \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} \cdot T(t)$$

$$X(x) \cdot T''(t) = a^2 \cdot X''(x) \cdot T(t) \qquad \Rightarrow \frac{T''(t)}{a^2 T(t)} = \frac{X''(x)}{X([)} \qquad (5)$$

Чтобы функция (4) была решением уравнения (1), равенство (5) должно удовлетворяться тождественно, то есть для всех значений независимых переменных $0<x<l$, $t>0$.

Фиксируя некоторое значение x и меняя t, получим,

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = \frac{T''(t)}{a^2 T(t)} = \lambda = const \quad (6) \qquad \Rightarrow \begin{cases} X'' - \lambda X = 0, \quad X(x) \neq 0 & (7) \\ T'' - \lambda a^2 T = 0, \quad T(t) \neq 0 & (8) \end{cases}$$

Граничные условия (2) дают:

$$U(0,t) = X(0)T(t) = 0,$$
$$U(l,t) = X(l)T(t) = 0.$$

Отсюда следует, что функция X(x) должна удовлетворять дополнительным условиям

$$X(0) = X(l) = 0. \qquad (9)$$

Таким образом, в связи с нахождением функции X(x) мы приходим к простейшей задаче о собственных значениях. Найти такие значения параметра λ, при которых существует нетривиальные решения задачи

$$\left.\begin{array}{l} X'' - \lambda x = 0 \\ X(0) = X(l) = 0 \end{array}\right\} \qquad (10)$$

После нахождения λ, возвращаясь к задаче (1)-(3), заключаем, что функция $U_n(x,t) = X_n(x) \cdot T_n(t)$ являются частными решениями уравнения (1), удовлетворяющим граничным условиям (3) и представивыми в виде произведения (4) двух функций.

Вопрос 4 (дополнительная программа): Численные методы решения систем дифференциальных уравнений.

Ответ: При математическом моделировании ряда технических устройств используются системы дифференциальных нелинейных уравнений. Такие модели используются не только в технике, они находят применение в экономике, химии, биологии, медицине, управлении. Исследование функционирования таких устройств требуют решения указанных систем уравнений. Получение точных и аналитических решений прямых задач, тем более обратных задач, почти невозможны. Возникает необходимость использовать численные методы

Основными приближенными методами решения прямых задач параболического и гиперболического типов являются: метод сеток, метод разностных схем, метод конечных элементов, метод Монте-Карло, метод Галеркина, метод Ритца и другие.

Перечислим методы решения прямых задач. Разностные методы: метод сеток; интегро-интерполяционный метод; метод аппроксимации интегральных тождеств; вариационно-разностные методы, проекционный метод Галеркина, конечных элементов; граничных элементов, метод прогонки, редукции, релаксации, расщепления.

Перечислим методы решения обратных задач. Метод регуляризации; метод минимизации сглаживающего функционала; итерационные методы интегральных уравнений первого рода; градиентные методы; оптимизационные методы; разностные методы, проекционно-разностные методы, метод обращения разностных схем.

При исследовании обратных задач по определению неизвестного коэффициента в параболических и гиперболических уравнениях в частных производных, учитывая начальные и граничные условия, а также дополнительную информацию, применяют различные методы математической физики. В первую очередь необходимо выделить сингулярную и регулярную части, как решения прямой задачи,используя метод выделения особенностей и получая соответствующие соотношения. Затем используется метод характеристик (Эйконала) для выпрямления характеристики уравнения. После применения конечно-разностного метода получаем решение прямой задачи распространения потенциала действий по нервному волокну.

А в обратной задаче, используя конечно-разностный регуляризованный метод (метод обращения разностных схем), получим решение обратной задачи распространения потенциала действий по нервному волокну.

Постановили: Считать, что Курманалиева Гульзат Салыевна сдала кандидатский экзамен по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ на «хорошо».

Д.ф-м.н., профессор Керимбеков А, член диссертационного совета-эксперт; (05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ);

____

Д.т.н., профессор Брякин И.В, член диссертационного совета-эксперт; (05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ);

____

Д.т.н., доцент Бакиров К.Б, член диссертационного совета-эксперт; (05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ);

____

К.ф-м.н., с.н.с. Керимкулова Г.К.
ученый секретарь диссертационного совета.

____

22.04.2024 г.