

**НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Б.Н. ЕЛЬЦИНА**

Диссертационный совет Д.05.14.488

На правах рукописи
УДК 004.048

ВЕРЗУНОВ СЕРГЕЙ НИКОЛАЕВИЧ

**РАЗРАБОТКА СТРУКТУРЫ И АЛГОРИТМОВ ОБУЧЕНИЯ
ПОЛИМОРФНЫХ ВЕЙВЛЕТ-СЕТЕЙ ДЛЯ ОБРАБОТКИ
НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

Специальность 05.13.01 - Системный анализ, управление и обработка информации

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Бишкек - 2015

Работа выполнена в Институте автоматике и информационных технологий Национальной академии наук Кыргызской Республики и Кыргызско-Российском славянском университете им. Б.Н. Ельцина

Научный руководитель: доктор технических наук, доцент
Лыченко Н.М.
(КРСУ им. Б.Н. Ельцина)

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор
Миркин Е.Л.
(Международный университет Кыргызстана)

доктор физ.-мат. наук, профессор
Салиев А.Б.
(КГТУ им. И. Раззакова)

Ведущая организация Центрально-Азиатский Институт прикладных Исследований Земли по адресу: 720027, г. Бишкек, ул. Тимура Фрунзе, 73/2

Защита состоится 15 января 2016 г. в 10⁰⁰ на заседании Диссертационного совета Д.05.14.488 при Институте автоматике и информационных технологий Национальной Академии наук Кыргызской Республики и Кыргызско-Российском славянском Университете им. Б.Н. Ельцина по адресу: 720071, г. Бишкек, пр. Чуй, 265, ауд. 118

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Национальной академии наук Кыргызской Республики

Автореферат разослан 14 декабря 2015 г.

Ученый секретарь
Диссертационного совета
к. ф.-м. н.



Керимкулова Г. К.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА

Актуальность темы. Способы цифровой обработки временных рядов бурно развиваются с 50-х годов XX века в работах Н. Винера, Б. Уидроу, Ч. Хольта, Р.Г. Брауна, М. Минского, И. Добеши, А.Ю. Лоскутова и других. На сегодняшний день они прошли путь от преобразований Фурье до теории вейвлетов, включая методы адаптивной обработки и нейросетевые технологии, реализующиеся с помощью специальных нейрокомпьютеров. Появление более мощных процессоров, способных одновременно выполнять несколько задач, привело к значительному росту интереса к параллельным алгоритмам обработки информации. Поэтому в настоящее время на первый план выходят нейросетевые алгоритмы обработки, которые достаточно легко поддаются распараллеливанию. Миниатюризация элементной базы электронных вычислительных машин позволила С. Хайкину, Е. Ю. Ли, Дж. Цзяну, В.А. Байкову и другим ученым применить нейросетевые алгоритмы в задачах управления и фильтрации, в бизнесе, при анализе медицинских снимков, при принятии решений на предприятиях. И, наконец, в последнее время нейронные сети стали применяться для анализа геофизических данных в виде временных рядов, где они показывают хорошие результаты за счет своей адаптивности и устойчивости к помехам измерения. В Кыргызстане нейросетевые технологии также активно разрабатываются. Так, например, в работах проф. Миркина Е.Л. и его соавторов эти технологии нашли применение в системах адаптивного тестового контроля знаний, анализа электроэнцефалограмм человека и других прикладных задачах.

Таким образом, нейронные сети являются перспективными инструментами обработки информации, в частности, представленной в виде временных рядов, что объясняется их адаптивностью и способностью к самоорганизации, которая достигается за счет обучения. Однако, алгоритм обратного распространения ошибки, который чаще всего используется для обучения многослойных искусственных нейронных сетей, применительно к анализу временных рядов, имеет некоторые недостатки: медленную сходимость градиентного метода при постоянном шаге обучения; возможное смещение точек локального и глобального минимумов; сильное влияние случайной инициализации весовых коэффициентов на скорость поиска минимума.

Одним из путей решения этой проблемы является объединение нейросетевых технологий с теорией вейвлетов. Так, Ю. Чжаном и А. Бенвенистом были созданы нейронные вейвлет-сети, соединяющие в себе достоинства нейронных сетей и вейвлет-преобразования. Эта интеграция открыла новые возможности в обработке временных рядов, в особенности нестационарных, что объясняется хорошей локализацией вейвлет-функций во временной области. Однако возможности вейвлет-сетей до сих пор еще не исчерпаны.

В связи с этим остается актуальным создание новых структур вейвлет-сетей, позволяющих решать достаточно большой круг задач, связанных с аппроксимацией и идентификацией зашумленных временных рядов с более высокой точностью.

Работа выполнена в рамках проекта «Разработка комплекса технических средств для задач малоглубинной геофизики» лаборатории Информационно-

измерительных систем ИАИТ НАН КР, а также в соответствии с планом научно-исследовательской работы кафедры Информационных и вычислительных технологий КРСУ им. Б.Н.Ельцина «Современные информационные технологии в науке, технике и образовании».

Цели и задачи исследования. Целью работы является повышение точности аппроксимации и идентификации нестационарных временных рядов, в частности, геофизических данных, на основе использования вейвлет- и нейро- сетевых технологий.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

– проанализировать основные структуры нейронных сетей для обработки нестационарных временных рядов и основные алгоритмы оптимизации, используемые для обучения нейронных сетей;

– разработать структуры и алгоритмы обучения вейвлет-сетей с настраиваемыми параметрами базового вейвлета с обратными связями и без них, обеспечивающие лучшие показатели сходимости в сравнении с известными;

– разработать способ определения К-индекса геомагнитной активности с помощью вейвлет-сети с настраиваемым параметром базового вейвлета;

– разработать комплекс программных средств, реализующих обработку геофизических временных рядов на основе вейвлет- и нейросетевых технологий.

Методы исследования: вейвлет-преобразование, нейронные сети, теория оптимизации, математическое и имитационное моделирование, реализующееся с помощью средств разработки программного обеспечения UML, Qt, языков программирования Python, C++, библиотек матричных и научных вычислений NumPy и библиотеки для визуализации данных Matplotlib.

Научная новизна работы состоит в следующем:

– предложены новые структуры вейвлет-сетей, названные полиморфными, содержащие дополнительные параметр смещения и настраиваемый параметр базового вейвлета и имеющие лучшие аппроксимирующие свойства в сравнении с традиционными структурами;

– разработаны и исследованы алгоритмы обучения полиморфных вейвлет-сетей с обратными связями и без них, обеспечивающие лучшие показатели сходимости в сравнении с традиционной вейвлет-сетью и многослойной нейронной сетью;

– предложены количественные меры, основанные на отношении сигнал/шум, для иллюстрации преимуществ аппроксимации временных рядов полиморфными вейвлет-сетями и позволяющие определить эффективность применения вейвлет-сетей для решения практических задач аппроксимации;

– предложен автоматизированный метод определения К-индекса геомагнитной активности с помощью полиморфной вейвлет-сети, обеспечивающий лучшее соответствие эталонному методу Бартельса в сравнении с традиционным методом Новозинского, но обладающий меньшей трудоемкостью.

Практическая значимость полученных результатов. Разработанный метод вейвлет-анализа геомагнитных вариаций позволяет исследователям выполнить детальный анализ экспериментальных данных с использованием различных базовых вейвлетов, что дает возможность более полного исследования свойств

геомагнитного поля. Разработанные программные средства, реализующие этот метод, являются универсальным исследовательским инструментом для анализа не только геомагнитных вариаций, но и других временных рядов.

Предложенный метод определения К-индекса геомагнитной активности и разработанные на его основе программные средства могут быть использованы различными организациями, занимающимися мониторингом состояния геомагнитного поля. Однако разработанные программно-алгоритмические средства позволяют выявлять тренд временных рядов любой другой физической природы. Востребованность и прикладная значимость разработанных программно-алгоритмических средств подтверждены актами внедрения в ОсОО «Blastmaker» для обработки экспериментальных данных о прочности горных пород и в ОсОО «Эко-Базис» для анализа экспериментальных данных при геофизических исследованиях, а также Свидетельствами государственной службы интеллектуальной собственности и инноваций при правительстве Кыргызской Республики.

Полученные в диссертационной работе результаты используются на кафедре Информационных и вычислительных технологий КРСУ им. Б.Н. Ельцина при проведении занятий по дисциплине «Цифровая обработка сигналов» и на кафедре Биозологии и МПБ Кыргызского национального университета им. Ж.Баласагына при проведении занятий по дисциплине «Биометрия», а также в научно-исследовательской работе этих кафедр и повышают качество знаний, а также мотивацию к научно-исследовательской деятельности студентов и аспирантов.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту:

- структуры и алгоритмы обучения вейвлет-сетей с настраиваемыми параметрами базового вейвлета с обратными связями и без них;
- количественные меры для сравнения нейронных и вейвлет-сетей по способности к аппроксимации нестационарных временных рядов;
- алгоритм анализа вариаций геомагнитного поля на основе вейвлет-технологий;
- метод определения К-индекса геомагнитной активности с помощью полиморфной вейвлет-сети.

Личный вклад соискателя. Все результаты, представленные в диссертационной работе и имеющие научную новизну, получены автором лично и под руководством научного руководителя. В работах [5, 10, 12] Лыченко Н.М. принадлежат постановки задач.

Апробации результатов исследований. Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на научно-практических конференциях КРСУ (Бишкек, 2014-2015 гг.), 5-й международной конференции «Современные техника и технологии в научных исследованиях» (Бишкек, март 2014 г.), на Международной научной конференции «Математическое и компьютерное моделирование» (Омск, ноябрь 2014 г.), 6-й международной конференции «Современные техника и технологии в научных исследованиях» (Бишкек, март 2015 г.), на Кыргызской секции X международного симпозиума «Фундаментальные и прикладные проблемы науки» (Бишкек, сентябрь 2015 г.), Четырнадцатой международной конференции «Ресурсовоспроизводящие, малоотходные и природоохранные технологии освоения

недр» (сентябрь 2015 г. Кыргызстан), II международной конференции «Проблемы управления и информационных технологий» (Бишкек, сентябрь 2015 г.)

Полнота отражения результатов в публикациях. Основные научные результаты, полученные в диссертации, отражены в 13-ти печатных работах, в том числе в 3-х статьях в соавторстве и в 2-х статьях в зарубежных журналах, имеющих РИНЦ и в 2-х Свидетельствах Государственной патентной службы КР об официальной регистрации программ для ЭВМ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения – всего 142 страницы, а также списка литературы из 111 наименований и приложения, включает 65 иллюстраций и 10 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертационной работы, сформулированы ее цели и задачи, научная новизна, практическая значимость полученных результатов, сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе «Анализ нейросетевых механизмов для обработки нестационарных временных рядов» приведен обзор литературы, связанной с задачами обработки нестационарных временных рядов. Рассматриваются механизмы решения задач обработки нестационарных временных рядов на основе нейронных сетей и вейвлет-сетей, а также алгоритмы обучения искусственных нейронных сетей. Проанализированы достоинства и недостатки рассмотренных механизмов. Обозначены перспективные направления исследований в этой области.

Рассматривается некоторый известный временной ряд:

$$d_i = d(t_i), \quad t_i = t_0 + (i-1)\Delta t, \quad i = 1, \dots, N,$$

где t_0 – начальный момент времени, Δt – некоторый временной интервал, N – длина временного ряда. Временной ряд d_i является суммой детерминированной составляющей ряда y_i («полезного сигнала») и ε_i – случайной составляющей ряда («шума»):

$$d_i = y_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

Требуется идентифицировать модель детерминированной составляющей временного ряда d_i , которая позволит его адекватно аппроксимировать (рис. 1), при

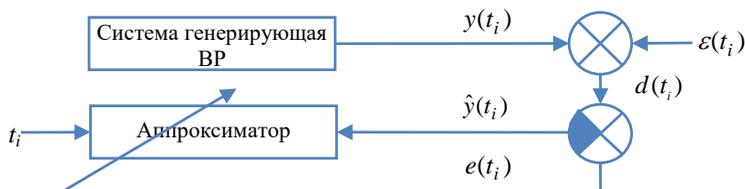


Рис. 1. Задача аппроксимации модельного временного ряда.

этом предполагается, что статистические характеристики ряда изменяются во времени, он может иметь тренд и постоянную составляющую, т.е. временной ряд d_i является нестационарным.

Для решения поставленной задачи может быть использована многослойная нейронная сеть, состоящая из нейронов. В этом случае сеть состоит из входного слоя, одного или нескольких скрытых слоев нейронов и одного выходного слоя нейронов. Входной сигнал распространяется по сети в прямом направлении от слоя к слою. Обучение выполняется с помощью специального алгоритма, например, алгоритма обратного распространения ошибки. Однако, хорошо известно, что алгоритм обратного распространения имеет медленную сходимость и часто не дает глобального оптимального решения. Для уменьшения этих недостатков в последние годы предложена специализированная нейронная сеть – вейвлет-сеть, являющаяся модификацией сети на основе радиальных базисных функций, где в качестве базисных элементов используются вейвлеты («короткие волны»).

Вейвлет-сеть аппроксимирует временной ряд $d(t_i)$ как линейную комбинацию набора дочерних вейвлетов $h_{a,b}(t_i)$, которые получаются путем растяжения и сдвига материнского вейвлета $h(t_i)$:

$$h_{a,b}(t_i) = h\left(\frac{t_i - b}{a}\right),$$

где $a > 0$ – масштаб, характеризующий растяжение материнского вейвлета; b – величина сдвига.

Аппроксимация временного ряда вейвлет-сетью может быть представлена как:

$$\hat{y}(t_i) = t_i \sum_{k=1}^K w_k h_{a_k, b_k}(t_i), \quad (2)$$

где t_i – входной временной ряд, время, K – количество вейвлетов, w_k – весовые коэффициенты (рис. 2).

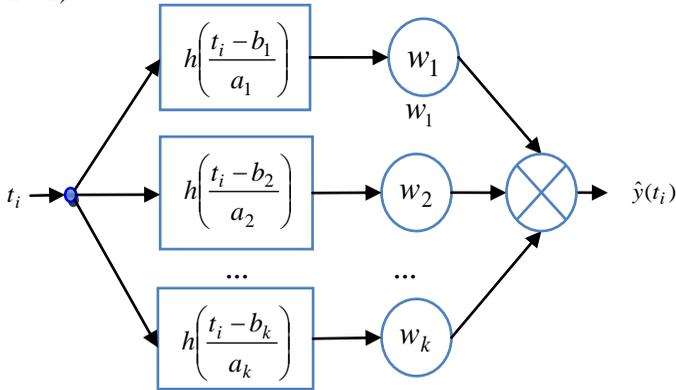


Рис. 2. Традиционная вейвлет-сеть.

Параметры вейвлет-сети w_k , a_k и b_k могут быть настроены путем минимизации функции энергии ошибки E на всем множестве отсчетов времени t_i при помощи метода наименьших квадратов. Обозначая функцию ошибки в момент t_i как:

$$e(t_i) = d(t_i) - \hat{y}(t_i),$$

функцию энергии ошибки можно записать таким образом:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e^2(t_i), \quad (3)$$

а оптимизационную задачу – соответственно:

$$\sum_{i=1}^N \left(d(t_i) - \left[t_i \sum_{k=1}^K w_k h_{a_k, b_k}(t_i) \right] \right)^2 \rightarrow \min_{\bar{w}, \bar{a}, \bar{b}}$$

Для минимизации E используется метод наискорейшего спуска, который требует градиенты $\frac{\partial E}{\partial w_k}$, $\frac{\partial E}{\partial a_k}$ и $\frac{\partial E}{\partial b_k}$ для последовательного изменения каждого k -го параметра w_k , a_k и b_k .

В многослойной нейронной сети веса пересчитываются на каждой эпохе обучения и все задействуются для некоторого входа сети в i -тый момент времени, тем самым воздействие весовых коэффициентов на результат аппроксимации имеет глобальную природу. Это замедляет скорость обучения и может привести к попаданию функции энергии ошибки в локальный минимум. Напротив, в вейвлет-сети в i -тый момент времени задействуется только малое подмножество весов. Обучение сети для этого момента времени не портит результат обучения в более удаленных временных областях. То есть, в вейвлет-сети функция выхода хорошо локализована во временной области. Таким образом, скорость обучения вейвлет-сети может быть намного выше, чем нейронной сети. Кроме того, уменьшается вероятность попадания в локальный минимум.

Однако, вейвлет-сеть имеет некоторые недостатки. Во-первых, в выходе сети (2) отсутствует постоянная составляющая. А значит, исходный временной ряд d_i , как и ответ сети, требуют дополнительной обработки. Это не всегда удобно при аппроксимации временных рядов. Традиционная вейвлет-сеть может аппроксимировать только временные ряды, не содержащие постоянную составляющую, поскольку если в (2) $t_i=0$, то и $\hat{y}(t_i) = 0$.

Во-вторых, базовый вейвлет для всей сети одинаков. Однако, если временной ряд является нестационарным, то желательно иметь возможность изменять и базовый вейвлет. Или, что лучше, подбирать его оптимальным образом, исходя из минимума энергии ошибки.

Во второй главе «Разработка структуры и алгоритмов обучения полиморфной вейвлет-сети для аппроксимации нестационарных временных рядов» для преодоления указанных недостатков предлагается использовать новую структуру сети, аппроксимирующей временной ряд $d(t_i)$ как линейную комбинацию набора дочерних вейвлетов $h_{a,b,p}(t_i)$, которые получаются путем растяжения и сдвига материнского вейвлета $h(t_i, p)$:

$$h_{a,b,p}(t_i) = h\left(\frac{t_i - b}{a}, p\right),$$

где p – дополнительный настраиваемый параметр, изменяющий форму материнского вейвлета способом, отличным от сжатия и сдвига (рис. 3).

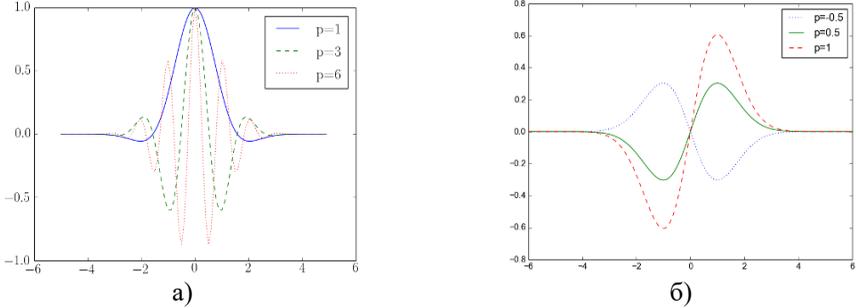


Рис. 3. Вариации вейвлетов: а) Морле, б) POLYWOG.

В результате в сети одновременно используется множество базовых вейвлетов, различающихся параметром p . Поэтому есть основания назвать такую сеть полиморфной (от др. греч. πολύμορφος), т.е. многообразной.

Аппроксимация временного ряда такой сетью (рис. 4) может быть представлена как:

$$\hat{y}(t_i) = c + t_i \sum_{k=1}^K w_k h_{a_k, b_k, p_k}(t_i), \quad (4)$$

где c – постоянная составляющая (параметр смещения).

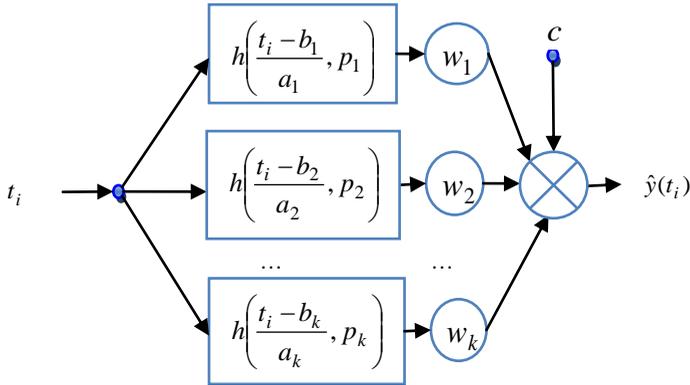


Рис. 4. Структура полиморфной вейвлет-сети.

Оптимизационная задача в этом случае:

$$\sum_{i=1}^N \left(d(t_i) - \left[c + t_i \sum_{k=1}^K w_k h_{a_k, b_k, p_k}(t_i) \right] \right)^2 \rightarrow \min_{c, \bar{w}, \bar{a}, \bar{b}, \bar{p}}$$

Для минимизации E используется метод наискорейшего спуска, который требует градиенты $\frac{\partial E}{\partial w_k}$, $\frac{\partial E}{\partial a_k}$, $\frac{\partial E}{\partial b_k}$, $\frac{\partial E}{\partial p_k}$ и $\frac{\partial E}{\partial c}$ для последовательного изменения каждого конкретного параметра w_k , a_k и b_k :

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial w_k} &= -\sum_{i=1}^N e(t_i)h(\tau_i, p_k)t_i, \\ \frac{\partial E}{\partial b_k} &= -\sum_{i=1}^N e(t_i)t_i w_k \frac{\partial h(\tau_i, p_k)}{\partial b_k}, \\ \frac{\partial E}{\partial a_k} &= -\sum_{i=1}^N e(t_i)t_i w_k \tau_i \frac{\partial h(\tau_i, p_k)}{\partial b_k}, \\ \frac{\partial E}{\partial p_k} &= -\sum_{i=1}^N e(t_i)t_i w_k \frac{\partial h(\tau_i, p_k)}{\partial p_k}, \\ \frac{\partial E}{\partial c} &= -\sum_{i=1}^N e(t_i).\end{aligned}$$

Направление спуска определяется вектором антиградиента:

$$\left[\Delta w = -\frac{\partial E}{\partial w}; \Delta b = -\frac{\partial E}{\partial b}; \Delta a = -\frac{\partial E}{\partial a}; \Delta p = -\frac{\partial E}{\partial p}; \Delta c = -\frac{\partial E}{\partial c} \right].$$

Таким образом, коэффициенты сети изменяется по правилам:

$$\begin{aligned}\bar{w}(n+1) &= \bar{w}(n) + \mu \Delta \bar{w}, \\ \bar{b}(n+1) &= \bar{b}(n) + \mu \Delta \bar{b}, \\ \bar{a}(n+1) &= \bar{a}(n) + \mu \Delta \bar{a}, \\ \bar{p}(n+1) &= \bar{p}(n) + \mu \Delta \bar{p}, \\ c(n+1) &= c(n) + \mu \Delta c.\end{aligned}\tag{5}$$

Параметр скорости обучения μ одинаков для всех параметров сети и находится на каждой эпохе обучения одним из методов одномерной оптимизации, например, с помощью кубической интерполяции.

Для количественной оценки преимуществ разработанной полиморфной и традиционной вейвлет-сетей в работе предложена мера, близкая по смыслу к отношению мощностей сигнал/шум:

$$S = \left(\frac{A(y)}{A(\varepsilon)} \right)^2.\tag{6}$$

Здесь $A(y)$ – среднеквадратическое значение амплитуды детерминированной составляющей временного ряда $y(t_i)$:

$$A(y) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y^2(t_i)},$$

$A(\varepsilon)$ – среднеквадратическое значение амплитуды ошибки:

$$A(\varepsilon) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon^2(t_i)} .$$

После того, как сеть обучена, среднеквадратическая амплитуда ошибки сети может быть определена как:

$$A(\hat{\varepsilon}) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\varepsilon}^2(t_i)} ,$$

где $\hat{\varepsilon}(t_i) = y(t_i) - \hat{y}(t_i)$, а отношение сигнал/шум после обработки сетью соответственно будет:

$$M = \left(\frac{A(y)}{A(\hat{\varepsilon})} \right)^2 . \quad (7)$$

Параметры S (6) и M (7) более удобны по сравнению с энергией ошибки (3), так как не зависят от длины временного ряда N и единиц измерения y_i , ε_i и используются в работе для оценивания способностей нейронных и вейвлет-сетей к аппроксимации временных рядов.

Способность разработанной полиморфной вейвлет-сети к аппроксимации нестационарных временных рядов исследована на модельных примерах, в которых в качестве моделей детерминированной составляющей ряда выбраны функции с изменяющимся во времени амплитудой и частотой. Моделирование показало преимущество полиморфной вейвлет-сети в сравнении с многослойной нейронной сетью (рис. 5) и традиционной вейвлет-сетью (рис. 6 а, б).

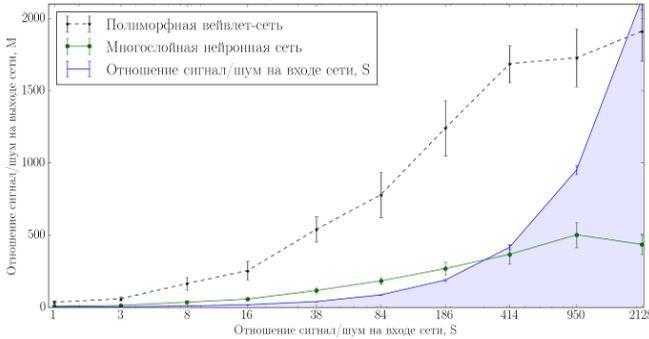
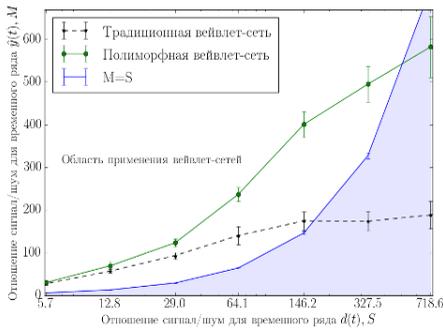
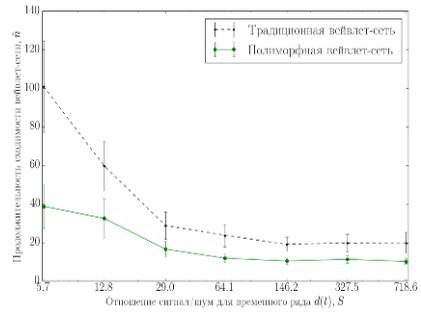


Рис. 5. Зависимость отношения сигнал/шум на выходе полиморфной вейвлет-сети и многослойной нейронной сети от отношения сигнал/шум на входах этих сетей (ось абсцисс имеет логарифмический масштаб).

Для данных примеров, применение полиморфной вейвлет-сети дает преимущество по отношению сигнал/шум M на выходе сети, по сравнению с многослойной нейронной сетью в 2-3 раза (см. рис. 5), при почти одинаковой скорости работы. По сравнению с традиционной вейвлет-сетью полиморфная вейвлет-сеть дает в 1.5-2 раза лучшее отношение сигнал/шум M на выходе сети (см. рис. 6а). При этом продолжительность сходимости сократилась на 45-47% (рис. 6б). Из рис. 6а видно,



а)



б)

Рис. 6 а) Зависимость M от S для традиционной и полиморфной вейвлет-сети и область применения вейвлет-сетей в диапазоне значений S (ось абсцисс имеет логарифмический масштаб), б) зависимость продолжительности сходимости сетей от S (ось абсцисс имеет логарифмический масштаб).

что с помощью полиморфной вейвлет-сети могут быть аппроксимированы временные ряды с отношением сигнал/шум от 5.7 до 327.5, а с помощью традиционной – только от 5.7 до 146.2.

Таким образом, исходя из выявленных значений сигнал-шум, можно определить круг практических задач, которые могут быть успешно решены с помощью разработанной полиморфной вейвлет-сети.

В третьей главе «Разработка структуры и алгоритмов обучения полиморфных вейвлет-сетей с обратными связями» для учета инерционности во временных рядах в структуру полиморфной вейвлет сети введены обратные связи, учитывающие уровни временного ряда в предыдущие моменты времени. Рассмотрена задача аппроксимации (см. рис. 1), в которой временной ряд $y(t_i)$ моделируется численным решением ОДУ на интервале $[t_0, N\Delta t]$ с шагом Δt . Требуется аппроксимировать $d(t_i)$.

В качестве аппроксиматора предлагается использовать полиморфную вейвлет-сеть с обратными связями (рис.7), выход которой определяется уравнением:

$$\hat{y}(t_i) = c + t_i \sum_{k=1}^K w_k h_{a_k, b_k, p_k}(t_i) + \sum_{j=1}^R r_j \hat{y}(t_i - j),$$

где c – постоянная составляющая (параметр смещения), K – количество вейвлетов, w_k – весовые коэффициенты прямых связей, R – количество обратных связей, r_j – весовые коэффициенты обратных связей. Параметры вейвлет-сети w_k , a_k , b_k , p_k , r_j и c могут быть настроены путем минимизации функции энергии ошибки идентификации E на всем множестве отсчетов времени t_j :

$$\sum_{i=1}^N \left(d(t_i) - \left[c + t_i \sum_{k=1}^K w_k h_{a_k, b_k, p_k}(t_i) + \sum_{j=1}^R r_j \hat{y}(t_{j-i}) \right] \right)^2 \rightarrow \min_{c, \bar{w}, \bar{a}, \bar{b}, \bar{p}, \bar{r}},$$

при этом
$$\frac{\partial E}{\partial r_i} = - \sum_{j=1}^R e(t) \hat{y}(t_i - j).$$

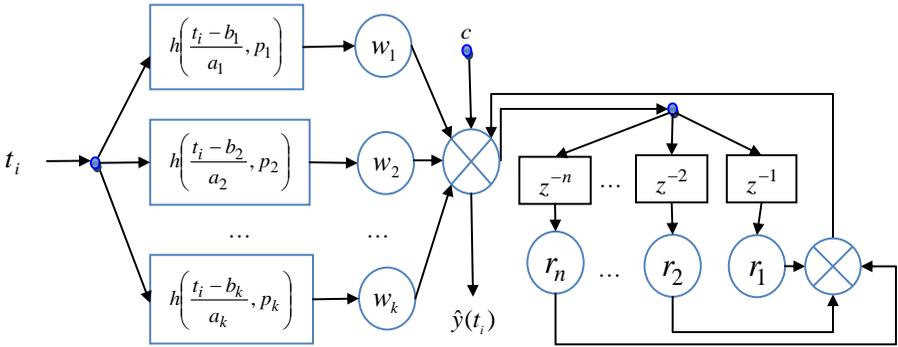


Рис. 7. Полиморфная вейвлет-сеть с обратными связями.

Сравнение возможностей полиморфной вейвлет-сети с обратными связями и без них в плане использования их в качестве аппроксиматоров нестационарных временных рядов с инерционностью показало, что полиморфная вейвлет-сеть с обратными связями дает меньшую ошибку аппроксимации в сравнении с полиморфной вейвлет-сетью без обратных связей и, кроме того, имеет преимущества в скорости сходимости.

Предложенная структура полиморфной вейвлет-сети с обратными связями позволила решить задачу идентификации динамической системы (в общем нелинейной), данные о параметрах и структуре модели которой отсутствуют. Требуется по наблюдаемым (измеряемым) входным и выходным переменным системы построить идентификационную модель системы при наличии разного рода ошибок измерений. В общем виде задача идентификации динамической системы поясняется на рис. 8. Здесь Динамическая система – некоторая нелинейная система, на которую воздействует входное воздействие $u(t_i)$ и ненаблюдаемое возмущение $\varepsilon_s(t_i)$. Вход системы $u(t_i)$ и выход системы $y(t_i)$ измеряются в дискретные моменты времени, при наличии некоторых случайных факторов, характеризующихся ошибками измерения, соответственно $\varepsilon_u(t_i)$ и $\varepsilon_y(t_i)$ ($M\{\varepsilon\}=0, D\{\varepsilon\} < \infty$).

Необходимо, используя выборки (по сути - временные ряды) зашумленных измерений (наблюдений) реакции системы $d(t_i)=y(t_i)+\varepsilon_y(t_i)$ на входное воздействие $u(t_i)$ и измерений входного воздействия $\hat{u}(t_i)=u(t_i)+\varepsilon_u(t_i)$, построить Идентификатор системы (идентификационную модель), который при любом известном входе, подаваемом на систему $u(t_i)$, продуцирует выход модели $\hat{y}(t_i)$, аппроксимирующий выход системы в смысле малости ошибки идентификации E :

$$\sum_{i=1}^N \left(d(t_i) - \left[c + \hat{u}(t_i) \sum_{k=1}^K w_k h_{a_k, b_k, p_k}(t_i) + \sum_{j=1}^R r_j \hat{y}(t_{j-i}) \right] \right)^2 \rightarrow \min_{c, \bar{w}, \bar{a}, \bar{b}, \bar{p}, \bar{r}} .$$

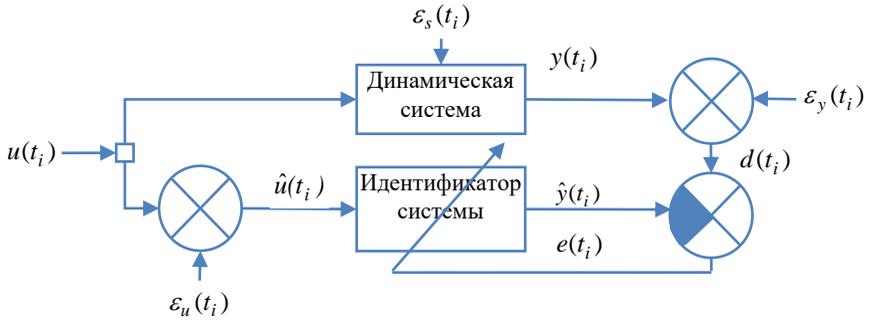


Рис. 8. Структурная схема задачи идентификации динамической системы.

При этом на вход сети подается $\hat{u}(t_i)$. Результаты моделирования (рис. 9) показали, что разработанная полиморфная вейвлет-сеть с обратными связями достаточно хорошо идентифицирует нелинейные динамические системы при различных

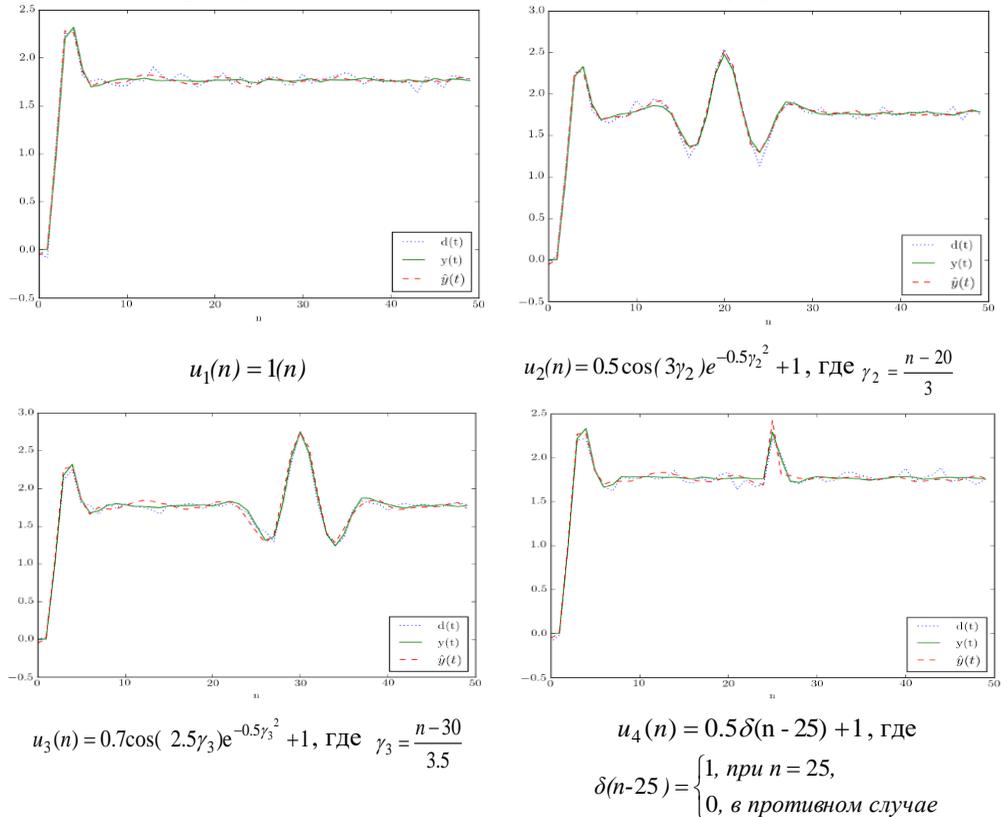


Рис. 9. Траектории выхода системы и модели при двух обучающих выборках входа системы ($u_1(n)$ и $u_2(n)$) и при других входах ($u_3(n)$ и $u_4(n)$).

воздействиях при обучении ее по алгоритму Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно.

Сравнивались также полиморфные вейвлет-сети, обученные с применением различных методов оптимизации: наискорейшего спуска, сопряженных градиентов, Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно. Было показано, что наименьшая энергия ошибки достигается при использовании метода Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно.

В четвертой главе «Применение полиморфных вейвлет-сетей для обработки геофизических данных» рассматриваются вейвлет-преобразование и вейвлет-сети как инструменты анализа геомагнитных вариаций и определения К-индекса геомагнитной активности.

Изучению вариаций геомагнитного поля Земли посвящено множество работ, при этом в основном для анализа измерительной информации традиционно использовался аппарат Фурье-преобразования. Однако, в силу явной нестационарности магнитовариационного сигнала, Фурье-анализ не способен дать достаточно полной информации о сигналах. Учесть особенности нестационарных временных рядов возможно, используя вейвлет-технологии. Данные для анализа предоставляет интерактивный ресурс по солнечно-земной физике (Space Physics Interactive Data Resource, SPIDR).

Предложенный алгоритм анализа геомагнитных вариаций включает два этапа: предобработка измерительной информации (интерполирование, исключение тренда) и собственно анализ на основе Фурье и (или) вейвлет-преобразований. Его можно представить в виде алгоритма, представленного на рис. 10.

Исходные данные автоматически загружаются из хранилища SPIDR или импортируются из файла в формате CSV, что позволяет анализировать не только магнитовариационные данные, но и любые другие временные ряды. Следующий шаг – интерполяция данных и построение графика интерполированного временного ряда. На основании полученного графика необходимо выявить, содержит ли исследуемый сигнал линейный тренд и, в этом случае, исключить его. Необходимым этапом анализа является построение скалограммы. Она дает возможность оценить степень нестационарности сигнала. В случае, если на исследуемом участке характеристики сигнала остаются приблизительно постоянными, то для его анализа достаточно построить периодограмму, она должна отражать все значимые особенности сигнала. В противном случае требуется построение скейлограммы, которая дает возможность определить, содержит ли сигнал близкие по частоте компоненты, что говорит о необходимости построения вейвлет-скелета. Если вейвлет-скелет не показывает нужной информации, то необходимо изменить параметры вейвлет-преобразования – тип или порядок вейвлета, и, возможно, диапазон исследуемых частот.

Алгоритм анализа геомагнитных вариаций на основе вейвлет-технологий реализован в виде разработанной автоматизированной системы, программная часть которой написана на языке Python 3 и для упрощения разработки и сопровождения

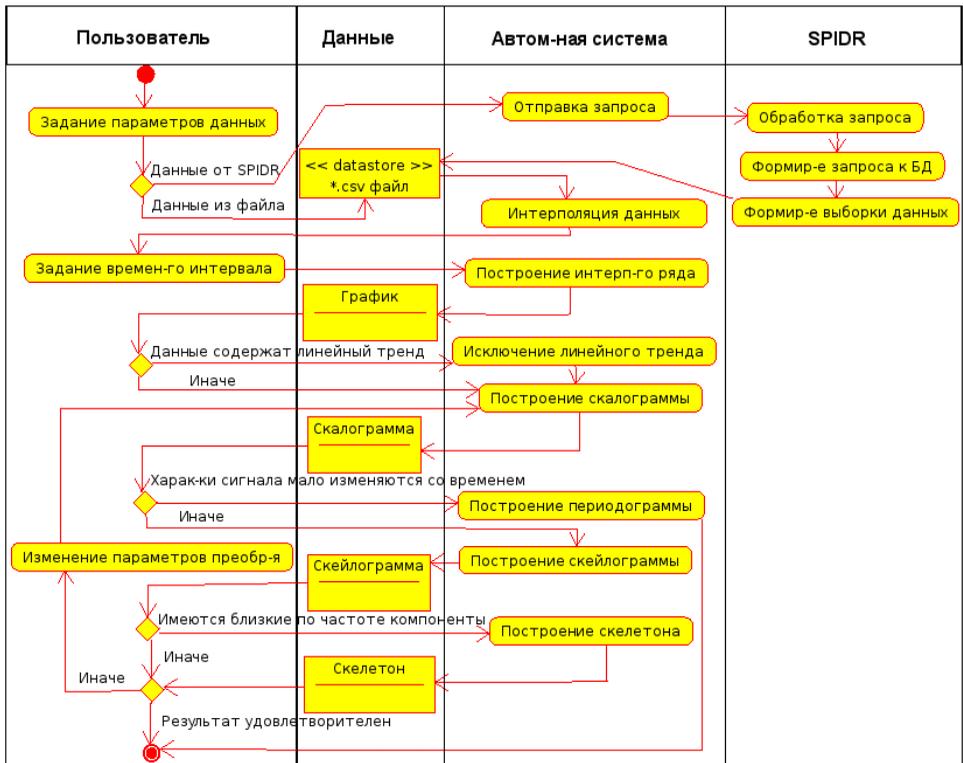
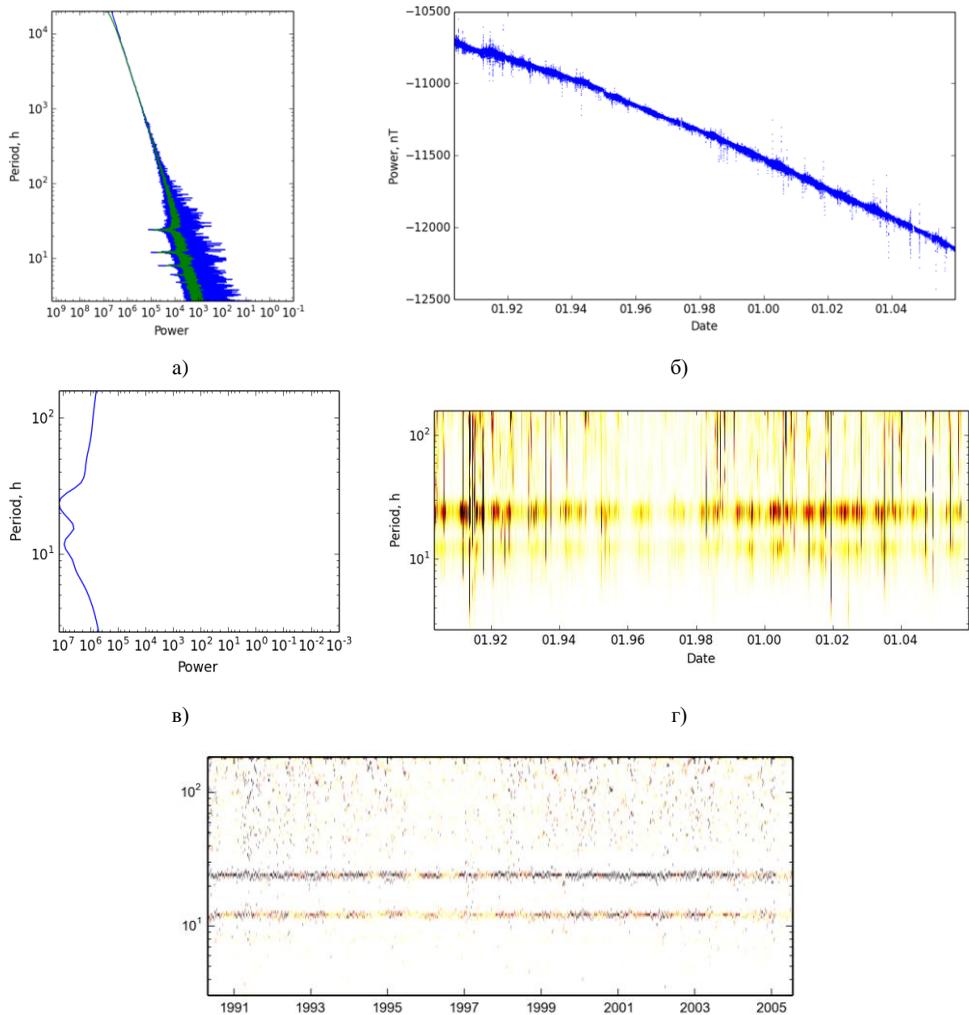


Рис. 10. Алгоритм анализа геомагнитных вариаций на основе вейвлет-технологий.

разбита на несколько логических модулей. Результаты анализа вариаций модуля вектора напряженности геомагнитного поля в период с мая 1990 г. по июль 2005 года, записанные на станции Боулдер, произведенного с использованием разработанной автоматизированной системы, показаны на рис. 11.

Кроме того, на основе полиморфной вейвлет-сети предложен метод определения К-индекса геомагнитной активности. К-индекс – квазилогарифмический индекс (увеличивается на единицу при увеличении возмущенности приблизительно в два раза), вычисляемый по данным конкретной обсерватории как величина отклонения от регулярной солнечносуточной Sq-вариации за трехчасовой интервал времени. Индекс был введен Дж. Бартельсом в 1938 г. и представляет собой значения от 0 до 9 для каждого трехчасового интервала (0-3, 3-6, 6-9 и т.д.) мирового времени UT (Universal Time), которые отражают уровень возмущенности геомагнитного поля (ГМП).

Однако есть нерешенные проблемы определения К-индекса, связанные с тем, что Sq-вариация меняется день ото дня, и учесть эти изменения не всегда просто. Известные методы аппроксимации Sq-вариации обладают недостаточной точностью или низкой оперативностью, для их применения требуется достаточно высокая



д)

Рис. 11. а) периодограмма, б) центрированный и освобожденный от линейного тренда временной ряд, в) скейлограмма, г) скалограмма, д) скелетон модуля вектора геомагнитного поля.

квалификация. В связи с этим предложен метод определения спокойной суточной Sq-вариации и определения К-индекса геомагнитной активности, который включает процедуру аппроксимации D и H компонент магнитного поля Земли полиморфными вейвлет-сетями.

Алгоритм определения К-индекса с помощью полиморфной вейвлет-сети может быть представлен в виде следующих шагов:

- 1) Конвертация данных измерения компонентов геомагнитного поля в формат CSV.

- 2) Фильтрация импульсных помех путем выделения 1-минутной медианы компонентов ГМП.
- 3) Обучение вейвлет-сетей для аппроксимации каждой из компонентов ГМП.
- 4) Аппроксимация и интерполяция Sq-вариации по компонентам D и H обученными полиморфными вейвлет-сетями.
- 5) Определение K-индекса как максимального индекса по D и H компонентам за каждый трехчасовой интервал суток по UT времени.

Метод хорошо согласуется с эталонным методом определения K-индекса Бартельса (рис. 12), но этот метод очень трудоемок и, в отличие от используемого в настоящее время метода Новозинского, позволяет избежать ручного подбора параметров сглаживания для каждой конкретной обсерватории и лучше учитывает изменчивый характер Sq-вариации (для выбранной реализации вариаций геомагнитного поля преимущество отмечается на интервале 6-9 часов).

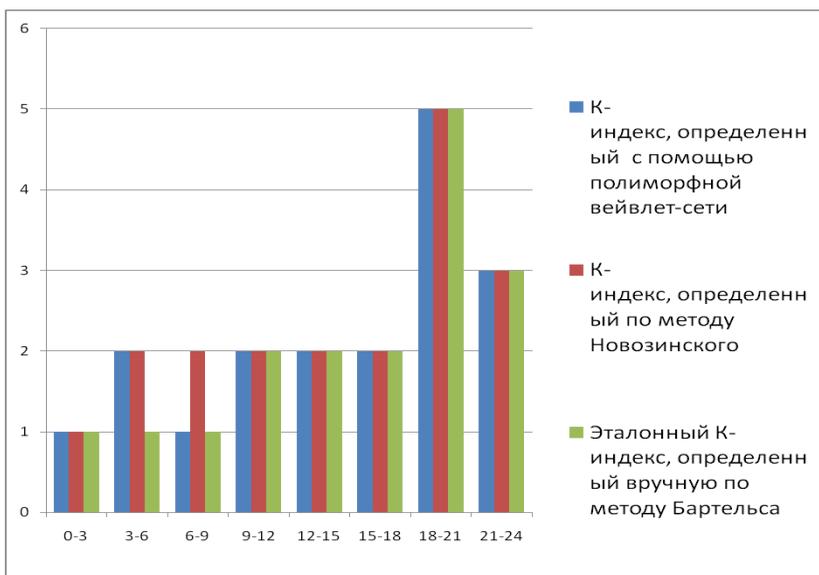


Рис. 12. K-индекс в баллах, определенный различными методами, за каждый трехчасовой интервал суток по данным обсерватории Бельск.

ВЫВОДЫ

В результате проведенных научных исследований были получены следующие основные результаты:

- предложены новые структуры вейвлет-сетей (названные полиморфными), содержащие дополнительные параметр смещения и настраиваемый параметр базового вейвлета и имеющие лучшие аппроксимирующие свойства в сравнении с традиционными вейвлет-сетями и многослойными нейронными сетями;
- разработаны алгоритмы обучения полиморфных вейвлет-сетей с обратными связями и без них, обеспечивающие лучшие показатели

сходимости в сравнении с традиционными вейвлет-сетями и многослойными нейронными сетями;

- предложены количественные меры, основанные на отношении сигнал/шум для иллюстрации преимуществ аппроксимации временных рядов полиморфными вейвлет-сетями и позволяющие определить эффективность применения вейвлет-сетей для решения практических задач;
- исследованы полиморфные вейвлет-сети с различными базовыми вейвлетами (Морле, RASP, POLYWOG) и обученными различными известными методами (наискорейшего спуска, сопряженных градиентов, Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно);
- разработан автоматизированный метод определения К-индекса геомагнитной активности на основе полиморфной вейвлет-сети, который дает лучшее соответствие эталонному методу Бартельса в сравнении с традиционным методом Новозинского;
- разработаны программно-алгоритмические средства на основе полиморфной вейвлет-сети для аппроксимации временных рядов различной физической природы, отличающиеся широким набором базовых вейвлетов, регулируемых параметров обучения, удобным графическим интерфейсом пользователя, кроссплатформенностью.
- разработаны программно-алгоритмические средства для вейвлет-анализа нестационарных временных рядов, позволяющие выполнять детальный анализ экспериментальных данных с использованием различных базовых вейвлетов и являющиеся универсальным исследовательским инструментом для анализа не только геомагнитных вариаций, но и других временных рядов.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

1. **Верзунов, С.Н.** Уменьшение избыточной информации при классификации радужных оболочек глаза с использованием преобразования Коэна-Добеши-Фаво [Текст] / С.Н. Верзунов // Проблемы автоматизации и управления: – Бишкек: Илим, 2013 - №2 – С. 39-47.
2. **Верзунов, С.Н.** Алгоритм классификации радужной оболочки глаза [Текст] / С.Н. Верзунов // Современные техника и технологии в научных исследованиях. – Бишкек, 2014. – С. 212-216.
3. **Верзунов, С.Н.** Вейвлет-преобразование как инструмент анализа магнитовариационных данных [Текст] / С.Н. Верзунов // Проблемы автоматизации и управления – Бишкек: Илим, 2014 - №2 – С. 52-61.
4. **Верзунов, С.Н.** Разработка программных средств для вейвлет-анализа одномерных временных рядов [Текст] / С.Н. Верзунов // Проблемы автоматизации и управления – Бишкек: Илим, 2014 - №2 – С. 62-71.
5. **Верзунов, С.Н.** Разработка автоматизированной системы для анализа геомагнитных вариаций на основе вейвлет-технологий [Текст] / С.Н. Верзунов, Н.М., Лыченко // Математические структуры и моделирование – Омск: Омский государственный университет, 2014 - №4(32). – С. 185-197.

6. **Верзунов, С.Н.** Разработка структуры полиморфной вейвлет-сети на базе вейвлета Морле [Текст] / С.Н. Верзунов // Современные техника и технологии в научных исследованиях. – Бишкек, 2015. – С.181-186.
7. **Верзунов, С.Н.** Программные средства для вейвлет-анализа временных рядов. (TESLA). Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 363 Кыргызская Республика, 30 марта 2015 г.
8. **Верзунов, С.Н.** Программно-алгоритмические средства для выявления трендов временных рядов на основе полиморфной вейвлет-сети. (POLYMORPHIC). Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 368 Кыргызская Республика, 21 мая 2015 г.
9. **Верзунов, С. Н.** Синтез полиморфной вейвлет-сети и исследование ее свойств для аппроксимации нестационарных временных рядов [Текст] / С.Н. Верзунов // Информатика и системы управления. – Благовещенск. № 2 (2015) – С. 60-69.
10. **Верзунов, С.Н.** Аппроксимация нестационарных динамических систем полиморфной вейвлет-сетью [Текст] / С.Н. Верзунов, Н.М. Лыченко // Фундаментальные и прикладные проблемы науки. Том 3 Материалы Кыргызской секции X международного симпозиума 8-10 сентября 2015 года. – М.: РАН, 2015 – С.3-11.
11. **Верзунов, С.Н.** Аппроксимация зашумленных сигналов многослойной нейронной и полиморфной вейвлет-сетями [Текст] / С.Н. Верзунов // Проблемы автоматизации и управления: Доклады II международной конференции «Проблемы управления и информационных технологий» (25-26 сентября 2015 г.). Бишкек: ИАИТ, 2015. – С 94-102.
12. **Верзунов, С.Н.** Идентификация нелинейных динамических систем полиморфной вейвлет-сетью с обратными связями [Текст] / С.Н. Верзунов, Н. М. Лыченко // Вестник Кыргызско-Российского славянского университета – Бишкек: КРСУ, Т 15. №9. (2015) – С.18-22.
13. **Верзунов, С.Н.** Метод определения К-индекса геомагнитной активности с помощью полиморфной вейвлет-сети [Текст] / С.Н. Верзунов // Вестник Кыргызско-Российского славянского университета – Бишкек: КРСУ, Т. 15. №9. (2015) – С.13-17.

РЕЗЮМЕ

Верзунов Сергей Николаевичтин «Стационардык эмес мезгилдик катарларды иштетүү үчүн полиморфтук вейвлет-тармактарды окутуунун структурасын жана алгоритмдерин иштеп чыгуу» темасына 05.13.01 – Маалыматтын системалык талдоосу, башкаруу жана иштеп чыгуу адистиги боюнча техникалык илимдердин кандидатынын окумуштуулук даражасына талапкерликке диссертациясына.

Түйүндүү сөздөр: нейрондук тармактар, полиморфтук вейвлет-тармак, окутуунун алгоритмдери, вейвлет-талдоо, геомагниттик вариациялар, геомагниттик активдүүлүктүн индекси.

Изилдөөнүн объектиси: ар кандай физикалык табияттагы стационардык эмес мезгилдик катарлар, алып айтканда, геомагниттик талаанын жана аны

түзүүчүлөрдүн векторунун вариациялары, ошондой эле Жердин магниттик талаасынын активдүүлүгүнүн К-индекси.

Иштин максаты: стационардуу эмес мезгилдик катарларды, алып айтканда, вейвлет- жана нейро-тармактык технологияларды пайдалануунун негизинде геофизикалык маалыматтарды аппроксимациялоонун жана идентификациялоонун тактыгын жогорулатуу.

Изилдөөнүн методдору: вейвлет-талдоо, нейрондук тармактар, оптимизация теориясы, UML программалык камсыздоону, Qt платформасын, Python3, C++ программалаштыруу тилдерин, NumPy, SciPy матрицалык жана илимий эсептөөлөрдүн китепканаларын, жана Matplotlib маалыматтарын визуалдаштыруу үчүн китепкананын каражаттарынын жардамы менен ишке ашуучу математикалык жана имитациялык моделдөө.

Алынган натыйжалар жана алардын жаңылыгы: полиморфтук деп аталуучу, белгилүү структураларга салыштырмалуу мыкты аппроксимирлөөчү касиеттерге ээ базалык вейвлеттин жөндөлүүчү параметрлери бар вейвлет-тармактардын жаңы структуралары изилденген жана иштелип чыккан. Кайра байланыштуу жана аларсыз, белгилүүлөргө салыштырмалуу окшоштуктун мыкты көрсөткүчтөрүн камсыз кылуучу вейвлет-тармактардын ар кандай структуралары үчүн окутуунун алгоритмдери изилденген жана иштелип чыккан. Салттуу вейвлет-тармак менен жана көп катмарлуу нейрондук тармак менен салыштырмалуу мезгилдик катарлардын полиморфтук вейвлет-тармактар менен аппроксимациясынын артыкчылыктарын иллюстрациялоо үчүн сигнал-шумга мамиле негизделген сандык чаралар сунуш кылынган. Полиморфтук вейвлет-тармактын жардамы менен геомагниттик активдүүлүктүн К-индексин аныктоонун методу иштелип чыккан. Стационардуу эмес мезгилдик катарлардын вейвлет-талдоосу жана аппроксимациясы үчүн программалык каражаттар иштелип чыккан (алып айтканда, геомагниттик вариациялардын вейвлет-талдоосун жана геомагниттик активдүүлүктүн К-индексин автоматташтырылган аныктоонун).

Колдонууга сунуштар. Диссертацияда иштелип чыккан методдор жана алгоритмдер стационардык эмес мезгилдик катарларды иштеп чыгуунун тактыгын жогорулатууга мүмкүндүк берет, жана сигналдарды санариптик иштеп чыгуу, геофизика, биометрика сыяктуу илимдин ар кандай тармактарында, анализдин маселелерин чыгарууда жана татаал системаларды моделдөөдө колдонуусун таба алышат. Иштелип чыккан программалык-алгоритмдик каражаттар илимий кызматкерлер, инженер-изилдөөчүлөр жана тиешелүү адистиктеги жогордуктун студенттери тарабынан пайдаланылышы мүмкүн.

Колдонуу чөйрөсү: анализ жана моделдөө техникалык системаларда, геофизикада, биологияда, экономикада, медицинада жана башка татаал системаларда эксперименталдык маалыматтардын трендинин болжолдоосу.

РЕЗЮМЕ

диссертации Верзунова Сергея Николаевича на тему «Разработка структуры и алгоритмов обучения полиморфных вейвлет-сетей для обработки нестационарных временных рядов» на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации.

Ключевые слова: нейронные сети, полиморфная вейвлет-сеть, алгоритмы обучения, вейвлет-анализ, геомагнитные вариации, индекс геомагнитной активности.

Объект исследования: нестационарные временные ряды различной физической природы, в частности вариации вектора напряженности геомагнитного поля и его составляющих, а также К-индекс активности магнитного поля Земли.

Цель исследования: повышение точности аппроксимации и идентификации нестационарных временных рядов, в частности геофизических данных, на основе использования вейвлет- и нейро-сетевых технологий.

Методы исследования: вейвлет-анализ, нейронные сети, теория оптимизации, математическое и имитационное моделирование, реализующееся с помощью средства разработки программного обеспечения UML, платформы Qt, языков программирования Python3, C++, библиотек матричных и научных вычислений NumPy, SciPy и библиотеки для визуализации данных Matplotlib.

Полученные результаты и их новизна. Разработаны и исследованы новые структуры вейвлет-сетей с настраиваемыми параметрами базового вейвлета, названные полиморфными, имеющие лучшие аппроксимирующие свойства в сравнении с известными структурами. Разработаны и исследованы алгоритмы обучения для различных структур вейвлет-сетей: с обратными связями и без них, обеспечивающие лучшие показатели сходимости в сравнении с известными. Для иллюстрации преимуществ аппроксимации временных рядов полиморфными вейвлет-сетями в сравнении с традиционными вейвлет-сетью и многослойной нейронной сетью предложены количественные меры, основанные на отношении сигнал/шум. Разработан метод определения К-индекса геомагнитной активности с помощью полиморфной вейвлет-сети. Разработаны программные средства для вейвлет-анализа и аппроксимации нестационарных временных рядов (в частности, вейвлет-анализа геомагнитных вариаций и автоматизированного определения К-индекса геомагнитной активности).

Рекомендации по использованию. Разработанные в диссертации методы и алгоритмы позволяют увеличить точность обработки нестационарных временных рядов, и могут найти применение в различных отраслях науки и техники, таких как цифровая обработка сигналов, геофизика, биометрика, при решении задач анализа данных и моделирования сложных систем. Разработанные программно-алгоритмические средства могут быть использованы научными работниками, инженерами-исследователями и студентами вузов соответствующих специальностей.

Область применения: анализ, моделирование и прогноз тренда экспериментальных данных в технических системах, в геофизике, в биологии, в экономике, в медицине и в других сложных системах.

SUMMARY

of the thesis of Mr. Verzunov Sergei Nikolaevich, candidate of technical sciences, about «Development of polymorphic wavelet networks learning structure and algorithms for processing of nonstationary time series» on competetion of scientific degree candidate of technical sciences on a specialty 05.13.01 - System analysis, control and information processing.

Key words: neural networks, polymorphic wavelet networks, learning algorithms, wavelet analysis, geomagnetic variations, geomagnetic activity indices.

Object of research: nonstationary time series of different physical nature, particularly, electric-field vector of geomagnetic field and its components, and K index of activity of the Earth's magnetic field as well.

Research purpose: improvement in approximation accuracy and identification of nonstationary time series, particularly, geophysical data

Research method: wavelet analysis, neural net, theory of optimization, mathematical and simulation modeling implemented with the help of development tools of UML software, Qt platform, programming language Python 3, C++, NumPy and SciPy matrix and scientific computation library, and Matplotlib data visualization library.

Obtained results and their novelty: New structures of wavelet networks with adjustable parameters of basic wavelet named polymorphic have been developed and studied, which have best approximating properties in comparison with known structures. Learning algorithms have been developed and studied for different structures of wavelet networks: with feedbacks and without them, ensuring best exponents of convergence in comparison with known ones. Quantitative measures based on signal-to-noise ratio have been proposed to illustrate the advantages of time series approximation with polymorphic wavelet networks in comparison with conventional wavelet network and multilayer neural net. A method for determination of geomagnetic activity K index has been developed with the help of polymorphic wavelet network. The software tools have been developed for wavelet analysis and approximation of nonstationary time series (particularly, wavelet analysis of geomagnetic variations and automated determination of geomagnetic activity K index).

Recommendations for using: Methods and algorithms developed in the thesis make it possible to increase processing accuracy of nonstationary time series, and may find a use in different branches of science and technology such as digital signal processing, geophysics, biometrics, when solving tasks of data analysis and complex system simulation. Developed software tools may be used by scientific workers, research engineers and university students of relevant specialties.

Field of application: Analysis, modeling and forecast of trends of experimental data in engineering systems, in geophysics, in biology, in economics, in medicine and in other complex systems.

ВЕРЗУНОВ СЕРГЕЙ НИКОЛАЕВИЧ

**РАЗРАБОТКА СТРУКТУРЫ И АЛГОРИТМОВ ОБУЧЕНИЯ
ПОЛИМОРФНЫХ ВЕЙВЛЕТ-СЕТЕЙ ДЛЯ ОБРАБОТКИ
НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

05.13.01. Системный анализ, управление и обработка информации

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Подписано к печати: 10 декабря 2015 г. Формат 60 x 84 / 16
Бумага офсетная. Объем 1,5 п.л. Тираж 100 экз. Заказ №74

Отпечатано в типографии Ала-Тоо
720071, г. Бишкек, пр. Чуй, 265А