**Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясы**

**Математика институту**

**Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университети**

Д 01.22.647 Диссертациялык кеңеши

Кол жазма укугунда

УДК 517.956

**Жороев Автандил Кемелович**

**үчүнчү тартиптеги гиперболалык тендемелер үчүн тескери маселелер**

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математикалык илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын

изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын

**АВТОРЕФЕРАТЫ**

**Бишкек-2024**

Диссертациялык ишЖ. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин колдонмо математика, информатика жана компьютердик технологиялар кафедрасында аткарылган.

**Илимий жетекчи: Аблабеков Бактыбай Сапарбекович,** физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин колдонмо математика, информатика жана компьютердик технологиялар кафедрасынын профессору

**Расмий оппоненттер: Искандаров Самандар,** физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун интегро-дифференциалдык теңдемелер теориясы лабораториясынын башчысы

**Эгембердиев Шайымбек Амантурович**, физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент, И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университетине караштуу М. Рахимова атындагы квалификацияны жогорулатуу жана кадрларды кайра даярдоо институтунун табигый-математикалык дисциплиналар кафедрасынын доценти

**Жетектөөчү мекеме:** Ош мамлекеттик университетинин математика жана информациялык технологиялар факультетинин маалыматтык системалар жана программалоо кафедрасы, Кыргыз Республикасы, 723500, Ош шаары, Ленин көчөсү, 331.

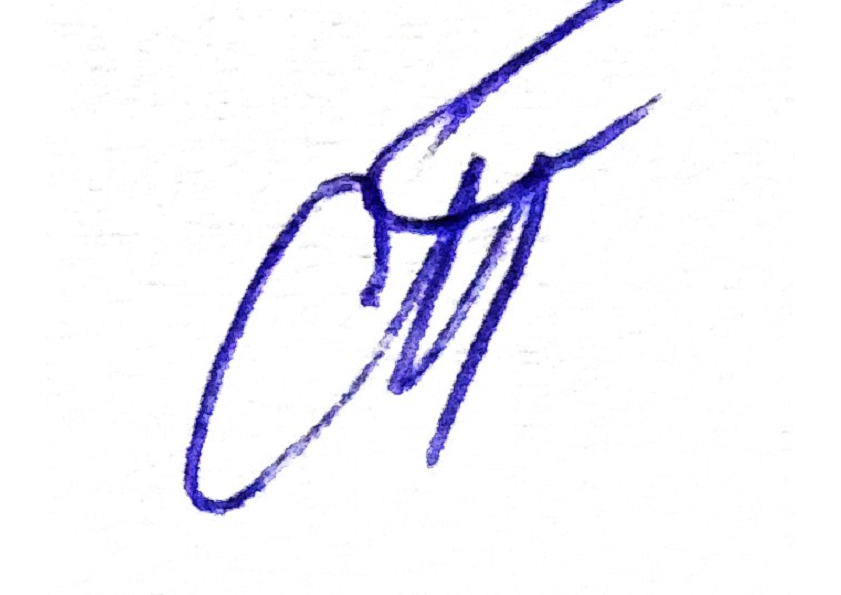
Диссертацияны коргоо Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын математика институтунун жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин алдында физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) илимий даражасын изденип алуу үчүн диссертацияларды коргоо боюнча Д 01.22.647 диссертациялык кеңешинин 2024-ж. \_\_ \_\_\_\_\_\_\_, саат 14:00дө, Кыргыз Республикасы, 720071, Бишкек ш., Чүй пр. 265-а, 374-бөлмө дарегинде өтө турган отурумунда болот.

Коргоонун идентификатору – <https://vc1.vak.kg/b/012-ltf-b7j-lgy>

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын (720071, Бишкек шаары, Чүй проспекти 265-а) жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин (720033, Бишкек шаары, Фрунзе көчөсү 547) китепканаларынан жана УАК тын [www.vak.kg](http://www.vak.kg) сайтынан таанышууга болот.

Автореферат 2024-жылдын \_ \_\_\_\_\_\_\_\_ таркатылган.

Диссертациялык кенештин окумуштуу катчысы,



физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент Шаршембиева Ф. К.

**ИЗИЛДӨӨНҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ**

**Диссертациянын темасынын актуалдуулугу.** Үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер – көптөгөн физикалык кубулуштардын жана процесстердин математикалык моделдери болуп эсептелет. Мисалы, жаракалуу-тешиктүү чөйрөлөрдө суюктукту чыпкалоонун процесстерин, топурактагы нымдуулуктун өтүү процессин, гетерогендүү чөйрөдө жылуулукту берүүнү, дисперсиялык жана абсорбциялуу бир өлчөмдүү изотроптук гомогендик чөйрөдө акустикалык толкундардын таралышын моделдөө менен байланышкан көптөгөн маселелер, серпилгичтүү чөйрөдө бузулуулардын таралуу процесси үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелерди изилдөөгө алып келет.

Дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелер деп түз маселенин чыгарылышы жөнүндө кээ бир кошумча маалыматтардан (кайра аныктоодон) дифференциалдык теңдемелердин коэффициенттерин, оң жактарын (булак функцияларын), ошондой эле баштапкы же чектик шарттарын жана чыгарылыштарын аныктоо маселелери аталат. Мындай маселелер каралып жаткан процесстин математикалык моделинин структурасы белгилүү болгон математикалык моделдин өзүнүн параметрлерин табуу зарыл болгон учурларда келип чыгат учурларда пайда болот. «Тескери маселе» терминин орустун көрүнүктүү математиктери М.М. Лаврентьев (1969) жана В.Г. Романовдор (1969) киргизген.

Учурда математикалык физиканын тескери маселелери теориясын Москва (негиздөөчүсү А.Н. Тихонов) жана Сибирь (негиздөөчүлөрү М.М. Лаврентьев жана В.Г. Романов) сыяктуу бир катар математикалык мектептердин өкүлдөрү, ошондой эле алардын окуучулары Ю.Е. Аниконов, А.Л.Бухгейм, А.И.Прилепко, А.М. Денисов, С.И. Кабанихин, В.Г. Яхно ж.б.

Экинчи даражадагы гиперболалык типтеги теңдемелердин тескери маселелердин теориясына маанилүү изилдөө салымын В.Г.Романов, С.И.Кабанихин жана алардын окуучулары кошкон.

Үчүнчү даражадагы гиперболалык теңдемелердин тескери маселелери салыштырмалуу аз изилденген. Кээ бир маселелер гана изилденген. Ошентип, мисалы, Б.С.Аблабеков эмгектеринде мейкиндиктик өзгөрмөлөргө көз каранды коэффициентти аныктоонун тескери маселелерин, каалаган коэффициенттин менен кайра аныктоо шартынын аныкталуу аймагы дал келбеген учурларда каралган.

**Диссертациянын темасынын окуу жана илимий мекемелер тарабынан жүргүзүлүп жаткан негизги изилдөө иштери менен байланышы:**

Диссертациялык жумуш Ж.Баласагын атындагы КУУнун математика жана информатика факультетинин «Колдонмо математика, информатика жагна компьютердик технологиялар” кафедрасынын илим изилдөө багыттары менен байланышта аткарылды.

**Изилдөөнүн максаты жана коюлган маселелер**. Диссертациянын максаты - үчүнчү даражадагы гиперболалык жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелердин чыгарылышынын жашашы жана жалгыздыгы жөнүндө теоремаларды далилдөө. Бул максатка жетүү үчүн төмөнкү маселелер коюлган:

1) үчүнчү даражадагы гиперболалык теңдемелер үчүн түз маселелердин чыгарылышынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттарын табуу;

2) көп жана ар түрдүү мүнөздөгүчтөрү бар үчүнчү даражадагы гиперболалык теңдемелер үчүн сызыктуу жана сызыктуу эмес тескери маселелердин чыгарылышынын бир маанилүү чыгарымдуулугу үчүн жетиштүү шарттарды табуу.

**Иштин илимий жаңылыгы.** Диссертацияда алынган бардык жыйынтыктар жаңы жана математикалык негизделген далилдери бар. Теориялык жактан алганда диссертациянын жыйынтыктары математикалык физиканын тескери маселелердин теориясын иштеп чыгууну улантууда жана төмөнкүдөй жыйынтыктар алынды:

1) Эселенген жана ар кандай мүнөздөгүчтөрү бар үчүнчү даражадагы гиперболалык жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелерге түз маселелерди чыгаруу үчүн жетиштүү шарттар табылган;

2 Эселенген жана ар кандай мүнөздөгүчтөрү бар үчүнчү даражадагы гиперболалык жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн булак функциясын жана коэффициентти аныктоонун тескери маселелердин чыгарылышынын жашашынын жана жалгыздыгынын шарттары аныкталган.

**Алынган натыйжалардын теориялык жана практикалык мааниси.** Диссертацияда алынган илимий жыйынтыктар теориялык мүнөзгө ээ. Бирок, үчүнчү даражадагы гиперболалык теңдемелер үчүн тескери маселелер бир тектүү чөйрөдө акустикалык толкундардын таралышында, суюктук жана газ механикасында жана нымдуулукту өткөрүүдө кеңири колдонулаарын эске алуу менен, бул иштин жыйынтыктарын кээ бир прикладдык маселелерди чечүүго пайдаланууга болот. Диссертацияда алынган натыйжалар жогорку тартиптеги жекече туундулары бар дифференциалдык жана интегродифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелердин теориясын иштеп чыгууга салым кошот деп ишенебиз. Алынган натыйжаларды төртүнчү жана андан жогорку даражадагы гиперболалык теңдемелердин бир өлчөмдүү жана көп өлчөмдүү тескери маселелерди изилдөөдө, ошондой эле мындай теңдемелерге алып келүүчү прикладдык маселелерди чыгарууда колдонууга болот.

**Коргоо үчүн сунушталган негизги жоболор:**

1) эселенген мүнөздөгүчтөрү бар гиперболалык теңдеменин Коши маселесинин чыгарылышынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары;

2) эселенген мүнөздөгүчтөрү бар гиперболалык теңдемедеги убакыттан көз каранды болгон булак функциясын аныктоо тескери маселесинин чыгарылышынын жашашынын жана жалгыздыгынын камсыз кылуучу жетиштүү шарттар;

3) эселенген мүнөздөгүчтөрү бар гиперболалык теңдемедеги мейкиндиктеги өзгөрмөдөн көз каранды болгон булак функциясын табуу тескери маселесинин чыгарымдуулугу үчүн жетиштүү шарттар;

4) эселенген мүнөздөгүчтөрү бар гиперболалык теңдемедеги эң төмөнкү мүчөдөгү убакыттан көз каранды коэффициентин аныктоо маселесинин чыгарылышы;

5) ар кандай мүнөздөгүчтөрү бар гиперболалык теңдеме үчүн Коши маселесинин чыгарылышынын жашашынын жана жалгыздыгынын камсыз кылуучу жетиштүү шарттар;

6) ар кандай мүнөздөгүчтөрү бар гиперболалык теңдеме үчүн убакыттан көз каранды болгон теңдеменин оң жагын аныктоо тескери маселесинин чыгарылышы, качан көбөйтүүчү мейкиндиктеги өзгөрмөдөн көз каранды болсо;

7) ар кандай мүнөздөгүчтөрү бар гиперболалык теңдеме үчүн убакыттан көз каранды болгон оң жагын аныктоонун тескери маселесинин чечилиши, качан көбөйтүүчү бардык өзгөрмөлөрдөн көз каранды болсо;

**Изилдөө методдору.** Коюлган тескери маселелер үчүн тиешелүү түз маселелерди чыгарышынын жашашы жана жалгыздыгы теоремалары далилденип, анын айкын чыгарылыштары тургузулат. Тескери маселелердин чыгарылышынын уникалдуу чечилижашашы жана жалгыздыгы теоремаларын далилдөө методикасы алгачкы тескери маселеден экинчи түрдөгү Вольтерра тибиндеги тендемелер системасына өтүүгө негизделген. Бул үчүн кошумча шарттарды (кайра аныктоо шарттарын) жана тиешелүү түз маселелерди айкын чыгарылыштарын колдонуу менен биз изилденүүчү тескери маселени экинчи түрдөгү Вольтерра тибиндеги тендемелер системасына алып келебиз Андан кийин Вольтерра операторунун теңдемелер ыкмасы колдонулат.

**Диссертациянын натыйжаларынын жарыяланышы.** Диссертациянын негизги жыйынтыктары 8 эмгекте, анын ичинде Улуттук аттестациялык комиссия тарабынан жарыялоого сунуш кылынган 7 журналдык макалада [1-7] жана эл аралык конференцияда 3 баяндама тезистеринде [8-10] жарыяланган. Үч журналдын импакт факторлору [3,6,7] 0,1ден кем эмес.

**Изденүүчүнүн жеке салымы.** Диссертацияда чагылдырылган илимий жыйынтыктар авторго гана таандык. Биргелешкен иштерде маселенин коюлушу жана талкуулоо илимий жетекчи, ф.-м.и.д., профессор Б.С. Аблабековдун түздөн-түз катышуусу менен жүргүзүлдү, ал эми алынган илимий жыйынтыктар изденүүчү А.К.Жороевге таандык. Биргелешкен [7] эмгекте маселени кою илимий жетекчиге, жыйынтыктарды талкуулоо Б.С.Аблабековго жана А.А.Касымалиевага таандык.

**Диссертациянын жыйынтыктарынын апробациясы.** Диссертациянын негизги жыйынтыктары төмөнкү эл аралык илимий конференцияларда жана семинарларда баяндалды жана талкууланды**:**

- Академик А. Бөрүбаевдин 70 жылдык юбилейине арналган “Математиканын заманбап маселелери” аттуу эл аралык илимий конференция. – Бишкек: КР УИАнын математика институту, 16-18 июнь, 2021-жыл;

- «Тескери жана корректүү эмес коюлган маселелерди чечүүнүн теориясы жана сандык ыкмалары» Россия илимдер академиясынын академиги В.Г. Романовдун 85 жылдыгына арналган XV эл аралык илимий конференциясы. Новосибирск, Академшаарчасы, 30-октябрынан 3-ноябрына чейин,2023 - жыл;

- Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын 70 жылдыгына жана Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун 40 жылдыгына арналган “V Бөрүбаев окуулары” эл аралык илимий конференциясы.

- Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин колдонмо математика, информатика жана компьютердик технологиялар кафедрасынын семинарларында (Бишкек, 2021-2022ж.).

- Тескери жана туура эмес коюлган маселелер» (Бишкек, КММУ, 2018-2022), илимий жетекчиси, физика-математика илимдеринин доктору, профессор Аблабеков Б.С.

**Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү.** Диссертация кириш сөздөн, төрт главадан, 11 бөлүмдөн турган, 60 аталыштагы адабияттардын тизмесинен жана корутундулардан турат. Диссертациянын жалпы көлөмү 90 бетти түзөт. Формулалардын, аныктамалардын, леммалардын жана теоремалардын номерлениши үч орундуу белгиленген, б.а. эгерде формула (1.2.1) номерине ээ болсо, анда ал биринчи главанын экинчи бөлүмүнүн 1-формуласы экендигин билдирет.

**ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ**

Киришүүдө теманын актуалдуулугу, жумушка жалпы мүнөздөмө, изилдөөнүн максаты, илимий жанылыгы, практикалык балуулугу, коргоого коюлуучу негизги жоболор баяндалган.

«Адабияттарга жана диссертациянын натыйжаларына талдоолор» аталыштагы биринчи глава эки пунктан турат. 1.1 Адабияттарга сереп салуу деп аталган пунктта диссертациянын темасына жакын болгон башка авторлордун илимий жыйынтыктарына талдоо жүргүзүлгөн. 1.2 «Диссертациянын натыйжаларына сереп салуу» бөлүмүндө диссертациянын илимий натыйжаларына кеңири баяндама берилген.

Б.С.Аблабековдун (1998) жана О.С.Зикировдун (2000) эмгектери үчүнчү даражадагы гиперболалык теңдемелер үчүн Коши маселесин жана аралаш маселелерди изилдөөгө арналган. Бул эмгектерде үчүнчү даражадагы гиперболалык теңдемелер үчүн локалдык чектик маселелердин чечилиши боюнча маселелер изилденген. Атап айтканда, Б.С.Аблабеков (1997) эселүү мүнөздөгүчтүү гиперболалык теңдеменин айкын чыгарылышы табылган жана негиздеген. О.С.Зикировдун (2007-ж.) эмгектеринде гиперболалык типтеги моделдик теңдемелердин бир классы үчүн локалдык эмес баштапкы-чектик маселелерин чыгарылышынын жашашы боюнча маселелер изилденген.

Дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелердин азыркы учурдагы теориясы орус математиктери А. Н. Тихоновдун (1943, 1961, 1986), М. М. Лаврентьевдин (1980, 1991) жана В. Г. Романовун (1984, 2005) эмгектеринде жаралган жана өнүктүрүлгөн. Тескери маселелер теориясынын өнүгүү тарыхы, анын азыркы абалы, кеңири библиографиясы жогорку айтылган авторлордун монографияларында берилген.

Кийинчерээк бул маселелер Ю. Е. Аниконовдун (1978, 1995), Н. Я. Безношенконун (1975,1977,1983), Ю. Я. Беловдун (1991), А. Л. Бухгеймдин (1983, 1988), С. И. Кабанихиндин (1988, 2001, 2009), А.И. Прилепконун (1992, 1999), В. Г. Романовдун (2002), В. Г. Яхно (1990), Ж. Р. Кенондун (1987) жана башка бир катар авторлордун эмгектеринде изилденип, иштелип чыккан.

Бул главанын экинчи бөлүмүндө диссертациянын темасы боюнча аткарылган иштерге жалпы маалымат берилген жана бул диссертацияда каралган негизги маселелер келтирилген.

Үчүнчү тартиптеги гиперболалык теңдемелерге тескери маселелер тескери маселелердин теориясында салыштырмалуу жаш багыт болуп саналат. Буга чейин үчүнчү даражадагы гиперболикалык теңдемелер үчүн мейкиндиктиктеги өзгөрмөдөн көз каранды болгон коэффициентти аныктоо тескери маселелери, качан коэффициенттин аныкталуу областы менен кошумча аныктоо шарты дал келбеген учурда Б.С. Аблабековдун эмгегинде изилденген. Б.С.Аблабеков үчүнчү даражадагы гиперболалык теңдеме үчүн Коши маселесинин чыгаруу ыкмасын түзгөн. Даламбердин формуласына окшош айкын чыгарылыш алынган.

**1- маселе.**

**** (1)

теңдемеси үчүн  баштапкы шарты бар Коши маселесин карап көрөлү

(2)

Берилген  функциялары үчүн (1), (2) маселеси корректуу коюлган, эгерде маселенин берилиштери үчүн функционалдык мейкиндиктери жана чыгарылыштын мейкиндиги туура тандалган болсо. Чынында, эгерде

анда бул шарттар  да (1.1.1), (1.12) маселенин классикалык чыгарылышы болушуна кепилдик берет, б. а*.*

Тескери маселени коюудан мурун (1), (2) маселесинин чыгарылышынын жашашын жана жалгыздыгын далилдейбиз жана бул чыгарылыштын кээ бир касиеттерин белгилейбиз.

(*x*, *t*) чекит аркылуу (1) теңдеменин мүнөздөгүчтөрү жана *х* огу менен чектелген *x*, *t* тегиздигиндеги үч бурчтукту  менен белгилейли.

**1-Лемма .** Эгерде кандайдыр бир   болсо, анда  областында (1), (2) маселесинин классикалык чыгарылышы.

**2-маселе.** Берилген  функциялар боюнча табуу керек болсун, эгерде (1), (2) маселенин чыгарылышы *х=*0*,* 0*≤t≤T* көптүгүнө карата анын *x* боюнча экинчи тартипке чейинки туундусу менен бирге белгилүү болсо

** (3)

Эгерде 1-лемманын шарттары аткарылса, анда тескери маселенин берилиштери болуп саналган функциялары төмөнкүдөй жылмакайлыкка ээ болушу керек экендигин белгилей кетүү керек:

 (4)

Мындан тышкары,  функциялары кандайдыр бир макулдашуу шарттарын канааттандырышы керек:



 (5)



**1-Теорема.** Эгерде 1 леммасынын шарттары  функциялары үчүн, ошондой эле - функциялары үчүн (4), (5) шарттары аткарылса жана

** (6)

анда жетишээрлик кичинекей  үчүн 1- маселенин чыгарылышы  жана классына таандык.

Белгилүү болгондой, акустикалык толкундардын бир тектүү чөйрөдө дисперсиясы жана жутулушу менен таралышы төмөнкү теңдеме менен сүрөттөлөт:

**** (7)

- кысым, , боюнча Лапластын оператору жана жана  оң константалары тиешелүүлүгүнө жараша релаксация жана үндүн чектөө фазалык ылдамдыктарынын маанисине ээ. Келгиле,  өлчөмсүз өзгөрмөлөрдү киргизели, ошол эле белгилерди сактайлы, .

Анда жаңы өзгөрмөлөрдөгү бир өлчөмдүү изотроптук чөйрө үчүн (7) теңдемеси төмөнкү түргө ээ:

**** (8)

Чыныгы чөйрө үчүн , демек, .

Б.С.Аблабековдун эмгегинде  болгондо (8) теңдеме үчүн Коши маселеси изилденген жана бул маселенин айкын чыгарылышы тургузулган.

**3-маселе.** Эми ** оператору менен байланышкан төмөнкү Коши маселесин карап көрөлү. Биз  областында

** (9)

теңдемесин

 (10)

баштапкы шарттарын канааттандырганфункциясын табуу керек.

Орун алат

**2-Теорема.** Эгердеанда (9), (10) маселесинин классикалык чыгарылышы  жана ал чыгарылыш



 (11)

формуласы менен туюндурулат.

Мындан тышкары, бул чыгарылыш  баштапкы шарттарынан жана дагы алардын экинчи тартипке чейинки туундуларынан үзгүлтүксүз көз каранды.

Ошентип, (9), (10) Коши маселеси корректүү коюлган, ал эми  классикалык маселенин корректүүлүк классы болуп саналат.

**2- тескери маселе.**

******(12)

теңдемеси үчүн  функциясын аныктоо маселесин карап көрөлү, эгерде (12) теңдеменин чечими шарттарда

(13)

болгондо анын *х* -ка карата туундусу менен бирге берилген маанилердикабыл алса

(14)

(12) - (14) тескери маселеси үчүн төмөнкү макулдашуу шарттары орун алсын:  (15)

Төмөнкү теорема орун алат

**3-Теорема**. Эгерде кандайдыр бир үчүн функциялары үчүн 1-теореманын шарттары жана **(15*)* шарты жана шарттары аткарылса, анда аралыктагы жетишээрлик кичинекей маанилер үчүн (12)-(14) тескери маселенин чыгарылышы  жана  классына жатат.

Ж.А.Балкизов төмөнкү маселени изилдеген:

Евклиддик мейкиндигиндеги (*x,y*) чекиттердин төмөнкү түрдөгү үчүнчү даражадагы гиперболалык теңдемени карайбыз:

****  (16)

мында ****берилген функция , изделүүчү функция.

(16) теңдемеси түз сызыгы **** сегменти, ошондой эле (16) теңдемесинин ****мүнөздөгүчтөрү менен чектелген **** аймагында каралат. Мында   

 түз сызыгынын  кесиндисинде ыктыярдуу чекит алабыз жана бул чекит аркылуужана  мүнөздөгүчтөрүнө параллелдүү (16) теңдеменин эки мүнөздөгүчүн түзөбүз.  жана  мүнөздөгүчтөрү менен кесилишкен тиешелүү чекиттерди деп белгилейбиз

, 

**1-маселе.** (16) теңдемесинин **** аймагында регулярдуу жана чектик шарттарын канааттандырган чыгарылышты табуу керек болсун:

 (17)

 (18)

, (19)

мында  берилген функциялар.

**2-маселе.** (16) теңдемесинин **** аймагында регулярдуу жана (17), (18) чектик шарттарын жана

 (20)

шартын канааттандырган чыгарылышты табуу керек болсун, мында берилген функциялар.

**3-маселе.** (16) теңдеменин **** аймагында регулярдуу жана (17), (19), (20) чектик шарттарын канааттандырган чыгарылышты табуу керек болсун,

мында  берилген функциялар

Төмөнкү теоремалар орун алат:

**4**-**Теорема .** Берилген функциялары төмөнкү касиеттерге ээ боло тургандай болсун



жана макулдашуу щарттары аткарылсын



Анда **** аймагында 1-маселенин чыгарылышы жашайт жана жалгыз.

**5-Теорема.**  Берилген  функциялары төмөнкү касиеттерге ээ боло тургандай болсун



жана макулдашуу щарттары аткарылсын



Анда **** аймагында 2-маселенин чыгарылышы жашайт жана жалгыз.

**6-Теорема**. Мейли берилгенфункциялартөмөнкү шарттарды канаттандырсын



жана макулдашуу шарты аткарылсын.

Анда **** аймагында 3-маселенин чыгарылышы жашайт жана жалгыз.

**ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ**

Кириш сөздө теманын актуалдуулугун негиздеп, иштин жалпы мүнөздөмөсү, изилдөөнүн максаты жана милдеттери, илимий жаңылыгы, практикалык мааниси, коргоого сунушталган негизги жоболор көрсөтүлөт.

Биринчи глава «АДАБИЯТТАРГА ЖАНА ДИССЕРТАЦИЯНЫН ЖЫЙЫНТЫКТАРЫНА ТАЛДООЛОР» эки пункттан турат. 1.1-пунктунда “Адабияттарга талдоолор” диссертациянын темасы боюнча адабияттарга сереп салат. Бул пунктта сунушталган диссертациянын темасына эң жакын башка авторлордун эмгектеринин илимий натыйжаларына талдоо жүргүзүлөт. 1.2 «Диссертациянын жыйынтыктарына сереп салуу» бөлүмүндө диссертациянын илимий натыйжаларына кеңири баяндама берилген.

Экинчи глава «ИЗИЛДӨӨНҮН МЕТОДОЛОГИЯСЫ ЖАНА МЕТОДДОРУ» эки пункттан турат. Биринчи пункт «2.1. Изилдөөнүн объектилери жана предметтери» деп аталып, анда изилдөөнүн объектилери, предмети келтирилген:

**Изилдөө объектиси** – үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу гиперболалык типтеги дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелер.

**Изилдөөнүн предмети** **–** – үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу гиперболалык типтеги дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелердин чыгарылышын камсыз кылуучу жетиштүү шарттарды табуу.

2.2 де диссертацияда каралган тескери маселелердин чыгарылышын **изилдөө методдору**: Вольтерранын экинчи түрдөгү интегралдык теңдемесине алып келүү, кысып чагылтуу принциби, Вольтерранын экинчи түрдөгү интегралдык теңдемесинин бир маанилүү чечилиши, интегралдык оператордун нормасы, фундаменталдык чыгарылыш методдору келтирилген.

Диссертациянын негизги жыйынтыктары 3, 4-главаларда берилген.

Үчүнчү главада эселүү мүнөздөгүчтү үчүнчү даражадагы гиперболалык теңдемедеги булак функцияларын жана коэффициенттерди аныктоо тескери маселесин изилдөөгө арналган**.**

**3.1-пунктта** Коши маселесинин чыгарылышы гиперболалык

****

операторунун фундаменталдык чыгарылышы аркылуу тургузулган.

3-теореманын шарттарын канааттандырган берилген маалыматтар боюнча мисал тургузулган жана бул маалыматтарга ылайыктуу чыгарылыш алынган.

**Коши маселеси.** ** оператору менен байланышкан төмөнкү Коши маселесин карайлы. Биз областында

**** (21)

теңдемесин жана

 (22)

баштапкы шарттарынх канааттандырган  функциясын табышыбыз керек болсун.

Төмөнкү шарттар аткарылсын



Төмөнкү шарттарды канааттандырган жалпыланган функциясын  тапкыла:

**(23)

 (24)

мында



**1.  операторунун фундаменталдык чыгарылышы.**

**1-аныктама.** жалпыланган функциясы ** оператору үчүн Коши маселесинин фундаменталдык чыгарылышы деп аталат, эгерде ал өмөнкү катнаштарды канааттандырса

** (25)

**7- теорема.** ** оператор үчүн Коши маселесинин фундаменталдык чыгарылышы

** (26)

туруно ээ

**8 - теорема .** (23), (24) жалпыланган Коши маселесинин чыгарылышы түрүнө ээ

 (27)

Мында функциясы  операторунун фундаменталдык чыгарылышы.

**9- теорема.** (23), (24) Коши малолесен жалпыланган чыгарылышы үчүн төмөнкү

формула орун алат:

 (28)

**2- аныктама.** (21), (22) Коши маселесинин классикалык чыгарылышы деп, (21) теңдемесиндеги бардык үзгүлтүксүз туундулары бар жана (21) теңдемесин жана (22) баштапкы шарттарын канааттандырган  функциясын айтабыз.

**10-теорема.** Эгерде  анда (21), (22) Коши маселесинин классикалык чыгарылышы  жана (28) формуласы менен туюндурулат. Мындан тышкары, бул чыгарылыш берилген   функцияларынан үзгүлтүксүз көз каранды*.*

3.2 - пунктта убакытан көз каранды болгон булак функциясын аныктоо тескери маселеси изилденген. Тескери маселенин чыгарылышынын жашашы жана жалгыздыгы жөнүндө теорема далилденген.

функциясы үчүн Коши маселесин карайлы:

**** (29)

 (30)

мында



Түз маселеде белгилүү  жана  функцияларын колдонуу менен  функциясын аныктоо талап кылынат

**Тескери маселе.** (29), (30) түз маселенин чыгарылышы жөнүндө кошумча маалымат

** (31)

боюнча  функциясын табуу.

Башка сөз менен айтканда, белгилүү   функциялар боюнча (29) -(31) шарттарын канаттандырган экилдик функцияларын табуу.

(29), (30) маселесин чыгарылышынын жашашы жана жалгыздыгы жөнүндө теореманы келтирели.

**11-теорема.** Кандайдыр бир  үчүн **.** Анда  аймагында (29), (30) маселесинин чыгарылышы  жана  **.**

**12- теорема**. Мейли  функциялары үчүн

11-теореманын шарттары аткарылсын,  жана  функциялары үчүн  макулдашуу шарттары аткарылсын. Анда, эгерде **, болсо, анда  кесиндисинде каалаган  үчүн (29) - (31) тескери маселенин чыгарылышы  жана  классында жатат.

3.3-бөлүмдө областында үчүнчү даражадагы гиперболалык теңдемени

, , (32)

баштапкы

(33)

жана кайра аныктоо шарттарын

, , , . (34)

канааттандыруучу  экилдик функцияларды аныктоо тескери маселесинин бир маанилуу чыгарымдулугу жөнүндөгү маселе каралат

Мында , ,   – берилген функциялар.

Башкача айтканда, белгилүү    функциялары боюнча, (32)-(34) канааттандыруучу экилдик функцияларын табуу талап кылынсын.

(32) - (34) тескери маселеде изделүүчү функциянын аныкталуу областы менен берилген кошумча маалыматтын аныкталуу областы дал келбей турганын белгилейбиз.

**3-Аныктама.** (32)-(34) тескери маселенин  областындагы чыгарылышы деп  функцияларын айтабыз, эгерде  функциялары (32)-(34) шарттарын канааттандырса жана  жатса.

(32), (33) түз маселесинин чыгарылышы жашашы жана жалгыз экендиги жөнүндө теореманы келтирели жана далилдейли.

**13 - теорема.** Мейли   болсун. Анда (32), (33) маселесинин чыгарылышы  жана .

Эгерде 13-теореманын шарттары аткарылса, анда тескери маселесинин маалыматтары болгон   функциялары төмөнкүдөй жылмакайлыкка ээ болушу керек экендигин эске алабыз:

. (35)

Мындан тышкары,   функциялары кээбир макулдашуу шарттарды канааттандырышы керек:

, , ,

, , , (36)

, , .

**14-теорема**. Мейли   функциялары 13-теореманын шарттарын, , ал эми   функциялары (35) жылмакайлык жана (36) макулдашуу шарттарын канааттандырсын. Анда интервалындагы каалаган  үчүн (32) - (34) тескери маселенин чыгарылышы  жана  классына жатат.

3.4-бөлүмдө төмөндөгү тескери коэффициенттик маселенин бир маанилүү чыгарымдуулугу жөнүндөгү маселе каралат:

 функциясы үчүн Коши маселесин карап карайлы

**** (37)

 (38)

**Тескери маселе**. (37), (38) түз маселенин чыгарылышы жөнүндө кошумча маалымат боюнча  функциясын тапкыла:

** (39)

Башкача сөз менен айтканда   белгилүү функциялары боюнча (28) - (30) канааттандыруучу  экилдик функцияларын табуу талап кылынат.

Түз маселеде белгилүү жана  функцияларынан  функциясын аныктоо талап кылынат.

(37), (38) маселесинин чыгарылышы жашарын жана жалгыз экендиги жөнүндө теореманы келтирели .

**15- теорема.** Эгерде кандайдыр бир  үчүн  функциялары үчүн орун алса, анда  областында (37), (38) маселесинин чыгарылышы  жана    .

**16- теорема**. Мейли   функциялары 15-теореманын шарттарын,  , ** жана  функциялары  макулдашуу шарттарын канааттандырсын. Анда жетишээрлик кичине  үчүн (37)-(39) тескери маселенин [0,T] интервалында чыгарылышы жана классына жатат.

Төртүнчү главада ар түрдүү чыныгы мүнөздөгүчтөрү бар үчүнчү даражадагы гиперболалык теңдеме үчүн түз жана тескери маселелердин чыгарылышынын жашашы жана жалгыздыгы жөнүндөгү маселелер изилденген.

4.1-бөлүмдө төмөндөгү Коши маселесин карайлы **** (40)

**** (41)

 менен тегиздигиндеги *х* огу менен жана чекит аркылуу чийилген (40) теңдемесинин мүнөздөгүчтөрү чектелген үч бурчтукту белгилейли.

**17- теорема.** Эгерде ****жана **** болсо, анда  классына таандык (40), (41) маселесинин классикалык чыгарылышы . Мындан тышкары, бул чыгарылыш баштапкы **** шарттарынан жана алардын экинчи тартипке чейинки туундуларынан үзгүлтүксүз көз каранды.

Бул главанын 4.2-бөлүмүндө үчүнчү даражадагы гиперболалык теңдемедеги булак функциясын аныктоо тескери маселеси изилденет.

Үчүнчү даражадагы гиперболалык теңдеме үчүн Коши маселесин карап көрөлү **** (42)

**** (43)

мында  берилген функциялар,  берилген сан.

(42) -(43) түз маселеси үчүн төмөнкү лемма орун алат

**2-лемма.** Мейли ****, ****,болсун Анда классына таандык (42), (43) маселесинин классикалык чыгарылышы . Мындан тышкары, бул чыгарылыш ****  баштапкы шарттарынан жана алардын экинчи тартипке чейин туундуларынан үзгүлтүксүз көз каранды.

Төмөнкү тескери маселени карайлы. Мейли , функциялары жана  турактуу саны берилсин, ал эми  функциясы белгисиз болсун. (42)-(43) шарттарынан жуп функцияларды төмөнкү кошумча маалымат боюнча табуу талап кылынсын:

 (44)

**4-аныктама.** (42) -(44) тескери маселесинин чыгарылышы деп (42) -(44) шарттарын канааттандырган  экилдик функциясын айтабыз.

(42) -(44) тескери маселеси үчүн төмөнкү теорема орун алат

**18-теорема.** Эгерде ,  , жана  **** макулдашуу шарттары аткарылса,анда  областында (42) -(44) тескери маселесинин чыгарылышы  .

4.3-пунктта көбөйтүлүүчү функция бардык  өзгөрмөлөрүнөн көз каранды болгон учурдагы үчүнчү даражадагы сызыктуу гиперболалык теңдеме үчүн чыгарылышты жана убакыттан көз каранды болгон белгисиз булак функциясын табуу боюнча тескери маселеси изилденет.

Коши маселесин карайлы

**** (45)

**** (46)

мында берилген сан.

Түз маселеде белгилүү ,  функциялары боюнча  функциясын табуу талап кылынат.

**Тескери маселе.** Мейли функциясы төмөнкү структурага ээ болсун , мында  тиешелүүлүгүнө жараша белгисиз жана берилген функциялар. Экилдик  функцияларын табуу керек болсун, эгерде (45), (46) түз маселесинин чыгарылышы жөнүндө кошумча маалымат белгилүү болсо

 (47)

Белгилөө киргизели:  и

**5-аныктама.** Тескери маселенин (45)-(47) чыгарылыш деп (45)-(47) шарттарын канааттандырган  экилдик функцияларын айтабыз.

(45)-(47) тескери маселеси үчүн орун алат

**19 - теорема.** Эгерде ,  , болсо жана ****макулдашуу шарттары аткарылса, анда (45)-(47) тескери маселесинин чыгарылышы областында .

**КОРУТУНДУ**

Диссертациялык иште үчүнчү даражадагы гиперболалык жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелердин бир манилүү чыгарымдуулугу боюнча суроолор изилденип, төмөнкүдөй жыйынтыктар алынган:

1) Фундаменталдык чыгарылышты колдонуу менен, бир нече реалдуу мүнөздөгүчтүү үчүнчү даражадагы гиперболалык теңдеме үчүн Коши маселесинин чыгарылышы тургузулган;

2) үчүнчү даражадагы гиперболалык жекече туундулуу дифференциалдык теңдеме үчүн убакыттан көз каранды болгон булак функциясын аныктоо тескери маселесинин чыгарымдуулугу үчүн жетиштүү шарттар табылган;

3) мейкиндиктик өзгөрмөдөн көз каранды болгон булак функциясын аныктоо тескери маселесиндеги функциянын аныкталуу областы менен кошумча маалыматтагы аныкталуу областын дал келбеген учуру изилденген;

4) Ички чекитте кайра аныктоо жолу менен убакытка көз каранды болгон эң төмөнкү мүчөнүн коэффициентин аныктоо тескери маселеси изилденет;

5) ар кандай чыныгы мүнөздөгүчтөрү бар үчүнчү даражадагы гиперболалык жекече туундулуу дифференциалдык теңдеме үчүн Коши маселесинин чыгарылышынын жашашы далилденген.

6) үчүнчү даражадагы гиперболалык жекече туундулуу дифференциалдык теңдеме үчүн убакыттан көз каранды болгон булак функциясын аныктоо тескери маселесинин чыгарылышы үчүн жетиштүү шарттар табылган.

7) көбөйтүлүүчү функция бардык өзгөрмөлөрдөн көз каранды болгон учурдагы убакыттан көз каранды булак функциясын табуу боюнча тескери маселенин чыгарымдуулугу үчүн жетиштүү шарттар аныкталды.

Коюлган тескери маселелерди изилдөө тиешелүү түз маселелердин натыйжаларын колдонууга жана экинчи түрдөгү Вольтерра тибиндеги сызыктуу же сызыктуу эмес интегралдык теңдемелердин системасына келтирүүгө негизделген.

**ПРАКТИКАЛЫК СУНУШТАР**

Диссертациянын бардык жыйынтыктары жаңы жана теориялык мүнөзгө ээ, бирок бул жыйынтыктарды физиканын жана техниканын конкреттүү маселелерине колдонууга болот.

Диссертацияда алынган илимий жыйынтыктарды жогорку даражадагы гиперболалык дифференциалдык жана интегродифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелердин чыгарылышын изилдөөдө жана тескери маселелердин чыгарылыштарын тургузууда колдонууну сунуштайбыз.

**ДИССЕРТАЦИЯНЫН ТЕМАСЫ БОЮНЧА ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ**

1. Жороев, А.К. үчүнчү тартиптеги гиперболалык тендеме үчүн Коши маселеси [Текст] / Б.С. Аблабеков, А.К. Жороев // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. - 2019. - № 3. - С.35-40.
2. Жороев, А.К. О разрешимости задачи Коши для гиперболического уравнения третьего порядка [Текст] / Б.С. Аблабеков, А.К. Жороев // Евразийское Научное Объединение. 2019.Т. 1. № 5 (51), C.1- 4.
3. Жороев, А. К. Об определении зависящего от времени младшего коэффициента в гиперболическом уравнении третьего порядка [Текст] / Б.С. Аблабеков, А.К. Жороев //Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2021. Т. 34. № 1. C. 9-18.
4. Жороев, А. К. Об определении источника, зависящего от времени в гиперболическом уравнении третьего порядка [Текст] / Б.С.Аблабеков, А. К. Жороев // Евразийское Научное Объединение. 2021.Т. 1. № 7 (77),

C.1-3.

1. Жороев, А. К. Обратная задача определения источника в гиперболическом уравнении третьего порядка [Текст] / Б.С.Аблабеков, А. К. Жороев //Вестник Ошского государственного университета. 2022, №1(38), С.30-46.
2. Жороев, А. К.Обратная задача определения источника, зависящего

от пространственных переменных в гиперболическом уравнении третьего порядка / Б.С.Аблабеков, А. К. Жороев // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2022. № 4(108). С. 11–18. DOI: 10.35330**/**1991-6639-2022-4-108-11-18.

1. Жороев, А. К. О корректной разрешимости обратной задачи определения источника в гиперболическом уравнении третьего порядка / Б.С.Аблабеков, А. К. Жороев, А.А.Касымалиева //Известия КГТУ № 1 (65), 2023.С.646-651.
2. Zhoroev, A. K. The inverse problem of determining the source in a third-order hyperbolic equation [Text]/B.S. Ablabekov, A.K. Zhoroev // Problems of Modern Mathematics 70th anniversary of A.A. Borubaev, June 16-18, 2021. – Р. 97.
3. Zhoroev, A.K. Inverse problems for third-order hyperbolic equations [Text] /B.S. Ablabekov, A.K. Zhoroev // XV международная молодежная научная школа-конференция. Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач посвященная 85-летию академика РАН В.Г. Романова, октябрь-ноябрь 30-3, 2023. – С. 97.
4. Жороев А.К. Метод полуобрашения для решения задачи Коши гиперболического уравнеия третьего порядка [Text] Б.С.Аблабеков, А. К. Жороев // Международная научная конференция «V Борубаевские чтения», посвященная 70-летию Национальной академии наук Кыргызской Республики и 40-летию Института математики НАН КР.

**Жороев Автандил Кемелович « үчүнчү тартиптеги гиперболалык теңдемелер үчүн тескери маселелер» деген темадагы 01.01.02 - дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын**

**РЕЗЮМЕСИ**

**Негизги сөздөр:** тескери маселе, дифференциалдык теңдеме, гиперболалык теңдеме, фундаменталдык чыгарылыш, экинчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелер системасы.

**Изилдөө объектиси:** үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу гиперболалык дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелер.

**Изилдөө предмети:** үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу гиперболалык дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелердин чыгарымдуулугун камсыз кылуучу жетиштүү шарттарды табуу.

**Иштин максаты.** үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу гиперболалык дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелердин чыгарылышынын жашашын жана жалгыздыгын далилдөө.

**Изилдөөнүн методдору:** фундаменталдык чыгарылыш, Вольтеррдин интегралдык теңдемелер ыкмасы, кысып чагылтуу принциби.

**Изилдөөнүн илимий жаңылыгы.** 1) үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу гиперболалык теңдемелер үчүн түз маселелердин чыгарылыштарынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары табылды.

2) үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу гиперболалык теңдемелер үчүн чектик тескери маселелердин чыгарылыштарынын жашашын жана жалгыздыгын камсыздоочу шарттар аныкталды.

**Колдонуу боюнча сунуштар.** Алынган илимий натыйжаларды жогорку тартиптеги жекече туундулуу теңдемелер үчүн чектик тескери маселелердин чыгарылышын изилдөөдө жана аны тургузууда колдонууга сунуштайбыз.

**Колдонуу аймагы.** Изилденген чектик тескери маселелер механикада, жана топурак таануу илиминде, математикалык физикада, компьютердик томографияда жана башка тармактарда колдонулушу мүмкүн.

**РЕЗЮМЕ**

**Диссертации Жороева Автандила Кемеловича на тему: «Обратные задачи для гиперболических уравнений третьего порядка» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление**

**Ключевые слова:** обратная задача, дифференциальное уравнение, гиперболическое уравнение, фундаментальное решение, система интегральных уравнений Вольтерра второго рода.

**Объект исследования:** Обратные задачи для гиперболических уравнений в частных производных третьего порядка.

**Предмет исследования:** Нахождение достаточных условий, обеспечивающих разрешимость обратных задач для гиперболических уравнений третьего порядка.

**Цель работы.** Доказательство существования и единственности решения обратных задач для гиперболических дифференциальных уравнений с частными производными третьего порядка.

**Методы исследования:** Фундаментальное решение, метод интегральных уравнений Вольтерра, принцип сжатых отображений.

**Полученные результаты и их новизна:** 1) Найдены достаточные условия существования и единственности решения прямых задач для гиперболических уравнений третьего порядка. 2) Определены условия, обеспечивающие существование и единственность решения обратных задач для гиперболических уравнений третьего порядка.

**Рекомендации по использованию.** Рекомендуем использовать полученные научные результаты при исследовании обратных задач для дифференциальных уравнений высокого порядка.

**Область применения.** Исследуемые обратные задачи могут найти применение в механике, почвоведении, математической физике, компьютерной томографии и других областях.

