

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ
НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**

На правах рукописи
УДК:556.025(575.2)(04)

Токтошов Гулжигит Ысакович



**Разработка моделей и методов оптимизации сетей инженерных
коммуникаций**

05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени
доктора технических наук

Научный консультант:
д.ф.-м.н., профессор А.Жусупбаев

Бишкек – 2025

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	7
ГЛАВА 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ	14
1.1. Сетевая инфраструктура современного города	14
1.1.1. Инженерные сети и коммуникации современного города..	14
1.1.2. Анализ литературы по оптимизации сетей и коммуникаций.....	19
1.2. Линейная часть сетевой инфраструктуры города.....	23
1.2.1. Способы прокладывания коммуникаций	25
1.2.2. Прокладывание сетей и коммуникаций в городской среде	27
1.3. Заключение по Главе 1.....	29
ГЛАВА 2. МЕТОДОЛОГИЯ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ.....	30
2.1. Анализ показателей эффективности коммуникаций	31
2.1.1. Экономичность инженерных коммуникаций.....	32
2.1.2. Живучесть инженерных коммуникаций.....	35
2.1.3. Надежность функционирования коммуникаций.....	36
2.2. Проектирование и эксплуатация сетей и коммуникаций.....	39
2.2.1. Проектирование инженерных сетей и коммуникаций.....	39
2.2.2. Функциональность инженерных сетей и коммуникаций....	40
2.3. Системный подход к проектированию и строительству сетевой инфраструктуры.....	43
2.3.1. Общие принципы системного подхода.....	43
2.3.2. Коммуникация как взаимодействие отдельных подсистем.	46
2.3.3. Задачи анализа и синтеза инженерных коммуникаций.....	48
2.4. Краткое резюме о необходимости проведения исследований.....	50
2.5. Заключение по Главе 2.....	55
ГЛАВА 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ СЕТЕЙ.....	57
3.1. Сравнительный анализ моделей оптимизации.....	57
3.1.1. Графовые модели инженерных коммуникаций.....	57
3.1.2. Линейный граф как модель линейных сооружений.....	59
3.1.3. Процесс построения модели местности в виде графа первичной сети.....	63
3.2. Гиперсетевая математическая модель для структуры сетей.....	73
3.2.1. Гиперсетевая математическая модель инженерных коммуникаций.....	78
3.2.2. Частные случаи двухуровневой гиперсетевой модели.....	80
3.2.3. Алгебраические способы вложения вторичной сети SN в первичную сеть PN.....	82

3.3. Иерархический подход к моделированию инженерных коммуникаций.....	85
3.3.1. Двухуровневый подход к моделированию коммуникаций.....	86
3.3.2. Структурированная модель инженерных коммуникаций.....	88
3.3.3. Иерархическая модель инженерных коммуникаций.....	90
Заключение по Главе 3.....	91
ГЛАВА 4. ГИПЕРСЕТЕВОЙ ПОДХОД К ОПТИМИЗАЦИИ ИНЖЕНЕРНЫХ СЕТЕЙ И КОММУНИКАЦИЙ	93
4.1. Общая методика построения и оптимизации сетей инженерных коммуникаций.....	93
4.1.1. Обобщенная постановка задач оптимизации сетей.....	93
4.1.2. Формальные постановки задач оптимизации коммуникаций.....	96
4.1.3. Иерархический подход к проектированию и строительству сетей	101
4.2. Гиперсетевой подход к моделированию и оптимизации коммуникаций.....	104
4.2.1. Построение графа первичной сети PN для местности с запретными зонами.....	105
4.2.2. Автоматизация построения графа первичной сети PN на основе метода эволюционного синтеза.....	107
4.2.3. Структура графа вторичной сети SN для проектируемой коммуникации.....	114
4.3. Гиперсетевая постановка задач оптимизации сетей и коммуникаций.....	116
4.3.1. Гиперсетевая постановка задач оптимизации инженерных коммуникаций.....	116
4.3.2. Задачи прокладывания сетей и коммуникаций в трехмерном пространстве.....	121
4.3.3. Модифицированный метод трассировки лучей.....	124
4.4. Заклучение по Главе 4.....	126
ГЛАВА 5. ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ИНЖЕНЕРНЫХ СЕТЕЙ И КОММУНИКАЦИЙ.....	128
5.1. Классические задачи в гиперсетевой постановке.....	128
5.1.1. Минимальный циклический маршрут в гиперсетях... ..	128
5.1.2. Задачи построения гамильтонова цикла в гиперсетях....	130
5.1.3. Задача о покрытии множества вершин вторичной сети SN.....	131
5.1.4. Задачи поиска р-медианы гиперсетей.....	133
5.2. Прикладные задачи в гиперсетевой постановке.....	136
5.2.1. Задачи оптимизации сетей электроснабжения.....	136
5.2.2. Задача размещения узловых элементов инженерных коммуникаций	139
5.2.3. Нестационарная гиперсеть для оптимизации сетей	

автодорог.....	141
5.2.4. Задачи совмещенного прокладывания инженерных коммуникаций.....	144
5.3. Многокритериальные задачи оптимизации сетей и коммуникаций.....	149
5.3.1. Минимальная остоновая гиперсеть SPHN заданной связности.....	150
5.3.2. Минимальная гиперсеть <i>HN</i> заданной живучести и пропускной способности.....	152
5.3.3. Минимальная гиперсеть <i>HN</i> заданной надежности.....	154
5.3.4. Минимальная гиперсеть <i>HN</i> с учетом совместимости различных типов коммуникаций.....	157
5.4. Заключение по Главе 5.....	159
ГЛАВА 6. АНАЛИЗ СЛОЖНОСТИ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ СЕТЕЙ И КОММУНИКАЦИЙ.....	161
6.1. Задачи оптимизации сетей и коммуникаций.....	161
6.1.1. Построение двухуровневой гиперсети минимальной стоимости.....	161
6.1.2. Задача построения дерева Штейнера для гиперсетей..	162
6.1.3. Задача построения сетей и коммуникаций с учетом их надежности.....	163
6.1.4. Задача совмещенного размещения сетей и коммуникаций.....	164
6.2. Анализ сложности задач оптимизации комуникаций.....	165
6.2.1. Сложность задач оптимизации коммуникаций.....	165
6.2.2. Полиномиальная разрешимость задач оптимизации.....	166
6.2.3. Доказательство NP-трудность задач оптимизации коммуникаций.....	167
6.3. Модели и методы решения NP-трудных задач.....	171
6.3.1. Анализ методов оптимизации коммуникаций.....	171
6.3.2. Точные методы оптимизации коммуникаций.....	174
6.3.3. Приближенные и эвристические методы оптимизации...176	
6.3.4. Анализ точных и приближенных алгоритмов решения...177	
6.3.5. Стратегия “жадного” алгоритма для решения оптимизационных задач.....	179
6.4. Заключение по Главе 6	180
ГЛАВА 7. РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ И ПРОГРАММ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ СЕТЕЙ И КОММУНИКАЦИЙ	183
7.1. Алгоритм дифференциальной эволюции в оптимизации коммуникаций.....	184

7.1.1. Эволюционный подход к проектированию коммуникаций.....	184
7.1.2. Основная идея алгоритма дифференциальной эволюции.....	186
7.1.3. Модифицированный метод дифференциальной эволюции.....	187
7.1.4. Описание программной реализации и численные эксперименты.....	189
7.2. Муравьиный алгоритм для синтеза оптимальной гиперсети.....	192
7.2.1. Построение минимальной гиперсети HN заданной надежности.....	193
7.2.2. Описание муравьиного алгоритма.....	194
7.2.3. Правила построения гиперсетей HN	198
7.2.4. Описание программной реализации и численные эксперименты.....	199
7.3. Метод k -кратчайших путей для синтеза оптимальной гиперсети.....	202
7.3.1. Задача построения совместимых типов коммуникаций заданной надежности.....	202
7.3.2. Генерирование доступных альтернативных маршрутов.....	203
7.3.3. Приближенный эвристический метод k -кратчайших путей.....	205
7.3.4. Описание программной реализации и численные эксперименты.....	208
7.4. Заключение по Главе 7	220
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	222
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	224
ПРИЛОЖЕНИЯ	251

ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ

ИСК – инженерные сети и коммуникации

ЛС – линейное сооружение

ЛЭП – линии электропередач

СНиП – санитарные нормы и правила

HN (Hyper Net) – гиперсеть

PN (Primary Network) – первичная сеть

SN (Secondary Network) – вторичная сеть

NP (non-polynomial) – не полиномиальный, NP-трудный

SHN (structural hyper net)– структурированная гиперсеть

SPHN(spanning hyper net) – остоновая гиперсеть

ЦММ – цифровая модель местности

МММ – математическая модель местности

ДТ – дополнительная точка

ПТ – правила трассировки

Floyd – алгоритм Флойда

Greedy – классический жадный алгоритм

AntColony – алгоритм муравьиной колонии

MaxProb – алгоритм максимальной связности

FloydGreedyProb – алгоритм Флойда+жадный алгоритм

k-path – алгоритм k-кратчайших путей

k-path 2 – алгоритм k-кратчайших путей 2.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы диссертации. Современные инженерные сети и коммуникации (ИСК) представляют из себя многоуровневые иерархические системы, проектирование и строительство которых требуют тщательного анализа структурных и функциональных особенностей проектируемой коммуникации, перспективы ее развития и расширения, а также наличия соответствующего экономического обоснования. В свою очередь стоимость строительства и эксплуатации инженерных коммуникаций составляет значительную часть затрат в градостроительной отрасли (до 30%). Поэтому возникает необходимость оценки стоимости принимаемого проектного решения при различных ограничениях на основе математических моделей и методов оптимизации, а также комплексов программ уже на этапе проектирования инженерных сетей и коммуникаций.

Как показывает анализ научных исследований, в существующих моделях и методах практически не учитывается иерархичность проектируемых типов коммуникаций, ограничения на местности и существующие коммуникации для прокладывания инженерных сетей и коммуникаций, что может очень существенно повлиять на конечный результат. На выбор проектного решения в условиях городской застройки большое влияние оказывают существующие и проектируемые инженерные коммуникации.

Научное обоснование принимаемых проектных решений невозможно без использования математических моделей и методов оптимизации, а также комплексов программ для анализа и выбора альтернатив из возможного. В связи с этим актуальность диссертации обусловлена разработкой новых математических моделей и методов оптимизации, а также численных алгоритмов и комплексов программ для поддержки принятия проектного решения при проектировании и эксплуатации инженерных коммуникаций различного назначения.

Связь темы диссертации с приоритетными научными направлениями, крупными научными программами (проектами), основными научно-исследовательскими работами, проводимыми образовательными и научными учреждениями. Работа выполнялась в рамках темы «Исследование важнейших классов топологических и кинематических пространств, дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений и разработка математических моделей экономических систем», номер государственной регистрации 0007730, 2021-2023 гг., в связи с темами «Развитие теории и разработка математических моделей и методов мониторинга, анализа и оптимизации инфокоммуникационных систем», номера государственной регистрации 01200712228, 0315-2016-0006, 0315-2019-0006, 2012-2020 гг., «Суперкомпьютерные технологии решения больших задач естествознания, математические модели, методы анализа и оптимизации сложных информационных систем», номер 0251-2021-0005, 2021 г., 14-01-00031 А «Разработка и исследование методов эволюционного синтеза нелинейных математических моделей на основе темплейтов с реализацией на супер ЭВМ», 14-01-92694 ИНД_а «Гибридные биоинспирированные алгоритмы для оптимизационных задач в финансовой математике», и 8-07-00460 А «Разработка математических методов и комплексов программ для анализа надёжности сетей различного назначения».

Цели и задачи исследования. Целью диссертации является разработка моделей и методов оптимизации, а также численных алгоритмов и комплексов программ для поддержки принятия эффективного проектного решения при проектировании сетей и коммуникаций.

Для достижения поставленной цели были решены следующие **задачи**:

1. Разработка моделей и методов оптимизации для решение оптимизационных задач с несколькими конфликтующими критериями и учитывающие иерархичность и вложенность проектируемых типов сетей и коммуникаций.

2. Разработка моделей и методов оптимизации для прокладывания сетей и коммуникаций в трехмерном пространстве;
3. Исследование и анализ оптимизационных задач, возникающих при проектировании и строительстве инженерных сетей и коммуникаций в условиях городской застройки;
4. Анализ сложности задач оптимизации сетей и коммуникаций, а также методы их решения;
5. Разработка методов и алгоритмов для оптимального прокладывания проектируемой коммуникации в условиях городской застройки по различным критериям оптимизации (экономичность, совместимость, надежность и т. п.);
6. Разработка комплексов программ для поддержки принятия проектного решения, проведения вычислительного эксперимента, сравнение и анализ полученных результатов с результатами существующих методов оптимизации.

Научная новизна работы состоит в следующем:

1. Разработана новая концепция моделирования и оптимизации сетей инженерных коммуникаций, комплексно учитывающая иерархичность и вложенность проектируемых типов сетей, а также многокритериальность оптимизационных задач;
2. Разработана математическая модель прокладывания сетей и коммуникаций в трехмерном пространстве, учитывающая возможность их прокладывания как по плану, так и по профилю, а также углы поворота коммуникаций вокруг заданной оси при обходе препятствий;
3. Разработаны модели и методы оптимизации инженерных сетей и коммуникаций в условиях городской застройки, учитывающие технические нормы и правила безопасности, а также совместимость или несовместимость проектируемых типов коммуникаций;

4. Доказаны NP-трудность задач оптимизации инженерных сетей и коммуникаций в гиперсетевой постановке, не имеющие решения в общем случае;

5. Разработаны приближенные методы и алгоритмы для решения NP-трудных задач, основанные на различных метаэвристиках (метод дифференциальной эволюции, алгоритм муравьиной колонии, жадная стратегия) и моделей теории гиперсетей, позволяющие найти эффективное проектное решение с учетом многокритериальность оптимизационных задач;

6. Разработаны комплексы программ, на основе предложенных моделей и методов оптимизации, проведены вычислительные эксперименты на примере ряда тестовых и практических задач, и сравнительный анализ полученных результатов, показывающие эффективность предложенных методов и алгоритмов по сравнению с известными методами оптимизации.

Практическая ценность диссертационной работы состоит в разработке моделей и методов оптимизации инженерных сетей и коммуникаций, а также комплексов программ, позволяющих выбрать оптимальное проектное решение с учетом природных и ситуационных ограничений местности. Предложенные методики учитывают технические нормы и правила безопасности строительства сетей и коммуникаций при их совмещенной прокладке в одном коллекторе. Полученные результаты могут быть использованы в проектных организациях для анализа и синтеза проектных решений, что позволит сократить сроки и уменьшить трудоемкость проектирования. Кроме того, они позволяют оценить проектное решение до начала строительно-монтажных работ, что важно для экономии временных и финансовых затрат.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту

1. Новый концептуальный подход к моделированию и оптимизации сетей учитывающий иерархичность и вложенность проектируемых типов сетей и коммуникаций в области размещения;

2. Многокритериальные задачи оптимизации инженерных сетей и коммуникаций в гиперсетевой постановке и доказательство NP-этих задач;

3. Методы и алгоритмы для решения NP-трудных задач, основанные на различных метаэвристиках (метод дифференциальной эволюции, алгоритм муравьиной колонии, жадная стратегия) и моделей теории гиперсетей, позволяющие найти эффективное проектное решение с учетом многокритериальности оптимизационных задач;

4. Результаты вычислительного эксперимента, показывающие эффективность предложенных методов и алгоритмов по сравнению с существующими методами оптимизации.

Личный вклад соискателя заключается в проведении теоретических и экспериментальных исследований, постановке задач оптимизации инженерных сетей и коммуникаций как многокритериальная задача, исследовании и анализе сложности задач оптимизации сетей, разработке методов и алгоритмов для оптимизации сетей и коммуникаций, основанных на модели теории гиперсетей и эволюционного синтеза, разработке модифицированного алгоритма муравьиной колонии для выбора оптимальной трассы прокладывания коммуникаций, разработке модифицированного алгоритма дифференциальной эволюции для решения задач оптимального вложения вторичной сети в первичную сеть, разработке модифицированного метода k-кратчайших путей, для анализа и синтеза сетей с наименьшей стоимостью и заданной надежности, в участии создания программ для численного эксперимента и проведения тестовых расчетов, получение и анализ результатов численного эксперимента. Представление изложенных в диссертации и выносимых на защиту результатов, полученных в совместных исследованиях [2, 5-9, 13, 15, 16, 18, 21, 28, 35, 40] согласовано с соавторами. Вклад соавторов в опубликованных работах заключается в следующем: Мигова Д.А., Юргенсон А.Н. – в разработке программ по реализации методов и алгоритмов по построению сетей заданной надежности, Монахова О.Г., Монаховой Э.А. – в разработке

программ по реализации алгоритма дифференциальной эволюции, Жусупбаева А.Ж., Ляхова О.А., Попкова В.К. – в консультировании вопросов постановки задач оптимизации инженерных сетей и коммуникаций на языке теории гиперсетей и дискретной оптимизации.

Апробация результатов диссертации. Основные научные результаты работы докладывались и обсуждались на заседаниях следующих научных семинарах и конференциях:

- на математическом семинаре академика А.А.Борубаева, Институт математики НАН КР, Кыргызская Республика, г. Бишкек, 20 мая 2024 г.
- на еженедельном научном семинаре Института прикладной математики Бакинского государственного университета «Современные проблемы прикладной математики», 13.09.2022 г.;
- на объединенном семинаре ИСИ СО РАН и НГУ "Конструирование и оптимизация программ" 17 мая 2022 г.;
- на XVIII заседании всероссийского научного семинара с международным участием Института Систем Энергетики им. Л.А.Мелентьева СО РАН «Математические модели и методы анализа и оптимального синтеза, развивающихся трубопроводных и гидравлических систем», 12-18 сентября 2022 года;
- на объединенном семинаре ИВМиМГ СО РАН, НГУ и СибГУТИ «Моделирование систем информатики» 17 мая 2016 г.;
- на ежегодном Международном Азиатском школе-семинаре "Проблемы оптимизации сложных систем" (Киргизия, Казахстан, Россия, 2012-2024 гг.);
- на ежегодном Российском научно-техническом конференции "Обработка информационных сигналов и математическое моделирование" (Россия, г. Новосибирск, 2012-2022 гг.);
- на международной конференции "Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики-2015", посвященной 90-летию

со дня рождения академика Г.И. Марчука, Россия, г. Новосибирск, 19-23 октября 2015 г.;

– на II Международной конференции "Проблемы управления и информационных технологий", посвященной 55-летию Института автоматики и информационных технологий НАН КР, Кыргызская Республика, г. Бишкек, 25-26 сентября 2015 г.;

– на VI Международной конференции "Проблемы оптимизации и экономические приложения" Россия, г. Омск, 28 июня - 4 июля 2015 г.;

– на Международной конференции "Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики-2014", Россия, г. Новосибирск, 8-10 июня 2014 г.;

– на II Международной научной конференции, посвященной 20-летию образования КРСУ "Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений", Кыргызская Республика, г. Чолпон-Ата, 5-7 сентября 2013 г.;

– на конференции молодых учёных ИВМиМГ СО РАН по вычислительной математике и информатике, Россия, г. Новосибирск, 2-4 апреля 2013 г.

Полнота отражения результатов диссертации в публикациях. Основные результаты, полученные в диссертационной работе, опубликованы в монографии [1], международных периодических изданиях Web of Science и Scopus [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10], в рецензируемых журналах ВАК РФ [11, 12, 13, 15, 18, 27] и НАК ПКР [14, 19, 22, 24, 26], в журналах РИНЦ [16, 17, 20, 21, 23, 25], а также опубликованы статьи в материалах конференций [28-49].

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, семи глав, заключения, списка литературы, приложения. Общий объем работы - 290 страницы. Основной текст диссертации изложен на 223 страницах, включает библиографический список из 240 наименований работ и 31 рисунков.

ГЛАВА 1

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

1.1. Сетевая инфраструктура современного города

1.1.1. Инженерные сети и коммуникации современного города

Городские инженерные сети обслуживают населенные пункты, промышленные зоны, торговые центры и культурно-бытовые предприятия. Все это представляет собой комплексную систему, состоящую из инженерных коммуникаций, сооружений и специальных устройств. В современных городах система инженерных коммуникаций – сложная отрасль городского хозяйства, удельный вес стоимости объектов и сооружений которой превышает 30% от общей стоимости градостроительной инфраструктуры.

Развитие современного города характеризуется динамичностью и противоречивостью. Чрезвычайно быстрый рост городов создает немало социальных и экономических проблем. Необходимо построить новые населенные пункты и соответствующие инженерные инфраструктуры культурно-бытового обслуживания этих пунктов. Для удовлетворения потребностей новых пунктов и промышленных зон потребуются создание новых и расширение существующих инженерных и коммуникационных сетей, обеспечивающих передачи целевого продукта от источников к потребителям.

Жизнедеятельность современного города в значительной степени зависит от правильно созданной инженерной инфраструктуры, включающей в себя различные сетевые объекты и коммуникации, без которых трудно представить комфорт и безопасность потребителей различных сетевых услуг, и развития городского хозяйства в целом. В свою очередь, комфортность и безопасность потребления различных сетевых

услуг зависят от принимаемого проектного решения на этапе проектирования инженерных коммуникаций различного назначения [50, 51, 52, 53-55, 56, 57, 58, 59, 60], и являются одними из показателей, характеризующих развитие и расширение современного города.

Современные инженерные коммуникации, являясь частью инфраструктуры современного города, определяют уровень его благоустройства и развития. Отметим, что протяженность подземных или надземных коммуникаций различного назначения в настоящее время значительно превышает общую протяженность улично-дорожной сети современного города. В настоящее время развитая коммуникация производственного и социального назначения – важный фактор для улучшения экономических, социальных и культурно-бытовых условий современного города.

Как показало исследование, в литературных источниках, по оптимизации инженерных коммуникаций различного назначения, встречаются несоответствия терминов, относительно рассматриваемого объекта. Относительно инженерных сетей и коммуникаций в [61, 62, 63, 64] применяют термин "транспортная сеть", в [65, 66, 67] - "транспортная коммуникация", в [52, 58, 60, 68, 69, 70] - "инженерная коммуникация", а в [57, 71, 72, 73] - "сети инженерных коммуникаций" и т. д. Однако все эти авторы в своих терминологиях понимают один и тот же сетевой объект, функционирующий в условиях влияния других инфраструктурных объектов городской среды и природных и ситуационных факторов области размещения.

Таким образом, инженерные коммуникации – это конечный набор линейных и узловых элементов, образующих функционально взаимосвязанную, территориально-распределенную систему. Целевое назначение инженерных сетей и коммуникаций – это удовлетворение потребности жителей современного города различными сетевыми

услугами, в необходимом количестве и с качеством не хуже заданного [53-55, 74, 75, 76, 77].

Современные инженерные коммуникации содержат в себе очень большое число узловых и линейных элементов, образующих коммуникации. Источники и потребители сетевых услуг, в большинстве случаев, имеют большую территориальную распределенность.

Для выявления сходств и различий инженерных коммуникаций будем изучать классификации, охватывающие все важнейшие их виды. Инженерные коммуникации целесообразно разделить по следующим признакам [68, 71, 78, 79, 80, 81]: по виду и способу транспортировки целевого продукта; по семантическому и масштабному признаку; по физической и математической модели; по технологии передачи целевого продукта (самотечные или напорные); по топологической структуре коммуникации и т.д.

Наиболее распространённым типом коммуникаций являются трубопроводные коммуникации. Они включают в себя сети газо-, нефте-, и водоснабжения, насосные станции, водоочистные сооружения и прочие элементы, которые обеспечивают надежную и безопасную подачу и отвод целевого продукта.

Системы теплоснабжения используются для передачи тепловой энергии от источников (например, тепловых электростанций, котельных) к потребителям. Эти сети включают в себя тепловые трубопроводные системы, насосные станции и подстанции, которые обеспечивают доставку тепла для отопления и горячего водоснабжения.

Газоснабжение осуществляется через газопроводы и газораспределительные сети. Они доставляют природный или сжиженный газ до потребителей (жилая зона, бизнес-зданий, промышленных объектов) для использования в качестве источника энергии или топлива.

Следующим видом является сети кабельной и воздушной линии электропередач (ЛЭП). Сети электроснабжения обеспечивают передачу

электроэнергии от источника до потребителей. Они включают в себя электрические подстанции, трансформаторы, линии электропередачи и распределительные сети, которые обеспечивают доставку электроэнергии конечному потребителю (жилая зона, промышленные предприятия, торговые пункты, организации и т.п.). Сети электроснабжения также включают в себя системы уличного освещения, которые обеспечивают освещение улиц и общественных мест. Это включает в себя размещение фонарей, электропроводки и системы управления освещением.

Транспортная коммуникация включает в себя все виды автомобильных дорог, железнодорожных линий, пути авиасообщения, маршруты водного транспорта, мосты, туннели и светофоры. Эти системы обеспечивают безопасное передвижение транспортного потока в городской среде.

Для информационного обеспечения населения города существуют различные виды телекоммуникационных сетей (мобильный и домашний Интернет, сотовая связь). Важными для сельскохозяйственного назначения являются ирригационные сети, каналы.

Таким образом, сети инженерных коммуникаций целесообразно рассмотреть с позиции передачи и распределения сетевых услуг. В соответствии с этим, инженерные коммуникации – это транспортная система городской инфраструктуры, предназначенные для передачи и распределения целевой продукции в виде: вода, газ, нефть, электроэнергия, информация.

Отметим, что топология проектируемой коммуникации является одним из важных показателей для изучения ее иерархичности и административной принадлежности по выполняемым ими функциям. В зависимости от передачи и распределения сетевых услуг между потребителями, коммуникации могут иметь линейную, древовидную или и циклическую структуру. Более подробно сети инженерных коммуникаций и транспортных систем по различным характеристикам исследованы в [80, 82, 83].

Инженерные коммуникации вне зависимости от технологии передачи и распределения сетевых услуг имеют ряд общих свойств:

- территориальная распределенность и значительное число узловых и линейных элементов, формирующих коммуникации;
- временная и пространственная непрерывность процессов передачи и распределения сетевых услуг;
- иерархичность во времени и в пространстве коммуникации, определяющей территориальной или административной ее принадлежность (магистральные, городские, заводские);
- централизованность или децентрализованность в управлении процессами передачи и распределения сетевых услуг в зависимости от административной принадлежности коммуникаций.

Таким образом, современная инженерная коммуникация – это сложный территориально-распределенный комплекс, который выполняет такие жизненно важные функции, как обеспечение потребителей материальными, энергетическими и водными ресурсами, средствами связи, информацией, маршрутной сетью, транспортом. Инженерные сети и коммуникации – это системообразующая инфраструктура для жизнедеятельности современного общества. В процессе своего функционирования они включают в себя взаимодействия субъектов, такими как местные органы власти, хозяйствующие субъекты и потребители, а также взаимоотношения между ними. По характеру взаимоотношений между элементами, инженерные коммуникации относятся к иерархической системе транспортного типа, в которой распределяются ресурсы различных типов.

Современные инженерные коммуникации представляют из себя многоуровневую иерархическую систему, проектирование и строительство которых требуют тщательного анализа структурных и функциональных особенностей системы, перспективы развития и возможность расширения функции будущей коммуникации, а также наличия соответствующего экономического обоснования.

Рост масштаба населенного пункта влечет за собой увеличение объема целевого продукта (газ, вода, электричество, информация), потребляемого для удовлетворения потребностей промышленности, коммунального хозяйства, жителей населенного пункта. В связи с этим возникает необходимость проектирования новых и расширения существующих инженерных коммуникаций, таких как водопроводы, газопроводы, нефтепроводы, электрические и телекоммуникационные сети, сети автомобильных и железных дорог, пути авиасообщений. Экономичность и надежность функционирования будущих инженерных коммуникаций являются одними из основных требований при их проектировании и эксплуатации.

1.1.2. Анализ литературы по оптимизации сетей и коммуникаций

В настоящее время существует значительное количество научно-исследовательских работ в области проектирования и строительства инженерных коммуникаций различного назначения, отличающихся спецификой объекта исследования и особенностью оптимизационной задачи, учитывающие интересы заказчика и потребителя сетевых услуг, а также ограничения и требования технико-экономического характера. В большинстве случаев исследования задачи оптимизации инженерных коммуникаций в основном ведутся по критериям экономичность [67, 73, 84, 85, 86, 87, 88], безопасность [68, 84, 89, 90, 91, 92], надежность и живучесть [76, 82, 93, 94, 95, 96, 97, 98-100, 101]. Зачастую возникает многокритериальная оптимизационная задача, учитывающая несколько конкурирующих критериев. Такими могут являться: задача построения коммуникации минимальной стоимости с учетом заданного порога надежность, построение сети заданной пропускной способностью и живучестью. В этих случаях, один показатель выбирается как целевой (глобальный), а все остальные, как второстепенные, включаются в систему

ограничений. Решается многокритериальная задача оптимизации путем генерации множества допустимых решений, удовлетворяющие системе ограничений, из них выбирается решение, которое одновременно удовлетворяет целевой показатель и систему ограничений.

В условиях рыночной экономики задача размещения инженерных коммуникаций на территории современных городов решается на основе анализа развития и модернизация существующих, и необходимости строительства новых коммуникаций. Такая ситуация определяет актуальность повышения надежности анализа и оценки основных технико-экономических показателей объектов строительства (прежде всего строительной стоимости) при инвестиционном планировании. Ограниченность финансовых затрат на проектирование и эксплуатации коммуникаций приведет к выбору трасс для их прокладывания на заданной территории с учетом особенностей существующих коммуникаций и минимальность затрат, обеспечивающих функционирование этих объектов.

Стоимость строительства и эксплуатации инженерных коммуникаций составляет значительную часть затрат в градостроительной сфере. Поэтому возникает необходимость оценки стоимости принимаемого проектного решения на основе математических моделей и методов оптимизации, а также комплексов программ уже на этапе проектирования инженерных коммуникаций.

Оптимизационные задачи, возникающие при проектировании инженерных коммуникаций в условиях городской застройки по заданному критерию, в большинстве случаев сводятся к дискретной задаче размещения множества точек на заданной двумерной области и связывающие их линии, имеющие минимальную суммарную длину. Данная задача является обобщением задач, связанных с выбором оптимального варианта размещения линейной части для: сетей электропередач [102, 103, 104, 105]; сетей автомобильных дорог [106, 107, 108]; магистральных нефте- и газопроводов [73, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115]. Кроме того, при

проектировании инженерных сетей и коммуникаций исследуются и решаются ряд классических задач, такие как задача Штейнера, задача о медиане, задача коммивояжера, задача построения циклического маршрута, задача о покрытии множества вершин.

Проблемами оптимизации сетей электросвязи и электропередач занимались Г.Б. Давыдов, В.Г. Журавлев, Н. Ф. Калинин, Г.М. Каялов, В. Н. Рогинский, А. Я. Тольчан, В. М. Ченцов, Ю.Н. Шумихина, И.В. Наумов [89, 93, 102, 103, 116, 117, 118], по вопросам поиска оптимальных маршрутов для прокладывания инженерных коммуникаций различного назначения занимались П. П. Бородавкин, А. С. Тищенко, В. Н. Мелькумов, С. В. Косяков [73, 115, 119, 120], теоретическим основам решения задач размещения сетевых объектов на заданной территории посвящены работы В. К. Попкова, Ю. Е. Малащенко, Э. Х.Гимади, А. И. Ерзина, Ю. А. Кочетова, А. А. Колоколова, А.С. Родионова, А.В. Еремеева [121-124, 125, 126, 127, 128], вопросами информационного обеспечения, разработки и применения ГИС - технологий в проектировании линейных сооружений занимаются А.А. Ищук, В. Ф. Ловягин, С.В. Косяков, А. В. Скворцов, А.Н. Коровина, В.И. Ларионов, В. Ю. Третьяков [119, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135], оптимизацией трасс автомобильных дорог, транспортного потока и моделированием поведения водителей на многополосной трассе занимаются Б.М. Шумилов, В.Н. Бойков, Л.Н. Шерстюкова, Е.А. Нурминский, Н.Б. Шамрай, А.В.Гасников, А.А. Замятина, В.А. Малышева, М.А. Григорьев, В. М. Кучинский, Я. И. Нефедова [74, 106, 107, 136, 137, 138], исследованием оптимизации иерархических структур без учета их вложенности занимаются В.Т.Дементьев, А.И.Ерзин, Р.М.Ларин, Ю.В.Шамардин, занимался А. Жусупбаев [17, 139].

Переходим к обзору работ по оптимизации сетей инженерных коммуникаций различного назначения, без учета их иерархичности. Исследованием задач снижения стоимости магистральных и распределительных сетей, влияющих на цену природного газа для

конечного потребителя занимались Египетские ученые Berge Djebedjian, Mohamed El-Naggar, Islam Shahin [109], оптимизацией сетевой топологии для электрических линий, с минимальными эксплуатационными затратами – Иранские ученые Majid Heidarifar, Hassan Ghasemi [140], исследованием моделей и методов анализа и строительства трубопроводных систем в нефтегазовой отрасли, оказывающее влияние на стоимость их строительства – Китайские ученые Fangfang Li, Qiang Liu, Xiu Guo, Jun Xiao [110], разработкой вычислительного алгоритма основанного на методах линейного и нелинейного программирования, который позволяет снизить капитальные и эксплуатационные затраты на газотранспортные сети – американские ученые Edgar T.F., Himmelblau D.M., Bickel T.C. [62], имитационным моделированием оптимизации водопроводной сети с минимальной стоимостью – ученые из Сингапура Shie-Yui Liong, Md. Atiquzzaman [141], анализом топологической надежности функционирования водопроводной сети на основе вероятностного анализа – Европейские ученые C. Tricarico, R. Gargano, G. De Marinis, M. S. Morley, Z. Kapelan, D. A. Savic [142, 143], трассированием водопроводной сети минимальной стоимости на основе модели гидравлической сети –ученые Республики Корея Ho Min Lee, Do Guen Yoo, Ali Sadollah and Joong Hoon Kim [144], оптимизацией структуры мирового спроса и предложения на сырую нефть на основе алгоритма имитации отжига – Китайско-Американские ученые Gaogao Dong, Ting Qing, Ruijin Du, Chao Wang, Ruiqi Li, Minggang Wang, Lixin Tian, Lin Chen, André L.M.Vilela, H. Eugene Stanley [145, 146]. Теоретическую основу для разработки алгоритмов создали A. Kleiner, J. Rapp, G. Frank, I. A. Ushakov, I. Frisch, L. Ford, D. R. Fulkerson, R. Bellman, S. Warshall, R. Floyd, E. Dijkstra.

В настоящее время была развита гиперсетевая математическая модель предложенной российским ученым Попковым В.К. в 70-х годах прошлого

века [99], для моделирования структурных характеристик сетей электросвязи. Активные исследования по этой теме велись в ВЦ СО АН СССР, а затем и в других организациях России, и за рубежом, главным образом в Израиле. В настоящее время активно работают в данной области коллективы в Петрозаводском государственном университете А.М. Воронова, Р.В. Воронов, М.А. Пискунов, и др. [184, 185], в Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана А. Н.Божко, А.М. Андреев, Г. П. Можаров, В. В. Сюзев [192], в Приазовском государственном техническом университете Нефёдова Я.И., Мнацаканян М.С. [136], в Институте вычислительной математики и математической геофизики СО РАН и в Сибирском государственном университете телекоммуникаций и информатики А.С. Родионов и его команда Д.А. Мигов, А.Н. Юргенсон [120, 121].

1.2. Линейная часть сетевой инфраструктуры города

Основными системообразующими компонентами инженерных сетей и коммуникаций, являются элементная база и взаимосвязи между ними [59, 71, 76, 77, 147, 148, 149, 150]. Под элементами проектируемой коммуникации в настоящей работе понимаются узловые элементы, линейная часть и трассы для прокладывания коммуникаций.

Узлы коммуникации – это элементы, которые соответствуют точкам соединения линейных сооружений, а также местам сбора, подачи и распределения целевой продукции. Другими словами, узловые элементы коммуникаций являясь точечными физическими объектами на плоскости, выполняют функции сбора, передачи и распределения целевого продукта между источниками и потребителями сетевых услуг. В качестве узловой части коммуникации может быть рассмотрены источники целевой продукции, потребители сетевых услуг (населенные пункты, социальные объекты, производственное предприятие, торговые узлы и т.п.), а также

некоторые промежуточные подстанции, станции, распределительные пункты и т.п. Таким образом, узловые элементы коммуникаций можно разделить на три вида, которые зависят от процесса передачи и распределение целевого продукта: источники целевой продукции, потребители и промежуточные узлы.

Линейными называют *сооружения* (ЛС) [84, 132, 151, 152, 153, 154], являющиеся линейной частью инженерных коммуникаций, предназначенные для передачи и распределения целевой продукции потребителям сетевых услуг. Они являются одной из важных подсистем инженерных сетей и коммуникаций, и включают в себя такие инженерные сооружения, как автомобильные дороги, железнодорожные линии, газо-, нефте-, и водопроводы, ирригационные сети, сети линий электропередач и электросвязи. Особенностью объектов линейного вида является значительное превышение длины над двумя другими – ширины и высоты.

Другими словами, линейная часть инженерных сетей и коммуникаций - локально фиксированный и непродуктивный линейный объект, удовлетворяющие свои целевые назначения в условиях влияния городской среды и ситуационных условий территории, на которой предполагается прокладывание данного объекта. Как правило, линейные сооружения строятся для транспортировки целевого продукта для обеспечения социально-экономических и материальных потребностей современного города. Физически, линейные сооружения – это комплекс устройств (трубы, кабели, автодороги, путепроводы, железнодорожные линии), которые обеспечивают функции передачи и распределение целевой продукции между потребителями и поставщиками сетевых услуг.

Самым важным элементом в процессе передачи и распределение целевой продукции между потребителями и поставщиками сетевых услуг являются *трассы*, на которые непосредственно опираются или укладываются физический объект. Такими конструкциями являются

траншеи, коллекторы, опоры, столбы, через которые осуществляется транспортировка целевой продукции.

1.2.1. Способы прокладывания коммуникаций

Существует различные типы инженерных сооружений линейного типа, отличающихся видом и назначением транспортируемой продукции. Как правило такими объектами могут являться автомобильные дороги, железнодорожные линии, трубопроводный транспорт (газо-, нефте-, и водопроводы), линий электропередач и электросвязи и др. К основным функциям линейных сооружений относятся транспортировки целевой продукции от поставщика сетевой услуги до потребителей в необходимом объеме и с качеством не хуже заданного. Целевая продукция это – продукт (вещество), энергия, информация, применимые в во всех сферах человеческой деятельности.

По расположению относительно земной поверхности линейные сооружения разделяются на три класса: наземные [106, 107, 108, 134, 136], подземные [50, 69] и надземные [53, 54, 89, 118].

Пусть (Y_1, Y_2, Y_3) - группы способов прокладывания коммуникаций. Тогда: $Y_1 = \{X_1, X_2\}$ – наземные коммуникации, где X_1 – построение трассы, X_2 – прокладка коммуникаций; $Y_2 = \{Z_1, Z_2, Z_3\}$ – подземные коммуникации; где Z_1 - разрытие траншеи, Z_2 - прокладка коммуникаций, Z_3 - наполнение и уплотнение коммуникаций; $Y_3 = \{W_1, W_2\}$ – надземные коммуникации, где W_1 – построение опор, W_2 – монтаж коммуникаций.

Первый класс включает в себя такие линейные сооружения, трассы которых расположены полностью на поверхности земли, отведенной для их прокладывания. Такими являются трассы автомобильных дорог, железнодорожных линий, трубопроводный транспорт, с расположением трасс на земле или под землей, ирригационные сети и каналы. Положение этих коммуникаций в пространстве относительно земной поверхности или

других существующих инженерных сооружений строго регламентировано строительными нормами и правилами.

Второй класс включает в себя такие инженерные коммуникации, прокладываемые под землей в единой строительной конструкции, так называемые подземные проходные галереи, коллекторы или траншеи. Подземными сетями инженерного назначения бывают самотечные трубопроводы, кабельные коммуникации электропередач и электросвязи.

Третий класс коммуникаций характеризуется расположением линейной части над землей: воздушные линии электропередачи, кабельные линии электропередачи, линии электросвязи, трубопроводные коммуникации на опорах. Все эти типы линейных сооружений являются представителями дискретного характера. Для построения таких типов коммуникаций необходимо обеспечить нужное количество опорных элементов и правильно их расположить на заданном участке местности.

Из такой классификации следует вывод: в процессе создания инженерных коммуникаций заданный участок местности, на котором производятся строительно-монтажные работы должен быть рассмотрен в контакте (дискретно или непрерывно) с проектируемым линейным сооружением. В связи с этим адекватность информации об участке местности для размещения инженерных коммуникаций зависит и от вида проектируемой коммуникации, и от пространственного положения элементов коммуникации относительно земной поверхности, на которой размещается инженерная коммуникация.

По расположению линейных сооружений относительно заданных точек земной поверхности они разделяются на две группы:

- взаимосвязь с отдельными точками земной поверхности;
- непрерывная связь с элементами земной поверхности.

Для дискретных инженерных сооружений, строительно-монтажные работы производится на отдельных, фиксированных точках земной поверхности. Например, к дискретным линейным сооружениям относятся

коммуникации, прокладываемые над землей на опорных конструкциях. Такими коммуникациями могут являться воздушные линии электропередачи, линии электросвязи, надземные трубопроводные коммуникации на опорах (газо-, нефте-, водоснабжения).

Ко второй группе относятся наземные и подземные коммуникации, занимающие на земной поверхности непрерывную полосу за весь срок их эксплуатации. Другими словами, для строительства и эксплуатации таких коммуникаций необходимо произвести непрерывное преобразование земной поверхности в виде траншеи, коллектора на полосе прохождения их трассы.

По назначению из линейных инженерных сооружений выделяются коммуникации промышленного и городского назначения. Это - транспортные коммуникации, системы коллекторов и канализаций, газо-, нефте- и водоснабжения, орошения земель, линии электроснабжения и электросвязи, размещаемые на территориях современных городов, поселков и промышленных зон. Такие линейные сооружения проектируются вместе с генеральным планом развития и расширения городов и промышленных районов.

1.2.2. Прокладывание сетей и коммуникаций в городской среде

Выбор трассы между заданных пар точек земной поверхности или на ЦММ или МММ, описывающей поверхность земли, является задачей трассирования [73, 89, 102, 106, 111, 129, 136, 155].

Для выбора трассы из возможных, удовлетворяющей выбранного критерия и ограничений решается задача оптимизации маршрутов на заданной плоскости. Тем самым трассирование – это выбор направления трассы, для прокладывания линейных сооружений на карте местности или на математической, или цифровой модели местности, учитывающие градостроительные и социально-экономические особенности области

размещения. Оптимальному по выбранному критерию трассы соответствует решение, удовлетворяющее минимальности затрат на строительство и эксплуатацию коммуникаций, а также ограничения, накладываемые на проектируемый тип коммуникации.

Для снижения затрат на строительство и эксплуатации коммуникаций, стараются выбрать трассы наиболее близкой к прямой линии между заданных пар точек земной поверхности, и приводящей к сокращению объема работ по строительству. В ходе выбора трассы для прокладывания линейных сооружений учитываются всевозможные искусственные и естественные препятствия, приводящие к удорожанию проектного решения. Эффективность функционирования будущей коммуникации в значительной степени зависит от решений, принятых на этапе трассирования. Поэтому, прежде чем строить трассу, необходимо вычислить ее пригодность для строительства и эксплуатации различных инженерных сетей и коммуникаций.

Трасса, будучи отображенной на поверхности земли, определяет размещение коммуникаций на местности, как физического объекта. Другими словами, инженерные коммуникации, будучи погруженными в городскую инфраструктуру, становятся элементом этой среды, сформированной вместе с другими важными инфраструктурными объектами.

Одним из важных факторов в проектировании и строительстве коммуникаций является учет воздействия новых или существующих инфраструктурных объектов современного города на функционирование будущей коммуникации. Другими словами, проектируемая коммуникация в будущем находится в теснейшей связи с существующими или другими инфраструктурными объектами. Эта связь усугубляется распределенным характером инженерных коммуникаций, благодаря чему взаимодействие проектируемого линейного сооружения с другими видами

инфраструктурных объектов современного города осуществляется на значительной протяженности.

Выбор направления трассы является итеративным процессом, в ходе которого принимается решение путем взвешивания и корректировки различных факторов, влияющих на конечный результат. Факторами, оказывающими влияние на выбор проектного решения, могут быть естественные и искусственные препятствия, различные природные факторы, существующие коммуникации, перспективы развития и модернизации городской территории [132, 156, 157, 158, 159, 160]. Основные факторы, влияющие на выбор трассы линейных сооружений, проанализированы [152, 153, 157-160].

1.3. Заключение по Главе 1

- исследована роль инженерных сетей и коммуникаций в обеспечении необходимой инфраструктуры, комфорта и безопасности жителей современного города;
- изучены основные типы инженерных сетей и коммуникаций, обеспечивающие жителей современного города самыми различными видами целевой продукции, таких как, вода, энергия, информация;
- исследованы линейные сооружения как одни из основных подсистем инженерных сетей и коммуникаций, непосредственно участвующие в транспортировке целевого продукта между заданными парами узловых элементов.

ГЛАВА 2

МЕТОДОЛОГИЯ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Далее рассмотрим методологию математического моделирования, системного анализа, проектирования и функционирования проектируемых типов инженерных коммуникаций. С помощью математической модели осуществляется формализация задач оптимизации коммуникаций с заданными условиями и ограничениями, возникающими на этапе проектирования и строительства инженерных коммуникаций различного назначения. Математическое описание производится с учетом особенностей проектируемых коммуникаций, выбранного метода решения поставленной задачи.

На основе математического описания прогнозируются технико-экономические характеристики будущей коммуникации, оцениваются возможности их построения на заданном участке местности, а также ее соответствие предъявляемым требованиям, соответствующим санитарным нормам и правилам.

В качестве математической модели для структуры проектируемой коммуникации в настоящей работе предложено использовать различные математические объекты, такие как графы, гиперграфы и гиперсети. Графы и гиперграфы применимы для описания структуры сетей без их увязки на опорную сеть, а гиперсети позволяют описать инженерную сеть в увязке на первичную опорную сеть.

Как показывает анализ научных публикаций, в существующих моделях и методах практически не учитывается иерархичность проектируемых типов коммуникаций, ограничения на местности и существующие коммуникации для прокладывания инженерных сетей и коммуникаций, что может очень существенно повлиять на конечный результат. На выбор проектного решения в условиях городской застройки большое влияние оказывают существующие и проектируемые инженерные коммуникации.

В связи с этим **объектом исследования** являются оптимизационные задачи, возникающие в области проектирования и строительство инженерных сетей и коммуникаций различного назначения. **Предметом исследования** являются математические модели и методы оптимизации, а также численные алгоритмы и комплексы программ для выбора эффективного проектного решения при проектировании и эксплуатации инженерных коммуникаций различного назначения.

В диссертационной работе применялись следующие **методы**: методы теории графов и теории гиперсетей, методы натурального вычисления и эволюционного синтеза, компьютерное моделирование рельефа местности, методы сеточной аппроксимации, методы дискретной оптимизации, методы анализа надёжности сетей.

2.1. Анализ показателей эффективности коммуникаций

Анализ инженерных коммуникаций и их математическое или теоретическое описание позволяют выделить различные критерии оценки эффективность функционирования коммуникаций в будущем. Критерии оценки эффективности функционирования коммуникаций и их параметров элементов подробно исследованы в [73, 90, 102, 127, 144, 161, 162, 163, 164]. Целью настоящего раздела заключается в исследовании и разработке математических методов и моделей для анализа и оптимизации инженерных коммуникаций различного назначения по различным критериям эффективности.

Проектируемая коммуникация должна удовлетворять ряд требований и ограничений, предъявляемых поставщиками и потребителями различных сетевых услуг, а также эксплуатационными предприятиями [94, 100, 101]. Эти требования и ограничения в совокупности определяют *критерии эффективности*, на основе которых принимается соответствующее проектное решение.

Для проектирования инженерных коммуникаций для анализа их эффективности используются такие критерии [90,94, 95, 100, 109, 140, 141] как экономичность, живучесть и надёжность их функционирования.

2.1.1. Экономичность инженерных коммуникаций

Одним из основных показателей для оценки эффективности инженерных коммуникаций различного назначения является их экономичность, выражаемая как объёмы финансовых средств, вкладываемых в коммуникации. Показатель экономичности включает в себя единовременные *капитальные вложения* на проектирование и строительство коммуникаций, а также *годовые эксплуатационные расходы* на их обслуживание [50,54, 55, 56, 152, 155, 163].

Расходы на эксплуатацию инженерных коммуникаций включают в себя расходы на обслуживание, текущий ремонт, отчисления на амортизации оборудования, стоимость передачи и распределения целевой продукции между потребителями сетевых услуг [86, 87, 88, 108, 165, 166]. При этом часть амортизационных отчислений идет на обновление изнашивающихся элементов коммуникаций, а другая - для осуществления капитального ремонта всей коммуникации для поддержки их работоспособности. Эксплуатационные расходы включают в себя затраты на текущий ремонт и обслуживание, выражаются в процентах от стоимости проектируемой коммуникации в целом [102, 118, 138].

Для численной реализации и сравнения вариантов проектируемых типов коммуникаций, в целевую функцию включаются капитальные вложения, содержащие в себе все текущие затраты по проектированию и строительство коммуникаций [73, 102, 118, 155, 163, 165, 166, 167]. В общем случае, формулу для вычисления капитальных затрат в строительство сетей можно записать в следующем виде:

$$K_i = K_i^{\text{узл.}} + K_i^{\text{линий}} + K_i^{\text{доп.}} \quad (2.1)$$

где $K_i^{\text{узл.}}$ – стоимость узловых элементов коммуникаций и их монтажа ; $K_i^{\text{линий}}$ – стоимость линейных сооружений (трубопроводы, кабели), их прокладывания и монтажа ; $K_i^{\text{доп.}}$ – дополнительные затраты по приобретению или аренды земельного участка, строительство временных дорог и сооружений.

Как мы видим в (2.1), все экономические критерии относятся к различным моментам времени, т.е. они распределены во времени. Поэтому принятие проектного решения, основанного только на показателе годовые эксплуатационные расходы, либо на капитальные затраты не даст объективную оценку по принимаемому решению. Это связано с тем, что деньги, относящиеся различным моментам времени, имеют различные ценности, т.е. сегодняшние деньги, вложенные в виде капитального вложения на строительство коммуникации, стоят дороже, чем такой же объем деньги, потраченные на ремонт и обслуживание сетей в будущем.

В связи с этим при проектировании инженерных коммуникаций применяется укрупненный критерий, т.н. приведенные затраты, равномерно учитывающие годовые эксплуатационные расходы и капитальные вложения на конечный результат [56, 73, 89, 112, 115]. *Приведенными* называются суммарные затраты, учитывающие капитальные вложения и годовые эксплуатационные расходы, приведенные к одному и тому же моменту времени.

Согласно определению, общая формула для вычисления приведенных затрат Π_i по каждому варианту рассматриваемой сети записывается следующим образом [51, 71, 168]:

$$\Pi_i = C_i + E_H K_i \quad \text{или} \quad \Pi_i = K_i + T_H C_i \quad (2.2)$$

где K_i – объем капитальных вложений по созданию сети; C_i – эксплуатационные расходы на текущий ремонт и обслуживания сети; E_H – нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений; T_H –

нормативный срок окупаемости капитальных вложений (величина, обратная E_H).

Другими словами, приведенные затраты (2.2) по созданию того или иного варианта сети представляют из себя сумму текущих затрат на обслуживание и ремонт сети и капитальных вложений [56, 89, 115]. Отметим, что приведенные затраты, как универсальный показатель, в косвенном виде учитывает практически все остальные показатели, такие как безопасность, надежность и живучесть на конечный результат.

В общем случае при принятии решения по строительству и эксплуатации инженерных коммуникаций даны правила [53, 79, 118, 153]:

- варианты, обеспечивающие равные экономические показатели, сравниваются по техническим характеристикам (живучесть и надежность);
- варианты, обеспечивающие равные технические и экономические показатели, сравниваются по производительности элементов коммуникаций;
- предпочтение отдается варианту, обеспечивающему меньшие затраты на изготовление материалов и оборудования для коммуникации.

Между техническими и стоимостными показателями инженерных коммуникаций существуют зависимости. Так, например, при повышении надежность коммуникаций наблюдается увеличение ее стоимости или, наоборот, при снижении стоимость строительства сети одновременно наблюдается снижение показателя надежность коммуникаций. Таким образом, при проектировании и строительстве коммуникаций выбор оптимального варианта сети должен производиться по критерию приведенных затрат, с учетом других критериев в качестве ограничений оптимизационных задач. Такая задача может быть сформулирована как задача выбора проектного решения, обеспечивающего минимальность приведенных затрат при заданном уровне надежности или живучести.

2.1.2. Живучесть инженерных коммуникаций

Отметим, что некоторые показатели: безопасность и надежность применяются для оценки эффективности функционирования инженерных коммуникаций в нормальных (штатных) условиях их эксплуатации. Однако в условиях городской застройки существуют множество техногенных факторов, приводящие к различным негативным последствиям и чрезвычайным ситуациям, вызванными массовыми или частичными выходами из строя элементов коммуникаций. Такими факторами могут являться электромагнитные или механические воздействия коммуникаций друг на друга, аварийный выход из строя части или всего элемента коммуникации, ветровые, гололёдные или другие нагрузки на сеть.

Оценка эффективности функционирования коммуникаций, когда нет статистики по возникновению чрезвычайных ситуаций, производится с помощью показателя живучесть [94, 97, 100, 101]. Известно, что впервые понятие «живучесть» была введена в 1897 г. русским ученым-адмиралом С. О. Макаровым как «способность судна продолжать бой, имея повреждения в различных боевых частях». Аналогично вводится понятие «живучесть инженерных коммуникаций».

Определение: Способность бесперебойного функционирования инженерных коммуникаций при воздействии различных внештатных дестабилизирующих внешних факторов назовем ее живучестью.

На языке теории графов и гиперсетей живучесть сводится к структурной или функциональной связности рассматриваемой системы для выполнения хотя бы части своих функций после воздействия на них внешних непредвиденных факторов [100, 101, 127]. Другими словами, бесперебойность функционирования инженерных коммуникаций в значительной степени зависит от связности гиперсетей HN , определяемое как связность первичной и вторичной сетей, образующих единую систему

передачи и распределение целевой продукции. При этом связность первичной сети PN является более строгой, чем связность вторичной SN .

Здесь мы приведем более общую задачу построения гиперсети с заданной живучестью [84]:

Требуется построить гиперсеть $HN = (PN, SN, F)$ для которой

$$Q(HN) = (\sum_{v \in F(r), \forall r \in R} a(v) + \sum_{r \in R} b(r)) \rightarrow \min \quad (2.3)$$

при ограничениях

$$\omega(HN) \geq k \quad (2.4)$$

$$\forall v \in V: \sum_{r \in F^{-1}(v)} \delta(r) \leq \alpha(v) \quad (2.5)$$

где: $Q(HN)$ – приведенная стоимость гиперсети;

$a(v)$ – стоимость ветвей $v \in V$ графа первичной сети PN ;

$b(r)$ – стоимость ребер $r \in R$ графа вторичной сети SN ;

$\alpha(v)$ – пропускная способность ветвей $v \in V$ графа первичной сети PN ;

$\delta(r)$ – пропускная способность ребер $r \in R$ графа вторичной сети SN .

В задаче (2.3)-(2.5) условия (2.4) заданный уровень связности гиперсети предполагает учет непредвиденных внешних факторов, что является актуальней в современных экономических условиях.

2.1.3. Надежность функционирования коммуникаций

Показатель надежность в процессе эксплуатации коммуникаций является одним из важных показателей, обеспечивающей непрерывность поставки и распределение целевой продукции между потребителями при нормальных условиях эксплуатации инженерных коммуникаций [95, 97, 121-123, 161, 162, 169, 170, 171, 172]. В отличие от показателя живучести здесь у нас имеется статистика или прогноз по внешним воздействующим факторам, влияющим на работоспособность будущей коммуникации на определенном отрезке времени. На практике это означает, что инженерная коммуникация имеет шанс (вероятность) функционировать это время без

отказов. Характеристики (показатели) надёжности гарантируют, что компоненты и материалы будут соответствовать требованиям на заданном отрезке времени.

Пусть инженерная коммуникаций моделируется гиперсетью $HN = (PN, SN; F)$, в котором граф $PN = (X, V)$ - дискретный аналог область размещения, $SN = (Y, R)$ – структура проектируемой коммуникации.

Вершинная связность гиперсети HN зависит от надёжности функционирования вершин графа первичной сети PN . Если по каким-либо причинам выходит из строя какая-либо вершина $x \in X$, то вместе с ней выходят из строя все инцидентные ветви $v \in V$, а значить проходящие через данной ветви ребра $r \in R$. Выход из строя какого либо элемента гиперсети HN назовем отказом. Введем понятие функции надёжности функционирования инженерной коммуникации по показателю надёжности вершин графа первичной сети.

Пусть ξ – наработка до первого отказа вершин $x \in X$; t – промежуток времени, в пределах который отказ в вершине $x \in X$ не возникнет. Тогда вероятность того, что наработка вершин $x \in X$ до первого отказа ξ превышает величину t , и есть функция надёжности:

$$p(t) = P\{\xi > t\}, t \geq 0. \quad (2.6)$$

Также события, приводящие к нарушению работоспособности элементов коммуникации, назовем отказами. Отказ линейного сооружения – это состояние сети, при котором линейные элементы полностью или частично вышли из строя, из-за различных внештатных воздействий на сеть, либо параметры линейных сооружений перестали удовлетворять требованиям потребителей сетевых услуг (моральный или технический износ). Другим типом выхода из строя является отказ узловых элементов коммуникации.

Обратная величина $q(t)$, т.е. отказ вершины $x \in X$ графа первичной сети PN есть вероятность того, что отказ произойдет через время, не превышающее данной величины t ($\xi \leq t$), т.е.

$$q(t) = P\{\xi \leq t\} = 1 - p(t), t \geq 0. \quad (2.7)$$

Под отказом узлового элемента понимают неспособность его выполнять свои функции по отбору, хранению и передаче потоков целевой продукции от источников до потребителей сетевых услуг. Отказ узлового элемента сети привлечет за собой отказу всех линейных сооружений, инцидентных этому узлу. Другими словами, отказы узловых элементов коммуникаций приводят к более серьёзным последствиям, прерывая значительно большее число путей поставки целевой продукции. В связи с этим для проектирования и строительства сетей применяют различные технологии по улучшению работоспособности узловых элементов, т.е. вероятность отказа узловых элементов сводят к минимуму. В связи с этим в большинстве случаев при анализе задач оптимизации коммуникаций по критерию надёжность их функционирования, узлы считаются абсолютно надёжными [121, 122, 123, 124]. В силу того, что в данном случае у исследователя имеется статистика или прогноз по внешним воздействующим факторам, показатель надёжности будущей коммуникации имеет вероятностный характер.

Отказы элементов коммуникации приводит к самым различным негативным последствиям, связанным с большими затратами на восстановление работоспособности сети, прекращением поставки целевой продукции населённым пунктам, иногда даже к аварийным ситуациям. В силу территориальной рассредоточенности и обилием техногенных и природных факторов влияющие на работоспособности сетей, обеспечить абсолютную надёжность их функционирования не представляется возможным, можно только минимизировать риски возникновения отказов узлов и линейных элементов коммуникаций.

2.2. Проектирование и эксплуатация сетей и коммуникаций

2.2.1 Проектирование инженерных сетей и коммуникаций

Инженерные коммуникации – сложные системы, состоящие из множества элементов: узлов и линий, и связи между ними. Все виды коммуникаций, такими как водо-, газо-, и нефтепроводы, коммуникации линий электропередач и телекоммуникационные сети, коммуникации автомобильных дорог и железнодорожных линий требуют выбора целесообразного с точки зрения поставленной цели проектного решения для достижения максимального эффекта на этапе их функционирования. Поэтому вопросы качественного проектирования и строительства коммуникаций на территории современного города, являются наиболее важной с точки зрения поставщика и потребителя сетевых услуг.

Проектирование городских инженерных сетей и коммуникаций – это сложный итеративный процесс, который включает в себя анализ потребностей сетевых услуг, проектирование, строительство и эксплуатации различных инженерных сетей и коммуникаций.

Анализ требований сетевых услуг: провести исследование и анализ потребностей города в инженерных сетях и коммуникациях. Это включает определение ожидаемого объема потребления ресурсов, планирование роста городской территории, учет экологических факторов, установление приоритетов строительства и ввода в эксплуатацию различных инженерных сетей и коммуникаций.

Техническое задание: детальный план проектирования инженерных сетей и коммуникаций, учитывающий требования и потребности города. Разработать технические чертежи, спецификации оборудования, прокладывание сетевых трасс и учет различных факторов, таких как

механические или электромагнитные воздействия, существующие коммуникации, эксплуатационные расходы, местность.

Проектирование: на основе анализа потребностей городов и требований разработать концептуальную структуру инженерных сетей и коммуникаций. Определить местоположение основных инфраструктурных объектов, расчетные параметры, необходимые материалы и технологии, а также маршруты прокладывания сетей и коммуникаций.

Развертывание: развернуть инженерные сети и коммуникации в условиях городской застройки. Это включает строительство, монтаж и установку необходимого оборудования для сетевой инфраструктуры.

Тестирование и запуск: после завершения развертывания тестировать инженерные сети и коммуникации для проверки их работоспособности и соответствия требованиям. После успешного тестирования запустить инженерные сети и коммуникации к использованию.

Обслуживание и поддержка: после запуска инженерных сетей и коммуникаций проводить регулярное обслуживание, техническую поддержку и ремонт. Следить за работоспособностью сетей и коммуникаций, проводить профилактические мероприятия, обновлять и модернизировать структуру и элементную базу (узлы и линии) при необходимости.

2.2.2. Функциональность инженерных сетей и коммуникаций

При проектировании инженерных сетей и коммуникаций, для обеспечения жителей современного города комфортом и безопасностью, учитываются их функциональные и другие показатели [90, 97, 98, 100, 153, 173, 174].

Функциональность инженерных сетей и коммуникаций: инженерные сети и коммуникации выполняют множество важных функций, которые играют ключевую роль в развитии современного общества. Так,

телекоммуникационные сети обеспечивают передачу данных (текст, аудио, видео) между абонентами и устройствами. Автомобильные и железные дороги обеспечивают перемещение пассажиров и грузов, способствуя экономическому росту региона. Сети передачи данных и системы видеонаблюдения применяются для обеспечения безопасности людей в общественных местах и жилых районах. Свойства инженерной коммуникации выполнять наперед заданные функции, по назначению и поставленным целям называется их функциональностью.

Связность и доступность: инженерные сети и коммуникации должны обеспечивать связность и доступность, чтобы обеспечить непрерывность передачи целевого продукта между соединяемых пар точек в пространстве. Непрерывность передачи и распределения целевой продукции между потребителями сетевых услуг, при неизменной топологической структуре инженерных сетей и коммуникаций, характеризуют стабильность их функционирования во времени. Это важно для электрических сетей, телекоммуникаций, систем водоснабжения и канализации и других видов инженерной инфраструктуры современного города. Другими словами, все виды услуг, получаемые по тому или иному виду сетей и коммуникаций, должны быть непрерывные и доступные.

Рациональность инженерных сетей: строительство и эксплуатации инженерных сетей и коммуникаций требуют значительных финансовых затрат. В связи с этим уменьшение затрат на приобретения и строительство инженерных сетей и коммуникаций, и на эксплуатацию в течение заданного срока их службы является основным показателем при создании инженерной инфраструктуры современного города.

Осуществимость инженерных сетей и коммуникаций: осуществимость сетей и коммуникаций оценивается с учетом различных показателей, таких как техническая, экономическая, социальная и экологическая. Другими словами, при проектировании сетей и коммуникаций должны учитываться сложность проекта и возможность его

реализации с учетом существующих технологий, стоимость проекта и финансовая устойчивость, воздействия проектируемых типов сетей на окружающую среду, доступность и полезность оказываемых сетевых услуг для общества. Техническая и экономическая возможность внедрения проектного решения на практике характеризует ее осуществимость.

Соответствие санитарным нормам и правилам: инженерные сети должны соответствовать различным санитарным нормам и правилам, а также стандартам, чтобы обеспечивать заданный порог безопасности и совместимость с другими видами инженерной инфраструктуры современного города. Свойство инженерной коммуникации соответствовать санитарным нормам и правилам, а также быть гармоничным с другими видами городской инфраструктуры называется ее эстетичностью.

Локальная ориентированность сетей и коммуникаций: при проектировании сетей и коммуникаций должны быть учтены климатические условия, топографические и экологические особенности данной области, а также требования и потребности современного общества на определенный вид сетевых услуг. Другими словами, инженерная коммуникация может быть спроектирована и ориентирована на конкретную локальную область. Свойство инженерных сетей и коммуникаций, характеризующий ее прикрепленность локальным участкам городской среды характеризует ее локальную фиксированность.

Надежность и устойчивость: инженерные сети и коммуникации погружаются в городскую среду, и подвергаются воздействию различным техногенным воздействиям: механическим воздействиям, электромагнитным воздействиям, гидроударам, если это трубопроводная система. В условиях городской застройки интенсивность техногенных воздействий гораздо выше, чем в обычных полевых условиях. В связи с этим инженерные сети должны быть надежными и устойчивыми к непредвиденным внешним атакам и неблагоприятным условиям. Для

обеспечения необходимый уровень надежность сетевой инфраструктуры современного города применяются резервирование структурных элементов сетей и коммуникаций, и механизмы восстановления поврежденных участков сетей.

2.3. Системный подход к проектированию и строительству сетевой инфраструктуры

2.3.1. Общие принципы системного подхода

При проектировании различных инженерных сетей и коммуникаций так же, как и другие виды объектов целесообразно применить системный подход. Системный подход применительно к сетям инженерного и коммуникационного назначения представляет собой методологию и практические методы решения сложных проектных задач, рассматривающий исследуемую коммуникацию как сложную систему, погруженную в какую-либо среду [37, 68, 175, 176, 177].

Предлагаемый подход к изучению проектируемой коммуникации, предполагает раскрытие ее топологии, структурных связей узловых и линейных элементов, а также взаимосвязи с другими инфраструктурными объектами города. Другими словами, проектируемая коммуникация рассматривается как часть городской инфраструктуры, которая учитывается при планировании и расширения городской среды. Поэтому системный подход к проектированию и строительства коммуникаций предполагает рассмотрение объекта строительства во взаимосвязи с другими объектами городской инфраструктуры. При этом цель проектирования заключается в последовательном переходе от общего к частному, или наоборот.

Инженерные коммуникации как сложная система может быть разделена на узловые и линейные части, представляющие собой элементы инженерной коммуникации, соответствующие следующим критериям:

- подсистемами коммуникации являются функционально зависимыми элементы проектируемой коммуникации, т.е. они взаимосвязаны друг с другом, и обеспечивают передача и распределения целевой продукции;
- каждый узловой или линейный элемент коммуникации имеет свои функции и свойства, не совпадающие с основными функциями и свойствами всей инженерной коммуникации.

Под элементами инженерной коммуникации понимаются узлы и линейные сооружения коммуникации, дальнейшее деление которых невозможно с точки зрения функциональной их целостности.

Таким образом, инженерные коммуникации можно представить, как системы сетевой структуры, включающей в себя узловых и линейных элементов и связей между ними, образующие одно целое. В свою очередь несколько типов коммуникаций, выполняющие разные функции, образуют укрупнению систему, так называемую инженерные коммуникации и сети современного города, включающей в себя разные подсистемы и связи между ними. Такую укрупненную систему сетевых структур современного города можно называть макроструктурой, а детализация инженерных сетей и коммуникаций до уровня отдельных подсистем или элементов - микроструктурой [164, 175, 176, 177].

Понятно, что на практике существуют более укрупненные системы, имеющие сетевой структуры, которые включают в себя рассматриваемой инженерной коммуникации и сети как подсистема. Так, например, инженерные коммуникации городского назначения могут включать в себя, как подсистему, коммуникации отдельного района или микрорайона. В этом случае коммуникация городского назначения рассматривается как надсистема, от которой в значительной степени зависят функции подсистем – коммуникации отдельного района или микрорайона. Другими словами, в этом случае некоторые функции подсистемы может быть определена через надсистему. Городскую инфраструктуру (объектов и зданий) в целом можно рассматривать как «окружающую среду», влияющих на эффективность

функционирования проектируемой коммуникации. Городская инфраструктура описывает взаимосвязи проектируемой коммуникации с существующими объектами социального или производственного назначения, и позволяет строить модели и методы для анализа параметров элементов коммуникации.

Характерным для системного подхода является структурирование проектируемой коммуникации и установление взаимосвязи между узловыми и линейными ее элементами. На практике для решения данной проблемы существуют два подхода моделирования: структурное или функциональное моделирование.

При первом подходе моделирования сетей и коммуникаций выявляются состав и структура элементов коммуникации и связи между ними. Совокупность узловых и линейных элементов и связей между ними характеризуют структуру проектируемой коммуникации. Наиболее общим для описания структур сетей и коммуникаций является их топологическая структура. Такая структура позволяет определить состав и взаимосвязи элементов проектируемой коммуникации, что важно для моделирования их структуры с помощью графов и гиперсетей [82, 178].

Функциональный подход к моделированию коммуникаций является менее общим относительно структурного подхода, но в таком подходе изучаются функциональные особенности инженерных сетей и коммуникаций, алгоритмы их поведения.

Разработка моделей и методов для изучения поведения проектируемой коммуникации в рамках системного подхода производится последовательно, с выделением основных стадий проектирования сетей и коммуникаций, такими как макро-, и микропроектирование [164, 175, 176, 177].

Согласно [164, 175, 176, 177] макропроектирование предполагает построение модели проектируемой коммуникации с учетом влияния

окружающей среды, ресурсных и технических ограничения, критериев выбора и оценки проектного решения.

Микропроектирование представляет из себя выбор конкретного типа моделей и методов для решения проектных задач по проектированию и строительству инженерных и коммуникационных сетей. Другими словами, микропроектирование предполагает построение математической модели и алгоритмов, а также программных систем для оценки параметров элементов проектируемой коммуникации, сложность задач, точность полученных решений.

Таким образом, при проектировании инженерных сетей и коммуникаций на основе системного подхода, вне зависимости от применяемой модели и методов оцени проектного решения, необходимо соблюдать следующие общие принципы [175, 176, 177]:

- последовательность этапов проектирования и построение модели для анализа параметров элементов коммуникации;
- непротиворечивость стоимостных, функциональных и других характеристик проектируемой коммуникации;
- адекватность моделей и методов для анализа коммуникаций, и целостность стадий проектирования.

2.3.2. Коммуникация как взаимодействие отдельных подсистем

Как показывает анализ литературы [50, 51, 52, 58,60, 78], инженерные сети и коммуникации имеют теоретическое описание и модели, основанные на следующих предположениях:

- инженерные сети и коммуникации включают в себя подсистемы двух типов: узловые элементы, в которых возникают потоки и распределяются между потребителями; линейные сооружения, непосредственно осуществляющие транспортировки целевой продукции от источника до потребителей сетевых услуг;

- любая инженерная коммуникация имеет две характеристики: последовательную (расходом, потоком) и параллельную (потерей напора, напряжения), а также выбранным направлением передачи и распределения ресурсов;

- в качестве узловых элементов коммуникации понимаются источники целевой продукции, потребители и некоторые промежуточные точки в виде распределительных пунктов, станций, подстанций;

- линейные сооружения представляют собой протяженные участки коммуникации, последовательно участвующие в передаче и распределении целевой продукции.

Таким образом, все виды инженерных сетей и коммуникаций имеют приемоотправочные пункты и транспортные каналы. Приемоотправочными пунктами инженерных сетей и коммуникаций являются дискретно расположенные узловые элементы, в которых возникают и распределяются потоки, и взаимосвязанные линейными сооружениями определенного назначения (трубопроводы, кабели). В качестве приемоотправочных пунктов коммуникаций различного назначения рассматриваются такие узловые элементы, как железнодорожная станция и разъезды, автовокзалы, подстанции, усилительные пункты, газораспределительные станции и станции перекачки, в которых возникают и распределяются потоки.

Перечисленные выше подсистемы, приемоотправочные пункты и транспортные каналы инженерной коммуникации, и взаимосвязи между ними, с точки зрения системного подхода можно рассматривать как сложную систему имеющую сетевую структуру. Другими словами, взаимосвязь между отдельными подсистемами или элементами проектируемой коммуникации называется ее структурой. В свою очередь текущая структура инженерной коммуникации определяется ее состоянием, соответствующим определенному моменту времени.

2.3.3. Задачи анализа и синтеза инженерных коммуникаций

Задача анализа и синтеза инженерных коммуникаций возникают во многих отраслях человеческой деятельности, начиная от коммунально-бытового обслуживания населения, и заканчивая крупными производственными предприятиями по производству и распределению сетевых услуг. При проектировании и строительстве коммуникаций возникают задачи, связанные с формализацией проблемы в терминах математической модели и выбором адекватных методов решения задач, позволяющие обеспечить приемлемое решение с точки зрения поставленной цели.

Это - сложный технико-экономический процесс, включающий в себя как синтез структуры коммуникаций, так и анализ параметров элементов коммуникации, приводящие к выбору определенного проектного решения. Таким образом, в зависимости от требований к проектируемой коммуникации, задачи оптимизации разделяются на задачи синтеза и анализа.

Синтез структуры инженерных коммуникаций - это проектная процедура, связанная с получением наиболее полного описания проектируемой коммуникации, соответствующей заданным критериям ее функционирования. Таким образом, *задачи синтеза коммуникаций* возникают как при проектировании новой коммуникации, так и при реконструкции и развитии существующих коммуникаций. В большинстве случаев при синтезе коммуникаций считаются заданными месторасположения узловых элементов коммуникации, т.е. они фиксированы на заданной области. А структура проектируемой коммуникации может меняться в процессе принятия решения в зависимости от технико-экономических показателей ее линейной части. В связи с этим в настоящей работе в качестве критерия оптимальности для выбора проектного решения применяются суммарные капиталовложения на строительство и эксплуатации линейных сооружений. На структуру

проектируемой коммуникации могут быть наложены ограничения в зависимости от искусственных и естественных препятствий. Такими препятствиями могут быть высотные здания, существующие коммуникации, объекты производственного назначения, рельеф местности. Таким образом, к отдельным задачам синтеза коммуникаций относятся задачи связанные с выбором топологии коммуникации, выбором состава и места расположения узловых элементов коммуникации (станции, подстанции, распределительные пункты).

Анализ коммуникации – это проектная процедура, связанная с получением информации о свойствах и показателях элементов проектируемой коммуникации по ее описанию. Таким образом, *задача анализа* коммуникаций актуальна для анализа показателей элементов существующей коммуникации. Задачи анализа коммуникаций - это задачи построения оптимального маршрута между заданными парами узлов коммуникации, определения маршрутов заданной транзитности, анализ пропускной способности узловых и линейных элементов коммуникации, задача установления вероятности связности заданных пар узлов коммуникации, оценки параметров элементов коммуникации. Такими параметрами являются показатели надежности и живучести элементов проектируемой коммуникации.

Для решения задач синтеза или анализа по проектированию и строительстве инженерных коммуникаций, их необходимо формализовать на математическом языке с учетом требований и ограничений накладываемые на проектируемой тип коммуникации. Формализация задачи производится или в содержательной или в математической форме, например, в терминах теории графов, или теории гиперсетей. Формализация задачи является наиболее трудоёмким процессом при выборе соответствующего проектного решения, т.к. этот процесс требует не только понимания содержания поставленной задачи, но и выбора адекватной

математической модели объекта. Такие модели и методы рассматриваются и уточняются в следующей главе.

2.4. Краткое резюме о необходимости проведения исследований

Анализ научных публикаций показал, что в существующих моделях и методах практически не учитываются иерархичность проектируемых типов коммуникаций и существующие инфраструктурные объекты, что может очень сильно повлиять на конечный результат.

Для формализации и анализа проектных решений, для описания структурных, функциональных, потоковых и других характеристик проектируемой инженерной коммуникации различного назначения необходимы математические модели и методы оптимизации, а именно: модели и методы теории множеств, математического анализа и вариационного исчисления, теории вероятностей и математической статистики, теории графов и гиперсетей, дискретной и прикладной математики.

Таким образом, актуальность диссертационного исследования обусловлена необходимостью совершенствования математических моделей и методов оптимизации, а также численных алгоритмов, позволяющих использовать программные средства и вычислительную технику для цифровой обработки исходной информации, и принятия проектного решения при проектировании и эксплуатации инженерных коммуникаций различного назначения.

Существующее неудовлетворительное положение в прокладывании инженерных коммуникаций в условиях городской застройки объясняется рядом обстоятельств:

- быстрым ростом масштаба современного города и количество потребителей, появлением новых населенных пунктов, промышленных и торговых зон и т.д.;
 - большим количеством существующих и проектируемых коммуникаций (наземных, надземных и подземных) на территории современного города и перспективы их развития;
 - высокой стоимостью строительства и эксплуатации сетей и ограниченностью инвестиционного ресурса;
 - огромным количеством внештатных непредвиденных условий природного и технического характера, влияющих на ход и сроки строительства и эксплуатации коммуникаций различного назначения;
 - анизотропность среды городской застройки для прокладывания инженерных сетей и коммуникаций;
 - отсутствием моделей и методов оптимизации сетей, учитывающих особенности области размещения, а также существующих инфраструктурных объектов на местности для прокладывания коммуникаций;
 - отсутствием моделей и методов оптимизации сетей, позволяющих учитывать природные и техногенные ограничения местности при прокладке инженерных сетей и коммуникаций различного назначения;
 - отсутствием моделей, учитывающей взаимное расположение различных инженерных сетей как на плоскости, так и в пространстве, прокладываемых в одной трассе;
 - недостаточным развитием теории оптимального проектирования сетей инженерных коммуникаций в условиях насыщенности городской застройки.
- особенностями сложной и высокой анизотропной городской среды с большим количеством существующих или вновь проектируемых инфраструктурных объектов, в том числе инженерных коммуникаций различного назначения;

- необходимостью того, что сети инженерных коммуникаций современных городов должны быть спроектированы и реализованы как единая инженерно-техническая инфраструктура, включающая в себя все надземные, наземные и подземные коммуникации с учетом их развития и расширения.

Кроме того, в ходе исследования выявлены недостатки существующих моделей и методов оптимизации сетей (например, графы, гиперграфы, тензоры, триангуляции, сплайны), главный из которых связан с тем, что существующие модели структурных объектов практически не рассматривают природно-технической системы «земельный участок + инженерная коммуникация» как одно целое. Такой недостаток не позволяет, с одной стороны, обосновать стоимость земельного участка для выбранной конструкции проектируемой коммуникации, а с другой - провести качественную оценку параметров элементов сети для заданного участка земли. Это объясняется тем, что параметры элементов подсистемы «земельный участок» и «инженерная коммуникация» взаимозависимы, т.е. стоимость отвода земельного участка под строительства и земляных работ зависит от вида и назначения проектируемой коммуникации, или наоборот, стоимость строительно-монтажных работ и эксплуатации инженерных коммуникаций зависит от характеристик земельного участка, через который они прокладываются. Это связано с тем, что инженерная коммуникация, будучи отображенной на заданной территории, становится техногенным элементом городской среды, вместе с различными инженерными коммуникациями и сетями, конфигурацией проектируемой коммуникации, отвечающей определенным СНиП, а также требованиям, накладываемым к параметрам проектируемой коммуникации. Поэтому учет сосуществования проектируемой инженерной коммуникации и существующих инфраструктурных объектов современного города является обязательным условием при выборе проектного решения по их строительству и эксплуатации. Таким образом, разработка нового подхода для комплексной

оценки стоимости инфраструктуры инженерной коммуникации, который, в отличие от существующих методов оптимизации, позволяющего рассматривать природно-техническую систему «земельный участок + инженерная коммуникация» как одно целое, является, важной и актуальной.

Таким образом, важным этапом при проектировании и эксплуатации сетей инженерных коммуникаций является анализ существующих или вновь проектируемых коммуникаций и сетей различного назначения, перспективы их развития и расширения. Проведенные на данном этапе работы определяют влияние или не влияние различных инфраструктурных объектов на проектируемой коммуникации в будущем. В связи с этим одной из основных задач в проектировании и эксплуатации сетей инженерных коммуникаций является выявление взаимодействия проектируемой коммуникации с другими инфраструктурными объектами городской среды. Тем самым, построение математической модели местности, учитывающей вид и назначения проектируемой коммуникации, особенности городской среды, а также существующие и вновь проектируемые инфраструктурные объекты, является одной из подзадач в проектировании и эксплуатации инженерных коммуникаций различного назначения.

Таким образом, что в настоящее время не существуют универсальные математические модели и методы, учитывающие особенности городской застройки, все подземные, надземные и наземные коммуникации и их взаимное расположение в пространстве, ресурсные ограничения, а также ограничения на местности для прокладывания сетей инженерных коммуникаций.

Поэтому в настоящей работе поставлена цель разработки более универсальной математической модели и методов оптимизации, а также комплексов программ, учитывающие:

- виды и назначения проектируемых коммуникаций, а также особенности городской среды;

- сосуществования проектируемой коммуникации с другими инфраструктурными объектами городской среды;
- взаимное расположение различных инженерных сетей и коммуникаций как в пространстве, так и на плоскости;
- высотные и другие ограничения реальной местности при прокладке сетей и коммуникаций различного назначения;
- учет технических норм и правил безопасности эксплуатации сетей, предусмотренных в существующих СНиП;
- совместимость или несовместимость различных типов сетей и коммуникаций, прокладываемые в одном коллекторе;
- многокритериальность задач оптимизации сетей и коммуникаций, прокладываемых в условиях городской застройки;
- надежность функционирования будущей коммуникации как мера чувствительность отказам (одиночным) ее элементов;
- сложность задач оптимизации сетей и коммуникаций, а также методы их решения;
- метаэвристики и приближенные вычислительные схемы (методы, алгоритмы), которые позволяют находить решения за приемлемое время;
- применимость к оптимизации проектных решений при проектировании широкого класса инженерных сетей и коммуникаций.

Для достижения поставленной цели нужно решить следующие задачи:

- сравнительный анализ существующих моделей и методов оптимизации сетей и коммуникаций, а также методы решения оптимизационных задач;
- разработка новой математической модели местности, позволяющей учесть, как высотные, так и плановые ограничения прокладывания инженерных коммуникаций и сетей;
- разработка математической модели для структуры инженерных сетей и коммуникаций учитывающей совместного сосуществования область

размещения и проектируемой коммуникации как единый математически объект;

- разработка математической модели и методов оптимизации, учитывающие выбрать наилучшее проектное решение в условиях взаимного расположения инженерных сетей и коммуникаций;

- исследования и анализ классических задач теории гиперсетей и некоторых прикладных задач, возникающих в процессе проектирование и строительства сетей различного назначения;

- разработки моделей и методов оптимизации совмещенного размещения различных инженерных сетей в одном коллекторе, учитывающих технических норм и правила безопасности их строительства;

- разработка методов и алгоритмов для оптимального прокладывания проектируемой коммуникации в условиях городской застройки по различным критериям оптимизации (экономичность, совместимость, надежность);

- разработка комплексов программ для анализа, обработки, и хранения научной информации, а также проведения вычислительного эксперимента;

- проведения численных экспериментов и анализ полученных результатов, а также сравнения с результатами существующих методов оптимизации.

2.5. Заключение по Главе 2

- изучены основные свойства инженерных сетей и коммуникаций, позволяющие установить различия различных инженерных сетей и коммуникаций, а также их общие сходства;

- представлен системный подход к проектированию инженерных сетей и коммуникаций, позволяющий рассмотреть всей городской инфраструктуры как единое целое, с учетом ее подсистем и взаимосвязи между ними;

– изучены задачи анализа и синтеза инженерных сетей и коммуникаций, играющие важную роль в проектировании и эксплуатации инженерной инфраструктуры современного города, которые требуют глубоких знаний в области проектирования и эксплуатации инженерных сетей и коммуникаций, а также системного подхода к решению сложных оптимизационных задач;

– проанализированы различные, противоречивые типы показателей, с помощью которых формулируются и решаются многокритериальные задачи оптимизации, оценивается эффективность получаемых проектных решений.

ГЛАВА 3

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ СЕТЕЙ

3.1. Сравнительный анализ моделей оптимизации

3.1.1. Графовые модели инженерных коммуникаций

Для описания инженерных коммуникаций используют графовые модели, определяемые как пару множеств (вершин и ребер) и отношения между ними [148, 149, 150, 178, 179, 180, 181]. При этом набор точек на плоскости называются вершинами данного графа, а соединяющие их линии – ребрами (в литературе также используется слово «дуга», для ориентированного графа). В большинстве случаев применяются обозначения V (vertex) и E (edge) для обозначения вершин и ребер соответственно. Моделирование инженерных коммуникаций с помощью графов является достаточно сложным, в то же время эффективным способом описания их структуры.

В качестве вершины графа могут быть рассмотрены объекты, в которых возникают и распределяются потоки различного назначения. Такими объектами могут являться источники целевой продукции, потребители и некоторые промежуточные пункты. Так, например, это – источники целевой продукции, населенные пункты, промышленные зоны, ж/д и аэровокзалы, подстанции станции, распределительные пункты, и т.п. объекты, в которых возникают и распределяются потоки различного назначения. Ребрам графа соответствуют линейный физический элемент таких как: газопровод, нефтепровод, водопровод, кабелные линии, участки автодорог, железные дороги, линии электросвязи непосредственно

осуществляющие передачи целевой продукции от источника до потребителей сетевых услуг.

Графы. Пусть известны $X = (x_1, \dots, x_n)$ - множества узловых элементов проектируемой коммуникации, $V = (v_1, \dots, v_m)$ - множества ребер и отношения инцидентности между элементами множеств X и V , т.е. ребро $v \in V$ называется инцидентным $x \in X$, если $x \in I(v)$ и x является концевой вершиной ребра V . Два ребра $v_1, v_2 \in V$ называются смежными если они имеют одну общую вершину, аналогично можно определить смежность две вершины. Тогда пара $G = (X, V)$ называется графом, между элементами которых определены отношения смежности и инцидентности. Вершины графа характеризуют пункты сбора и отдачи некоторого потока, а ребра - линейные сооружения, которые осуществляют транспортировку целевой продукции.

Также мы будем использовать графы с кратными, или параллельными ребрами: в множестве ребер V могут встречаться пары с одинаковыми элементами вида $v_1 = (x, y), v_2 = (x, y), \dots, v_k = (x, y)$, где $v_1, v_2, \dots, v_k \in V$. Такие ребра будем использовать с целью улучшения надёжности функционирования инженерных коммуникаций различного назначения.

Мы не будем использовать пары вида $(x, x) \in X$ – графы с петлями. Графовые модели с кратными ребрами без петель называются мульти графами.

Если направление передачи целевой продукции имеет принципиальное значение, т.е. передача продукции из пункта А в пункт В, не равносильна по передаче потока из пункта В в пункт А, то инженерная коммуникация моделируется ориентированным графом, в котором дуга $(x, y) \in X$ упорядочены из x в y . Граф $\vec{G} = (X, U)$ называется ориентированным, если на множество $X = (x_1, \dots, x_n)$ вершин и дуг $U = (u_1, \dots, u_m)$ определены два отношения полуинцидентности I^+ и I^- . Другими словами, любая

вершина x является началом дуги u , если $I^+(u) = x$, и концом дуги u , если $I^-(u) = x$.

Сети. Если для коммуникации между пунктом А и пунктом В нужно учитывать различные параметры: расстояние от пункта А в пункт В, длина линейного сооружения между этими пунктами, вероятность безаварийного функционирования линейного сооружения между этими пунктами, пропускная способность этого линейного сооружения, стоимость прокладывания линейного сооружения, то каждому элементу графа $G = (X, V)$ сопоставляются численные характеристики вышеотмеченных показателей, называемые весами ветвей или ребер. В таком случае граф называется взвешенным графом или сетью.

Другим словами все необходимые параметры проектируемого сетевого объекта включаются в графовую модель в виде весов ветвей и вершин. Такие веса могут являться как фиксированными, так и случайными. Так, например, при проектировании инженерных коммуникаций их линейные сооружения могут иметь два, а то и больше веса, соответствующие такими параметрами как безопасность и надежность функционирования, экономичность, пропускная способность.

Отметим, что инженерные коммуникации, имеющие одинаковую структуру, имеют различные характеристики. Так, например, различные системы сетевой структуры могут быть представлены в виде одного и того же графа, однако элементы таких сетей могут иметь различаться такими характеристиками, как пропускная способность линий, надежность ее функционирования, экономичность и безопасность строительства.

3.1.2. Линейный граф как модель линейных сооружений

Как отмечено выше, в качестве математической модели для систем имеющие сетевой структуры могут быть использованы графы [148, 149, 178, 179, 180, 181], гиперграфы [99, 154, 182] или гиперсети [80, 82, 98, 183-186].

В зависимости от количества поставщиков и потребителей сетевых услуг инженерные коммуникации могут иметь линейную, древовидную или циклическую структуру.

В качестве математической модели линейных сооружений может быть использован линейный граф. Линейными называют граф вида $G = (V, E)$ в котором

$$\forall v \in V, \quad d(v) = 2$$

где: $d(v)$ – степени вершин $v \in V$, за исключением конечных.

В линейном графе два конечных вершин (вершина-источник и вершина-потребитель) имеющих степени равной 1.

Предположим, что граф $G = (V, E)$, $V = \{v_1, \dots, v_n\}$, $n \geq 2$, является взвешенным, т.е.

$$c_{ij} = \begin{cases} l\{v_i, v_j\}, & \{v_i, v_j\} \in E, \\ \infty, & \{v_i, v_j\} \notin E. \end{cases}$$

и

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \{v_i, v_j\} \in E, \\ 0, & \{v_i, v_j\} \notin E. \end{cases}$$

булева переменная.

Тогда задачу прокладывания линейного сооружения от источника до потребителя можно поставить двумя способами: в заданном взвешенном графе $G = (V, E)$, необходимо построить маршрут $\mu^*(u, v)$ между заданными вершинами $u \in V$ и $v \in V$, для которого:

$$\mu^*(u, v) = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (3.1)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} x_{ij} < n \quad (3.2)$$

$$x_{ij} = \{0, 1\}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n \quad (3.3)$$

Задачу (3.1)-(3.3) можно поставить на языке теории графов: определить минимальный маршрут $\mu'(u, v)$, между заданных пар вершин $u \in V$ и $v \in V$ в графе $G = (V, E)$, т.е. найти:

$$\mu'(u, v) = \min_{u \in V, v \in V} \mu(u, v) \quad (3.4)$$

где: $\mu(u, v)$ – множество всех маршрутов между заданными пар вершин $u \in V$ и $v \in V$.

Задача (3.1)-(3.3) может быть решена точным переборным методом, так называемым симплекс-методом, а задача (3.4) – классическим алгоритмом Дейкстры, за время $O(n^2)$.

Для всестороннего анализа и описания структуры инженерных коммуникаций, обычные графовые модели имеют ограниченные возможности. Для формального описания структуры инженерных коммуникаций графы недостаточно учитывают вложенность проектируемой коммуникации в городскую инфраструктуру, от которой в значительной мере зависят показатели элементов коммуникации.

В связи с этим основной идеологией настоящей работы является разделение структуры инженерных коммуникаций на первичную и вторичную сеть, которые в общем случае описываются графами PN и SN , формальные определения которых будут даны ниже.

Граф первичной сети PN (primary network). Самым важным элементом при проектировании и строительстве сетей инженерных коммуникаций является городская инфраструктура, в которую вкладывается проектируемая коммуникация. Другими словами, городская инфраструктура с некоторыми существующими инженерными коммуникациями и сетевыми объектами образует некоторую среду, в которой вкладывается коммуникация. Эту среду мы будем называть областью размещения элементов проектируемой коммуникации. Эта область служит в качестве опорного элемента для проектируемой коммуникации. Чтобы учесть влияние этой области для показателей элементов будущей коммуникации, необходимо построить дискретный аналог области размещения в виде математической или цифровой модели местности, построенные на основе сеточной технологии. В соответствии с

предлагаемой технологии некоторая сетка (регулярная или нерегулярная) накладывается на область размещения, и каждому ее узлу ставится в соответствие вершина, а каждой дуге - ветви графа $PN = (X, V; P)$, где $X = (x_1, \dots, x_n)$ - множество вершин, а $V = (v_1, \dots, v_m)$ - множество ветвей. Показателям элементов области размещения, от которых зависит эффективность функционирования будущей коммуникации, ставятся в соответствие вершины и ветви графа $PN = (X, V; P)$. Полученный граф относительно структуры проектируемой коммуникации назовем графом первичной сети (primary network).

Граф вторичной сети SN (secondary network). Структуру проектируемой коммуникации без увязки ее к городской инфраструктуре можно моделировать некоторым графом $SN = (Y, R)$, где $Y = (y_1, \dots, y_p)$ - множество узловых элементов, а $R = (r_1, \dots, r_q)$ - множество ребер графа SN . Полученный граф назовем графом для структуры инженерной коммуникации, а если учитывается вложенность проектируемой коммуникации в первичную сеть PN , то он называется графом вторичной сети. В этом случае параметры элементов (вершин и ребер) графа вторичной сети SN характеризуют показатели элементов проектируемой коммуникации, в зависимости от области размещения в которой вложиться коммуникация.

В связи с этим существующие графовые модели как математическая модель, без увязки вторичной сети SN в первичную сеть PN , остаются актуальными для описания структуры проектируемой коммуникации. С другой стороны, графовые модели не учитывают привязанность проектируемой коммуникации в области размещения, т.е. вложенность графа SN в PN , что не позволяет учитывать зависимости параметров элементов проектируемой коммуникации от характеристик области размещения. В связи с этим, чтобы учесть реальные условия проектирования и строительства инженерных коммуникаций различного

назначения, необходимо рассматривать существующие иерархические модели или разрабатывать новые, позволяющие рассматривать проектируемой коммуникации и область размещения как единый объект исследования.

Таким образом, при исследовании объектов сетевой структуры в качестве математической модели используют, как правило, графы или гиперграфы. Данная область имеет долгую историю и досконально изучена. Однако, как сказано в [9] «на практике возникает значительное количество задач, где присутствует множество взаимосвязанных сетей, имеющих иерархическую структуру. При этом сети могут изменяться во времени и воздействовать друг на друга. В таких случаях формулировка и решение задачи в рамках графов и гиперграфов практически не представляются возможным, так как описание задачи будет чрезмерно громоздким и неполным, и мы предлагаем другие модели объектов сетевой структуры с учётом специфики прикладной области».

3.1.3. Процесс построения модели местности в виде графа первичной сети

В данном разделе будет представлен процесс построение модели местности в виде дискретного аналога области размещения на основе метода сеточной аппроксимации в соответствии моей кандидатской диссертацией [225].

Для построения модели местности используется дискретный аналог области размещения, построенный в виде графа первичной сети PN на основе метода сеточной технологии. При этом на практике построение дискретного аналога области размещения можно использовать как регулярны, так и нерегулярные типы сеток. Суть метода сеточной аппроксимации заключается в дискретизации области размещения сеткой заданной конфигурации, последующим сопоставлением ее элементов (узлам и ветвей) численные характеристики (стоимостные, метрические,

высотные и т.п.) области размещения. Данные местности для сопоставления элементам применяемой тип сетки определяются на этапе изыскания области размещения сети инженерных коммуникаций экспертным путем либо в режиме реального времени с использованием различных систем, высотные характеристики местности.

Метод сеточной аппроксимации, для дискретизации области размещения, включает в себя следующие этапы:

- сбор и анализ данных о местности (изыскания территории, на которой намечается строительство коммуникации);
- выбор сетки, для дискретизации области размещения (регулярная или нерегулярная сетка);
- наложение выбранной тип сетки на области размещения, и сопоставление ее элементам численных характеристик области размещения;
- вести расчет по выборы оптимальной трассы на основе полученной модели и провести анализ полученных результатов.

Полученные после дискретизации области размещения модели называют по-разному: дискретный аналог области размещения; цифровая или математическая модель поверхности; сеточная область; итоговая или интегрированная поверхность стоимости; карта стоимости влияющих факторов и т. п. Однако под этими объектами все авторы понимают набор точечных (узлы сетки) и локально-фиксированных линейных объектов (ветви), по которым может быть проложены реальные физические коммуникации.

Области размещения, описываемые дискретными структурами, такими как сетки, графы и гиперграфы, характеризуются удельными строительными затратами вдоль линий соответствующей ветвям применяемой сетки, а также стоимостями размещения узловых элементов сети на соответствующем месте. На практике удельные стоимости земляных и других дополнительных работ сопоставляются на ветвях сетки, которые в

дальнейшем применяются для поиска трасс для прокладывания сетей различного назначения.

В зависимости от значения удельных строительных и дополнительных затрат на единицу длины ветвей сетки, соответствующей дискретному аналогу заданной территории, область размещения бывает либо однородной относительно удельных затрат, либо неоднородной. Если удельные затраты, соответствующие ветвям применяемой тип сетки постоянны для всех ветвей, то такая территория называется однородной, в противном случае она называется неоднородной.

В процессе дискретизации области размещения сеткой заданной конфигурации, важным является правильное сопоставление элементам сетки стоимостные характеристики земляных и других строительных работ, которые приводит к дискретному аналогу области размещения в виде взвешенной расчетной сетки. Более подробно методология построения расчетной сетки заданной конфигурации в виде дискретного аналога области размещения изложена в работе [225].

Для начало покажем, как строиться граф первичной сети для сетей продольный профиль которых не зависит от высотных характеристик местности.

Пусть на некотором участке D местности задано положение объектов Y , которые необходимо связать линейными сооружениями так, чтобы затраты на строительство были минимальны. Пусть положение этих сооружений не зависит от высотных характеристик местности. Для таких сооружений (напорных трубопроводов, линий связи и электропередач) практически не существует ограничений параметров трассы в профиле, важно только преодоление ситуационных препятствий. Для учета природных и ситуационных особенностей данного участка при оптимизации проектных решений будем использовать двумерную сетку на плоскости.

Для этого как показано на рисунке 3.1 рассмотрим прямоугольную область $\Omega = \{(x, y) | a < x < b, c < y < d\}$, содержащую участок земной поверхности D и все его точки.

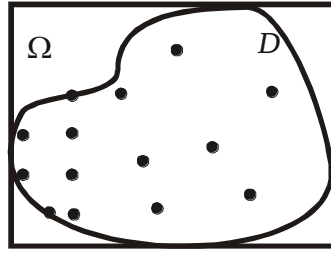


Рисунок 3.1 – Прямоугольная область Ω , содержащая участок D

Для простоты область Ω разбиваем регулярной сеткой $l_x \times l_y$:

$$l_x : a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b,$$

$$l_y : c = y_0 < y_1 < \dots < y_m = d,$$

образованной двумя семействами прямых $x = x_j$ ($j = 0, 1, \dots, n$), параллельных оси Oy , и $y = y_i$ ($i = 0, 1, \dots, m$), параллельных оси Ox , как на рисунке 3.2, которые делят область Ω на прямоугольные ячейки Ω_{ij} , где $\Omega_{ij} = \{(x, y) | x \in (x_j, x_{j+1}), y \in (y_i, y_{i+1})\}$.

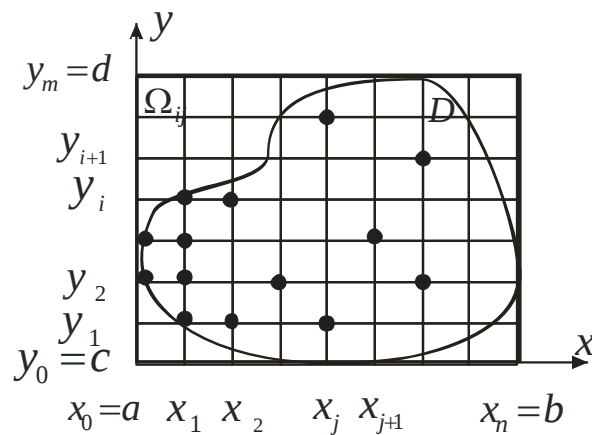


Рисунок 3.2 – Сеточная область Ω на плоскости

Точки пересечения прямых x_j и y_i будем называть узлами сетки и обозначать x_{ij} . Величину $l_x = x_j - x_{j-1}$ ($j = 2, \dots, n$) и $l_y = y_i - y_{i-1}$ ($i = 2, \dots, m$), назовем шагами сетки; квадрат, образованный пересечением прямых $x = x_j$, $x = x_{j-1}$, $y = y_i$, $y = y_{i-1}$, – ячейкой сетки; часть плоскости, покрытую сеткой Ω , – сеточной областью; прямые $y = y_1$ и $y = y_m$ нижней и верхней, а прямые

$x = x_1$ и $x = x_n$ левой и правой границами области. Стороны ячеек назовем ветвями сетки.

В силу регулярности сетки расстояния между узлами (шаг сетки) одинаково, т. е. они равноотстоящие:

$$\begin{aligned} l_x : x_1 - x_0 = \dots = x_n - x_{n-1} = l = \text{const}, \\ l_y : y_1 - y_0 = \dots = y_m - y_{m-1} = l = \text{const}, \end{aligned}$$

тогда $l = l_x = l_y$, и для координаты любого узлового элемента (x_j, y_i) данной сетки имеют место выражения $x_{j+1} = x_j + l = x_0 + (j+1) \cdot l$, $j = 0, 1, \dots, n-1$ и $y_{i+1} = y_i + l = y_0 + (i+1) \cdot l$, $i = 0, 1, \dots, m-1$.

Таким образом, область Ω можно представить в виде регулярной сетки, образованной множеством прямоугольных ячеек $\Omega_{ij} = \{(x, y) | x \in (x_j, x_{j+1}), y \in (y_i, y_{i+1})\}$. Очевидно, что вся сеточная область $\Omega = \bigcup \Omega_{ij}$. Сетка Ω должна быть накрыта на область D таким образом, чтобы объекты из множества Y ($Y \in D$) размещались в некоторых ее узлах. Если это условие невыполнимо, то объекты из множества Y смещаются в ближайший узел сетки Ω .

Будем использовать следующие обозначения: узлы сетки Ω обозначим через $x_{ji} = (x_j, y_i)$, $x_{j+k, i+r} = (x_{j+k}, y_{i+r})$ ($\forall j \neq k, i \neq r : k, r = \{-1; 0; 1\}$). Каждая пара узлов $x_{ji} \in X$ и $x_{j+k, i+r} \in \Gamma(x_{ji})$ представляет собой ветви $v = (x_{ji}, x_{j+k, i+r})$ построенной сетки. Всякая ветвь $v = (x_{ji}, x_{j+k, i+r})$, соединяющая пары точек x_{ji} и $x_{j+k, i+r}$ сетки Ω , характеризуется длиной ρ и весом ψ .

В зависимости от конфигурации применяемой сетки длина ветви $\rho(x_{ji}, x_{j+k, i+r})$ определяется следующим образом:

$$-\rho(x_{ji}, x_{j+k, i+r}) = |x_{j+k} - x_j| + |y_{i+r} - y_i| \text{ для прямоугольной сетки без}$$

диагоналей;

$$-\rho(x_{ji}, x_{j+k, i+r}) = \sqrt{(x_{j+k} - x_j)^2 + (y_{i+r} - y_i)^2} \text{ для прямоугольной сетки с}$$

диагоналями.

Нетрудно заметить, что для линейных сооружений, продольный профиль которых мало зависит от разнообразия форм рельефа (например, для напорных трубопроводов, линий связи, линий электропередач и т. д.) величина $\rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$, характеризующая длину ветви между вершинами x_{ji} и $x_{j+k,i+r}$, удовлетворяет аксиоме метрического пространства, т. е. для всех i, j и k, r ($j \neq k, i \neq r$) выполняются условия:

$$1) \rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) \geq 0 \Rightarrow \rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) = 0, \text{ если } x_{ji} = x_{j+k,i+r};$$

$$2) \rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) = \rho(x_{j+k,i+r}, x_{ji});$$

$$3) \rho(x_{j-1,i-1}, x_{j+k,i+r}) \leq \rho(x_{j-1,i-1}, x_{ji}) + \rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r}).$$

Таким образом, в нашем случае областью Ω является сеточное метрическое пространство заданной размерности, в котором могут быть последовательно размещены структуры соответствующих подсистем, составляющих проектное решение. Следовательно, с помощью сеточного метрического пространства Ω задачи, связанные с поиском оптимального маршрута для прокладки линейных сооружений на неоднородной территории, могут быть сведены к задачам теории гиперсетей.

В зависимости от рассматриваемой ситуации ρ может интерпретироваться по-разному, это может быть продолжительность строительства ветви, ее надежность или безопасность и т. п.

Для комплексной оценки стоимости строительных работ вдоль некоторого участка выбранной трассы каждой ветви $v = (x_{ji}, x_{j+k,i+r})$ ($\forall j \neq r, i \neq k: r, k = \{-1; 0; 1\}$) применяемой сетки Ω присвоим вес, равный

$$Q(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) = a(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) \cdot \rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) \quad (3.5)$$

где $x_{ji} = (x_j, y_i) (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$ – координаты точек пересечения сетки Ω ; $a(v)$ – удельная стоимость строительных работ, зависящая от природных и ситуационных особенностей участка соответствующей ветви $v = (x_{ji}, x_{j+k,i+r})$.

Таким образом, в (3.5) $Q(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$ – стоимость строительных работ на участке соответствующей ветви $v = (x_{ji}, x_{j+k,i+r})$ длиной $\rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$. Запись $Q(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$ и $\rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$ обозначает зависимость величин от координат точек метрического пространства Ω .

Определение. Если $\forall x_{ji}, x_{j+k,i+r} \in \Omega : a(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) = \text{const}$ и $Q(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) = \text{const}$ ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n; j \neq k, i \neq r$), то область D на плоскости xOy называется однородной территорией. В противном случае эта область называется неоднородной территорией (например, городская среда с высокой степенью неоднородности). Сетка Ω , наложенная на однородную область, называется однородной и обозначается через $\Omega_{од}$.

В условиях городской застройки удельные строительные затраты различны в различных точках области D , т.е. значение функции $Q(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$ зависит от координат точек $x_{ji}, x_{j+k,i+r} \in D$. В этом смысле участок $D \in \Omega$ городской среды, на котором предполагается размещение сети, можно считать неоднородным.

Для учета этой неоднородности строится более подробная расчетная сетка, учитывающая сложность области размещения и ситуационные условия заданной территории в локальных участках. Для этого как показано на рисунке 3.3 представим, что заданный участок D разбит на несколько элементарных участков $D_1, \dots, D_\tau$ с примерно одинаковыми условиями прокладывания сетей и коммуникаций, и внутри каждого участка D_l ($l = 1, \dots, \tau$ – количество элементарных участков) создается своя расчетная сетка Ω_l ($l = 1, \dots, \tau$).

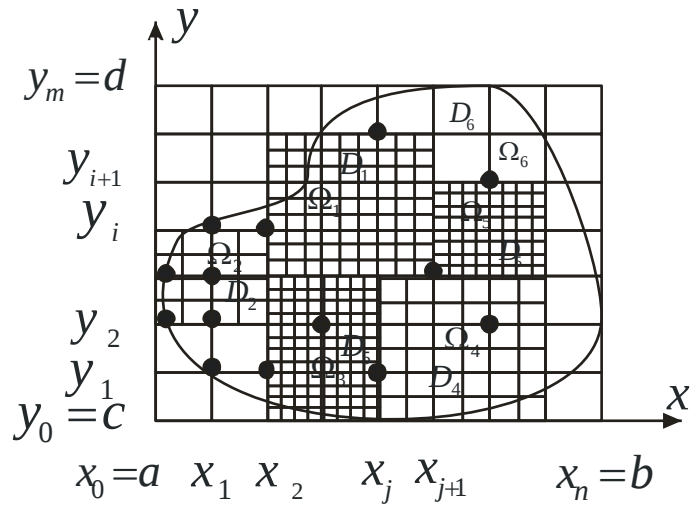


Рисунок 3.3 – Блочная сеточная область Ω

Очевидно, что вся сеточная область $\Omega = \bigcup_{l=1}^{\tau} \Omega_l$. Размеры ячеек отдельной сетки Ω_l обратно пропорциональны объему вычислений в соответствующей подобласти D_l . Действительно, уменьшение размеров ячеек сетки может привести к получению более точного решения и наилучшему приближению к оптимуму в данной области, однако это сопровождается увеличением объема вычислений.

Всякий отрезок $[x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l]$ на блочной сетке $\Omega = \bigcup_{l=1}^{\tau} \Omega_l$, соединяющий пары точек $x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l$ в l -м элементарном участке D_l ($l=1, \dots, \tau$), также характеризуется длиной и весом. Длина $\rho(x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l) \geq 0$ этого отрезка равна суммарной длине элементарных отрезков на l -м элементарном участке D_l ($l=1, \dots, \tau$), на которые его можно разбить:

$$\rho(x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \rho(\tilde{x}_j, \tilde{y}_i)$$

где $\tilde{x}_j$ – точки деления оси x , а $\tilde{y}_i$ – точки деления оси y в l -м элементарном участке D_l ($l=1, \dots, \tau$);

$$\tilde{x}_0 = x_j < \dots < x_{j+k} = \tilde{x}_N, \quad \tilde{x}_j - \tilde{x}_{j-1} = \Delta x_j, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N;$$

$$\tilde{y}_i = y(x_j), \quad \tilde{y}_0 = y_i < \dots < y_{i+r} = \tilde{y}_M, \quad \tilde{y}_i - \tilde{y}_{i-1} = \Delta y_i \quad i = 0, 1, 2, \dots, M.$$

Вес $\psi(x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l)$ отрезка, соединяющего пары точек $x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l$ в l -м элементарном участке D_l ($l=1, \dots, \tau$), равен суммарному весу тех же элементарных отрезков

$$Q(x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M Q(\tilde{x}_j, \tilde{y}_i), \quad (3.6)$$

где $Q(\tilde{x}_j, \tilde{y}_i)$ – целевая функция на (j, i) -м отрезке, принадлежащем l -му элементарному участку D_l ($l=1, \dots, \tau$), определяемая следующим образом:

$$Q(\tilde{x}_j, \tilde{y}_i) = \sum_{l=1}^{\tau} \delta_l \cdot a(v) \cdot \rho(\tilde{x}_j, \tilde{y}_i),$$

где τ – количество элементарных участков, на которые разделена вся область D ; $\delta_l \in R^+$ и $\forall l: \delta_l \geq 1$ – коэффициент стоимостного удорожания, учитывающий специфику условий на l -м элементарном участке D_l ($l=1, \dots, \tau$). Значение коэффициента δ_l ($l=1, \dots, \tau$) должно выбираться в каждом конкретном случае в зависимости от специфики проектируемой коммуникации и области размещения на l -м элементарном участке D_l .

Значение функции $Q(x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l)$ в (3.6), являющейся весом отрезка $[x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l]$, интерпретируется как затраты на строительные работы вдоль этого участка земной поверхности, на котором будут отображены линейные сооружения в виде отрезка $[x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l]$.

Кривая η_{ji}^l на плоскости xOy , соединяющая пару точек $x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l$, вдоль которой строится линейное сооружение, называется *трассой* линейного сооружения на l -м элементарном участке D_l ($l=1, \dots, \tau$). Любой маршрут на плоскости xOy , который может служить трассой или ее частью, назовем допустимым маршрутом.

Тогда задача поиска трассы для прокладки линейных сооружений в условиях городской застройки с высокой степенью неоднородности заключается в поиске допустимого маршрута на блочной сетке $\Omega = \bigcup_{l=1}^{\tau} \Omega_l$

между заданными точками $x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l$ из множества X^l , который определяет минимальное значение приведенных затрат (3.6) на l -м участке D_l ($l = 1, \dots, \tau$). В целом при решении задач оптимизации сетей обычно предполагается, что критерием оптимальности при прокладке линейных сооружений на поверхности земли является $Q(x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l) \rightarrow \min$ для всех точек $x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l \in D_l$ данного l -го элементарного участка D_l ($l = 1, \dots, \tau$).

Наконец, суммарная стоимость строительных работ по всей сеточной области вычисляется по формуле

$$Q(\Omega) = \sum_{l=1}^{\tau} Q(x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l) \quad (3.7)$$

где $x_{ji} = (x_j, y_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$, $j \neq k$, $i \neq r$.

Очевидно, что значение целевой функции $Q(\Omega) \geq 0$ является кусочно-постоянным, в соответствии с этим отрезки минимального веса (оптимальные трассы на земной поверхности), соединяющие заданные точки на этой сетке, являются кусочно-линейными.

Таким образом, блочная сетка $\Omega = \bigcup_{l=1}^{\tau} \Omega_l$, взвешенная выражением (3.7), определяет математическую модель области размещения высокой степенью неоднородности, в которой отображена совокупность точек местности с известными координатами и различными весами ветвей и вершин, предназначенная для аппроксимации местности с характерными для нее различными природными условиями и ситуационными особенностями.

Для сетей и коммуникаций необходимо разработать трехмерную расчетную сетку, в виде трехмерного графа первичной сети.

Пусть даны:

– территория D с минимальным перепадом высот h , некоторыми точками X_0 на нем, которые надо связать такими линейными сооружениями, как самотечные трубопроводы, каналы и т. д. таким образом, чтобы затраты на строительство сети были минимальны;

- карта препятствий, отображающая участки, по которым невозможна прокладка кабельных линий связи;
- карта существующих линейных сооружений для поправки весовых характеристик ребер сети ситуационной трассы.

В данном случае определяющими будут высотные характеристики. Для учета высотных характеристик данного участка и его природных и ситуационных особенностей при построении модели удобно пользоваться трехмерной сеткой в пространстве. Для этого на участке местности выделяется область Ω в виде регулярной горизонтальной сетки, включающей участок $D \in \Omega$ и все его точки, за пределами которого не планируется строительство линейного сооружения. Вводится система координат $Oxyz$, начало которой расположено в одном из углов горизонтальной сетки Ω , оси Ox и Oy направлены по ее сторонам, а ось Oz направлена вверх.

По приведенным выше правилам задаются шаг сетки l_x по оси Ox и шаг l_y по оси Oy . В силу того, что в нашем случае горизонтальная сетка Ω регулярна, шаг сетки по оси Ox и по оси Oy одинаковы, т. е. $l = l_x = l_y$. Далее в пределах регулярной сетки Ω для каждой точки $z = f(x, y)$ аналитически или в виде таблицы задается минимальный перепад высот h моделируемой поверхности (рисунок 3.4, а).

Далее горизонтальную сетку Ω переносим снизу вверх параллельно по оси Oz таким образом, чтобы она касалась всеми точками поля высот $h = f(x, y)$ (рисунок 3.4, б-г). Это подобно тому, как некоторый остров в виде заданной территории постепенно затопляется водой, причем уровень воды последовательно останавливается через промежутки по высоте, равные h_i метров.

В результате получается трехмерная сетка с высотными характеристиками в точках $(x, y) \in D$, которую необходимо соединит линией, на которой белыми кружками обозначены фиктивные узлы

трехмерной сетки неиспользуемые при вычислении метрических и других характеристик проектируемой линии (рисунок 3.4, г).

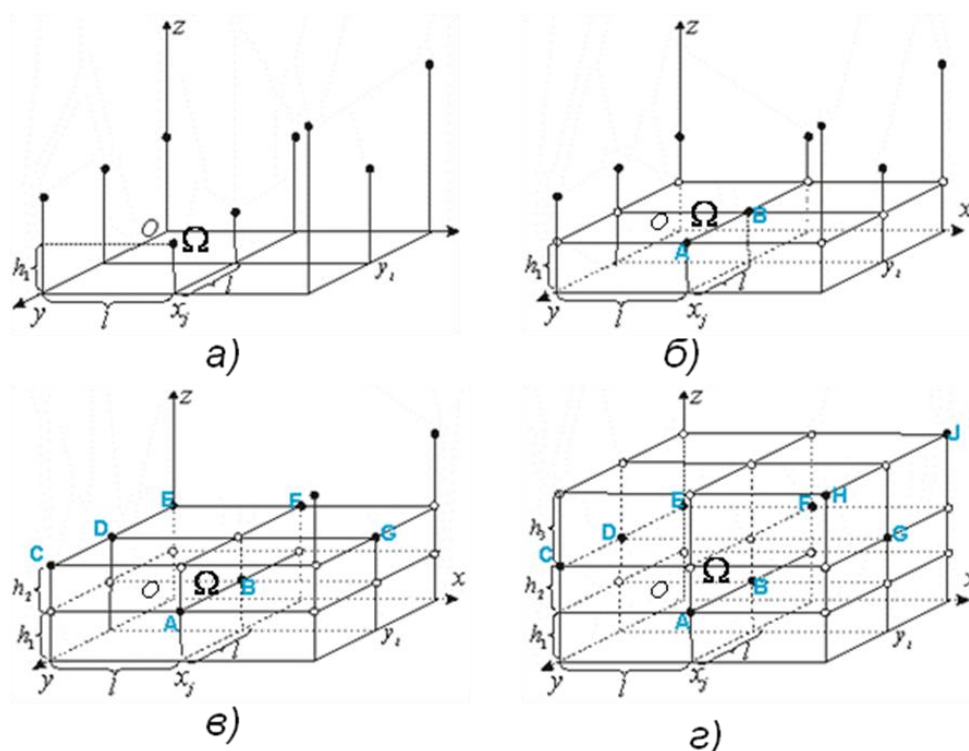


Рисунок 3.4 – Построение трехмерной расчетной сетки

При моделировании городской среды кубом или гиперкубом необходимо строить подробные сложные расчетные сетки, позволяющие добиться необходимой точности аппроксимации. С другой стороны, для минимизации затрат на проведение расчетов желательно, чтобы число расчетных ячеек сетки было как можно меньше. Для достижения компромисса между качеством аппроксимации области размещения на расчетной сетке и количеством расчетных ячеек используется механизм локальной адаптации сетки.

Суть локальной адаптации ячеек расчетной сетки состоит в том, что некоторые ячейки расчетной сетки, удовлетворяющие природным и ситуационным условиям данной территории, делятся на наборы ячеек меньшего размера в соответствии с выбранными критериями. Часть построенных таким образом ячеек могут снова дробиться, если это

необходимо, и т. д. Критерии разбиения ячеек сетки могут быть различными, например:

- разбиение на участках с примерно одинаковыми природными условиями для лучшей аппроксимации всей территории;
- разбиение на области со сложными ситуационными условиями для улучшения аппроксимации ситуационных условий всей территории;
- разбиение в зависимости от поставленной задачи для лучшей аппроксимации решения данной задачи в соответствующих участках и т. д.

При этом структура окончательной адаптированной сетки, построенной таким образом, может быть достаточно сложной и обладать разветвленной внутренней иерархической структурой. Для удобства работы с подобной сложной иерархической структурой используется расчетная сетка с многоблочными структурами (рисунок 3.5).

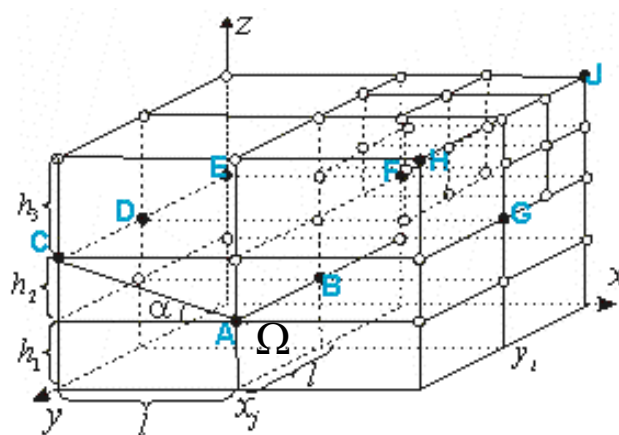


Рисунок 3.5 – Граф первичной сети 3DPN

Чтобы учесть зависимость продольного профиля проектируемой коммуникации от высотных отметок трехмерной среды, введем следующие обозначения [3, 25, 27], характеризующие профильные ограничения на выбор маршрутов прокладывания сетей: α – угол между отрезком в пространстве, соединяющим некоторые пары узлов, и горизонтальной поверхностью Ω ; для различных типов сетей можно ввести следующие дополнительные ограничения: α_{up} – допустимый угол наклона прокладывания сетей из точки с низкой отметкой в точку с высокой отметкой; α_{down} ($\alpha_{down} < 0$) – допустимый угол наклона прокладывания

сетей из точки с высокой отметкой в точку с низкой отметкой; α_{side} – допустимый угол прокладывания сетей горизонтально по склону.

При прокладывании сетей инженерных коммуникаций различного назначения необходимо учитывать выполнение одного из следующих требований:

1. если $\alpha \leq \alpha_{up}$, то выбор трассы с допустимым углом наклона прокладывания сетей из точки с низкой отметки в точку с высокой отметкой разрешен, в противном случае – нет;

2. если $\alpha \geq \alpha_{down}$, то выбор трассы с допустимым углом наклона прокладывания сетей из точки с высокой отметкой в точку с низкой отметкой разрешен, в противном случае – нет;

3. если $\alpha \leq |\alpha_{side}|$, то выбор трассы для прокладывания сетей горизонтально по поверхности земельного участка со склонам разрешен, в противном случае – нет. Понятно, что если земельный участок, на который намечено строительство, имеет склон, то $\{\alpha_{up}, \alpha_{down}, \alpha_{side}\} < 90^\circ$.

Отметим, что в общем случае направление прокладывания сетей не является симметричным, т.е. $\alpha_{up} \neq \alpha_{down}$ и $|\alpha_{side}| < \min(\alpha_{up}; -\alpha_{down})$. Таким образом, в общем случае взвешенный граф первичной сети $PN = (X, V)$ является ориентированным.

Ограничения 1-3 характеризуют безопасность строительства сетей и их эксплуатации. Значения предельно допустимых углов подкладки сетей по выбранному направлению иногда определяются видом и назначением проектируемой коммуникации, а также наличием склона вдоль выбранного направления трассировку.

В зависимости от расположения соединяемых пар точек (одна из которых всегда стартовая, а другая – конечная), метрические характеристики между ними определяется следующим образом:

- $\rho(A, B) = l$, если узлы A и B имеют одинаковые отметки;
- $\rho(A, C) = \sqrt{l^2 + h_2^2}$, если узлы A и C имеют разные отметки;

- $\rho(B, J) = \sqrt{2l^2 + (h_2 + h_3)^2}$, если узлы B и J имеют разные отметки (диагональ с двумя степенями);
- $\rho(D, F) = l\sqrt{2}$, если узлы D и F имеют одинаковые отметки (диагональ);
- $\rho(A, G) = \sqrt{2l^2 + h_2^2}$, если узлы A и G имеют разные отметки (диагональ с одной степенью).

Далее, определяем ориентацию каждой ветви $v \in V$ графа трёхмерной первичной сети $3DPN$ следующим образом:

- если соединяемые пары узлов графа трёхмерной первичной сети $3DPN$ имеют одинаковые отметки ($\alpha = 0$), то соединяющая их ветвь не ориентирована;
 - если соединяемые пары узлов графа трёхмерной первичной сети $3DPN$ имеют разные отметки и верно условие 1 (условие 2), то ветвь ориентирована снизу вверх (сверху вниз);
 - если соединяемые пары узлов графа $3DPN$ имеют одинаковые отметки, то соединяющая их ветвь либо ориентирована, либо отсутствует.
- С учетом этих правил можно перейти из графа трёхмерной первичной сети $3DPN$ в двумерную PN .

В данном случае на граф трёхмерной первичной сети $3DPN$ сопоставляется ориентированный граф, который описывается двумерным графом первичной сети PN . Отметим, что и граф трёхмерной первичной сети $3DPN$, и граф двумерной трёхмерной первичной сети PN являются дискретными аналогами области размещения.

3.2. Гиперсетевые математические модели для структуры сетей

3.2.1. Гиперсетевая математическая модель инженерных коммуникаций

В качестве математической модели для описания структуры транспортных и инженерных систем используют дискретные модели различного назначения: сэндвич-граф и вложенные графы [187, 188], многоуровневые комплексные сети [189, 190], гиперсети [12, 80, 82, 83, 98-100, 122, 137, 183-186, 191, 192, 193, 194, 195-198], а также другие сетевые модели. В нашей работе в качестве математической модели для структуры инженерных сетей и коммуникаций используется иерархическая математическая модель, описываемая на основе двухуровневой гиперсетью.

«Гиперсетевая математическая модель позволяет оперировать иерархичными, многоуровневыми, разнородными сетевыми структурами в рамках единой математической абстракции. При этом упомянутые сэндвич-графы и вложенные графы также могут быть описаны в рамках этой модели и являются частными случаями гиперсети» [9].

В настоящее время достаточно полно развиты методы оптимизации сложных систем на основе модели теории гиперсетей, позволяющие учитывать вложенность исследуемого объекта в какой-либо опорный объект [98-100, 120, 121, 136, 182-185, 190, 191, 192, 193, 195-197]. Такой двухуровневый подход позволяет рассматривать исследуемый объект как вложенные друг в друга подсистемы, благодаря которой удастся сделать адекватную постановку задачи анализа и синтеза этих объектов.

Далее приведем формальные определения различных видов гиперсетей, применяемых для решения различных прикладных задач по оптимизации инженерных коммуникаций. Гиперсетевая математическая модель, в отличие от графовых, позволяет рассматривать вложенность одной структуры в другой, и описывает иерархичность рассматриваемой

коммуникации. Двухуровневая гиперсеть HN (hyper net) определяется следующим образом [82]:

Определение: Гиперсеть $HN = (X, V, R; P, W, F)$ - это иерархический математический объект, состоящий из:

на уровне первичной сети:

$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ — множество вершин;

$V = (v_1, v_2, \dots, v_g)$ - множества ветвей;

$P: V \rightarrow 2^X$ - отображение сопоставляющее каждому элементу $v \in V$ множество $P(v) \subseteq X$ его вершин, определяющее граф первичной сети $PN = (X, V; P)$;

на уровне вторичной сети:

$Y = (y_1, y_2, \dots, y_p)$ - множество узловых элементов коммуникации;

$R = (r_1, r_2, \dots, r_m)$ - множество ребер (линейные сооружения);

$W: r \rightarrow 2^{P(F(r))}$ - функция, сопоставляющая каждому элементу $r \in R$ подмножество $W(r) \subseteq P(F(r))$ его вершин, где $P(F(r))$ - множество вершин PN , инцидентных ветвям $F(r) \subseteq V$, определяющее граф вторичной сети $SN = (Y \subseteq X, R; W)$. На практике SN отражает структуру проектируемой коммуникации.

Тогда отображение $F: R \rightarrow 2^V$ сопоставляющее каждому ребру $r \in R$ графа вторичной сети SN и определенный маршрут из ветвей $v \in V$ в графе первичной сети PN определяет гиперсеть. Таким образом, взаимодействие инженерной коммуникации и области размещения определяется гиперграфом $FS = (V, R; F)$, т.е. ветвь $v \in V$ графа PN инцидентна ребру $r \in R$ тогда и только тогда, когда ребро r проходит по соответствующей ветви v , а вложенность графа SN в PN называется гиперсетью $HN = (PN, SN; F)$.

Предполагаются, что PN и SN - неориентированные.

На следующем рисунке 3.6 граф первичной сети PN представлен в виде решетки, а граф вторичной сети SN - в виде маршрута, вложенного в PN по маршрутам $R = \{(1, 4, 5), (1, 4, 7), (7, 8, 9)\}$.

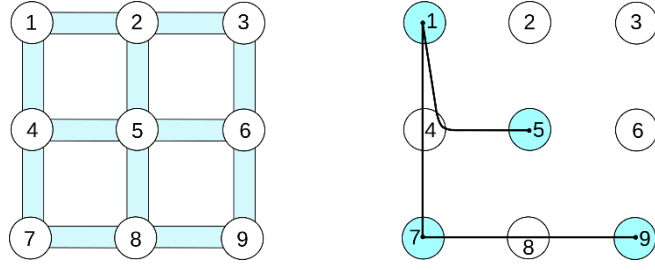


Рисунок 3.6 – Пример гиперсети

3.2.2. Частные случаи двухуровневой гиперсетевой модели

Согласно [82] любая гиперсеть $HN = (X, V, R; P, F, W)$ может быть задана с помощью матриц инцидентности вершин и ветвей $M^{xv}(HN) = [a_{ij}]$, а также ветвей и ребер $M^{vr}(HN) = [b_{jk}]$, $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n; k = 1, \dots, s$ определяемые следующим образом:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } x_i \in P(x_j), \\ 0, \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

и

$$b_{jk} = \begin{cases} 1, \text{ если } v_j \in F(r_k), \\ 0, \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Таким образом, матрица инцидентности M^{xv} определяет граф $PN = (X, V; P)$ перичной сети, а M^{vr} – гиперграф $FS = (V, R; W)$. Отметим, что по матрицам инцидентности M^{xv} и M^{vr} легко можно восстановить структуру вторичной сети $SN = (Y, R; F)$. Однако для решения практических задач удобно задавать ее в виде матрицы инцидентности $M^{xr}(HN) = [c_{ik}]$, определяемой следующим образом:

$$c_{ik} = \begin{cases} 1, \text{ если } x_i \in W(r_k), \\ 0, \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Отметим, что матричные задания гиперсетей удобны для решения некоторых прикладных задач. Например, при решении задач построения корневого дерева, исходящего из заданной вершины $x \in X$ по ребрам $r \in R$ достаточно построить матрицу смежности T_{rv}^x этого дерева, определяемую по формуле булевского умножения матриц:

$$T_{rv}^x = M^{xr} \times M^{rv} \times M^{vx}.$$

Двухуровневая гиперсеть HN , как математическая модель для описания структуры проектируемой коммуникации, является универсальной, так как с ее помощью можно описывать вложенность структуры графа проектируемой коммуникации в структуре графа возможных трасс. Теперь перейдем к описанию важных частных случаев двухуровневой гиперсети.

Существуют различные виды гиперсетей, которые позволяют сформулировать различные прикладные задачи в зависимости от вида и назначения проектируемой коммуникации [82]:

–множество $HN = (X, V, R; P, F, W)$ называется гиперсетью, если

$$\forall v \in V |P(v)| = 2, \quad \forall r \in R |W(r)| = 2,$$

здесь: $\forall r \in R$ множество $F(r) \subseteq V$ составляет маршрут в графе $PN = (X, V)$

Таким образом, первичная PN и вторичная SN сети гиперсети HN являются графами, а F отображает ребра $SN = (Y, R)$ в маршруты графа $PN = (X, V)$;

–пусть заданы графы первичной $PN = (X, V; P)$ и вторичной $SN = (Y, R; W)$ сети. Тогда отображение $F: R \rightarrow 2^V$ определяет гиперсеть $HN = (PN, SN; F)$, если $Y \subseteq X$ и $\forall r \in R \exists \{v\} \subseteq V, W(r) \subseteq P(\{V\}) \& \{v\}$ образуют связную часть в графе первичной сети PN ;

–гиперсеть называется простой, если любой маршрут $F(r)$ является простой цепью;

–гиперсеть называется ориентированной, если ориентированы ветви и ребра. Причем для любого $r \in R$ ориентация ветвей $F(r)$ совпадает с ориентацией r ;

–гиперсеть называется нестационарной $S(\tau) = (X, V, R; P, F, W)$, если ее структура и параметры элементов зависят от времени τ , где $\tau \in [0; T]$ – интервал времени.

Другие виды гиперсетей, применяемые в области проектирование и строительства инженерных коммуникаций различного назначения будут рассмотрены в следующем разделе.

Далее покажем, что в зависимости от способа отображения $F: R \rightarrow 2^V$, т.е. от вида вложения вторичной сети в первичную сеть $SN \rightarrow PN$ возникают различные прикладные задачи в области проектирования и строительства инженерных коммуникаций различного назначения.

3.2.3. Алгебраические способы вложения вторичной сети SN в первичную сеть PN

Далее покажем, что различные виды отображений P, W, F определяют отношения инцидентности между соответствующими элементами графов первичной PN и вторичной сети SN . Таким образом, эти виды отображений в целом характеризуют отношения инцидентности элементов двухуровневой гиперсети HN .

Если каждому элементу $\forall r \in R$ графа SN по некоторому правилу ставится в соответствие единственный маршрут $V' \in V$ в графе PN , то такая операция называется вложением графа SN в граф PN , и обозначим как:

$$F: SN \rightarrow PN$$

Если отображение F ставит в соответствие ребру $r \in R$ графа SN некоторый маршрут $V' \in V$ из графа первичной сети PN , то V' называется образом ребра $r \in R$ графа вторичной сети SN и обозначается как $F(r)$, или

$$r \xrightarrow{F} V'$$

Ребро $r \in R$ графа вторичной сети SN называется прообразом ветви $v \in V$ графа первичной сети PN , а маршрут $V' \in V$ называется образом для ребра $r \in R$, т.е.

$$F^{-1}(V') = \{r: V' \in F(r)\}$$

Если отображение P элементу $v \in V$ графа PN ставит в соответствие пару его вершин $x, y \in X$, то вершины x, y называются образом для ветви $v \in V$, а в свою очередь $v \in V$ для вершины x, y называется прообразом, и обозначаются как $P(r)$

$$P^{-1}(x, y) = \{v: x, y \in P(v)\}$$

Аналогично определяются соответствие (образы и прообразы) между элементами $x, y \in X$ графа SN и его ребер $r \in R$, и обозначаются как

$$W^{-1}(x, y) = \{r: x, y \in W(r)\}$$

У произвольного $v \in V$ из графа PN может не существовать прообраза, а может быть более одного. Если $|R| = |V|$, то отображение называется преобразованием.

Между элементами $r \in R$ графа вторичной сети SN и $v \in V$ графа первичной сети PN можно определить следующие соответствия, которые являются очень важным с точки зрения практической применимости. Другими словами в зависимости от типа отображение $F: R \rightarrow 2^V$ сопоставляющее каждому элементу $r \in R$ определенный элемент $v \in V$ паре графов первичной PN и вторичной SN сети могут соответствовать различные виды гиперсетей (простой двухуровневой, иерархической или структурированной).

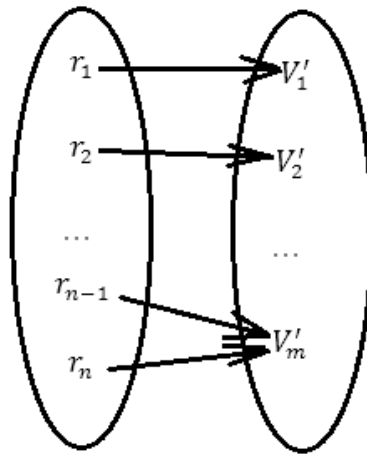


Рисунок 3.7 – Сюръективная гиперсеть

Определение. Отображение $F: R \rightarrow 2^V$ называется сюръективным если каждый маршрут $V' \in V$ графа первичной сети PN является образом хотя бы одного элемента $r \in R$ графа вторичной сети SN , то есть $\forall V' \in V$ графа PN $\exists r \in R$ в графе $SN: V' = F(r)$.

Такой вид гиперсети, представленной на рисунке 3.7 используется, когда рассматривается задача размещения инженерных коммуникаций

различного назначения с учетом их совместимости, прокладываемых по групповым трассам.

Определение. Отображение $F: R \rightarrow 2^V$ называется инъекцией (или вложением, или взаимно однозначным отображением графа SN в граф PN) если разные $r \in R$ графа вторичной сети SN , отображаются в разные маршруты $V' \in V$ в графе PN , т.е. каждый маршрут $V' \in V$ графа первичной сети PN является образом хотя бы одного элемента $r \in R$ графа вторичной сети, то есть $\forall r \in R$ графа $SN \exists V' \in V$ в графе $PN: V' = F(r)$.

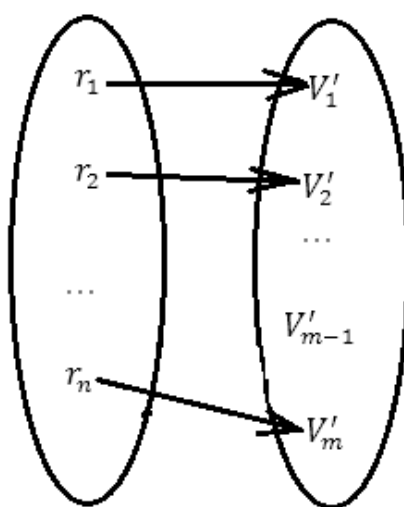


Рисунок 3.8 – Инъективная гиперсеть

Инъективная гиперсеть, представленная на рисунке 3.8 используется, когда рассматривается задача прокладывания инженерных коммуникаций различного назначения с учетом их несовместимости, по независимым трассам.

Определение. Отображение $F: R \rightarrow 2^V$ называется биекцией, если оно одновременно сюръективно и инъективно. Биективное отображение часто еще называют взаимно-однозначным отображением, т.е. $\forall V' \in V$ графа $PS \exists r \in R$ в графе WS и $\forall r \in R$ графа $WS \exists V' \in V$ в графе $PS: V' = F(r)$

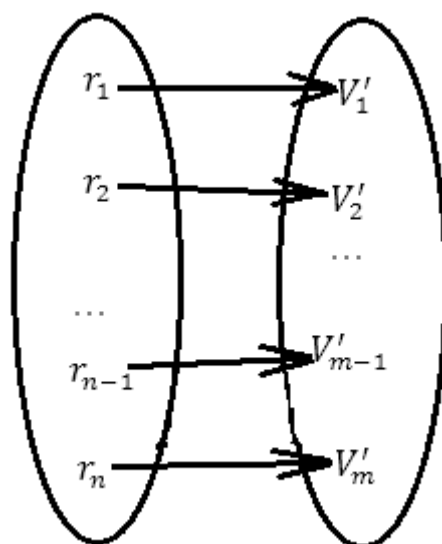


Рисунок 3.9 – Биективная гиперсеть

Биективная гиперсеть, представленной на рисунке 3.9 также как и предыдущего типа гиперсети используется, когда несовместные типы сетей отображаются по независимым, непересекающимся маршрутам.

3.3. Иерархический подход к моделированию инженерных коммуникаций

Анализ моделей и методов оптимизации инженерных коммуникаций различного назначения позволяет разработать соответствующие математические модели для структуры проектируемой коммуникации, которые описывают реальные характеристики и структурные свойства элементов коммуникации. На основе структурных моделей оцениваются технико-экономическая возможность строительства и эксплуатации коммуникаций на заданном участке местности, прогнозируются эффективность и надежность их функционирования, а также разрабатывается техническое задание по проектированию и эксплуатации инженерных коммуникаций различного назначения.

Здесь будет представлен подход, основанный на иерархическом описании структур проектируемых типов сетей.

3.3.1. Двухуровневый подход к моделированию коммуникаций

Для анализа и оптимизации инженерных коммуникаций различного назначения необходимо осуществить их структурного описания. В настоящем разделе представлен анализ моделей и методов оптимизации коммуникаций, позволяющий сформулировать математические задачи анализа и синтеза инженерных коммуникаций различного назначения.

Для описания структуры инженерных коммуникаций в настоящее время наиболее часто используются классические графовые модели, представляющий из себя цепочку "целевая продукция → линейное сооружение → потребители". Структурное описание и учет параметров элементов коммуникаций, позволяет строить соответствующую математическую модель для формализации прикладной проблемы по проектированию и оптимизации инженерных коммуникаций различного назначения.

Однако, с точки зрения теории гиперсетей такой подход к моделированию инженерных коммуникаций, основанный на графовой структуре, не учитывает взаимодействия двух подсистем как «область размещения» и «проектируемая коммуникаций». Другими словами, предложенные авторами [147, 148, 149, 177, 178, 179, 180] модели для описания структуру проектируемой коммуникации, основанные на графовой структуре, не позволяют учитывать зависимости параметров элементов коммуникации от характеристик участка размещения, или наоборот. В частности, существующие теоретические модели не позволяют адекватно оценить технико-экономические характеристики параметров элементов проектируемой коммуникации в зависимости от участка размещения.

Отметим, что с точки зрения предлагаемого подхода инженерные коммуникации существует во взаимодействии с другими

инфраструктурными объектами современного города, т. е. любая сеть в той или иной степени привязана к другим видам коммуникаций и является составной частью городской инфраструктуры. В связи с этим структура инженерной коммуникации, аналогично сетей связи [93, 97, 126, 149], рассматривается как иерархическая система, состоящая из двух подсистем: первичная сеть и вторичная сеть.

Как показано на рисунке 3.10 функционирование любой сети инженерной коммуникации можно представить в виде взаимодействия двух подсистем: линейное сооружение и трасса.

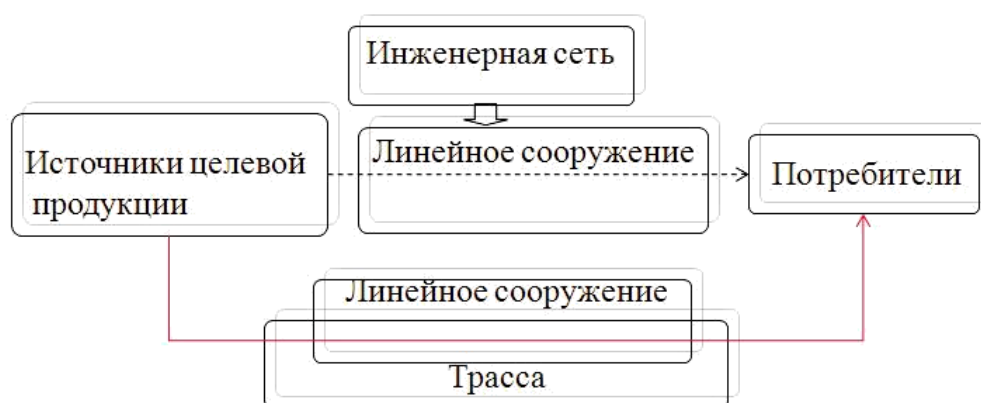


Рисунок 3.10 – Представление сетей

При этом в качестве *первичной сети* (primary network), для структуру проектируемых типов сетей и коммуникаций можно понимать дискретный аналог участка размещения в виде математической или цифровой модели местности, позволяющие выбрать предварительные трассы для прокладывания сетей между фиксированными точками на плоскости, и обозначим ее как PN.

В качестве *вторичной сети* (secondary network) в общей структуре проектируемой коммуникации понимаются линейные сооружения, осуществляющие транспортировку целевого продукта от источника к потребителям, и обозначим ее в дальнейшем как SN.

Под структурой *сети инженерной коммуникации* в общем случае понимается структура всех вторичных сетей, отображаемых в структуре первичной сети. Структурное взаимодействие первичной PN и вторичной

SN сети в самом простом случае можно представить с помощью двухуровневой гиперсети, представленной в предыдущем разделе.

3.3.2. Структурированная модель инженерных коммуникаций

Одной из важнейших задач проектирования и строительства инженерных коммуникаций в условиях современного города является снижение общей протяженности различных типов сетей путем их совмещенной прокладки в групповой трассе.

Групповая трасса – это линейное сооружение (коллектор, траншея и т.п.) по котором прокладываются совместимые типы сетей.

Совместимость инженерных коммуникаций означает, что они нейтральны по механическим и электромагнитным воздействиям друг к другу.

Другими словами, в крупных мегаполисах, с целью экономии финансовых и других потерь, а также эффективного использования подземного или надземного пространства, различные типы коммуникаций не имеющие механическое или электромагнитное воздействие друг на друга приходится прокладывать в единой строительной конструкции, т.н. коллекторы, траншеи, трассы.

В отличие от известных структурных моделей, описывающих иерархические связи между разными уровнями [138, 183, 199, 200, 201, 202, 203, 204] в настоящей работе рассматриваются как вертикальные, так и горизонтальные связи между подклассами разного уровня. Математически данную структуру можно описать на основе модели структурированной гиперсети (*structural hyper net* - SHN).

Пусть известны:

– Графы $G_0=(X^0,V)$, $G_1=(X^1,U^1),...,G_n = (X^n,U^n)$ – соответствующее вторичным сетям различного назначения;

– Корневое дерево $T_0=(Z,R)$ – граф первичной сети задающее групповую трассу,

где: $G_0=T_0$ и $z_i=G_i$ ($0 \leq i \leq n$) а $r_i=(P,F)$ – пара отображений определяющее вложение графов G_i в G_{i-1} ($1 \leq i \leq n$), в котором P – отображение ребер из графа G_i в маршруты в графе G_{i-1} , а F – отображение вершин из графа G_i в вершине графа G_{i-1} .

Как показано в [10] «при отображении вершин из графов G_i ($1 \leq i \leq n$) в вершине x_k^i корневого дерева $T_0=(Z,R)$, несколько вершины $X_k^j = \{x_{k_1}^{j_1}, x_{k_2}^{j_2}, \dots, x_{k_l}^{j_l}\}$ из l графов $\{G_{j_s}\}, s = 1, \dots, l$ могут оказаться инцидентными на этой же вершине, т.е. на X_k^i . Тогда на множество узлов X_k^i корневого дерева $T_0=(Z,R)$ строим граф вида $L^j = \{x_j^i, E\}$, соединяющие пары вершин из множества $x_k^j = \{x_{k_1}^{j_1}, x_{k_2}^{j_2}, \dots, x_{k_l}^{j_l}\}$, где x_j^i – j -я вершина вторичной сети G_i , отображенная в i -й узел X_k^i корневого дерева $T_0=(Z,R)$. Две пары вершин $x_{k_i}^{j_i}$ и $x_{k_s}^{j_s}$ графа $L^j = \{x_j^i, E\}$ называются смежными, если графы G_{j_i} и G_{j_s} взаимосвязаны в вершине x_k^i , т.е. $l(x^{j_i}, x^{j_s})$ ».

Тип связи $\{l(x, y)\}$ может иметь самую различную природу, такими как время переходы из вершины в вершине, нормативное расстояние между заданных пар вершин и т.п.

Таким образом, последовательность отображений из n графов G_i ($0 \leq i \leq n$) в корневое дерево $T_0=(Z,R)$ определяет структурированную гиперсеть:

$$SHN = (Y, V, G(X_i, R_i))$$

Отметим, что на основе матриц смежности и инцидентности $\{M^i = (c_n^k)\}$ для графов G_i ($0 \leq i \leq n$) в структурированной гиперсети, представленных в [83] можно определить гиперсеть точно до изоморфизма или даже с точностью до нумерации вершин и ребер. Структурированная гиперсеть SHN и ее применение более подробно представлены в работах [82, 83, 194].

3.3.3. Иерархическая модель инженерных коммуникаций

Для решения некоторых прикладных задач, возникает необходимость учесть многоуровневость проектируемых типов коммуникаций, с несколькими вложенными (логически или физически) друг в друга иерархическими подсистемами. Так, например, сети электроснабжения разделены на отдельные уровни по напряжению в электросети [53], а сети газоснабжения - по давлениям в трубопроводном транспорте [54]. Таким же принципом разделены на отдельные уровни сети водоснабжения [50, 60], представляющие из себя каналы и водоводы на низком уровне, магистральная водопроводная сеть на втором, сети квартального назначения, на третьем, и общедомовые сети на последнем уровне. Однако согласно [60] разделение на отдельные уровни систем водоснабжения является чисто условной, т.к. в современных городах очень редко производится развязка систем водоснабжения по уровням.

В связи с этим исследование задач оптимизации коммуникаций на основе иерархической модели для описания их многоуровневость является чрезвычайно важным и актуальным с практической точки зрения. Отметим, что существуют определенные взаимосвязи между элементами одного и различных уровней.

В качестве математической модели с несколькими вложенными друг в друга коммуникациями, предлагается использовать модель иерархической гиперсети (*Hierarchical Hyper Net – HHN*).

В соответствии с [45, 82, 196, 197] *HHN* определяется следующим образом:

Пусть известны:

- граф первичной сети $PN = (X, V) \equiv SN_0 = (Y_0, R_0)$;
- несколько вторичных сетей $SN_1 = (Y_1, R_1)$, $SN_2 = (Y_2, R_2), \dots, SN_k = (Y_k, R_k)$.

Тогда последовательность отображений $\{F_i\}$ таких как

$$\{F_i\}: SN_k \xrightarrow{F_k} SN_{k-1} \xrightarrow{F_{k-1}} \dots \xrightarrow{F_2} SN_1 \xrightarrow{F_1} PN$$

определяет иерархическую k -гиперсеть

$$HNN_k = (PN, SN_1, SN_2, \dots, SN_k; F_1, F_2, \dots, F_k),$$

если $Y_k \subseteq Y_{k-1} \subseteq Y_{k-2} \subseteq \dots \subseteq Y_1 \subseteq X$ и $\forall r^i \in R_i \ (i \in (\overline{1, k})) \ \exists \{r^{i-1}\} \subseteq R_{i-1}, W_{i-1}(\{r^{i-1}\}) \& \{r^{i-1}\}$.

Тем самым последовательность отображений $\{F_i\}$ определяет вложенные друг в друга сети SN_i , т. е. $SN_k \subset SN_{k-1} \subset SN_{k-2} \subset \dots \subset SN_2 \subset SN_1 \subset PN$.

Отметим, что в отличие от существующих моделей, представленных в [138, 183, 199, 200, 201, 202, 203, 204], в модели иерархической гиперсети учитываются как вертикальные, так и горизонтальные взаимосвязи элементов, относящиеся различным уровням иерархии.

3.4. Заключение по Главе 3

- предложена иерархическая математическая модель для структуры проектируемых типов коммуникации в виде двухуровневой гиперсети, позволяющей осуществить их вложенность в дискретный аналог области размещения;
- предложена математическая модель для линейных сооружений инженерных сетей и коммуникаций в виде линейного графа, и поставлены задачи прокладывания линейных сооружений в виде задач линейного программирования и теория графов;
- представлены алгебраические способы вложения (отображения) вторичной сети SN в первичную сеть PN , учитывающие различные типы коммуникаций, прокладываемые в общей или независимой трассе, в зависимости от совместимости или несовместимости проектируемых типов сетей;
- проведен анализ моделей для оптимизации инженерных коммуникаций различного назначения, которые описывают реальные

характеристики и структурные свойства проектируемых типов коммуникаций;

- представлены различные типы математических моделей описывающие двухуровневость, иерархичность и структурированность проектируемых типов коммуникаций, прокладываемых в условиях городской застройки;
- исследованы структуры проектируемых типов коммуникаций, предложена математическая модель, учитывающая взаимодействие всех подсистем образующие сетевой инфраструктуры современного города.

ГЛАВА 4

ГИПЕРСЕТЕВОЙ ПОДХОД К ОПТИМИЗАЦИИ ИНЖЕНЕРНЫХ СЕТЕЙ И КОММУНИКАЦИЙ

4.1. Общая методика построения и оптимизации сетей инженерных коммуникаций

4.1.1. Обобщенная постановка задач оптимизации сетей

Отметим, что задачи проектирования и оптимизации сетей инженерных коммуникаций различного назначения в условиях городской застройки возникают при строительстве новых или модернизации существующих сетей с целью обеспечения потребности населенных пунктов, торговых площадок, центров обслуживания заявок.

Известные постановки задачи оптимизации сетей, и подходы к их решению, основываются на общих принципах построения и эксплуатации этих сетей. В частности, для решения сложных проектных задач, заключающихся в анализе и синтезе инженерных сетей и коммуникаций, используется подход разделения задачи на структурную и параметрическую оптимизации. Зачастую процесс анализа связан с инженерным изысканием и предварительной подготовкой исходных данных.

При решении задач структурной оптимизации сетевых структур различного назначения, в настоящее время используются различные методологии и методы, для построения маршрутов на заданной плоскости. В частности, используется методология избыточных схем для оптимизации маршрутов прокладывания сетей автомобильных дорог [115, 236, 237], граф всевозможных трасс, для оптимизации маршрутов прокладывания телекоммуникационных сетей [203, 204], альтернативные деревья и графы [201, 202, 205], тензоры и морфологические таблицы [203, 204], взвешенная

плоскость для проектирования маршрутов проводных сетей электросвязи [165], поверхность накопленной стоимости, для выбора оптимального маршрута прокладывания инженерных сетей [66, 206].

В общем случае, существующие постановки задач оптимизации сетей различного назначения предполагают наличие ограниченной области D – для поиска трассы инженерной коммуникации и отображение линейные сооружения по выбранным трассам, множества фиксированных точек, в виде Y_{source} – источники целевой продукции, $Y_{consumer}$ – потребители сетевых услуг и Y_{some} – промежуточные узлы (распределительные пункты, подстанции, станции и т.п.), осуществляющие отбор и передаче потоков целевой продукции потребителям. Эти точки в совокупности образуют множества точек $Y = Y_{source} \cup Y_{consumer} \cup Y_{some}$ на плоскости D , которые необходимо соединить линейными сооружениями различного назначения, с минимальными приведенными затратам.

Как отмечено выше, приведенные затраты является обобщённым экономическим критерием, учитывающим показатели капитальных вложений в строительстве сетей и эксплуатационные затраты в процессе их функционирования. Тогда задачу структурной оптимизации сетей инженерных коммуникаций по критерию минимума приведенных затрат в общем виде можно сформулировать как выделение подсети на заданной избыточной схеме (графе всевозможных трасс, взвешенной плоскости, поверхность накопленной стоимости), обеспечивающей минимальность затрат на её строительство и эксплуатацию. Если необходимо обеспечить также другие критерии функционирования проектируемой сети, тогда получается многокритериальная задача, с глобальным критерием оптимизации и ограничениями на проектируемой тип сети. Многокритериальная постановка задачи по оптимизации сетей инженерных коммуникаций различного назначения является новой в данной области исследования, и впервые представлена автором в работах [5, 6, 13].

В общем случае содержательно, задача оптимизации сетей инженерных коммуникаций может быть сформулировано следующим образом:

Известны:

- D область размещения на которой намечается строительство сетей;
- узловая часть инженерной сети: Y_{source} – источники целевой продукции и $Y_{consumer}$ – потребители сетевых услуг и места возможного размещения промежуточных узлов Y_{some} (подстанции, станции, распределительные станции и т.п.);
- избыточная схема (граф всевозможных трасс, взвешенная плоскость, поверхность накопленной стоимости);
- спрос на определённый вид сетевой услуги (газ, нефть, вода, энергия, информация), определяющий структуры проектируемой сети;
- Π – приведенные затраты, включающие в себя стоимость строительства и эксплуатации инженерной сети;

Необходимо выбрать:

- место расположение точек Y_{some} на заданной плоскости;
- подсеть на избыточной схеме, соответствующей конфигурацию проектируемой сети, при которой $\Pi \rightarrow \min$;

При ограничениях, накладываемые на проектируемый типов сети:

- сеть должна удовлетворять заданной живучести и надежности;
- однотипные сети должны быть проложены в единой трассе (в одном коллекторе, траншее и т.п.);
- инженерные сети различного назначения не должны пересекаться на одном уровне; если допускается пересечение, то только на разных уровнях;
- несовместимые типы сетей должны быть проложены по независимым маршрутам, т.е. их трассы не должны пересекаться как по плану, так и по профилю и т.п.

Однако, как показывает анализ существующих работ [62, 64, 109, 110, 144, 145, 160, 161, 186, 199, 207, 208, 209-217], в них задачи оптимизации сетей различного назначения решаются без учета, во-первых, многокритериальность задач, во-вторых, иерархичность структуры проектируемых типов сетей. Другими словами, при решении прикладных задач по оптимизации сетей различного назначения необходимо обратить внимание и на другую сторону решаемой задачи, связанной со следующими особенностями прикладной проблемы:

- решение нужно искать не на плоскости, а в пространстве, учитывающем взаимодействие как минимум двух системообразующих объектов (иерархичность сетей), таких как область размещения, со своими технико-экономическими характеристиками, и проектируемая коммуникация, имеющая также свои технико-экономические характеристики в зависимости от выбранной местности;
- при проектировании любой системы, необходимо учесть тот факт, что любая проектируемая коммуникация взаимодействует (сосуществует) существующими или вновь проектируемыми сетями различного назначения, т.е. отображается в инфраструктуры городской среды, и становится ее техногенным элементом;
- при решении задач по оптимизации сетей инженерных коммуникаций необходимо учесть ее многокритериальность, учитывающей ограничений и требования, накладываемые на проектируемой тип сети.

4.1.2. Формальные постановки задач оптимизации коммуникаций

Отметим, что существуют различные постановки задачи о выборе трасс (как дискретные, так и непрерывные) для прокладки коммуникаций различного назначения между заданными парами точек $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$ в трехмерном пространстве $D \subseteq R^3$.

Пусть:

- $\mu_{ij}(x, y, z)$ – произвольный маршрут между заданными парами точек $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$;
- $f(x, y, z)$ – функция, определяющая стоимость строительно-монтажных работ на единицу длины проектируемой коммуникации вдоль маршрута $\mu_{ij}(x, y, z)$, где: $(x, y, z) \in R^3$. В зависимости от принимаемых значений из $(x, y, z) \in R^3$ функция стоимость $f(x, y, z)$ либо дискретная, либо непрерывная.

Определение: Если значение функции стоимость $f(x, y, z)$ определена для всех точек (x, y, z) трехмерного пространства $D \subseteq R^3$, то она является непрерывной, если она определена на отдельных точках (x, y, z) трехмерного пространства $D \subseteq R^3$, то она является дискретной.

В зависимости от вида функции стоимость $f(x, y, z)$, задачи прокладывания маршрута между заданных пар точек $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$ трехмерного пространства $D \subseteq R^3$ делятся на непрерывные или дискретные.

Определение: Кривая (ломаная) μ , связывающая в подпространстве $D \subseteq R^3$ две заданные пары точек $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$, вдоль которой будет прокладывается коммуникация, называется трассой.

В зависимости от вида функции $f(x, y, z)$ маршрут μ может быть либо непрерывным, либо дискретным. Дискретный маршрут μ также может быть представлен в непрерывном виде - как ломаная линия, узлы которой соответствуют некоторым подмножествам вершин графа первичной сети $3DPN = (X, V)$, являющиеся дискретным аналогом трехмерного пространства $D \subseteq R^3$. Таким образом, дискретность маршрута является частным случаем непрерывного.

Далее рассмотрим задачу выбора трассы между точками $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$, в трехмерном подпространстве $D \subseteq R^3$, вдоль которой в дальнейшем прокладывается инженерная коммуникаций.

Непрерывная постановка задачи

Ниже мы приводим общую постановку задачи прокладывания инженерной коммуникации между заданными множествами точек в трехмерном пространстве в непрерывной постановке.

Как известно, длина пространственной кривой $\mu_{ij}(x, y, z)$, заданной системой уравнений $y = y(x)$, $z = z(x)$ и проходящей через точки $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$, равна

$$l(\mu) = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + [y'_x(x)]^2 + [z'_x(x)]^2} dx. \quad (4.1)$$

В нашем случае длина трехмерной кривой $l(\mu)$ равна (тождественна) длине ветви $v \in V$ графа первичной сети PN , т.е.

$$l(\mu) \equiv l(v).$$

Подынтегральное выражение в (4.1) обозначим $dl = \sqrt{1 + [y'_x(x)]^2 + [z'_x(x)]^2} dx$.

Тогда затраты на строительство линейного сооружения (трассы, опор) определяются как

$$c[x, y(x), z(x)] = \int_{x_1}^{x_2} f[x, y(x), z(x)] dl. \quad (4.2)$$

Пусть M_{ij} - множество всех спрямляемых кривых в подпространстве $D \subseteq R^3$, проходящих через точки $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$

Тогда с учетом (4.2), кривая $\mu[x, y(x), z(x)]$, связывающая в подпространстве $D \subseteq R^3$ точки $(x_i, y_i, z_i) \in D, i = 1, 2$ и определяемая из условия

$$\mu[x, y(x), z(x)] = \arg \min_{\mu_{ij}(x, y, z) \in M_{ij}} \int_{x_1}^{x_2} f[x, y(x), z(x)] dl \quad (4.3)$$

называется непрерывной трассой, а

$$C(\mu) = \min_{f_{ij}(x, y, z) \in M_{ij}} \int_{x_1}^{x_2} f[x, y(x), z(x)] dl \quad (4.4)$$

называется ее стоимостью.

Мы полагаем [6], «что длина прокладываемого линейного сооружения (длина ребра $r \in R$) равна суммарному числу ветвей (трасс), инцидентных этому трубопроводу, т.е.

$$l(r) = \sum_{v \in F(r)} l(v).$$

Так как рассматривается непрерывный случай, то длина прокладываемого линейного сооружения равна длине непрерывной трассы», т.е.

$$l(r) = l(v).$$

Тогда стоимость проектируемой коммуникации, прокладываемого вдоль трассы $\mu[x, y(x), z(x)]$, определяется следующим образом:

$$D(\mu) = \min_{f_{ij}(x,y,z) \in M_{ij}} \int_{x_1}^{x_2} g[x, y(x), z(x)] dx \quad (4.5)$$

где: $g(x, y, z)$ - функция удельной стоимости проектируемой коммуникации, зависящая от координаты точек (x, y, z) в трехмерном пространстве $D \subseteq R^3$.

Тогда непрерывная задача может быть сформулирована следующим образом: пусть $\mu(A, B)$ - множества всех возможных маршрутов прокладывания инженерной коммуникации из точки A в точку B , представляющие из себя непрерывные кривые в трехмерном пространстве $D \subseteq R^3$. Тогда задача заключается в поиске такой кривой μ_0 среди всех (4.3), вдоль которой суммарная стоимость (4.4) (стоимость подготовки и строительства линейных сооружений (трасс, опор и т.п.)) и (4.5) (стоимость приобретения и прокладывания инженерной коммуникации) принимает наименьшее значение, т.е.

$$\min_{\mu_0 \in \mu(A, B)} [C(\mu) + D(\mu)] = \int_A^B [f(x, y(x), z(x)) + g(x, y(x), z(x))] d\mu \quad (4.6)$$

Непрерывная задача в виде (4.6) позволяет ее решить методами вариационного исчисления [218, 219, 220, 221, 222].

Дискретная постановка задачи

Пусть заданы графы первичной PN (дискретный аналог трехмерного пространства) и вторичной сети SN (предполагаемая структура проектируемой коммуникации) некоторой гиперсети HN . В дискретной постановке задача выбора трассы для прокладки коммуникаций из пункта $A(x_1, y_1, z_1)$ в пункт $B(x_2, y_2, z_2)$ заключается в выборе маршрута в трехмерном пространстве $D \subseteq R^3$, имеющего минимальную стоимость μ_{AB} среди всех маршрутов $\mu(A, B)$ между заданными парами вершин $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$ на графе первичной сети PN , и отображения ребер (линейных сооружений) $r \in R$ графа вторичной сети SN по выбранным маршрутам в PN . Т.е., требуется найти

$$F: R \rightarrow 2^V \quad (4.7)$$

для которого

$$Q(SN) = \min_{\mu(A, B)} \left(\sum_{(i, j) \in \mu_{AB}} (c_{ij} + d_{ij}) \cdot \rho(r) \right) \quad (4.8)$$

где: $\mu(A, B)$ – множество всех возможных маршрутов из $A(x_1, y_1, z_1)$ в $B(x_2, y_2, z_2)$;

μ_{AB} – маршрут, обеспечивающий минимум стоимости перехода из $A(x_1, y_1, z_1)$ в $B(x_2, y_2, z_2)$;

c_{ij} – стоимость перехода из i в j , определяющих звено маршрута μ_{AB} на графе первичной сети PN , т.е. $(i, j) \in \mu_{AB}$;

d_{ij} – удельная стоимость ребер $r \in R$ (линейного сооружения) графа вторичной сети SN из пункта i в j ;

$\rho(r)$ – метрическое расстояние между смежными узлами на графе первичной сети.

Отметим, что использование дискретной математической модели (4.7)-(4.8) для выбора маршрутов прокладки коммуникаций более целесообразно с точки зрения сложности и реализации вычислительного алгоритма, поскольку на практике число возможных вариантов трасс для прокладки

сетей является конечным. В связи с этим в настоящей работе исследование задач о выборе трасс для прокладки сетей и коммуникаций было проведено в рамках моделей теории графов и гиперсетей.

4.1.3. Иерархический подход к проектированию и строительство сетей

Как предложено в [10] «инженерная инфраструктура современных городов представляет собой весьма сложную иерархическую систему, создание которой предполагает структуризацию процесса проектирования на отдельные подсистемы с учетом перспективы их развития и реконструкции. При проектировании коммуникаций должны учитываться технические возможности и экономическая целесообразность их построения на соответствующем месте, от которых зависит эффективность функционирования предполагаемой коммуникации».

При моделировании и оптимизации структур проектируемой коммуникации нужно учитывать вложенность одной структуры в другую, в виде первичной PN и вторичной SN сети некоторой гиперсети NN , которые описывают особенности области размещения и проектируемой коммуникации.

В общем случае задача должна решаться с учетом следующих особенностей проектируемой коммуникации и области размещения:

- на уровне первичной сети должны учитываться особенности область размещения в виде запрещенные зоны и высотные ограничения местности;
- на уровне вторичной сети должен учитываться зависимости параметров элементов проектируемой коммуникации от характеристик участка размещения, через который предполагается проложить коммуникации.

При этом каждый уровень, сгруппированный по определенному признаку, должен иметь свою структурную модель. Другими словами,

задачу, поставленную в общей форме, нужно решать с учетом факторов, влияющих на выбор направления прокладывания инженерных коммуникаций. Таким образом, структура проектируемой коммуникации представляет из себя иерархическую структуру, образованную из различных подсистем, соответствующие определенные технические или проектные решения.

Таким образом, возникает необходимость построения математической или цифровой модели местности в виде дискретного аналога области размещения на основе метода сеточной аппроксимации. Дискретизация области размещения позволяет формализовать задачу построения инженерных сетей и коммуникаций на заданной территории на основе моделей и методов теории графов и гиперсетей.

Как отмечено выше изначально задается некоторая поверхность в трехмерном пространстве с фиксированными точками на ней [67, 73, 142, 114]. Эту плоскость обозначим через P , а фиксированные точки на этой плоскости - $Y = Y_{source} \cup Y_{consumer} \cup Y_{some}$. Поверхность P в пространстве представляет из себя образ участка размещения сетей, а фиксированные точки на ней Y - источники и потребители целевой продукции, а также промежуточные точки их распределения. Проекция заданной поверхности P на горизонтальную плоскость проекций xOy определяет некоторую двумерную область D , на которой предполагается строить сети инженерной коммуникации. В свою очередь дискретный аналог области D описывается графом первичной сети PN некоторой гиперсети HN , учитывающей все природные и ситуационные особенности, а также существующие коммуникации городской среды D .

Таким образом, при проектировании и строительстве инженерных сетей и коммуникаций, важным является построение дискретного аналога области размещения D в «виде графа первичной сети PN некоторой гиперсети HN , т. е. дискретизация области D (соответственно поверхности P) с помощью сетки определенной конфигурации, представляемой в виде

графа первичной сети PN некоторой гиперсети HN » [30]. В свою очередь, граф первичной сети PN может быть разбит на несколько подграфов, такими как граф кадастровых ограничений PNC (primary network cadaster), привязанный к кадастровой карте местности с запретными зонами (военные объекты, промышленные зоны, социальные объекты, частный сектор и т.п.) для прокладывания сетей и граф высотных ограничений PNR (primary network relief) привязанный к геоданным (высотным или рельефным ограничениям) участка размещения, находящимся в открытом доступе (например: GTOPO, ETOPO, ASTER, NED), а также граф сетки PNG (primary network grid), соответствующий дискретному аналогу области размещения D . Таким образом, граф первичной сети PN представляет из себя интегрированную модель местности, включающий в себя три подграфа, которые последовательно отображаются друг в друга сверху вниз в порядке убывания в иерархии. В результате получается подробная математическая модель местности, включающей в себя все ограничения и требования, накладываемые на проектируемой тип сети. На последнем этапе принятия проектного решения предполагаемая конфигурация инженерной коммуникаций, моделируемой графом вторичной сети SN , отображается по соответствующим маршрутам на графе первичной сети PN с учетом требований и ограничений, исходящие из реальных условий прокладывания сетей и коммуникаций. Процесс принятия проектного решения в целом моделируется иерархической гиперсетью, которая описывает иерархичности проектируемых типов сетей.

В настоящее время для автоматизации процесса принятия решений на основе различных математических моделей и методов оптимизации создаются [10] «различные специализированные геоинформационные системы (ГИС) [61, 65, 118, 128, 130, 131, 132, 133, 208, 206, 223], позволяющие оценить проектную стоимость коммуникаций до начала строительно-монтажных работ и учесть пространственное расположение различных инженерных сетей, их многоуровневость и взаимодействие».

Предлагаемая мною гиперсетевой подход к оптимизации сетей и коммуникаций, в частности, может служить математической основой для создания специализированных ГИС-технологий для организации инженерной инфраструктуры современного города [10].

4.2. Гиперсетевой подход к моделированию и оптимизации коммуникаций

Как отмечено выше, при проектировании и строительстве сетей инженерных коммуникаций, необходимо учесть иерархичность структуры проектируемой сети. В связи с этим предлагается разделить [3] «структуры проектируемой сети на первичную PN и вторичную SN сеть некоторой гиперсети HN ». При этом дискретный аналог области размещения моделируется графом первичной сети PN , конфигурация проектируемой сети - графом вторичной сети SN , а вложенность инженерной сети в первичную сеть – гиперсетью HN .

Как сказано выше при проектировании маршрутов прокладывания инженерных сетей и коммуникаций на плоскости (на заданной области) используются различные дискретные модели оптимизации такие как, избыточная схема, граф всевозможных трасс, взвешенная плоскость, поверхность накопленной стоимости и т.п. Все эти модели являются некими аналогами области размещения, на которой намечено строительство сетей и коммуникаций, дискретизированные сетками различной конфигурации, в зависимости от вида и назначения проектируемой коммуникации и сложности поставленной задачи. Сеточная технология для проектирования маршрутов прокладывания сетей инженерных коммуникаций изложена в [225]. Здесь мы приведем некоторые важные моменты применения метода сеточной аппроксимации для дискретизации области размещения коммуникаций, в виде графа первичной сети PN некоторой гиперсети HN .

Для каждого участка $v = (x_{ji}, x_{j+k, i+r})$ ($\forall j \neq r, i \neq k: r, k = \{-1; 0; 1\}$) стоимость отвода земли и земляных работ по подготовке трасс для прокладывания коммуникаций, равна

$$\varphi(x_{ji}, x_{j+k, i+r}) = (a(v) + \gamma_1 b(v))\rho(v), \quad (4.9)$$

где: γ_1 - коэффициент приведения для стоимость земляных работ по подготовке и строительство трассы. Отметим, что стоимость ветви $\varphi(x_{ji}, x_{j+k, i+r})$ образуется из удельных стоимостей земельного участка $a(v)$ - аренда, выкуп, налоги, и земляных работ $b(v)$ - освобождение места под траншею и разрушение улиц, разрытие траншеи, восстановление улиц и другие.

4.2.1. Построение графа первичной сети PN для местности с запретными зонами

Отметим, что на выбор трассы для прокладывания сетей инженерных коммуникаций кроме высотных, повлияют и ситуационные ограничения в виде запретные зоны. В качестве областей запрета могут выступать природные участки, непроходимые для прокладывания коммуникаций: овраги, водоемы, заболоченные или лесистые участки. Кроме того, это могут быть участки социального и сельскохозяйственного назначения: существующие коммуникации, территории промышленных предприятий, населенные пункты, территории оборонных объектов, заповедные зоны или военные объекты.

Чтобы учесть запретные зоны при построении модели местности в виде графа первичной сети PN исключаются из участков размещения Ω объекты социального и производственного назначения, военные объекты, а также существующие коммуникации, несовместимые с проектируемой и т.п. Для этого используем обозначения $\Omega_s, s = 1, 2, \dots, S$ - область запрета, где: $\Omega_s \subset \Omega; \Omega_s \cup_{s \neq q} \Omega_q = \varphi, \forall s, q = 1, 2, \dots, S$.

Обозначим через $\mu = x_{ji}v_{ji}x_{j+1,i+1}\dots x_{j-n,i-m}v_{j-n,i-m}x_{j+n,i+m}$ маршрут, соединяющий соответствующие пары узлов на взвешенном графе первичной сети $PN = (X, V)$, в котором $j = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, m$ - номера вершин (или ребер) графа PN , входящих в маршрут. Тогда прокладывание сетей инженерных коммуникаций в заданной территории должно осуществляться с учётом следующих ограничений:

1. $\mu \subset \Omega, \forall j \neq k, i \neq r: k, r = \{-1; 0; 1\}$ - проектируемая трасса должна находиться в исследуемой области;

2. $\mu \not\subset \Omega_s, \forall j \neq k, i \neq r: k, r = \{-1; 0; 1\}$ и $\forall s$ - проектируемая трасса не должна проходить через области запрета.

Ограничение 2 означает, что узловые элементы $X'_\Delta \subset X_\Delta$ применяемой сетки $\Delta_x \times \Delta_y$, попавшие в какую-либо из областей $\Omega_s, s = 1, 2, \dots, S$, удаляются вместе с ветвями, инцидентными с этими узлами X'_Δ .

Это означает, что для выбранного ребра $r \in R$ - удаление всех таких ветвей $V'_\Delta \subset V_\Delta$, или присвоение значению функции (4.9) вес равный бесконечности, т.е. $\varphi(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) = \infty$. Таким образом, удаление ветвей $V'_\Delta \subset V_\Delta$ с бесконечными весами из сетки $\Delta_x \times \Delta_y$ приведет к «плоскости с «запретами», учитывающими ограничения технико-экономического характера для выбора маршрутов прокладывания сетей инженерных коммуникаций, как по плану, так и по профилю. Другими словами, предложенная технология построения модели области размещения в виде взвешенного графа первичной сети $PN = (X, V)$, где $X = X_\Delta \setminus X'_\Delta; V = V_\Delta \setminus V'_\Delta$ и $X \subseteq X_\Delta, V \subseteq V_\Delta$, основанная на методе сеточной аппроксимации, позволяет проектировать маршруты (трассы) для прокладывания сетей инженерных коммуникаций в зависимости от особенности области размещения, и вида и назначения проектируемой сети.

Таким образом, в общем случае задача поиска маршрутов прокладывания сетей различного назначения (задачи трассирования) на заданной плоскости ставится следующим образом: найти маршрут μ или

$F^*(r)$ (на взвешенном графе первичной сети PN удовлетворяющий минимальность затрат на подготовку и строительства трассы:

$$\left\{ \sum_{\forall x_{ij}, x_{j+k, i+r} \in \mu} \varphi(x_{ij}, x_{j+k, i+r}) \right\} \rightarrow \min$$

при ограничениях 1-2, представленных выше. Тогда задача выбора маршрутов прокладывания сетей инженерных коммуникаций, без учета вложенность конфигурации проектируемой сети в выбранные маршруты, может быть решена классическими методами теории графов, такими как алгоритм Дейкстры, алгоритм Флойда, алгоритм Форда-Беллмана и т.д.

4.2.2. Автоматизация построения графа первичной сети PN на основе метода эволюционного синтеза

В нашей совместной работе [40] представлена задача построения графа первичной сети по заданному критерию. В качестве критерия оптимальности оптимизационная задача построения был взят диаметр регулярных графов.

Графы имеющие регулярные структуру применяются как структурная модель и служить как основа микромира, такие как нейронные и оптические сети. Их можно применить и в качестве структурной модели макромира, например, для дискретизации области прокладывания инженерных сетей и коммуникаций.

Для этого введем новый тип структурной модели области размещения, так называемый циркулянтный граф первичной сети (Cycle Primary Network) CPN . Для определения гиперциркулянтного графа первичной сети PN используем следующие обозначения: $s_1, s_1, \dots, s_n, N$ - последовательность целых неотрицательных чисел, в котором $1 \leq s_1 < s_1 < \dots < s_n < N$ и $S = \{s_1, s_1, \dots, s_n\}$. Граф первичной сети $CPN = (N; S)$ состоящий из $V = \{0, 1, \dots, N - 1\}$ вершин и $E = \{(i, j): |i - j| \equiv$

$s_m(mod N), m = 1, \dots, n\}$ ребер называется циркулянтным графом первичной сети CPN , в котором S – образующие, n – размерность, N – порядок циркулянтного графа первичной сети.

Пусть $G=(V,E)$ – произвольный связный граф. Тогда величина $d(G)=\max_{u,v \in V} d(i,j)$ является конечной и называется *диаметром* графа G , в котором $d(i,j)$ – длина маршрута, соответствующей простой цепи наименьшей длины. Этот параметр связывает смежные вершины u и v в графе G , и определяется как $d(i,j) = \min_{i,j \in V} \mu(i,j)$. В свою очередь величина, определяемая как

$$d_{av}(G) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i,j \in V, i \neq j} d(i,j)$$

называется средним диаметром графа G порядка N .

Далее определим гиперциркулянтный граф первичной сети (Hyper Cycle Primary Network) $HCPN$. Пусть множество вершин $V = \{0,1, \dots, N-1\}$ гиперциркулянтного графа первичной сети $HCPN$ разбито на классы эквивалентности $k \leq N$, т.е. $V_i = \{a | a \in V, a \equiv i(mod k)\}$, в котором $i = 0,1, \dots, k-1$ и k – делитель N .

Пусть множество отметок ребер графа $HCPN$ образует последовательность натуральных чисел, такие как $L = \{l_{im}\}$, $1 \leq l_{im} < N, i = 0, \dots, k-1, m = 1, \dots, v$, где v – степень данного графа. Тогда множества ребер графа $HCPN$ определяется как $E = \{(i,j): u \equiv i(mod k), i - j \equiv l_{im}(mod N), l_{im} \in L, m = 1, \dots, v\}$. Полученный гиперциркулянтный граф первичной сети обозначим через $HCPN(N, v, L, k)$ или $HCPN(N, v, \{l_{im}\}, k)$.

Нетрудно заметить, что $\forall (i,j) \in E$ с отметкой $l \in L$ существует ребро из множества E с отметкой $l^* = N-1$. Если из множества L удалим одно ребро из каждой пары ребер, то получим минимально необходимое множество отметок – L^* . Для примера для гиперциркулянтной сети графа

первичной сети $HCPN(50, 6, L, 2)$: $L = \{1, 49, 19, 31, 14, 36; 1, 49, 19, 31, 22, 28\}$ и $L^* = \{1, 19, 14; 1, 19, 22\}$. Примеры циркулянтных CPN и гиперциркулянтных $HCPN$ графов с двумя классами - четных и нечетных вершин представлены на рисунке 4.1.:

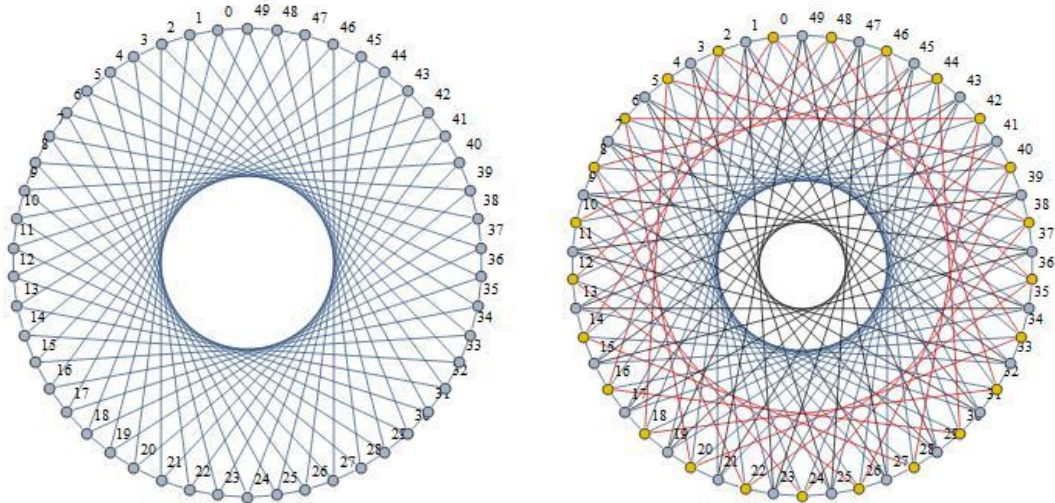


Рисунок 4.1 – Граф $CPN(50; 1, 19)$ и граф $HCPN(50, 6, \{1, 19, 14; 1, 19, 22\}, 2)$

Нетрудно заметить, что гиперциркулянтные графы первичных сетей $HCPN$ являются подклассом более общего класса $R_s(N, v)$ графов.

Далее рассмотрим задачу построения оптимальных гиперциркулянтных графов первичных сетей $HCPN$ по критерию минимума диаметра (среднего диаметра). Отметим, что при заданном количестве классов эквивалентности $k > 1$, уменьшение диаметра графа $HCPN$ достигается за счет снижения степени его регулярности.

Для построения графа гиперциркулянтной первичной сети $HCPN(N, v, \{l_{im}\}, k)$ с минимальным диаметром, используется циркулянтный граф $CPN = (N; S)$ со степенью вершин $p = 2n < v$, в котором N - число вершин, n - размерность циркулянтного графа, S - образующие циркулянтного графа, используемые как подмножество образующих графа $HCPN(N, v, \{l_{im}\}, k)$. Чтобы строить остальные $v - p$ образующие, с минимальными диаметрами (средними диаметрами) будем использовать идеи эволюционного синтеза. Построение

гиперциркулянтного графа первичной сети *HCPN* со степенью 6, построенной описанным методом на основе графа циркулянтной сети *CPN* степени 4, представлено на рисунке 4.1.

Эволюционный подход к синтезу оптимальных CPN и HCPN

Эволюционный синтез в данном случае основывается на посторении начального решения в виде циркулянтных графов *CPN* меньшей размерности и его улучшения на основе генетического алгоритма. Идея предлагаемого алгоритма заключается в эволюционном преобразовании над множествами всевозможных решений, основанных на естественном отборе по принципу выживает «сильнейший». В данном случае всевозможными решениями (особами) являются графы с наименьшими средними диаметрами. Другими словами, целевая функция или функция пригодности F оценивается по критерию минимальности среднего диаметра полученных графов. Множество циркулянтных графов *CPN* со степенью ν , множеством образующих S и порядком N называются особями. Такие графы (индивиды) в алгоритме представляются натуральными числами в виде строк. Подмножество образующих, полученных из исходного (оптимального) циркулянтного графа, не изменяется, и поиск ведется только для недостающих до заданной степени образующих. Для начала формируется начальная популяция. На основе начальной популяции случайным образом генерируется особи, среди них выбираются обеспечивающие максимум или минимум значения целевой функции в зависимости от поставленной задачи. На следующем этапе с помощью генетического алгоритма создаются популяции нового поколения. При работе генетического алгоритма используются такие операторы как отбор, мутация и кроссинговер.

Из текущей популяции случайным образом выбираются особи с вероятностью $p_{mut} \in [0,1]$ и относительно к ним применяется оператор мутации. Из набора допустимых популяций случайно выбираются параметры хромосомы и применяется оператор мутация для изменения их значения. К случайно выбранным особям с вероятностью $p_{cros} \in [0,1]$,

применяется оператор кроссинговера. Суть данного оператора заключается в генерации двух новых особей путем обмена частями хромосом родителей. Далее случайным образом генерирует параметры хромосомы для получения нового элемента. Это увеличивает разнообразие популяции. Далее оператор отбора выбирает лучшую особь по принципу выживает «сильнейший», наиболее приспособленных к «жизни». Приспособленность особей оценивается минимальностью значения целевой функции F .

Работа генетического алгоритма для вычисления экстремума целевой функции F является итеративным процессом и выполняется в следующих этапах.

Первая итерация: генерация начальной популяции. Все особи в популяции генерируются с помощью оператора new element, все неподходящие особи проверяются и отбрасываются. Далее производится выбор особи, обеспечивающей наилучшее решение на текущей итерации для сохранения массиве best.

Промежуточная итерация: с помощью операций генетического алгоритма отбор, мутация, кроссинговер и добавления новых элементов генерируется новое поколение особей. На основе полученного поколения вычисляются значения целевой функции и сравниваются со значениями целевых функций полученные на основе особей массива best. Если для i -й итерации значение целевой функции лучше, чем полученного значения элементами best $[i]$, то новый элемент заменяет i -й элемент массива best. Тем самым обновляются элементы массива best.

Последняя итерация (критерий останова): итерация завершается после выполнения заданного количества шагов или нахождения оптимального значения целевой функции F .

Экспериментальные результаты

Построение оптимальных гиперциркулянтных графов первичной сети *HCPN* по критерию минимальность диаметра (среднего диаметра) было реализовано на основе генетического алгоритма (эволюционного синтеза)

со следующими параметрами: максимальное число итераций составляло 1000; размер популяции варьировался от 10 до 100; вероятность мутации p_{mut} и кроссинговера p_{cross} подбирались экспериментально. В основу эволюционного синтеза гиперциркулянтов было положено оптимальное семейство двумерных циркулянтных сетей известного как $CPN(N; 1, s)$, в котором $N = 2d^2$, $s = 4d - 1$, $d \equiv 1(mod 2)$, $d > 2$. В таблице 4.1 и 4.2 представлены сравнительные топологии графов CPN , $HCPN$ и других структур по критерию минимальность диаметра и среднего диаметра. Порядки графов CPN и $HCPN$, наиболее близки к числу соответствующих вершин торов. Отметим, что для сравнения выбраны известные семейства трехмерных и четырехмерных оптимальных циркулянтов. Улучшение структурных параметров у графов $HCPN$ заданной размерности по сравнению с торами и циркулянтами позволяет уменьшить задержки передачи информации, сократить время выполнения задач и улучшить показатели надежности и живучести системы.

Таблица 4.1 - Сравнение топологий 3D-торов, CPN и $HCPN$

3D-torus	N	d	d_{av}
16x16x16	4096	24	12
32x32x32	32768	48	24
64x64x64	262144	96	48
128x128x128	2097152	192	96
$CPN = (N; s_1, s_2, s_3)$	N	d	d_{av}
1, 210, 232	4431	15	11.27
1, 828, 862	33661	30	22.22
1, 3240, 3322	262521	60	44.11
1, 12880, 13042	2073841	120	87.86
$HCPN = (N, 6, \{l_{im}\}, 2)$	N	d	d_{av}
1, 187, 1750; 1, 187, 1178	4418	11	7.27
1, 507, 12292; 1, 507, 3208	32258	18	12.05
1, 1451, 5510; 1, 1451, 17900	263538	31	20.5
1, 4091, 27328; 1, 4091, 23744	2093058	60	36.9

Таблица 4.2 - Сравнение топологий 4D-торов, CPN и $HCPN$

4D-torus	N	d	d_{av}
8x8x8x8	4096	16	8
14x14x14x14	38416	28	14
16x16x16x16	65536	32	16
32x32x32x32	1048536	64	32
$CPN = (N; s_1, s_2, s_3, s_4)$	N	d	d_{av}
1, 9, 378, 460	4231	9	7.2
1, 17, 2192, 2482	37537	16	12.6
1, 19, 3096, 3458	59167	18	14.14
1, 47, 51982, 54192	1101127	38	29.5
$HCPN = (N, 8, \{l_{im}\}, 2)$	N	d	d_{av}
1, 179, 3392, 1446; 1, 179, 1210, 564	4050	7	5.04
1, 507, 1188, 4224; 1, 507, 15766, 3009	32258	10	7.23
1, 723, 24790, 6314; 1, 723, 7618, 28340	65522	12	8.28
1, 2963, 15604, 24376; 1, 2963, 31548, 28276	1098162	25	15.37

Таким образом, в данном разделе предложен эволюционный подход, основанный на генетическом алгоритме, для автоматической генерации оптимальных структур графов первичных сетей CPN и $HCPN$. Проведен сравнительный анализ структурных свойств графов CPN , $HCPN$ и 3D, 4D-торов. Как было показано CPN и $HCPN$ графы показали свое преимущество по диаметру и среднему диаметру, по сравнению с тороидальными структурами при затратах, соизмеримых с количеством узлов и связей между ними.

Отметим, что полученный CPN и $HCPN$ граф можно без особых проблем адаптировать к построению первичной сети PN некоторой

гиперсети HN, путем изменения параметров регулярной сети под конкретной задачи.

4.2.3. Структура графа вторичной сети SN для проектируемой коммуникации

Отметим, что имеется множество вариантов структур проектируемой коммуникации, моделируемой графом вторичной сети $SN = (Y, R)$, в зависимости от количества источников целевой продукции Y_{source} , потребителей $Y_{consumer}$ и наличие промежуточных узлов Y_{some} в виде подстанций, станций, распределительных пунктов и т.п. В целом, задачи прокладывания сетей можно разделить по следующим характеристикам, соответствующей структуре графа вторичной сети SN :

- "один источник - один потребитель" или схема один-к-одному (1:1), т.е. $|Y_{source}| = |Y_{consumer}| = 1$. Ситуация, когда имеется единственный источник (база), с которого осуществляются поставка единственным потребителем. В этом случае граф вторичной сети $SN = (Y, R)$ имеет структуру линейного графа;
- "один источник - несколько потребителей" или схема один-ко-многим (1:M), т.е. $|Y_{source}| = 1$ и $|Y_{consumer}| \geq 2$. Это характерно для ситуации, когда имеется единственный источник (база), с которого осуществляются поставки различным потребителям. В этом случае граф вторичной сети $SN = (Y, R)$ имеет структуру дерево или звезда;
- "несколько источников - один потребитель" или схема многие-к-одному (M:1), т.е. $|Y_{source}| \geq 2$ и $|Y_{consumer}| = 1$. Ситуация интерпретируется аналогично предыдущему случаю. Однако при решении практических задач, возникают ситуации, когда характеристики элементов трассы из пункта А в пункт В (стоимость строительства трассы, время перехода и т.д.), не всегда совпадают с характеристиками элементов трассы

из пункта В в пункт А. В этом случае граф вторичной сети $SN = (Y, R)$ также имеет дерево или звезда;

- "несколько источников - несколько потребителей" или схема много-ко-многим (М:М), т.е. $|Y_{source}| \geq 2$ и $|Y_{consumer}| \geq 2$. Такая ситуация чаще всего возникает, если целевые продукции (газ, нефть, вода, уголь и т.д.) передаются от нескольких источников к нескольким потребителям одновременно. В этом случае структура вторичной сети $SN = (Y, R)$ имеет структуру полный или неполный двудольный граф.

Кроме того, существуют и другие модификации этих конфигураций вторичной сети в зависимости от наличия промежуточных узлов Y_{some} и их количества.

Таким образом, в зависимости от количества точек источников целевой продукции Y_{source} и потребителей $Y_{consumer}$, а также наличия промежуточных узлов Y_{some} топология проектируемой сети $SN = (Y, R)$ имеет конфигурацию в виде линейного графа, дерево или звезда, полный или неполный двудольный граф и другие.

Как пространственный объект, линейные сооружения, соответствующие ребрам $r \in R$ графа вторичной сети $SN = (Y, R)$, имеют метрические и стоимостные характеристики. Длину линейного сооружения обозначим как $\rho(r)$, а его стоимость - $\phi(r)$. Отметим, что стоимость линейного сооружения (труб, кабелей и т.п.) $\phi(r)$ образуется из удельных стоимостей самого линейного сооружения и их монтажа $c(r)$, и затраты на обслуживание этих линий в период их эксплуатации $d(r)$. Тогда стоимость строительства и эксплуатации линейного сооружения составить:

$$\phi(r) = (c(r) + \gamma_2 d(r)) \cdot \rho(r) \quad (4.10)$$

где: γ_2 - коэффициент приведения для стоимости обслуживания линейного сооружения.

Таким образом, задача выбора конфигурации проектируемой сети, удовлетворяющей минимальность затрат, без учета ее иерархичность, сводится к задаче поиска минимального маршрута между заданных пар

вершин на взвешенном графе вторичной сети $SN = (Y, R)$ и может быть поставлена следующим образом: найти путь $\mu(r)^*$ из множества $M(r)$ при котором функция стоимость (4.10) принимает минимальное значение, т.е.

$$(\sum_{\mu(r)^* \in M(r)} (c(r) + \gamma_2 d(r)) \cdot \rho(r)) \rightarrow \min \quad (4.11)$$

Задача в такой постановке (4.11) может быть решена классическими методами теории графов, например, алгоритмом Дейкстры за время $O(n^2)$.

4.3. Гиперсетевая постановка задач оптимизации сетей и коммуникаций

4.3.1. Гиперсетевая постановка задач оптимизации инженерных коммуникаций

Здесь и дальше для постановки прикладных задач по оптимизации и проектирование сетей инженерных коммуникаций различного назначения применяется двухуровневая гиперсеть $HN = (PN, SN; F)$, предполагающей наличие двух взаимосвязанных структур, моделируемые графами первичной $PN = (X, V)$ и вторичной $SN = (Y, R)$ сетями, вложенными друг в друга. Другими словами, в предлагаемой модели в зависимости от вида отображения $F: R \rightarrow 2^V$ получаются различные типы гиперсетей, такими как иерархическая, структурированная и другие виды гиперсетей, учитывающие особенности прикладной задачи. Выбор двухуровневой гиперсети $HN = (PN, SN; F)$ для решения задач оптимизации сетей основан на том, что при необходимости всегда можно перейти из гиперсети с большим числом уровней, например, из иерархической k -гиперсети $HHN_k = (PN, SN_1, SN_2, \dots, SN_k; F_1, F_2, \dots, F_k)$, в гиперсеть с меньшим числом уровней. С другой стороны, в силу сложности поставленных задач по проектированию и оптимизации сетей, и математической абстракции в виде иерархической k -гиперсети не позволяют решить задачи

полиномиальными алгоритмами, что усложняет применение стандартных шаблонов и схем для проведения вычислительного эксперимента за приемлемое время.

Для этого множеству узлов сетки Ω , применяемой для дискретизации области размещения, поставим в соответствие вершины графа $PN = (X, V)$, а дугам данной сетки, а ветви $V \in \Omega$; длина ветви $v \in V$ обозначим как $l(v)$, а стоимость через $\phi(v)$, определяемой по формуле (4.11).

На множество точек $Y = Y_{consumer} \cup Y_{source} \cup Y_{some}$ заданной области построим граф вторичной сети $SN = (Y, R)$, соответствующей топологии проектируемой сети, в котором вершины соответствуют фиксированным точкам области размещения $Y \in D$, а ребра R – коммуникациям (трубам, кабелям), связывающим заданные пары узлов из Y , и предположим, что $|R| \geq 2$; $\rho(r) = \sum_{v \in F(r)} l(v)$ – длина линейного сооружения $r \in R$, т. е. длина коммуникации $r \in R$ равна суммарному числу ветвей, инцидентных этой коммуникации. Другими словами, коммуникация, соединяющая смежные вершины $y_i \in Y$ и $y_j \in Y$, в общем случае содержит определенное число ветвей $v \in V$ и вершин $x \in X$ графа первичной сети PN . Далее установим взаимозависимость показателей между элементами графов первичной $PN = (X, V)$ и вторичной сети $SN = (Y, R)$ некоторой гиперсети HN .

Как отмечено выше, стоимостные характеристики области размещения в значительной степени зависят от вида и назначения проектируемой сети, или наоборот. Другими словами, стоимость аренды или выкупа земельного участка $a(v)$ и земляных работ $b(v)$, зависят от вида и назначения проектируемой коммуникации $r \in R$, или, наоборот, стоимость приобретения и их монтажа инженерных коммуникаций $c(r)$ и затраты на их обслуживание $d(r)$ зависят от характеристики земельного участка $v \in V$, через которую прокладываются эти коммуникации. Для некоторых $r \in R$ характеристики ветвей $v \in V$ незначительны, а для других $r \in R$ они может

быть определяющими, приводящими к значительному росту стоимости линейного сооружения (труб, кабелей) и его монтажа на заданном участке трассы. Так, например, прокладывание сетей по насыщенной различными коммуникациями территории обходится значительно дороже, чем прокладывание сетей по более свободным территориям. В силу производственной необходимости иногда приходится прокладывать сети по более дорогой местности, чем в обход более дешевой.

Поэтому далее запишем формулы для расчета стоимостных характеристик первичной $PN = (X, V)$ и вторичной сети $SN = (Y, R)$ с учетом их взаимозависимости их элементов:

- для выбранной ветви $v \in V$ графа первичной сети PN необходимо учитывать: $c_v(r)$ - стоимость ребер (линейных сооружений) $r \in R$ проходящий через участок $v \in V$ выбранной трассы, и связывающие пары точек $x, y \in Y$ на графе вторичной сети SN ; $d_v(r)$ - стоимость эксплуатационных работ для ребра $r \in R$, проходящего через участок $v \in V$ выбранной трассы;
- для выбранного ребра $r \in R$ графа вторичной сети SN необходимо учитывать: $a_r(v)$ - стоимость выкупа или аренды земельного участка соответствующий ветви $v \in V$ графа первичной сети PN , через который предполагается прокладывать ребер $r \in R$ графа вторичной сети SN ; $b_r(v)$ - стоимость земляных работ по подготовке и строительству трассы на участке $v \in V$ для выбранного ребра $r \in R$.

С учетом взаимозависимости показателей элементов графов первичной $PN = (X, V)$ и вторичной $SN = (Y, R)$ сетей, а также отображение $F: R \rightarrow 2^V$, определяющее каждому элементу $r \in R$ вполне определенный маршрут из множества $v \in V$, можно объединить стоимостные показатели (4.9) и (4.10) в обобщенную для двухуровневой гиперсети $HN = (PN, SN; F)$:

$$F^*(r): SN \rightarrow PN \quad (4.12)$$

для которого

$$Q(HN) = \sum_{r \in R} \sum_{v \in F^*(r)} (\gamma_1 a_v(r) + b_v(r)) \rho(v) + \sum_{r \in R} (\gamma_2 c_r(v) + d_r(v)) \rho(r) \quad (4.13)$$

где $F^*(r)$ - трассировочная функция, сопоставляющая каждому $r \in R$ графа SN вполне определенный маршрут в графе PN ; γ_1 и γ_2 - коэффициенты приведения по соответствующим видам затрат; $\rho(r) = \sum_{v \in F(r)} \rho(v)$ - длина проектируемой коммуникации;

В общем случае стоимость проектируемой сети в виде двухуровневой гиперсети HN оценивается в виде функции (4.13), которая учитывает все виды затрат на строительство и эксплуатации сетей различного назначения. Таким образом, функция (4.13) является универсальным стоимостным показателем, для структуры всех видов коммуникаций.

Заметим, что задача прокладывания инженерных коммуникаций в виде (4.12)-(4.13) не учитывает ограничительных условий. Поэтому задача оптимизации сетей инженерных коммуникаций в общем случае может быть сформулирована в виде построение гиперсети $3DHN$ минимальной стоимости при выполнении условий, накладываемых на маршруты прокладывания сетей, т.е. необходимо найти отображение

$$F^*: SN \rightarrow 3DPN \quad (4.14)$$

для которого

$$Q(3DHN) \rightarrow \min \quad (4.15)$$

при ограничениях

1. $F^*(r) \subset 3DPN$, $\forall j \neq k, i \neq r: k, r = \{-1; 0; 1\}$ - проектируемый маршрут на графе первичной сети $3DPN$ для прокладывания ребер $\in R$ графа вторичной сети SN должен проходить через фиксированные точки области размещения;

2. $F^*(r) \notin 3DPN_s$, $\forall j \neq k, i \neq r: k, r = \{-1; 0; 1\}$ и $\forall s$ - проектируемый маршрут на графе первичной сети $3DPN$ для прокладывания ребер $r \in R$ графа вторичной сети HN не должен проходить через запретные зоны;

3. если $\alpha \leq \alpha_{up}$, то выбор маршрута $F^*(r)$ на графе первичной сети $3DPN$ с допустимым углом наклона для прокладывания ребер $r \in R$ графа вторичной сети HN из точки с меньшей отметкой в точку с большей отметкой разрешен, в противном случае – нет;

4. если $\alpha \geq \alpha_{down}$, то выбор маршрута $F^*(r)$ на графе первичной сети $3DPN$ с допустимым углом наклона для прокладывания ребер $r \in R$ графа вторичной сети HN из точки с большей отметкой в точку с меньшей отметкой разрешен, в противном случае – нет;

5. если $\alpha \leq |\alpha_{side}|$, то выбор маршрута $F^*(r)$ на графе первичной сети $3DPN$ для прокладывания ребер $r \in R$ графа вторичной сети HN горизонтально по поверхности склона разрешен, в противном случае – нет. Понятно, что если земельный участок, на котором намечено строительство сетей, имеет склон, то $\{\alpha_{up}, \alpha_{down}, \alpha_{side}\} < 90^\circ$, где $F^*(r) = \mu^*$ - оптимальный маршрут на графе первичной сети $3DPN$ для прокладывания ребра $r \in R$ графа вторичной сети SN .

Таким образом, отметим, что задача прокладывания сетей инженерных коммуникаций в виде построения двухуровневой гиперсети) минимальной стоимости (4.14)-(4.15), при удовлетворении условий 1-5 поставлена впервые, и может быть решена эвристическими методами, таким как генетический алгоритм, алгоритм муравьиной колонии, метод имитации отжига и т.п.

Далее по контексту будут применены либо полная, либо компактная форма записи формулы (4.13).

4.3.2. Задачи прокладывания сетей и коммуникаций в трехмерном пространстве

Рассматривается задача оптимизации инженерных коммуникаций в трехмерном пространстве по критерию минимума затрат на проектирование и строительство, при ограничениях на выбор трассы как по плану, так и по профилю.

Городскую среду, в которой предполагается строительство коммуникации, рассмотрим, как трехмерное дискретное пространство $PN \subseteq R^3$, содержащее в себе существующие коммуникации и сети.

Если проектируемая коммуникация несовместима с существующими коммуникациями, то они рассматриваются в качестве препятствия для неё, в противном случае нет.

Возможные направления перехода из точки $A(x_1, y_1, z_1)$ в точку $B(x_2, y_2, z_2)$ в трехмерном пространстве можно представить как в непрерывной, так и в дискретной форме, в зависимости от специфики решаемой задачи.

Как показано на рисунке 4.2а, если решается непрерывная задача, то точка $A(x_1, y_1, z_1)$ совпадает с вершиной конуса, а одно из возможных положений точки $B(x_2, y_2, z_2)$ – с его основанием.

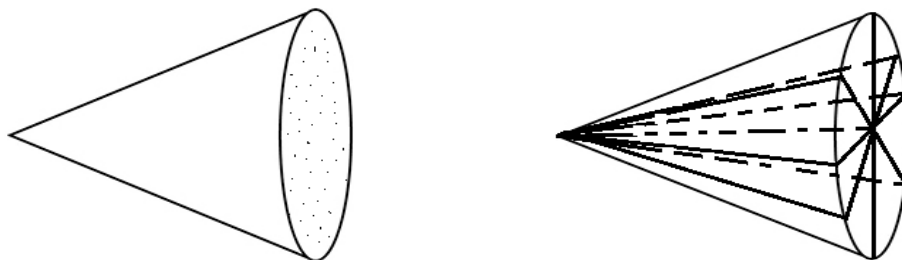


Рисунок 4.2 – Связность пар вершин в трехмерном пространстве

а) Непрерывный случай б) Дискретный случай

Как видно из рисунка 4.2б в дискретном случае связность пары вершин $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$ графа PN в трехмерном пространстве может быть

определена по принципу четырехсвязности $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| + |z_1 - z_2| \leq 1$ или восьмисвязности $|x_1 - x_2| \leq 1, |y_1 - y_2| \leq 1$ и $|z_1 - z_2| \leq 1$:



Рисунок 4.3 – Принципы связность точек в дискретном случае

а) Четырехсвязность б) Восьмисвязность

Другими словами, в дискретном случае координаты точки $B(x_2, y_2, z_2)$ могут находиться в одном из четырех или восьми положений, в зависимости от применяемого типа связности, показанных на рисунке 4.3. В свою очередь, тип связности зависит от сложности пространства $D \subseteq R^3$, в которой предполагается прокладывать инженерную сеть.

Стратегия выбора маршрутов прокладывания

Всякий маршрут μ между заданных пар точек в трехмерной сетке, состоит из последовательности ветвей $v_i \in V, i = 1, \dots, n$ графа первичной сети PN . Чтобы выбрать очередную i -ю ветвь $v_i \in V$, входящую в маршрут, сделаем следующее допущение: целевая (конечная) точка находится справа от начальной точки относительно оси Ox в трехмерном пространстве; линейные координаты $x_{\text{нач}}, y_{\text{нач}}, z_{\text{нач}}$ начала i -й ветви $v_k \in V$ совпадают с началом координат в местной системе $OX_i Y_i Z_i$, а угловые координаты - начала $\alpha_{\text{нач}} = \beta_{\text{нач}} = \gamma_{\text{нач}} = 0$.

Для координат начала $(x_{\text{нач}}, y_{\text{нач}}, z_{\text{нач}})$ и конца $(x_{\text{кон}}, y_{\text{кон}}, z_{\text{кон}})$ i -й ветви $v_k \in V$ введем следующие обозначения:

$$\Delta x = x_{\text{нач}} - x_{\text{кон}}; \Delta y = y_{\text{нач}} - y_{\text{кон}}; \Delta z = z_{\text{нач}} - z_{\text{кон}}$$

и предположим, что $\Delta x \geq 0$, $\Delta y \neq 0$ и $\Delta z \neq 0$, т.е. целевая точка находится справа от начальной точки относительно оси Ox в трехмерном пространстве. На рисунке 4.4 показаны возможные варианты перехода из

точки с координатами $(x_{\text{нач}}, y_{\text{нач}}, z_{\text{нач}})$ к соседней точке с координатами $(x_{\text{кон}}, y_{\text{кон}}, z_{\text{кон}})$ по принципу восьмисвязности в трехмерном пространстве.

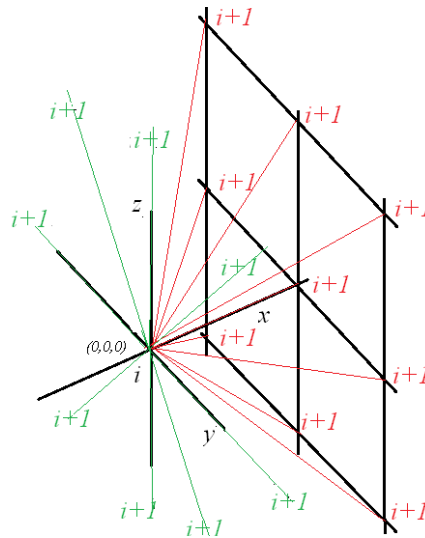


Рисунок 4.4 – Возможные направления выбора ветви

Красными линиями показаны возможные переходы из i -й местной системы координат $OX_iY_iZ_i$ в $(i+1)$ -й $OX_{i+1}Y_{i+1}Z_{i+1}$ на один шаг по диагонали с одной ступенью и вдоль оси Ox . Зелеными линиями показаны возможные переходы в пределах i -й местной системы координат $OX_iY_iZ_i$, т.е. на плоскости yOz . Для решения некоторых практических задач, допускается переход из данной точки к соседним, находящимся на расстоянии с двумя, тремя или более ступенями.

Отметим, что при переходе из точки в точку необходимо соблюдать ограничения, накладываемые на проектируемой тип сети.

Постановка задачи

Пусть известны предполагаемая структура графа первичной $PN = (X, V)$ и вторичной сети $SN = (Y, R)$ некоторой гиперсети HN . Тогда задача поиска трассы на графе первичной сети PN и отображения ребер графа вторичной сети SN по найденным трассам формулируется следующим образом:

Задача. Найти отображение $F^*(r): SN \rightarrow PN$, для которого

$$Q(HN) = \left(\sum_{v \in F^*(r), \forall r \in R} a(v) * T + \sum_{r \in R} b(r) \right) \rightarrow \min$$

где: $a(v)$ - стоимость ветвей первичной сети PN ;

$b(r)$ – стоимость ребер вторичной сети SN ;

при заданных ограничениях и требованиях,

где: $F^*(r) = \mu^*$ - оптимальный маршрут на графе первичной сети PN для прокладывания ребра $r \in R$ графа вторичной сети SN ; T – композиция преобразований $T_{\text{план}}$ и $T_{\text{профил}}$ пространственной прямой (ветви) $v_i \in V$; α - угол между пространственной трассой, соединяющей некоторые пары узлов, и горизонтальной поверхностью.

Отметим, что задач построения гиперсети минимальной стоимости $Q(HN) \rightarrow \min$, даже самой простой постановке, без учёта матрицы пространственного преобразования и ограничений является NP-трудной [13]. В связи с этим она может быть решена эвристическими методами, таким как генетический алгоритм, алгоритм муравьиной колонии, метод имитации отжига и т.п. В настоящей работе для решения поставленной задачи был предложен модифицированный алгоритм трассировки лучей, основанный на модели гиперсетей и методах трехмерного преобразования ветвей $v_i \in V$ графа PN , входящих в маршрут.

4.3.3. Модифицированный метод трассировки лучей

Для начала фиксируем план и профиль текущей ветви $v_i \in V$ (пространственной прямой) на соответствующие плоскости $x0y$ и $x0z$. Как известно, план пространственной прямой на плоскости $x0y$ может быть получен путем поворота вокруг оси Y на угол β , затем поворот вокруг оси X на угол α и параллельного проецирования на плоскости $Z = 0$, а профиль на плоскости $x0z$ – поворотом вокруг оси Z на угол γ , затем поворот вокруг

оси X на угол α и параллельного проецирования на плоскости $Y = 0$. Для этого применяются следующие виды преобразований:

$$T_{\text{план}} = T_{\text{пов.на } \beta \text{ вокруг } y} * T_{\text{пов.на } \alpha \text{ вокруг } x} * T_{\text{проец.на плоск. } z=0}$$

и

$$T_{\text{профил}} = T_{\text{пов.на } \gamma \text{ вокруг } z} * T_{\text{пов.на } \alpha \text{ вокруг } x} * T_{\text{проец.на плоск. } y=0}$$

где: $T_{\text{пов.на } \alpha \text{ вокруг } x}$, $T_{\text{пов.на } \beta \text{ вокруг } y}$ и $T_{\text{пов.на } \gamma \text{ вокруг } z}$ — матрицы преобразования вращения вокруг соответствующих осей симметрии.

Алгоритм состоит из двух ходов: прямого и обратного. В прямом ходе строятся всевозможные маршруты из начальной точки в целевую, в обратном ходе восстанавливаем маршрут, соответствующий заданному критерию.

Прямой ход: пусть на $(i-1)$ -м шаге начальной точкой ветви $v_i \in V$ является $P_{i-1} = (x, y)$. Предположим, что луч, исходящий из точки P_{i-1} столкнется с точкой A и обратно вернется к наблюдателю, т.е. точка A является препятствиями для данного вида коммуникаций (не выполняется одной из условий b-e). Тогда обход препятствия через точки S_i или T_i производится по жадной стратегии, показанной как на рисунке 4.5, т.е.:

- если $(s - t) < 0$ то $P_i(x', y') = T_i(x + 1, y - 1)$, и $x' = x_i + 1, y' = y_i - 1$;
- если $(s - t) \geq 0$ то $P_i(x', y') = S_i(x + 1, y + 1)$ и $x' = x_i + 1, y' = y_i + 1$

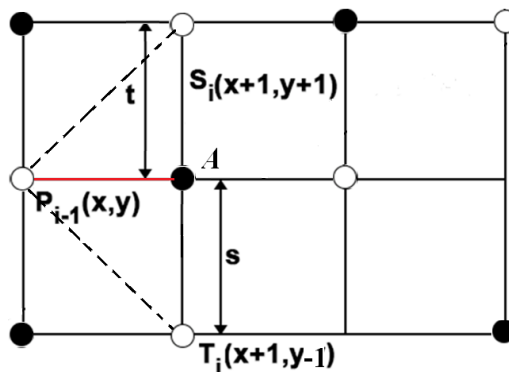


Рисунок 4.5 – Обход препятствий

В стратегии выбор точек S_i или T_i метрики s и t могут интерпретироваться, как стоимость строительства коммуникаций из вершины P_{i-1} в T_i и S_i соответственно. Однако, при решении практических задач вершины s и t могут быть выбраны неоднозначно, т.к. возможны случаи, что $s - t = 0$. Это говорит о том, что иногда существуют несколько различных минимальных путей между начальной и целевой точками. Тем самым, шаг за шагом достигаем целевую точку.

Обратный ход: двигаясь в обратном направлении по заданному критерию оптимальности, например, по времени или стоимости строительства и эксплуатации коммуникаций, можно восстановить траектория движения луча в неоднородной среде. Это производится путем восстановления прообразов вершин, входящих в маршрут, начиная из целевой точки, и заканчивая в начальной. Нетрудно заметить, что обход препятствия на плоскости xOz по профилю трассы осуществляется аналогичным образом, лишь с той разницей, что вместо координаты y фигурирует координата z .

4.4. Заключение по Главе 4

- предложена обобщенная постановка задач оптимизации сетей и коммуникаций, учитывающая иерархичность и многоритерильность проектируемых типов сетей и коммуникаций;
- представлены формальные постановки задачи оптимизации сетей, как непрерывной, так и дискретной форме, позволяющие применить различные математические модели и методы их решения;
- представлен иерархический подход к проектированию сетей и коммуникаций в условиях городской среды, позволяющий учитывать их привязанность к гео данным (высотным или рельефным ограничениям) участка размещения;

- в качестве математической модели для задач прокладывания коммуникаций на двумерной плоскости $D \subseteq R^2$ предложен гиперсетевой подход, учитывающий вложенность вторичной сети SN в первичную сеть PN;
- представлены различные конфигурации для структуры вторичной сети SN, в зависимости от количества поставщиков и потребителей целевого продукта, а также наличие промежуточных узлов в виде подстанции, станции, распределительные пункты и т.п.;
- представлена многокритериальная задача оптимизации сетей и коммуникаций в виде отображения вторичной сети SN в первичную сеть PN при различных ограничениях и требованиях, учитывающих вид и назначения проектируемой коммуникации, а также особенности области прокладывания;
- представлена задача оптимизации сетей и коммуникаций в трехмерном пространстве, позволяющая учитывать все существующие или вновь проектируемые наземные, надземные и подземные инфраструктурные объекты города, которые влияют на выбор направления прокладывания проектируемых типов коммуникаций;
- предложен модифицированный метод трассировки лучей для решения задач оптимизации сетей в трехмерном пространстве, позволяющий учесть препятствия как планового, так и ситуационного характера, а также углы поворота линейного сооружения при обходе препятствий.

ГЛАВА 5

ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ИНЖЕНЕРНЫХ СЕТЕЙ И КОММУНИКАЦИЙ

5.1. Классические задачи в гиперсетевой постановке

Практически все задачи, возникающие в процессе проектирования и строительстве инженерных сетей и коммуникаций, являются NP-трудными, не имеющими решения в общем случае. Это говорит о том, что не существует полиномиального точного алгоритма для решения задач оптимизации сетей и коммуникаций различного назначения. В связи с этим в данном разделе будут представлены некоторые классические задачи, такими как задачи построения циклического маршрута в гиперсетях, задачи построения гамильтонова цикла в гиперсетях, задача размещения узловых элементов гиперсетей и т.п., которые имеют прикладные значения. Отметим, в отличие от общеизвестных задач оптимизации сетей и коммуникаций здесь рассматриваются задачи оптимизации сетей и коммуникаций различного назначения, в которых в качестве математического аппарат описания структуры сетей применяется различные типы гиперсетей.

5.1.1. Минимальный циклический маршрут в гиперсетях

Задача построения циклического маршрута минимальной стоимости в гиперсетях имеет практическое значение при проектировании сетей связи, имеющих кольцевые топологии, и формулируется следующим образом. Пусть известна первичная сеть $PN = (X, V)$ с известными стоимостными и метрическими характеристиками ветвей $v \in V$ т.е. $c(v)$ – стоимость и $l(v)$ – длина. Известна также предполагаемая структура вторичной сети $SN =$

$(Y \subseteq X, R)$ в виде кольца, связывающего узловые элементы вторичной сети, и удельная стоимость $c(r)$ и длина $l(r)$ ребра $r \in R$.

Отметим, что здесь и далее в зависимости от контекста в качестве маршрута $\mu(x, y)$ на графе первичной сети PN , соединяющей заданные пары узлов $x, y \in X$ и трассировочной функции $F(r)$ будем понимать взаимно однозначное соответствие между элементами $\mu(x, y) \in V$ и $r \in R$. Другими словами, отображение $F: R \rightarrow 2^V$ сопоставляет каждому элементу $r \in R$ вторичной сети SN определенный маршрут $\mu(x, y)$ на графе первичной сети PN соединяющий заданные пары узлов $x, y \in X$, т.е. они тождественны: $\mu(x, y) \equiv F(r)$.

Тогда задача построения циклического маршрута в гиперсети $HN = (PN, SN; F)$ ставится следующим образом:

найти

$$F^*: SN \rightarrow PN \quad (5.1)$$

для которого

$$(\sum_{v \in F^*(r)} \sum_{r \in R} c(v) + \sum_{r \in R} c(r))l(r) \rightarrow \min \quad (5.2)$$

Заметим, что в задаче (5.1)-(5.2) в целевой функции (5.2) суммарная стоимость по ветвям $v \in V$, принадлежащим маршруту $F^*(r) \equiv \mu(x, y)$, представляет из себя двойную сумму. Такая запись связана с тем, что длина $l(r)$ ребра $r \in R$ равна суммарной длине ветвей $v \in V$, входящих в маршрут $\mu(x, y)$, соединяющий заданные пары узлов x, y , т.е. $l(r) = \sum_{v \in \mu(x, y)} l(v)$.

Видно, что задача построения циклического маршрута в гиперсети $HN = (PN, SN; F)$, даже при известной структуре вторичной сети SN - NP-трудная, не имеющая эффективного решения в общем случае. Поэтому для решения представленной задачи необходимо разработать эвристические или приближенные алгоритмы, обеспечивающие выбрать более целесообразный вариант проектного решения за разумное время.

5.1.2. Задачи построения гамильтонова цикла в гиперсетях

Рассмотрим задачу обхода вершин графа вторичной сети SN некоторой гиперсети HN , имеющего минимальную стоимость. Задача заключается в нахождении самого кратчайшего по заданному критерию маршрута (самый быстрый, самый дешевый, самый надежный и т.п.), проходящего через все вершины графа вторичной сети SN по одному разу, с последующим возвратом в исходную.

Для этого введем следующие обозначения:

- $PN = (X, V)$ – граф первичной сети (дискретный аналог местности);
- $SN = (Y, R)$ – неориентированный граф вторичной сети, для маршрутов коммивояжера;
- $Y = (y_0, y_1, \dots, y_n)$ – множество вершин графа вторичной сети SN , в котором y_0 – исходная вершина, $y_1, \dots, y_n$ – все остальные вершины;
- R – множество ребер $r \in R$ соединяющих соответствующие пары вершин $r = (y_i, y_j) \in R$ между заданных пар вершин $y_i, y_j \in Y$;
- $\forall v \in V: a_r(v) = b_r(v) = 1$, т.е. стоимость строительства и аренды ресурсов на ветвях $v \in V$ для ребра $r \in R$ равна 1;
- $c_v(r) = [c_{ij}]$ – прямоугольная матрица, определяющая расстояния (стоимости пути) между узлами при перемещении по ребру $r = (y_i, y_j) \in R$ между заданных пар вершин $y_i, y_j \in Y$, в которой строки – это вершины из которых отправляется коммивояжер, столбцы – вершины, в которых он прибывает, а в ячейках – расстояния (время, стоимость) между ними;
- $d_v(r) = 0$ – стоимость эксплуатации линий $r \in R$ на ветви $v \in V$;
- булева переменная:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если коммивояжер едет из вершины } i \text{ в вершине } j \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Тогда задача заключается в поиске такого отображения $F(r): SN \rightarrow PN$, для которого

$$Q(HN) = \sum_{v \in F^*(r)} \sum_{r \in (y_i, y_j)} c_v(r) \cdot x_{ij} \rightarrow \min \quad (5.3)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} = \sum_{j=0}^n x_{ji} \leq 1, \quad 0 \leq i, j \leq n \quad (5.4)$$

$$u_i - u_j + (n + 1)x_{ij} \leq 1, \quad 0 \leq i, j \leq n \quad (5.5)$$

$$x_{ij} = \{0, 1\}, \quad 0 \leq i, j \leq n, \quad (5.6)$$

где u_i – порядковый номер i -й вершины графа вторичной сети SN в маршруте $F^*(r)$;

Условие (5.4) характеризует, что маршрут $F^*(r)$ должен исходить и входить в вершине y_0 графа вторичной сети SN , а (5.5) – в маршруте $F^*(r)$ внутренние вершины должны быть посещены только по одному разу. Отметим, что задача (5.3)-(5.6) является NP-трудной, не имеющей решение в общем случае.

5.1.3. Задача о покрытии множества вершин вторичной сети SN

Пусть в качестве исходных данных известны: D - область размещения инженерных сетей; $I = \{1, \dots, m\}$ - набор пунктов размещения источников целевой продукции (газ, нефть, вода и т.д.); $J = \{1, \dots, n\}$ - набор пунктов размещения потребителей (промышленные зоны, жилые районы, торговые узлы); $l_{ij}, i \in I, j \in J$ - расстояние из i -го пункта в j -ой потребитель; $A = \{a_{ij}\}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ - стоимость земли (аренда, налог и т.д.) на участке предполагаемой трассы; $B = \{b_{ij}\}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ - стоимость строительства линейных сооружений (рытье траншей, строительство коллекторов, тоннелей и опор); $\rho_{ij}, i \in I, j \in J$ - длина линейной части (труб, кабелей) проектируемой сети; $C = \{c_{ij}\}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ - стоимость строительства и монтажа инженерных коммуникаций (газо-, нефте- или водопроводов, линии электросвязи и

электропередачи); $D = \{d_{ij}\}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ - стоимость эксплуатации инженерных коммуникаций на данном участке.

В общем случае задача прокладывания инженерных сетей и коммуникаций между заданных пар вершин $i \in I$ и $j \in J$ области D , заключается в поиске трассы и отображения сетей и коммуникаций по соответствующим трассам обеспечивающим заданный критерий оптимальности (минимальность суммарных строительных затрат, заданный порог надежности).

Одним из возможных вариантов формализаций поставленной задачи, это - свести ее к задаче о покрытии множеств [226, 227, 228], которая формулируется следующим образом. Пусть $A = \{a_{ij}\}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ - матрица размерности $m \times n$ с элементами a_{ij} , равными 0 или 1. Считается, что $a_{ij} = 1$, если i -я строка матрицы A содержит 1 на пересечение с j -м столбцом, 0 в противном случае. Каждому столбцу j ставится в соответствие положительное число $\phi_{ij} = (a_{ij} + b_{ij})l_{ij} + (c_{ij} + d_{ij})\rho_{ij}, i \in I, j \in J$ называемое весом столбца. Требуется найти подмножество $J' \subseteq J$, которое покрывает все строки из I и имеет минимальный суммарный вес.

Отметим, что допустимому решению данной задачи соответствует путь между вершинами $i \in I$ и $j \in J$ на некотором графе PN , длина которого равна значению минимального маршрута соединяющие заданные пары вершин. Таким образом можно сделать вывод о том, что матрица $A = \{a_{ij}\}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ соответствует графу сети возможных трасс или первичной сети PN некоторой гиперсети HN , а решение этой задачи - вторичной сети SN .

В качестве первичной сети $PN = (X, V; P)$ рассматривается дискретный аналог $\Omega_{од.}$ ($\Omega_{неод.}$) области размещения D , полученной на основе метода сеточной аппроксимации. Граф PN можно

интерпретировать как сеть возможных (допустимых) трасс, у которого вершины X соответствуют узлам сетки, а ребра V - ветвям.

Вторичная сеть $SN = (Y \subseteq X, R; W)$ соответствует структуре проектируемой сети, у которого множества вершин Y разбито на два непересекающихся подмножества, т.е. $Y = I \cup J$ и $I \cap J = \varnothing$. Первое подмножество $I = \{1, 2, \dots, m\}$, содержит вершины, соответствующие пунктам, где могут быть размещены источники целевой продукции. Второе подмножество $J = \{1, \dots, n\}$, содержит вершины, соответствующие потребителям. Ребра R графа вторичной сети SN соответствуют физическим линиям (трубы, кабели и т.д.), которые непосредственно осуществляет перемещение целевой продукции от источника к потребителям.

Если в качестве решения поставленной задачи принять вектор $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ с бинарными переменными $x_j = \{0, 1\}, j = \overline{1, n}$, то задача имеет следующий вид: найти

$$F: SN \rightarrow PN$$

для которого

$$Q(HN) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \phi_{ij} \cdot x_j \rightarrow \min \quad (5.7)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1, i = \overline{1, m} \quad (5.8)$$

$$x_j = \begin{cases} 1, \text{если } j\text{-й столбец покрывает } i\text{-ю строку} \\ 0, \text{в противном случае} \end{cases} \quad (5.9)$$

Известно, что задачи (5.7)-(5.9) даже самом простом случае относятся к числу NP-трудных [52, 182].

5.1.4. Задачи поиска р-медианы гиперсетей

Пусть дискретный аналог области размещения D , описывается графом первичной сети $PN = (X, V)$, в котором X - множество вершин и V - множество ветвей, а структура проектируемой сети графом вторичной сети

$SN = (Y \subseteq X, R)$, в котором $Y = Y_{source} \cup Y_{consumer} \cup Y_{station}$ - множество узловых элементов проектируемой сети (включая узлов обслуживания), R - множество ребер.

Обозначим через $Y_{station}^i = \{y^1, y^2, \dots, y^m\}$ - множество возможных пунктов размещения узлов обслуживания $Y_{station}$, где $Y_{station}^i \subseteq Y_{station}$ и $|Y_{station}^i| \leq p$, т.е. $Y_{station}^p = \{y^1, y^2, \dots, y^p\}$ подмножество вершин графа SN мощность не более p .

Введем понятие расстояния между любой вершиной $y \in (Y_{source} \cup Y_{consumer})$ графа SN и подмножеством $Y_{station}^p$, которое дальше будем записывать как $\rho(y, Y_{station}^p)$. Согласно [177], его значение выражается формулой:

$$\rho(y, Y_{station}^p) = \min_{1 \leq i \leq p} \rho(y, y^i),$$

где: $\rho(y, y^i)$ - длина кратчайшего пути между вершинами y и y^i в графе SN . Если минимум достигается в вершине $y^{i*} \in Y_{station}^p$, то говорят, что вершина y (потребитель или источник) графа SN прикреплена к вершине y^{i*} .

Введем следующие обозначения:

- $w(y^i)$ вес вершины $y^i \in Y_{station}^i, i = 1, 2, \dots, m$;
- $\rho(v_{ij})$ - длина ветви $v_{ij} \in V$ из x_i в x_j ;
- $\rho(r^i) = \sum_{v_{ij} \in F(r^i)} \rho(v_{ij})$ - длина ребер $r^i \in R$ от y до y^i ;
- $a(v_{ij})$ - стоимость ветви $v_{ij} \in V$;
- $b(r^i)$ - стоимость ребра $r^i \in R$;

Далее определим передаточные числа множества вершин $Y_{station}^p = \{y^1, y^2, \dots, y^p\}$ гиперсети HN следующим образом:

$$\Pi(y, Y_{station}^p) = \sum w(y^i) \cdot z_{ij} + \sum \{a(v_{ij}) + b(r^i)\} \rho(y, Y_{station}^i) \quad (5.10)$$

где: $z_{ij} \in \{0,1\}$ - булева переменная, $z_{ij} = 1$, если j -ая вершина из множества $Y_{source} \cup Y_{consumer}$ прикреплена к i -ой вершине из множества $Y_{station}^i$, иначе $z_{ij} = 0$.

Тогда множество $Y_{station}^{p*}$ для которого

$$\Pi(y, Y_{station}^{p*}) = \min\{\Pi(y, Y_{station}^p)\}$$

называется p -медианой гиперсети HN , в котором минимум ищется по всем $Y_{station}^p \subseteq Y_{station}$.

Таким образом, задача заключается в поиске такого множества $Y_{station}^i = \{y^1, y^2, \dots, y^m\}$ вершин графа SN мощностью не более p , т.е. $|Y_{station}^i| \leq p$, и такого отображения вторичной сети SN в первичную сеть PN , при которых функция (5.10) принимает минимальное значение.

Далее покажем, что задача поиска p -медианы гиперсети HN является NP-сложной в общем случае. Для этого докажем следующее утверждение.

Утверждение. Задача поиска p -медианы гиперсети $HN = (X, V, R; P, F, W)$ является NP-трудной в общем случае.

Доказательство. Рассмотрим гиперсеть $HN = (X, V, R; P, F, W)$ в которой графы первичной $PN = (X, V; P)$ и вторичной $SN = (Y, R; W)$ сети являются изоморфными (между элементами первичной и вторичной сети существует взаимно-однозначное соответствие), т.е. $X \leftrightarrow Y, V \leftrightarrow R, P \leftrightarrow W$ и $\forall r: |F(r)| = 1$. Каждой вершине $x \in X$ поставим в соответствие вес равной $z(x) = 1$, а каждой ветви $v \in V$ - длину $l(v)$ и стоимость $c(v)$. Так как по свойству изоморфизма графы первичной PN и вторичной SN сети гиперсети HN совпадают по структуре, то задачу поиска p -медианы гиперсети HN можно свести к задаче поиска p -медианы графа $G = (X, V)$ с весами вершин и ветвей, равными $z(x) = 1$ и $l(v) + c(v)$ соответственно, которой является NP-трудной в общем случае. Следовательно, задача поиска p -медианы для гиперсети HN , в которой PN и SN изоморфны,

является NP-трудной. Таким образом, задача поиска p –медианы гиперсети $HN = (X, V, R; P, F, W)$ в общем случае также является NP-трудной.

Так как, задача является NP-сложной, не существует эффективного точного алгоритма для поиска множества дополнительных вершин вторичной сети $SN = (Y, R; W)$ мощностью не более p , при которых функция (5.10) принимает минимальное значение. Поэтому, как и другие известные NP-сложные задачи применяются различные эвристические алгоритмы, основанные на различных метаэвристиках, позволяющие найти решений близкие к оптимальному за приемлемое время. К метаэвристическим алгоритмам принято относить методы имитации отжига, поиск с запретами, генетические алгоритмы и эволюционные методы, поиск с чередующимися окрестностями, муравьиные колонии, вероятностные жадные алгоритмы [179, 207, 213, 229, 230, 231, 232, 233, 234]. Например, можно применить одну из модификаций эвристического алгоритма вложения вторичной сети SN в первичную сеть PN , предложенного [27], адаптированного к задаче поиска p –медианы гиперсети HN .

5.2. Прикладные задачи в гиперсетевой постановке

В этом разделе рассматриваются некоторые прикладные задачи оптимизации сетей различного назначения, возникающие при проектировании и строительстве, а также последующей их эксплуатации. Таки задач в основном исследованы в работах автора и были предложены различные подходы их решения, основанные на эвристических алгоритмах и моделях теории гиперсетей.

5.2.1. Задачи оптимизации сетей электроснабжения

Линии электропередачи представляют собой линейное сооружение дискретного типа, в котором строительно-монтажные работы производятся на отдельных, фиксированных точках земной поверхности при

строительстве их трассы. В отличие от других типов линейных сооружений при выборе трассы линий электропередач соблюдение предельно допустимого угла наклона сети, т.е. разницы отметок между начальной и конечной точками некоторого участка или даже всей трассы не является принципиальным. В электрических сетях проектируемая трасса между заданными точками не зависит от разницы отметок между пролетами.

Пусть задан участок местности D , на котором намечается строительство линии электропередач, между заданными парами точек из множества $Y = Y_{consumer} \cup Y_{source}$, в котором Y_{source} - источник электроэнергии, $Y_{consumer}$ - потребители. По предложенной выше сеточной технологии и правилам, предложенным в [20, 24, 33, 46], строим дискретный аналог области размещения в виде взвешенного графа первичной сети $PN = (X, V)$ некоторой гиперсети HN . Отметим, что при построении графа первичной сети PN необходимо учесть всевозможные природные факторы [79, 89, 102, 177], влияющие на воздушной электрической сети в период ее эксплуатации. Граф первичной сети $PN = (X, V)$ в общем случае представляет из себя взвешенную сетку Ω размерности $m \times n$, и включающую в себя все точки из множества $Y = Y_{consumer} \cup Y_{source}$.

Далее на множестве узловых элементов $Y = Y_{consumer} \cup Y_{source}$ с учетом заявок на сетевые услуги строится граф вторичной сети $SN = (Y \subseteq X, R)$. В зависимости от направления передачи электроэнергии ребра $r \in R$ графа вторичной сети SN ориентированы от узла к узлу. Дуги $r \in R$ графа вторичной сети SN строятся следующим образом: i -й источник $x_i \in Y_{source}$ связывается с j -м потребителем $x_j \in Y_{consumer}$ только в том случае, если $|l(x_i, x_j)| \leq M$, т.е. если расстояние между узлами x_i и x_j не превышает заданной величины. Значение M - это предельно допустимое расстояние между узлами x_i и x_j , и может быть определено характером разрушения заданной территории, такими как ветровые нагрузки на воздушных линиях,

электромагнитные воздействия, степени влияния оползней и снежных лавин.

Каждая дуга $r = (x_i, x_j) \in R$ графа вторичной сети SN , соединяющая заданные пары узлов $x_i \in Y_{source}$ и $x_j \in Y_{consumer}$ имеет вес, равный $w(x_j) + c(r)$, в котором $w(x_j)$ – стоимость узловых элементов (станций, подстанций и т.п.) в которых входит дуга; $c(r)$ – стоимость линейных сооружений (проводов), соединяющих соответствующие пары узлов. Кроме того, каждая ветвь $v \in V$ графа первичной сети PN также имеет метрические и стоимостные характеристики: $l(v)$ – длины и $c(v)$ – стоимости.

Тогда задачи построения линий электропередач между заданных пар вершин $x_i \in Y_{source}$ и $x_j \in Y_{consumer}$ на заданной территории сводится к задаче построения гиперсети HN минимальной стоимости, удовлетворяющей условию $|l(x_i, x_j)| \leq M$, т.е. найти

$$F: SN \rightarrow PN \quad (5.11)$$

для которого

$$Q(HN) = \left(\left(\sum_{v \in F^*(r)} \sum_{r \in R} c(v) + \sum_{r \in R} c(r) \right) l(x_i, x_j) + w(x_j) \cdot z_{ij} \right) \rightarrow \min \quad (5.12)$$

при условии

$$|l(x_i, x_j)| \leq M \quad (5.13)$$

и

$$z_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если дуга } r = (x_i, x_j) \text{ входит в вершине } x_j; \\ 0, \text{ в противном случае} \end{cases} \quad (5.14)$$

Отметим, что задача построения линий электропередач между заданными парами вершин (5.11)-(5.14), без учета ограничений (5.13)-(5.14), может быть решена алгоритмом Дейкстры за полиномиальное время $O(n^2)$.

5.2.2. Задача размещения узловых элементов инженерных коммуникаций

При проектировании электрических сетей возникает необходимость расположить подстанции и распределительные пункты (трансформаторы), в которых возникают и распределяются напряжения в виде электрического тока, таким образом, чтобы сумма кратчайших расстояний от этих узлов до потребителей были минимальными. Такие задачи являются обобщением задач о p -медиане для гиперсетей [177].

Считаем, что как и раньше заданы графы первичной $PN = (X, V)$ и вторичной сетей $SN = (Y \subseteq X, R)$, в котором $Y = Y_{consumer} \cup Y_{station}$, $Y_{consumer}$ - потребители электроэнергии, $Y_{station}$ - станции, подстанции и другие промежуточные узлы. Пусть также известны метрические и стоимостные характеристики элементов графов первичной PN и вторичной сети SN :

- $\rho(v_j)$ – длина ветви $v_j \in V$;
- $c(v_j)$ – стоимость ветви $v_j \in V$;
- $\rho(r_i)$ – длина ребра $r_i \in R$, проходящей по ветвям $v_j \in V$, равной:

$$\rho(r_i) = \sum_{v_j \in F(r_i)} \rho(v_j)$$
- $c(r_j)$ – стоимость ребра $r_i \in R$;
- $\mu(y_i, y_j)$ – цепь от вершины y_i до всех вершин y_j ;
- $\rho(\mu)$ – длина цепи $\mu(y_i, y_j)$, соединяющей вершины y_i со всеми остальными вершинами y_j , равной

$$\rho(\mu) = \sum_{r_i \in \mu(x_i, x_j)} \rho(r_i)$$
- $w(y_j)$ – вес вершины $y_j \in Y_{consumer}$, в которую входят цепи $\mu(y_i, y_j)$.

Тогда согласно [194] можно ввести понятие передаточное число вершины $x_i \in X$ гиперсети HN , определяемое следующим образом:

$$П\{(y_i), \mu(y_i, y_j)\} =$$

$$\left(\sum_{v_j \in F(r_i)} \sum_{r_i \in \mu} c(v) + \sum_{r_i \in \mu} c(r) \right) \rho(\mu) + \sum_{y_j \in Y_{consumer}} w(y_j) \cdot z(y_{ij}) \rightarrow \min$$

$$z(y_{ij}) = \begin{cases} 1, \text{ если вершина } y_i \text{ соединена с вершиной } y_j \text{ цепью } \mu, \\ 0, \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Задача размещения промежуточных узлов электрической сети, обеспечивающая минимальность суммарных затрат от этих узлов до потребителей, ставится следующим образом: необходимо выбрать подмножество $Y' = \{y_{1i}, y_{2i}, \dots, y_{pi}\}$ множества вершин $Y_{station}$ графа вторичной сети SN мощностью не более p ($Y' \subseteq Y_{station}$, $|Y'| \leq p$), обеспечивающее минимальность суммарных затрат прокладывания сетей от узлов $Y' = \{y_{1i}, y_{2i}, \dots, y_{pi}\}$ до всех остальных $y_j \in Y_{consumer}$, т.е.

Найти:

$$Y' \subseteq Y_{station}, |Y'| \leq p \quad (5.15)$$

и

$$F: SN' \rightarrow PN \quad (5.16)$$

для которого

$$П\{(y_i), \mu(y_i, y_j)\} \rightarrow \min \quad (5.17)$$

при условии

$$z(y_{ij}) = \begin{cases} 1, \text{ если } (y_i, y_j) \in \mu \\ 0, \text{ в противном случае.} \end{cases} \quad (5.18)$$

Таким образом, задача размещения промежуточных узлов электрической сети, обеспечивающая минимальность суммарных затрат от этих узлов до потребителей в гиперсетевой постановке (5.15)-(5.18) является NP-трудной, так как она является обобщением задач о р-медиане, представленной в [177]. Различные вариации задач размещения узловых элементов инженерных сетей на примере электрических сетей изучены в [225].

Поставленная задача может быть обобщена для сети электросвязи современного города [91, 93, 100], представляющей из себя сложный технический комплекс, образующий единую информационную инфраструктуру, осуществляющую сбор, хранения и передачи информационных услуг. Сети электросвязи состоит из конечных и промежуточных узлов, в которых возникают и распределяются информационные потоки, и линий связи, непосредственно осуществляющих транспортировки потока. Линии связи могут быть логическими и физическими. В зависимости от принадлежности линии связи на логическую или физическую структуру сети электросвязи современного города делятся на первичные и вторичные сети [93, 97, 176].

5.2.3. Нестационарная гиперсеть для оптимизации сетей автодорог

В связи с быстрым ростом современного города растет и потребности в услугах различных видов транспортных средств. Это в свою очередь приведет к необходимости строительство новых или реконструкция существующих автомобильных дорог, связывающих отдельные промышленные районы, крупные города, страны. Как отмечено в [25] «значительные по протяженности автомобильные дороги, на которые приходится основная доля перевозок, груза- и пассажиропотоков подвержены воздействию опасных непредвиденных факторов, таких как ДТП, метель, гололед, снежные лавины, оползни». Если автодороги проходят через участок со сложным рельефом, то их эксплуатация на этом участке в зимний период более опасна, чем на участках, проходящих в равнинной местности, в связи с возникновением снежных лавин [158, 159].

Построение автомобильных дорог, обеспечивающие наиболее безопасных и надежных маршрутов перемещения грузов и пассажиров, является основополагающим принципом на этапе их функционирования. В

связи с этим строительство автодороги, на лавиноопасном участке местности недопустимо, поскольку снежные лавины нарушают условия надежности и безопасности их эксплуатации. Поэтому с целью прогнозирования наиболее вероятных причин возникновения снежных лавин в зимний период, на данном участке местности, проводятся сбор и анализ информации о его лавинной опасности и решается ряд важных инженерных задач.

Прогнозирование лавинной опасности участка местности сложным рельефом, предполагает заблаговременное определение некоторого временного интервала $\tau \in [0, T]$, где: T – продолжительность зимнего периода для такого участка, в течение которого снегонакопление, крутизна склона, температура окружающей среды могут привести к нарушению устойчивости покрова и образованию снежных лавин.

В настоящее время разработана методика прогнозирования причин возникновения снежных лавин, основанной в построении расчетной таблицы на основе исходных данных [155, 158, 159]. Исходя из этих работ, можно предложить следующие основные факторы, приводящие к образованию и схода снежных лавин [25] «угол (крутизна) склона; толщина снежного покрова и ее изменение; скорость ветра; дождь, снег и их интенсивность; температура воздуха; землетрясения; внутреннее строение снежного покрова.

Участок местности, через который намечается прохождение трассы автодороги оценивается как нелавиноопасным, лавиноопасным и исключительно лавиноопасным в зависимости от сочетания отмеченных выше факторов.

Отметим, что сеть автомобильных дорог, как и другие виды систем сетевой структуры, можно рассматривать как взаимодействие подсистем первичной и вторичной сети некоторой гиперсети HN

Известно, что вторичная сеть $SN = (Y, R)$ в теории гиперсетей, есть понятие, определяемое относительно первичной сети $PN = (PX, V)$.

Например, в нашем случае структура автомобильной дороги (дорожное покрытие - асфальт или грунтовая дорога) понимаются в качестве вторичной сети относительно цифровой модели местности (ЦММ). В свою очередь, схема правил дорожного движения (ПДД), регулируемого светофорами, дорожными разметками и знаками, понимается в качестве вторичной сети относительно структуры автомобильной дороги, а схема транспортного потока тоже образует вторичную сеть относительно схем ПДД».

Таким образом, автомобильную дорогу в целом можно рассматривать в виде иерархической гиперсети [82], которая имеет более двух различных образующих множеств и позволяет последовательно отобразить одну структуру в другую. Поэтому при построении первичной сети $PN = (PX, V)$, на которой в дальнейшем будет реализована вторичная сеть $SN = (Y, R)$, должны быть учтены все особенности области размещения.

Согласно [25] «существование элементов первичной PN и вторичной SN сети в зимний период зависит от факторов, влияющих на возникновение и сход снежных лавин на конкретном участке. Тогда сети автомобильных дорог должны моделироваться нестационарной гиперсетью, т.е. $HN(\tau) = (X(\tau), V(\tau), R(\tau))$, где $\tau \in [0, T]$ - интервал времени».

Определение. Гиперсеть называется нестационарной $HN(\tau) = (X, V; R)$, если ее структура и параметры элементов зависят от времени τ , где $\tau \in [0; T]$ - интервал времени. Другими словами, каждой ветви $v_j \in V$ сопоставлена функция пропускной способности ветви $\alpha_j(\tau) \geq 0$; каждому ребру $r_k \in R$ сопоставлена функция пропускной способности ребра $\delta_k(\tau) \geq 0$ и $\tau_r \geq 0$ – задержка потока по ребру.

В общем случае для поиска трассы для прокладывания сети автомобильных дорог на заданной территории можно предложить следующий алгоритм построения нестационарной гиперсети [25]: «

- прогнозируются наиболее вероятные причины формирования и обрушения снежных лавин на период $\tau = [0, t]$, где $[0, t] \in [0, T]$;

- если участок для данного периода считается нелавиноопасным, то существование элементов гиперсети не зависит от фактора времени и строится гиперсеть $HN = (X, V, R)$, для которой ее стоимость принимает минимальное значение $Q(HN) \rightarrow \min$ при различных ограничительных условиях;
- если участок лавиноопасен или исключительно лавиноопасен, то существование элементов гиперсети на нем зависит от некоторого интервала времени $[0, t]$, и строится гиперсеть $HN(\tau) = (X(\tau), V(\tau), R(\tau))$, для которой стоимость стационарной гиперсети $HN(\tau)$ принимает минимальное значение $Q(HN(\tau)) \rightarrow \min$ при различных ограничительных условий».

Таким образом, [25] «для выявления экономической эффективности и технической возможности построения сети автомобильных дорог на таком участке, сначала необходимо оценить его лавинную опасность. Предварительная оценка лавиноопасных участков на ранних стадиях проектирования приведет к значительному уменьшению финансовых затрат. При эффективном выборе направления трассы автомобильных дорог в период эксплуатации будут минимизированы дополнительные затраты на восстановление и построение дополнительных защитных инженерных сооружений».

5.2.4. Задачи совмещенного прокладывания инженерных коммуникаций

Известно, что подземное, надземное и наземное пространство современных городов чрезвычайно насыщено инженерными коммуникациями различного назначения, стоимость которых в значительной степени превышает, порой и достигают 20-30% от общей стоимости городской инфраструктуры [52, 69, 70]. Поэтому, одной из важнейших задач при проектировании инженерных коммуникаций

современного города является снижение протяженности, следовательно, стоимость строительства и эксплуатации инженерных коммуникаций путем совместного их размещения в одной трассе.

Пусть рассматривается задача проектирования несколько типов коммуникаций $j = \{1, 2, \dots, n\} = \{\text{водопровод, теплопровод, газопровод, линии электропередачи, линии электросвязи}\} \in J$ на заданной территории современного города. И пусть $i = \{1, 2, \dots, m\} \in I$ - множество допустимых проектов. В общем случае приведенные затраты Π_i^j для реализации i -го варианта проекта при построении j -й коммуникации представляют собой сумму текущих затрат (себестоимости) и капитальных вложений:

$$\Pi_i^j = C_i^j + E_{i,n}^j K_i^j$$

или

$$\Pi_i^j = K_i^j + T_{i,n}^j C_i^j$$

где: K_i^j – капитальные вложения для строительства j -й коммуникации по i -му варианту проекта; C_i^j – текущие (эксплуатационные) затраты на обслуживания j -й коммуникации по i -му варианту проекта; $E_{i,n}^j$ – нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений; $T_{i,n}^j$ – нормативный срок окупаемости капитальных вложений (величина обратная $E_{i,n}^j$).

К капитальным вложениям K_i^j для строительства j -й коммуникации по i -му варианту проекта относятся: $K_i^{j,\text{узл.}}$ – стоимость приобретения и монтажа узловых элементов j -й коммуникации по i -му варианту проекта (коммутационного оборудования, трансформаторов, насосов, компрессорных устройств); $K_i^{j,\text{лний}}$ – общая стоимость приобретения, прокладки и монтажа линейных элементов j -й коммуникации по i -му варианту проекта (кабелей, трубопроводов); $K_i^{j,\text{доп.}}$ – общая стоимость дополнительных и земляных работ по сооружению временных и

подъездных дорог, мостов, защитных сооружений и других устройств для строительства j -й коммуникации по i -му варианту проекта. Таким образом, капитальные затраты на строительство j -й коммуникации по i -му варианту проекта:

$$K_i^j = K_i^{j, \text{узн.}} + K_i^{j, \text{линий}} + K_i^{j, \text{доп.}} \quad (5.19)$$

Эксплуатационные затраты для строительства j -й коммуникации по i -му варианту проекта, включают в себя следующие виды затрат: где $C_i^{j, \text{аморт.}}$ - затраты на амортизацию, состоящие из сумм отчислений на капитальный ремонт и восстановление j -й коммуникации по i -му варианту проекта; $C_i^{j, \text{тек.р.}}$ - расходы на текущий ремонт и поддержание j -й коммуникации по i -му варианту проекта в состоянии, годном для эксплуатации; $C_i^{j, \text{з.п.}}$ - затраты на заработную плату эксплуатационного персонала, для обслуживания j -й коммуникации по i -му варианту проекта; $C_i^{j, \text{восст.}}$ - затраты на восстановление отказов (учитываются при расчете показателей надежности), j -й коммуникации по i -му варианту проекта; $C_i^{j, \text{эксп.}}$ - затраты на эксплуатационные материалы, для j -й коммуникации по i -му варианту; $C_i^{\text{теп.}}$, $C_i^{\text{хол.}}$, $C_i^{\text{эл.}}$, $C_i^{\text{вод.}}$, $C_i^{\text{инф.}}$ и т.д. - стоимость потребляемых в течение года энергоресурсов - теплоты, холода, электроэнергии, воды, информации и т.д. по i -му варианту проекта. Таким образом, эксплуатационные затраты на обслуживание j -й коммуникации по i -му варианту проекта:

$$C_i^j = C_i^{j, \text{аморт.}} + C_i^{j, \text{тек.р.}} + C_i^{j, \text{з.п.}} + C_i^{j, \text{восст.}} + C_i^{j, \text{эксп.}} + C_i^{\text{теп.}} + C_i^{\text{хол.}} + C_i^{\text{эл.}} + C_i^{\text{вод.}} + C_i^{\text{инф.}} \quad (5.20)$$

Тогда задача заключается в поиске оптимального варианта проекта $I_{opt.}$, удовлетворяющее условию $\Pi_{I_{opt.}}^j \rightarrow \min$, при ограничениях и требованиях налагаемые на проектируемые виды коммуникаций. Однако, задача, одновременно удовлетворяющая (5.19) и (5.20), при заданных ограничениях и требованиях является NP-трудной.

Отметим, что задача должна решаться с учетом межсетевых структурных взаимодействий различных инженерных коммуникаций при совмещенной их прокладке. В качестве математической модели для совмещенного размещения различных инженерных коммуникаций в одном коллекторе будем использовать структурированную гиперсеть SHN (structural hypernet). Отметим, что для моделирования совмещенной прокладки инженерных коммуникаций различного назначения важно учесть топологические взаимосвязи ребер и вершин различных инженерных коммуникаций структурированной SHN -гиперсети. Различные типы вложений совмещенных инженерных коммуникаций в одной траншее представлены [22, 43].

Введем следующие обозначения применительно к нашему случаю для постановки задач оптимизации сетей и коммуникаций, прокладываемых в групповой или отдельной трассе [22, 23, 43]: «рассматривается прямоугольная система координат $XYZO$ с метрикой пространства ρ , выбор которой обусловлен требованием прокладки инженерных коммуникаций по координатным осям: $\rho(M, N) = |X_M - X_N| + |Y_M - Y_N| + |Z_M - Z_N|$, где: $\rho(M, N)$ - расстояние между двумя точками M и N пространства $XYZO$.

При решении задачи прокладывания инженерных сетей и коммуникаций различного назначения, положение j -й коммуникации в пространстве определим как вектор $T_j = (X_{j0}, Y_{j0}, Z_{j0}, X_{j1}, Y_{j1}, Z_{j1}, \dots, X_{jK_j}, Y_{jK_j}, Z_{jK_j}, Q_j)$, где X_{j0}, Y_{j0}, Z_{j0} - начала трассы; $X_{jK_j}, Y_{jK_j}, Z_{jK_j}$ - конец трассы; $X_{jM}, Y_{jM}, Z_{jM}, M = \overline{1, K_j - 1}$ - точки изгиба выбираемой трассы; K_j - прямоугольные участки j -й трассы; Q_j - угол поворота j -й коммуникации при обходе препятствий.

Задача прокладки совмещенных инженерных коммуникаций различного назначения в одной траншее предполагает следующие ограничения [10]: «

- ограничение на предельно допустимый размер траншеи:

$$\{(X_M, Y_M, Z_M)\} \subset [min_{длина}, max_{длина}] \times [min_{ширина}, max_{ширина}] \times [min_{высота}, max_{высота}] \subset R^3 \quad (5.21)$$

- размещения j -ой ИК в траншее:

$$K(J) \in K(X_M, Y_M, Z_M) \quad (5.22)$$

- размещение однотипных коммуникаций в один ряд:

$$z_{i1} = z_{i2}, (y_{i1} = y_{i2}) \vee (x_{i1} = x_{i2}) \quad (5.23)$$

- обеспечение требуемого расстояния между коммуникациями различного назначения:

$$\rho(J_i, J_k) \geq [\rho 1]_{ik}, i \neq k \quad (5.24)$$

где $[\rho 1]_{ik}, \forall i \neq k$ - нормативное расстояние между коммуникациями различного назначения, определяемое санитарными нормами и правилами [173].

- ортогональность фрагментов совместимых коммуникаций:

$$(x_{jn+1} - x_{jn})(y_{jn+1} - y_{jn}) = 0 \vee (x_{jn+1} - x_{jn})(z_{jn+1} - z_{jn}) = 0 \vee (y_{jn+1} - y_{jn})(z_{jn+1} - z_{jn}) = 0 \quad (5.25)$$

- непересечения несовместимых коммуникаций друг с другом:

$$K(J_i) \cap K(J_k) = \varnothing, i \neq k \quad (5.26)$$

- непересечения трасс несовместимых коммуникаций друг с другом:

$$K(T_i) \cap K(T_k) = \varnothing, i \neq k \quad (5.27)$$

- трассы не должны проходить в зонах обслуживания коммуникаций:

$$K(T_j) \cap K(C_c^{обсл.}_k) = \varnothing, j = 1, 2, \dots, J, c = 1, 2, \dots, C_{обсл.} \quad (5.28)$$

С учетом введенных понятий и ограничений задача прокладки совмещенных инженерных коммуникаций различного назначения формулируется следующим образом: необходимо построить структурированную гиперсеть $SHN = (Y, V, G(X_i, R_i))$, для которой $Q(SHN) \rightarrow \min$ при ограничениях (5.21)-(5.28)».

Отметим, что задача поиска оптимальных решений при проектировании и строительстве совмещенных инженерных коммуникаций – сложный итеративный процесс, связанный с принятием соответствующего проектного решения на каждом этапе. Другими словами, совмещенное размещение сетей и коммуникаций не имеет тривиального решения. Сложность решения задачи оптимизации сетей обусловлена ее принадлежностью к классу NP-трудных задач.

В связи с этим предлагается, что с учетом ограничений и требований (5.21)-(5.28), накладываемые на проектируемых типов сетей и коммуникаций, и целевой функции $Q(SHN)$, из обобщенной постановки совмещенного размещения сетей и коммуникаций получить более конкретные подзадачи. Такая декомпозиция обобщенной задачи позволяет решить задачу относительно заданных типов сетей и коммуникаций.

5.3. Многокритериальность задач оптимизации сетей и коммуникаций

Отметим, что к настоящему времени разработан обширный математический и алгоритмический аппарат для анализа и оптимизации инженерных сетей и коммуникаций по различным критериям оптимизации [73, 90, 102, 126, 143, 160, 161, 162, 163, 170]. Анализ существующих моделей и методов оптимизации сетевых объектов показывает, что все они имеют бесспорное преимущество по отдельным критериям оптимизации, и могут быть применены для решения различных оптимизационных задач. Однако, как сказано выше, в условиях городской застройки принятие проектного решения по одному критерию может привести к серьезным негативным последствиям. Другими словами, наиболее экономное проектное решение не всегда может привести к устойчивости функционирования предполагаемой сети, или же наоборот, принятие решения, акцентированного только на устойчивость функционирования

сети, может привести к удорожанию строительства и эксплуатации этих сетей. Все обозначенные критерии оптимизации: экономичность, надежность и совместимость проектируемых типов сетей являются конкурирующими, т.е. при проектировании сетей возникает многокритериальная задача оптимизации. Поэтому актуальной является разработка новых моделей и методов для анализа и оптимизации сетей по нескольким конфликтующим критериям, основанных на эволюционных вычислениях и алгоритмах, инспирированных природными процессами, которые позволяют находить более приемлемое проектное решение, учитывающее сложность и многокритериальность поставленной задачи за разумное время.

5.3.1. Минимальная остовная гиперсеть *SPHN* заданной связности

Построение остовной гиперсети (*SPHN – spanning hyper net*) минимальной стоимостью и заданной связностью имеет важное практическое применение при проектировании инженерных сетей и коммуникаций по различным критериям оптимизации, такими как минимальность затрат на строительство и эксплуатации, а также заданной живучести и надёжности.

Определение. Остовной гиперсетью будем называть связный подграф SN' графа вторичной сети $SN = (Y, R)$, являющийся остовом и связывающий все вершины графа вторичной сети SN т.е. $SN' = (Y, R')$, в котором $R' \subseteq R$.

Пусть задана гиперсеть $HN = (PN, SN; F)$ ветви-реберная связностью λ не меньше чем k , т.е.

$$\lambda(HN) = \min\{\lambda(PN), \lambda(SN)\} \geq k \quad (5.29)$$

где: $\lambda(PN)$ – связность графа первичной сети по ветвям; $\lambda(SN)$ – реберная связность графа вторичной сети;

k - заданный порог связности.

Определение. Гиперсеть $HN = (PN, SN; F)$, удовлетворяющая условию (5.29) называется k -связной.

Обозначим через SST (sets of spanning trees) – множество остовных деревьев $SN' = (Y, R' \subseteq R)$, графа вторичной сети SN , отображаемых по соответствующим маршрутам в графе первичной сети PN .

Отображение $F: R' \rightarrow 2^V$, сопоставляющее каждому ребру $r \in R'$ остовного графа $SN' = (Y, R' \subseteq R)$ вполне определенный маршрут $\mu(x, y) \equiv F(r)$ в графе первичной сети $PN = (X, V)$, называется остовой гиперсетью $SPHN = (PN, SN'; F)$.

Пусть известны весов ветвей $c(v)$ и ребер $c(r)$ k – связной остовой гиперсети $SPHN$. Тогда задача построения минимальной остовой гиперсети $SPHN$ связностью не меньше k ставится следующим образом: необходимо найти остовное дерево SST^* на графе вторичной сети SN и его отображение по соответствующим маршрутам на графе первичной сети PN , удовлетворяющее условию минимальности стоимости остовой гиперсети $SPHN$ и заданной уровень связность, т.е. найти $F: SN' \rightarrow PN$ для которого

$$Q(SPHN) = \left(\sum_{v \in F^*(r)} \sum_{r \in R} c(v) + \sum_{r \in R} c(r) \right) l(r) \rightarrow \min_{SST^* \in SST}$$

при ограничении $\lambda(SPHN) \geq k$.

Задача построения минимальной остовой гиперсети $SPHN$ имеет множество приложений в области проектирования и строительства сетей инженерных коммуникаций, имеющих древовидную топологию.

5.3.2. Минимальная гиперсеть HN заданной живучести и пропускной способности

На практике при проектировании сетей инженерных коммуникаций возникает и необходимость построения сети минимальной стоимости, при

условии, что сеть также должна удовлетворять требованиям заданной связности и пропускной способности. Такие задачи возникают при проектировании инженерных сетей и коммуникаций в условиях воздействия внештатных непредвиденных факторов (техногенные или природные факторы). Как сказано выше, одной из характеристик структурной живучести проектируемых типов сетей и коммуникаций является их реберная связность не ниже наперед заданного k , в случае отказа некоторых типов элементов (узлов или линий). Непредвиденные факторы природного характера, влияющие на бесперебойность функционирования проектируемых типов сетей, представлены в работах [89, 79, 117, 131, 137, 158, 159, 162, 206].

Считаем, что заданы графы первичной $PN = (X, V)$ и вторичной сети $SN = (Y, R)$ некоторой гиперсети $HN = (PN, SN; F)$.

Тогда реберная связность гиперсети HN предполагает наличие маршрута $v = F(r)$, где $F(r)$ - множество ветвей графа PN , между любой парой вершин гиперсети HN , по которым проходят ребра $r \in R$ графа SN , т.е. $\forall x, y \in HN: \exists r = (x, y)$. Отсюда следует, что графы PN и SN должны быть связными.

Аналогично вершинная связность $\omega(HN)$ гиперсети HN определяется как минимальное число узлов в графе первичной PN или вторичной сети SN , удаление которых приводит к несвязной гиперсети HN .

Пусть, как и во всех задачах оптимизации сетей, заданы графы первичной $PN = (X, V)$ сети и вторичной $SN = (Y \subseteq X, R)$ сети, а также стоимостные и метрические характеристики их элементов: $\rho(v)$ – длина ветви $v \in V$; $\rho(r)$ – длина ребра $r \in R$; $a(v)$ – удельная стоимость ветвей $v \in V$; $b(r)$ – удельная стоимость ребер $r \in R$; $\alpha(v)$ – пропускная способность ветви $v \in V$; $\beta(r)$ – пропускная способность ребра $r \in R$; $\omega(HN)$ – вершинная связность гиперсети HN .

Тогда в более общей форме задачу синтеза инженерной коммуникации заданной живучести можно сформулировать следующим

образом: необходимо найти топологию графа вторично сети SN и отображение его ребер по соответствующим маршрутам на графе первичной сети PN , обеспечивающие минимальность суммарной стоимости строительства и эксплуатации коммуникации со связностью, не меньшей k , а также удовлетворяющей заданному уровню пропускной способности ребер и ветвей, т.е. найти $F: SN \rightarrow PN$ для которого

$$Q(HN) = \left(\sum_{v \in F^*(r)} \sum_{r \in R} a(v) + \sum_{r \in R} d(r) \right) \rho(r) \rightarrow \min$$

при условиях

$$\omega(HN) \geq k; \quad \forall v \in V, \sum_{r \in F^{-1}(v)} \beta(r) \leq \alpha(v).$$

Последнее ограничение говорит о том, что суммарный поток целевого продукта между заданных пар точек не превышает пропускной способности ветви $v \in V$ графа первичной сети PN , через которой прошли ребра $r \in R$ графа вторичной сети SN .

Для решения поставленной задачи существуют эвристические алгоритмы, основанные на методе локального поиска и насыщенных ветвей, предложенные в [82, 125, 225].

Существует большое количество работ, посвященных оптимизации сетей инженерных коммуникаций по критерию заданной живучести без учета стоимостных характеристик. Построение сетей заданной живучестью по критерию максимального потока в сети было исследовано в [94, 97, 126, 149], а живучесть сетей инженерных коммуникаций по структурной связности - в [100, 101].

Отметим, что такая многокритериальная постановка задачи построение сетей заданной живучести и минимальной стоимости, является новой в данной области исследования и NP-трудной, не имеющей решения в общем случае, и требует разработки эвристических методов и алгоритмов.

5.3.3. Минимальная гиперсеть *HN* заданной надежности

Государственные или частные предприятия, занимающиеся проектированием и обслуживанием инженерных сетей различного назначения, сталкиваются с проблемами размещения и устойчивого их функционирования в пределах заданного срока службы этих объектов. Основными причинами возникновения таких проблем являются различные техногенные воздействия такими как физический износ объекта, механическое или электромагнитное воздействие, взрывы, аварии и т.п. Современные сети инженерных коммуникаций могут состоять из сотен узлов и линий, порой их количество достигает несколько тысяч узлов и линий. Безаварийное и надёжное функционирование сетей различного назначения в течении всего нормативного срока службы в значительной степени зависит от размещения узлов и линий в городской среде. Выход из строя одного из этих элементов может привести к полному или частичному отказу всей системы, что в свою очередь может привести к финансовым потерям и другим последствиям. Такие непредвиденные неблагоприятные ситуации можно избежать и минимизировать финансовые или другие потери, путем своевременного анализа и прогнозирования наиболее «уязвимых» мест в структуре существующих или вновь проектируемых сетей различного назначения.

В связи с этим актуальным является анализ задач оптимизации сетей инженерных коммуникаций по критериям стоимость и надежность. Для этого для начала введем понятие надежности гиперсети.

Таким образом, важным показателем при проектировании и эксплуатации сетей является надежность их функционирования. Наиболее популярным показателем является вероятность связности подмножества вершин в случайном графе. Обычно рассматривается модель с ненадежными линейными сооружениями (ребрами), но в некоторых случаях переходят и к требованию ненадежности узлов [172]. Впервые

задача расчета вероятности связности графа с ненадежными ребрами была рассмотрена Е.Ф. Муром и К.Э. Шенноном в 1956 году [170], ими же был предложен метод ветвления (факторизации), который в различных модификациях и в настоящее время является достаточно популярным точным методом расчета вероятности связности графа. С тех пор было введено в рассмотрение и изучено достаточное количество других показателей надежности сетей, также описываемых в рамках теории случайных графов.

Отметим, прежде всего, такие показатели, как вероятность связности сети с ограничением на диаметр [160], средняя вероятность парной связности [171, 212] и математическое ожидание числа связных пар узлов сети [122]. Для расчета этих показателей также используются модификации метода ветвления.

Высокая стоимость строительства и эксплуатации инженерных сетей, а также надежность их функционирования в пределах заданного нормативного срока службы обуславливают потребность в изучении и разработке новых алгоритмов для снижения стоимости проектного решения с учетом их надежности. Анализ исследований показывает, что существующие модели и алгоритмы оптимизации сетевых объектов практически не учитывают многокритериальность оптимизационной задачи. Одним из возможных путей решения данной проблемы является разработка новых моделей и методов на основе интеграции известных алгоритмов и эволюционного синтеза, позволяющих учесть многокритериальность и сложность рассматриваемой проблемы.

Отметим, что анализ надежности гиперсетей впервые предоставлен в [121, 122]. В качестве меры надежности гиперсетей рассматривают 2-терминальную надежность, т.е. вероятность связности двух выделенных узлов сети (терминалов), при условии, что в первичной сети происходят сбои, а узлы во вторичной сети должны быть надежными.

Будем считать, что ветви V первичной $PN = (X, V)$ сети подвержены случайным отказам, происходящим независимо друг от друга с заданными вероятностями $p_i, 1 \leq i \leq g$.

Надежность ребра вторичной сети $r \in R$ определим как

$$R_r(HN) = \prod_{v \in F(r)} p(v) \quad (5.30)$$

Если для ребра $r \in R$ путь $F(r)$ имеет конечные точки a и b , и если никакие другие рёбра не связывают эти точки, мы будем использовать обозначение $R_{ab}(HN)$ вместо $R_r(HN)$. Если для узлов a и b существует более одного такого ребра, это обозначение используется для того ребра, значение надежности которого максимально.

В [7, 9, 16] рассмотрены меру надежности $R(HN)$ для гиперсети HN в целом, с учетом того, что в первичной сети происходят сбои, но при этом все потребители должны быть связаны с необходимыми им поставщиками:

$$R_1(HN) = \min\{R_{ab}(HN)\}, a \in Y_{source}, b \in Y_{consumer} \quad (5.31)$$

Таким образом, $R_1(HN)$ является минимумом среди всех 2-терминальных надежностей $R_{ab}(HN)$, где a – это источник ресурса, b –потребитель.

Однако, не во всех случаях адекватной мерой надёжности будет именно указанный показатель. Введём в рассмотрение показатель для описания надёжность сети в среднем:

$$R_2(HN) = \frac{1}{\Omega} \sum_1^{\Omega} R_{ab}(HN), a \in Y_{source}, b \in Y_{consumer}, \quad (5.32)$$

где Ω – количество всех рассматриваемых пар источник-потребитель.

Рассмотрим также показатель, который необходим для описания надёжности в случае, когда нужно чтобы все потребители и поставщики одновременно были связны с максимальной вероятностью. Определим его как вероятность существования путей между каждой парой источник-потребитель:

$$R_3(HN) = probability(Exist_a_path_between a \in Y_{source}, b \in Y_{consumer}) \quad (5.33)$$

Возможны ситуации, когда при одних и тех же условиях разные конфигурации инженерной сети будут оптимальными с точки зрения введенных нами показателей (5.30)-(5.33).

Надежность гиперсети HN требует, чтобы были известны достаточно надежные маршруты между заданными парами точек в графе первичной сети PS .

Пусть известны предполагаемые структуры графов $PN = (X, V)$ и $SN = (Y \subseteq X, R)$. Пусть $p(v)$ — вероятность существования ветви $v \in V$ первичной сети, соответственно для ребра $r \in R$: $p(r) = \prod_{v \in F(r)} p(v)$.

Требуется найти отображение SN в PN при котором целевая функция принимает минимальное значение:

$$Q(HN) = (\sum_{v \in F(r), \forall r \in R} a(v) + \sum_{r \in R} b(r)) \rightarrow \min \quad (5.34)$$

при ограничениях

$$R(HN) = \min_r p(r) \geq R_0 \quad (5.35)$$

где: $0 < R_0 \leq 1$ - заданный порог надёжность.

Задача (5.34)-(5.35) в общем случае является NP-трудной.

5.3.4. Минимальная гиперсеть HN с учетом совместимости различных типов коммуникаций

Пусть T – множество типов коммуникаций. Для каждого ребра $r \in R$ зададим тип $type(r) \in T$, который однозначно определяет вид и назначения проектируемой коммуникации. Для описания совместимости различных типов сетей вводится бинарное отношение $CT \subseteq T \times T$, которое определяется правилом: если $(t_1, t_2) \in CT$, то эти типы сетей могут быть проложены в одном и том же техническом коридоре, т.е. две различные, но совместимые (по механическим и электромагнитным воздействиям) сети могут быть проложены в одной ветви первичной сети.

Пусть $MinCT(t_1, t_2, \dots, t_h)$ - минимальное число непересекающихся подмножеств, на которое можно разделить типы сетей $\{t_1, t_2, \dots, t_h\}$ с учетом их совместимости.

Например, если существуют типы сетей $\{t_1, t_2, t_3\}$, такие что $(t_1, t_2), (t_2, t_3) \in CT$, но $(t_1, t_3) \notin CT$, тогда $MinCT(t_1, t_2, t_3) = 2$, поскольку эти типы сетей могут быть разделены на два подмножества $\{t_1, t_2\}$ и $\{t_3\}$.

Постановка задачи: построить гиперсеть HN , т.е. каждому ребру $r \in R$ графа вторичной сети SN найти маршрут в графе первичной сети PN между заданных пар точек из $Y = Y_{source} \cup Y_{consumer}$, для которой следующая целевая функция принимает минимальное значение:

$$Q(HN) = \sum_{v \in V'} (a(v) + b(v) \cdot \gamma_1) \cdot \rho(v) \cdot MinCT(v) + \\ + \sum_{r \in R} (c(r) + \sum_{v \in F(r)} d(r) \cdot \gamma_2) \rho(r) \quad (5.36)$$

и обеспечивающей надежность гиперсети по отношению к заданному порогу $R(HN) \geq R_0$, где $0 < R_0 \leq 1$.

В (5.36) подмножество $V' \subseteq V$ определяется следующим образом: для каждого элемента $v \in V'$, $\exists r \in R$ такое, что $v \in F(r)$. Пусть $v \in V'$ и $v \in F(r_i), i = 1, \dots, l; r_1, \dots, r_l \in R$, тогда $MinCT(v) = MinCT(type(r_1), \dots, type(r_l))$.

Отметим, что задача оптимизации сетей инженерных коммуникаций в такой гиперсетевой постановке NP-трудна [13].

Отметим, что практически все задачи, приведенные в этой главе, являются NP-трудными, не имеющими решения в общем случае. Это говорит о том, что временные ресурсы вычислительных машин растут по экспоненциальному закону, в зависимости от размерности входных данных. Так как задачи оптимизации сетей и коммуникаций NP-трудные, применение точного переборного метода для нахождения точных решений таких задач практически невозможно. В этом случае либо находят приближенные решения оптимизационных задач эвристическими

алгоритмами, либо методом декомпозиции разбивают исходную задачу на отдельные подзадачи.

Для решения NP-трудных задач, эффективных алгоритмов которых до сих пор неизвестны, используются приближенные и эвристические алгоритмы, позволяющие эффективно находить решение, незначительно хуже оптимального. Для этого используются общие схемы построения алгоритмов (метаэвристики), для построения различных приближенных эвристических методов и алгоритмов, которые широко применяются для решения задач высокой вычислительной сложности (задачи, принадлежащие классу NP).

5.4. Заключение по Главе 5

- исследованы оптимизационные задачи, возникающие в процессе проектирования и строительства сетей инженерных коммуникаций различного назначения. Были представлены некоторые классические задачи теории гиперсетей, такие как минимальный циклический маршрут в гиперсетях, гамильтонова цикл в гиперсетях, задача о покрытии вершин ориентированной сети SN, p-медианы в гиперсетях HN и др., которые относятся к классу NP-трудных;
- представлены возможности применения гиперсетевой технологии для решения некоторых прикладных задач в области оптимизации сетей электропередач и электросвязи;
- исследована задача синтеза сетей электросвязи с заданной живучестью и их применения для проектирования сетей инженерных коммуникаций различного назначения;
- исследована задача построения сетей автомобильных дорог в сложных условиях, в которой структура проектируемой дороги определяется сезонными характеристиками области размещения;

- в качестве математической модели инженерных сетей и коммуникаций, функционирующих в условиях пересеченной местности предложена нестационарная гиперсеть, учитывающая фактор времени;
- предложена методика совмещенного размещения сетей инженерных коммуникаций различного назначения в одной траншее, учитывающей технические нормы и правила безопасности при их совмещенной прокладке, а также их совместимости;
- в качестве математической модели для сетей, прокладываемых в одном коллекторе (совмещенно), предложена структурированная гиперсеть SHN.

ГЛАВА 6

АНАЛИЗ СЛОЖНОСТИ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ СЕТЕЙ И КОММУНИКАЦИЙ

Отметим, что большие части задачи оптимизации сетей инженерных коммуникаций являются NP-трудными, не имеющие решения в общем случае, т.е. не существует полиномиального алгоритма решения большинства задач за полиномиальное время.

6.1. Задачи оптимизации сетей и коммуникаций

6.1.1. Построение двухуровневой гиперсети минимальной стоимости

Как отметил, структура сети инженерных коммуникаций моделируется двухуровневой гиперсетью $HN = (PN, SN; F)$, в которой граф первичной сети $PN = (X, V)$ соответствует дискретному аналогу области размещения, а граф вторичной сети $SN = (Y \subseteq X, R)$ - структуре проектируемой коммуникации. Представим, что заданы стоимостные характеристики ветвей $v \in V$ и ребер $r \in R$ графов первичной PN и вторичной сети SN соответственно. Введем следующие обозначения:

$a(v)$ — стоимость ветви $v \in V$ графа первичной сети PN ;

$b(r)$ — стоимость ребра $r \in R$ графа вторичной сети SN .

Тогда стоимость гиперсети HN оценивается следующей функцией:

$$Q(HN) = \left(\sum_{v \in F(r), \forall r \in R} a(v) + \sum_{r \in R} b(r) \right) \rightarrow \min. \quad (6.1)$$

Построение двухуровневой гиперсети минимальной стоимости можно сформулировать следующим образом: на множестве узлов $Y = Y_{source} \cup Y_{consumer}$ необходимо построить граф вторичной сети SN и его отображения

F по соответствующим маршрутам в графе первичной сети PN , для которого целевая функция (6.1) принимает минимальное значение, т.е.

необходимо $\forall r \in R$ найти $F: R \rightarrow 2^V$, для которого

$$Q(HN) \rightarrow \min$$

Постановка задачи оптимизации сетей в виде (6.1) является наиболее распространенной в области построения двухуровневой гиперсети и имеет множество приложений для описания и структурной оптимизации сетей различного назначения, например, для прокладывания газо- и нефтепроводов.

6.1.2. Задача построения дерева Штейнера для гиперсетей

Одной из родственных для задачи построения минимальной остовной гиперсети $SPHN$, является задача построения дерева Штейнера в виде гиперсети $STHN$ (Steiner Hyper net) с минимальной стоимостью.

Пусть заданы графы первичной $PN = (X, V)$ и вторичной $SN = (Y \subseteq X, R)$ сети некоторой гиперсети HN , с весами ветвей $c(v)$ и ребер $c(r)$ соответственно. Отметим, что множество вершин Y графа вторичной сети SN является объединением множеств $Y = Y_{consumer} \cup Y_{source} \cup Y_{some}$, в котором $Y_{consumer}$ и Y_{source} являются фиксированными на заданном участке Ω , соответствующем графу первичной сети PN , Y_{some} - промежуточные узлы, принимающие значения не больше k , т.е. $|Y_{some}| \leq k$, где $k \in [0, |Y_{consumer} \cup Y_{source}| - 2]$.

Пусть теперь при вложении вторичной сети $SN = (Y \subseteq X, R)$ в первичную сеть $PN = (X, V)$ допускается разместить $|Y_{additional}| \leq k$ дополнительных точек, в виде точек Штейнера (подстанции, разветвители).

Необходимо строить, на множестве узлов $Y_{consumer} \cup Y_{source}$ граф вторичной сети SN , в виде минимального дерева Штейнера (*MinST – minimal Steiner tree*), путем добавления не более k промежуточных вершин,

т.е. $|Y_{additional}| \leq k$, и его отображения по соответствующим маршрутам на графе первичной сети PN , обеспечивающие минимальность суммарных затрат на построение гиперсети $STHN$, т.е. $F: ST \rightarrow PN$

для которого

$$Q(STHN) = (\sum_{v \in F^*(r)} \sum_{r \in R} c(v) + \sum_{r \in R} c(r))l(r) \rightarrow \min_{MinST \in ST} \quad (6.2)$$

при ограничении

$$|Y_{additional}| \leq k \quad (6.3)$$

где: MinST (minimal Steiner tree) – минимальное дерево Штейнера, ST – множество деревьев Штейнера.

Поставленная задача (6.2)-(6.3) является NP-трудной, для решения которой не существует полиномиального точного алгоритма. Анализ сложности поставленной задачи, и ее решение эвристическим алгоритмом будет представлено в следующей главе.

6.1.3. Задача построения сетей и коммуникаций с учетом их надежности

Пусть известны предполагаемые структуры графов $PN = (X, V)$ и $SN = (Y \subseteq X, R)$. Пусть $p(v)$ — вероятность существования ветви $v \in V$ первичной сети, соответственно для ребра $r \in R$: $p(r) = \prod_{v \in F(r)} p(v)$.

Требуется найти отображение SN в PN при котором целевая функция принимает минимальное значение:

$$Q(HN) = (\sum_{v \in F(r), \forall r \in R} a(v) + \sum_{r \in R} b(r)) \rightarrow \min \quad (6.4)$$

при ограничениях

$$P(HN) = \min_r p(r) \geq P_0 \quad (6.5)$$

где: $0 < P_0 \leq 1$ - заданный порог надёжности.

Задача (6.4)-(6.5) также является NP-трудной в общем случае.

6.1.4. Задачи совмещённого размещения сетей и коммуникаций

Пусть T – множество типов ресурсов, передаваемых через магистральные трубопроводы. Для каждого ребра $r \in R$ зададим тип $type(r) \in T$. Тип ресурса однозначно определяет тип магистрального трубопровода.

Как было сказано выше, разные типы ресурсов могут быть несовместимы друг с другом для их прокладывания в одном техническом коридоре. Для описания совместимости различных типов ресурсов введем следующие обозначения:

Бинарное отношение $CT \subseteq T \times T$ определяется правилом: если $(t_1, t_2) \in CT$, то эти типы ресурсов могут быть проложены в одном и том же технологическом коридоре, т.е. два трубопровода различных типов могут быть проложены в одной ветви первичной сети.

Пусть $minCT(t_1, t_2, \dots, t_h)$ – минимальное число непересекающихся подмножеств, на которое можно разделить типы ресурсов $\{t_1, t_2, \dots, t_h\}$ с учетом их совместимости.

Например, если существуют типы ресурсов $\{t_1, t_2, t_3\}$, такие что $(t_1, t_2), (t_2, t_3) \in CT$, но $(t_1, t_3) \notin CT$, тогда $minCT(t_1, t_2, t_3) = 2$, поскольку эти типы ресурсов могут быть разделены на два подмножества $\{t_1, t_2\}$ и $\{t_3\}$.

В общем случае задача поиска маршрутов прокладывания магистрального трубопровода может быть сформулирована как задача поиска трасс для прокладывания трубопроводов между заданными парами точек из $Y = Y_{source} \cup Y_{station}$, обеспечивающих минимальность затрат на построение и последующую эксплуатацию магистрального трубопровода.

Постановка задачи: построить гиперсеть HN , т.е. каждому ребру $r \in R$ графа вторичной сети SN найти соответствующий маршрут в графе первичной сети PN , таким образом, чтобы выполнялись все условия и ограничения, накладываемые на проектируемый тип коммуникации, причем следующий функционал должен иметь минимальное значение:

$$Q(HN) = \sum_{v \in V'} (a(v) + b(v) \cdot \gamma_1) \cdot \rho(v) \cdot \min CT(v) + \sum_{r \in R} (c(r) + d(r) \cdot \gamma_2) \cdot \rho(r) \quad (6.6)$$

В (6.6) подмножество $V' \subseteq V$ определяется следующим образом: для каждого элемента $v \in V'$, $\exists r \in R$ такое, что $v \in F(r)$. Пусть $v \in V'$ и $v \in F(r_i)$, $i = 1, \dots, l$; $r_1, \dots, r_l \in R$, тогда $\min CT(v) = \min CT(\text{type}(r_1), \dots, \text{type}(r_l))$.

Задача 4. Пусть $\{r_1, \dots, r_l\} \in R$ - проектируемые типы сетей и $CT \subseteq R \times R$ бинарное отношение, определяемое правилом: если $(r_1, r_2) \in CT$, то эти типы сетей совместимы, в противном случае нет. Пусть $\min CT(r_1, \dots, r_l)$ - минимальное число непересекающихся типов сетей, на которое можно разделить множество $\{r_1, \dots, r_l\} \in R$. Такое разделение осуществляется с учетом совместимости проектируемых типов сетей (например, по механическим и электромагнитным воздействиям).

Теперь, пусть известны графы $PN = (X, V)$ и $SN = (Y \subseteq X, R)$. Задачу можно поставить более компактной форме (6.7), т.е. требуется найти отображение SN в PN при котором следующая целевая функция принимает минимальное значение:

$$Q(HN) = \left(\sum_{v \in V', \forall r \in R} a(v) \cdot \min CT(v) + \sum_{r \in R} b(r) \right) \rightarrow \min \quad (6.7)$$

при условии, что если различные типы сетей $\{r_1, \dots, r_l\} \in R$ можно разбить на совместимые типы сетей такие что $r'_1, r'_2, \dots \in CT, r''_1, r''_2, \dots \in CT, \dots$, то каждая группа совместимых типов сетей должна быть выложена по независимым ветвям первичной сети.

6.2. Анализ сложности задач оптимизации коммуникаций

6.2.1. Сложности задач оптимизации коммуникаций

Отметим, что практически все задачи, приведенные выше, относятся к классу NP-трудных. Это говорит о том, что задача оптимизации

инженерных сетей и коммуникаций – сложная, многоуровневая, итерационная процедура принятия проектных решений; рассчитывать на их однозначное или тривиальное решение нельзя. Сложность решения задачи оптимизации инженерных коммуникаций обусловлена ее принадлежностью к классу NP-трудных задач [235, 236].

Для решения NP-трудных задач, эффективные алгоритмы которых до сих пор неизвестны, используются приближенные эвристические алгоритмы, позволяющие эффективно находить решение незначительно хуже оптимального. При этом используются общие схемы построения алгоритмов(метаэвристики), для разработки различных приближенных эвристических методов и алгоритмов, которые широко применяются в решении задач высокой вычислительной сложности (задачи, принадлежащие классу NP).

В связи с этим в следующем разделе предлагается путем варьирования ограничений и требований к прокладыванию инженерных коммуникаций различного назначения, получить задач оптимизации отдельных инженерных коммуникаций, и решить задачу относительно проектируемой коммуникации.

6.2.2. Полиномиальная разрешимость задач оптимизации

Для того чтобы решать поставленные задачи, нужно оценить их сложность, т.е. возможность разрешимости этих задач за полиномиальное время. Одним из подходов оценки сложности задач является метод “сужения”, представленный в [213, 236]. Согласно методу «сужения» для начала нужно показать NP-трудность задачи (6.1). Если удастся показать, что задача (6.1) является NP-трудной, то задачи (6.2)-(6.3), (6.4)-(6.5), (6.6) и (6.7) также являются NP-трудными, т.к. они включают в себя более простую задачу (6.1). Чтобы доказать NP-трудность задачи (6.1), нужно

показать, что она включает в себя в качестве частного случая известную NP-трудную задачу [235, 236]. Далее, докажем следующие два утверждения.

Утверждение 1: Пусть стоимость ветвей первичной сети $a(v) = 0, \forall v \in V$, тогда задача (6.1) является полиномиально разрешимой.

Доказательство:

Предположим, что стоимость ветвей первичной сети PN пренебрежимо мала, по сравнению со стоимостью ребер вторичной сети SN , т.е. $a(v) = 0, \forall v \in V$. Тогда стоимость гиперсети $Q(HN)$ зависит только от второй слагаемой в выражении (6.1), т.е. $Q(HN) = \sum_{r \in R} b(r)$. В этом случае для укладки ребра $r \in R$ вторичной сети SN подойдет любой маршрут в графе первичной сети PN . Тогда для построения гиперсети минимальной стоимости можно воспользоваться классическим методом поиска в ширину. Таким образом, задача (6.1), в случае $a(v) = 0, \forall v \in V$, является полиномиально разрешимой.

Отметим, что в свою очередь стоимость ребра $b(r)$ зависит от суммы длин ветвей $v \in V$ графа первичной сети PN , через которые, проходит это ребро $r \in R$. Другими словами, $b(r) = C \cdot \sum_{v \in F(r)} l(v)$, где: C – некоторая постоянная, $l(v)$ – длина ветви. Тогда задачу (6.1) можно решить как задачу поиска кратчайших путей на графе первичной сети PN . Для решения подобной задачи можно воспользоваться, например, алгоритмом Флойда. Тем самым, и в этом случае задача (6.1) является полиномиально разрешимой.

6.2.3. Доказательство NP-трудности задач оптимизации

Утверждение 2: Пусть стоимость ребер вторичной сети $b(r) = 0, \forall r \in R$, тогда задача (6.1) является NP-трудной.

Доказательство: Пусть теперь, стоимость ребер вторичной сети SN пренебрежимо мала по сравнению со стоимостью ветвей первичной сети

PN , т.е. $b(r) = 0, \forall r \in R$. Тогда стоимость гиперсети $Q(HN)$ зависит только от первого слагаемого в выражении (6.1), т.е. $Q(HN) = \sum_{v \in F(r), \forall r \in R} a(v)$.

Пусть $|R| = 1$, тогда задача (6.1) сводится к поиску минимального пути по стоимости ветвей $a(v), v \in V$ между заданной парой вершин на графе первичной сети PN . Для решения этой задачи можно воспользоваться алгоритмом Дейкстры. Таким образом, и в этом случае задача (6.1) является полиномиально разрешимой.

Если $|R| \geq 2$, то возможны следующие случаи:

1) Предположим, что граф вторичной сети SN является связным. Покажем, что решение задачи (6.1) ищется в виде дерева Штейнера на графе первичной сети PN . Известно, что задача построения дерева Штейнера на заданном графе является NP-трудной [103, 235, 237].

Предположим обратное, что вложение SN в PN не есть дерево в графе первичной сети PN , т.е. либо в графе первичной сети PN , либо в графе вторичной сети SN есть циклы и дерево, имеющие минимальную стоимость.

1.1) Пусть граф вторичной сети SN имеет структуру дерева.

а) Пусть маршруты AD и AC графа PN образуют цикл (рисунок 6.1 а), где B — точка пересечения этих маршрутов. Вводим следующие обозначения: m_1 и m_2 — части маршрутов AD и AC до точки B соответственно, а $|m_1|$ и $|m_2|$ — их стоимости.

Если стоимость m_1 больше чем стоимость m_2 , т.е. $|m_1| > |m_2|$, то маршрут m_1 можно реализовать вдоль m_2 . В этом случае стоимость гиперсети уменьшится на величину $|m_1|$, что приведёт к противоречию — дерево в графе первичной сети PN имеет наименьшую оценку.

б) Пусть теперь в графе PN существуют три маршрута AD, AE, EC , образующие цикл (рисунок 6.1 б), где: B — точка пересечения этих маршрутов, m_1, m_2, m_3 — части маршрутов AD, AE, EC до точки B соответственно, $|m_1|, |m_2|, |m_3|$ — стоимости этих частей маршрутов.

Если стоимость m_1 не меньше, чем суммарной стоимости m_2, m_3 , т.е. $|m_1| \geq |m_2| + |m_3|$, то m_1 можно реализовать вдоль m_2 и m_3 (AEB). Тогда стоимость гиперсети уменьшится на величину $|m_1|$, что приведет к противоречию – дерево в графе первичной сети PN имеет наименьшую оценку.

Если стоимость m_1 меньше, чем суммарная стоимость m_2, m_3 , а стоимость m_2 меньше стоимости m_3 , т.е. $|m_1| < |m_2| + |m_3|$ и $|m_2| < |m_3|$, то m_3 можно реализовать вдоль m_2 и m_1 (EAB) (рисунок 6.1 с). Тогда стоимость гиперсети уменьшится на величину $|m_3|$, что приводит к противоречию – дерево в графе первичной сети PN имеет наименьшую оценку.

с) Если в графе первичной сети PN цикл образуют 4 или больше чем 4 маршрутов, то случай аналогичен предыдущему. В этом случае самый дорогой маршрут перереализуется по остальным маршрутам, который приведет, во-первых, к уменьшению стоимости гиперсети на величину стоимости самого дорогого маршрута, во-вторых, к противоречию, что дерево в графе первичной сети PN имеет наименьшую оценку.

Таким образом, если структура графа вторичной сети SN — дерево, то маршруты на графе первичной сети PN также образуют дерево. Тем самым гиперсеть минимальной стоимости образует дерево на графе первичной сети PN .

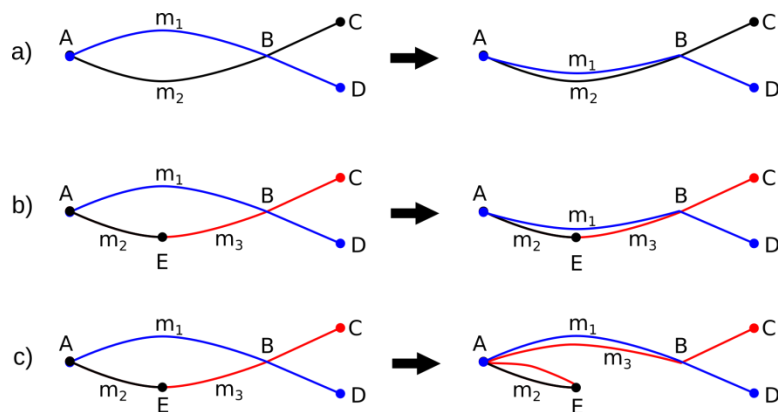


Рисунок 6.1 – Примеры маршрутов в графе первичной сети PN

1.2) Пусть теперь структура графа вторичной сети SN не является деревом. Покажем, что и в этом случае гиперсеть минимальной стоимости образует дерево на графе первичной сети PN .

Предположим обратное, т.е. пусть на графе первичной сети PN содержатся циклы. Пусть теперь в графе PN существуют три маршрута AB , AC , CB , которые образуют цикл (рисунок 6.2). Выберем среди маршрутов AB , AC и CB маршрут наибольшей стоимости (например, m_1) и реализуем его вдоль маршрутов m_2 и m_3 (ACB). Тогда стоимость гиперсети уменьшится на величину $|m_1|$, что приводит к противоречию - дерево в графе первичной сети PN имеет наименьшую оценку.

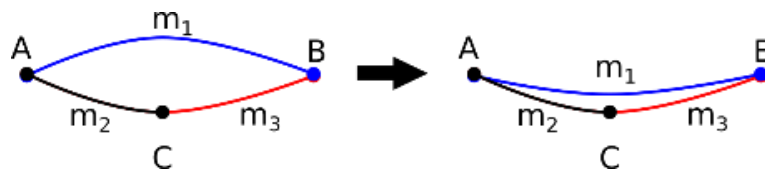


Рисунок 6.2 – Пример маршрутов в графе первичной сети PN

Итак, мы показали, что гиперсеть минимальной стоимости образует дерево на графе первичной сети PN . Таким образом, задача (6.1) сводится к задаче поиска дерева минимальной стоимости на графе первичной сети PN , для реализации ребер $r \in R$ вторичной сети SN . Это и есть задача поиска дерева Штейнера на графе, являющаяся NP-трудной. Таким образом, задача (6.1) является NP-трудной, т.к. она свелась к задаче поиска дерева Штейнера.

2) Пусть теперь граф SN является не связным (рисунок 6.3 а), т.е. решением задачи является лес.

Введем фиктивную вершину v' (рисунок 6.3 б) и соединим ее фиктивными ребрами и ветвями нулевой стоимости с компонентами связности графа вторичной сети. Отметим, что каждая компонента связности соединится одним и только одним ребром.

Тогда граф вторичной сети SN , полученный путем введения дополнительной вершины v' , и фиктивных ребер и ветвей является связным.

Очевидно, что построенное на этом графе дерево Штейнера будет являться решением исходной задачи.

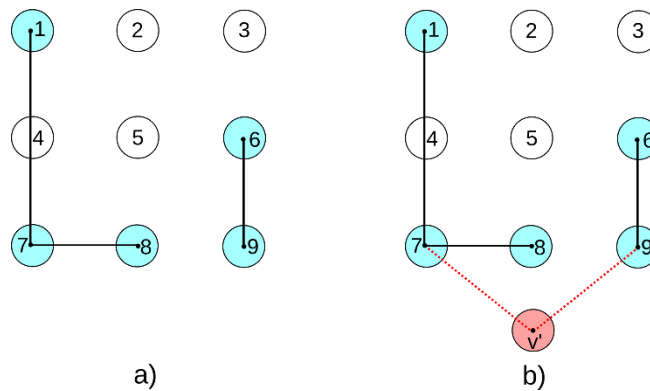


Рисунок 6.3 – Пример: а) несвязный граф SN ; б) связный граф SN

6.3. Модели и методы решения NP-трудных задач

6.3.1. Анализ методов оптимизации коммуникаций

Для решения задач оптимизации сете применяют различные приемы и методы, основанные на различных точные методы и метаэвристики. В зависимости от области изменения значений параметров элементов проектируемой коммуникации методы бывают дискретными, дискретно-континуальными и континуальными (непрерывными). Дискретные методы оптимизации инженерных коммуникаций разрабатываются на основе моделей и методов теории графов [96, 146, 147, 148, 177, 178, 180], исследование операций и дискретной оптимизации [125, 127, 164, 179, 228], сеточная аппроксимация [67, 73, 114, 162, 163, 166], дискретно-континуальные на основе сплайнов и триангуляции [135, 224], а непрерывные методы на основе вариационного исчисления [164, 218, 219, 222, 225] и т.п. Все эти методы являются досконально изученными и имеют глубокую историю, и основными преимуществами этих методов является простота в использовании для решения ряда задач, а также их универсальность.

Как отмечено выше все сети инженерных коммуникации представляют из себя иерархические системы сетевой структуры, вложенные в первичную или опорную структуру. Отсюда следует, что при разработке методов и моделей оптимизации коммуникаций необходимо учесть и другую сторону прикладной проблемы, т.е. иерархичность проектируемых типов коммуникаций. Другими словами, существующие меты оптимизации коммуникаций предполагают, что проектируемая коммуникация представляет из себя одноуровневый объект, размещённый на заданной плоскости. При этом не учитывается взаимозависимость элементов подсистем, такими как «инженерная коммуникация» и «область размещения». Такое обстоятельство приводит к неправильной оценке параметров проектируемых типов коммуникаций в зависимости от показателей элементов участка размещения.

Метод сеточной аппроксимации зачастую используется для дискретизации участка размещения сетей, путем нанесения на них сетки соответствующей конфигурации и отображение численных характеристик этого участка элементам применяемой сети. В большинстве случаев методы сеточной аппроксимации применяются для построения моделей местности в виде цифровой или математической местности для вычисления стоимостных характеристик области размещения. Однако в данном случае остаются не учтенными стоимостные или другие характеристики проектируемой коммуникации. Отметим, что сплайны и триангуляции также относятся к сеточным методам, и позволяют строить достаточно подробную модель участка размещения. В свою очередь метод дискретизации участка размещения позволяет применить модели и методы дискретной оптимизации для вычисления параметров элементов проектируемой коммуникации.

Непрерывные, или континуальные методы зачастую используются для вычисления функциональных или потоковых [74] характеристик сетей, и основаны на методах вариационного и интегро-дифференциального

исчисления. Такие методы являются наиболее сложными и связаны значительными трудностями с точки зрения вычислительного и экспериментального исследования. В связи с этим в большинстве случаев для решения задач оптимизации коммуникаций вместо непрерывных, применяют дискретные методы оптимизации.

Как отмечено выше модели теории графов успешно применяются для структурного описания инженерных коммуникаций различного назначения. Наиболее значимыми являются методы теории графов, связанные с поиском наиболее кратчайшего маршрута между заданных пар вершин на плоскости (алгоритм Дейкстра); нахождением кратчайших маршрутов между всех пар вершин на заданном графе (алгоритм Флойда); определением связности заданных пар вершин графа (метод Мура и Шеннона); определением разрезов и точек сочленений на заданном графе; вычислением наибольшего потока между заданными парами вершин графа (теорема Менгера); нахождением покрытия множеств и ребер графа. Отметим, что методы теории графов имеют комбинаторный характер, и в большинстве случаев имеют экспоненциальную сложность в зависимости от роста количества входных данных (число вершин и ребер). В то же время некоторые алгоритмы, таким как, алгоритм Дейкстра и Флойда являются полиномиальными, и обеспечивают достаточно эффективные решения, с точки зрения вычислительной сложности, при малом количестве входных данных. В основном методы теории графов для сетей, имеющих достаточно простую структуру (без иерархичности), позволяют разрабатывать достаточно простые вычислительные алгоритмы и программные реализации, позволяющие найти однозначное решение поставленной задачи.

Однако, как отмечено выше, графовые методы имеют ограниченные возможности при анализе и описании структур проектируемых типов коммуникаций, имеющих иерархические структуры. В связи с этим в качестве математической модели для описания структур инженерных

коммуникаций было предложено использовать модель двухуровневой гиперсти и ее виды, применяемые в различной области прикладной проблемы. Поэтому для решения задач оптимизации коммуникаций по проектированию и строительства, необходимо применить специальный математический аппарат, учитывающий их иерархичность и разработать методов и алгоритмов на основе применяемой модели и существующих метаэвристик. Отметим, что все типы моделей и методов оптимизации инженерных коммуникаций можно разбить на три основного вида, такими как непрерывные, дискретные и дискретно-непрерывные, которые, в свою очередь, можно разделить на точные и приближенные.

6.3.2. Точные методы оптимизации коммуникаций

Отметим, что для некоторых задачи возникающие в области проектирование и строительства инженерных коммуникаций различного назначения существуют полиномиально точные (эффективные) алгоритмы их решения. Такими являются задачи, связанные с поиском кратчайших маршрутов между заданных пар вершин графа на плоскости, максимальный поток в графе с минимальным разрезом и т.д.

Анализ методов и моделей оптимизации коммуникаций показывает, что ни одна из этих моделей не учитывает иерархичность проектируемых типов сетей, которые предполагают разделение структуры сети на первичной и вторичной.

Как отмечено выше, в качестве первичной сети PN рассматривается дискретный аналог области размещения (математическая или цифровая модель местности), описываемый сеткой определенной конфигурации – регулярной или нерегулярной. Предполагаемая структура проектируемой коммуникации в рамках гиперсетевой теории моделируется графом вторичной сети SN , который в дальнейшем отображается в структуре графа первичной сети PN .

Далее дадим описание некоторых точных методов синтеза инженерных коммуникаций, основанных на модели теории гиперсетей. Одним из самых важных представителей точного метода является метод направленного перебора или метод ветвей и границ.

Метод ветвей и границ основывается на идее ветвления множества допустимых решений на отдельные подзадачи, для которых на каждом шаге вычисляются верхние и нижние оценки критерия оптимальности каждой из подзадач. В случае неудовлетворения критерия оптимальности такие подзадачи исключаются из дальнейшего рассмотрения, в противном случае подвергаются дальнейшему ветвлению, с проверкой критерия оптимальности на каждом шаге ветвления. Применительно к задаче выбора маршрута прокладывания линейного сооружения на заданном участке местности ветвление осуществляется с проверкой условия минимальности стоимости прокладывания на каждой ветви $v \in V$ графа первичной сети PN .

Пусть стоимость гиперсети на заданном участке маршрута соответствующей ветви $v \in V$ составляет $Q(HN)$. Тогда выбор следующей ветви осуществляется с проверкой условия $L(HN) \leq Q(HN) \leq U(HN)$, где: $L(HN)$ – (*lower*) нижняя оценка стоимости гиперсети на заданном участке маршрута, соответствующей ветви $v \in V$; $U(HN)$ – (*upper*) верхняя оценка стоимости гиперсети на заданном участке маршрута, соответствующей ветви $v \in V$.

При этом, если для выбранного $v \in V$: $L(HN) \geq Q(HN)$ то $v \notin F(R)$, т.е. такая ветвь исключается из дальнейшего рассмотрения, в противном случае ветвь включается в маршрут $v \in F(R)$ и подвергается дальнейшему ветвлению. Алгоритм заканчивает свою работу только тогда, когда будут рассмотрены все возможные варианты ветвления, входящие (или не входящие) в маршрут $F(R)$ для прокладывания линейного сооружения. Таким образом, в методе направленного перебора каждому ребру $r \in R$ графа вторичной сети SN , соответствующей проектируемому линейному сооружению, ставится в соответствие множество цепей из ветвей $v \in V$

графа первичной сети PN , которые могут быть оптимальным маршрутом $F^*(r) \in V$ для прокладывания линейных сооружений. После этого перебираются всевозможные варианты гиперсетей, в соответствии ветвей $v \in V$, включаемых в маршрут $v \in F(R)$ (или исключаемых из маршрута $v \notin F(R)$), соответствующих выбранным маршрутам для прокладывания сетей.

6.3.3. Приближенные и эвристические методы оптимизации

Отметим, что время работы точных методов, основанных на полном или направленном переборе, экспоненциально растет при увеличении количества входных данных. На практике считаются эффективными алгоритмы, имеющие временную сложность не более чем полиномиальную. Другими словами, между полным перебором и времени его работы существует противоречие, т.е. в большинстве случаев сокращение времени работы алгоритмов приведет к снижению их точности, или наоборот.

Таким образом, для решения большинства прикладных задач по оптимизации инженерных коммуникаций возникает необходимость применить или разработать приближенные и эвристические алгоритмы, обеспечивающие решения близкие к оптимальному с заданной вероятностью и точностью [238, 239].

Приближенными называют алгоритмы, гарантирующие оптимального решение отличающиеся от точного не более, чем на заданную величину. Пусть как и в [239] GT (*generalized task*) обобщённая задача по оптимизации и строительство сетей, и пусть IT (*individual task*) индивидуальная или подзадача выделенная из общей задачи, т.е. $IT \subseteq GT$. Тогда, точность приближенного алгоритма A (*approximate algorithm*) строящий допустимое решения задачи IT называется число ε такое, что $\frac{Q(IT)}{Q^*(IT)} \leq \varepsilon$ при исследовании задачи на минимум, и $\frac{Q(IT)}{Q^*(IT)} \geq \varepsilon$ при

исследовании задачи на максимум, где: $Q^*(IT)$ – точное решение задачи IT ; $Q(IT)$ – приближенное решение задачи IT , найденное алгоритмом A .

Зачастую в качестве приближенного применяют эвристические алгоритмы или различные метаэвристики. Эвристическими называют алгоритмы, обеспечивающие приближённое решение за приемлемое время. Наиболее часто используемыми эвристиками являются жадный алгоритм, локальный поиск, случайный поиск с адаптацией, метод замены трассы [82, 124, 138].

Идея жадной эвристики заключается в выборе локально оптимального решения каждом шаге итерационного алгоритма, т.е. к текущему частичному решению добавляется наилучший на текущем шаге элемент, приводящий локальному оптимуму. Найденное таким образом решение иногда оказывается оптимальными, а иногда вовсе нет. Поэтому в большинстве случаев эвристические алгоритмы подвергаются улучшению. Более подробно, принципы работы некоторых эвристических алгоритмов и методы их улучшения, применимые при решении задач оптимизации инженерных коммуникаций различного назначения, такие как двухэтапный эвристический метод, жадная эвристика, модифицированный алгоритм дифференциальной эволюции, модифицированный алгоритм муравьиной колонии, метод k -независимых путей будут представлены далее.

Отметим, что в общем случае ни один из представленных методов и моделей не является универсальным для решения задач оптимизации коммуникаций. Выбор того или иного метода решения оптимизационных задач, и их различные модификации осуществляются на основе математического описания поставленной задачи, требованием к качеству решения и продолжительности их поиска.

6.3.4. Анализ точных и приближенных алгоритмов решения

Как отмечено выше, для решения задач структурной оптимизации инженерных коммуникаций используются различные точные и приближенные методы оптимизации. Точные методы позволяют найти гарантированное оптимальное решение, однако в виду сложности задач оптимизации они в большинстве случаев применяются для оптимизации инженерных сетей и коммуникаций с незначительным количеством узлов и линий. Они обладают большей универсальностью, однако высокая вычислительная сложность, связанной с перебором всевозможных решений является главным недостатком их использования. Однако появление высокопроизводительных вычислительных систем с многоядерными процессорами и ускорителями снимает остроту этой проблемы и позволяет применять алгоритмы полного перебора для решения задач структурной оптимизации.

Второй класс алгоритмов для решения NP-трудных задач - приближенные и эвристические методы оптимизации. Приближенные методы оптимизации основываются на различных метаэвристиках и позволяют найти решений близкие к оптимальному за приемлемое время. К метаэвристикам принято относить методы имитации отжига, поиск с запретами, генетические алгоритмы и эволюционные методы, поиск с чередующимися окрестностями, муравьиные колонии, вероятностные жадные алгоритмы [167, 213, 234].

Далее в качестве примера представлена задача построения дерева Штейнера на основе минимального островного дерева и «жадной стратегии». Если стоимость ребер мала по сравнению со стоимостью ветвей, то можно воспользоваться известными алгоритмами для решения задачи Штейнера на графах [237]. В частности, в качестве приближенного решения можно взять минимальное островное дерево. В [229] показано, что стоимость

такого остоного дерева не превосходит двух стоимостей оптимального дерева Штейнера. На рисунке 6.4 представлен такой пример.

6.3.5. Стратегия «жадного алгоритма» для решения оптимизационных задач

Пусть нужно вложить k ребер $(A_1, B_1), \dots, (A_k, B_k)$ в первичную сеть. Стоимость коротких ветвей - x , а длинных - y ($y \leq 2x$). Для поиска минимального остоного дерева можно использовать алгоритм Краскала, который является одной из вариаций «жадного» алгоритма. Стоимость найденного (рисунок 6.4 а) решения $Q = k(y + 2x)$. Стоимость минимального дерева Штейнера (рисунок 6.4 б) будет $Q_{opt} = y + 2kx$. Если $y = 2x$, то $Q/Q_{opt} \rightarrow 2$ при $k \rightarrow \infty$

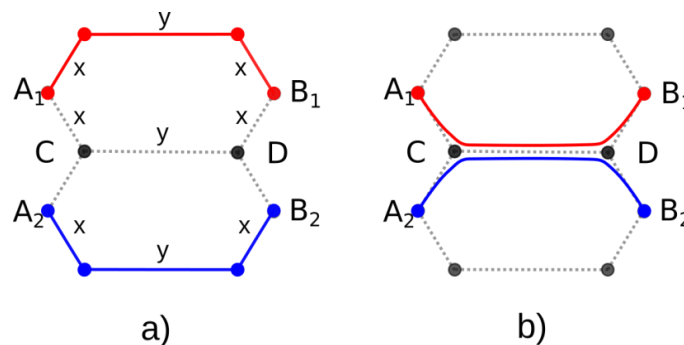


Рисунок 6.4 – Пример дерева Штейнера

Если стоимость ребер не ноль, то поиск дерева Штейнера на первичной сети не всегда дает оптимальное решение. На рисунке 6.5 приведен пример, где нужно вложить ребра $(A_1, B_1), \dots, (A_k, B_k)$ в первичную сеть k (k - нечетное число). Пусть стоимость коротких ветвей x , длинных y , стоимость участка ребра по любой из ветвей равна ϵ . Будем считать, что $y \geq 2x + 2(k-1)\epsilon$.

Для поиска вложения вторичной сети в первичную будем использовать жадный алгоритм [27].

Пусть стоимость ребра r зависит от числа ветвей, по которым оно будет реализовано. Обозначим эту стоимость как $e(v)$.

«Жадный» алгоритм

Шаг 0. Каждой ветви v первичного графа PN припишем вес $c(v)=a(v)+e(v)$.

Шаг 1. Найти в графе PN все кратчайшие пути между выделенными парами вершин (согласно вторичному графу SN). Например, можно использовать алгоритм Флойда.

Шаг 2. Среди найденных путей (для которых еще не найдена укладка) найдем наименьший и реализуем его укладку на первичной сети, для этого вес его ветвей $c(v)=e(v)$ (т.е. обнуляем стоимость ветвей первичной сети по которым прошло это ребро). Если для всех ребер найдена укладка, то Конец, иначе на Шаг 1.

Если $\varepsilon=0$, то оптимальные решения одинаковы и их стоимость $Q=y+2x(k-1)$.

Если $\varepsilon>0$, то оптимальное решение представлено на рисунке 6а, его стоимость $Q_{opt}=y+2x(k-1)+\varepsilon(k+1)^2/2-1$. «Жадный» алгоритм найдет решение, представленное на рисунке 6б, его стоимость $Q=y+2x(k-1)+\varepsilon k^2$. Если $y=2x+(k-1)\varepsilon$, то $Q/Q_{opt}\rightarrow 2$ при $k\rightarrow\infty$.

Если $y\leq 2(x+\varepsilon)$, то оптимальное решение представлено на рисунке 6.5с, его стоимость $Q_{opt}=k(y+\varepsilon)$.

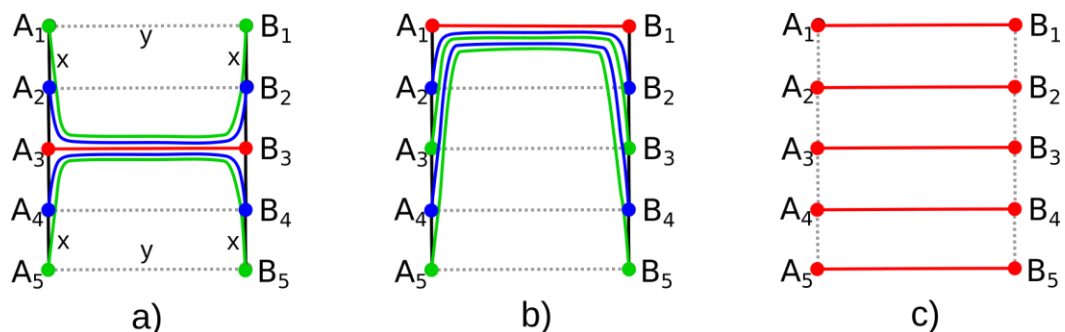


Рисунок 6.5 – Пример построения сетей при разной стоимости ребер и ветвей k ($k=5$)

Отметим, что для решения задачи (6.1), ранее были предложены некоторые приближенные алгоритмы, основанные на методах теории графов и гиперсетей [5, 8, 9, 16, 18, 21].

Таким образом, в данном разделе представлены различные постановка задач оптимизации сетей в терминах теории гиперсетей, что позволяет учесть иерархичность проектируемых типов сетей. Понятно, что задача оптимизации сетей в общем случае может быть многокритериальной. Установлена NP-трудность задачи (6.1) путем ее сведения к известной NP-трудной задаче Штейнера на графах. Так как задачи (6.2)-(6.3), (6.4)-(6.5), (6.6) и (6.7) включают в себя более простую задачу (6.1), они также являются NP-трудными, для которых, не существует полиномиальный точный алгоритм. Также возможно применение полного перебора к решения поставленных задач для установления эффективности приближенных методов их решения.

Далее в следующей главе будут рассмотрены разработка и использования различных метаэвристик, а также их программная реализация для решения оптимизационных задач.

6.4. Заключение по Главе 6

- исследованы оптимизационные задачи по проектированию и строительству инженерных сетей и коммуникаций по различным конфликтующим критериям оптимизации, таким как суммарные строительные затраты, надежность и совместимость проектируемых типов коммуникаций;

- показаны многокритериальность задач оптимизации сетей и коммуникаций: построения задач Штейнера для гиперсетей, построение сетей и коммуникаций минимальной стоимостью с учетом их надежность, совмещенное размещение сетей и коммуникаций минимальной стоимостью и другие прикладные задачи;

- показана полиномиальная разрешимость задач построения двухуровневой гиперсети HN , когда стоимость ветви $a(v)$ первичной сети PN пренебрежимо мала по сравнению со стоимостью прокладываемой коммуникации $b(r)$, т.е. $a(v) \ll b(r)$ или $a(v) = 0, \forall v \in V$;

- доказана NP-трудность задач построения двухуровневой гиперсети минимальной стоимостью, как частный случай более обобщенных задач, такие как построение гиперсети минимальной стоимостью при заданном количестве дополнительных вершин, построение гиперсети минимальной стоимостью заданной надежности, построение минимальной структурированной гиперсети с учетом совместимости проектируемых типов коммуникаций;

- исследованы точные и приближенные методы решения оптимизационных задач основанные на различных метаэвристиках: случайный поиск с адаптацией, жадная эвристика, муравьиный алгоритм, эволюционные синтез и другие;

- показана применимость жадной стратегии при построении двухуровневой гиперсети, для заданных пар вершин-источника и вершин-потребителей, а также различной конфигурации проектируемых типов инженерных коммуникаций.

ГЛАВА 7

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ И ПРОГРАММ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ СЕТЕЙ И КОММУНИКАЦИЙ

При разработке проектных решений по созданию инженерной инфраструктуры современного города приходится обрабатывать колоссальные объемы исходной информации, связанной с учетом ситуационных условий области размещения, видом и назначением проектируемой коммуникации, численностью потребителей и их месторасположением, а также перспективами развития и расширения современного города. В связи с этим возникает необходимость разработки наиболее эффективных моделей и методов, а также численных алгоритмов с точки зрения временной сложности и реализуемости на современной вычислительной технике. В качестве базовой будет использоваться двухэтапный эвристический алгоритм построение гиперсети минимальной стоимостью, предложенный в [27, 225].

Здесь исходя из анализа работ [125, 161, 207, 231, 233, 236, 240], были выбраны следующие метаэвристики «локальный поиск с адаптацией, эволюционный подход и метод роевого интеллекта».

В работе локальный поиск с адаптацией представлен двухэтапным эвристическим методом вложения вторичной сети SN в первичную сеть PN [27], эволюционный подход - методом дифференциальной эволюции [18], метод роевого интеллекта - алгоритмом муравьиной колонии [21].

На основе выбранных метаэвристик были разработаны соответствующие методы и алгоритмы для решения задач оптимального вложения вторичной сети SN в первичную сеть PN. Как показывает результаты тестового анализа, при проведении вычислительных экспериментов было выявлено превосходство предложенных алгоритмов над классическими методами оптимизации.

Общая схема предлагаемых методов оптимизации можно представить в виде следующей блок-схемы (рисунок 7.1):

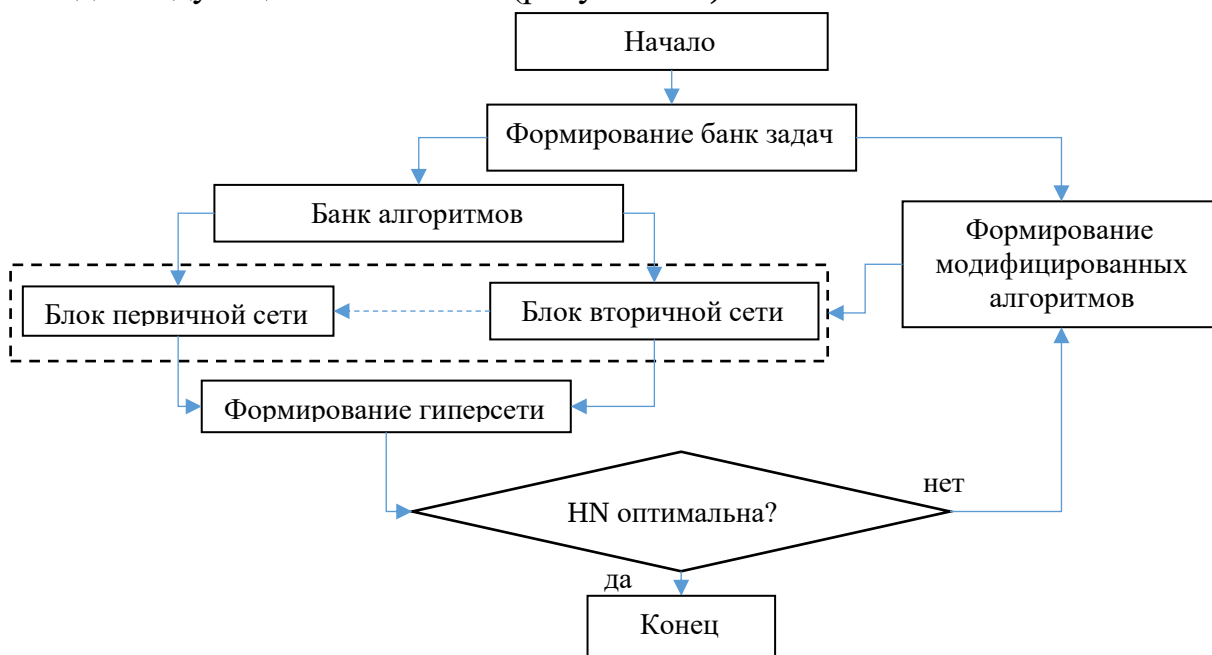


Рисунок 7.1 – Представление методов оптимизации в виде блок-схемы

7.1. Алгоритм дифференциальной эволюции в оптимизации коммуникаций

7.1.1. Эволюционный подход к проектированию коммуникаций

Как показано, задача (6.2)-(6.3) является NP-трудной, не имеющей эффективное решение в общем случае. Данную задачу решаем, как задачу Штейнера, являющуюся частным случаем поставленной задачи, и которая тоже относится к классу NP-трудных задач. Для решения таких задач применяются различные приближенные и эвристические методы. Для поиска оптимальной инженерной сети на заданной области в данной работе используется модифицированный алгоритм дифференциальной эволюции [167, 215, 231], адаптированный к прикладной задаче трассировки инженерных коммуникаций.

Пусть область размещения инженерной сети (территория) представлена цифровой моделью местности (ЦММ), в нашем случае, это будет взвешенный граф первичной сети с выделенными вершинами потребителями и вершиной-источником для данной инженерной коммуникации. Веса ребер будут определяться затратами на строительство и эксплуатацию трассы между заданными вершинами сети (узлами решетки) в соответствии с заданной функцией затрат на строительство и эксплуатацию.

В качестве начального решения задачи минимизации суммарных затрат будем использовать минимальное покрывающее дерево, полученное на взвешенном полном графе, вершины которого представляют собой заданные вершины-потребители и вершина-источник для данной инженерной коммуникации, а веса ребер - расстояния между заданными вершинами на взвешенном графе первичной сети.

Для нахождения минимального покрывающего дерева на полном графе используется алгоритм Крускала или Прима [179], а для определения матрицы кратчайших путей на графе первичной сети - алгоритм Флойда - Уоршелла [179]. Найденное минимальное покрывающее дерево отображаем на граф первичной сети, при этом каждое ребро дерева отображается в кратчайший путь между соответствующими вершинами графа, и получаем, таким образом, дерево на графе первичной сети как начальное решение задачи минимизации суммарных затрат для данной инженерной коммуникации.

Дальнейшее улучшение начального решения происходит путем свободного размещения произвольного числа k дополнительных точек (ДТ) (точек Штейнера, разветвителей, подстанций). Для поиска координат ДТ с целью оптимизации затрат для инженерной сети на заданной области используется следующий алгоритм дифференциальной эволюции.

7.1.2. Основная идея алгоритма дифференциальной эволюции

Алгоритм дифференциальной эволюции [167, 215, 231] основан на моделировании процесса естественного отбора в популяции особей, каждая из которых представлена точкой в пространстве решений задачи оптимизации. Особи представлены структурами данных *Gen* - векторами (точками в k -мерном пространстве, в котором определена целевая функция), включающими свободные (неопределенные) параметры p_k дерева *TS*: $Gen = \{P\} = \{p_1, p_2, \dots, p_k\}, k > 0$. Эти параметры определяют координаты дополнительных точек $TS(Gen)$. Каждая популяция является множеством структур данных *Gen* и определяет множество деревьев $TS(Gen)$.

На первом шаге алгоритма инициализируется множество случайных векторов, называемых поколением, представляющих собой возможные решения задачи оптимизации. Число векторов в каждом поколении (размер популяции) одно и то же и является одним из параметров настройки метода. Далее, на каждом шаге эволюционного процесса алгоритм генерирует новое поколение векторов, случайным образом комбинируя между собой векторы предыдущего поколения. Генерация векторов нового поколения производится следующим образом. Для каждого вектора из старого поколения x_i^G (*базового вектора*) выбираются три различных случайных вектора $x_{r1}^G, x_{r2}^G, x_{r3}^G$ также среди векторов старого поколения, за исключением самого вектора, и генерируется так называемый *мутантный вектор* по соотношению: $v_i^{G+1} = x_{r1}^G + F \cdot (x_{r3}^G - x_{r2}^G)$, где F – один из параметров настройки метода (масштабирующий коэффициент при мутации), характеризующий максимально возможное расстояние, на которое может расшириться область поиска оптимума по одной переменной за один шаг эволюции – положительная действительная константа в интервале $(0 < F \leq 2)$.

Далее над мутантным вектором выполняется операция кроссовера (скрещивания). В ходе неё некоторые координаты мутантного вектора

замещаются соответствующими координатами из базового вектора. Каждая координата замещается с некоторой вероятностью (частота кроссовера), которая также является параметром настройки метода дифференциальной эволюции. Полученный после кроссовера вектор называется *пробным вектором*.

Если он оказывается лучше базового вектора (значение целевой функции улучшилось), то в новом поколении базовый вектор заменяется на пробный, в противном случае базовый вектор сохраняется в новом поколении. На каждом шаге эволюционного процесса определяется лучший вектор поколения с целью контроля скорости поиска оптимального решения.

Условиями окончания моделирования могут быть следующие: достигнуто заданное предельное количество шагов эволюции (расчётное время); значение критерия оптимизации лучшего вектора поколения не изменяется на протяжении заданного предельного количества шагов эволюции; достигнуто удовлетворительное значение критерия оптимизации.

7.1.3. Модифицированный метод дифференциальной эволюции

Суть метода заключается в построении первоначального приближения и его последовательного улучшения путем свободного размещения произвольного числа k дополнительных точек (ДТ) (станций, подстанций, распределительные пункты или т.н. точек Штейнера) в зависимости от $|Y|$.

Этап 1. Построение начального решения:

Шаг 1.1. На графе первичной сети $PN=(X,V)$ алгоритмом Флойда-Уоршелла построить матрицы кратчайших расстояний;

Шаг 1.2. На графе вторичной сети $SN=(Y\subseteq X,R)$ алгоритмом Прима или Крускала построить минимальное покрывающее дерево TS ;

Шаг 1.3. Минимальное покрывающее дерево TS отобразить на граф первичной сети PN, при этом каждое ребро дерева отображается в кратчайший путь между заданными парами вершин графа вторичной сети SN.

Этап 2. Улучшение:

Для поиска координат ДТ, от которых зависит оптимальность решений, используется алгоритм дифференциальной эволюции.

Шаг 2.1. Представить координаты ДТ в виде вектора $Gen = \{P\} = \{p_1, p_2, \dots, p_k\}, k > 0$. Множество Gen определяет множество деревьев $TS(Gen)$, т.н. популяций;

Шаг 2.2. Инициализировать множество случайных векторов x_i^G , представляющих собой возможные решения задачи оптимизации;

Шаг 2.3. Для каждого вектора вычисляется значение целевой функции. Вектор, обеспечивающий наилучший результат, принимается в качестве базового вектора x_i^G (поколение);

Шаг 2.4. Из вектора x_i^G выбрать три различных случайных вектора x_1^G, x_2^G, x_3^G и генерировать мутантный вектор v_i^{G+1} по соотношению: $v_i^{G+1} = x_{r1}^G + F(x_{r3}^G - x_{r2}^G)$, где $F \in \{0; 2\}$ – масштабирующий коэффициент при мутации.

Шаг 2.5. Над векторами v_i^{G+1} произвести операции кроссовера (скрещивания). Т.е. координаты мутантного вектора замещаются соответствующими координатами из базового вектора. Полученный после кроссовера вектор называется пробным вектором. Если он оказывается лучше базового вектора (значение целевой функции улучшилось), то в новом поколении базовый вектор заменяется на пробный, в противном случае базовый вектор сохраняется в новом поколении.

Шаги 2.1.-2.5. повторяются до тех пор, пока не выполняется критерии остановки алгоритма. В качестве критерия остановки данного алгоритма могут быть применены: заданное предельное количество шагов эволюции;

заданное предельное физическое расчётное время; значение критерия оптимизации лучшего вектора поколения не изменяется на протяжении заданного предельного количества шагов эволюции; удовлетворительное значение критерия оптимизации.

7.1.4. Описание программной реализации и численные эксперименты

Алгоритм дифференциальной эволюции был успешно применен для поиска оптимальной инженерной сети на заданной области.

Значения основных параметров в экспериментах, следующие: размер популяции - 100, масштабирующий коэффициент при мутации - 0.6, частота кроссовера - 0.7, число вершин-потребителей - от 10 до 100, число дополнительных вершин - от 3 до 20.

На рисунке 7.2 представлен блок-схема построения гиперсети минимальной стоимости в виде минимального покрывающего дерева (Hyper Net_Spanning Tree – HN_ST).

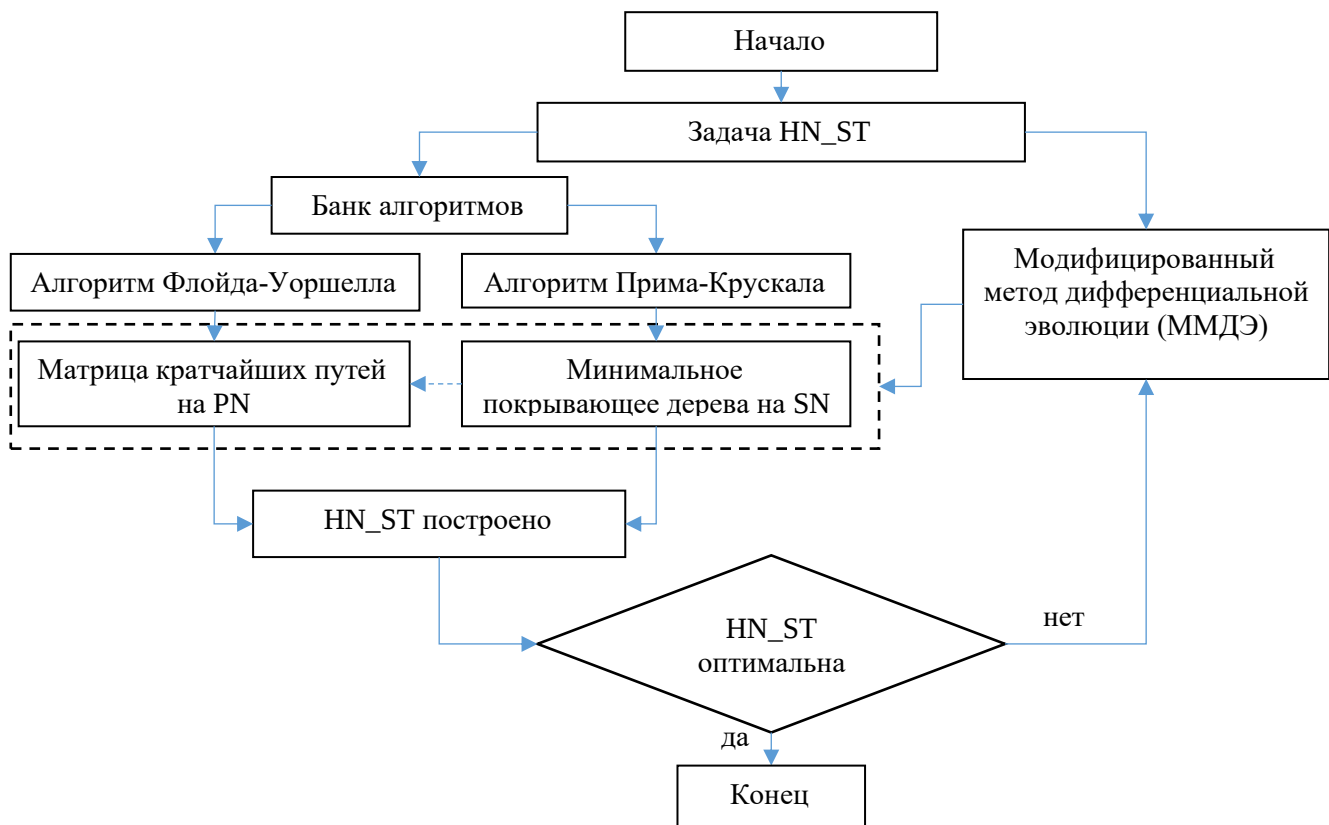


Рисунок 7.2 – Представление ММДЭ в виде блок-схемы

Алгоритм дифференциальной эволюции для оптимизации инженерной сети был реализован в системе Wolfram Mathematica 10, которая позволяет использовать цифровую модель реальной местности для заданной области.

На рисунке 7.3 приведены результаты работы предложенного алгоритма для 8-ми вершин-потребителей и 3-х дополнительных вершин: сокращены на четверть суммарные затраты для данной инженерной коммуникации по сравнению с начальным решением (показано слева) на основе алгоритма Крускала.

В таблице 7.1 приведена средняя величина сокращения затрат в процентах (а в круглых скобках - ее среднеквадратическое отклонение) для инженерных коммуникаций по сравнению с начальным решением [18] «для различного числа дополнительных точек (ДТ) и вершин-потребителей (П), отметим, что для $ДТ > П$ эксперименты не производились.

Как показали вычислительные эксперименты, используемый алгоритм дифференциальной эволюции позволяет сократить в среднем суммарные затраты для заданной инженерной сети по сравнению с начальным решением на 5% - 15%, в зависимости от конфигурации, параметров и области размещения».

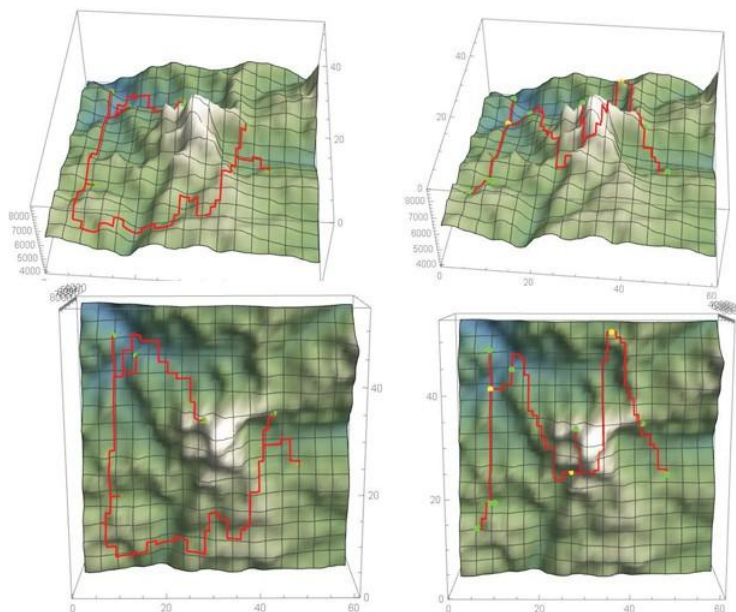


Рисунок 7.3 – Построение начального решения и его улучшение для 8-ми вершин-потребителей и 3-х дополнительных вершин: а) вид с боку; б) вид сверху

Для возможности применения алгоритма дифференциальной эволюции к решению задач оптимизации сетей был использован следующий подход: построен граф вторичной сети SN в виде минимального покрывающего дерева с дальнейшим отображением по кратчайшим маршрутам между соответствующими парами вершин в графе первичной сети PN . Далее путем размещения произвольного числа k дополнительных точек начальное решение улучшалось. Координаты дополнительных точек, от которых зависит оптимальность следующего поколения, были представлены векторами в k -мерном пространстве. Дальнейшие улучшения производились над этими векторами с помощью алгоритма дифференциальной эволюции.

На таблице 7.1 представлена средняя величина сокращения затрат (в круглых скобках - ее среднеквадратическое отклонение) для инженерных коммуникаций в % от начального решения для различного числа дополнительных точек (ДТ) и вершин-потребителей (П).

Таблица 7.1 – Построение и улучшение первоначального решения

ДТ/П	10	40	70	100
3	7.3 (3.4)	11.0 (5.7)	11.0 (5.3)	9.0 (2.4)
5	7.3 (3.1)	11.8 (7.7)	11.2 (3.3)	10.3 (2.1)
7	6.1 (3.0)	8.0 (2.9)	10.6 (4.8)	14.6 (5.4)
10	0.3 (0.5)	8.8 (4.0)	14.3 (4.9)	13.6 (2.7)
15	0	9.7 (5.5)	9.5 (2.6)	10.3 (2.8)
20	0	4.6 (3.0)	12.7 (5.3)	15.9 (5.8)

Численные результаты показывают, что метод дифференциальной эволюции, примененный на модели гиперсетей, в отличие от классических методов оптимизации позволяет сократить суммарную стоимость строительства и эксплуатации для заданной инженерной сети по сравнению с начальным решением.

7.2. Муравьиный алгоритм для синтеза оптимальной гиперсети

Эффективность методов эволюционного синтеза, основанных на эволюционных принципах в живой природе, можно определить только с помощью сравнительного анализа результатов этих методов. С этой целью было проведено исследование над имеющимися работами по разработке эвристических алгоритмов для решения задачи оптимизации сетей. Так, например, в [240] показано, «что на одной и той же тестовой задаче муравьиный алгоритм обладает превосходством над генетическим алгоритмом, которое проявляется в нахождении более качественных решений за меньшее время. С ростом размерности задач преимущество муравьиного алгоритма увеличивается». В связи с этим в данном

подразделе приводим описание и численной реализации муравьиного алгоритма для синтеза оптимальной гиперсети.

7.2.1. Построение минимальной гиперсети HN заданной надежности

Как показано выше, задачу (6.4)-(6.5) в общем случае можно сформулировать следующим образом: пусть заданы графы первичной PN и вторичной сети SN некоторой гиперсети HN , с характеристиками элементов: $a_r(v)$ - стоимость строительных (земляных) работ на ветвях $v \in V$ для ребра $r \in R$; $b_r(v)$ - стоимость аренды ресурсов ветвей $v \in V$ для ребра $r \in R$; $c_v(r)$ - стоимость приобретения и монтажа линий $r \in R$ между заданной парой точек $x, y \in Y$ для ветви $v \in V$; $d_v(r)$ - стоимость эксплуатации линий $r \in R$ на ветви $v \in V$; $l(v)$ - длина ветви $v \in V$ графа PN ; $\rho(r)$ - длина ребра $r \in R$ графа SN , равная $\rho(r) = \sum_{v \in F(v)} l(v)$

Тогда задача заключается в поиске маршрута между заданных пар вершин множества $Y = Y_{source} \cup Y_{consumer} \cup Y_{sume}$ графа вторичной сети $SN = (Y \subseteq X, R)$, и такого отображения $F^*(r) \subseteq F(r)$ ребер графа по соответствующим маршрутам в графе PN , при которых получаемой гиперсеть имеет минимальную стоимости и удовлетворяет заданный порог надежности, т.е.:

Найти $F: SN \rightarrow PN$, для которого

$$Q(HN) = \sum_{v \in V'} \sum_{v \in F(r)} (a(v) + b(v) \cdot \gamma_1) \cdot \rho(v) \cdot + \sum_{r \in R} (c(r) + d(r) \cdot \gamma_2) \rho(r) \\ \rightarrow \min$$

при ограничениях

$$P(HN) = \min_r \{p(r)\} \geq P_0$$

где: $0 < P_0 \leq 1$ - заданный порог надёжности, γ_1 и γ_2 - коэффициенты дисконтирования для стоимостей строительных работ и оборудования соответственно.

Отметим, что кроме ограничения по надежности, при построении коммуникаций могут учитываться и следующие ресурсные ограничения:

- пусть $q_r(v)$ - ресурсное ограничение на ветви $v \in V$ графа первичной сети PN для реализации ребер $r \in R$ графа вторичной сети SN . Тогда условие $(\sum_{v \in V} \gamma_1 \cdot a(v) + \sum_{v \in V} b_r(v)) \cdot l(v) > q_v(r)$ означает нецелесообразность выбора ветви $v \in V$ для прокладывания ребра $r \in R$;
- пусть $q_v(r)$ - ресурсное ограничение для $r \in R$ графа вторичной сети SN на участке $v \in V$ графа первичной сети PN . Тогда условия $(\sum_{r \in R} \gamma_2 \cdot c(r) + \sum_{r \in R} d_v(r)) \cdot \rho(r) > q_r(v)$ означают нецелесообразность прокладывания ребер $r \in R$ вдоль ветви $v \in V$.

7.2.2. Описание муравьиного алгоритма

Здесь для поиска оптимального маршрута между заданных пар вершин в графе первичной сети $PN = (X, V)$ для реализации ребер графа вторичной сети предлагается использовать муравьиный алгоритм [21], адаптированный к прикладной задаче трассировки инженерных коммуникаций. Суть предлагаемого алгоритма заключается в моделировании поведения муравьёв, связанные с выбором наикратчайшего маршрута при поиске пищи из вершины x_i в вершину x_j , где: $x_i, x_j \in X$. При переходе из вершины x_i в вершину x_j муравьи оставляют за собой феромон на тропе – интерпретируемой в нашем случае как ветви $v \in V$ графа первичной сети PN . При этом вероятность включения ветви $v \in V$ графа первичной сети PN в маршрут отдельного муравья пропорциональна количеству феромона на этой ветви, а количество оставляемого муравьями феромона пропорционально длине маршрута $\mu(x_i, x_j)$ между вершинами x_i и x_j . Чем короче маршрут $\mu(x_i, x_j)$, тем больше количество феромона будет отложено на ветвях $v \in V$,

включаемых в маршрут, следовательно, большее количество муравьёв проходит по этому маршруту.

Следует отметить, что моделирование поведения муравьёв, ориентированное только на положительную обратную связь, приводит к преждевременной сходимости решений, т.е. большинство муравьёв двигается по локально оптимальному маршруту. Чтобы избежать этого, можно моделировать отрицательную обратную связь в виде испарения феромона. При этом если феромон испаряется быстро, то это приводит к потере памяти колонии и забыванию хороших решений, с другой стороны, большое время испарения может привести к получению устойчивого локального оптимального решения.

Теперь с учётом особенностей задачи выбора маршрута для прокладки инженерных коммуникаций в гиперсетевой постановке, мы можем описать локальные правила поведения муравьёв при выборе пути. Для каждого муравья переход из вершины x_i в вершине x_j в графе первичной сети $PN = (X, V)$ зависит от трех составляющих: память муравья (список запретов), видимость и уровень феромона.

Муравьи имеют собственную "память". Поскольку каждая вершина может быть посещена только один раз, то у каждого муравья есть список уже посещённых вершин - список запретов $T^{(m)}$. Используя этот список, муравей гарантированно не попадет в одну и ту же вершину графа первичной сети PN больше одного раза. Ясно, что список запрета возрастает при совершении маршрута и обнуляется в начале каждой итерации алгоритма. Обозначим через $X_{i,k}$ список вершин графа первичной сети PN , которые необходимо попасть муравью k , находящемуся в вершине i . Понятно, что $X_{i,k}$ является дополнением к списку запрета $T^{(m)}$.

Муравьи обладают "зрением". Видимость - это локальная статическая информация, выражающая желание попасть к вершине x_j

из вершины x_i . Видимость - величина, обратная расстоянию между вершинами x_i и x_j : $\eta_{ij} = \frac{1}{D_{ij}}$, где D_{ij} - расстояние между вершинами x_i и x_j . Муравьи обладают «обонянием» они могут улавливать уровень феромона, подтверждающий желание попасть к вершине x_j из вершины x_i . на основании опыта других муравьёв. В отличие от видимости уровень феромона является более глобальной и динамичной информацией - она изменяется после каждой итерации алгоритма, отражая приобретенный муравьями опыт. Количество виртуального феромона на ветви $v_{ij} = (x_i, x_j)$ на итерации t обозначим через $\tau_{ij}(t)$.

Важную роль в муравьиных алгоритмах играет вероятностно пропорциональное правило, определяющее вероятность перехода k -го муравья из вершины x_i в вершине x_j на t -й итерации:

$$\begin{cases} P_{ij,k}(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{l \in V_{i,k}} [\tau_{il}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{il}]^\beta}, \text{ если } j \in X_{i,k} \\ P_{ij,k}(t) = 0, \text{ если } j \notin X_{i,k} \end{cases} \quad (7.1)$$

где α, β - параметры, задающие веса уровни феромона. При $\alpha = 0$ будет выбран ближайшая вершина, что соответствует жадному алгоритму в классической теории оптимизации. Если $\beta = 0$, тогда работает лишь феромонное усиление, что влечет за собой быстрое вырождение маршрутов к одному субоптимальному решению.

Заметим, что правило (7.1) определяет лишь вероятности выбора той или иной вершины. Правило (7.1) не изменяется в ходе алгоритма, но у двух разных муравьёв значение вероятности перехода будут отличаться, т.к. $P_{ij,k}(t)$ - функция от $X_{i,k}$ - списка еще не посещенных вершин муравьем k . Другими словами в общем случае муравьи имеют разный список разрешённых вершин. Пройдя ветви $v_{ij} = (x_i, x_j)$, муравей k откладывает на нем некоторое количество феромона, которое должно быть связано с оптимальностью выбранного маршрута.

Пусть $\mu_k(t)$ - есть маршрут на графе первичной сети PN , пройденный муравьем k на t -ой итерации, $L_k(t)$ - длина этого маршрута, а Q - регулируемый параметр, значение которого выбирают одного порядка с длиной оптимального маршрута. Тогда откладываемое количество феромона муравьем k на t -ой итерации может быть определено в виде (7.2)

$$\Delta\tau_{ij,k}(t) = \begin{cases} \frac{Q}{L_k(t)}, & (x_i, x_j) \in \mu_k(t) \\ 0, & (x_i, x_j) \notin \mu_k(t) \end{cases} \quad (7.2)$$

Для исследования всего пространства решений необходимо обеспечить испарение феромона - уменьшение во времени количества, отложенного на предыдущих итерациях феромона. Обозначим коэффициент испарения феромона $p \in [0, 1]$. Тогда правило обновления феромона примет вид:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-p) \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t). \quad (7.3)$$

В (7.3) $\Delta\tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij,k}(t)$, m - количество муравьев в колонии. В начале алгоритма количества феромона на ребрах принимается равным небольшому положительному числу τ_0 .

Дополнительная модификация алгоритма может состоять в ведении так называемых «элитных» муравьёв, которые усиливают рёбра наилучшего маршрута, найденного с начала работы алгоритма. Обозначим через μ^* наилучший текущий маршрут, через L^* – его длину. Тогда если в колонии есть e элитных муравьёв, то рёбра маршрута получают дополнительное количество феромона (7.4)

$$\Delta\tau_e = e \cdot Q/L^* \quad (7.4)$$

В настоящей работе общее количество муравьев равно количеству вершин вторичной сети, из которых необходимо проложить маршрут до

заданных вершин, и остается постоянным на протяжении выполнения алгоритма. Таким образом, на начальном этапе алгоритма муравьи размещаются в вершинах вторичной сети, из которых необходимо проложить оптимальный маршрут до заданных вершин. Муравьи прокладывают маршрут в порядке определяемой последовательности по метрикам 1 и 2 приведенным в предыдущем разделе.

7.2.3. Правила построения гиперсетей *HN*

Таким образом, каждую трассу в первичной сети *PN* для прокладывания ребер вторичной сети *SN* прокладывают муравьи, которые характеризуются списком запрета $T^{(m)}$, состоящим из узлов графа первичной сети *PN*, которые муравьи уже посещали. Множество муравьев образуют колонию, подчиняющуюся некоторым поведенческим правилам, определяемым составленными нами набором правил трассировки (ПТ): ПТ1 - выбор направления прокладывания локальной трассы из вершины x_i в вершине x_j графа первичной сети *PN*; ПТ2 - объединения трасс одной связывающей сети инженерных коммуникаций; ПТ3 - переход с тупиковых трасс; ПТ4 - отсечения непригодных решений.

ПТ1: «ЕСЛИ (смежная вершина $j \notin T^{(m)}$) И (величина $[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta$ максимальна для всего множества допустимых направлений) ТО (выбрать ветви (i, j) и добавить j в $T^{(m)}$)». Формализованная запись ПТ1 имеет вид

$$\{(i, j) | \exists (i, j), j \notin T^{(m)}, [\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta \rightarrow \max\}$$

Величина η_{ij} определяется по следующей формуле

$$\eta_{ij} = \frac{1}{(\sum_{v_{ij} \in V} \gamma_1 \cdot a(v_{ij}) + \sum_{v_{ij} \in V} b_r(v_{ij})) \cdot l(v_{ij}) + (\sum_{r_{ij} \in R} \gamma_2 \cdot c(r_{ij}) + \sum_{r_{ij} \in R} d_v(r_{ij})) \cdot \rho(r_{ij})}$$

ПТ2: «ЕСЛИ (муравей k достиг трассы, проложенной муравьем k'), ТО (трассы муравьев k и k' объединяются) И (муравей k удаляется из колонии)».

ПТ3: «ЕСЛИ (не существует ветви (i, j) , которое может быть добавлено на текущем шаге к $T^{(m)}$), ТО (муравей перемещается в выбранный случайным образом узел на проложенной им трассе)». ППЗ позволяет муравью выбраться из тупика, в случае попадания в таковой.

ПТ4: «ЕСЛИ (вершина i графа первичной сети PN принадлежит единственной ветви (i, j) , входящему в трассу) И (вершина i не является частью трассы), ТО (ребро (i, j) удаляется из множества ребер трассы)».

Тем самым по предложенной схеме можно построить гиперсеть NN , минимальной стоимостью в соответствии правилами построения трассы ПТ1-ПТ4.

7.2.4. Описание программной реализации и численные эксперименты

Предложенная схема была реализована в среде Delphi 7.0. Для проведения вычислительного эксперимента в качестве первичной сети PN была использована решетка 10×10 , в которой номера вершин совпадает с порядковым номером точек пересечения ребра построенной сетки. В качестве начального решения задачи будет использовано минимальное покрывающее дерево, полученное на графе первичной сети PN , вершины которого представляют собой заданные вершины-потребители и вершина-источник для данной инженерной коммуникации, а веса ветвей - расстояния между заданными вершинами на взвешенном графе первичной сети. Дальнейшее улучшение начального решения осуществляется на основе предложенного алгоритма муравьиной колонии.

Алгоритм муравьиной колонии

В случае ограничения на надёжность удобно использовать алгоритм муравьиной колонии, предложенный в [21]. Для каждого ребра мы создаем муравьев, действующих по следующим правилам:

- вероятность перехода муравья в следующую вершину на итерации t определяется как:

$$P_{ij}(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta}{\sum [\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta}$$

- каждый муравей $l_i (0 < l < L)$ имеет метку TimeToLive $TTL(l_i)$:

$$TTL(l_i) = \prod_{v \in Path(l_i)} p(v)$$

где $Path(l_i)$ - это путь для муравья l_i . При этом, если $TTL(l_i) < P_0$ то муравей l_i умирает.

- для каждого ребра, муравьи откладывает феромон на каждой ветви $\Delta\tau_{ij}(t) = Q/length(t)$;
- в наборе наиболее частых маршрутов находится минимум и фиксируется, стоимость ветвей первичной сети уменьшается.

Численные эксперименты

На рисунке 7.4. представлены численные результаты предложенного алгоритма. Для надёжности были заданы следующие значения: $p_i = 0.99, 1 \leq i \leq g, R_0 = 0.9$. В качестве графа первичной сети PN взята сетка размерность 10×10 . Параметры алгоритма муравьиной колонии следующие: $\alpha := 1; \beta := 3; \tau_0 := 1; q := 50$.

Количество ребер в SN для укладки в PN варьировалось от 10 до 100 (рисунок 7.4).

Ось ординат – стоимость прокладывания гиперсети $Q(HN)$. Сравнивались результаты работы Жадного алгоритма и алгоритма

муравьиной колонии. Из рисунка видно, что муравьиный алгоритм дает лучший результат для небольшого числа ребер. Когда ребер много, то результаты работы алгоритмов почти одинаковы. Однако при этом алгоритм Флойда находит решение значительно быстрее.

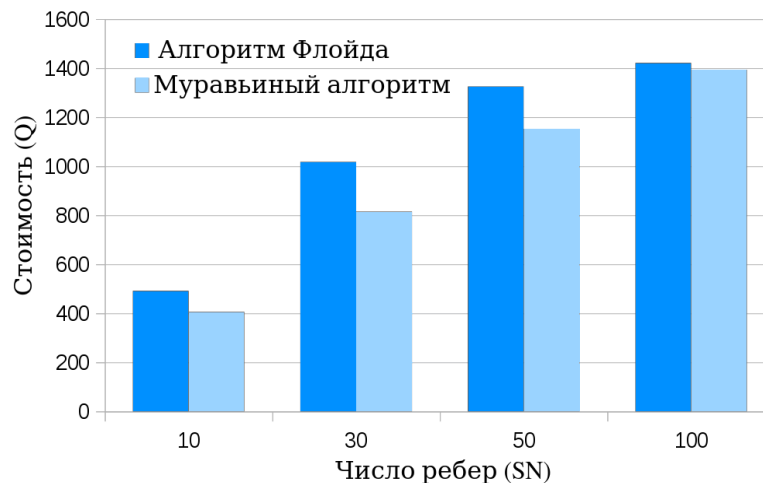


Рисунок 7.4 – Численные результаты: стоимость для решетки 10x10, для количества ребер от 10 до 100

На рисунке 7.4 показаны результаты работы предложенного алгоритма, который позволяет сократить суммарные затраты для данной инженерной коммуникации по сравнению с начальным решением, найденным с помощью алгоритма Флойда. По оси ординат отложена стоимость инженерных коммуникаций, построенных алгоритмом Флойда, и муравьиным алгоритмом. На оси абсцисс показано число вершин-источника и вершин-потребителей, для которого проводился расчет.

Численные результаты на различных числах вершин-источника и вершин-потребителей показывают, что наилучшие результаты показывает муравьиный алгоритм, адаптированный к моделям гиперсетей.

Для использования муравьиного алгоритма к решению задач оптимизации инженерных сетей и коммуникаций, в качестве графа первичной сети, на котором будет проложена соответствующий

маршрут, была использована математическая модель местности, построенная на основе сеточной аппроксимации. Структура графа вторичной сети состоит из множества вершин-потребителей и вершин-источников целевой продукции, определяющие взаимосвязи таких вершин. Представлены способы выполнения условий (ПТ1-ПТ4), определяющие видимость ветвей графа первичной сети.

7.3. Метод k-кратчайших путей для синтеза оптимальной гиперсети

7.3.1. Задача построения совместимых типов коммуникаций заданной надёжности

Многокритериальную задачу (6.6) и (6.7), связанную с оптимизацией совместимых типов коммуникаций заданной надёжности в общем случае можно обобщить следующим образом: построить гиперсеть HN , т.е. каждому ребру $r \in R$ графа вторичной сети SN найти маршрут в графе первичной сети PN между заданных пар точек из $Y = Y_{source} \cup Y_{consumer}$, для которой следующая целевая функция принимает минимальное значение:

$$Q(HN) = \sum_{v \in V'} (a(v) + b(v) \cdot \gamma_1) \cdot \rho(v) \cdot MinCT(v) + \\ + \sum_{r \in R} \left(c(r) + \sum_{v \in F(r)} d(r) \cdot \gamma_2 \right) \rho(r)$$

и обеспечивающей надёжность гиперсети по отношению к заданному порогу $R(HN) \geq R_0$, где $0 < R_0 \leq 1$.

В $Q(HN)$ подмножество $V' \subseteq V$ определяется следующим образом: для каждого элемента $v \in V'$: $\exists r \in R$ такое, что $v \in F(r)$. Пусть $v \in V'$ и $v \in$

$F(r_i), i = 1, \dots, l; r_1, \dots, r_l \in R,$ тогда $MinCT(v) = MinCT(type(r_1), \dots, type(r_l)).$

Так как задача оптимизации сетей инженерных коммуникаций в такой гиперсетевой постановке NP-трудна для ее решения предложен приближенный метод, основанный на следующих предпосылках. Во-первых, найти оптимум для отображения ребер графа SN вторичной сети по соответствующим маршрутам на графе PN первичной сети практически нереально в силу сложности задачи, поэтому достаточно найти удовлетворительное приближение. Во-вторых, применение различных эвристик для улучшения первичного приближения, основанных на классических методах оптимизации. В качестве такой эвристики в настоящей работе был предложен метод, основанный на формировании множества доступных альтернативных маршрутов между узлами $(y_i, y_j), i, j = 1, \dots, n, i \neq j$ графа PN первичной сети для отображения ребер $r_i \in R$ графа SN вторичной сети, с учетом совместимости и надежности проектируемой коммуникации.

Далее мы приведем способ построения доступных альтернативных маршрутов и метод для решения задач совмещенного размещения сетей различного назначения по критерию минимума строительных затрат при ограничениях на надежность будущей сети.

7.3.2. Генерирование доступных альтернативных маршрутов

Часто бывает необходимо иметь возможность определять альтернативные по стоимости маршруты в графе первичной сети PN , если какая-либо часть самого дешевого маршрута повреждена или занята другими видами вторичной сети SN . Для этого алгоритмом Йена [177] находим k - кратчайших путей, представляющие собой упорядоченный список доступных альтернативных маршрутов.

Для этого задачи нахождения самого надежного маршрута между конечными вершинами $(y_i, y_j), i, j = 1, \dots, n, i \neq j$ маршрута $v \in F(r_i)$, сведем к поиску кратчайшего маршрута в графе первичной сети PN между этими вершинами, взяв в качестве веса $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ ветвей $v \in F(r_i)$, величину $c_{ij} = -\log p_{ij}$.

Тогда, прологарифмировав обе части соотношения $R_r(HN) = \prod_{v \in F(r)} p(v)$, получим

$$\log R_r(HN) = \sum_{v \in F(r)} \log p(v) = - \sum_{v \in F(r)} \log c_{ij}$$

Очевидно, что кратчайший путь между $(y_i, y_j), i, j = 1, \dots, n, i \neq j$ с матрицей весов $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ ветвей $v \in F(r_i)$, будет одновременно и наиболее надежным путем с матрицей $p(v) = [p_{ij}]$, а надежности этого пути равна антилогарифму его длины. При этом самый надежный путь на графе первичной сети PN - это маршрут с наименьшей суммарной стоимостью ветвей от стартового узла до узла назначения, и этот путь обычно является предпочтительным маршрутом между этими двумя узлами.

При этом самый кратчайший путь в графе первичной сети PN между узлами $(y_i, y_j), i, j = 1, \dots, n, i \neq j$ для отображения ребер $r_i \in R$ графа вторичной сети SN является предпочтительным маршрутом. Если по какой-то причине самый кратчайший путь между двумя узлами недоступен для отображения ребра $r_i \in R$, т.е. занять несовместимыми типами сетей или не удовлетворяет заданному порогу надежности, то необходимо определить второй кратчайший путь между $(y_i, y_j), i, j = 1, \dots, n, i \neq j$. Если этот тоже недоступен, может понадобиться третий кратчайший путь. Полученную таким образом серию путей назовем k -кратчайшими путями в графе первичной сети PN для отображения ребер $r_i \in R$ вторичной сети SN . Из таких путей выбираются те маршруты, при которых стоимость гиперсети была бы минимальной, а ее надёжность не была бы меньше, чем наперёд

заданное пороговое значение. Известно, что алгоритм Йена является эффективным и широко используемым алгоритмом для определения k -кратчайших маршрутов и, соответственно k -надежных путей.

Такой подход учитывает возможность рассмотрения всех k -надежных (соответственно и k -кратчайших) путей, которые приводят к построению наиболее дешевого, в то же время достаточно надежного решения с учетом совместимости различных типов коммуникаций. Отметим, что этот способ построения доступных альтернативных маршрутов используется на этапе улучшения первичного приближения, представленного в следующем алгоритме.

7.3.3. Приближенный эвристический метод k -кратчайших путей

В данном разделе предлагается приближенный алгоритм решения поставленной задачи, основанный на идеи двухэтапного метода, представленного в [27, 225]. Сначала находится начальное приближенное решение, затем оно улучшается.

Для поиска начального решения используется концепция «жадного» алгоритма, основанная на классическом алгоритме Флойда. Для простоты будем считать $\forall r \in R: c(r) + d(r) \cdot \gamma_2 = const$.

Далее будут описаны принцип работы данного метода.

Этап 1 (построение первичного приближения):

Шаг 1. Разделить типы сетей на непересекающиеся подмножества $minCT$.

Шаг 2. Выбрать из $minCT$ подмножество совместимых типов T' с наибольшим количеством ребер (для которых еще не найдено вложение в первичную сеть).

Шаг 3. Найти все кратчайшие пути $(y_i, y_j), i, j = 1, \dots, n, i \neq j$ (существует ребро $r \in R$) в графе первичной сети $PN = (X, V)$ с помощью алгоритма

Флойда. Паре вершин (y_i, y_j) соответствует ребро r во вторичной сети и $type(r) \in T'$.

Выбрать среди них путь с минимальной стоимостью.

Осуществить вложение выбранного ребра $r \in R$ по кратчайшему пути $(y_i, y_j), i, j = 1, \dots, n, i \neq j$ в графе PN .

Для всех $v \in F(r)$ в графе первичной сети PN $a(v): 0, b(v) := 0$ (стоимость ветви равна нулю для прокладывания остальных ребер из T').

Повторить **Шаг 3** пока для всех ребер $r \in R$ вторичной сети, таких что $type(r) \in T'$, не будут найдены и реализованы кратчайшие пути.

Шаг 4. Присвоить изначальные значения $a(v)$ и $b(v)$, которые обнулены на предыдущем шаге. Если $minCT \neq 0$, переходим на **Шаг 2**.

Отметим, что Жадный алгоритм является приближенным, поэтому полученные решения не всегда оптимальны. Можно улучшить решение, найдя новый маршрут для каждого $r \in R$. Например, новый маршрут $F(r)$ дешевле для выбранного $r \in R$, если он включает в себя большее количество ветвей $v \in F(r)$ с нулевой стоимостью (ветви, которые уже используются для других ребер $r \in R$).

Можно упорядочить ребра по некоторому правилу, например, по числу наиболее редко используемых ветвей, либо специально введенной метрике, как и в [27, 225]. Однако, в среднем полученные результаты сильно не зависят от используемого метода упорядочения.

Этап 2 (улучшение первичного приближения):

Шаг 1. Упорядочить $r \in R$ по убыванию их веса (получим список $\{r_i\}$).

Шаг 2. «Удалить» r из гиперсети HN согласно списку т.е. $\forall v_k \in F(r_i)$, восстановить начальные значения $a(v_k)$ и $b(v_k)$, если v_k не входит в другие ребра.

Алгоритмом Йена [177] между конечными узлами $(y_i, y_j), i, j = 1, \dots, n, i \neq j$ выбранного ребра $r \in R$ найти все k -кратчайшие пути,

представляющие упорядоченный список доступных альтернативных маршрутов в графе PN .

Для выбранного ребра $r \in R$ и l -го кратчайшего маршрута для него, где $1 \leq l \leq k$, проверить: если l -ый кратчайший маршрут удовлетворяет условию совместимости типов сетей, то $r_i \in R$ укладываем по l -му кратчайшему маршруту, в противном случае переходим к $(l + 1)$ -му кратчайшему маршруту и т.д. При этом для каждого $r_i \in R$ одновременно проверяется выполнения условия надежности для каждого рассматриваемого l -го кратчайшего маршрута: $R(l) > R_0$, где $0 < R_0 \leq 1$.

Повторить **Шаг 2** пока все ребра $\{r_i\}$ из списка не будут обновлены.

Можно использовать несколько итераций Этапа 2 для поиска построения наиболее подходящей структуры.

Предложенный двухэтапный эвристический метод, в отличие от метода, предложенного в [27, 225], является более универсальным. Он учитывает возможность рассмотрения всех k -кратчайших путей, которые приводят к построению наиболее дешевого, в то же время достаточно надежного решения с учетом совместимости различных типов коммуникаций в одном техническом коридоре.

Отметим также, что k в данном случае является важнейшим параметром алгоритма. Так, если k достаточно мал, то на определённом этапе может оказаться, что все найденные k -кратчайшие пути не будут удовлетворять условиям совместимости либо надежности. В этом случае есть две стратегии: нахождение $(k+1)$ -го пути (и далее $(k+2)$ -го и т.д.), либо выбор их имеющихся самого надёжного с выполнением условия совместимости. В первом случае получаем алгоритм существенно большей трудоемкости, но при этом значительно выше вероятность найти удовлетворительное решение. Второй вариант – компромиссный, его имеет смысл использовать, когда сложно адекватно спрогнозировать требуемую меру надёжности, и возможно довольствоваться просто самым надёжным решением из приемлемых.

7.3.4. Описание программной реализации и численные эксперименты

Здесь будет представлено описание программного комплекса, разработанного совместно с научными сотрудниками ИВМиМГ СО РАН, к.ф.-м.н. Юргенсон А.Н. и к.ф.-м.н. Мигова Д.А. Программный комплекс позволяет на основе алгоритма k-кратчайших путей реализовывать несколько частных алгоритмов, такие как AntColony, MaxProb, FloydGreedyProb.

Программа состоит из 3 вкладок (рисунок 7.5):

- Graph PS, на котором рисуется первичная сеть: зеленые линии, цифра около них – суммарная стоимость ветви ($\text{CostPS} + \text{CostWS}$). Желтые вершины – начальные и конечные вершины ребер. Решение -укладка ребер вторичной сети - отображается красными цепями – маршруты по которым проходят ребра вторичной сети.

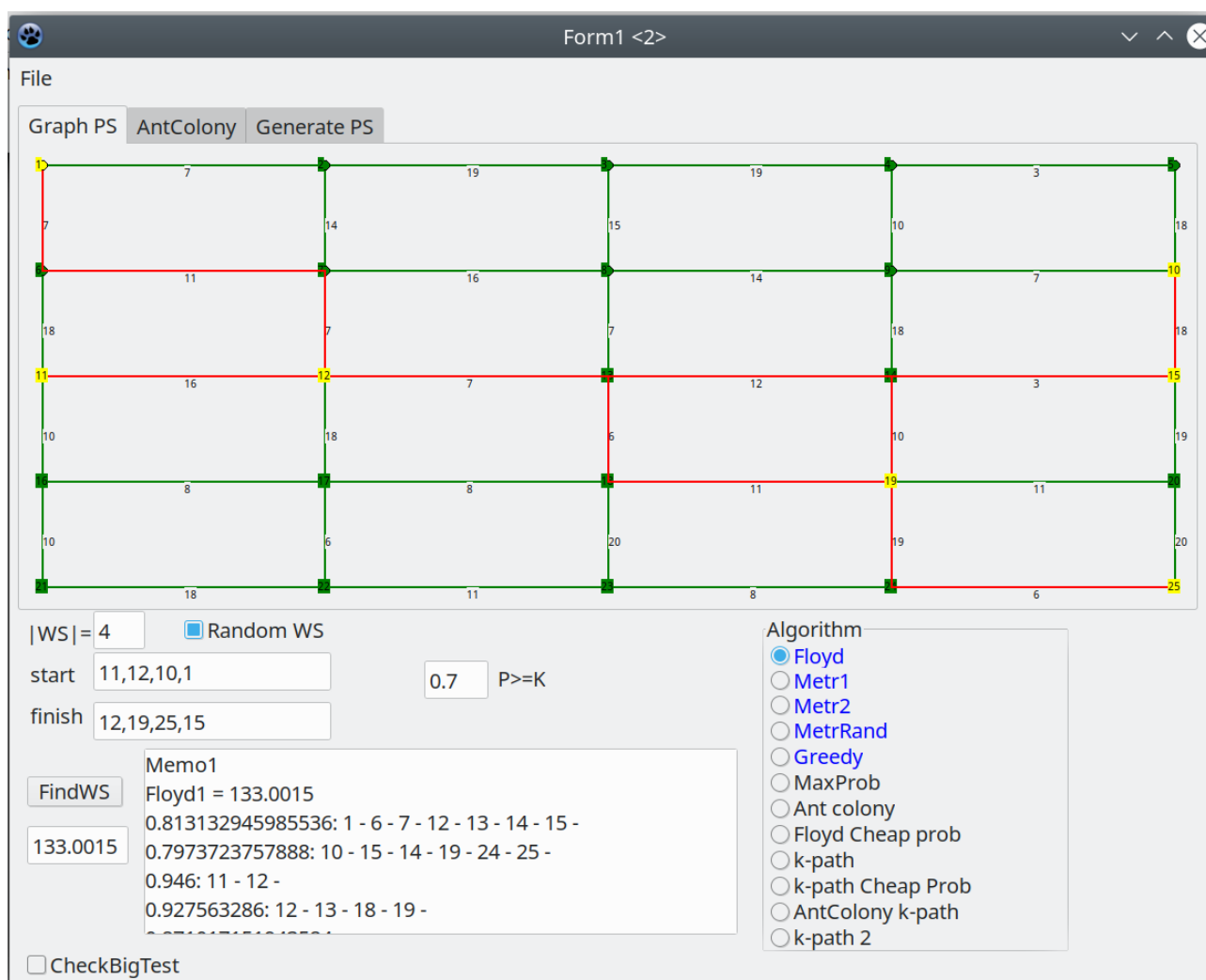


Рисунок 7.5 – Вкладка построения гиперсети HN

На вкладке Generate PS представлены поля [27] «для генерации графа первичной сети PN (решетка) (рисунок 7.6):

- в поле Lattice задается размер решетки, т. е. если задать 5, то генерируется решетка 5×5;
- в поле Closeness указывается тип решетки: если 1, то ребра соединяются крестообразно, если 2, то присоединяются крестообразно и по диагонали».

Поля CostPS и CostWS задают стоимости ветвей первичной и вторичной сети (генерируется целое число, в данном интервале);

Поля Probability — надежность ветвей (вероятность), значения должны быть меньше или равны 1. (генерируется дробное число, в данном интервале);

Кнопка Generate — генерирует граф PS. Справа в текстовом поле отображается сгенерированный граф в формате КАО FO.

sides: 25 // число вершин

КАО: //КАО

1,3,6,9,12,14,17,21,25,29,32,35,39,43,47,50,53,57,61,65,68,70,73,76,79,81,

FO: //FO

2,6,1,3,7,2,4,8,3,5,9,4,10,1,7,11,2,6,8,12,3,7,9,13,4,8,10,14,5,9,15,6,12,16,7,11,
13,17,8,12,14,18,9,13,15,19,10,14,20,11,17,21,12,16,18,22,13,17,19,23,14,18,2
0,24,15,19,25,16,22,17,21,23,18,22,24,19,23,25,20,24,

CostPS +CostWS: // суммарная стоимость для ветви первичной и вторичной
сети

7,7,7,19,14,19,19,15,19,3,10,3,18,7,11,18,14,11,16,7,15,16,14,7,10,14,7,18,18,7
,18,18,16,10,7,16,7,18,7,7,12,6,18,12,3,10,18,3,19,10,8,10,18,8,8,6,6,8,11,20,10
,11,11,19,19,11,20,10,18,6,18,11,20,11,8,19,8,6,20,6,

CostP // Вероятность присутствия ветви

0.923,0.984,0.931,0.932,0.941,0.912,0.972,0.945,0.933,0.91,0.949,0.967,0.98,0.
908,0.96,0.9,0.958,0.963,0.923,0.968,0.927,0.943,0.998,0.96,0.924,0.939,0.93,0
.907,0.906,0.963,0.96,0.973,0.946,0.98,0.993,0.933,0.971,0.998,0.948,0.987,0.9
5,0.993,0.987,0.963,0.964,0.972,0.971,0.963,0.976,0.928,0.937,0.918,0.986,0.9
79,0.955,0.917,0.916,0.976,0.962,0.92,0.967,0.974,0.922,0.945,0.904,0.973,0.9
07,0.982,0.927,0.959,0.97,0.916,0.97,0.963,0.981,0.921,0.969,0.939,0.964,0.90
6,

Рисунок 7.6 – Вкладка генерации первичной сети PN

Кнопка Save сохраняет граф PS в файл в текстовом формате по соответствующим строкам:

sides

KAO

FO

CostPS

CostWS

CostP

В верхней панели формы можно выбрать пункты меню (File):

Open — открыть граф PS,

Save — сохранить граф PS.

Вкладка AntColony — позволяет выбрать параметры для Алгоритма AntColony и увидеть промежуточные результаты его работы (рисунок 7.7).

Рисунок 7.7 – Вкладка настройки (опции для выбора) алгоритмов

В нижней части формы можно задать параметры вторичной сети:

- количество ребер |WS|;
- start — начальные вершины ребер;
- finish — конечные вершины ребер.

Если поставить галочку около Random WS, то начальные и конечные вершины ребер сгенерируются автоматически при генерации первичной сети.

Кнопка FindWS — запускает один из алгоритмов, и справа в текстовом поле показывается решение: стоимость укладки ребер, вероятность каждого ребра и вершины по которым оно проходит.

Например,

Floyd1 = 110.002 // Использованный алгоритм и стоимость гиперсети

0.837821192: 19 - 29 - 39 - 40 - // надежность пути (вероятность = произведение вероятностей ветвей данного пути): вершины через которые проходит маршрут первого ребра

0.583021106938036: 28 - 38 - 37 - 36 - 35 - 34 - 33 - 32 - 31 -

0.680663060267744: 36 - 35 - 45 - 44 - 43 - 53 - 63 - 73 -

0.975126: 44 - 45 - 55 -

В списке Algorithm можно выбрать алгоритм, которым будет решаться задача. Синим отмечены алгоритмы, в которых не учитывается вероятность, черным — в которых учитывается, т. е. чтобы надежность каждого ребра была не меньше заданного параметра K.

В списке Algorithm используются следующие базовые алгоритмы, позволяющие строить первоначальные решения по заданному критерию оптимизации коммуникаций:

- **Floyd** — классический Алгоритм Флойда;
- **Greedy** — классический жадный алгоритм (ищется кратчайший путь для ребер, среди которых нужно найти укладку). Алгоритмом Флойда в первичной сети, в найденном пути зануляются стоимость ветвей первичной сети, по которым проходил этот путь, затем снова запускается Алгоритм Флойда для оставшихся пар вершин, для которых нужно найти укладку);
- **Metr** — В качестве начального решения возьмем решение Алгоритма Флойда. Ветви графа сортируются некоторым методом (например, по количеству ребер, прошедших по нему). Согласно списку, убираем ветвь из графа и «поврежденные» маршруты пытаемся проложить по новому графу. Если полученное решение будет более дешевым, чем предыдущее, то берем его в качестве решения. Возвращаем удаленную ветвь. Рассматриваем аналогично все ветви списка;
- **AntColony** — это классический алгоритм муравьиной колонии.

Далее представлены алгоритмы, позволяющие улучшить решения по тому или иному критерию оптимизации.

Алгоритм MaxProb:

Шаг 1. Каждой ветви $v \in V$ первичной сети, припишем вес $(1-p(v))$.

Шаг 2. Найти все кратчайшие пути между заданных пар вершин $(y_i, y_j), i, j = 1, \dots, n, i \neq j$ (существует ребро $r \in R$ между (y_i, y_j) в графе первичной сети $PN = (X, V)$ с помощью алгоритма Флойда.

По найденным путям вычислим вероятность для заданных ребер $r \in R$ вторичной сети $p(r) = \prod_{v \in F(r)} p(v)$.

Проверим, удовлетворяет ли полученное значение заданному порогу. Если да, то задача разрешима.

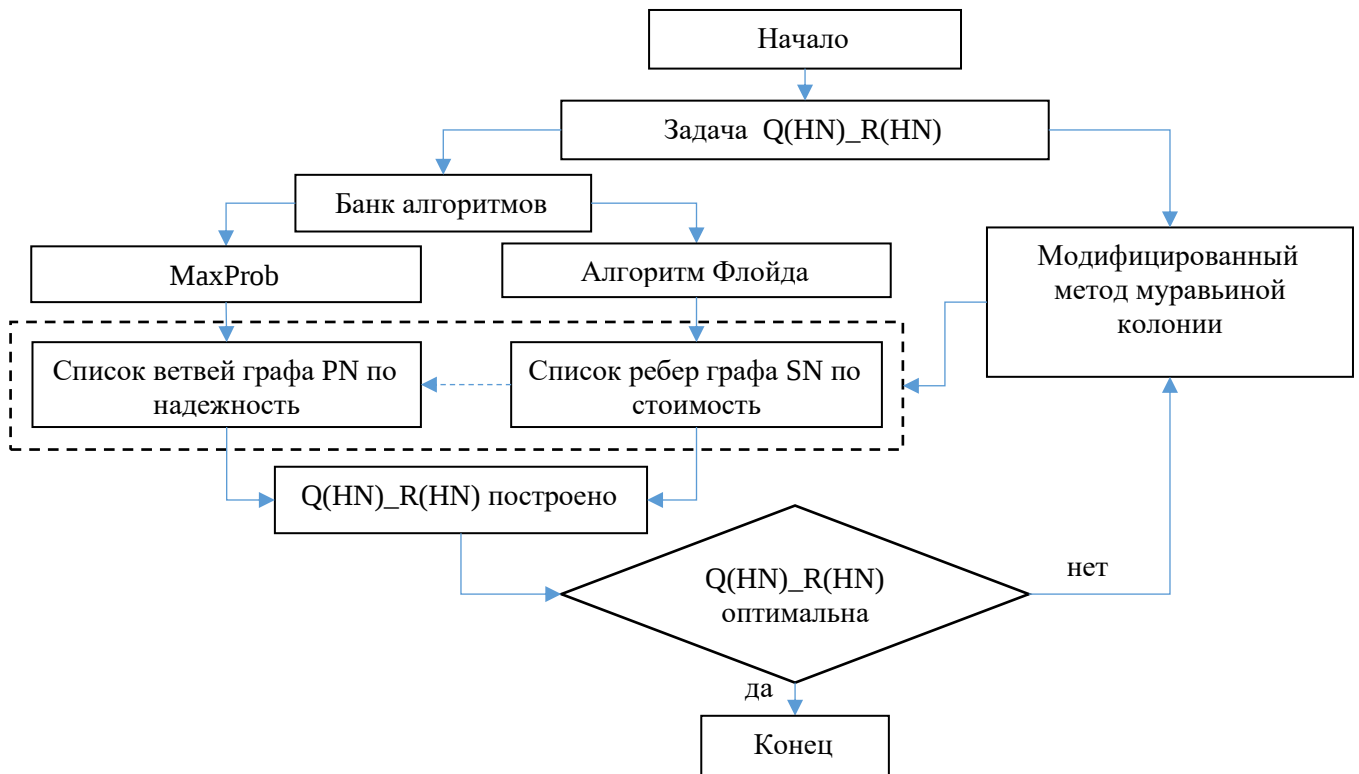


Рисунок 7.8 –Представление модифицированного *AntColony* в виде блок-схемы

На рисунке 7.8 представлена обобщенная блок-схема модифицированного алгоритма муравьиной колонии, которая позволяет построить гиперсеть минимальной стоимости и удовлетворяющей заданный порог надежности ($Q(HN)_R(HN)$ задача).

Данный алгоритм учитывает только вероятности, а не стоимости ветвей. Но в дальнейшем, когда приближенные алгоритмы не смогут найти

решение (реализацию ребра во вторичной сети), можно использовать решение Алгоритма MaxProb, как гарантированно удовлетворяющее ограничению по вероятности.

Например, можно адаптировать вариант Жадного алгоритма. Весом ветвей здесь является стоимость ветви.

Алгоритм FloydGreedyProb:

Шаг 1. Найти все кратчайшие пути между заданных пар вершин $(y_i, y_j), i, j = 1, \dots, n, i \neq j$ (существует ребро $r \in R$ между (y_i, y_j)) в графе первичной сети $PN = (X, V)$ с помощью алгоритма Флойда.

Шаг 2. Выбрать среди них путь с минимальной стоимостью, удовлетворяющий ограничению на вероятность. Осуществить вложение выбранного ребра r по кратчайшему пути (y_i, y_j) в графе $PN = (X, V)$.

Для всех $v \in F(r)$ в графе первичной сети PN : $a(v) := 0, b(v) := 0$ (стоимость ветви равна нулю для прокладывания остальных ребер).

Повторить **Шаг 1-2** для всех ребер $r \in R$ вторичной сети.

Шаг 3. Ребра, для которых путь был не найден (не удовлетворял ограничениям на вероятность), возьмем в качестве путей, найденные алгоритмом MaxProb пути.

Данный алгоритм учитывает только вероятности, а не стоимости ветвей. Но в дальнейшем, когда приближенные алгоритмы не смогут найти решение (реализацию ребра во вторичной сети), можно использовать решение Алгоритма MaxProb, как гарантированно удовлетворяющее ограничению по вероятности.

Аналогично, в Алгоритме муравьиной колонии (AntColony), если «муравьям» не удалось найти путь для некоторого ребра, то в качестве пути можно использовать путь, найденный алгоритмом MaxProb. Но как было отмечено выше, алгоритм MaxProb не учитывает стоимости ветвей. Далее опишем модификацию известного алгоритма k-кратчайших путей, которая

будет гарантировать путям ограничение на вероятность, но при этом находить пути меньшей стоимости (рисунок 7.9).

Алгоритм k-кратчайших путей (k-path).

Шаг 1. Алгоритмом MaxProb найдем пути между заданных пар вершин.

Шаг 2. Упорядочить $r \in R$ вторичной сети $SN = (Y, R)$ по возрастанию их веса (получим список $\{r_i\}$).

Шаг 3. Алгоритмом Йена между конечными узлами выбранного ребра $r_i \in R$ найти все k-кратчайшие пути, представляющие упорядоченный список доступных альтернативных маршрутов в графе PN . Опишем подробно модификацию алгоритма Йена:

Шаг 3.1. Сортируем по убыванию стоимости ветвей ребра $r_i \in R$.

Шаг 3.2. Удалить ветвь (по списку) и в новом графе первичной сети находим кратчайший по вероятности пути для ребра r_i алгоритмом Дейкстры.

Шаг 3.3. Если новый путь удовлетворяет ограничению по вероятности и имеет меньшую стоимость, чем предыдущий вариант, то запоминаем его. Возвращаем ветвь в первичную сеть. На Шаг 3.2.

Данный алгоритм можно использовать как часть в других алгоритмах. Далее в сравнении работы алгоритмов будут упоминаться следующие алгоритмы:

- **Greedy+ k-path** - это алгоритм FloydGreedyProb, в котором на Шаге 3 используются пути, найденные алгоритмом k-path.
- **AntColony+ k-path** - это алгоритм AntColony, в котором для ненайденных путей, используются пути, найденные алгоритмом k-path.

Алгоритм k-кратчайших путей 2 (k-path 2).

Это вариация предыдущего алгоритма, только поиск ведется не от самых надёжных путей, а от самых дешевых.

Сначала алгоритмом Floyd находим кратчайшие пути. Проверяем их надежности по ограничению K . Для тех путей, для которых это условие не выполнено, производим следующие шаги:

- сортируем ветви в пути в соответствии с их вероятностью $\{p(v)\}$;
- убираем в пути ветвь с самой плохой вероятностью. Алгоритмом Дейкстры найдем новый кратчайший путь, если его надежность $p(r) \leq K$, то конец. Иначе возвращаем удаленную ветвь и убираем следующую. И т. д.

Если не удалось найти пути с надежностью $p(r) \leq K$, то в качестве пути берется путь, найденный алгоритмом MaxProb.

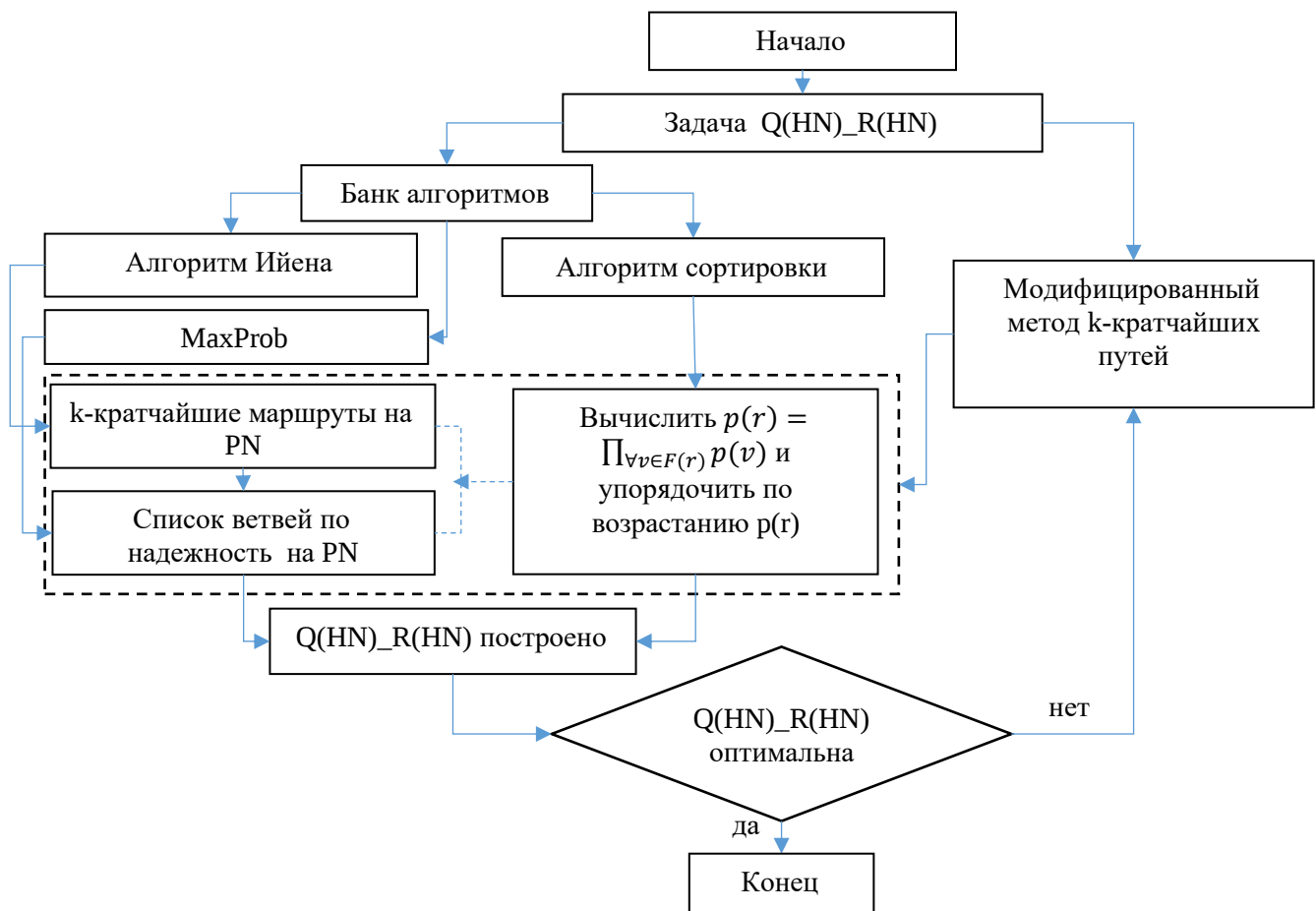


Рисунок 7.9 – Блок-схема модифицированного метода k-кратчайших путей

Важно знать, что некоторые алгоритмы используют решение, найденное до выполнения этого алгоритма. Например, для синих алгоритмов сначала запускается Floyd или Greedy, и только потом

алгоритмы, связанные с алгоритмами Metr. Для алгоритмов выделенные черным цветом сначала MaxProb — ищет пути с максимальной надежностью и проверяет, выполнимости условия $p(r) \leq K$. Если нет, то задача по критерию максимальной надежности не разрешима. В противном случае запускается AntColony и другие.

Далее представлены результаты численного эксперимента по сравнению результатов работы алгоритмов, описанных выше. В качестве первичной сети взята решетка 10x10 вершин. Стоимость ветвей первичной сети — случайные числа от 5 до 10 условных единиц. Стоимость ребер вторичной сети — случайные числа от 1 до 5.

Ограничение на вероятность $P_0 = 0.7$ для $|R|=5, 10$, $P_0 = 0.6$ для $|R|=30, 60$, $P_0 = 0.5$ для $|R|=80$.

На рисунке 7.10. по оси ординат показана стоимость полученной гиперсети, по оси абсцисс — число ребер $|R|$, которые нужно вложить в первичную сеть.

Из графика видно, что комбинация алгоритмов AntColony + k-path находит решение меньшей стоимости, чем просто AntColony.

Для небольших значений $|R|$, лучшее решение находит семейство алгоритмов AntColony, а для больших лучше работают жадные алгоритмы (Greedy).

Интересно отметить, что алгоритм k-path находит более дешевое решение, чем MaxProb только при небольших значениях $|R|$. Хотя каждый отдельный путь алгоритм k-path найдет не дороже, чем MaxProb, но не учитывается, что в конце стоимость ветвей первичной сети будет учитываться только один раз, независимо сколько ребер через нее прошло. В алгоритме MaxProb, чем надежнее ветвь, тем возможно большее число путей пройдут через нее, а в алгоритме k-path, ища более дешевое решение ребра, хуже группируются в некоторых ветвях, откуда итоговое решение более дорогое. Но когда алгоритм k-path используется как часть другого алгоритма, находится более дешевое решение.

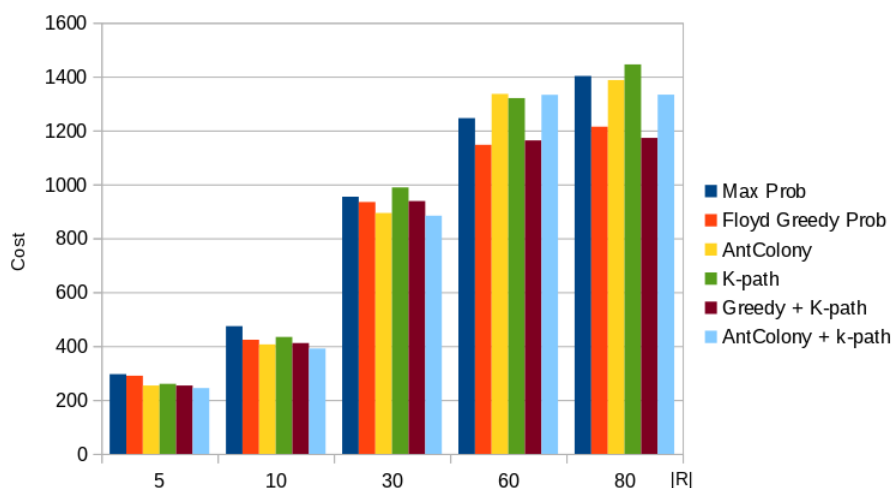


Рисунок 7.10 – Результаты работы алгоритмов для решетки 10×10 , количество ребер вторичной сети от 5 до 80

Ниже мы покажем на примерах, как работают предложенные алгоритмы. В качестве первичной сети PN мы рассматриваем решетку размером 5×5 , пронумерованную от верхнего левого угла вправо, затем вниз. Рассматриваются ребра $R = \{(1-10), (5-22), (11-24), (20-22)\}$, $P_0 = 0.7$. Остальные параметры такие же, как и в приведенном выше эксперименте. На рисунке 7.11 показаны пути прокладки ребер вторичной сети, найденные различными алгоритмами. Для каждого ребра полученный маршрут подсвечивается указанным цветом. Для каждого теста время расчета составляло в пределах нескольких секунд. Для алгоритма MaxProb (рисунок 7.11 а)), $Q(HN) = 186$, $F(R) = \{(1-2-3-4-9-10), (5-4-9-8-13-18-17-22), (11-12-13-18-19-24), (20-19-24-23-18-17-22)\}$. Для жадного алгоритма +k-путь (рисунок 7.11 б)), $Q(HN) = 150$, $F(R) = \{(1-6-7-8-9-10), (5-4-9-8-13-18-23-22), (11-12-13-18-23-24), (20-19-18-23-22)\}$. Для алгоритма AntColony+k-path (рисунок 7.11 в)), $Q(HN) = 128$, $F(R) = \{(1-6-7-8-9-10), (5-10-9-8-13-18-23-22), (11-6-7-8-13-18-23-24), (20-25-24-23-22)\}$.

вершин-потребителей и количества ребер вторичной сети. Как показывают результаты численного эксперимента наилучший результат обеспечивает муравьиный алгоритм, адаптированный к моделям гиперсетей;

- для решения задач оптимизации сетей и коммуникаций, в виде гиперсети минимальной стоимостью при заданных ограничениях, разработаны алгоритмы, основанные на методах теории гиперсетей и различных метаэвристиках такие как локальный поиск с адаптацией, эволюционный подход и подход роевого интеллекта;

- представлены результаты расчётов различных алгоритмов и их комбинации для оптимизации инженерных сетей и коммуникаций: метод, основанный на построении самой надёжной структуры (Max Prob), метод основанный на жадной стратегии (Greedy), метод k-кратчайших путей, позволяющий построить доступных альтернативных маршрутов (K-path), модифицированный алгоритм муравьиной колонии (AntColony), а также комбинации алгоритмов Greedy+K-path, AntColony+K-path;

- на тестовом примере представлены варианты реализаций ребер вторичной сети в первичную сеть с размерностью 5×5 , и их стоимостные показатели для алгоритмов MaxProb, Greedy+K-path и AntColony+K-path.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе разработаны и предложены различные математические модели и методы оптимизации, а также численные алгоритмы для решения оптимизационных задач, возникающие в области проектирование и строительство инженерных сетей и коммуникаций различного назначения. Предложены методы и алгоритмы основаны на модели гиперсетей и эволюционного синтеза, а также различных метаэвристик, таких как локальный поиск с адаптацией, генетические алгоритмы, метод дифференциальной эволюции и муравьиный алгоритм. На основе предложенных алгоритмов разработаны программные комплексы для поддержки принятия эффективного проектного решения при проектировании и строительстве сетей инженерных коммуникаций различного назначения. В целом по итогам исследований, проведенных в настоящей работе, получены следующие результаты:

- разработаны модели и методы оптимизации для решения оптимизационных задач с несколькими конфликтующими критериями и учитывающие иерархичность и вложенность проектируемых типов сетей;
- разработаны модели и методы оптимизации для прокладывания сетей и коммуникаций в трехмерном пространстве, учитывающая как высотные, так и плановые ограничения прокладывания инженерных сетей и коммуникаций, а также углы поворота при обходе препятствий;
- проведен анализ и исследования оптимизационных задач по проектированию и строительству инженерных сетей и коммуникаций в условиях городской застройки в гиперсетевой постановке, учитывающих совместимость или несовместимость проектируемых типов сетей, а также вложенность проектируемой коммуникации в области размещения;
- доказана NP-трудность задач оптимизации сетей и коммуникаций различного назначения, на основе методов теории гиперсетей;

- разработан ряд методов и алгоритмов для решения NP-трудных задач, таких как модифицированный метод дифференциальной эволюции, модифицированный алгоритм муравьиной колонии, модифицированный метод k-кратчайших путей и его различные комбинации с другими методами оптимизации, позволяющие строить более эффективные проектные решения по сравнению с известными методами оптимизации;

- разработаны комплексы программ, позволяющие принимать эффективное проектное решение на основе предложенных методов и алгоритмов, основанных на модели гиперсетей и различных метаэвристик. Результаты численного эксперимента, подтверждают эффективность предложенных алгоритмов по сравнению с известными методами оптимизации.

Полученные результаты диссертационных исследований могут быть использованы:

- в проектных организациях для анализа и синтеза проектных решений, при проектировании и строительстве различных инженерных систем;

- для разработки специализированных ГИС-технологий для сбора, обработки и моделирования пространственных данных для территориально-распределенных систем;

- для анализа и оптимизации иерархических систем: многопроцессорные вычислительные сети, клиент-серверные системы, механические связи изделий, организационные структуры предприятий;

- для разработки и развития вычислительных алгоритмов и программ в области имитационного моделирования, искусственного интеллекта и машинного обучения;

- для повышения качества подготовки специалистов путем интеграции в образовательные программы вузов по направлениям: горное дело, нефтегазовое дело, архитектура и дизайн, электроэнергетика и электротехника.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Токтошов, Г.Ы. Математические модели и методы как основа цифровизации инженерных коммуникаций: монография [Текст]/Г.Ы. Токтошов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2022. – 212 с.
2. Токтошов, Г. Ы. Математические модели и алгоритмы для проектирования магистрального трубопровода транспортировки георесурсов [Текст] / Г. Ы. Токтошов, Д. А. Мигов // Изв. Том. политехн. ун-та. Инжиниринг георесурсов. – 2024. – Т. 335, № 7. – С. 155–165.
3. Toktoshov, G. Y. The Routes Choosing Methodology for Laying Networks in Three-Dimensional Space Proceedings [Text] / G. Y. Toktoshov // Optimization Problems of Complex Systems: 17th Int. Asian School-Seminar. – Moscow; Novosibirsk; Almaty, 2021. – P. 134–138.
4. Lyakhov, O. A. The Repair Works Planning Problems in the Utility Networks Nodes [Text] / O. A. Lyakhov, G. Y. Toktoshov // Optimization Problems of complex systems: 15th Int. Asian School-Seminar, 26-30 Aug. 2019, Novosibirsk, 2019. – Novosibirsk, 2019. – P. 92–95.
5. Toktoshov, G. The Application of the k-shortest Paths Method for Constructing an Optimal Hypernet [Text] / G. Toktoshov, D. Migov // Optimization Problems of complex systems: 15th Int. Asian School-Seminar, 26-30 Aug. 2019, Novosibirsk. – Novosibirsk, 2019. – P. 162–166.
6. Токтошов, Г. Ы. Оптимизация маршрутов прокладки магистрального трубопровода для транспортировки георесурсов [Текст] / Г. Ы. Токтошов, А. Н. Юргенсон, Д. А. Мигов // Изв. Том. политехн. ун-та. Инжиниринг георесурсов. – 2019. – Т. 330, № 6. – С. 41–49.
7. Toktoshov, G. Y. On a Problem of the Utility Network Design [Text] / G. Y. Toktoshov, A. N. Yurgenson, D. A. Migov // OPTA-SCL 2018, 8-14 July 2018. – 2018. – Vol. 2098. – P. 385–395.
8. Toktoshov, G. Models and Algorithms of Evolutionary Synthesis for Optimization of Engineering Networks [Text] / G. Toktoshov, O. Monakhov

- // Proc. of Int. Multi-Conf. on Engineering, Computer and Information Sci. (SIBIRCON), Novosibirsk, 18-22 Sept. 2017. – Novosibirsk, 2017. – P. 167–171.
9. Toktoshev, G. Design of Utility Network Subject to Reliability Constraint [Text] / G. Toktoshev, A. Yurgenson, D. Migov // Proc. of Int. Multi-Conf. on Engineering, Computer and Information Sci. (SIBIRCON), Novosibirsk, 18-22 Sept. 2017. – Novosibirsk, 2017. – P. 172–175.
 10. Токтошев, Г. Ы. О создании геоинформационных систем на основе гиперсетей для организации инженерной инфраструктуры современных городов [Текст] / Г. Ы. Токтошев // Изв. Том. политехн. ун-та. Инжиниринг георесурсов. – 2016. – Т. 327, № 1. – С. 46–52.
 11. Токтошев, Г. Ы. Методология выбора трасс для прокладки сетей и коммуникаций [Текст] / Г. Ы. Токтошев // Вестн. Сиб. гос. ун-та телекоммуникаций и информатики. – 2022. – № 1. – С. 97–107.
 12. Токтошев, Г. Ы. Модели организации ремонтных работ для обеспечения работоспособности коммуникаций [Текст] / Г. Ы. Токтошев, А. О. Ляхов // Вестн. Сиб. гос. ун-та телекоммуникаций и информатики. – 2021. – № 1. – С. 94–101.
 13. Токтошев, Г. Ы. О сложности задач оптимизации сетей инженерных коммуникаций [Текст] / Г. Ы. Токтошев, А. Н. Юргенсон, Д. А. Мигов // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2020. – Т. 14, № 9. – С. 17–23.
 14. Токтошев, Г. Ы. Задачи оптимизации сетей инженерных коммуникаций различного назначения [Текст] / Г. Ы. Токтошев. – Проблемы автоматизации и управления. – 2019. – № 1 (36). – С. 5–11.
 15. Токтошев, Г. Ы. Об оптимизации сетей инженерных коммуникаций различного назначения [Текст] / Г. Ы. Токтошев, Д. А. Мигов // Вестн. Бурят. гос. ун-та. Математика, информатика. – 2019. – № 1. – С. 78–90.

16. Toktoshev, G. Y. An approach to the utility network design [Text] / G. Y. Toktoshev, D. A. Migov, A. N. Yurgenson // Bull. of the Novosibirsk Computing Center. Series. Computer Sci. – 2018. – Iss. 42. – P. 77–84.
17. Жусупбаев, А. Об одной задаче оптимизации распределения ресурсов в иерархических сетях [Текст] / А. Жусупбаев, Г. Ы. Токтошев // Проблемы информатики. – 2017. – № 1. – С. 2–14.
18. Монахов, О. Г. Алгоритм дифференциальной эволюции в задачах оптимизации маршрутов прокладки инженерных сетей [Текст] / О. Г. Монахов, Э. А. Монахова, Г. Ы. Токтошев // Наука и образование. – 2015. – № 9. – С. 135–144.
19. Токтошев, Г. Ы. Методы эволюционного синтеза для решения задач оптимизации сетей инженерных коммуникаций [Текст] / Г. Ы. Токтошев // Проблемы управления и информационных технологий: докл. II-й междунар. конф., посвящ. 55-летию Ин-та автоматики и информ. технологий НАН КР, г. Бишкек, 25-26 сент. 2015 г. – Бишкек, 2015. – С. 183–192.
20. Токтошев, Г. Ы. Вопросы об организации инфраструктуры мегаполиса [Текст] / Г. Ы. Токтошев // Проблемы информатики. – 2015. – № 1 (26). – С. 65–72.
21. Монахов, О. Г. Применение алгоритма муравьиной колонии для построения оптимальной гиперсети [Текст] / О. Г. Монахов, Г. Ы. Токтошев // Проблемы информатики. – 2014. – № 3 (24). – С. 3–11.
22. Токтошев, Г. Ы. Выбор оптимального способа прокладки подземных инженерных коммуникаций [Текст] / Г. Ы. Токтошев // Проблемы автоматики и управления (Бишкек). – 2014. – № 1. – С. 108–115.
23. Токтошев, Г. Ы. Гиперсети в моделировании и оптимизации совмещенной прокладки подземных инженерных коммуникаций [Текст] / Г. Ы. Токтошев // Проблемы информатики. – 2014. – № 1 (22). – С. 15–23.

24. Токтошов, Г. Ы. Гиперсетевая модель размещения инженерных коммуникаций на пересеченной местности [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Проблемы автоматизации и управления (Бишкек). – 2013. – № 1. – С. 40–45.
25. Токтошов, Г. Ы. Методика выбора трассы для автомобильных дорог в горной лавиноопасной местности [Текст] / Г. Ы. Токтошов. – Проблемы информатики. – 2013. – № 1 (18). – С. 37–41.
26. Токтошов, Г. Ы. Методология и практические методы построения сетей автомобильных дорог минимальной стоимости [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Проблемы автоматизации и управления (Бишкек). – 2012. – № 2. – С. 64–70.
27. Попков, В.К. Об одном подходе к оптимизации инфраструктуры инженерных сетей [Текст] / В. К. Попков, Г. Ы. Токтошов, А. Н. Юргенсон // Вестн. Сиб. гос. ун-та телекоммуникаций и информатики. – 2012. – № 3. – С. 11–28.
28. Токтошов, Г.Ы. Исследование эффективности метода k-кратчайших путей для оптимизации топологии иерархических сетей [Текст]/Г.Ы.Токтошов, А.Н. Юргенсон, Д.А. Мигов// Проблемы оптимизации сложных систем: тр. XVI Междунар. азиат. школы-семинара, Россия, Новосибирск, 25–29 августа 2020 г. – Новосибирск, 2020. – С.38-42.
29. Токтошов, Г.Ы. Об одной задаче мультикритериальной оптимизации сетей инженерных коммуникаций [Текст]/Г.Ы.Токтошов // Обработка информации и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 24 – 25 апр. – Новосибирск, 2019. – С. 192 – 197.
30. Токтошов, Г.Ы. Задачи оптимизации инженерных сетей в условиях городской застройки [Текст]/Г.Ы.Токтошов // Обработка информации и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 26 – 27 апр. – Новосибирск, 2018. – С.253 – 257.

31. Токтошов, Г.Ы. Об одной задаче структурной оптимизации инженерных сетей [Текст]/Г.Ы.Токтошов// Проблемы оптимизации сложных систем: тр. XIV Междунар. азиат. школы-семинара, Кыргызская Республика, оз. Иссык-Куль, 20-31 июля 2018 г. – Алматы, 2018. – Ч. 2. – С. 261–268.
32. Токтошов, Г.Ы. Гиперсетевая модель и методы оптимизации инженерных и транспортных сетей [Текст]/Г.Ы.Токтошов // Обработка информации и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 26-27 апр. – Новосибирск, 2017. – С.267 – 272.
33. Токтошов, Г. Ы. О выборе трасс для прокладки сетей инженерных коммуникаций [Текст]/ Г. Ы. Токтошов // Обработка информации и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 22-24 апр. 2016 г. – Новосибирск, 2016. – С. 291–297.
34. Токтошов, Г.Ы. Об одной модификации алгоритма муравьиной колонии для построения гиперсетей [Текст]/Г.Ы.Токтошов, О.Г. Монахов// Проблемы оптимизации сложных систем: тр. XII Междунар. азиат. школы-семинара, Новосибирск, 12-16 дек. 2016 г. – С.536 – 541.
35. Токтошов, Г. Ы. Применение алгоритма дифференциальной эволюции для синтеза оптимальной структуры инженерных сетей [Текст] / О. Г. Монахов, Э. А. Монахова, Г. Ы. Токтошов // Проблемы оптимизации сложных систем: тр. XI междунар. азиат. школы-семинара, Кыргыз. Респ., г. Чолпон-Ата, 27 июля-7 авг. 2015 г. – Бишкек, 2015. – Ч. 2. – С. 458–463.
36. Токтошов, Г.Ы. Эволюционный подход к решению задач оптимизации маршрутов прокладки инженерных сетей [Текст] / О. Г. Монахов, Э. А. Монахова, Г. Ы. Токтошов // Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики-2015: междунар. конф., посвящ. 90-летию со

дня рождения акад. Г. И. Марчука, Новосибирск, 19-23 окт. 2015 г. – Новосибирск, 2015. – С. 506–510.

37. Токтошов, Г. Ы. Системный подход к оптимизации сетевой инфраструктуры мегаполиса [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Обработка информации и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 22-24 апр. 2015 г. – Новосибирск, 2015. – С. 299–307.
38. Токтошов, Г. Ы. Об одной задаче размещения элементов инженерных коммуникаций [Текст] / А. Ж. Жусупбаев, Г. Ы. Токтошов // Обработка информации и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 22-24 апр. 2015 г. – Новосибирск, 2015. – С. 314–320.
39. Токтошов, Г. Ы. Об оптимизации инженерных сетей крупных городов [Текст]/Г. Ы. Токтошов// Современные концепции научных исследований: тр. XII международ. научно-практ. конференции, Москва, 27-28 марта 2015 г. – Москва, 2015. – Ч.5 – С. 16 – 19.
40. Монахов, О. Г. Об одном подходе к эволюционному синтезу регулярных сетей [Текст] / О. Г. Монахов, Э. А. Монахова, Г. Ы. Токтошов // Проблемы оптимизации сложных систем: тр. X Междунар. азиат. школы-семинара, Кыргыз. Респ., 25 июля-5 авг. 2014 г. – Новосибирск, 2014. – Ч. 2. – С. 505–509.
41. Токтошов Г. Ы. Методика построения инженерных коммуникаций в горной пересеченной местности [Текст] / Г. Ы. Токтошов// Проблемы оптимизации сложных систем: тр. X Междунар. азиат. школы-семинара, Кыргыз. Респ., 25 июля-5 авг. 2014 г. –Новосибирск, 2014. – Ч. 2. – С. 675 – 682.
42. Токтошов, Г. Ы. Методика совмещенного размещения инженерных коммуникаций в городских условиях [Текст] / Г. Ы. Токтошов// Обработка информационных сигналов и математическое

моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 22-25 апр. 2014 г. – Новосибирск, 2014. – С. 98–101.

43. Токтошов, Г. Ы. Об одном подходе к оптимизации совмещенных инженерных коммуникаций [Текст] / В. К. Попков, Г. Ы. Токтошов // Проблемы оптимизации сложных систем: тр. IX Междунар. азиат. школы-семинара, Респ. Казахстан, г. Алматы, 15-25 авг. 2013 г. – Алматы, 2013. – С. 254–261.
44. Токтошов, Г. Ы. Задачи выбора трассы для прокладки инженерных коммуникаций на пересеченной местности [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Информатика и телекоммуникаций: тр. конф. молодых ученых Инстит. вычислит. матем. и матем. геофизики Сибирское отд. Росс. акад. наук, Новосибирск, 2-4 апр. 2013 г. – Новосибирск, 2013. – С. 151 – 157.
45. Токтошов, Г. Ы. Иерархический подход к выбору трасс линейных сооружений [Текст] / В. К. Попков, Г. Ы. Токтошов // Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений: материалы II Междунар. науч. конф., Кыргыз. Респ., Иссык-Куль (Аврора), 5-7 сент. 2013 г. – Бишкек, 2013. – Т. 1. – С. 207–216.
46. Токтошов Г. Ы. Задачи размещения инженерных коммуникаций на пересеченной местности [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Обработка информационных сигналов и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 23-24 мая 2013 г. – Новосибирск, 2013. – С. 152 – 155.
47. Токтошов, Г. Ы. Построение цифровой модели местности для задачи размещения инженерных коммуникаций [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Обработка информационных сигналов и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 23-24 мая 2013 г. – Новосибирск, 2013. – С. 155–156.
48. Токтошов, Г. Ы. Об одном методе в задачах оптимизации инженерных коммуникаций [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Проблемы оптимизации

сложных систем: тез. докл. Восьмой междунар. азиат. школы-семинара, 2-12 июля 2012 г., г. Омск. – Омск, 2012. – С. 191–194.

49. Токтошов, Г.Ы. Об одной задаче эффективного размещения линейных объектов на заданной территории [Текст] / Г. Ы. Токтошов// Обработка информационных сигналов и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 26-27 апр. 2012 г. – Новосибирск, 2012. – С.131 – 134.
50. Абрамов, Н. Н. Водоснабжение [Текст]: учеб. для вузов / Н. Н. Абрамов. – Изд. 2-е перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1974. – 480 с.
51. Беляйкин, И. В. Водяные тепловые сети [Текст]: справ. пособие по проектированию / И. В. Беляйкин, В. П. Витальев, Н. К. Громов. – М.: Энергоатомгиз, 1989. – 376 с.
52. Бухаркин, Е. Н. Инженерные сети. Оборудование зданий и сооружений [Текст]: учеб. / Е. Н. Бухаркин, В. М. Овсянников, К. С. Орлов. – М.: Высш. шк., 2001. – 415 с.
53. Идельчик, В. И. Электрические системы и сети [Текст] / В. И. Идельчик. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 592 с.
54. Ионин, А. А. Газоснабжение [Текст]: учеб. для вузов / А. А. Ионин. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1989. – 439 с.
55. Теплоснабжение [Текст]: учеб. для вузов / А. А. Ионин, Б. М. Хлыбов, В. Н. Братенков, Е. Н. Терлецкая; под ред. А. А. Ионина. – М.: Стройиздат, 1982. – 336 с.
56. Теплоснабжение [Текст]: учеб. пособие для студентов вузов / [В. Е. Козин, Т. А. Левина, А. П. Марков и др.]. – М.: Высш. шк., 1980. – 408 с.
57. Садыков, А. М. Методы и алгоритмы поиска и оценки вариантов размещения технических объектов на городских территориях [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01 / А. М. Садыков. – Иваново, 2015. – 161 с.
58. Сазонов, Э. В. Разработка инженерных сетей микрорайона города

- [Текст]: учеб. пособие / Э. В. Сазонов, М. С. Кононова. – Воронеж: ВГАСУ, 2005. – 107 с.
59. Степанец, В. Г. Инженерные сети и оборудование [Текст]: учеб. пособие / В. Г. Степанец. – Омск: СибАДИ, 2005. – 116 с.
60. Ямлеева, Э. У. Инженерные сети и оборудование: водоснабжение и водоотведение [Текст] / Э. У. Ямлеева. – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – 122 с.
61. Blair, N. Analysing the impact of network change on transport disadvantage: a GIS-based case study of Belfast [Text] / N. Blair, J. Hine, S. M. A. Bukhari // J. of Transport Geography. – 2013. – Vol. 31. – P. 192–200.
62. Edgar, T. F. Optimal Design of Gas Transmission Networks [Text] / T. F. Edgar, D. M. Himmelblau, T. C. Bickel // Society of Petroleum Engineers J. – 1978. – Vol. 18 (02). – P. 96–104.
63. LeBlanc, L. J. An efficient approach to solving the road network equilibrium traffic assignment problem [Text] / L. J. LeBlanc, E. K. Morlok, W. Pierskalla // Transportation Res. – 1975. – Vol. 9, N 5. – P. 309–318.
64. Sheffy, Y. Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods [Text] / Y. Sheffy. – N. J.: Prentice-Hall, 1985. – XVI, 399 p.
65. Waters, N. Transportation GIS: GIS-T [Text] / N. Waters // Geographical Information Systems: Management Issues and Applications / [eds.: N. Waters, P. Longley, M. Goodchild et al.]. – 2nd ed. – N. Y., 1999. – Vol. 2. – P. 827–844.
66. Кузнецов, Р. Н. Определение оптимального маршрута прокладки [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.03 / Р. Н. Кузнецов. – Воронеж, 2009. – 16 с.
67. Лотарев, Д. Т. Неформальные описательные модели транспортных коммуникаций, транспортных сетей и территорий в задаче о прокладке путей и коммуникаций [Текст] / Д. Т. Лотарев // Труды Ин-та систем. анализа РАН. – 2009. – Т. 46. – С. 259–273.

68. Исраилов, Р. Ю. Структурный анализ систем управления инженерных сетей [Текст]: моногр. / Р. Ю. Исраилов. – Ростов н/Д: СКНЦ ВШ ЮФУ, 2009. – 128 с.
69. Ширакс, З. Э. Совмещенная прокладка инженерных сетей [Текст] / З. Э. Ширакс. – М.: Стройиздат, 1991. – 240 с.
70. Лупанов, А. П. Инженерные сети и оборудование [Текст]: учеб. пособие / А. П. Лупанов, Л. И. Самойлова. – М.: Экон-Информ, 2011. – 237 с.
71. Музалевская, Г. Н. Инженерные сети городов и населенных пунктов [Текст] / Г. Н. Музалевская. – М.: Ассоц. строит. вузов, 2006. – 148 с.
72. Пахомов, П. И. Технология поддержки принятия решения по управлению инженерными коммуникациями [Текст] / П. И. Пахомов, В. А. Немтинов. – М.: Машиностроение, 2009. – 124 с.
73. Бородавкин, П. П. Выбор оптимальных трасс магистральных трубопроводов [Текст] / П. П. Бородавкин, В. Л. Березин, С. Ю. Рудерман. – М.: Недра, 1974. – 240 с.
74. Введение в математическое моделирование транспортных потоков [Текст]: учеб. пособие / А. В. Гасников, С. Л. Кленов, Е. А. Нурминский [и др.]; под ред. А. В. Гасникова. – Изд. 2-е, испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2013. – 426 с.
75. Николаевская, И. А. Инженерные сети и оборудование территорий, зданий и стройплощадок [Текст] / И. А. Николаевская, Л. А. Горлопанова, Н. Ю. Морозова. – 4-е изд., стер. – М.: Академия, 2008. – 214 с.
76. Оптимизация систем обустройства нефтяных месторождений [Текст] / [Ш. С. Донгарян, Я. М. Каган, В. А. Горбатилов и др.]. – Свердловск: Средне-Урал. книж. изд-во, 1976. – 208 с.
77. Гидравлика [Текст]: учеб. и практикум для сред. проф. образования / [В. А. Кудинов, Э. М. Карташов, А. Г. Коваленко, И. В. Кудинов; под ред. В. А. Кудинова]. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2024. –

367 с.

78. Медиоланская, М. М. Проектирование водопроводных сетей [Текст]: учеб. пособие / М. М. Медиоланская, Е. А. Мезенева, С. В. Колобова. – Вологда: ВТУ, 1999. – 150 с.
79. Меньчуков, А. Е. Предварительное изыскание трасс линий электропередач [Текст] / А. Е. Меньчуков, В. В. Овсенко, Н. П. Путник. – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 224 с.
80. Попков, В. К. Математические модели и методы оптимизации городских транспортных систем [Текст] / В. К. Попков // Проблемы оптимизации и экономические приложения: материалы 2-ой Всерос. конф. – Омск, 2009. – С. 80–81.
81. Чернова, Е. Р. Технический аудит инженерных сетей и систем в условиях саморегулирования строительства [Текст]: учеб. пособие / Е. Р. Чернова. – М.: Спутник, 2012. – 252 с.
82. Попков, В. К. Математические модели связности [Текст] / В. К. Попков; отв. ред. А. С. Алексеев. – 2-е изд. – Новосибирск: ИВМиМГ СО РАН, 2006. – 490 с.
83. Попков, В. К. О моделировании городских транспортных систем гиперсетями [Текст] / В. К. Попков // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 6. – С. 179–189.
84. Верник, С. М. Оптимизация линейных сооружений связи [Текст] / С. М. Верник, Л. Н. Кочановский. – М.: Радио и связь, 1984. – 136 с.
85. Филлипс, Д. Методы анализа сетей [Текст]: пер. с англ. / Д. Филлипс, А. Гарсиа-Диас. – М.: Мир, 1984. – 496 с.
86. Хохлов, В. Х. Экономика передачи электрической энергии [Текст] / В. Х. Хохлов. – М.: [б. и.], 1961. – Ч. 1. – 108 с.
87. Хохлов В. Х. Экономика передачи электрической энергии [Текст] / В. Х. Хохлов. – М.: [б. и.], 1962. – Ч. 2. – 115 с.
88. Шубенко, В. А. Техничко-экономические расчеты при проектировании сетей электрических систем [Текст] / В. А. Шубенко. – Красноярск: [б.

и.], 1973. – 34 с.

89. Калинин, Н. Ф. Изыскания трасс воздушных линий электропередач [Текст] / Н. Ф. Калинин, М. Л. Казанцев. – М.: Госэнергоиздат, 1961. – 248 с.
90. Методы анализа и оценивания рисков в задачах менеджмента безопасности сложных технических систем [Текст] / [С. П. Крюков, С. Д. Бодрунов, Л. Н. Александровская и др.]. – СПб.: Аэрокосм. оборудование, 2007. – 453 с.
91. Методы оптимизации структур зонных сетей связи [Текст] / [В. К. Попков, С. Б. Кауль, М. И. Нечепуренко и др.]. – Новосибирск: ИВМиМГ СО РАН, 1984. – 180 с.
92. Поспелов, Г. Е. Элементы технико-экономических расчетов систем электропередачи [Текст] / Г. Е. Поспелов. – Мн.: Высш. шк., 1967. – 311 с.
93. Давыдов, Г. Б. Сети электросвязи [Текст] / Г. Б. Давыдов, В. Н. Рогинский, А. Я. Толчан. – М.: Связь, 1977. – 360 с.
94. Моделирование живучести систем энергетики: методология, модель, реализация [Текст] / [М. В. Козлов, Ю. Е. Малащенко, В.С. Рогожин и др.]. – М.: ВЦ АН СССР, 1986. – 60 с.
95. Линденбаум, М. Д. Надежность информационных систем [Текст] / М. Д. Линденбаум, Е. М. Ульяницкий. – М.: [б. и.], 2007. – 318 с.
96. Майника, Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах [Текст] / Э. Майника. – М.: Мир, 1981. – 324 с.
97. Надежность и живучесть системы связи [Текст] / [Б. Я. Дудник, В. Ф. Овчаренко, В. К. Орлов и др.]; под ред. Б. Я. Дудника. – М.: Радио и связь, 1984. – 216 с.
98. Попков, В. К. Гиперсети и их характеристики связности [Текст] / В. К. Попков // Исследования по прикладной теории графов. – Новосибирск, 1986. – С. 25–59.
99. Попков, В. К. Гиперсети и структурные модели сложных систем

- [Текст] / В. К. Попков // Системное моделирование. сб. науч. тр. / под ред. М. И. Нечепуренко. – Новосибирск, 1981. – Вып. 6: Математические и имитационные модели сложных систем. – С. 26–48.
100. Попков, В. К. Математические модели живучести сетей связи [Текст] / В. К. Попков. – Новосибирск: СО АН СССР, 1990. – 235 с.
101. Стекольников, Ю. И. Живучесть систем [Текст] / Ю. И. Стекольников. – СПб.: Политехника, 2002. – 155 с.
102. Журавлев, В. Г. Построение трассы высоковольтной линии электропередач минимальной длины путем добавления новых точек [Текст] / В. Г. Журавлев, В. И. Чиник, М. А. Чиник // Электроэнергетика и автоматика. – Кишинев, 1965. – Вып. 1.
103. Каялов, Г. М. Построение конфигурации воздушной электрической сети на основе геометрического решения общей проблемы Штейнера [Текст] / Г. М. Каялов, А. Э. Каждан // Изв. вузов. Электромеханика. – 1967. – № 1. – С. 34–41.
104. Коренблум, Б. И. Оптимальные распределительные сети [Текст] / Б. И. Коренблум, В. И. Рыбальский // Экономика и математические методы. – М., 1967. – Т. 3, вып. 1. – С. 87–92.
105. Тверицкий, Р. В. Алгоритм поиска кратчайшего пути и его применение для формирования цепей [Текст] / Р. В. Тверицкий // Вопросы радиоэлектроники. – М., 1970. – Вып. 9. – С. 26–37.
106. Григорьев, М. А. Трассирование автомобильных дорог с помощью ЭВМ [Текст] / М. А. Григорьев // Автомобил. дороги. – 1974. – № 3. – С. 21–22.
107. Кучинский, В. М. Об одном методе оптимизации сетей автомобильных дорог [Текст] / В. М. Кучинский // Стр-во и архитектура. – 1973. – № 3. – С. 46–52.
108. Хомяк, Я. В. Построение оптимальных сетей автомобильных дорог [Текст] / Я. В. Хомяк. – М.: Транспорт, 1969. – 144 с.
109. Berge Djebedjian Optimal Design of Gas Distribution Network: A Case

- Study [Text] / Berge Djebedjian, Mohamed El-Naggar, Islam Shahin // Mansoura Engineering J. – 2011. – Vol. 36, N 3. – P. 35–51.
110. A Survey of Optimization Method for Oil-gas Pipeline Network Layout [Text] / Fangfang Li, Qiang Liu, Xiu Guo, Jun Xiao // Proceedings of the 2015 Int. Conf. on Mechatronics, Electronic, Industrial and Control Engineering (MEIC 2015), April 1-3, 2015 in Shenyang, China. – Shenyang, 2015. – P. 257–260.
111. Безкоровайный, В. П. Разработка методов оптимизации трасс магистральных газопроводов и их разветвлений для сетей произвольной конфигурации [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.13.12 / В. П. Безкоровайный. – М., 1978. – 25 с.
112. Березин, В. Л. Поиск оптимальной конфигурации трубопроводной системы [Текст] / В. Л. Березин, П. П. Бородавкин, В. В. Бесхижко // Строительство трубопроводов. – М., 1976. – № 10. – С. 20–21.
113. Браун, Ю. Г. Применение ЭВМ при проектировании газовых сетей [Текст] / Ю. Г. Браун, В. А. Гайда // Нефть, газ и нефтехимия. – 1985. – № 4. – С. 14–20.
114. Тищенко, А. С. Оптимальное технологическое проектирование нефтепроводов [Текст] / А. С. Тищенко. – М.: Недра, 1982. – 263 с.
115. Наумов, И. В. Математическое обоснование выбора оптимизационной модели трассировки электрической сети [Текст] / И. В. Наумов, И. В. Ямщикова // Евраз. союз ученых (ЕСУ). – 2015. – № 7 (16). – С. 123–127.
116. Ченцов, В. М. Системы распределения информации. Синтез структуры и управления [Текст] / В. М. Ченцов. – М.: Связь, 1980. – 143 с.
117. Выбор и изыскания трасс воздушных линий электропередачи [Текст] / [Ю. Н. Шумихин, П. В. Большаков, С. В. Шлепнев и др.]; под ред. Ю. Н. Шумихина. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 182 с.
118. Косяков, С. В. О подходе к реализации распределенной ГИС для ведения единой карты инженерных сетей города [Текст] / С. В.

- Косяков, А. Б. Гадалов, А. М. Садыков // Вестн. Иванов. гос. энергет. ун-та им. В. И. Ленина. – 2014. – Вып. 5. – С. 64–70.
119. Мелькумов, В. Н. Определение оптимального маршрута трассы газопровода на основе карт стоимости влияющих факторов [Текст] / В. Н. Мелькумов, И. С. Кузнецов, Р. Н. Кузнецов // Науч. вестн. Воронеж. гос. архитектур.-строит. ун-та. Стр-во и архитектура. – 2009. – № 1 (13). – С. 21–27.
 120. Rodionov, A. S. Random Hypernets in Reliability Analysis of Multilayer Networks [Text] / A. S. Rodionov, O. K. Rodionova // J. Lecture Notes in Electrical Engineering. – 2015. – Vol. 343. – P. 307–315.
 121. Rodionov, A. S. Using Random Hypernets for Reliability Analysis of Multilevel Networks [Text] / A. S. Rodionov, O. K. Rodionova // 1st Int. Conf. on Mathematical Methods and Computational Techniques in Sci. and Engineering (MMCTSE 2014). Ser. Mathematical Methods in Sci. and Engineering. – Athens, 2014. – P. 119–121.
 122. Rodionov, A. S. On the Expected Value of a Number of Disconnected Pairs of Nodes in Unreliable Network [Text] / A. S. Rodionov, O. K. Rodionova, H. Choo // Int. Conf. on Computational Sci. and Its Applications – ICCSA 2007. – Heidelberg, 2007. – Part 3, vol. 4707. – P. 534–543.
 123. Rodionov, A. S. Reliability Polynomials in Optimizing Placement of Base Stations in Monitoring Networks [Text] / A. S. Rodionov, A. M. Kalney // Actual Problems of Electronic Instrument Engineering: proc. of the XIV Int. Sci.-Technical Conf. – Novosibirsk, 2018. – P. 252–259.
 124. Кочетов, Ю. А. Метаэвристики для решения NP-трудных задач [Текст] / Ю. А. Кочетов // Проблемы оптимизации сложных систем: тр. X Междунар. Азиат. школы-семинара, Кыргыз. Респ., оз. Иссык-Куль, 25 июля-5 авг. 2014 г. – Новосибирск, 2014. – Ч. 2. – С. 446–454.
 125. Таха, Х. А. Введение в исследование операций [Текст]: пер. с англ. / Х. А. Таха. – 7-е изд. – М.: Вильямс, 2005. – 901 с.
 126. Малащенко, Ю. Е. Живучесть сетевых систем [Текст] / Ю. Е.

Малашенко, В. С. Рогожин, Е. В. Ферапонтов. – М.: ВЦ АН СССР, 1989. – 64 с.

127. Еремеев, А. В. Задача о покрытии множества: сложность, алгоритмы, экспериментальные исследования [Текст] / А. В. Еремеев, Л. А. Заозерская, А. А. Колоколов // Дискрет. анализ и исслед. операций. Сер. 2. – 2000. – Т. 7, № 2. – С. 22–46.
128. Ищук, А. А. Возможности пространственного моделирования в ГИС интегрированной стоимости трасс проектируемых коммуникаций [Текст] / А. А. Ищук, В. Г. Швайко, А. С. Курбацкий // Учен. зап. Тавр. нац. ун-та им. В. И. Вернадского. Сер. География. – 2004. – Т. 17 (56), № 2. – С. 119–125.
129. Коровин, А. Н. Моделирование телекоммуникационной системы Владимирской области с применением ГИС-технологий [Текст] / А. Н. Коровин. – Владимир: Междунар. акад. связи, 2001. – 109 с.
130. Ларионов, В. И. Методология разработки специализированной географической информационной системы (ГИС) [Текст]: моногр. / В. И. Ларионов. – Уфа: БЭСТС, 2004. – 38 с.
131. Ловягин, В. Ф. Геоинформационные технологии в инженерных изысканиях трасс линейных сооружений [Текст]: моногр. / В. Ф. Ловягин. – Новосибирск: СГГА, 2010. – 153 с.
132. Скворцов, А. В. Разработка геоинформационных и инженерных систем на факультете информатики и в ООО "Индорсофт" [Текст] / А. В. Скворцов // Вестн. Том. гос. ун-та. – 2003. – № 280. – С. 346–349.
133. Субботин, С. А. Интеграция технологий ГИС и САПР при создании информационной системы автомобильных дорог [Электронный ресурс] / С. А. Субботин, Д. С. Сарычев, А. В. Скворцов // ИНТЕРЭКСПО Гео-Сибирь. – 2006. – № 1. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/integratsiya-tehnologiy-gis-i-sapr-pri-sozdanii-informatsionnoy-sistemy-avtomobilnyh-dorog/viewer>. – Загл. с экрана.

134. Третьяков, В. Ю. Геоинформационные системы (ГИС) [Текст]: метод. пособие / В. Ю. Третьяков. – СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2005. – 16 с.
135. Бойков, В. Н. Сплаины в трассировании автомобильных дорог [Текст] / В. Н. Бойков, Б. М. Шумилов. – Томск: ЦНТИ, 2001. – 164 с.
136. Нефедова, Я. И. Моделирование транспортных потоков системы индустриального центра [Текст] / Я. И. Нефедова, М. С. Мнацаканян // Вестн. Донец. акад. автомобил. транспорта. – 2013. – № 3. – С. 4–11.
137. Шерстюкова, Л. Н. Математическая модель местности для автоматизированного проектирования трасс автомобильных дорог [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / Л. Н. Шерстюкова. – Киев, 1984. – 181 с.
138. Задачи оптимизации иерархических структур [Текст] / В. Т. Дементьев, А. И. Ерзин, Р. М. Ларин, Ю. В. Шамардин. – Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1996. – 167 с.
139. Heidarifar, M. A Network Topology Optimization Model Based on Substation and Node-Breaker Modeling [Text] / M. Heidarifar, H. Ghasemi // IEEE Transactions on Power Systems. – 2016. – Vol. 31, N 1. – P. 247–255.
140. Shie-Yui, Liong. Optimal design of water distribution Network using shuffled complex evolution [Text] / Shie-Yui Liong, Md. Atiquzzaman // J. of The Institution of Engineers (Singapore). – 2004. – Vol. 44, N 1. – P. 93–107.
141. The Influence of Network Topology on Water Distribution System Performance [Электронный ресурс] / C. Tricarico, R. Gargano, G. de Marinis [et al.] // 10th Int. Conf. on Hydroinformatics HIC. – Hamburg, 2012. –

Режим

доступа:

[https://www.researchgate.net/publication/230931471_The_Influence_of_Network_Topology_on_Water_Distribution_System_Performance.](https://www.researchgate.net/publication/230931471_The_Influence_of_Network_Topology_on_Water_Distribution_System_Performance) – Загл. с экрана.

142. Economic Level of Reliability for the Rehabilitation of Hydraulic Networks [Text] / C. Tricarico, R. Gargano, Z. Kapelan [et al.] // J. of Civil Engineering and Environ. Systems. – 2006. – Vol. 23, N 3. – P. 191–207.
143. Optimal cost design of water distribution networks using a decomposition approach [Text] / Ho Min Lee, Do Guen Yoo, Ali Sadollah, Joong Hoon Kim // Engineering Optimization. – 2016. – Vol. 48, N 12. – P. 2141–2156.
144. Complex network approach for the structural optimization of global crude oil trade system [Электронный ресурс] / Gaogao Dong, Ting Qing, Ruijin Du [et al.] // J. of Cleaner Production. – 2020. – Vol. 251. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.119366>. – Загл. с экрана.
145. Optimization of Crude Oil Trade Structure: A Complex Network Analysis [Text] / Gaogao Dong, Ting Qing, Lixin Tian [et al.] // Complexity. – 2021. – Vol. 5. – P. 1–11.
146. Басакер, Р. Конечные графы и сети [Текст]: пер. с англ. Р. Басакер, Т. Саати. – М.: Наука, 1973. – 368 с.
147. Берж, К. Теория графов и ее применения [Текст] / К. Берж. – М.: Изд-во иностр. лит., 1962. – 320 с.
148. Свами, М. Графы, сети и алгоритмы [Текст]: пер с англ. / М. Свами, К. Тхуласираман. – М.: Мир, 1984. – 455 с.
149. Фрэнк, Г. Сети, связи и потоки [Текст] / Г. Фрэнк, И. Фриш. – М.: Связь, 1978. – 448 с.
150. Бакишев, И. Р. Применение геодезии, фотограмметрии и геоинформационных систем при автоматизированном трассировании линейных инженерных сооружений [Текст]: моногр. / И. Р. Бакишев. – Омск: ФГОУ ВПО ОмГУ, 2009. – 288 с.
151. Мланчев, Н. З. Строительство линейных сооружений [Текст]: учеб. пособие / Н. З. Мланчев, В. С. Таболин. – Чита: ЧитГУ, 2006. – 144 с.
152. Райфельд, В. Ф. Инженерно-геодезические работы при изысканиях линейных сооружений [Текст] / В. Ф. Райфельд. – М.: Недра, 1983. – 143 с.

153. Струнkevич, В. И. Методы оптимизации в практических задачах [Текст] / В. И. Струнkevич. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2009. – 320 с.
154. Антонов, М. Ф. К вопросу выбора экономически наилучших вариантов [Текст] / М. Ф. Антонов. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1959. – 45 с.
155. Зимин, М. И. Программа для оценки ситуации в лавинном очаге [Текст] / М. И. Зимин // Программные продукты и системы. – 2010. – № 1. – С. 152–154.
156. Русин, И. Н. Стихийные бедствия и возможности их прогноза [Текст] / И. Н. Русин. – СПб.: РГГУ, 2003. – 139 с.
157. Рыльский, М. А. Влияние факторов географической среды на автоматизированное трассирование трубопроводов [Текст] / М. А. Рыльский. – М.: МАКС Пресс, 2009. – 192 с.
158. Северский, И. В. Оценка лавинной опасности горной территории [Текст] / И. В. Северский, В. П. Благовещенский. – Алма-Ата: Наука, 1983. – 220 с.
159. Селиверстов, Ю. Г. Методы прогноза лавинной опасности [Электронный ресурс] / Ю. Г. Селиверстов. – Режим доступа: <https://alpinist.biz/archives/6871>. – Загл. с экрана.
160. Cancela, H. Reliability of communication networks with delay constraints: computational complexity and complete topologies [Text] / H. Cancela, L. Petingi // Int. J. Math. Math. Sci. – 2004. – Vol. 29. – P. 1551–1562.
161. Colbourn, Ch. J. The Combinatorics of Network Reliability [Text] / Ch. J. Colbourn. – N. Y.: Oxford University Press, 1987. – 160 p.
162. Абрамов, Ю. А. Оптимизация маршрута движения в условиях пересеченной местности [Текст] / Ю. А. Абрамов, А. А. Тарасенко // Науковий вісник будівництва. – Харков, 2009. – Вып. 52. – С. 401–407.
163. Алгоритмы оптимального движения мобильных объектов по пересеченной местности и транспортной сети [Текст] / А. Ю. Дорогов, В. Ю. Лесных, И. В. Раков [и др.] // Искусств. интеллект. – 2008. – № 3. – С. 419–427.

164. Черноруцкий, И. Г. Методы оптимизации и принятия решения [Текст]: учеб. пособие / И. Г. Черноруцкий. – СПб.: Лань, 2001. – 384 с.
165. Читаев, И. В. Методы и алгоритмы автоматизированного проектирования проводных телекоммуникационных сетей минимальной стоимости [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.13.12 / И. В. Читаев. – Рязань, 2006. – 16 с.
166. Бокарев, Д. И. Основы систем автоматизированного проектирование в сварке [Текст]: учеб. пособие / Д. И. Бокарев. – Воронеж: Воронеж. гос. техн. ун-т, 2006. – 264 с.
167. Storn, R. Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces [Text] / R. Storn, K. Price // J. Global Optimization. – 1997. – Vol. 11, N 4. – P. 341–359.
168. Kumar, A. Discussion of 'Reliability Analysis of Water Distribution Systems' by Gupta R. and Bhawe P. R. [Text] / A. Kumar, M. L. Kansal // J. of Environ. Engineering. – 1995. – Vol. 121. – P. 674–677.
169. Martnez, S. P. All-Terminal Reliability Evaluation through a Monte Carlo Simulation Based on an MPI Implementation [Text] / S. P. Martnez, B. O. Calvino, C. M. Rocco S // Advances in Safety, Reliability and Risk Management (PSAM 2011/ESREL 2012): Eur. Safety and Reliability Conf. – Helsinki, 2012. – P. 1–6.
170. Moore, E. F. Reliable circuits using less reliable relays [Text] / E. F. Moore, C. E. Shannon // J. Franklin Inst. – 1956. – Vol. 262, N 4b. – P. 191–208.
171. Potapov, A. The Pairwise Disconnectivity Index as a New Metric for the Topological Analysis of Regulatory Networks [Text] / A. Potapov, B. Goemann, E. Wingender // BMC Bioinformatics. – 2008. – Vol. 9, N 1. – P. 1–15.
172. Shaobin, L. Network reliability with node failures [Text] / L. Shaobin, Ch. Kam-Hoi, L. Xiaoping // Networks. – 2000. – Vol. 35, N 2. – P. 109–117.
173. СНиП II-89-90. Генеральные планы промышленных предприятий [Электронный ресурс]: Режим доступа:

<http://www.skonline.ru/doc/784.html>. – Загл. с экрана.

174. Крамущенко, В. И. Многоканальные системы передачи информации [Текст]: конспект лекций / В. И. Крамущенко, Л. Я. Новосельцев, В. Н. Смирнов. – Л.: ЛЭТИ, 1983. – 48 с.
175. Кумунжиев, К. В. Проектирование системы: изобретательство, анализ, принятие решений [Текст] / К. В. Кумунжиев. – Ульяновск: УлГУ, 2009. – 183 с.
176. Системный анализ и систем связи [Текст]: метод. материалы / [подгот. А. Е. Соколов]. – М.: МосФАП, 1979-1980. – Ч. 1. – 1979-1980. – 50 с.; Ч. 2. – 1979. – 28 с.
177. Кристофидес, Н. Теория графов. Алгоритмический подход [Текст] / Н. Кристофидес. – М.: Мир, 1978. – 432 с.
178. Татт, У. Теория графов [Текст] / У. Татт; пер. с англ. Г. П. Гаврилова. – М.: Мир, 1988. – 424 с.
179. Алгоритмы: Построение и анализ [Текст] / [Т. Х. Кормен, Ч. И. Лейзерсон, Р. Л. Ривест и др.]. – 2-е изд. – М.: Вильямс, 2005. – 1296 с.
180. Харари, Ф. Теория графов [Текст] / Ф. Харари. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 296 с.
181. Зыков, А. А. Гиперграфы [Текст] / А. А. Зыков // Успехи мат. наук. – 1974. – Вып. 6. – С. 89–154.
182. Власенко, Е. С. Использование гиперсетей для моделирования фрагментов телекоммуникационной системы [Текст] / Е. С. Власенко // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании: сб. тр. II-ой Междунар. науч.-техн. и науч.-метод. конф. – СПб., 2013. – С. 90–93.
183. Воронин, А. А. Оптимальные иерархические структуры [Текст] / А. А. Воронин, С. П. Мишин. – М.: ИПУ РАН, 2003. – 214 с.
184. Воронов, Р. В. Задача покрытия гиперсети взвешенным корневым деревом и ее приложение для оптимального проектирования схем волокон на лесосеках [Текст] / Р. В. Воронов, А. М. Воронова, М. А.

- Пискунов // Моделирование систем. – 2012. – № 1 (31). – С. 56–64.
185. Воронова, А. М. Применение гиперсети для моделирования и построения схемы волоков с учетом свойств грунта и рельефа на лесосеке [Текст] / А. М. Воронова // Новые информационные технологии в ЦБП и энергетике: материалы X юбил. междунар. науч.-техн. конф. – Петрозаводск, 2012. – С. 31–33.
186. Columbic, M. Ch. Graph sandwich problems [Text] / M. Ch. Columbic, H. Kaplan, R. Shamir // J. of Algorithms. – 1995. – Vol. 19, N 3. – P. 449–473.
187. Poulouvassilis, A. A Nested-Graph Model for the Representation and Manipulation of Complex Objects [Text] / A. Poulouvassilis, M. Levene // J. ACM Transactions on Inform. Systems. – 1994. – Vol. 12, N 1. – P. 35–68.
188. Kurant, M. Layered Complex Networks [Text] / M. Kurant, P. Thiran // J. Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 96, N 13. – P. 1–5.
189. Two-layer network design by branch-and-cut featuring MIP-based heuristics [Text] / S. Orlowski, A. M. Koster, C. Raack, R. Wessäly // Proceedings of the 3rd Int. Network Optimization Conf. (INOC 2007). – Spa; Belgium, 2007. – P. 114–119.
190. Андреев, А. М. Многопроцессорные вычислительные системы: теоретический анализ, математические модели и применение [Текст]: учеб. пособие / А. М. Андреев, Г. П. Можаров, В. В. Сюев. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. – 332 с.
191. Анохин, В. К. Когнитом: гиперсетевая модель мозга [Текст] / В. К. Анохин // НЕЙРОИНФОРМАТИКА-2015: XVII Всерос. науч.-техн. конф. с междунар. участием. – М., 2015. – Ч. 1 – С. 14–15.
192. Божко, А. Н. Моделирование механических связей изделия [Электронный ресурс] / А. Н. Божко // Наука и образование. – 2011. – № 3. – С. 1–10.
193. Зорин, Н. В. Об одном механизме иерархической структуризации больших динамических гипертекстов [Текст] / Н. В. Зорин, С. О. Кузнецов // Информ. процессы и системы. – 1996. – № 3. – С. 23–28.

194. Попков, В. К. Трудно решаемые задачи теории гиперсетей [Текст] / В. К. Попков // Дискретная оптимизация и исследование операций: материалы рос. конф. – Новосибирск, 2007. – С. 69–73.
195. Попков, В. К. О моделировании городских транспортных систем гиперсетями [Текст] / В. К. Попков // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 6. – С. 179–189.
196. Попков, В. К. Применение теории S-гиперсетей для моделирования систем сетевой структуры [Текст] / В. К. Попков // Проблемы информатики. – 2010. – № 4. – С. 17–40.
197. Попков, В. К. Структурные модели многослойных нестационарных систем [Текст] / В. К. Попков // Проблемы оптимизации сложных систем: тр. X Междунар. азиат. школы-семинара, Кыргыз. Респ., оз. Иссык-Куль, 25 июля-5 авг. 2014 г. – Новосибирск, 2014. – Ч. 2. – С. 562–573.
198. Попов, Ю. И. Оптимальное трассирование газосборных сетей на месторождениях [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01 / Ю. И. Попов. – М., 1981. – 22 с.
199. Capone, A. Multi-Layer Network Design with Multicast Traffic and Statistical Multiplexing [Text] / A. Capone, G. Carello, R. Matera // IEEE Global Telecommunications Conference (IEEE GLOBECOM). – Washington, 2007. – P. 2565–2570.
200. Meehan, B. Empowering electric and gas utilities with GIS [Электронный ресурс] / B. Meehan // Redlands, CA: Environmental Systems Research Institute. – 2007. – Режим доступа: <https://www.scirp.org/reference/referencespapers?referenceid=2208022>. – Загл. с экрана.
201. Акимов, С. В. Модель морфологического множества уровня идентификации [Текст] / С. В. Акимов // Тр. учеб. заведений связи. – СПб., 2005. – Вып. 172. – С. 120–135.
202. Анкудинов, Г. И. Синтез структуры сложных объектов. Логико-

- комбинаторный подход [Текст] / Г. И. Анкудинов. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1986. – 260 с.
203. Кутергин, А. В. Тензорная методология для поиска оптимальной структуры системы [Текст] / А. В. Кутергин // Устойчивое инновац. развитие: проектирование и упр. – 2012. – Т. 8, № 2 (15). – С. 74-106.
204. Одрин, В. М. Метод морфологического анализа технических систем [Текст] / В. М. Одрин. – М.: ВНИИПИ, 1989. – 312 с.
205. Степанов, В. П. Оптимизация маршрутов на дорожной сети [Текст] / В. П. Степанов // Наука и образование. – 2012. – № 5. – С. 1–12.
206. Котов, А. А. Автоматизация обработки и анализа интегрированных данных при изысканиях инженерных сооружений с распределенной структурой с применением геоинформационных технологий [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.13.06 / А. А. Котов. – М., 2006. – 16 с.
207. Dorigo, M. Swarm Intelligence, Ant Algorithms and Ant Colony Optimization [Text] / M. Dorigo // Reader for CEU Summer University Course "Complex System". – Budapest, 2001. – P. 1–38.
208. Fry, C. GIS in telecommunications [Text] / C. Fry // Geographical Information Systems: Management Issues and Applications. – 2nd ed. – N. Y., 1999. – Vol. 2. – P. 819–826.
209. Harabor, D. Online Graph Pruning for Pathfinding on Grid Maps [Text] / D. Harabor // Proceedings of the 25th National Conf. on Artificial Intelligence (AAAI), Grastien. – San Francisco, 2011. – P. 1114–1119.
210. Stochastic long-term reliability of water distribution networks using Monte Carlo simulation [Text] / Mehdi Dini, Amin Mohammadikaleibar, Saeed Hashemi, Vahid Nourani // Urban Water J. – 2021. – Vol. 19, N 2. – P. 151–160.
211. Shooman, A. M. Exact Graph-Reduction Algorithms for Network Reliability Analysis [Text] / A. M. Shooman, A. Kershenbaum // IEEE Global Telecommunications Conference GLOBECOM' 91. – N. Y.: IEEE Press,

1991. – P. 1412–1420.
212. Sun, F. On Pairwise Connectivity of Wireless Multihop Networks [Text] / F. Sun, M. A. Shayman // Int. J. Secur. Netw. – 2007. – Vol. 2, N 1/2. – P. 37–49.
213. Talbi, El-G. Metaheuristics. From design to implementation [Text] / El-G. Talbi. – Hoboken (New Jersey): John Wiley & Sons, 2009. – XXX, 593 p.
214. Substation-Level Grid Topology Optimization Using Bus Splitting [Text] / Z. Yuqi, A. S. Zamzam, A. Bernstein, H. Zhu // Am. Control Conf. (ACC). – New Orleans (Louisiana), 2021. – P. 1–7.
215. A new guiding force strategy for differential evolution [Text] / H. Zaheer, M. Pant, S. Kumar [et al.] // Int. J. of System Assurance Engineering and Management. – 2017. – Vol. 8, N 4. – P. 2170–2183.
216. Optimization of Pipeline Network Layout for Multiple Heat Sources Distributed Energy Systems Considering Reliability Evaluation [Text] / C. Ziyuan, L. Hai, W. Yan [et al.] // Processes. – 2021. – Vol. 9, N 3. – P. 1308.
217. Zhaoxi, L. Leveraging Network Topology Optimization to Strengthen Power Grid Resilience Against Cyber-Physical Attacks [Text] / L. Zhaoxi, W. Lingfeng // IEEE Transactions on Smart Grid. – 2021. – Vol. 12, N 2 – P. 1552–1564.
218. Cherkaev, A. Variational Methods for Structural Optimization [Text] / A. Cherkaev. – N. Y.: Springer, 2000. – XXVI, 545 p.
219. Бухаров, Д. С. Применение оптико-геометрического подхода для решения прикладных задач вариационного исчисления [Текст] / Д. С. Бухаров, А. Л. Казаков // Проблемы информатики. – 2012. – № 4. – С. 22–32.
220. Гельфанд, И. М. Вариационное вычисление [Текст] / И. М. Гельфанд, С. В. Фомин. – М.: Физматлит, 1961. – 227 с.
221. Петров, Ю. П. Вариационные методы теории оптимального управления [Текст] / Ю. П. Петров. – Л.: Энергия, 1977. – 280 с.
222. Эльцгольц, Л. Э. Вариационное исчисление [Текст] / Л. Э. Эльцгольц.

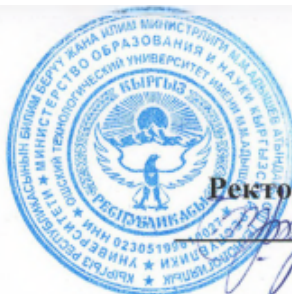
– М.: ЛКИ, 2008. – 205 с.

223. Математические методы в геоинформационных технологиях [Текст] / Ярослав. гос. ун-т им. П. Г. Демидова; отв. ред. А. Н. Угаров. – М.: Наука, 2003. – 119 с.
224. Скворцов, А. В. Триангуляция Делоне и ее применение [Текст] / А. В. Скворцов. – Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 2002. – 128 с.
225. Токтошов, Г. Ы. Исследование и разработка моделей и методов оптимизации систем сетевой структуры в условиях высокогорья [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18 / Г. Ы. Токтошов. – Новосибирск, 2011. – 16 с.
226. Забиняко, Г. И. Реализация алгоритмов решения задачи о покрытии множеств и анализ их эффективности [Текст] / Г. И. Забиняко // Вычисл. технологии. – 2007. – Т. 12, № 6. – С. 50–58.
227. Ковалев, М. М. Дискретная оптимизация (целочисленное программирование) [Текст] / М. М. Ковалев. – Изд. 2-е. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 192 с.
228. Конюховский, П. В. Математические методы исследования операций в экономике [Текст] / П. В. Конюховский. – СПб.: Питер, 2000. – 208 с.
229. Кононов, А. В. Приближенные алгоритмы для NP-трудных задач [Текст]: учеб.-метод. пособие / А. В. Кононов, П. А. Кононова. – Новосибирск: РИЦ НГУ, 2014. – 117 с.
230. Курейчик, В. В. Теория эволюционных вычислений [Текст] / В. В. Курейчик, В. М. Курейчик, С. И. Родзин. – М.: Физматлит, 2012. – 260 с.
231. Пантелеев, А. В. Применение метода дифференциальной эволюции для оптимизации параметров аэрокосмических систем [Электронный ресурс] / А. В. Пантелеев, И. Ф. Дмитраков. – Режим доступа: <https://mai.ru/publications/index.php?ID=13428>. – Загл. с экрана.
232. Стенников, В. А. Применение алгоритма перебора деревьев и метода имитации отжига для схемно-структурной оптимизации тепловых

- сетей [Текст] / В. А. Стенников, А. А. Чемезов // Программные продукты и системы. – 2018. – № 2 (31). – С. 387–395.
233. Субботин, С. А. Сравнительный анализ методов эволюционного поиска [Текст] / С. А. Субботин, А. А. Олейник // Искусств. интеллект. – 2008. – № 2. – С. 44–49.
234. Эволюционные методы моделирования и оптимизации сложных систем [Текст]: конспект лекций / [Е. С. Семенкин, М. Н. Жукова, В. Г. Жуков и др.]. – Красноярск: СФУ, 2007. – 310 с.
235. Гэри, М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи [Текст] / М. Гэри, Д. Джонсон. – М.: Мир, 1982. – 416 с.
236. Пападмитриу, Х. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность [Текст] / Х. Пападмитриу, К. Стайглиц; пер. с англ. В. Б. Алексеева. – М.: Мир, 1985. – 510 с.
237. Гордеев, Э. Н. Задача Штейнера [Текст]: обзор / Э. Н. Гордеев, О. Г. Тарасцов // Дискрет. математика. – 1993. – Т. 5, вып. 2. – С. 3–28.
238. Gimadi, E.Kh. A Probabilistic Analysis of Approximation Algorithm for the Minimum Weight Spanning Tree Problem with a Bounded Below Diameter [Text]/E.Kh. Gimadi, A.I. Serdyukov//in Oper. Res. Proceed. – Berlin, 2000. – Vol. 99 – P. 63–68.
239. Ерзин, А. И. Задачи маршрутизации: учеб. пособие / А. И. Ерзин, Ю. А. Кочетов //Новосиб. гос. ун-т. – Новосибирск: РИЦ НГУ, 2014. – 95 с.
240. Ермолаев, С. Ю. Разработка алгоритмов размещения базовых станций на основе методов оптимизации для сетей беспроводного доступа [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.12.13 / С. Ю. Ермолаев. – Самара, 2010. – 16 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Акты внедрения



«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор ОшТУ, к.т.н., доцент

Турсунбаев Ж.Ж.

«25» ноября 2024 г.

Акты внедрения результатов научно-исследовательских, научно-технических работ, (или) результатов научной и (или) научно-технической деятельности

1. **Автор (соавторы) внедрения:** Токтошов Гулжигит Ысакович
2. **Наименование научно-исследовательских работ:** Разработка моделей и методов оптимизации сетей инженерных коммуникаций
3. **Краткая аннотация:** Научно-исследовательская работа направлена на разработку моделей и методов оптимизации сетей инженерных коммуникаций различного назначения. Как показывает анализ научных исследований, в существующих моделях и методах практически не учитывается иерархичность проектируемых типов коммуникаций, ограничения на местности и существующие коммуникации для прокладывания инженерных сетей и коммуникаций, что может очень существенно повлиять на конечный результат. В связи с этим в настоящей работе разработаны математические модели и методы оптимизации инженерных сетей и коммуникаций, основанные на моделях теории гиперсетей и эволюционного синтеза, а также различных метаэвристик, позволяющих учитывать иерархичность и вложенность проектируемых типов сетей.
4. **Эффект от внедрения:**
 - повышен уровень знаний студентов в таких областях как «Системы телекоммуникации», «Инфокоммуникационные системы и сети», «Сети, связи и системы телекоммуникации», «Инструментальные средства информационных систем», «Основы сетевых технологий в инфокоммуникационных системах», «Планирование эксплуатации сетей», «Техническая эксплуатация систем коммуникации» благодаря включения в учебный процесс предложенные автором теоретические и практические рекомендации по оптимизации сетей инженерных коммуникаций.
 - повышен качество лабораторных и практических занятий по курсам «Информатика», «Технология программирования» и «Численные методы» благодаря использования методов и алгоритмов, основанные на моделях теории гиперсетей и эволюционного синтеза;
 - обеспечено повышение качество преподаваемых дисциплин по сетевым технологиям, благодаря использования моделей и методов оптимизации, предложенные автором, которые используются студентами при изучении курсов по проектированию и эксплуатации сетевых технологий различного назначения;

- повышен уровень подготовки курсовых и выпускных квалификационных работ студентов и магистрантов, благодаря использования методов и алгоритмов, предложенные автором, в учебный процесс.
- 5. **Место и время внедрения:** результаты работы широко используется в учебном процессе факультета кибернетики и информационных технологий Ошского технологического университета им. М.М. Адышева, с 2022 г.
- 6. **Форма внедрения:** теоретические и практические результаты исследований включены в программу лекционных и практических занятий по дисциплинам «Инфокоммуникационные системы и сети», «Сети, связи и системы телекоммуникации», «Инструментальные средства информационных систем», «Планирования эксплуатации сетей», «Техническая эксплуатация систем коммуникации», а также используются при подготовке курсовых и выпускных квалификационных работ.

Проректор по науке и инновациям ОшТУ,
д.с.-х.н., доцент



Танаков Н.Т.

Директор института инновационно-информационных технологий,
к.э.н., доцент



Арзыбаева М.А.



REALPROJECT
Limited Company
8 Kulatova Str. Bishkek,
720031, Kyrgyz Republic
ITN 02811200010099
Acc: 1110200020117538
BIC 111002 JSC Bank of Asia Branch
Phone: (996 312) 591998, 591996
Fax: (996 312) 592384
E-mail: realproject-info@yandex.ru
www.real-project.org



РЕАЛ
ПРОЕКТ

Общество с Ограниченной
Ответственностью «РЕАЛПРОЕКТ»
720031, Кыргызская Республика,
г. Бишкек, ул. Кулатова, 8
ИНН 02811200010099
Р/с: 1110200020117538
БИК 111002, Филиал ЗАО «Банк Азии»
Тел.: (996 312) 591998, 591996
Факс: (996 312) 592384
E-mail: realproject-info@yandex.ru
www.real-project.org

architecture

engineering & consulting

interior design

pools

landscape design

АКТ

о практическом применении результатов докторской диссертации Токтошова Г.Ы. «Разработка моделей и методов оптимизации сетей инженерных коммуникаций» в ОсОО «РЕАЛПРОЕКТ»

Настоящим Актом удостоверяется, что теоретические разработки и практические рекомендации докторской диссертации Токтошова Г.Ы. на тему: «Разработка моделей и методов оптимизации сетей инженерных коммуникаций» обладают актуальностью, представляют практический интерес для проектирования и строительства сетей инженерных коммуникаций различного назначения.

В практическом плане полезным являются разработанные в диссертации модели и методы оптимизации сетей, основанные на модели гиперсетей и методам эволюционного синтеза. Результаты диссертационного исследования Токтошова Г.Ы. были использованы нашей компанией при разработке проектной документации на строительство сетей электросвязи, теплотрасс, сетей инженерного обеспечения по следующим объектам:

- «Строительство нефтеперерабатывающего комплекса, расположенного в восточной промзоне г. Кара-Балта»;
- «Девятиэтажный жилой дом с продовольственным магазином и пивным баром по ул. Фрунзе – Гоголя»;
- «Кирпичный завод с северной стороны села Башкара-Суу»;
- «Расширение существующего складского хозяйства для хранения металлопроката на собственной территории по пр. Чуй, 2».

Экономический эффект от внедрения результатов диссертационной работы Токтошова Г.Ы. составил 5-7% от базовой проектной стоимости вышеотмеченных объектов строительства.

Директор
ОсОО «Реалпроект»



Блиновский Г.В.

Листинг программы

```
unit mur;
interface
uses
  Classes, SysUtils, FileUtil, Forms, Controls, Graphics, Dialogs, StdCtrls,
  ComCtrls, ExtCtrls, Menus, baseunix, Math;
const
  pi=3.14;
  radius1=5;//10;
  radius2=5;
  NMax=20001;
  NMax2=3200;//500;//585;
  NMaxF=100000;
  GeneralCostPS=6000;
type
  BT=integer;
  Visit = array[1..NMax] of Boolean;
  TCost= array[1..NMax] of real;
  Vector=array[1..NMax]of integer;
  TVector=array[0..NMax]of BT;
  TVectorSh=array[0..NMax2]of BT;
  TFlag= array[1..NMax] of Boolean;
  { FuncCost = function(x,MaxVal:real):real;}
  Vertex=record
    X:BT;
    Y:BT;
    M:BT;
  end;
  TMatr= array[1..NMax2,1..NMax2]of real;
  TMatrInt= array[1..NMax2,1..NMax2]of integer;
  TGraph=record
    sides: BT;
    KAO: TVector;
    FO: TVector;
    CostPS: TCost; //стоимость (участок по этой ветви) вторичной сети
    CostWS: TCost; //стоимость ветвей первичной сети
    CostP: TCost; //вероятность присутствия ветвей первичной сети
    Flag: TVector;
    FlagPS: TVector;
    AntTau: TCost;
    AntTau0: TCost;
    AntNu: TCost;
    AntProb: TCost;
  end;
```

```

TGraphW=record
  sides: BT;
  KAO: TVector;
  FO: TVector;
  NWS1: TVector;
  NWS1col: TVector;
  NSW2: TCost;
end;
TWay = record
  col: BT;
  prob: real;
  Vertex: TVectorSh;
  length: real;
  target: BT;
  start: BT;
  lgood:BT;
  cost: real;
end;
TAnt=array[1..NMax2] of TWay;
TWS= array[1..NMAx] of TWay;
type
  { TForm1 }
  TForm1 = class(TForm)
    Button1: TButton;
    Button3: TButton;
    Button4: TButton;
    CheckBox1: TCheckBox;
    CheckBox2: TCheckBox;
    Edit1: TEdit;
    Edit2: TEdit;
    Edit3: TEdit;
    Edit4: TEdit;
    Edit5: TEdit;
    Image1: TImage;
    Label1: TLabel;
    Label2: TLabel;
    Label3: TLabel;
    Label4: TLabel;
    LabeledEdit1: TLabeledEdit;
    LabeledEdit2: TLabeledEdit;
    LabeledEdit3: TLabeledEdit;
    LabeledEdit4: TLabeledEdit;
    MainMenu1: TMainMenu;
    Memo1: TMemo;

```

```

Memo3: TMemo;
Memo4: TMemo;
MenuItem1: TMenuItem;
RadioButton10: TRadioButton;
RadioButton11: TRadioButton;
RadioButton12: TRadioButton;
RadioButton13: TRadioButton;
RadioButton6: TRadioButton;
RadioButton7: TRadioButton;
RadioButton9: TRadioButton;
Save1: TMenuItem;
Open1: TMenuItem;
Close1: TMenuItem;
Exit1: TMenuItem;
OpenDialog1: TOpenDialog;
PageControl1: TPageControl;
RadioButton1: TRadioButton;
RadioButton2: TRadioButton;
RadioButton3: TRadioButton;
RadioButton4: TRadioButton;
RadioButton5: TRadioButton;
RadioGroup1: TRadioGroup;
SaveDialog1: TSaveDialog;
TabSheet1: TTabSheet;
TabSheet2: TTabSheet;
TabSheet3: TTabSheet;
procedure Button1Click(Sender: TObject);
procedure Button3Click(Sender: TObject);
procedure Button4Click(Sender: TObject);
procedure Close1Click(Sender: TObject);
procedure Exit1Click(Sender: TObject);
procedure Image1Click(Sender: TObject);
procedure Open1Click(Sender: TObject);
procedure RadioButton6Change(Sender: TObject);
procedure RadioButton9Change(Sender: TObject);
procedure RadioGroup1Click(Sender: TObject);
procedure Save1Click(Sender: TObject);
private
    { private declarations }
public
    { public declarations }
end;
var
    Form1: TForm1;
implementation

```

```

{$R *.lfm}
{ TForm1 }
var
  G, Tree, G1, Gn2: TGraph;
  WSS, WSS2, WSS_p0, WSS_p1, WSS_n2 : TWS;
  GWS, GWS_p0, GWS_p1, GWS_n2: TGraphW;
  V:array[1..NMax2] of Vertex;
  wscol, wscol_p0:BT;
  leng, total, prob_fix: real;
  alpha, beta, tau0, pisp: real;
  antcol: BT;
  Ant: TAnt;
  M, Mprob: TMatr;
  P: TMatrInt;
  MatrAosh, MatrBS : TMatr;
procedure MyRepaint;
begin
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Color:=clBtnFace;
  Form1.Image1.Canvas.Brush.Color:=clBtnFace;
  Form1.Image1.Canvas.Rectangle(0,0,Form1.Image1.Width,Form1.Image1.Height);
end;
{Процедура рисует первичную сеть}
procedure DrawGraph(var G: TGraph);
var
  i,j,count,sq,sq1:BT;
  sq1:= round(sqrt(G.sides));
  if (sqrt(G.sides)-sq1)>0 then sq1:=sq1+1;
  sq1:=StrToInt(Form1.LabeledEdit1.Text);//53;//60;
  sq:=G.sides div sq1;
  if sq1*sq<G.sides then sq:=sq+1;
  for i:=1 to sq1 do
    for j:=1 to sq do
      if (i+(j-1)*sq1)<=G.sides then
        begin
          V[i+(j-1)*sq1].X:=trunc((Form1.Image1.Width -30)/(sq1-1)*(i-1))+15;
          V[i+(j-1)*sq1].Y:=trunc((Form1.Image1.Height -30)/(sq-1)*(j-1))+15;
          V[i+(j-1)*sq1].M:=0;
        end;
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Width:=2;
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Color:=clGreen;
  for i:=1 to G.sides do
    for j:=G.KAO[i] to G.KAO[i+1]-1 do

```

```

if j>=0 then
begin
  Form1.Image1.Canvas.MoveTo(V[i].X,V[i].Y);
  Form1.Image1.Canvas.LineTo(V[G.FO[j]].X,V[G.FO[j]].Y);
  Form1.Image1.Canvas.Font.Size:=6;
Form1.Image1.Canvas.TextOut(Round((V[i].X+V[G.FO[j]].X)/2),Round((V[i].
Y+V[G.FO[j]].Y)/2),IntToStr(Round(G.CostPS[j]+G.CostWS[j])));
  end;
  {Рисуются вершины}
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Width:=1;
  Form1.Image1.Canvas.Brush.Color:=clGreen;
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Color:=clBlack;
  for count:=1 to G.sides do
  begin
    Form1.Image1.Canvas.Ellipse(V[count].X-radius1,V[count].Y-
radius1,V[count].X+radius1,V[count].Y+radius1);
    Form1.Image1.Canvas.TextOut(V[count].X-(radius2+2),V[count].Y-radius2-
3,IntToStr(count));
    end;
  end;
procedure DrawGraph2(var G: TGraph);
var
  i,j,count:BT;
begin
  {Заполняются данные о вершинах и их местоположении}
  { for count:=1 to G.sides do
  begin
    V[count].X:=trunc(sin((2*pi)*count/G.sides)*150+(Form1.Image1.Width div
2));
    V[count].Y:=trunc(cos((2*pi)*count/G.sides)*150+(Form1.Image1.Height div
2));
    V[count].M:=0;
  end; }
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Width:=2;
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Color:=clRed;
  for i:=1 to G.sides do
  for j:=G.KAO[i] to G.KAO[i+1]-1 do
  if j>=0 then
  begin
    Form1.Image1.Canvas.MoveTo(V[i].X,V[i].Y);
    Form1.Image1.Canvas.LineTo(V[G.FO[j]].X,V[G.FO[j]].Y);
  end;
  {Рисуются вершины}
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Width:=1;
  Form1.Image1.Canvas.Brush.Color:=clGreen;

```

```

Form1.Image1.Canvas.Pen.Color:=clBlack;
for count:=1 to G.sides do
begin
  Form1.Image1.Canvas.Ellipse(V[count].X-radius1,V[count].Y-
radius1,V[count].X+radius1,V[count].Y+radius1);
  Form1.Image1.Canvas.TextOut(V[count].X-(radius2+2),V[count].Y-radius2-
3,IntToStr(count));
end;
end;
procedure DrawEdge(i1,i2:integer);
begin
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Width:=2;
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Color:=clRed;
  Form1.Image1.Canvas.MoveTo(V[i1].X,V[i1].Y);
  Form1.Image1.Canvas.LineTo(V[i2].X,V[i2].Y);
end;
procedure DrawEdgeS(i1,i2:integer);
begin
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Width:=2;
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Color:=clBlue;
  Form1.Image1.Canvas.MoveTo(V[i1].X,V[i1].Y);
  Form1.Image1.Canvas.LineTo(V[i2].X,V[i2].Y);
end;
procedure DrawVertex6(n:BT);
begin
  {Рисуется вершина}
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Width:=1;
  Form1.Image1.Canvas.Brush.Color:=clYellow;
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Color:=clBlack;
  Form1.Image1.Canvas.Ellipse(V[n].X-radius1,V[n].Y-
radius1,V[n].X+radius1,V[n].Y+radius1);
  Form1.Image1.Canvas.TextOut(V[n].X-(radius2+2),V[n].Y-radius2-
3,IntToStr(n));
end;
procedure DrawVertex5(n:BT);
begin
  {Рисуется вершина}
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Width:=1;
  Form1.Image1.Canvas.Brush.Color:=clBlue;
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Color:=clBlack;
  Form1.Image1.Canvas.Ellipse(V[n].X-radius1,V[n].Y-
radius1,V[n].X+radius1,V[n].Y+radius1);
  Form1.Image1.Canvas.TextOut(V[n].X-(radius2 +2),V[n].Y-radius2-
3,IntToStr(n));
end;

```

```

procedure DrawVertexSilver(n:BT);
begin
  {Рисуется вершина}
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Width:=1;
  Form1.Image1.Canvas.Brush.Color:=clSilver;
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Color:=clBlack;
  Form1.Image1.Canvas.Ellipse(V[n].X-radius1,V[n].Y-
radius1,V[n].X+radius1,V[n].Y+radius1);
  Form1.Image1.Canvas.TextOut(V[n].X-(radius2 +2),V[n].Y-radius2-
3,IntToStr(n));
end;
procedure DrawVertexAqua(n:BT);
begin
  {Рисуется вершина}
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Width:=1;
  Form1.Image1.Canvas.Brush.Color:=clAqua;
  Form1.Image1.Canvas.Pen.Color:=clBlack;
  Form1.Image1.Canvas.Ellipse(V[n].X-radius1,V[n].Y-
radius1,V[n].X+radius1,V[n].Y+radius1);
  Form1.Image1.Canvas.TextOut(V[n].X-(radius2 +2),V[n].Y-radius2-
3,IntToStr(n));
end;
procedure AddEdgeWS(v1,v2:BT; var GWS: TGraphW);
var
  i:BT;
begin
  for i:=GWS.KAO[GWS.sides+1] downto GWS.KAO[v1+1]+1 do
    begin
      GWS.FO[i]:=GWS.FO[i-1];
    end;
  GWS.FO[GWS.KAO[v1+1]]:=v2;
  for i:=(GWS.sides+1) downto v1+1 do GWS.KAO[i]:=GWS.KAO[i]+1;
end;
procedure GenWS1(var GWS: TGraphW);
var
  ss, sl,str: string;
  SpecVE,SpecVS: Vector;
  i,j,specol,v1,v2,q: BT;
  flag: boolean;
begin
  if Form1.CheckBox1.Checked=true then
    begin
      //Если выбраны случайные вершины, то сгенерировать их
      specol:=StrToInt(Form1.Edit4.Text);
      //if specol>=G.sides then specol:=G.sides-1;
    end;
end;

```

```

    if specol > (G.sides*(G.sides-1)/2) then specol:=round(G.sides*(G.sides-
1)/2);
    Form1.Edit4.Text:=IntToStr(specol);
    for i:= 1 to specol do
        repeat
            flag:=false;
            v1:=random(G.sides)+1;
            v2:=random(G.sides-1)+1;
            if (v1=v2) then v2:=G.sides;
            if v1>v2 then
                begin
                    q:=v1;
                    v1:=v2;
                    v2:=q;
                end;
            SpecVS[i]:=v1;
            SpecVE[i]:=v2;
            for j:=1 to i-1 do
                if (SpecVS[j]=v1) and (SpecVE[j]=v2) then flag:=true;
            until (flag=false);
            str:="";
            for i:=1 to specol-1 do
                str:=str+IntToStr(SpecVS[i])+',';
            str:=str+IntToStr(SpecVS[specol]);
            Form1.Edit1.Text:=str;
            str:="";
            for i:=1 to specol-1 do
                str:=str+IntToStr(SpecVE[i])+',';
            str:=str+IntToStr(SpecVE[specol]);
            Form1.Edit3.Text:=str;
        end
    else
        begin
            ss:=Form1.Edit3.Text; sl:=""; j:=0;
            for i:=1 to length(ss)do
                if ss[i]<>',' then sl:=sl+ss[i] else
                    begin
                        j:=j+1;
                        SpecVE[j]:= StrToInt(sl);
                        sl:="";
                    end;
            if sl<>" then
                begin
                    j:=j+1;
                    SpecVE[j]:= StrToInt(sl);

```

```

    if SpecVE[j]>G.sides then
    begin
        MessageDlg('Ошибка', 'Такого номера вершины нет!',
mtInformation,[mbOK],") ;
        exit;
    end;
end;
specol:=j;
ss:=Form1.Edit1.Text; sl:=""; j:=0;
for i:=1 to length(ss)do
    if ss[i]<>',' then sl:=sl+ss[i] else
    begin
        j:=j+1;
        SpecVS[j]:= StrToInt(sl);
        sl:="";
    end;
    if sl<>" then
    begin
        j:=j+1;
        SpecVS[j]:= StrToInt(sl);
        if SpecVS[j]>G.sides then
        begin
            MessageDlg('Ошибка', 'Такого номера вершины нет!',
mtInformation,[mbOK],") ;
            exit;
        end;
    end;
    if (specol<>j) then
    begin
        MessageDlg('Ошибка', 'Количество начальных и конечных вершин не
совпадает!', mtInformation,[mbOK],") ;
        exit;
    end;
end;
GWS.sides:=G.sides;
for i:= 1 to GWS.sides+1 do GWS.KAO[i]:=1;
for i:= 1 to specol do
    AddEdgeWS(SpecVS[i],SpecVE[i],GWS);
for i:= 1 to specol do
    begin
        DrawEdge(SpecVS[i],SpecVE[i]);
    end;
for i:= 1 to specol do
    begin
        DrawVertex6(SpecVS[i]);

```

```

        DrawVertex6(SpecVE[i]);
    end;
end;
procedure PrintGraphMemo();
var
    i: BT;
    str: string;
begin
    Form1.Memo4.Lines.Clear;
    Form1.Memo4.Lines.Add( 'sides: '+ IntToStr(G.sides));
    //Form1.Memo4.Lines.Add('-----');
    Form1.Memo4.Lines.Add('KAO:');
    str:='' ;
    for i:=1 to G.sides+1 do
        str:=str+IntToStr(G.KAO[i])+ ',';
    Form1.Memo4.Lines.Add(str);
    //Form1.Memo4.Lines.Add('-----');

    Form1.Memo4.Lines.Add('FO:');
    str:='' ;
    for i:=1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
        str:=str+IntToStr(G.FO[i])+ ',';
    Form1.Memo4.Lines.Add(str);
    //Form1.Memo4.Lines.Add('-----');
    Form1.Memo4.Lines.Add('CostPS +CostWS:');
    str:='' ;
    for i:=1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
        str:=str+FloatToStr(G.CostWS[i]+G.CostPS[i])+ ',';
    Form1.Memo4.Lines.Add(str);
    //Form1.Memo4.Lines.Add('-----');
    Form1.Memo4.Lines.Add('CostP');
    str:='' ;
    for i:=1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
        str:=str+FloatToStr(G.CostP[i])+ ',';
    Form1.Memo4.Lines.Add(str);
    //Form1.Memo4.Lines.Add('-----');
end;
procedure TForm1.Open1Click(Sender: TObject);
var
    simbol:char;
    simbol1:string;
    Fl:Textfile;
    i:BT;
    // vsp:U;
begin

```

```

if OpenFileDialog1.Execute then
begin
  MyRepaint;
  AssignFile(Fl,OpenDialog1.Filename);
  Reset(Fl);
  readln(Fl,simbol1);
  G.sides:=StrToInt(simbol1);
  {Из открытого текстового файла читается гиперсеть. Заполняются массивы
  G.KAO,FO}
  i:=1;
  Simbol1:="";
  while not Eoln(Fl)do
  begin
    read(Fl,simbol);
    Case simbol of
      ' ':;
      ',':begin
        G.KAO[i]:=StrToInt(simbol1);
        simbol1:="";
        i:=i+1;
        end;
      else simbol1:=simbol1+simbol;
        end;
    end;
  G.KAO[i]:=StrToInt(simbol1);
  begin
    readln(Fl,simbol1);
    if i<>G.sides+1 then
    begin
      MessageDlg('Ошибка','Ошибка в открытом Вами файле!',
mtInformation,[mbOK],"");
      MyRepaint;
      Exit;
    end;
    i:=1;
    Simbol1:="";
    while not Eoln(Fl)do
    begin
      read(Fl,simbol);
      Case simbol of
        ' ':;
        ',':begin
          G.FO[i]:=StrToInt(simbol1);
          simbol1:="";
          i:=i+1;

```

```

        end;
        else simbol1:=simbol1+simbol;
        end;
    end;
    G.FO[i]:=StrToInt(simbol1);
    if i<>G.KAO[G.sides+1]-1 then
        begin
            MessageDlg('Ошибка','Ошибка в открытом Вами файле!',
mtInformation,[mbOK],"");
            Exit;
        end;
    readln(Fl);
    i:=1;
    Simbol1:="";
    while not Eoln(Fl)do
        begin
            read(Fl,simbol);
            Case simbol of
                ' ':;
                ',':begin
                    G.CostPS[i]:=StrToFloat(simbol1);
                    simbol1:="";
                    i:=i+1;
                    end;
                else simbol1:=simbol1+simbol;
                end;
            end;
        G.CostPS[i]:=StrToFloat(simbol1);
        if i<>G.KAO[G.sides+1]-1 then
            begin
                MessageDlg('Ошибка','Ошибка в открытом Вами файле!',
mtInformation,[mbOK],"");
                MyRepaint;
                Exit;
            end;
        readln(Fl);
        i:=1;
        Simbol1:="";
        while not Eoln(Fl)do
            begin
                read(Fl,simbol);
                Case simbol of
                    ' ':;
                    ',':begin
                        G.CostWS[i]:=StrToFloat(simbol1);

```

```

        simbol1:="";
        i:=i+1;
        end;
        else simbol1:=simbol1+simbol;
        end;
    end;
    G.CostWS[i]:=StrToFloat(simbol1);
    if i<>G.KAO[G.sides+1]-1 then
        begin
            MessageDlg('Ошибка','Ошибка в открытом Вами файле!',
mtInformation,[mbOK],"");
            MyRepaint;
            Exit;
        end;
    readln(Fl);
    i:=1;
    Simbol1:="";
    while not Eoln(Fl)do
        begin
            read(Fl,simbol);
            Case simbol of
                '':;
                ',':begin
                    G.CostP[i]:=StrToFloat(simbol1);
                    simbol1:="";
                    i:=i+1;
                    end;
                else simbol1:=simbol1+simbol;
                end;
            end;
        G.CostP[i]:=StrToFloat(simbol1);
        if i<>G.KAO[G.sides+1]-1 then
            begin
                MessageDlg('Ошибка','Ошибка в открытом Вами файле!',
mtInformation,[mbOK],"");
                MyRepaint;
                Exit;
            end;
        end;
    end;
    DrawGraph(G);
    GenWS1(GWS);
    PrintGraphMemo();
    //for i:=1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
    // G.CostP[i]:=(random(100)+900)/1000;

```

```

end;
procedure TForm1.Close1Click(Sender: TObject);
begin
  MyRepaint;
  G.sides:=0;
end;
procedure TForm1.Exit1Click(Sender: TObject);
begin
  //messageDLG ('Вы действительно хотите выйти', mtConfirmation, [mbYes,
  mbNo] , 0 );
  Halt;
end;
procedure TForm1.Image1Click(Sender: TObject);
begin
  unction min(a,b:real):real;
  begin
    if a<b then min:=a else min:=b;
  end;
  TimeReal(Tim:BT);
  var milt,stime,mtime,htime:word;
  begin
    //milt:=tim mod 1000;
    //stim:=tim div 1000;
    stime:=tim mod 60;
    tim:=tim div 60;
    mtime:=tim mod 60;
    tim:=tim div 60;
    htime:=tim mod 60;
    tim:=tim div 60;
    //Form1.label1.Caption:='h '+IntToStr(htime)+':'+ m '+IntToStr(mtime)+' :
    '+IntToStr(stime)+' : '+IntToStr(milt);
  end;
  procedure AddArcEV(v1,v2:BT; var G1: TGraph);
  var
    i:BT;
  begin
    for i:=G1.KAO[G1.sides+1] downto G1.KAO[v1+1]+1 do G1.FO[i]:=G1.FO[i-1];
    G1.FO[G1.KAO[v1+1]]:=v2;
    for i:=(G1.sides+1) downto v1+1 do G1.KAO[i]:=G1.KAO[i]+1;
  end;
  procedure AddArcEVAll(v1,v2:BT; CostWS,CostPS: real; var G1: TGraph);
  var
    i:BT;
  begin

```

```

for i:=G1.KAO[G1.sides+1] downto G1.KAO[v1+1]+1 do
begin
    G1.FO[i]:=G1.FO[i-1];
    G1.CostPS[i]:=G1.CostPS[i-1];
    G1.CostWS[i]:=G1.CostWS[i-1];
end;
G1.FO[G1.KAO[v1+1]]:=v2;
G1.CostPS[G1.KAO[v1+1]]:=CostPS;
G1.CostWS[G1.KAO[v1+1]]:=CostWS;
for i:=(G1.sides+1) downto v1+1 do G1.KAO[i]:=G1.KAO[i]+1;
end;
{Удалить ребро(k,m) в графе со стоимостями}
procedure DeleteEdgeC(var G1: TGraph; k,m:BT);
var
    i,l:BT;
begin
    for i:=G1.KAO[k+1]-1 downto G1.KAO[k] do if G1.FO[i]=m then
        begin
            for l:= i to G1.KAO[G1.sides+1]-1 do
                begin
                    G1.FO[l]:=G1.FO[l+1];
                    G1.CostPS[l]:=G1.CostPS[l+1];
                    G1.CostWS[l]:=G1.CostWS[l+1];
                    //G1.Prob[l]:=G1.Prob[l+1];
                end;
            for l:= G1.KAO[G1.sides+1]-1 to G1.KAO[G1.sides+1] do
                begin
                    G1.FO[l]:=0;
                    G1.CostWS[l]:=0;
                    G1.CostPS[l]:=0;
                end;
            for l:= k+1 to G1.sides+1 do G1.KAO[l]:=G1.KAO[l]-1;
        end;
    end;
end;
procedure Floyd(sides:BT; var M:TMatr; var P: TMatrInt);
var
    i,j,k:BT;
begin
    for k:=1 to sides do
        for i:=1 to sides do
            for j:=1 to sides do
                if (i<>k) and (M[i,k]<NMaxF) and (j<>k) and (M[k,j]<NMaxF)
                then
                    if M[i,j]>M[i,k]+M[k,j] then
                        begin

```

```

        M[i,j]:=M[i,k]+M[k,j];
        P[i,j]:=k;
    end;
end;
procedure Floyd_prob(sides:BT; var M, Mprob:TMatr; var P: TMatrInt);
var
    i,j,k:BT;
begin
    for k:=1 to sides do
        for i:=1 to sides do
            for j:=1 to sides do
                if (i<>k) and (M[i,k]<NMaxF) and(j<>k) and (M[k,j]<NMaxF)
                then
                    if M[i,j]>M[i,k]+M[k,j] then
                        begin
                            M[i,j]:=M[i,k]+M[k,j];
                            Mprob[i,j]:=Mprob[i,k]* Mprob[k,j];
                            P[i,j]:=k;
                        end;
                    end;
            end;
        end;
    end;
procedure FloydStart(var sides:BT; var M:TMatr; var P:TMatrInt; var
CostE:TCost);
var
    i,j:BT;
begin
    //Floyd algorithm
    for i:=1 to sides do
        for j:=1 to sides do
            begin
                if i=j then M[i,i]:=0 else M[i,j]:=NMaxF;
                P[i,j]:=i;
            end;
        end;
    for i:=1 to sides do
        for j:=G.KAO[i] to G.KAO[i+1]-1 do
            M[i,G.FO[j]]:=CostE[j];
        end;
    Floyd(sides,M,P);
end;
procedure FloydStartProb(var G: TGraph; var M:TMatr; var P:TMatrInt);
var
    i,j:BT;
begin
    //Floyd algorithm
    for i:=1 to G.sides do
        for j:=1 to G.sides do
            begin

```

```

    if i=j then M[i,i]:=0 else M[i,j]:=NMaxF;
    P[i,j]:=i;
end;
for i:=1 to G.sides do
    for j:=G.KAO[i] to G.KAO[i+1]-1 do
        M[i,G.FO[j]]:=1-G.CostP[j];
    Floyd(G.sides,M,P);
end;
procedure FloydStartProb2(var G: TGraph; var M:TMatr; var P:TMatrInt);
var
    i,j:BT;
begin
    //Floyd algorithm
    for i:=1 to G.sides do
        for j:=1 to G.sides do
            begin
                if i=j then M[i,i]:=0 else M[i,j]:=NMaxF;
                P[i,j]:=i;
            end;
        for i:=1 to G.sides do
            for j:=G.KAO[i] to G.KAO[i+1]-1 do
                begin
                    if Form1.RadioButton3.Checked=true then M[i,G.FO[j]]:=leng
                        else M[i,G.FO[j]]:=(G.CostPS[j]+G.CostWS[j]+leng)/G.CostP[j];
                end;
            Floyd(G.sides,M,P);
        end;
    procedure FloydStart1(var G: TGraph; var M:TMatr; var P:TMatrInt);
    var
        i,j:BT;
    begin
        //Floyd algorithm
        for i:=1 to G.sides do
            for j:=1 to G.sides do
                begin
                    if i=j then M[i,i]:=0 else M[i,j]:=NMaxF;
                    P[i,j]:=i;
                end;
            for i:=1 to G.sides do
                for j:=G.KAO[i] to G.KAO[i+1]-1 do
                    begin
                        if Form1.RadioButton3.Checked=true then M[i,G.FO[j]]:=leng
                            else M[i,G.FO[j]]:=G.CostPS[j]+G.CostWS[j]+leng;
                    end;
                Floyd(G.sides,M,P);
            end;
        end;
    end;
    Floyd(G.sides,M,P);
end;

```

```

end;
procedure FloydStart2(var G: TGraph; var M: TMatr; var P: TMatrInt);
var
  i,j: BT;
begin
  //Floyd algorithm
  for i:=1 to G.sides do
    for j:=1 to G.sides do
      begin
        if i=j then M[i,i]:=0 else M[i,j]:=NMaxF;
        P[i,j]:=i;
      end;
    for i:=1 to G.sides do
      for j:=G.KAO[i] to G.KAO[i+1]-1 do
        if G.Flag[j]=0 then
          M[i,G.FO[j]]:=G.CostPS[j]+G.CostWS[j]+leng
        else M[i,G.FO[j]]:=leng;
      Floyd(G.sides,M,P);
    end;
  end;
procedure FloydStart2_prob(var G: TGraph; var M, Mprob: TMatr; var
P: TMatrInt);
var
  i,j: BT;
begin
  //Floyd algorithm
  for i:=1 to G.sides do
    for j:=1 to G.sides do
      begin
        if i=j then M[i,i]:=0 else M[i,j]:=NMaxF;
        P[i,j]:=i;
      end;
    for i:=1 to G.sides do
      for j:=1 to G.sides do
        begin
          if i=j then Mprob[i,i]:=1 else M[i,j]:=NMaxF;
          end;
        for i:=1 to G.sides do
          for j:=G.KAO[i] to G.KAO[i+1]-1 do
            if G.Flag[j]=0 then
              M[i,G.FO[j]]:=G.CostPS[j]+G.CostWS[j]+leng
            else M[i,G.FO[j]]:=leng;
          end;
        for i:=1 to G.sides do
          for j:=G.KAO[i] to G.KAO[i+1]-1 do
            Mprob[i,G.FO[j]]:=G.CostP[j];
          Floyd_prob(G.sides,M, Mprob,P);

```

```

end;
procedure AddFlagPS(v1,v2:BT; var G: TGraph);
var
  i: BT;
begin
  for i:= G.KAO[v1] to G.KAO[v1+1]-1 do
    if G.FO[i]=v2 then G.Flag[i]:=G.Flag[i]+1;
  for i:= G.KAO[v2] to G.KAO[v2+1]-1 do
    if G.FO[i]=v1 then G.Flag[i]:=G.Flag[i]+1;
  end;
function ProbPS(v1,v2:BT; var G: TGraph):real;
var
  i: BT;
begin
  for i:= G.KAO[v1] to G.KAO[v1+1]-1 do
    if G.FO[i]=v2 then ProbPS:= G.CostP[i];
  end;
function FloydPath1(i,j:BT; var M:TMatr; var P:TMatrInt; var WSS: TWS;
k:BT): boolean;
var
  numb: BT;
begin
  if (P[i,j] <> 0) and (i<>j) then
    begin
      if (P[i,j]<>i) and (P[i,j]<>j) then
        begin
          FloydPath1(i,P[i,j],M,P,WSS,k);
          FloydPath1(P[i,j],j,M,P,WSS,k);
        end
      else
        begin
          WSS[k].col:=WSS[k].col+1;
          WSS[k].Vertex[WSS[k].col]:=j;
          AddFlagPS(i, j, G);
        end;
      end;
    end;
  end;
function FloydPathT(i,j:BT; var M:TMatr; var P:TMatrInt; var WSS: TWS;
k:BT): boolean;
var
  numb: BT;
begin
  if (P[i,j] <> 0) and (i<>j) then
    begin
      if (P[i,j]<>i) and (P[i,j]<>j) then

```

```

        begin
            FloydPathT(i,P[i,j],M,P,WSS,k);
            FloydPathT(P[i,j],j,M,P,WSS,k);
        end
    else
        begin
            WSS[k].col:=WSS[k].col+1;
            WSS[k].Vertex[WSS[k].col]:=j;
        end;
    end;
end;
end;
procedure First_Floyd(var G: TGraph; var GWS: TGraphW; var WSS: TWS;
var wscol: BT);
var
    k,i,j:BT;
// M: TMatr;
// P: TMatrInt;
    sum1, sum2: real;
begin
    k:=0;
    FloydStart1(G, M, P);
    for i:=1 to GWS.sides do
        for j:=GWS.KAO[i] to GWS.KAO[i+1]-1 do
            begin
                // Разворачиваем путь от вершины до вершины
                k:=k+1;
                WSS[k].col:=1;
                WSS[k].Vertex[1]:=i;
                if Form1.RadioButton3.Checked=true then
                    FloydPathT(i,GWS.FO[j],M,P,WSS,k)
                else FloydPath1(i,GWS.FO[j],M,P,WSS,k);
                GWS.NWS1[j]:=k;
            end;
        end;
    wscol:=k;
end;
procedure First_Floyd_Prob(var G: TGraph; var GWS: TGraphW; var WSS:
TWS; var wscol: BT);
var
    k,i,j:BT;
// M: TMatr;
// P: TMatrInt;
    sum1, sum2: real;
begin
    k:=0;
    FloydStartProb(G, M, P);

```

```

for i:=1 to GWS.sides do
  for j:=GWS.KAO[i] to GWS.KAO[i+1]-1 do
    begin
      // Разворачиваем путь от вершины до вершины
      k:=k+1;
      WSS[k].col:=1;
      WSS[k].Vertex[1]:=i;
      if Form1.RadioButton3.Checked=true then
        FloydPathT(i,GWS.FO[j],M,P,WSS,k)
      else FloydPath1(i,GWS.FO[j],M,P,WSS,k);
      GWS.NWS1[j]:=k;
    end;
  wscol:=k;
end;
procedure First_Floyd_Prob2(var G: TGraph; var GWS: TGraphW; var WSS:
TWS; var wscol: BT);
var
  k,i,j:BT;
  // M: TMatr;
  // P: TMatrInt;
  sum1, sum2: real;
begin
  k:=0;
  FloydStartProb2(G, M, P);
  for i:=1 to GWS.sides do
    for j:=GWS.KAO[i] to GWS.KAO[i+1]-1 do
      begin
        // Разворачиваем путь от вершины до вершины
        k:=k+1;
        WSS[k].col:=1;
        WSS[k].Vertex[1]:=i;
        if Form1.RadioButton3.Checked=true then
          FloydPathT(i,GWS.FO[j],M,P,WSS,k)
        else FloydPath1(i,GWS.FO[j],M,P,WSS,k);
        GWS.NWS1[j]:=k;
      end;
    wscol:=k;
  end;
  procedure Create_Floyd_cheap(var G: TGraph; var GWS: TGraphW; var WSS:
  TWS; var wscol: BT);
  var
    k,i, ii, j, min_i, min_j:BT;
    //M: TMatr;
    //P: TMatrInt;
    min1, sum1, sum2: real;

```

```

begin
k:=0;
for ii:=1 to GWS.sides do
  for j:=GWS.KAO[ii] to GWS.KAO[ii+1]-1 do
    begin
      k:=k+1;
      WSS[k].col:=0;
      GWS.NWS1[j]:=k;
    end;
wscol:=k;
repeat
  FloydStart2(G, M, P);
  min1:=NMaxF;
  for i:=1 to GWS.sides do
    for j:=GWS.KAO[i] to GWS.KAO[i+1]-1 do
      if (min1>M[i,GWS.FO[j]]) and (WSS[GWS.NWS1[j]].col=0) then
        begin
          min1:=M[i,GWS.FO[j]];
          min_i:=i;
          min_j:=j;
        end;
        // Разворачиваем путь от вершины до вершины
      if min1<NMaxF then
        begin
          WSS[GWS.NWS1[min_j]].col:=1;
          WSS[GWS.NWS1[min_j]].Vertex[1]:=min_i;
          FloydPath1(min_i,GWS.FO[min_j],M,P,WSS,GWS.NWS1[min_j]);
        end;
until min1=NMaxF;
end;
procedure Create_Floyd_cheap_prob(var G: TGraph; var GWS: TGraphW; var
WSS: TWS; var wscol: BT);
var
  k,i,j, min_i, min_j:BT;
  //M: TMatr;
  //P: TMatrInt;
  min1, sum1, sum2: real;
begin
  k:=0;
  for i:=1 to GWS.sides do
    for j:=GWS.KAO[i] to GWS.KAO[i+1]-1 do
      begin
        k:=k+1;
        WSS[k].col:=0;
        GWS.NWS1[j]:=k;

```

```

    end;
wscol:=k;
repeat
    FloydStart2_prob(G, M, Mprob, P);
    min1:=NMaxF;
    for i:=1 to GWS.sides do
        for j:=GWS.KAO[i] to GWS.KAO[i+1]-1 do
            if (min1>M[i,GWS.FO[j]]) and (WSS[GWS.NWS1[j]].col=0) and
(Mprob[i,GWS.FO[j]]>=prob_fix)then
                begin
                    min1:=M[i,GWS.FO[j]];
                    min_i:=i;
                    min_j:=j;
                end;
                // Разворачиваем путь от вершины до вершины
            if min1<NMaxF then
                begin
                    WSS[GWS.NWS1[min_j]].col:=1;
                    WSS[GWS.NWS1[min_j]].Vertex[1]:=min_i;
                    FloydPath1(min_i,GWS.FO[min_j],M,P,WSS,GWS.NWS1[min_j]);
                end;
            until min1=NMaxF;
            for i:=1 to wscol do
                if WSS[i].col=0 then
                    begin
                        WSS[i]:=WSS_p0[i];
                        for j:=1 to WSS[i].col-1 do
                            AddFlagPS(WSS[i].Vertex[j], WSS[i].Vertex[j+1],G);
                        end;
                    end;
                end;
            procedure Create_Floyd_cheap_prob_k(var G: TGraph; var GWS: TGraphW;
            var WSS: TWS; var wscol: BT);
            var
                k,i,j, min_i, min_j:BT;
                //M: TMatr;
                //P: TMatrInt;
                min1, sum1, sum2: real;
            begin
                k:=0;
                for i:=1 to GWS.sides do
                    for j:=GWS.KAO[i] to GWS.KAO[i+1]-1 do
                        begin
                            k:=k+1;
                            WSS[k].col:=0;
                            GWS.NWS1[j]:=k;

```

```

    end;
wscol:=k;
repeat
    FloydStart2_prob(G, M, Mprob, P);
    min1:=NMaxF;
    for i:=1 to GWS.sides do
        for j:=GWS.KAO[i] to GWS.KAO[i+1]-1 do
            if (min1>M[i,GWS.FO[j]]) and (WSS[GWS.NWS1[j]].col=0) and
(Mprob[i,GWS.FO[j]]>=prob_fix)then
                begin
                    min1:=M[i,GWS.FO[j]];
                    min_i:=i;
                    min_j:=j;
                end;
                // Разворачиваем путь от вершины до вершины
            if min1<NMaxF then
                begin
                    WSS[GWS.NWS1[min_j]].col:=1;
                    WSS[GWS.NWS1[min_j]].Vertex[1]:=min_i;
                    FloydPath1(min_i,GWS.FO[min_j],M,P,WSS,GWS.NWS1[min_j]);
                end;
            until min1=NMaxF;
            for i:=1 to wscol do
                if WSS[i].col=0 then
                    begin
                        WSS[i]:=WSS_p1[i];
                        for j:=1 to WSS[i].col-1 do
                            AddFlagPS(WSS[i].Vertex[j], WSS[i].Vertex[j+1],G);
                        end;
                    end;
                end;
            function AntNextVertex(var G: TGraph; var Ant: TAnt; v1, a1: BT): BT;
            var
                i,j: BT;
                Flag1: TFlag;
                sum, sum1, par1: real;
            begin
                sum:=0;
                for j:=G.KAO[v1] to G.KAO[v1+1]-1 do
                    begin
                        Flag1[j]:=true;
                        for i:=1 to Ant[a1].col do
                            if (G.FO[j]=Ant[a1].Vertex[i]) then Flag1[j]:=false;
                            if Flag1[j]=true then sum:=sum+G.AntProb[j];
                        end;
                    end;
                if sum<=0.00000001 then AntNextVertex:=-1

```

```

else
begin
sum1:=0;
par1:=Random;
for j:=G.KAO[v1] to G.KAO[v1+1]-1 do
if Flag1[j]=true then
begin
sum1:=sum1+G.AntProb[j]/sum;
if par1< sum1 then
begin
AntNextVertex:=j;
exit;
end;
end;
end;
end;
end;
function FindProb(var G: TGraph; v1,v2:BT):real;
var
sum: real;
i:BT;
begin
sum:=0;
for i:=G.KAO[v1] to G.KAO[v1+1]-1 do
if G.FO[i]=v2 then sum:=G.CostP[i];
FindProb:=sum;
end;
procedure WriteProb(var G: TGraph; v1,v2:BT; prob_val: real);
var
i:BT;
begin
for i:=G.KAO[v1] to G.KAO[v1+1]-1 do
if G.FO[i]=v2 then G.CostP[i]:=prob_val;
for i:=G.KAO[v2] to G.KAO[v2+1]-1 do
if G.FO[i]=v1 then G.CostP[i]:=prob_val;
end;
procedure WriteCost(var G: TGraph; v1,v2:BT; cost_val: real);
var
i:BT;
begin
for i:=G.KAO[v1] to G.KAO[v1+1]-1 do
if G.FO[i]=v2 then G.CostWS[i]:=cost_val;
for i:=G.KAO[v2] to G.KAO[v2+1]-1 do
if G.FO[i]=v1 then G.CostWS[i]:=cost_val;
end;
function GSum(var G: TGraph; var WSS: TWS; var wscol: BT): real;

```

```

var
  i, mm: BT;
  sum1, sum2: real;
begin
  for i:=1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
    G.Flag[i]:=0;
  for mm:= 1 to wscol do
    for i:=1 to WSS[mm].col-1 do
      AddFlagPS(WSS[mm].Vertex[i], WSS[mm].Vertex[i+1], G);
    sum1:=0; sum2:=0;
    for i:=1 to wscol do
      sum1:=sum1+WSS[i].col-1;
    for i:= 1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
      if G.Flag[i]>0 then
        sum2:=sum2+G.CostPS[i]+G.CostWS[i];
      sum2:=sum2/2;
      GSum:=sum1*leng+sum2;
    end;
  procedure CopyWSS(var WSS: TWS; var WSS2: TWS; var wscol:BT);
  var
    mm:BT;
  begin
    for mm:=1 to wscol do
      begin
        WSS[mm].col:=WSS2[mm].col;
        WSS[mm].target:=WSS2[mm].target;
        WSS[mm].start:=WSS2[mm].start;
        WSS[mm].prob:=WSS2[mm].prob;
        WSS[mm].length:=WSS2[mm].length;
        WSS[mm].lgood:=WSS2[mm].lgood;
        WSS[mm].cost:=WSS2[mm].cost;
        WSS[mm].Vertex:=WSS2[mm].Vertex;
      end;
    end;
  procedure CopyWSSpart(var L1: TWay; var L2: TWay);
  begin
    L1.col:=L2.col;
    L1.target:=L2.target;
    L1.start:=L2.start;
    L1.prob:=L2.prob;
    L1.length:=L2.length;
    L1.lgood:=L2.lgood;
    L1.cost:=L2.cost;
    L1.Vertex:=L2.Vertex;
  end;

```

```

procedure AntColony2(var G: TGraph; var GWS: TGraphW; var WSS: TWS;
var wscol: BT);
var
k, kk, i, j, start, target, v1, foa, time, timecol, Q, mm, iter: BT;
min1, min2, sum1, sum2, mintotal: real;
str1: string;
FlagCol, FlagMult, startVert, targetVert: TVector;
flag_target: boolean;
begin
//WSS2:=WSS;
CopyWSS(WSS2, WSS, wscol);
k:=0;
for i:=1 to GWS.sides do
  for j:=GWS.KAO[i] to GWS.KAO[i+1]-1 do
    begin
      k:=k+1;
      WSS[k].col:=0;
      GWS.NWS1[j]:=k;
      WSS[k].target:=GWS.FO[j];
      WSS[k].start:=i;
    end;
  wscol:=k;
  for i:=1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
    G.Flag[i]:=0;
  for i:=1 to wscol do
    if (WSS[i].lgood=3) then
      begin
        WSS[i]:=WSS_p0[i];
        for j:=1 to WSS[i].col-1 do
          AddFlagPS(WSS[i].Vertex[j], WSS[i].Vertex[j+1], G);
        end;
      for i:=1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
        G.FlagPS[i]:=G.Flag[i];
      antcol:=StrToInt(Form1.LabeledEdit3.Text);//50;
      alpha:=1;
      beta:=3;
      tau0:=1;
      pisp:=0.5;
      timecol:= StrToInt(Form1.LabeledEdit4.Text);//200;
      Q:=50;
      mintotal:=NMaxF;
      for i:=1 to G.sides do
        for j:=G.KAO[i] to G.KAO[i+1]-1 do
          begin
            G.AntTau[j]:=tau0;

```

```

    if G.Flag[j]>0 then G.AntNu[j]:=1/G.CostPS[j] else
      G.AntNu[j]:=1/(G.CostPS[j]+G.CostWS[j]);
    G.AntProb[j]:=power(G.AntTau[j], alpha)*power(G.AntNu[j], beta);
  end;
  for i:=1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
    FlagMult[i]:=1;
  for mm:= 1 to wscol do
    begin
      startVert[mm]:= WSS[mm].start;
      targetVert[mm]:= WSS[mm].target;
    end;
  for time:= 1 to timecol do
    begin
      for i:=1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
        FlagCol[i]:=1;
      for mm:= 1 to wscol do
        if (WSS[mm].lgood<>3) then
          begin
            min2:=NMaxF;
            start:= startVert[mm];//1;
            target:= targetVert[mm];//22;
          for kk:= 1 to antcol do
            begin
              Ant[kk].col:=1;
              Ant[kk].target:=target;
              Ant[kk].start:=start;
              Ant[kk].length:=0;
              Ant[kk].Vertex[1]:=start;
              Ant[kk].prob:=1;
            repeat
              v1:=Ant[kk].Vertex[Ant[kk].col]; // последняя вершина пути
              foa:=AntNextVertex(G, Ant, v1, kk); //следующая
              flag_target := false;
              if foa>0 then
                begin
                  Ant[kk].col:=Ant[kk].col+1;
                  Ant[kk].Vertex[Ant[kk].col]:=G.FO[foa];
                  if G.FlagPS[foa]>0 then
                    Ant[kk].length:=Ant[kk].length + (G.CostPS[foa])/FlagMult[foa]
                  else
                    Ant[kk].length:=Ant[kk].length +
                      (G.CostPS[foa]+G.CostWS[foa])/FlagMult[foa];
                  Ant[kk].prob:= Ant[kk].prob* FindProb(G, Ant[kk].Vertex[Ant[kk].col-
                    1], Ant[kk].Vertex[Ant[kk].col]);
                  if G.FO[foa]=Ant[kk].target then flag_target:=true;

```

```

    end;
until (flag_target=true) or (foa=-1) or (Ant[kk].prob<prob_fix);
if foa=-1 then Ant[kk].length:=-1;
if Ant[kk].prob<prob_fix then Ant[kk].length:=-1;
end;
//будем помечать сколько муравьев разных групп
for i:=1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
    G.Flag[i]:=0;
for kk:= 1 to antcol do
    if Ant[kk].length>0 then
        for i:=1 to Ant[kk].col-1 do
            AddFlagPS(Ant[kk].Vertex[i], Ant[kk].Vertex[i+1], G);
for i:=1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
    FlagCol[i]:=FlagCol[i]+G.Flag[i];
// запоминаем наименьший путь муравья
for kk:= 1 to antcol do
    if Ant[kk].length>0 then
        if min2> Ant[kk].length then
            begin
                min2:= Ant[kk].length;
                WSS2[mm]:= Ant[kk];
            end;
        end;
end;
//феромон
for i:= 1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
    G.AntTau[j]:=G.AntTau[j]*(1-pisp);
for kk:= 1 to antcol do
    begin
        if Ant[kk].length>0 then
            for i:=1 to Ant[kk].col-1 do
                begin
                    for j:=G.KAO[Ant[kk].Vertex[i]] to G.KAO[Ant[kk].Vertex[i+1]] -1 do
                        if G.FO[j]= Ant[kk].Vertex[i+1] then
                            begin
                                G.AntTau[j]:= G.AntTau[j] + FlagCol[j]*Q/Ant[kk].length;
                                //Flag1[j]:=1; как-то считать разные партии муравьев
                            end;
                        for j:=G.KAO[Ant[kk].Vertex[i+1]] to G.KAO[Ant[kk].Vertex[i+1]+1] -1
do
                            if G.FO[j]= Ant[kk].Vertex[i] then
                                begin
                                    G.AntTau[j]:= G.AntTau[j] + FlagCol[j]*Q/Ant[kk].length;
                                    //Flag1[j]:=1; как-то считать разные партии муравьев
                                end;
                            end;
end;
end;
end;

```

```

end;
//Form1.Memo3.Lines.Add('min2= '+FloatToStr(min2));
min1:=GSum(G, WSS2, wscol);
if mintotal> min1 then
begin
mintotal:=min1;
//WSS:=WSS2;
CopyWSS(WSS, WSS2, wscol);
iter:=time;
end;
FlagMult:=FlagCol;
end;
Form1.Memo3.Lines.Add('=====');
Form1.Memo3.Lines.Add('mintotal= '+FloatToStr(mintotal));
Form1.Memo3.Lines.Add('iter= '+IntToStr(iter));
for i:=1 to wscol do
if (WSS[i].lgood=3) or (WSS[i].col=0) or (WSS[i].length<1) then
begin
WSS[i]:=WSS_p0[i];
for j:=1 to WSS[i].col-1 do
AddFlagPS(WSS[i].Vertex[j], WSS[i].Vertex[j+1],G);
end;
end;
end;
procedure AntColony(var G: TGraph; var GWS: TGraphW; var WSS: TWS; var
wscol: BT);
var
k, kk, i,j, start, target, v1, foa, time, timecol, Q, mm, iter:BT;
min1, min2, sum1, sum2, mintotal: real;
str1: string;
FlagCol, FlagMult, startVert, targetVert: TVector;
begin
//WSS2:=WSS;
CopyWSS(WSS2, WSS, wscol);
k:=0;
for i:=1 to GWS.sides do
for j:=GWS.KAO[i] to GWS.KAO[i+1]-1 do
begin
k:=k+1;
WSS[k].col:=0;
GWS.NWS1[j]:=k;
WSS[k].target:=GWS.FO[j];
WSS[k].start:=i;
end;
wscol:=k;
antcol:=StrToInt(Form1.LabeledEdit3.Text);//50;

```

```

alpha:=1;
beta:=3;
tau0:=1;
pisp:=0.5;
timecol:= StrToInt(Form1.LabeledEdit4.Text);//200;
Q:=50;
mintotal:=NMaxF;
for i:=1 to G.sides do
  for j:=G.KAO[i] to G.KAO[i+1]-1 do
    begin
      G.AntTau[j]:=tau0;
      G.AntNu[j]:=1/(G.CostPS[j]+G.CostWS[j]);
      G.AntProb[j]:=power(G.AntTau[j], alpha)*power(G.AntNu[j], beta);
    end;
  for mm:= 1 to wscol do
    begin
      startVert[mm]:= WSS[mm].start;
      targetVert[mm]:= WSS[mm].target;
    end;
  for i:=1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
    FlagMult[i]:=1;
  for time:= 1 to timecol do
    begin
      for i:=1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
        FlagCol[i]:=1;
      for mm:= 1 to wscol do
        begin
          min2:=NMaxF;
          start:= startVert[mm];//1;
          target:= targetVert[mm];//22;
          for kk:= 1 to antcol do
            begin
              Ant[kk].col:=1;
              Ant[kk].target:=target;
              Ant[kk].start:=start;
              Ant[kk].length:=0;
              Ant[kk].Vertex[1]:=start;
              Ant[kk].prob:=1;
              repeat
                v1:=Ant[kk].Vertex[Ant[kk].col];
                foa:=AntNextVertex(G, Ant, v1, kk);
                if foa>0 then
                  begin
                    Ant[kk].col:=Ant[kk].col+1;
                    Ant[kk].Vertex[Ant[kk].col]:=G.FO[foa];

```

```

        Ant[kk].length:=Ant[kk].length +
(G.CostPS[foa]+G.CostWS[foa])/FlagMult[foa];
        Ant[kk].prob:= Ant[kk].prob* FindProb(G, Ant[kk].Vertex[Ant[kk].col-
1], Ant[kk].Vertex[Ant[kk].col]);
        end;
        until (foa=-1) or (G.FO[foa]=Ant[kk].target) or (Ant[kk].prob<prob_fix);
        if foa=-1 then Ant[kk].length:=-1;
        if Ant[kk].prob<prob_fix then Ant[kk].length:=-1;
    end;
    //будем помечать сколько муравьев разных групп
    for i:=1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
        G.Flag[i]:=0;
    for kk:= 1 to antcol do
        if Ant[kk].length>0 then
            for i:=1 to Ant[kk].col-1 do
                AddFlagPS(Ant[kk].Vertex[i], Ant[kk].Vertex[i+1], G);
            for i:=1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
                FlagCol[i]:=FlagCol[i]+G.Flag[i];
            // запоминаем наименьший путь муравья
            for kk:= 1 to antcol do
                if Ant[kk].length>0 then
                    if min2> Ant[kk].length then
                        begin
                            min2:= Ant[kk].length;
                            //WSS2[mm]:= Ant[kk];
                            CopyWSSpart(WSS2[mm], Ant[kk]);
                        end;
                    end;
                //феромон
            for i:= 1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
                G.AntTau[j]:=G.AntTau[j]*(1-pisp);
            for kk:= 1 to antcol do
                begin
                    if Ant[kk].length>0 then
                        for i:=1 to Ant[kk].col-1 do
                            begin
                                for j:=G.KAO[Ant[kk].Vertex[i]] to G.KAO[Ant[kk].Vertex[i+1]] -1 do
                                    if G.FO[j]= Ant[kk].Vertex[i+1] then
                                        begin
                                            G.AntTau[j]:= G.AntTau[j] + FlagCol[j]*Q/Ant[kk].length;
                                            //Flag1[j]:=1; // как-то считать разные партии муравьев
                                        end;
                                    for j:=G.KAO[Ant[kk].Vertex[i+1]] to G.KAO[Ant[kk].Vertex[i+1]+1] -1
                                        do
                                            if G.FO[j]= Ant[kk].Vertex[i] then

```

```

        begin
            G.AntTau[j]:= G.AntTau[j] + FlagCol[j]*Q/Ant[kk].length;
            //Flag1[j]:=1;// как-то считать разные партии муравьев
        end;
    end;
end;
//Form1.Memo3.Lines.Add('min2= '+FloatToStr(min2));
min1:=GSum(G, WSS2, wscol);
if mintotal> min1 then
    begin
        mintotal:=min1;
        //WSS:=WSS2;
        CopyWSS(WSS, WSS2, wscol);
        iter:=time;
    end;
    FlagMult:=FlagCol;
end;
Form1.Memo3.Lines.Add('=====');
Form1.Memo3.Lines.Add('mintotal= '+FloatToStr(mintotal));
Form1.Memo3.Lines.Add('iter= '+IntToStr(iter));
for i:=1 to wscol do
    if (WSS[i].col=0) or (WSS[i].length<1) then
        begin
            WSS[i]:=WSS_p0[i];
            for j:=1 to WSS[i].col-1 do
                AddFlagPS(WSS[i].Vertex[j], WSS[i].Vertex[j+1],G);
            WSS[i].lgood:=3;
        end;
    AntColony2(G,GWS,WSS,wscol);
end;
procedure GenRandomVertexes(specol, start: BT; var SpecV: Vector);
var
    i,p,k,q:BT;
    a: TVector;
begin
    for i:=1 to G.sides do
        a[i]:=i;
    p:=a[G.sides];
    a[G.sides]:=a[start];
    a[start]:=p;
    k:=G.sides-1;
    while k >(G.sides-specol-1) do
        begin
            q:= random(k)+1;
            SpecV[G.sides-k]:=a[q];

```

```

        p:=a[k];
        a[k]:= a[q];
        a[q]:= p;
        k:=k-1;
    end;
end;
function FindCost(var G: TGraph; var GWS: TGraphW; v1,v2:BT):real;
var
    sum: real;
    i:BT;
begin
    sum:=0;
    for i:=G.KAO[v1] to G.KAO[v1+1]-1 do
        if G.FO[i]=v2 then sum:=G.CostPS[i]+G.CostWS[i];
    FindCost:=sum;
end;
procedure Bubble(wscol: BT; var Vec, VecR: TVector);
var
    Sort: boolean;
    j: BT;
    kk, k: BT;
begin
    Sort := True;
    while Sort do begin
        Sort := False;
        j := 1;
        while j < wscol do begin
            if Vec[j] > Vec[j + 1] then
                begin
                    k := Vec[j];
                    Vec[j] := Vec[j + 1];
                    Vec[j + 1] := k;
                    kk := VecR[j];
                    VecR[j] := VecR[j + 1];
                    VecR[j + 1] := kk;
                    Sort := True;
                end;
            Inc(j);
        end;
    end;
end;
procedure Distance(var WSS: TWS; wscol: BT; var VecR: TVector);
var
    i,j,k,kk, sum: BT;
    //Dis: TMatrInt;

```

```

    Vec: TVector;
begin
  for i:=1 to wscol do
    begin
      Vec[i]:=0; VecR[i]:=i;
    end;
    for i:=1 to wscol do
      for j:=i+1 to wscol do
        begin
          sum:=0;
          for k:=1 to WSS[i].col-1 do
            for kk:=1 to WSS[j].col-1 do
              if ((WSS[i].Vertex[k]=WSS[j].Vertex[kk]) and
(WSS[i].Vertex[k+1]=WSS[j].Vertex[kk+1])) or
((WSS[i].Vertex[k]=WSS[j].Vertex[kk+1]) and
(WSS[i].Vertex[k+1]=WSS[j].Vertex[kk]))
                then sum:=sum+1;
              Vec[i]:= Vec[i] + WSS[i].col+ WSS[j].col - 2 -2*sum;
              Vec[j]:= Vec[j] + WSS[i].col+ WSS[j].col - 2 -2*sum;
            end;
          Bubble(wscol, Vec, VecR);
        end;
      end;
    end;
  procedure DistanceT(var WSS: TWS; wscol: BT; var VecR: TVector);
  var
    i,j,k,kk, sum: BT;
    Vec: TVector;
  begin
    First_Floyd(G,GWS, WSS2, wscol);
    for i:=1 to wscol do
      begin
        sum:=0;
        for k:=1 to WSS[i].col-1 do
          for kk:=1 to WSS2[i].col-1 do
            if ((WSS[i].Vertex[k]=WSS2[i].Vertex[kk]) and
(WSS[i].Vertex[k+1]=WSS2[i].Vertex[kk+1])) or
((WSS[i].Vertex[k]=WSS2[i].Vertex[kk+1]) and
(WSS[i].Vertex[k+1]=WSS2[i].Vertex[kk]))
              then sum:=sum+1;
            Vec[i]:=WSS[i].col+ WSS2[i].col - 2 -2*sum;
          end;
        end;
        for i:=1 to wscol do
          VecR[i]:=i;
          Bubble(wscol, Vec, VecR);
        end;
      end;
    end;
  procedure RandomSort(wscol: BT; var VecR: TVector);

```

```

var
  i, kk, q: BT;
begin
  for i:=1 to wscol do
    VecR[i]:=i;
  for i:= 0 to (wscol-1) do
    begin
      kk:=random(wscol-i)+1;
      q:=VecR[kk];
      VecR[kk]:=VecR[wscol-i];
      VecR[wscol-i]:=q;
    end;
  end;
procedure DelFlag(v1,v2: BT; var G: TGraph);
var
  i: BT;
begin
  for i:=G.KAO[v1] to G.KAO[v1+1]-1 do
    if G.FO[i]=v2 then G.Flag[i]:= G.Flag[i]-1;
  for i:=G.KAO[v2] to G.KAO[v2+1]-1 do
    if G.FO[i]=v1 then G.Flag[i]:= G.Flag[i]-1;
  end;
procedure SecondFloyd(var G: TGraph; var WSS: TWS; var wscol: BT);
var
  k,i,j:BT;
  //M: TMatr;
  //P: TMatrInt;
  VecR: TVector;
  GBuff: TGraph;
  Buff: TWay;
  sum1, sum2: real;
begin
  if Form1.RadioButton2.Checked=true then
    Distance(WSS, wscol, VecR);
  if Form1.RadioButton3.Checked=true then
    DistanceT(WSS, wscol, VecR);
  if Form1.RadioButton4.Checked=true then
    RandomSort(wscol, VecR);
  for j:=wscol downto 1 do
    begin
      i:=VecR[j];
      Buff:= WSS[i];
      GBuff:=G;
      for k:=1 to WSS[i].col-1 do
        DelFlag(WSS[i].Vertex[k], WSS[i].Vertex[k+1],G);

```

```

    FloydStart2(G,M,P);
    WSS[i].col:=1;
    WSS[i].Vertex[1]:=Buff.Vertex[1];
    FloydPath1(Buff.Vertex[1],Buff.Vertex[Buff.col],M,P,WSS,i);
    sum1:=0; sum2:=0;
    for k:=1 to wscol do
        sum1:=sum1+WSS[k].col-1;
    for k:= 1 to G.KAO[G.sides+1]-1 do
        if G.Flag[k]>0 then
            sum2:=sum2+G.CostPS[k]+G.CostWS[k];
        sum2:=sum2/2;
        if total>(sum1+sum2) then total:=sum1+sum2
        else
            begin
                WSS[i]:=Buff;
                G:=GBuff;
            end;
        end;
    end;
end;
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
var
    i,j,kk,kkk, kk_count, kkk_count, itt, iii, jjj: integer;
    sum1,sum2, prob_all, min_prob :real;
    t : tms;
    Tim1 : TClock;
    str, str1: string;
    Flout: Textfile;
    flaggraph: boolean;
begin
    leng:=0.0001;
    if G.sides=0 then
        begin
            MessageDlg('Ошибка', 'Вы еще не загрузили граф!',
            mtInformation,[mbOK],") ;
            exit;
        end;
    Randomize;
end.

```