

**Институт машиноведения, автоматике и геомеханики  
Национальной академии наук Кыргызской Республики**

**Кыргызско-Российский Славянский университет им. Б.Н. Ельцина**

Диссертационный совет Д.05.23.686

На правах рукописи  
**УДК:556.025(575.2)(04)**

**Токтошов Гулжигит Ысакович**

**Разработка моделей и методов оптимизации  
сетей инженерных коммуникаций**

05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

**Автореферат**  
диссертации на соискание ученой степени  
доктора технических наук

**Бишкек – 2024**

**Работа выполнена** в лаборатории «Экономико-математических методов» Института математики Национальной академии наук Кыргызской Республики.

**Научный консультант:** Доктор физико-математических наук,  
профессор А.Жусупбаев

**Официальные оппоненты:**

**Ведущая организация:**

Защита диссертации состоится «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ года в \_\_\_\_\_ на заседании диссертационного совета Д 05.23.686 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора (кандидата) физико-математических и технических наук при Институте машиноведения, автоматике и геомеханики Национальной академии наук Кыргызской Республики и Кыргызско-Российском Славянском университете им. Б.Н. Ельцина по адресу: 720071, г. Бишкек, пр. Чуй 265, ауд. 374. Идентификационный код онлайн трансляции защиты диссертации <https://vc.vak.kg/b/052-lto-twi-0js>.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Национальной академии наук Кыргызской Республики (720071, г. Бишкек, пр. Чуй, 265), Кыргызско-Российского Славянского университета им. Б.Н. Ельцина (720072, г. Бишкек, ул. Киевская 44) и на сайте Национальной аттестационной комиссии при Президенте Кыргызской Республики [https://stepen.vak.kg/diss\\_sovety/d-05-23-686](https://stepen.vak.kg/diss_sovety/d-05-23-686).

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
к.ф.-м.н., с.н.с.

Г.К. Керимкулова

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы диссертации.** Современные инженерные коммуникации представляют из себя многоуровневые иерархические системы, проектирование и строительство которых требуют тщательного анализа структурных и функциональных особенностей проектируемой коммуникации, перспективы ее развития и расширения, а также наличия соответствующего экономического обоснования. В свою очередь стоимость строительства и эксплуатации инженерных коммуникаций составляет значительную часть затрат в градостроительной отрасли (до 30%). Поэтому возникает необходимость оценки стоимости принимаемого проектного решения при различных ограничениях на основе математических моделей и методов оптимизации, а также комплексов программ уже на этапе проектирования инженерных сетей и коммуникаций.

Как показывает анализ научных исследований, в существующих моделях и методах практически не учитывается иерархичность проектируемых типов коммуникаций, ограничения на местности и существующие коммуникации для прокладки инженерных сетей и коммуникаций, что может очень существенно повлиять на конечный результат. На выбор проектного решения в условиях городской застройки большое влияние оказывают существующие и проектируемые инженерные коммуникации.

Научное обоснование принимаемых проектных решений невозможно без использования математических моделей и методов оптимизации, а также комплексов программ для анализа и выбора альтернатив из возможного. В связи с этим актуальность диссертации обусловлена разработкой новых математических моделей и методов оптимизации, а также численных алгоритмов, позволяющих использовать программные средства и вычислительную технику для поддержки принятия проектного решения при проектировании и эксплуатации инженерных коммуникаций различного назначения.

**Связь темы диссертации с приоритетными научными направлениями, крупными научными программами (проектами), основными научно-исследовательскими работами, проводимыми образовательными и научными учреждениями.** Работа выполнялась в рамках темы «Исследование важнейших классов топологических и кинематических пространств, дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений и разработка математических моделей экономических систем», номер государственной регистрации 0007730, 2021-2023 гг., в связи с темами «Развитие теории и разработка математических моделей и методов мониторинга, анализа и оптимизации инфокоммуникационных систем», номера государственной регистрации 01200712228, 0315-2016-0006, 0315-2019-0006, 2012-2020 гг., «Суперкомпьютерные технологии решения больших задач естествознания, математические модели, методы анализа и оптимизации сложных информационных систем», номер 0251-2021-0005, 2021 г., 14-01-00031 А «Разработка и исследование

методов эволюционного синтеза нелинейных математических моделей на основе темплейтов с реализацией на супер ЭВМ», 14-01-92694 ИНД\_а «Гибридные биоинспирированные алгоритмы для оптимизационных задач в финансовой математике», и 8-07-00460 А «Разработка математических методов и комплексов программ для анализа надёжности сетей различного назначения».

**Цель и задачи исследования.** Целью диссертации является разработка моделей и методов оптимизации, а также численных алгоритмов, позволяющих использовать программные средства и вычислительную технику для поддержки принятия проектного решения в условиях неоднородности городской территории, несовместимости проектируемых типов сетей, а также противоречивость показателей эффективности принимаемых проектных решений.

Для достижения поставленной цели были решены следующие **задачи**:

1. Разработка математической модели местности, позволяющей учесть, как высотные, так и плановые ограничения прокладывания инженерных сетей и коммуникаций;
2. Разработка математической модели для структуры инженерных сетей и коммуникаций, учитывающей совместное существование области размещения и проектируемой коммуникации как единого математического объекта;
3. Разработка моделей и методов оптимизации, учитывающих выбор наилучшего проектного решения относительно взаимного расположения инженерных сетей и коммуникаций в условиях городской застройки;
4. Исследование и анализ некоторых классических и прикладных оптимизационных задач, возникающих при проектировании и строительстве инженерных сетей и коммуникаций различного назначения;
5. Анализ сложности задач оптимизации сетей и коммуникаций, а также методы их решения;
6. Разработка методов и алгоритмов для оптимального прокладывания проектируемой коммуникации в условиях городской застройки по различным критериям оптимизации (экономичность, совместимость, надёжность и т. п.);
7. Разработка комплексов программ для проведения вычислительного эксперимента, анализа, обработки и хранения научной информации;
8. Проведение и анализ полученных результатов и сравнение с результатами существующих методов оптимизации.

**Достоверность полученных результатов и научных положений.** Достоверность полученных результатов и научных положений подтверждается теоретическим обоснованием, математическим моделированием и разработкой вычислительных алгоритмов и программ, новым подходом к моделированию структуры проектируемых типов инженерных сетей и коммуникаций на основе моделей и методов теории гиперсетей и эволюционного синтеза, а также проведением

вычислительного эксперимента, сопоставимостью полученных теоретических и экспериментальных результатов.

### **Научная новизна полученных результатов**

1. Разработана новая концепция моделирования и оптимизации сетей инженерных коммуникаций, комплексно учитывающая иерархичность и вложенность проектируемых типов сетей, а также многокритериальность оптимизационных задач;
2. Разработана математическая модель прокладки сетей и коммуникаций в трехмерном пространстве, учитывающая возможность их прокладки как по плану, так и по профилю, а также углы поворота коммуникаций вокруг заданной оси при обходе препятствий;
3. Разработана математическая модель совмещенного прокладки сетей инженерных коммуникаций различного назначения, учитывающая существующие технические нормы и правила безопасности, а также совместимость или несовместимость проектируемых типов коммуникаций;
4. Доказана NP-трудность задач оптимизации инженерных сетей и коммуникаций в гиперсетевой постановке, сведением ее к известной NP-трудной задаче Штейнера на графах;
5. Разработан метод дифференциальной эволюции, на основе метода эволюционного синтеза и гипер сетевого подхода, позволяющего вложить вторичную сеть в первичную с учетом рельефа реальной местности;
6. Разработан модифицированный алгоритм муравьиной колонии (АМК), позволяющей построить трассы в соответствии с поведением муравьев, контролируемые соответствующими правилами;
7. Разработан новый эвристический алгоритм на основе метода k-кратчайших путей для решения многокритериальной задачи оптимизации сетей инженерных коммуникаций по критерию минимума суммарных строительных затрат, при ограничении на заданный уровень надёжности;
8. Разработаны программы для проведения численных экспериментов при проектировании сетей инженерных коммуникаций различного назначения, проведены вычислительные эксперименты на примере ряда тестовых и практических задач, и проанализированы полученные результаты.

**Практическая значимость полученных результатов** состоит в разработке моделей и методов оптимизации инженерных сетей и коммуникаций, а также комплексов программ, позволяющих выбрать оптимальное проектное решение с учетом природных и ситуационных ограничений местности. Предложенные методики учитывают технические нормы и правила безопасности строительства сетей и коммуникаций при их совмещенной прокладке в одном коллекторе. Полученные результаты могут быть использованы в проектных организациях для анализа и синтеза проектных решений, что позволит сократить сроки и уменьшить

трудоемкость проектирования. Кроме того, они позволяют оценить проектное решение до начала строительно-монтажных работ, что важно для экономии временных и финансовых затрат.

Результаты диссертационной работы были использованы проектной фирмой ОсОО «Реалпроект» в г.Бишкек, при разработке проектной документации на строительство сетей инженерного обеспечения (сетей электросвязи, теплотрассы) для различных объектов, а также используются в Ошском технологическом университете в г.Ош, в учебном процессе, что подтверждается актами внедрения.

### **Основные положения диссертации, выносимые на защиту**

1. Математические модели и методы оптимизации инженерных сетей и коммуникаций;
2. Содержательная и формальная постановка задач оптимизации сетей и коммуникаций;
3. Гиперсетевой подход к построению и оптимизации инженерных сетей и коммуникаций;
4. Задачи прокладывания сетей и коммуникаций в трехмерном пространстве; модифицированный метод трассировки лучей и оценка сложности алгоритма;
5. Многокритериальные задачи оптимизации инженерных сетей и коммуникаций и результаты их решения;
6. Доказательство NP-трудности задач оптимизации сетей и коммуникаций;
7. Метод дифференциальной эволюции в прокладке сетей инженерных коммуникаций;
8. Модифицированный алгоритм муравьиной колонии для поиска оптимальных маршрутов прокладывания сетей;
9. Модифицированный метод k-кратчайших путей и его эффективность;
10. Анализ результатов численного эксперимента и рекомендации к практическому применению.

**Личный вклад соискателя.** Все результаты, представленные в диссертационной работе и имеющие научную новизну, получены автором лично.

Вклад соавторов в опубликованных работах заключается в следующем: Мигова Д.А., Юргенсон А.Н. – в разработке программ по реализации методов и алгоритмов по построению сетей заданной надежности, Монахова О.Г., Монаховой Э.А. – в разработке программ по реализации алгоритма дифференциальной эволюции, Жусупбаева А.Ж., Ляхова О.А., Попкова В.К. – в консультировании вопросов постановки задач оптимизации инженерных сетей и коммуникаций на языке теории гиперсетей и дискретной оптимизации.

**Апробация результатов диссертации.** Основные научные результаты работы докладывались и обсуждались на: математическом семинаре академика А.А. Борубаева, Институт математики НАН КР, Кыргызская Республика, г. Бишкек, 20 мая 2024 г.; объединенном семинаре ИВМиМГ СО РАН, НГУ и СибГУТИ

«Моделирование систем информатики» 17 мая 2016 г.; объединенном семинаре ИСИ СО РАН и НГУ "Конструирование и оптимизация программ" 17 мая 2022 г.; еженедельном научном семинаре Института прикладной математики Бакинского государственного университета «Современные проблемы прикладной математики», 13 сентября 2022 г.; XVIII заседании всероссийского научного семинара с международным участием Института Систем Энергетики им. Л.А.Мелентьева СО РАН «Математические модели и методы анализа и оптимального синтеза, развивающихся трубопроводных и гидравлических систем», 12-18 сентября 2022 года; ежегодном Международном Азиатском школе-семинаре "Проблемы оптимизации сложных систем" (Киргизия, Казахстан, Россия, 2012-2022 гг.); ежегодном Российском научно-техническом конференции "Обработка информационных сигналов и математическое моделирование" (Россия, г. Новосибирск, 2012-2022 гг.); ежегодной международной конференции «Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики» (Россия, г. Новосибирск, 2014-2015 гг.); II Международной конференции "Проблемы управления и информационных технологий", посвященной 55-летию Института автоматики и информационных технологий НАН КР, Кыргызская Республика, г. Бишкек, 25-26 сентября 2015 г.; VI Международной конференции "Проблемы оптимизации и экономические приложения" Россия, г. Омск, 28 июня - 4 июля 2015 г.; II Международной научной конференции, посвященной 20-летию образования КРСУ "Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений", Кыргызская Республика, г.Чолпон-Ата, 5-7 сентября 2013 г; конференции молодых учёных ИВМиМГ СО РАН по вычислительной математике и информатике, Россия, г. Новосибирск, 2-4 апреля 2013 г.

**Полнота отражения результатов диссертации в публикациях.** Основные результаты диссертационной работы опубликованы в монографии [1], в международных периодических изданиях Web of Science и Scopus [2-10], ВАК РФ, НАК ПКР [11-27], а также в материалах международных конференций [28-49].

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, семи глав, выводов, списка литературы, приложений. Общий объем работы - 272 страниц. Основной текст диссертации изложен на 215 страницах, включает библиографический список из 240 наименований работ и 23 рисунков.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ**

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертационной работы, сформулированы ее цели и задачи, научная новизна, практическая значимость полученных результатов. Сформулированы основные положения, выносимые на защиту, личный вклад автора и апробация работы, а также отражены структура и объем работы.

**Первая глава «Обзор литературы»** посвящена современным состоянием научных исследований в области оптимизации инженерных сетей и коммуникаций, общая концепция оптимизационных задач, возникающих при проектировании и оптимизации инженерных сетей и коммуникаций в условиях городской застройки, вклад ученых в развитии теории оптимизации сетей и коммуникаций.

Большой вклад в изучении вопросов оптимизации инженерных сетей и коммуникаций внесли ученые как ближнего, так и дальнего зарубежья. Теоретическим основам решения задач размещения сетевых объектов на заданной территории занимались В.К. Попков (1970, 2000, 2006), А.С. Родионов (2014, 2015, 2018), Э.Х. Гимади (2009, 2017), Ю.А. Кочетов (2009, 2014), А.И. Ерзин (1996, 2012), А. Жусупбаев (2015, 2017).

Исследованием задач оптимизации сетей и коммуникаций без учета их вложенность занимались и ученые дальнего зарубежья: Berge Djebedjian, Mohamed El-Naggar and Islam Shahin (2011), Fangfang Li, Qiang Liu, Xiu Guo, Jun Xiao (2015), Edgar T.F., Himmelblau D.M., Bickel T.C. (1978), Shie-Yui Liong and Md. Atiquzzaman (2004), Ho Min Lee, Do Guen Yoo, Ali Sadollah and Joong Hoon Kim (2016).

В настоящее время на основе гиперсетевой математической модели В.К. Попкова (1970), соискателем (2011, 2024) предложена гиперсетевой подход к оптимизации сетей и коммуникаций, прокладываемых в условиях городской застройки. Предлагаемый подход позволяет рассматривать вложенность одной структуры в другой, и описывает иерархичность проектируемых типов коммуникаций. В настоящее время в данной области активно работают коллективы в Петрозаводском государственном университете: А.М. Воронова, Р.В. Воронов, М.А. Пискунов (2012); МГТУ им. Н.Э. Баумана: А. Н. Божко, А.М. Андреев, Г. П. Можаров, В. В. Сюзев (2011); Приазовском государственном техническом университете: Нефёдова Я.И., Мнацаканян М.С. (2013); Институте вычислительной математики и математической геофизики СО РАН: А.С. Родионов (2000), О.Д. Соколова (2003), А.Н. Юргенсон (2005), Д.А. Мигов (2017). Это свидетельствует о том, что развитие существующих моделей и методов оптимизации систем сетевых структур различного назначения является актуальной.

**Во второй главе «Методология и методы исследования»** представлен системный подход, позволяющий раскрыть топологию проектируемой коммуникации, структурных связей элементов, а также взаимосвязи с другими инфраструктурными объектами города. **Объектом исследования** являются задачи оптимизации инженерных сетей и коммуникаций различного назначения, проектируемые в условиях городской застройки. **Предметом исследования** являются математические модели и методы оптимизации сетей и коммуникаций, а также численные алгоритмы позволяющие использовать программные средства и вычислительную технику для поддержки принятия проектного решения.



В диссертационной работе применялись такие **методы** как, методы теории графов и теории гиперсетей, методы натурального вычисления и эволюционного синтеза, компьютерное моделирование рельефа местности, методы сеточной аппроксимации, методы вариационного исчисления, методы дискретной оптимизации, методы анализа надёжности сетей.

Представлены задачи анализа и синтеза сетей инженерных коммуникаций различного назначения. Показано, что задачи синтеза коммуникаций возникают как при проектировании новой коммуникации, так и при реконструкции и развитии существующих коммуникаций. При синтезе коммуникаций считаются заданными месторасположения узловых элементов коммуникации, т.е. они фиксированы на заданной области. Структура проектируемой коммуникации может меняться в процессе принятия проектного решения в зависимости от технико-экономических показателей ее линейной части. В связи с этим в настоящей работе в качестве критерия оптимальности для выбора проектного решения применяются суммарные капиталовложения на строительство и эксплуатации линейных сооружений.

Представлены задачи анализа инженерных сетей и коммуникаций, являющиеся актуальной при исследовании показателей элементов существующих или вновь проектируемых коммуникаций. Задачами анализа коммуникаций могут являться задачи построения оптимального маршрута между заданных пар узлов коммуникации, определения маршрутов заданной транзитности, анализ пропускной способности узловых и линейных элементов коммуникаций, задача установления вероятности связности заданных пар узлов коммуникаций, задача построения коммуникаций заданной надежности и другие.

**В третьей главе** приведены модели и методы оптимизации инженерных сетей и коммуникаций, на основе которых сформулирована содержательная и формальная постановка задачи оптимизации коммуникаций, предложена новая модель для структуры инженерных коммуникаций, основанная на концепции иерархического представления структуру проектируемых типов коммуникаций.

В качестве математической модели линейных сооружений предложен линейный граф. Линейный граф – это граф  $G = (V, E)$ , в котором любая вершина  $v \in V$ , за исключением конечных, имеет степень равную 2, т.е.

$$\forall v \in V, \quad d(v) = 2$$

(Линейный граф содержит в точности две висячие вершины - вершина-источник и вершина-потребитель).

Пусть линейный граф  $G = (V, E)$ ,  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ ,  $n \geq 2$ , является взвешенным. Тогда задачу прокладывания линейного сооружения от источника до потребителя можно поставить следующим образом: определить минимальный маршрут  $\mu'(u, v)$ , между заданных пар вершин  $u \in V$  и  $v \in V$  в графе  $G = (V, E)$ , т.е. найти:

$$\mu'(u, v) = \min_{u \in V, v \in V} \mu(u, v) \quad (1)$$

где:  $\mu(u, v)$  – множество всех маршрутов между заданными парами вершин  $u \in V$  и  $v \in V$ . Задачу (1) можно решить классическим алгоритмом Дейкстры, за время  $O(n^2)$ .

В качестве математической модели проектируемой коммуникации предложена модель двухуровневой гиперсети, позволяющая учитывать вложенность двух подсистем, таких как область размещения и проектируемая коммуникация.

В качестве *первичной сети* (primary network -  $PN$ ), применительно к сетям инженерных коммуникаций был предложен дискретный аналог участка размещения в виде математической или цифровой модели местности, позволяющие выбрать наиболее оптимальную трассу для прокладывания сетей и коммуникаций между фиксированными точками на области размещения.

В качестве *вторичной сети* (secondary network -  $SN$ ) понимаются физические линии (трубопроводы, линии связи, участки автомобильных или железных дорог и т.п.), осуществляющие транспортировку целевого продукта от источника к потребителям.

Под структурой *инженерных сетей и коммуникаций* в общем случае понимается структура всех вторичных сетей  $SN$ , отображаемых в структуре первичной сети  $PN$ . Структурное взаимодействие графов первичной  $PN$  и вторичной  $SN$  сетей в самом простом случае можно представить с помощью двухуровневой гиперсетью, которая представлена ниже.

Представлена модель двухуровневой гиперсети  $HN$  (hyper net) определяемой следующим образом:

*Определение:* Гиперсеть  $HN = (X, V, R; P, W, F)$  - это иерархический математический объект, состоящий из:

на уровне первичной сети  $PN$ :

$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  - множество вершин;

$V = (v_1, v_2, \dots, v_g)$  - множества ветвей;

$P: V \rightarrow 2^X$  - отображение, сопоставляющее каждому элементу  $v \in V$  множество  $P(v) \subseteq X$  его вершин, определяющее граф первичной сети  $PN = (X, V; P)$ ;

на уровне вторичной сети  $SN$ :

$Y = (y_1, y_2, \dots, y_p)$  - множество узловых элементов коммуникации;

$R = (r_1, r_2, \dots, r_m)$  - множество ребер (линейные сооружения);

$W: r \rightarrow 2^{P(F(r))}$  сопоставляющее каждому элементу  $r \in R$  подмножество  $W(r) \subseteq P(F(r))$  его вершин, где  $P(F(r))$  – множество вершин  $PN$ , инцидентных ветвям  $F(r) \subseteq V$ , определяющее граф вторичной сети  $SN = (Y \subseteq X, R; W)$ . На практике  $SN$  соответствует структуре проектируемой коммуникации.

Тогда отображение  $F: R \rightarrow 2^V$ , сопоставляющее каждому ребру  $r \in R$  графа вторичной сети  $SN$  и определенный маршрут из ветвей  $v \in V$  в графе первичной сети  $PN$ , определяет гиперсеть. Таким образом, взаимодействие инженерной

коммуникации и область размещения определяется гиперграфом  $FS = (V, R; F)$ , т.е. ветвь  $v \in V$  графа  $PN$  инцидентна ребру  $r \in R$  тогда и только тогда, когда ребра  $r$  проходит (вложен) по соответствующей ветви  $v$ , а вложенность графа  $SN$  в  $PN$  называется гиперсетью  $HN = (PN, SN; F)$ .

Предполагаются, что  $PN$  и  $SN$  - неориентированные.

На рис.1 граф первичной сети  $PN$  представлен в виде решетки, а граф вторичной сети  $SN$  - в виде маршрута, вложенного в  $PN$  по маршрутам  $R = \{(1, 4, 5), (1, 4, 7), (7, 8, 9)\}$ .

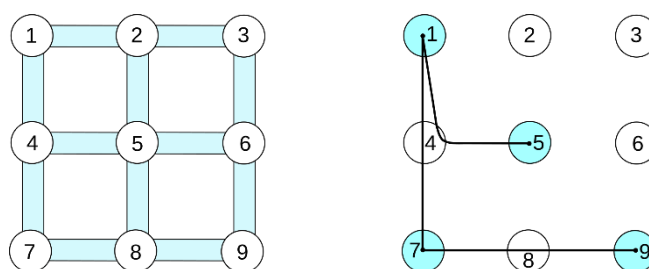


Рисунок 1 – Пример гиперсети

Показано, что отображения  $F: R \rightarrow 2^V$  определяет различные виды гиперсетей, применяемые при проектировании и строительство сетей и коммуникаций различного назначения.

*Определение.* Если при отображении  $F: R \rightarrow 2^V$  каждый маршрут  $V' \in V$  графа первичной сети  $PN$  является образом хотя бы одного ребра  $r \in R$  графа вторичной сети  $SN$ , то есть  $\forall V' \in V$  графа  $PN \exists r \in R$  в графе  $SN: V' = F(r)$ , то гиперсеть  $HN$  называется сюръективной.

Сюръективная гиперсеть  $HN$  используется, когда рассматривается задача размещения инженерных коммуникаций различного назначения с учетом их совместимости прокладываемые по групповым трассам.

*Определение.* Если при отображении  $F: R \rightarrow 2^V$  разные ребра  $r \in R$  графа вторичной сети  $SN$ , соответствуют разным маршрутам  $V' \in V$  в графе  $PN$ , т.е. каждый маршрут  $V' \in V$  графа первичной сети  $PN$  является образом хотя бы одного элемента  $r \in R$  графа вторичной сети, то есть  $\forall r \in R$  графа  $SN \exists V' \in V$  в графе  $PN: V' = F(r)$ , то гиперсеть  $HN$  называется инъективной.

*Определение.* Если при отображении  $F: R \rightarrow 2^V$  для каждого ребра  $r \in R$  графа вторичной сети  $SN$ , соответствует вполне определенный маршрут  $V' \in V$  в графе первичной сети  $PN$ , т.е.  $\forall V' \in V$  графа  $PN \exists r \in R$  в графе  $SN$  и  $\forall r \in R$  графа  $SN \exists V' \in V$  в графе  $PN: V' = F(r)$ , то гиперсеть  $HN$  называется биективной.

Последние два вида гиперсетей имеет практическое применение, когда несовместимые типы сетей прокладываются по независимым, непересекающимся маршрутам.

Показано, что в крупных мегаполисах, с целью экономии финансовых и других потерь, а также эффективного использования подземного или надземного пространства, различные типы коммуникаций, не имеющие механическое или электромагнитное воздействие друг на друга, необходимо прокладывать в единой строительной конструкции, в т.н. коллекторы, траншеи, трассы и т.п.

Математически данную структуру можно описать на основе модели структурированной гиперсети (*structural hyper net* - *SHN*).

Пусть известны:

- графы  $G_0=(X^0, V)$ ,  $G_1=(X^1, U^1), \dots, G_n = (X^n, U^n)$  – соответствующее вторичным сетям различного назначения;
- корневое дерево  $T_0=(Z, R)$  - граф первичной сети - задающее групповую трассу, где:  $G_0=T_0$  и  $z_i=G_i$  ( $0 \leq i \leq n$ ) а  $r_i=(P, F)$  – пара отображений, определяющих вложение графов  $G_i$  в  $G_{i-1}$  ( $1 \leq i \leq n$ ), в котором  $P$  - отображение ребер из графа  $G_i$  в маршруты в графе  $G_{i-1}$ , а  $F$  - отображение вершин из графа  $G_i$  в вершине графа  $G_{i-1}$ .

Таким образом, последовательность сюръективных отображений из  $n$  графов  $G_i$  ( $0 \leq i \leq n$ ) в корневое дерево  $T_0=(Z, R)$  определяет структурированную гиперсеть:  $SHN = (Y, V, G(X_i, R_i))$ .

Далее представлены показатели для оценки эффективности принимаемого проектного решения при строительстве и эксплуатации инженерных сетей и коммуникаций, такие как экономичность, живучесть и надёжность.

В качестве экономической эффективности принимаемого проектного решения используют приведенные затраты, учитывающие капитальные вложения и годовые эксплуатационные расходы, приведенные к одному и тому же моменту времени.

Показано, что приведенные затраты на строительство и эксплуатацию проектируемой инженерной коммуникации в виде двухуровневой гиперсети  $HN$  оцениваются в следующем виде:

$$Q(HN) = \left( \sum_{v \in F^*(r), \forall r \in R} a(v) \gamma_1 + \sum_{r \in R} b(r) \gamma_2 \right) \quad (2)$$

в которой  $F^*(r)$  - трассировочная функция, сопоставляющая каждому  $r \in R$  графа  $SN$  вполне определенный маршрут в графе  $PN$ ;  $a(v)$  - стоимость ветви (аренда, выкуп, налоги, земляные работы, разрытие траншеи, восстановление улиц и другие);  $b(r)$  – стоимость ребер (труб, кабелей, строительство и монтаж, эксплуатация и т.п.);  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  - коэффициенты приведения по соответствующим видам затрат. Таким образом, целевая функция в виде (2) учитывает все виды затрат на строительство и эксплуатации инженерных сетей и коммуникаций различного назначения.

Показано, что способность бесперебойного функционирования инженерных сетей и коммуникаций при воздействии различных внештатных разрушающих факторов характеризуется живучестью. Бесперебойность поставки целевого продукта

между заданными парами точек на заданной области возможно только в том случае, когда инженерная коммуникация имеет связность не меньше заданной величины  $k$ . Тогда задача построения инженерной коммуникации минимальной стоимостью и связностью не меньше  $k$  формулируется следующим образом:

$$Q(HN) = \left( \sum_{v \in F^*(r), \forall r \in R} a(v) \gamma_1 + \sum_{r \in R} b(r) \gamma_2 \right) \rightarrow \min$$

для которой

$$\omega(HN) \geq k$$

где:  $\omega$  – связность гиперсети  $HN$ , определяемой как  $\omega(HN) = \min \{ \omega(PN), \omega(SN) \}$ .

Далее представлена показатель надежности, характеризующий способности бесперебойного функционирования (наработка) инженерной коммуникации до первого отказа ее элементов (узлов или линий). В отличие от показателя живучести при оценке показателя надежности имеется статистика или прогноз по внешним воздействующим факторам, влияющим на работоспособность будущей коммуникации на определенном отрезке времени. Показатель надежности оценивается вероятностью безотказной работы элементов коммуникации в заданном промежутке времени, т.е.

$$p(t) = p\{\xi > t\}, t \geq 0$$

где:  $\xi$  – наработка до первого отказа элементов коммуникации;  $t$  – промежуток времени, в пределах которого отказы в элементах коммуникации не возникнет. Другими словами, вероятность того, что наработка  $\xi$  элементов коммуникации до первого отказа превышает величину  $t$ , и есть функция надежности. Более подробно частные показатели надежности функционирования инженерных сетей и коммуникаций представлены в следующих разделах.

**В четвертой главе** представлены задачи оптимизации сетей и коммуникаций, учитывающие иерархичность и многокритериальность проектируемых типов сетей и коммуникаций. Представлены формальные постановки задачи оптимизации сетей, как непрерывной, так и дискретной форме, позволяющие применить различные математические модели и методы их решения.

Показано, что существуют различные постановки задачи о выборе трасс (как дискретные, так и непрерывные) для прокладки коммуникаций различного назначения между заданными парами точек  $A(x_1, y_1, z_1)$  и  $B(x_2, y_2, z_2)$  в трехмерном пространстве  $D \subseteq R^3$ . Пусть:

- $\mu(x, y, z)$  – произвольный маршрут между заданными парами точек  $A(x_1, y_1, z_1)$  и  $B(x_2, y_2, z_2)$ ;

- $f(x, y, z)$  – функция удельных строительных затрат в точках  $(x, y, z)$  трехмерного пространства  $D \subseteq R^3$ . Она может быть непрерывной, кусочно-непрерывной или дискретной в зависимости от области определения данной функции.

*Непрерывная задача.* Представлена задача выбора трассы между точками  $A(x_1, y_1, z_1)$  и  $B(x_2, y_2, z_2)$ , в трехмерном пространстве  $D \subseteq R^3$ , вдоль которой в дальнейшем прокладывается инженерная коммуникация. Понятно, что длина пространственной кривой  $\mu(x, y, z)$ , заданной системой уравнений  $y = y(x)$ ,  $z = z(x)$  и проходящей через точки  $A(x_1, y_1, z_1)$  и  $B(x_2, y_2, z_2)$ , равна

$$l(\mu) = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + [y'_x(x)]^2 + [z'_x(x)]^2} dx. \quad (3)$$

В нашем случае длина трехмерной кривой  $l(\mu)$  равна (тождественна) длине ветви  $v \in V$  графа первичной сети  $PN$ , т.е.

$$l(\mu) \equiv l(v)$$

Подынтегральное выражение в (3) обозначим как  $dl$ , т.е.  $dl = \sqrt{1 + [y'_x(x)]^2 + [z'_x(x)]^2} dx$ .

Тогда затраты на строительство линейного сооружения (трассы, опор и т.п) определяются как

$$c[x, y(x), z(x)] = \int_{x_1}^{x_2} f[x, y(x), z(x)] dl. \quad (4)$$

Пусть  $M_{ij}$  - множество всех кривых в пространстве  $D \subseteq R^3$ , проходящих через точки  $A(x_1, y_1, z_1)$  и  $B(x_2, y_2, z_2)$ .

Тогда с учетом (4), кривая  $\mu[x, y(x), z(x)]$ , связывающая в пространстве  $D \subseteq R^3$  точки  $(x_i, y_i, z_i) \in D, i = 1, 2$  и определяемая из условия

$$\mu[x, y(x), z(x)] = \arg \min_{\mu_{ij}(x, y, z) \in M_{ij}} \int_{x_1}^{x_2} f[x, y(x), z(x)] dl \quad (5)$$

называется непрерывной трассой, а

$$C(\mu) = \int_{x_1}^{x_2} f[x, y(x), z(x)] dl \quad (6)$$

называется ее стоимостью.

Мы полагаем, что длина прокладываемого линейного сооружения (длина ребра  $r \in R$ ) равна суммарному числу ветвей (трасс), инцидентных этому ребру, т.е.

$$l(r) = \sum_{v \in F(r)} l(v)$$

Так как рассматривается непрерывный случай, то длина прокладываемого линейного сооружения равна длине непрерывной трассы, т.е.

$$l(r) = l(v)$$

Тогда стоимость проектируемой коммуникации, прокладываемого вдоль трассы  $\mu[x, y(x), z(x)]$ , определяется следующим образом:

$$D(\mu) = \int_{x_1}^{x_2} g[x, y(x), z(x)] dx \quad (7)$$

где:  $g(x, y, z)$  - функция удельной стоимости проектируемой коммуникации, зависящая от координаты точек  $(x, y, z)$  в трехмерном пространстве  $D \subseteq R^3$ .

Тогда непрерывная задача может быть сформулирована следующим образом: пусть  $\mu(A, B)$  – множества всех возможных маршрутов прокладывания инженерной коммуникации из точки  $A$  в точку  $B$ , представляющие из себя непрерывные кривые в трехмерном пространстве  $D \subseteq R^3$ . Тогда задача заключается в поиске такой кривой  $\mu_0$  среди всех (5), вдоль которой суммарная стоимость (6) (стоимость подготовки и строительства линейных сооружений (трасс, опор и т.п.)) и (7) (стоимость приобретения и прокладывания инженерной коммуникации) принимает наименьшее значение, т.е.

$$\min_{\mu_0 \in \mu(A, B)} [C(\mu) + D(\mu)] = \int_A^B [f(x, y(x), z(x)) + g(x, y(x), z(x))] dx \quad (8)$$

Непрерывная задача в виде (8) позволяет ее решить методами вариационного исчисления.

*Дискретная задача.* Представлена дискретная постановка задачи выбора трассы для прокладки коммуникаций из пункта  $A(x_1, y_1, z_1)$  в пункт  $B(x_2, y_2, z_2)$  заключающиеся в выборе маршрута в трехмерном пространстве  $D \subseteq R^3$ , имеющего минимальную стоимость  $\mu_{AB}$  среди всех маршрутов  $\mu(A, B)$  между заданными парами вершин  $A(x_1, y_1, z_1)$  и  $B(x_2, y_2, z_2)$  на графе первичной сети  $PN$ , и отображения ребер (линейных сооружений)  $r \in R$  графа вторичной сети  $SN$  по выбранным маршрутам в  $PN$ . Т.е., требуется найти

$$F: R \rightarrow 2^V, \quad (9)$$

для которого

$$Q(SN) = \min_{\mu(A, B)} (\sum_{(i, j) \in \mu_{AB}} (c_{ij} + d_{ij}) \cdot l(r)), \quad (10)$$

где:  $\mu(A, B)$  – множество всех возможных маршрутов из  $A(x_1, y_1, z_1)$  в  $B(x_2, y_2, z_2)$ ;

$\mu_{AB}$  – маршрут, обеспечивающий минимум стоимости перехода из  $A(x_1, y_1, z_1)$  в  $B(x_2, y_2, z_2)$ ;

$c_{ij}$  – стоимость перехода из  $i$  в  $j$ , определяющих звено маршрута  $\mu_{AB}$  на графе первичной сети  $PN$ , т.е.  $(i, j) \in \mu_{AB}$ ;

$d_{ij}$  - удельная стоимость ребер  $r \in R$  (линейного сооружения) графа вторичной сети  $SN$  из пункта  $i$  в  $j$ ;

$l(r)$  - метрическое расстояние между смежными узлами на графе первичной сети, определяемое в соответствии с предыдущим пунктом.

Представлена математическая модель местности, учитывающей запретные зоны для прокладывания коммуникаций. Чтобы учесть запретные зоны, исключаются из участка размещения  $\Omega$  объекты социального и производственного назначения, военные объекты, а также существующие коммуникации и другие объекты, несовместимые с проектируемой коммуникацией. Для этого используем

обозначения  $\Omega_s, s = 1, 2, \dots, S$  - область запрета, где:  $\Omega_s \subset \Omega; \Omega_s \cup_{s \neq q} \Omega_q = \varphi, \forall s, q = 1, 2, \dots, S$ .

Обозначим через  $\mu = x_{j_1} v_{j_1} x_{j_2, i_2} \dots x_{j_n, i_n} v_{j_n, i_n} x_{j_{n+1}, i_{n+1}}$  маршрут, соединяющий соответствующие пары узлов на взвешенном графа первичной сети  $PN = (X, V)$ , в котором  $j = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, m$  номера вершин (или ребер) графа  $PN$ , входящих в маршрут. Тогда прокладывание сетей инженерных коммуникаций на заданной территории должно осуществляться с учётом следующих ограничений:

1.  $\mu \subset \Omega, \forall j \neq k, i \neq r: k, r = \{-1; 0; 1\}$  - проектируемая трасса должна находиться в исследуемой области;
2.  $\mu \not\subset \Omega_s, \forall j \neq k, i \neq r: k, r = \{-1; 0; 1\}$  и  $\forall s$  - проектируемая трасса не должна проходить через области запрета.

Ограничение 2 означает, что узловые элементы  $X'_\Delta \subset X_\Delta$  применяемой сетки  $\Delta_x \times \Delta_y$ , попавшие в какую-либо из областей  $\Omega_s, s = 1, 2, \dots, S$  удаляются вместе с ветвями, инцидентными с этими узлами  $X'_\Delta$ .

Это означает, что для выбранного ребра  $r \in R$  удалению всех таких ветвей  $V'_\Delta \subset V_\Delta$ , или присвоение значение функции стоимость данной ветви значение равный бесконечности, т.е.  $\varphi(x_{j_i}, x_{j+k, i+r}) = \infty$ . Таким образом, удаление ветвей  $V'_\Delta \subset V_\Delta$  с бесконечными весами из сетки  $\Delta_x \times \Delta_y$  приведет к «плоскости с «запретами», учитывающими ограничения технико-экономического характера для выбора маршрутов прокладывания инженерных сетей и коммуникаций, как по плану, так и по профилю. Другими словами, предложенная технология построения модели области размещения в виде взвешенного графа первичной сети  $PN = (X, V)$ , где  $X = X_\Delta \setminus X'_\Delta; V = V_\Delta \setminus V'_\Delta$  и  $X \subseteq X_\Delta, V \subseteq V_\Delta$ , основанной на методе сеточной аппроксимации позволяет проектировать маршруты (трассы) для прокладывания сетей инженерных коммуникаций в зависимости от особенности области размещения, и вида и назначения проектируемой сети.

Возможные направления перехода из точки  $A(x_1, y_1, z_1)$  в точку  $B(x_2, y_2, z_2)$  в трехмерном пространстве представлены как в непрерывной, так и в дискретной форме, в зависимости от специфики решаемой задачи.

Если решается непрерывная задача, то точка  $A(x_1, y_1, z_1)$  совпадает с вершиной конуса, а одно из возможных положений точки  $B(x_2, y_2, z_2)$  - с его основанием (рис.2а)



Рисунок 2 – Связность пар вершин в трехмерном пространстве  
 а) Непрерывный случай                      б) Дискретный случай





Для решения поставленной задачи *предложен модифицированный метод трассировки лучей*. Алгоритм состоит из двух ходов: прямого и обратного. В прямом ходе строятся всевозможные маршруты из начальной точки в целевую, в обратном ходе восстанавливается маршрут соответствующей заданному критерию.

*Прямой ход*: пусть на  $(i-1)$ -м шаге начальной точкой ветви  $v_i \in V$  является  $P_{i-1} = (x, y)$ . Предположим, что луч исходящий из точку  $P_{i-1}$  столкнется с точкой  $A$  и обратно вернется наблюдателю, т.е. точка  $A$  является препятствиями для данного вида коммуникаций. Тогда обход препятствия через точки  $S_i$  или  $T_i$  производится по жадной стратегии (рис.4), т.е.:

- если  $(s - t) < 0$  то  $P_i(x', y') = T_i(x + 1, y - 1)$ , и  $x' = x_i + 1, y' = y_i - 1$ ;
- если  $(s - t) \geq 0$  то  $P_i(x', y') = S_i(x + 1, y + 1)$  и  $x' = x_i + 1, y' = y_i + 1$

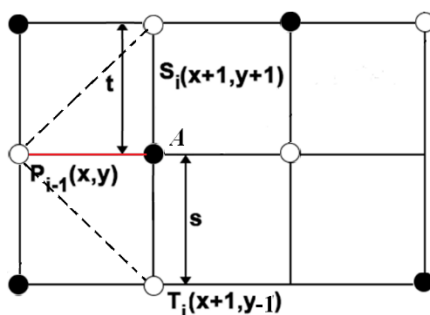


Рисунок 4 – Обход препятствий

В стратегии выбор точек  $S_i$  или  $T_i$  метрики  $s$  и  $t$  могут интерпретироваться как стоимость строительства коммуникаций из вершины  $P_{i-1}$  в  $T_i$  и  $S_i$  соответственно. Однако, при решении практических задач вершины  $s$  и  $t$  могут быть выбраны неоднозначно, т.к. возможны случаи, что  $s - t = 0$ . Это говорит о том, что иногда существуют несколько различных минимальных путей между начальной и целевой точки.

Доказано, что вычислительная сложность предлагаемого алгоритма приближенно составляет:  $O(N^2)$ .

**В пятой главе** исследованы прикладные и классические задачи оптимизации инженерных сетей и коммуникаций в рамках теории гиперсетей, учитывающие специфики предметной области, вид и назначения проектируемой коммуникации, а также особенности области размещения. Далее приведем некоторые из них.

*Задача обхода вершин графа вторичной сети*. Задача заключается в нахождении самого кратчайшего по заданному критерию маршрута (самый быстрый, самый дешевый, самый надежный и т.п.), проходящего через все вершины графа вторичной сети  $SN$  по одному разу, с последующим возвратом в исходную.

Для этого введены следующие обозначения:  $Y = (y_0, y_1, \dots, y_n)$  - множество вершин графа вторичной сети  $SN$ , в котором  $y_0$  - исходная вершина,  $y_1, \dots, y_n$  - все остальные вершины;  $R$  - множество ребер;  $r = (y_i, y_j) \in R$  - ребра между заданных пар вершин  $y_i, y_j \in Y$ ;  $\forall v \in V: a_r(v) = 1$ , т.е. стоимость строительства и аренды

ресурсов на ветвях  $v \in V$  для ребра  $r \in R$  равна 1;  $b_v(r) = [b_{ij}]$  - матрица неотрицательных расстояний (стоимости пути) между узлами при перемещении по ребру  $r = (y_i, y_j) \in R$  между заданными парами вершин  $y_i, y_j \in Y$  в которой строки - это вершины, из которых отправляется коммивояжер, столбцы - вершины, в которые он прибывает, а в ячейки расстояния (время, стоимость) между ними; булева переменная  $x_{ij}$ :

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если коммивояжер едет из вершины } i \text{ в вершине } j \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Тогда задача заключается в поиске такого отображения

$$F(r): SN \rightarrow PN$$

для которого

$$Q(HN) = \sum_{v \in F^*(r)} \sum_{r \in (y_i, y_j)} b_v(r) \cdot x_{ij} \rightarrow \min \quad (12)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} = \sum_{j=0}^n x_{ji} \leq 1, \quad 0 \leq i, j \leq n \quad (13)$$

$$u_i - u_j + (n + 1)x_{ij} \leq 1, \quad 0 \leq i, j \leq n \quad (14)$$

$$x_{ij} = \{0,1\}, \quad 0 \leq i, j \leq n \quad (15)$$

где  $u_i$  - вспомогательная целочисленная переменная, определяющая порядковый номер  $i$ -й вершины графа вторичной сети  $SN$  в маршруте  $F^*(r)$ ;

Условия (13) гарантирует начало и окончание маршрута  $F^*(r)$  в вершине  $y_0$ , а (14) однократное посещение каждой внутренней вершины в маршруте  $F^*(r)$ . Отметим, что задача (12)-(15) является NP-трудной, в связи с этим для ее решения необходимо разработать приближенный алгоритм.

*Задача о покрытии множества вершин вторичной сети.* Рассматривается  $A = \{a_{ij}\}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$  - матрица размерности  $m \times n$  с элементами  $a_{ij}$ , равными 0 или 1. Считается, что  $a_{ij} = 1$ , если  $i$ -я строка матрицы  $A$  содержит 1 на пересечение с  $j$ -м столбцом, 0 в противном случае. Каждому столбцу  $j$  ставится в соответствие положительное число  $\phi_{ij}, i \in I, j \in J$  называемое весом столбца. Требуется найти подмножество  $J' \subseteq J$ , которое покрывает все строки из  $I$  и имеет минимальный суммарный вес, в котором  $I = \{1, \dots, m\}$  - набор пунктов размещения источников целевой продукции (газ, нефть, вода и т.д.);  $J = \{1, \dots, n\}$  - набор пунктов размещения потребителей (промышленные зоны, жилые районы, торговые узлы и т.д.). Если в качестве решения поставленной задачи принять вектор  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  с бинарными переменными  $x_j = \{0,1\}, j = \overline{1, n}$ , то задача имеет следующий вид: найти

$$F: SN \rightarrow PN$$

для которого

$$Q(HN) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \phi_{ij} \cdot x_j \rightarrow \min \quad (16)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1, i = \overline{1, m} \quad (17)$$

$$x_j = \begin{cases} 1, \text{если } j\text{-й столбец покрывает } i\text{-ю строку} \\ 0, \text{в противном случае} \end{cases} \quad (18)$$

Известно, что задачи (16)-(18) даже в самом простом случае относятся к числу NP-трудных.

Далее представлена одна из прикладных задач по оптимизации сетей электроснабжения - *построения линий электропередач между заданными парами вершин*  $x_i \in Y_{source}$  и  $x_j \in Y_{consumer}$  на заданной территории. Задача сведена к задаче построения гиперсети  $HN$  минимальной стоимости, удовлетворяющей заданным ограничениям, т.е. найти функцию  $F: SN \rightarrow PN$ , для которой

$$Q(HN) = \left( \left( \sum_{v \in F^*(r)} \sum_{r \in R} c(v) + \sum_{r \in R} c(r) \right) l(x_i, x_j) + w(x_j) \cdot z_{ij} \right) \rightarrow \min \quad (19)$$

при условии

$$|l(x_i, x_j)| \leq M \quad (20)$$

и

$$z_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если дуга } r = (x_i, x_j) \text{ входит в вершине } x_j; \\ 0, \text{в противном случае} \end{cases} \quad (21)$$

где:  $M$  - это предельно допустимое расстояние между узлами  $x_i$  и  $x_j$ ;  $w(x_j)$  - стоимость узловых элементов (станций, подстанций и т.п.), в которые входит дуга;  $c(v)$  - стоимости строительства опорных конструкций;  $c(r)$  - стоимость проводов, соединяющих соответствующие пары узлов. Задача построения линий электропередач между заданными парами вершин (19)-(21), без учета ограничений (20)-(21), может быть решена алгоритмом Дейкстры за полиномиальное время  $O(n^2)$ .

Далее представлены многокритериальные задачи имеющие прикладные значения при проектировании и эксплуатации инженерных сетей и коммуникаций различного назначения. Ниже представлены некоторые из них.

*Минимальная гиперсеть заданной надёжности.* Предложены альтернативные показатели надёжности для постановки задачи оптимизации сетей по критерию

минимальности и заданного порога надежности проектируемой сети. Такими являются надежность ребра  $r \in R$  вторичной сети

$$R_r(HN) = \prod_{v \in F(r)} p(v), \text{ где } p_i, 1 \leq i \leq g. \quad (22)$$

Надёжность  $R(HN)$  в целом, с учетом того, что в первичной сети происходят сбои, но при этом все потребители должны быть связаны с необходимыми им поставщиками, определялась как:

$$\text{Min}(R_{pair}) = \min\{R_{ab}(HN)\}, a \in Y_{source}, b \in Y_{consumer} \quad (23)$$

где:  $Y_{source}$  - источник ресурсов;  $Y_{consumer}$  - потребители.

Надёжность сети в среднем:

$$\text{Av}(R_{pair}) = \frac{1}{\Omega} \sum_1^{\Omega} R_{ab}(HN), a \in Y_{source}, b \in Y_{consumer} \quad (24)$$

где:  $\Omega$  – количество всех рассматриваемых пар источник-потребитель, или все рёбер, если эти пары в явном виде не заданы.

Рассмотрен также показатель, который необходим для описания надёжности в случае, когда нужно чтобы все потребители и поставщики одновременно были связаны с максимальной вероятностью. Определим его как вероятность существования путей между каждой парой источник-потребитель:

$$R_{All\_Pairs}(HN) = \text{probability}(\text{Exist\_a\_path\_between } a \in Y_{source}, b \in Y_{consumer}) \quad (25)$$

Показатели надежности (22)-(25) сетей и коммуникаций позволяют поставить следующую задачу: требуется найти отображение  $SN$  в  $PN$ , при котором целевая функция

$$Q(HN) = (\sum_{v \in F(r), \forall r \in R} a(v) + \sum_{r \in R} b(r)) \rightarrow \min \quad (26)$$

принимает минимальное значение, при ограничениях

$$R(HN) = \min_r p(r) \geq R_0 \quad (27)$$

где:  $0 < R_0 \leq 1$  - заданный порог надёжности. Задача (26)-(27) является многокритериальной.

*Минимальная гиперсеть учитывающей совместности и заданный порог надежности проектируемых типов сетей.* Пусть  $T$  – множество проектируемых типов инженерных коммуникаций. Для каждого ребра  $r \in R$  зададим тип  $type(r) \in T$ , который однозначно определяет вид и назначения проектируемой коммуникации. Для описания совместности различных типов коммуникаций вводится бинарное отношение  $CT \subseteq T \times T$ , которое определяется правилом: если  $(t_1, t_2) \in CT$ , то эти типы коммуникаций могут быть проложены в одном и том же техническом коридоре, т.е. две различные, но совместимые (по механическим и электромагнитным воздействиям) коммуникации могут быть проложены в одной ветви первичной сети.

Пусть  $\text{Min}CT(t_1, t_2, \dots, t_h)$  - минимальное число непересекающихся подмножеств, на которое можно разделить типы сетей  $\{t_1, t_2, \dots, t_h\}$  с учетом их совместности.

Например, если существуют типы сетей  $\{t_1, t_2, t_3\}$ , такие что  $(t_1, t_2), (t_2, t_3) \in CT$ , но  $(t_1, t_3) \notin CT$ , тогда  $MinCT(t_1, t_2, t_3) = 2$ , поскольку эти типы сетей могут быть разделены на два подмножества  $\{t_1, t_2\}$  и  $\{t_3\}$ .

Многокритериальная задача в общем случае формулируется следующим образом: построить гиперсеть  $HN$ , т.е. каждому ребру  $r \in R$  графа вторичной сети  $SN$  найти маршрут в графе первичной сети  $PN$  между заданных пар точек из  $Y = Y_{source} \cup Y_{consumer}$ , для которой целевая функция, т.е.

$$Q(HN) = \left( \sum_{v \in V', \forall r \in R} a(v) \cdot MinCT(v) + \sum_{r \in R} b(r) \right) \rightarrow \min \quad (28)$$

принимает минимальное значение для которой надежность гиперсети не ниже  $R_0$ , т.е.:

$$R(HN) \geq R_0, \text{ где } 0 < R_0 \leq 1.$$

В (28) подмножество  $V' \subseteq V$  определяется следующим образом: для каждого элемента  $v \in V', \exists r \in R$  такое, что  $v \in F(r)$ . Пусть  $v \in V'$  и  $v \in F(r_i), i = 1, \dots, l; r_1, \dots, r_l \in R$ , тогда  $MinCT(v) = MinCT(type(r_1), \dots, type(r_l))$ .

Показано, что затраты машинного времени в таких задачах растут экспоненциально, что приводит при сравнительно небольшом увеличении размерности задачи к резкому возрастанию машинного времени, превышающему предел возможностей даже самого современного компьютера.

**Шестая глава** посвящена анализу сложности задач оптимизации сетей и коммуникаций и методов их решения. В частности, представлены математические формулировки и доказательства  $NP$ -трудности задачи: построения двухуровневой гиперсети минимальной стоимости; оптимизация сетей и коммуникаций, путем размещения  $k$ -дополнительных точек Штейнера; оптимизация сетей и коммуникаций по критерию минимальности строительных затрат при удовлетворении заданного порога надежности их функционирования; задача совмещенного размещения сетей и коммуникаций в условиях городской застройки.

**Задача 1.** Пусть известны предполагаемые структуры графов  $PN = (X, V)$  и  $SN = (Y \subseteq X, R)$ . Тогда задача поиска гиперсети  $HN$  минимальной стоимости заключается в поиске такого отображения  $F$ , при котором следующая целевая функция принимает минимальное значение:

$$Q(HN) = \left( \sum_{v \in V', \forall r \in R} a(v) + \sum_{r \in R} b(r) \right) \rightarrow \min$$

Постановка задачи оптимизации сетей в виде *Задача 1* является наиболее распространенной в области построения двухуровневой гиперсети и имеет множество приложений для описания и структурной оптимизации сетей различного назначения, например, для прокладки нефтепроводов.

**Задача 2.** Пусть теперь при вложении вторичной сети  $SN = (Y \subseteq X, R)$  в первичную сеть  $PN = (X, V)$  допускается разместить  $|Y_{additional}| = k$  дополнительных точек, в виде точек Штейнера (подстанции, разветвители и т.п.). Тогда задача ставится следующим образом: необходимо найти отображение  $F: SN \rightarrow PN$  путем свободного размещения произвольного числа  $|Y_{additional}| = k$  дополнительных точек Штейнера на плоскости, соответственно в графе первичной сети  $PN$ , при котором стоимость гиперсети  $HN$  была минимальна, т.е.

$$Q(HN) = \left( \sum_{v \in F(r), \forall r \in R} a(v) + \sum_{r \in R} b(r) \right) \rightarrow \min.$$

**Задача 3.** Пусть известны предполагаемые структуры графов  $PN = (X, V)$  и  $SN = (Y \subseteq X, R)$ . Пусть  $p(v)$  — вероятность существования ветви  $v \in V$  первичной сети, соответственно для ребра  $r \in R$ :  $p(r) = \prod_{v \in F(r)} p(v)$ .

Требуется найти отображение  $SN$  в  $PN$  при котором целевая функция принимает минимальное значение:

$$Q(HN) = \left( \sum_{v \in F(r), \forall r \in R} a(v) + \sum_{r \in R} b(r) \right) \rightarrow \min$$

при ограничениях

$$R(HN) = \min_r p(r) \geq R_0$$

где:  $0 < R_0 \leq 1$  - заданный порог надёжности.

**Задача 4.** Пусть  $\{r_1, r_2, \dots, r_h\} \in R$  проектируемые типы сетей и  $CT \subseteq R \times R$  бинарное отношение определяемое правилом: если  $(r_1, r_2) \in CT$ , то эти типы сетей совместимы, в противном случае нет. Пусть  $MinCT(r_1, r_2, \dots, r_h)$  - минимальное число непересекающихся типов сетей, на которое можно разделить множество  $\{r_1, r_2, \dots, r_h\} \in R$ . Как отмечено выше такое разделение осуществляется с учетом совместимости проектируемых типов сетей.

Теперь, пусть известны графы  $PN = (X, V)$  и  $SN = (Y \subseteq X, R)$ . Требуется найти отображение  $SN$  в  $PN$ , при котором следующая целевая функция принимает минимальное значение:

$$Q(HN) = \left( \sum_{v \in V', \forall r \in R} a(v) \cdot MinCT(v) + \sum_{r \in R} b(r) \right) \rightarrow \min$$

при условии, что если различные типы сетей  $\{r_1, r_2, \dots, r_h\}$  можно разбить на совместимые типы сетей такие что если  $r'_1, r'_2, \dots \in CT, r''_1, r''_2, \dots \in CT, \dots$ , то каждая группа совместимых типов сетей должна быть выложена по независимым ветвям первичной сети.

Далее представлены доказательства полиномиальной разрешимости и NP-трудности этих подзадач, являющихся одними из распространённых задач в области проектирования и эксплуатации сетей и коммуникаций различного назначения.

В частности, доказано, что для  $a(v) = 0, \forall v \in V$  верно следующее утверждение:

**Утверждение 1:** Пусть стоимость ветвей первичной сети  $a(v) = 0, \forall v \in V$ , тогда *Задача 1* является полиномиально разрешимой.

*Доказательство:*

Предположим, что стоимость ветвей первичной сети  $PN$  пренебрежимо мала, по сравнению со стоимостью ребер вторичной сети  $SN$ , т.е.  $a(v) = 0, \forall v \in V$ . Тогда стоимость гиперсети  $Q(HN)$  зависит только от второй слагаемой в выражении *Задача 1*, т.е.  $Q(HN) = \sum_{r \in R} b(r)$ . В этом случае для укладки ребра  $r \in R$  вторичной сети  $SN$  подойдет любой маршрут в графе первичной сети  $PN$ . Тогда для построения гиперсети минимальной стоимости можно воспользоваться классическим методом поиска в ширину. Таким образом, *Задача 1*, в случае  $a(v) = 0, \forall v \in V$ , является полиномиально разрешимой.

Далее показано NP-трудность *Задачи 1 - Задачи 4* методом «сужения». Согласно методу «сужения» для начала нужно показать NP-трудность *Задачи 1*. Если удастся показать, что *Задача 1* является NP-трудной, то задачи *Задача 1-Задача 4* также являются NP-трудными, т.к. они включают в себя более простую *Задачу 1*.

**Утверждение 2:** Пусть стоимость ребер вторичной сети  $b(r) = 0, \forall r \in R$ , тогда *Задача 1* является NP-трудной.

*Доказательство:*

Пусть  $|R| \geq 2$ , то возможны следующие случаи:

1) Предположим, что граф вторичной сети  $SN$  является связным.

Покажем, что решение *Задачи 1* ищется в виде дерева Штейнера на графе первичной сети  $PN$ . Известно, что задача построения дерева Штейнера на заданном графе является NP-трудной.

Предположим обратное, что вложение  $SN$  в  $PN$  не есть дерево в графе первичной сети  $PN$ , т.е. либо в графе первичной сети  $PN$ , либо в графе вторичной сети  $SN$  есть циклы и дерево имеющие минимальную стоимость.

1.1) Пусть граф вторичной сети  $SN$  имеет структуру дерева.

а) Пусть маршруты  $AD$  и  $AC$  графа  $PN$  образуют цикл (рис. 5а), где  $B$  — точка пересечения этих маршрутов. Вводим следующие обозначения:  $m_1$  и  $m_2$  — части маршрутов  $AD$  и  $AC$  до точки  $B$  соответственно, а  $|m_1|$  и  $|m_2|$  — их стоимости.

Если стоимость  $m_1$  больше чем стоимость  $m_2$ , т.е.  $|m_1| > |m_2|$ , то маршрут  $m_1$  можно реализовать вдоль  $m_2$ . В этом случае стоимость гиперсети уменьшится на величину  $|m_1|$ , что приведёт к противоречию — дерево в графе первичной сети  $PN$  имеет наименьшую оценку.

б) Пусть теперь в графе  $PN$  существуют три маршрута  $AD, AE, EC$ , образующие цикл (рис. 5б), где:  $B$  — точка пересечения этих маршрутов,  $m_1, m_2, m_3$  — части маршрутов  $AD, AE, EC$  до точки  $B$  соответственно,  $|m_1|, |m_2|, |m_3|$  — стоимости этих частей маршрутов.

Если стоимость  $m_1$  не меньше чем суммарной стоимости  $m_2, m_3$ , т.е.  $|m_1| \geq |m_2| + |m_3|$ , то  $m_1$  можно реализовать вдоль  $m_2$  и  $m_3$  ( $AEB$ ). Тогда стоимость гиперсети



уменьшится на величину  $|m_1|$ , что приведет к противоречию – дерево в графе первичной сети  $PN$  имеет наименьшую оценку.

Если стоимость  $m_1$  меньше, чем суммарной стоимости  $m_2, m_3$ , а стоимость  $m_2$  меньше стоимости  $m_3$ , т.е.  $|m_1| < |m_2| + |m_3|$  и  $|m_2| < |m_3|$ , то  $m_3$  можно реализовать вдоль  $m_2$  и  $m_1$  ( $EAB$ ) (рис.5с). Тогда стоимость гиперсети уменьшится на величину  $|m_3|$ , что приводит к противоречию - дерево в графе первичной сети  $PN$  имеет наименьшую оценку.

с) Если в графе первичной сети  $PN$  цикл образуют 4 или больше чем 4 маршрутов, то случай аналогичен предыдущему. В этом случае самый дорогой маршрут перереализуется по остальным маршрутам, который приведет, во-первых, к уменьшению стоимости гиперсети на величину стоимости самого дорогого маршрута, во-вторых, к противоречию, что дерево в графе первичной сети  $PN$  имеет наименьшую оценку.

Таким образом, если структура графа вторичной сети  $SN$  — дерево, то маршруты на графе первичной сети  $PN$  также образуют дерево. Тем самым гиперсеть минимальной стоимости образует деревом на графе первичной сети  $PN$ .

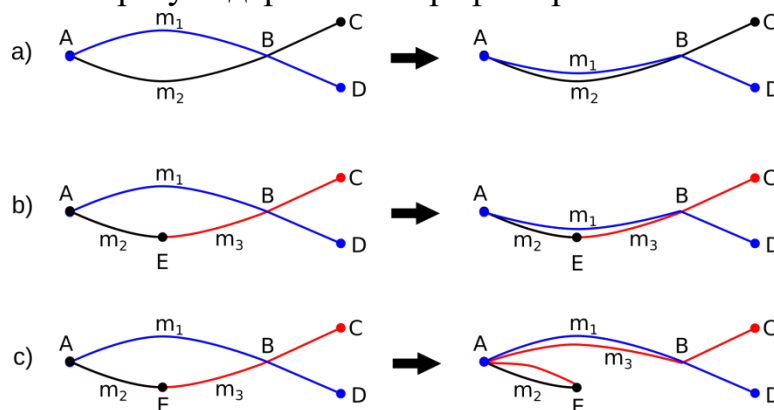


Рисунок 5 – Примеры маршрутов в графе первичной сети  $PN$

1.2) Пусть теперь структура графа вторичной сети  $SN$  не является деревом. Покажем, что и в этом случае гиперсеть минимальной стоимости образует дерево на графе первичной сети  $PN$ .

Предположим обратное, т.е. пусть на графе первичной сети  $PN$  содержатся циклы. Пусть теперь в графе  $PN$  существуют три маршрута  $AB, AC, CB$ , которые образуют цикл (рис. 6). Выберем среди маршрутов  $AB, AC$  и  $CB$  маршрут наибольшей стоимости (например,  $m_1$ ) и реализуем его вдоль маршрутов  $m_2$  и  $m_3$  ( $ACB$ ). Тогда стоимость гиперсети уменьшится на величину  $|m_1|$ , что приводит к противоречию - дерево в графе первичной сети  $PN$  имеет наименьшую оценку.

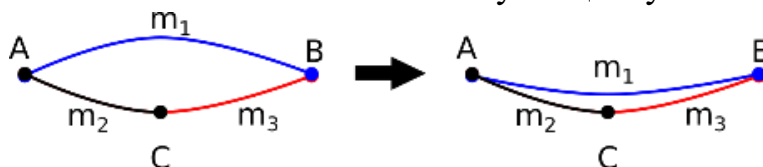


Рисунок 6 – Пример маршрутов в графе первичной сети  $PN$

Итак, показано, что гиперсеть минимальной стоимости образует дерево на графе первичной сети  $PN$ . Так как *Задача 2- Задача 4* включают в себя более простую *Задачу 1*, они также являются NP-трудным, для которых, видимо, не существует полиномиальный точный алгоритм.

2) Пусть теперь граф  $SN$  является не связным (рис. 7а), т.е. решением задачи является лес. Введена фиктивная вершина  $v'$  (рис. 7б) и соединена фиктивными ребрами и ветвями нулевой стоимости с компонентами связности графа вторичной сети. Отмечу, что каждая компонента связности соединяется одним и только одним ребром.

Тогда граф вторичной сети  $SN$  полученный путем введения дополнительной вершины  $v'$ , и фиктивных ребер и ветвей является связным. Очевидно, что построенное на этом графе дерево Штейнера будет являться решением исходной задачи.

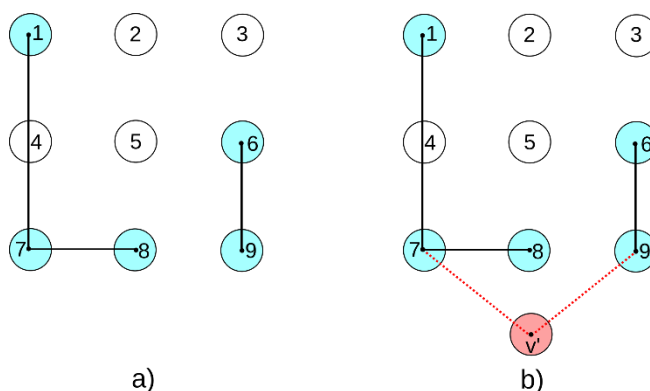


Рисунок 7 – пример: а) несвязный граф  $SN$ ; б) связный граф  $SN$

Далее представлена стратегия «жадного алгоритма» для решения задач оптимизации сетей и коммуникаций, основанная на идее жадного алгоритма. Для этого рассматриваются  $k$  ребер  $(A_1, B_1), \dots, (A_k, B_k)$  которые нужно вложить в первичную сеть. Стоимость коротких ветвей -  $x$ , а длинных -  $y$  ( $y \leq 2x$ ). Для поиска минимального остова дерева можно использовать алгоритм Краскала, который является одной из вариаций «жадного» алгоритма. Стоимость найденного (рис. 8а) решения  $Q = k(y + 2x)$ . Стоимость минимального дерева Штейнера (рис. 8б) будет  $Q_{opt} = y + 2kx$ . Если  $y = 2x$ , то  $Q/Q_{opt} \rightarrow 2$  при  $k \rightarrow \infty$

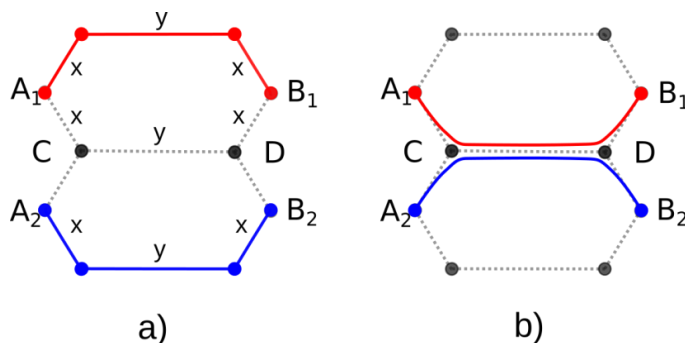


Рисунок 8 – Пример дерева Штейнера

Если стоимость ребер не ноль, то поиск дерева Штейнера на первичной сети не всегда дает оптимальное решение. На рис. 9 приведен пример, где нужно вложить ребер  $(A_1, B_1), \dots, (A_k, B_k)$  в первичную сеть  $k$  ( $k$  - нечетное число). Пусть стоимость коротких ветвей  $x$ , длинных  $y$ , стоимость участка ребра по любой из ветвей равна  $\varepsilon$ . Будем считать, что  $y \geq 2x + 2(k-1)\varepsilon$ .

Для поиска вложения вторичной сети в первичную использовано жадный алгоритм. Пусть стоимость ребра  $r$  зависит от числа ветвей, по которым оно будет реализовано. Обозначим эту стоимость как  $e(v)$ .

### «Жадный» алгоритм

Шаг 0. Каждой ветви  $v$  первичного графа  $PN$  припишем вес  $c(v) = a(v) + e(v)$ .

Шаг 1. Найти в графе  $PN$  все кратчайшие пути между выделенными парами вершин (согласно вторичному графу  $SN$ ). Например, можно использовать алгоритм Флойда.

Шаг 2. Среди найденных путей (для которых еще не найдена укладка) найти наименьший и реализуем его укладку на первичной сети, для этого вес его ветвей  $c(v) = e(v)$  (т.е. обнуляем стоимость ветвей первичной сети по которым прошло это ребро). Если для всех ребер найдена укладка, то Конец, иначе на Шаг 1.

Если  $\varepsilon = 0$ , то оптимальные решения одинаковы и их стоимость  $Q = y + 2x(k-1)$ .

Если  $\varepsilon > 0$ , то оптимальное решение представлено как на рис. 9а, его стоимость  $Q_{opt} = y + 2x(k-1) + \varepsilon((k+1)^2/2 - 1)$ . «Жадный» алгоритм найдет решение на рис. 9б, его стоимость  $Q = y + 2x(k-1) + \varepsilon k^2$ . Если  $y = 2x + (k-1)\varepsilon$ , то  $Q/Q_{opt} \rightarrow 2$  при  $k \rightarrow \infty$ .

Если  $y \leq 2(x + \varepsilon)$ , то оптимальное решение представлено на рис. 9с, его стоимость  $Q_{opt} = k(y + \varepsilon)$ .

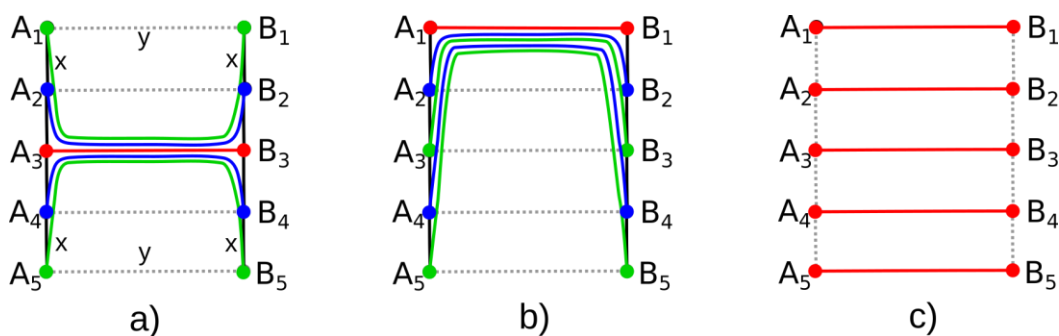


Рисунок 9 – Пример построения сетей при разной стоимости ребер и ветвей  $k$  ( $k = 5$ ).

**В седьмой главе** представлены разработанные методы и алгоритмы, а также программная реализация для проведения вычислительного эксперимента, а также анализа полученных результатов.

Предложен модифицированный метод дифференциальной эволюции, основанной на методе двухэтапного алгоритма построение оптимальных гиперсетей, а также идеологии эволюционного синтеза. Суть метода заключается в построении первоначального приближения и его последовательного улучшение путем

свободного размещения произвольного числа  $k$  дополнительных точек (ДТ) (станций, подстанций, распределительные пункты или т.н. точек Штейнера) в зависимости от количество вершин вторичной сети  $|Y|$ .

### **Этап 1. Построения начального решения:**

**Шаг 1.1.** Алгоритмом Флойда - Уоршелла построить матрицы кратчайших путей на графе  $PN=(X,V)$ ;

**Шаг 1.2.** Алгоритмом Прима или Крускала построить минимальное покрывающее дерево  $TS$  на графе  $SN=(Y \subseteq X,R)$ ;

**Шаг 1.3.** Минимальное покрывающее дерево  $TS$  отобразить на граф первичной сети  $PN$ , при этом каждое ребро дерева отображается в кратчайший путь между заданными парами вершин графа вторичной сети  $SN$ .

### **Этап 2. Улучшение:**

Для поиска координат ДТ, от которых зависит оптимальность решений, используется алгоритм дифференциальной эволюции.

**Шаг 2.1.** Представить координаты ДТ в виде вектора  $Gen = \{P\} = \{p_1, p_2, \dots, p_k\}$ ,  $k > 0$ . Множество векторов  $Gen$  определяет множество деревьев  $TS(Gen)$ , т.н. популяцией;

**Шаг 2.2.** Инициализировать множество случайных векторов  $x_i^G$ , представляющих собой возможные решения задачи оптимизации (называемых поколением);

**Шаг 2.3.** Для каждого вектора вычислить значение целевой функции. Вектор обеспечивающий наилучший результат принимается в качестве базового вектора  $x_i^G$  (поколение);

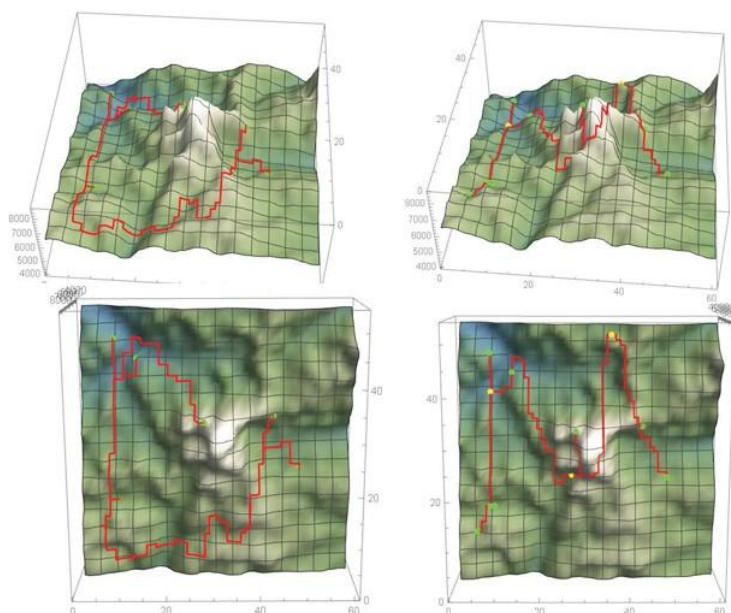
**Шаг 2.4.** Из вектора  $x_i^G$  выбирать три различных случайных вектора  $x_1^G, x_2^G, x_3^G$  и генерировать мутантный вектор  $v_i^{G+1}$  по соотношению:  $v_i^{G+1} = x_{r_1}^G + F(x_{r_3}^G - x_{r_2}^G)$ , где  $F \in \{0; 2\}$  – масштабирующий коэффициент при мутации;

**Шаг 2.5.** Над векторами  $v_i^{G+1}$  произвести операции кроссовера (скрещивания). Т.е. координаты мутантного вектора замещаются соответствующими координатами из базового вектора. Полученный после кроссовера вектор называется пробным вектором. Если он оказывается лучше базового вектора (значение целевой функции улучшилось), то в новом поколении базовый вектор заменяется на пробный, в противном случае базовый вектор сохраняется в новом поколении.

Для численного эксперимента значения основных параметров были следующие: размер популяции - 100, масштабирующий коэффициент при мутации - 0.6, частота кроссовера - 0.7, число вершин-потребителей - от 10 до 100, число дополнительных вершин - от 3 до 20.

Для реализации данного алгоритма была использована Wolfram Mathematica 10, которая позволяет использовать цифровую модель реальной местности для заданной области.

На рис. 10 приведены результаты работы предложенного алгоритма для 8-ми вершин-потребителей и 3-х дополнительных вершин



**Рисунок 10** – Построение начального решения и его улучшение для 8-ми вершин-потребителей и 3-х дополнительных вершин: а) вид с боку; б) вид сверху

В таблице 1 представлена средняя величина сокращения затрат (в круглых скобках - ее среднеквадратическое отклонение) для инженерных коммуникаций в % от начального решения для различного числа дополнительных точек (ДТ) и вершин-потребителей (П).

Таблица 1 – Построение и улучшение первоначального решения

ДТ/П	10	40	70	100
3	7.3 (3.4)	11.0 (5.7)	11.0 (5.3)	9.0 (2.4)
5	7.3 (3.1)	11.8 (7.7)	11.2 (3.3)	10.3 (2.1)
7	6.1 (3.0)	8.0 (2.9)	10.6 (4.8)	14.6 (5.4)
10	0.3 (0.5)	8.8 (4.0)	14.3 (4.9)	13.6 (2.7)
15	0	9.7 (5.5)	9.5 (2.6)	10.3 (2.8)
20	0	4.6 (3.0)	12.7 (5.3)	15.9 (5.8)

Как показали вычислительные эксперименты, используемый алгоритм дифференциальной эволюции позволяет сократить в среднем суммарные затраты для заданной инженерной сети по сравнению с начальным решением на 3% - 12%, в зависимости от конфигурации, параметров и области размещения.

Подложен модифицированный муравьиный алгоритм (*AntColony*), учитывающий ограничения на надёжность проектируемой инженерной коммуникации в виде надёжность двухуровневой гиперсети *HN*. Для каждого ребра

$\forall r \in R$  графа вторичной сети  $SN$  мы создаем муравьев, действующих по следующим правилам:

- вероятность перехода муравья в следующую вершину на итерации  $t$  определяется как:

$$P_{ij}(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta}{\sum [\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta}$$

- каждый муравей  $l_i (0 < l < L)$  имеет метку TimeToLive, т.е.  $TTL(l_i)$ :

$$TTL(l_i) = \prod_{v \in Path(l_i)} p(v)$$

где  $Path(l_i)$  - это путь для муравья  $l_i$ . При этом, если  $TTL(l_i) < P_0$  то муравей  $l_i$  умирает.

- для каждого ребра, муравей откладывает феромон на каждой ветви  $\Delta\tau_{ij}(t) = Q/length(t)$ ;
- в наборе наиболее частых маршрутов находится минимум и фиксируется, стоимость ветвей первичной сети уменьшается.

Представлены численные результаты данного алгоритма. Для надёжности были заданы следующие значения:  $p_i = 0.99, 1 \leq i \leq g, R_0 = 0.9$ . В качестве графа первичной сети  $PN$  взята сетка размерность  $10 \times 10$ . Параметры алгоритма муравьиной колонии следующее:  $\alpha := 1; \beta := 3; \tau_0 := 1; q := 50$ .

Как показано на рис. 11, количество ребер в  $SN$  для укладки в  $PN$  варьировалось от 10 до 100 (ось абсцисс).

Ось ординат – стоимость прокладывания гиперсети  $Q(HN)$ . Сравнивались результаты работы Жадного алгоритма и алгоритма муравьиной колонии. Из рисунка видно, что муравьиный алгоритм дает лучший результат для небольшого числа ребер. Когда ребер много, то результаты работы алгоритмов почти одинаковы. Однако при этом алгоритм Флойда находит решение значительно быстрее.

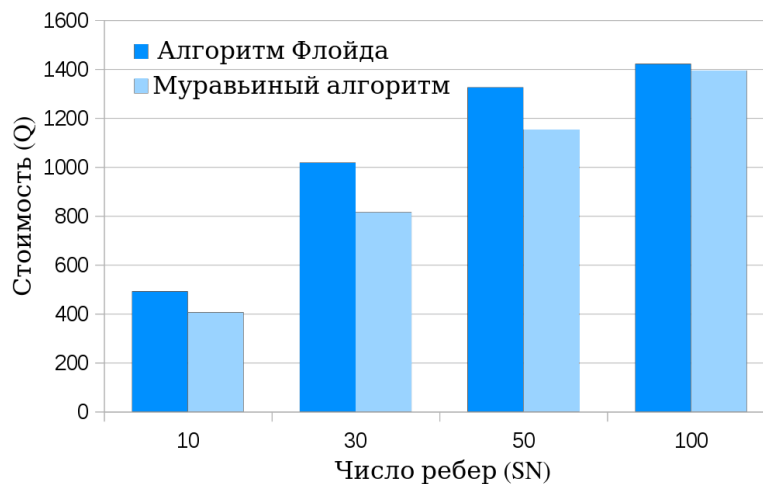


Рисунок 11 – Численные результаты: стоимость для решетки 10x10, для количества ребер от 10 до 100

Численные результаты на различных числах вершин-источника и вершин-потребителей показывают, что наилучшие результаты показывают муравьиный алгоритм адаптированные к моделям гиперсетей.

*Предложен метод k-кратчайших путей* и различные его комбинации с другим методами оптимизации для синтеза оптимальной гиперсети. Суть метода заключается в генерировании k-кратчайших путей, представляющие собой упорядоченный список доступных альтернативных маршрутов и выбора среди них наиболее оптимальных по заданному критерию маршрут.

На основе предложенного алгоритма разработан программный комплекс, который позволяет на основе алгоритма k-кратчайших путей реализовывать несколько частных алгоритмов, такие как MaxProb, FloydGreedyProb и другие.

Далее представлены алгоритмы, позволяющие улучшить решения по тому или иному критерию оптимизации.

#### **Алгоритм MaxProb:**

**Шаг 1.** Каждой ветви  $v \in V$  первичной сети, припишем вес  $(1-p(v))$ .

**Шаг 2.** Найти все кратчайшие пути между заданных пар вершин  $(y_i, y_j), i, j = 1, \dots, n, i \neq j$  (существует ребро  $r \in R$  между  $(y_i, y_j)$  в графе первичной сети  $PN = (X, V)$  с помощью алгоритма Флойда.

По найденным путям вычислить вероятность для заданных ребер  $r \in R$  вторичной сети  $p(r) = \prod_{v \in F(r)} p(v)$ .

Проверит, удовлетворяет ли полученное значение заданному порогу связности. Если да, то задача разрешима. Решение алгоритма MaxProb можно использовать как гарантированно удовлетворяющее ограничению по вероятности.

#### **Алгоритм FloydGreedyProb:**

**Шаг 1.** Найти все кратчайшие пути между заданных пар вершин  $(y_i, y_j), i, j = 1, \dots, n, i \neq j$  (существует ребро  $r \in R$  между  $(y_i, y_j)$ ) в графе первичной сети  $PN = (X, V)$  с помощью алгоритма Флойда.

**Шаг 2.** Выбрать среди них путь минимальной стоимостью, удовлетворяющий ограничению на вероятность. Осуществить вложение выбранного ребра  $r$  по кратчайшему пути  $(y_i, y_j)$  в графе  $PN = (X, V)$ .

Для всех  $v \in F(r)$  в графе первичной сети  $PN$ :  $a(v) := 0, b(v) := 0$  (стоимость ветви равна нулю для прокладывания остальных ребер).

Повторить **Шаг 1-2** для всех ребер  $r \in R$  вторичной сети.

**Шаг 3.** Ребрам, для которых путь был не найден (не удовлетворял ограничениям на вероятность), взять в качестве путей найденные алгоритмом MaxProb пути.

Этот алгоритм является адаптированным вариантом Жадного алгоритма. Весом ветвей здесь является стоимость ветви.

Аналогично, в Алгоритме муравьиной колонии (AntColony), если «муравьям» не удалось найти путь для некоторого ребра, то в качестве пути можно использовать путь, найденный алгоритмом MaxProb. Но как было отмечено выше, алгоритм MaxProb не учитывает стоимости ветвей. Далее будет представлена модификация алгоритма k-кратчайших путей, которая будет гарантировать путям ограничение на вероятность, но при этом находить пути меньшей стоимости.

### Алгоритм k-кратчайших путей (k-path).

**Шаг 1.** Алгоритмом MaxProb найти пути между заданных пар вершин.

**Шаг 2.** Упорядочить  $r \in R$  вторичной сети  $SN = (Y, R)$  по возрастанию их веса (получим список  $\{r_i\}$ ).

**Шаг 3.** Известным алгоритмом Йена между конечными узлами выбранного ребра  $r_i \in R$  найти все k-кратчайшие пути, представляющие упорядоченный список доступных альтернативных маршрутов в графе  $PN$ . Опишем подробно модификацию алгоритма Йена:

**Шаг 3.1.** Сортировать по убыванию стоимости ветвей ребра  $r_i \in R$ .

**Шаг 3.2.** Удалить ветвь (по списку) и в новом графе первичной сети находим кратчайший по вероятности пути для ребра  $r_i$  алгоритмом Дейкстры.

**Шаг 3.3.** Если новый путь удовлетворяет ограничению по вероятности и имеет меньшую стоимость, чем предыдущий вариант, то запомнить его. Возвращать ветвь в первичную сеть. На Шаг 3.2.

Данный алгоритм можно использовать как часть в других алгоритмах. Далее в сравнении работы алгоритмов будут упоминаться следующие алгоритмы:

- **Greedy+ k-path** - это алгоритм FloydGreedyProb, в котором на Шаге 3 используются пути, найденные алгоритмом k-path.
- **AntColony+ k-path** - это алгоритм AntColony, в котором для ненайденных путей, используются пути, найденные алгоритмом k-path.

### Алгоритм k-кратчайших путей 2 (k-path 2).

Это вариация предыдущего алгоритма, только поиск ведется не от самых надёжных путей, а от самых дешевых.

Сначала алгоритмом Floyd находим кратчайшие пути. Проверяем их надежности по ограничению  $K$ . Для тех путей, для которых это условие не выполнено, производим следующие шаги:

- сортировать ветви в пути в соответствии с их вероятностью  $\{p(v)\}$ ;
- убирать в пути ветвь с самой плохой вероятностью. Алгоритмом Дейкстры найти новый кратчайший путь, если его надежность  $p(r) \leq K$ , то конец. Иначе возвращать удалённую ветвь и убрать следующую и т. д.

Если не удалось найти пути с надежностью  $p(r) \leq K$ , то в качестве пути берется путь, найденный алгоритмом MaxProb.



Далее представлено результаты численного эксперимента по сравнению результатов работы алгоритмов, описанных выше. В качестве первичной сети взята решетка 10x10 вершин. Стоимость ветвей первичной сети – случайные числа от 5 до 10 условных единиц. Стоимость ребер вторичной сети – случайные числа от 1 до 5.

Ограничение на вероятность  $P_0 = 0.7$  для  $|R|=5, 10$ ,  $P_0 = 0.6$  для  $|R|=30, 60$ ,  $P_0 = 0.5$  для  $|R|=80$ .

На рис.12 по оси ординат показана стоимость полученной гиперсети, по оси абсцисс – число ребер  $|R|$ , которые нужно вложить в первичную сеть.

Из графика видно, что комбинация алгоритмов AntColony + k-path находит решение меньшей стоимости, что просто AntColony.

Для небольших значений  $|R|$ , лучшее решение находит семейство алгоритмов AntColony, а для больших лучше работают жадные алгоритмы (Greedy).

Следует отметить, что алгоритм k-path находит более дешевое решение чем MaxProb только при небольших значениях  $|R|$ . Хотя каждый отдельный путь алгоритм k-path найдет не дороже чем MaxProb, но не учитывается, что в конце стоимость ветвей первичной сети будет учитываться только один раз, не зависимо сколько ребер через нее прошло. В алгоритме MaxProb, чем надежнее ветвь, тем возможно большее число путей пройдут через нее, а в алгоритме k-path, ища более дешевое решение ребра, хуже группируются в некоторых ветвях, отсюда итоговое решение более дорогое. Но когда алгоритм k-path используется как часть другого алгоритма, находится более дешевое решение.

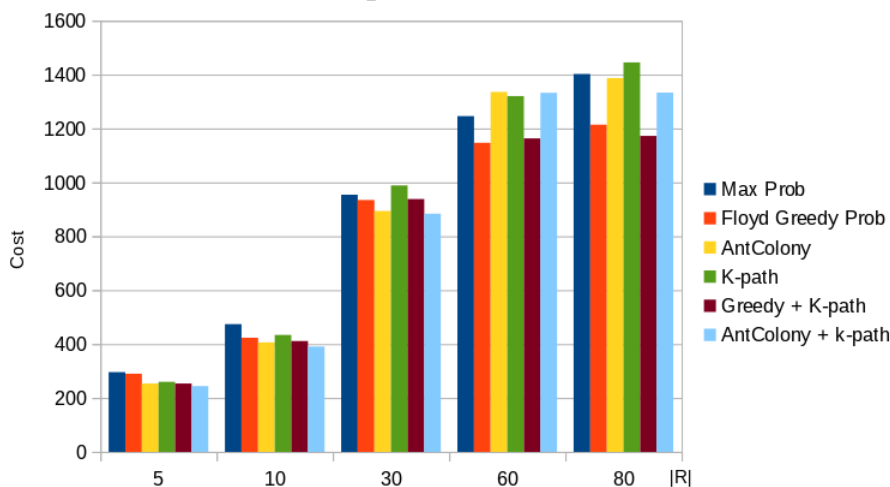


Рисунок 12 – Результаты работы алгоритмов для решетки 10x10, количество ребер вторичной сети от 5 до 80.

**В заключении диссертации** обобщены результаты научных исследований и разработок, а также представлен круг задач, решенных в работе.

**В приложении** приведены акты внедрения результатов исследований и листинг программного комплекса по поддержке принятия проектного решения.

## ВЫВОДЫ

В ходе исследования были получены следующие основные результаты:

1. Разработана трехмерная математическая модель местности, учитывающая как высотные, так и плановые ограничения прокладки инженерных сетей и коммуникаций, а также сформулированы задачи оптимизации сетей и коммуникаций в трехмерном пространстве.

2. Разработаны различные математические модели для структуры проектируемых типов сетей и коммуникаций на основе двухуровневой гиперсети, позволяющие учитывать их совместимость (или не совместимость), а также вложенность проектируемой коммуникации в области размещения.

3. Разработан модифицированный метод трассировки лучей, позволяющий прокладку инженерных сетей и коммуникаций в условиях городской застройки, с учетом существующих сетей и коммуникаций, а также углы поворота при обходе этих препятствий.

4. Проведен анализ и исследования оптимизационных задач по проектированию и строительству инженерных сетей и коммуникаций различного назначения. Задачи оптимизации сетей и коммуникаций поставлены в виде многокритериальной задачи, с различными конфликтующими показателями и ограничениями.

5. Доказана NP-трудность задач оптимизации сетей и коммуникаций различного назначения, а также проведено исследование по анализу сложности задач оптимизации сетей и коммуникаций, а также методов их решения.

6. Разработан ряд методов и алгоритмов, таких как: модифицированный метод дифференциальной эволюции, модифицированный алгоритм муравьиной колонии, модифицированный метод k-кратчайших путей, позволяющий построить более предпочтительные решения для многокритериальных задач с заданными ограничениями и требованиями, накладываемыми на проектируемый тип сети.

7. Разработан программный комплекс, позволяющий реализовать ряд алгоритмов, основанных на модели гиперсетей и эволюционного синтеза, а также на различных метаэвристиках, таких как: локальный поиск с адаптацией, генетические алгоритмы, метод дифференциальной эволюции и муравьиный алгоритм.

8. Проведены численные эксперименты и анализ полученных результатов. Как показывает анализ результатов при проведении вычислительных экспериментов, была выявлена эффективность предложенных алгоритмов над классическими методами оптимизации.

## **СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ:**

1. Токтошов, Г.Б. Математические модели и методы как основа цифровизации инженерных коммуникаций: монография [Текст]/Г.Б. Токтошов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2022. – 212 с.
2. Токтошов, Г. Б. Математические модели и алгоритмы для проектирования магистрального трубопровода транспортировки георесурсов [Текст] / Г. Б. Токтошов, Д. А. Мигов // Изв. Том. политехн. ун-та. Инжиниринг георесурсов. – 2024. – Т. 335, № 7. – С. 155–165.
3. Toktoshov, G. Y. The Routes Choosing Methodology for Laying Networks in Three-Dimensional Space Proceedings [Text] / G. Y. Toktoshov // Optimization Problems of Complex Systems: 17th Int. Asian School-Seminar. – Moscow; Novosibirsk; Almaty, 2021. – P. 134–138.
4. Lyakhov, O. A. The Repair Works Planning Problems in the Utility Networks Nodes [Text] / O. A. Lyakhov, G. Y. Toktoshov // Optimization Problems of complex systems: 15th Int. Asian School-Seminar, 26-30 Aug. 2019, Novosibirsk, 2019. – Novosibirsk, 2019. – P. 92–95.
5. Toktoshov, G. The Application of the k-shortest Paths Method for Constructing an Optimal Hypernet [Text] / G. Toktoshov, D. Migov // Optimization Problems of complex systems: 15th Int. Asian School-Seminar, 26-30 Aug. 2019, Novosibirsk. – Novosibirsk, 2019. – P. 162–166.
6. Токтошов, Г. Б. Оптимизация маршрутов прокладки магистрального трубопровода для транспортировки георесурсов [Текст] / Г. Б. Токтошов, А. Н. Юргенсон, Д. А. Мигов // Изв. Том. политехн. ун-та. Инжиниринг георесурсов. – 2019. – Т. 330, № 6. – С. 41–49.
7. Toktoshov, G. Y. On a Problem of the Utility Network Design [Text] / G. Y. Toktoshov, A. N. Yurgenson, D. A. Migov // OPTA-SCL 2018, 8-14 July 2018. – 2018. – Vol. 2098. – P. 385–395.
8. Toktoshov, G. Models and Algorithms of Evolutionary Synthesis for Optimization of Engineering Networks [Text] / G. Toktoshov, O. Monakhov // Proc. of Int. Multi-Conf. on Engineering, Computer and Information Sci. (SIBIRCON), Novosibirsk, 18-22 Sept. 2017. – Novosibirsk, 2017. – P. 167–171.
9. Toktoshov, G. Design of Utility Network Subject to Reliability Constraint [Text] / G. Toktoshov, A. Yurgenson, D. Migov // Proc. of Int. Multi-Conf. on Engineering, Computer and Information Sci. (SIBIRCON), Novosibirsk, 18-22 Sept. 2017. – Novosibirsk, 2017. – P. 172–175.
10. Токтошов, Г. Б. О создании геоинформационных систем на основе гиперсетей для организации инженерной инфраструктуры современных городов [Текст] / Г. Б. Токтошов // Изв. Том. политехн. ун-та. Инжиниринг георесурсов. – 2016. – Т. 327, № 1. – С. 46–52.

11. Токтошов, Г. Ы. Методология выбора трасс для прокладки сетей и коммуникаций [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Вестн. Сиб. гос. ун-та телекоммуникаций и информатики. – 2022. – № 1. – С. 97–107.
12. Токтошов, Г. Ы. Модели организации ремонтных работ для обеспечения работоспособности коммуникаций [Текст] / Г. Ы. Токтошов, А. О. Ляхов // Вестн. Сиб. гос. ун-та телекоммуникаций и информатики. – 2021. – № 1. – С. 94–101.
13. Токтошов, Г. Ы. О сложности задач оптимизации сетей инженерных коммуникаций [Текст] / Г. Ы. Токтошов, А. Н. Юргенсон, Д. А. Мигов // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2020. – Т. 14, № 9. – С. 17–23.
14. Токтошов, Г. Ы. Задачи оптимизации сетей инженерных коммуникаций различного назначения [Текст] / Г. Ы. Токтошов. – Проблемы автоматизации и управления. – 2019. – № 1 (36). – С. 5–11.
15. Токтошов, Г. Ы. Об оптимизации сетей инженерных коммуникаций различного назначения [Текст] / Г. Ы. Токтошов, Д. А. Мигов // Вестн. Бурят. гос. ун-та. Математика, информатика. – 2019. – № 1. – С. 78–90.
16. Toktoshov, G. Y. An approach to the utility network design [Text] / G. Y. Toktoshov, D. A. Migov, A. N. Yurgenson // Bull. of the Novosibirsk Computing Center. Series. Computer Sci. – 2018. – Iss. 42. – P. 77–84.
17. Жусупбаев, А. Об одной задаче оптимизации распределения ресурсов в иерархических сетях [Текст] / А. Жусупбаев, Г. Ы. Токтошов // Проблемы информатики. – 2017. – № 1. – С. 2–14.
18. Монахов, О. Г. Алгоритм дифференциальной эволюции в задачах оптимизации маршрутов прокладки инженерных сетей [Текст] / О. Г. Монахов, Э. А. Монахова, Г. Ы. Токтошов // Наука и образование. – 2015. – № 9. – С. 135–144.
19. Токтошов, Г. Ы. Методы эволюционного синтеза для решения задач оптимизации сетей инженерных коммуникаций [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Проблемы управления и информационных технологий: докл. II-й междунар. конф., посвящ. 55-летию Ин-та автоматизации и информ. технологий НАН КР, г. Бишкек, 25-26 сент. 2015 г. – Бишкек, 2015. – С. 183–192.
20. Токтошов, Г. Ы. Вопросы об организации инфраструктуры мегаполиса [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Проблемы информатики. – 2015. – № 1 (26). – С. 65–72.
21. Монахов, О. Г. Применение алгоритма муравьиной колонии для построения оптимальной гиперсети [Текст] / О. Г. Монахов, Г. Ы. Токтошов // Проблемы информатики. – 2014. – № 3 (24). – С. 3–11.
22. Токтошов, Г. Ы. Выбор оптимального способа прокладки подземных инженерных коммуникаций [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Проблемы автоматизации и управления (Бишкек). – 2014. – № 1. – С. 108–115.
23. Токтошов, Г. Ы. Гиперсети в моделировании и оптимизации совмещенной прокладки подземных инженерных коммуникаций [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Проблемы информатики. – 2014. – № 1 (22). – С. 15–23.

24. Токтошов, Г. Ы. Гиперсетевая модель размещения инженерных коммуникаций на пересеченной местности [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Проблемы автоматизации и управления (Бишкек). – 2013. – № 1. – С. 40–45.
25. Токтошов, Г. Ы. Методика выбора трассы для автомобильных дорог в горной лавиноопасной местности [Текст] / Г. Ы. Токтошов. – Проблемы информатики. – 2013. – № 1 (18). – С. 37–41.
26. Токтошов, Г. Ы. Методология и практические методы построения сетей автомобильных дорог минимальной стоимости [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Проблемы автоматизации и управления (Бишкек). – 2012. – № 2. – С. 64–70.
27. Попков, В.К. Об одном подходе к оптимизации инфраструктуры инженерных сетей [Текст] / В. К. Попков, Г. Ы. Токтошов, А. Н. Юргенсон // Вестн. Сиб. гос. ун-та телекоммуникаций и информатики. – 2012. – № 3. – С. 11–28.
28. Токтошов, Г.Ы. Исследование эффективности метода k-кратчайших путей для оптимизации топологии иерархических сетей [Текст]/Г.Ы.Токтошов, А.Н. Юргенсон, Д.А. Мигов// Проблемы оптимизации сложных систем: тр. XVI Междунар. азиат. школы-семинара, Россия, Новосибирск, 25–29 августа 2020 г. – Новосибирск, 2020. – С.38-42.
29. Токтошов, Г.Ы. Об одной задаче мультикритериальной оптимизации сетей инженерных коммуникаций [Текст]/Г.Ы.Токтошов // Обработка информации и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 24-25 апр. 2019. – С. 192 – 197.
30. Токтошов, Г.Ы. Задачи оптимизации инженерных сетей в условиях городской застройки [Текст]/Г.Ы.Токтошов // Обработка информации и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 26-27 апр. – Новосибирск, 2018. – С.253 – 257.
31. Токтошов, Г.Ы. Об одной задаче структурной оптимизации инженерных сетей [Текст]/Г.Ы.Токтошов// Проблемы оптимизации сложных систем: тр. XIV Междунар. азиат. школы-семинара, Кыргызская Республика, оз. Иссык-Куль, 20-31 июля 2018 г. – Алматы, 2018. – Ч. 2. – С. 261–268.
32. Токтошов, Г.Ы. Гиперсетевая модель и методы оптимизации инженерных и транспортных сетей [Текст]/Г.Ы.Токтошов // Обработка информации и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 26-27 апр. – Новосибирск, 2017. – С.267 – 272.
33. Токтошов, Г. Ы. О выборе трасс для прокладки сетей инженерных коммуникаций [Текст]/ Г. Ы. Токтошов // Обработка информации и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 22-24 апр. 2016 г. – Новосибирск, 2016. – С. 291–297.
34. Токтошов, Г.Ы. Об одной модификации алгоритма муравьиной колонии для построения гиперсетей [Текст]/Г.Ы.Токтошов, О.Г. Монахов// Проблемы

оптимизации сложных систем: тр. XII Междунар. азиат. школы-семинара, Новосибирск, 12-16 дек. 2016 г. – С.536 – 541.

35. Токтошов, Г. Ы. Применение алгоритма дифференциальной эволюции для синтеза оптимальной структуры инженерных сетей [Текст] / О. Г. Монахов, Э. А. Монахова, Г. Ы. Токтошов // Проблемы оптимизации сложных систем: тр. XI междунар. азиат. школы-семинара, Кыргыз. Респ., г. Чолпон-Ата, 27 июля-7 авг. 2015 г. – Бишкек, 2015. – Ч. 2. – С. 458–463.

36. Токтошов, Г.Ы. Эволюционный подход к решению задач оптимизации маршрутов прокладки инженерных сетей [Текст] / О. Г. Монахов, Э. А. Монахова, Г. Ы. Токтошов // Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики-2015: междунар. конф., посвящ. 90-летию со дня рождения акад. Г. И. Марчука, Новосибирск, 19-23 окт. 2015 г. – Новосибирск, 2015. – С. 506–510.

37. Токтошов, Г. Ы. Системный подход к оптимизации сетевой инфраструктуры мегаполиса [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Обработка информации и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 22-24 апр. 2015 г. – Новосибирск, 2015. – С. 299–307.

38. Токтошов, Г. Ы. Об одной задаче размещения элементов инженерных коммуникаций [Текст] / А. Ж. Жусупбаев, Г. Ы. Токтошов // Обработка информации и математическое моделирование: материалы Рос. науч.- техн. конф., Новосибирск, 22-24 апр. 2015 г. – Новосибирск, 2015. – С. 314–320.

39. Токтошов, Г.Ы. Об оптимизации инженерных сетей крупных городов [Текст]/Г. Ы. Токтошов// Современные концепции научных исследований: тр. XII междунар. научно-практ. конференции, Москва, 27-28 марта 2015 г. – Москва, 2015. – Ч.5 – С. 16 – 19.

40. Монахов, О. Г. Об одном подходе к эволюционному синтезу регулярных сетей [Текст] / О. Г. Монахов, Э. А. Монахова, Г. Ы. Токтошов // Проблемы оптимизации сложных систем: тр. X Междунар. азиат. школы-семинара, Кыргыз. Респ., 25 июля-5 авг. 2014 г. –Новосибирск, 2014. – Ч. 2. – С. 505–509.

41. Токтошов Г.Ы. Методика построения инженерных коммуникаций в горной пересеченной местности [Текст] / Г. Ы. Токтошов// Проблемы оптимизации сложных систем: тр. X Междунар. азиат. школы-семинара, Кыргыз. Респ., 25 июля-5 авг. 2014 г. –Новосибирск, 2014. – Ч. 2. – С. 675 – 682.

42. Токтошов, Г. Ы. Методика совмещенного размещения инженерных коммуникаций в городских условиях [Текст] / Г. Ы. Токтошов// Обработка информационных сигналов и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 22-25 апр. 2014 г. – Новосибирск, 2014. – С. 98–101.

43. Токтошов, Г. Ы. Об одном подходе к оптимизации совмещенных инженерных коммуникаций [Текст] / В. К. Попков, Г. Ы. Токтошов // Проблемы оптимизации сложных систем: тр. IX Междунар. азиат. школы-семинара, Респ. Казахстан, г. Алматы, 15-25 авг. 2013 г. – Алматы, 2013. – С. 254–261.

44. Токтошов, Г.Ы. Задачи выбора трассы для прокладки инженерных коммуникаций на пересеченной местности [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Информатика и телекоммуникаций: тр. конф. молодых ученых Инист. вычислит. матем. и матем. геофизики Сибирское отд. Росс. акад. наук, Новосибирск, 2-4 апр. 2013 г. – Новосибирск, 2013. – С.151 – 157.
45. Токтошов, Г. Ы. Иерархический подход к выбору трасс линейных сооружений [Текст] / В. К. Попков, Г. Ы. Токтошов // Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений: материалы II Междунар. науч. конф., Кыргыз. Респ., Иссык-Куль (Аврора), 5-7 сент. 2013 г. – Бишкек, 2013. – Т. 1. – С. 207–216.
46. Токтошов Г.Ы. Задачи размещения инженерных коммуникаций на пересеченной местности [Текст] / Г. Ы. Токтошов// Обработка информационных сигналов и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 23-24 мая 2013 г. – Новосибирск, 2013. – С.152 –155.
47. Токтошов, Г. Ы. Построение цифровой модели местности для задачи размещения инженерных коммуникаций [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Обработка информационных сигналов и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 23-24 мая 2013 г. – Новосибирск, 2013. – С. 155–156.
48. Токтошов, Г. Ы. Об одном методе в задачах оптимизации инженерных коммуникаций [Текст] / Г. Ы. Токтошов // Проблемы оптимизации сложных систем: тез. докл. Восьмой междунар. азиат. школы-семинара, 2-12 июля 2012 г., г. Омск. – Омск, 2012. – С. 191–194.
49. Токтошов, Г.Ы. Об одной задаче эффективного размещения линейных объектов на заданной территории [Текст] / Г. Ы. Токтошов// Обработка информационных сигналов и математическое моделирование: материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 26-27 апр. 2012 г. – Новосибирск, 2012. – С.131 – 134.

**Токтошов Гүлжигит Ысаковичтин 05.13.18 – математикалык моделдөө, сандык ыкмалар жана программалар комплекси адистиги боюнча техника илимдердин доктору илимий даражасын алуу үчүн «Инженердик коммуникациялык сеттерди оптималдаштыруу моделдерин жана ыкмаларын иштеп чыгуу» темасына жазылган диссертациясына**

**РЕЗЮМЕ**

**Ачкыч сөздөр:** инженердик коммуникация, сызыктуу курулуш, граф, гиперсет, биринчилик тармак, экинчилик тармак, ишенимдүүлүк, жашоо жөндөмдүүлүгү, көп критериалдуулук, NP-татаалдык, натуралдык эсептөө, эволюциялык синтез, ач көздүк стратегия, дифференциалдык эволюция, эсептөө алгоритми.

**Изилдөө объектиси:** берилген аймакка курулуучу инженердик тармактар жана коммуникациялар.

**Иштин максаты:** инженердик сеттерди жана коммуникацияларды оптималдаштыруу маселелеринин көп критериялуулугун жана NP-татаалдыгын эске алуучу моделдерди жана ыкмаларды, ошондой эле сандык эксперимент жүргүзүү үчүн эсептөө алгоритмдерин жана программаларды иштеп чыгуу, жана алынган натыйжаларды талдоо.

**Изилдөө ыкмалары:** графтар жана гипертармак теориясынын ыкмалары; табигый эсептөө жана эволюциялык синтез ыкмалары, аймактын рельефин компьютердик моделдөө, тор жакындаштыруу ыкмалары, вариациялык эсептөө ыкмалары, дискреттик оптималдаштыруу ыкмалары, сеттердин ишенимдүүлүгүн талдоо ыкмалары.

**Алынган натыйжалар жана алардын жаңылыгы:** инженердик сеттердин жана коммуникациялардын түзүлүшү үчүн математикалык модель; инженердик тармактарды жана коммуникацияларды оптималдаштыруу маселелеринин гипертармактык коюлушу жана алардын NP-татаалдыгын далилдөө; гипертармак теориясынын моделине жана эволюциялык синтезге негизделген тармактарды жана коммуникацияларды оптималдаштыруу моделдери жана алгоритмдери; көп критериялуу оптимизация маселесин чечүү үчүн табигый эсептөө ыкмалары; k-кыска жолдордун ыкмасына, “ач көз” эвристикага жана гипертармак теориясынын моделдерине негизделген гибридик эсептөө алгоритмдери; сандык эксперимент жана тесттик эсептөөлөрдү жүргүзүү үчүн программалык комплекс.

**Колдонуу аймагы:** иштелип чыккан моделдер жана ыкмалар, ошондой эле эсептөө алгоритмдери жана программалык продуктылар ар кандай максаттар үчүн инженердик тармактарды жана коммуникацияларды долбоорлоо жана куруу, долбоорлоо уюмдарында чечимдерди кабыл алууну колдоо жана адистештирилген ГИС-технологияларды иштеп чыгуу үчүн, жана ошондой эле окуу процессинде колдонууга багытталган.



## РЕЗЮМЕ

**диссертации Токтошова Гулжигит Ысаковича на тему «Разработка моделей и методов оптимизации сетей инженерных коммуникаций» на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.13.18- математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.**

**Ключевые слова:** инженерная коммуникация, линейное сооружение, граф, гиперсеть, первичная сеть, вторичная сеть, надежность, живучесть, многокритериальность, NP-трудность, натурное вычисление, эволюционный синтез, жадная стратегия, дифференциальная эволюция, вычислительный алгоритм.

**Объектом исследования** являются инженерные сети и коммуникации, прокладываемые на заданной области.

**Целью исследований** является разработка моделей и методов оптимизации инженерных сетей и коммуникаций, учитывающей многокритериальность и NP-трудность оптимизационных задач, а также вычислительных алгоритмов и программ для проведения численного эксперимента, и сравнительного анализа полученных результатов.

**Методы исследования:** методы теории графов и теории гиперсетей; методы натурального вычисления и эволюционного синтеза, компьютерное моделирование рельефа местности, методы сеточной аппроксимации, методы вариационного исчисления, методы дискретной оптимизации, методы анализа надёжности сетей.

**Полученные результаты и их новизна:** математическая модель для структуры инженерных сетей и коммуникаций; гиперсетевая постановка задач оптимизации инженерных сетей и коммуникаций и доказательство их NP-трудности; модели и алгоритмы оптимизации сетей и коммуникаций основанные на модели теории гиперсетей и эволюционного синтеза; методы натурального вычисления для решения задачи многокритериальной оптимизации; гибридные вычислительные алгоритмы основанные на методе k-кратчайших путей, жадной эвристики и теории гиперсетей; программный комплекс для проведения вычислительного эксперимента и тестовых расчетов.

**Область применения:** разработанные модели и методы, а также вычислительные алгоритмы и программные продукты ориентированы на применение в области проектирования и строительства инженерных сетей и коммуникаций различного назначения, в проектных организациях для поддержки принятия проектных решений и для разработки специализированных ГИС-технологий, и в учебном процессе.

## SUMMARY

**Dissertation of Toktoshov Gulzhigit Ysakovich on " Development of networks engineering communication optimization models and methods" for The Ph.D. in technical sciences, specialty 05.13.18. - mathematical modeling, numerical methods, and programs.**

**Keywords:** engineering communication, linear structure, graph, hypernet, primary network, secondary network, reliability, survivability, multi-criteria, NP-hard, natural calculation, evolutionary synthesis, greedy strategy, differential evolution, computational algorithm.

**Object of research:** engineering networks and communications laying on a given area.

**The purpose of research:** development of networks engineering communications optimization models and methods, as well as computational algorithms and programs for conducting numerical experiments and comparative analysis of the results obtained.

**Methods:** graph theory and hypernet methods; natural calculation and evolutionary synthesis methods, computer modeling of terrain, grid approximation methods, variational calculation methods, discrete optimization methods, network reliability analysis methods.

**Results and novelty:** mathematical models for the engineering networks and communications structure; hypernet formulation of optimization problems for engineering networks and communications and proof of their NP-hard; models and algorithms for optimizing networks and communications based on the model of hypernet theory and evolutionary synthesis; methods of natural calculation to solve the problem of multicriterial optimization; hybrid computational algorithms based on the k-shortest paths method, greedy heuristics and hypernet theory; a software package for conducting computational experiments and test calculations.

**Scope:** The developed models and methods, as well as computational algorithms and software products, are focused on application in the field of design and construction of engineering networks and communications for various purposes, in design organizations to support design solutions and for the development of specialized GIS technologies, and in the educational process.

Токтошов Гулжигит Ыскович

Разработка моделей и методов оптимизации сетей инженерных коммуникаций

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
доктора технических наук  
Подписано в печать “ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_  
Заказ № \_\_\_\_\_

Формат 60x84 /16. Объем 2.5 п. л. Тираж \_\_\_\_ экз.  
Издательство: \_\_\_\_\_, Бишкек