

ДИССЕРТАЦИОННЫЙ СОВЕТ – Д 01.04.240

На правах рукописи
УДК 539.4

МАМАТОВ ЖАНЫБЕК ЫСАКОВИЧ

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИЛАТАНСИИ МАТЕРИАЛОВ С УЧЕТОМ
РАЗУПРОЧНЕНИЯ

Специальность 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

Диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

БИШКЕК – 2004

Работа выполнена в Кыргызском Государственном университете
строительства, транспорта и архитектуры.

Научные руководители

- доктор физико-математических наук,
профессор Рудавев Я.И.
- доктор физико-математических наук,
профессор Рычков Б.А.

Официальные оппоненты:

- доктор физико-математических наук,
профессор Салиев А.Б.
- кандидат технических наук
Кожобаев Ж.Ш.

Ведущая организация:

Институт физики и механики горных
пород ИАН КР

Защита диссертации состоится "29" октября 2004г. в "10⁰⁰"
часов на заседании Диссертационного совета Д.01.04.240 по защите
диссертаций на соискание ученой степени доктора (кандидата) наук в
Кыргызском техническом университете им. И. Разакова по адресу: 720044,
Кыргызская Республика, г. Бишкек, пр. Манаса, 66.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Кыргызского
технического университета им. И. Разакова.

Ваш отзыв на автореферат в двух экземплярах, заверенный печатью
учреждения, просим направлять в адрес по месту защиты диссертации.

Автореферат разослан "24" сентября 2004г.

Ученый секретарь
диссертационного
совета, к.т.н., доцент


А.С. Иманкулова

Общая характеристика работы

Настоящая работа посвящена моделированию закономерностей деформирования горных пород с позиций концепции скольжения и в рамках теории, основанной на введении внутренних параметров состояния. Исследуется характер деформационного (раз)упрочнения начально изотропных и ортотропных пластических материалов при различных сложных нагружениях.

Актуальность темы исследования. Задача описания неупругого поведения прогрессивно разрушающихся тел при квазистатическом нагружении важна для решения многих краевых задач, возникающих в горном деле и в различных отраслях техники. Наиболее яркими представителями работающих в таких условиях материалов являются горные породы и бетон, у которых наблюдается эффект дилатансии в широком диапазоне нагрузок вплоть до предела остаточной прочности. Очевидно, что упругий классический анализ не обеспечивает реалистичной информации о распределении напряжений внутри конструктивных элементов, содержащих такие материалы, и не даст возможности определить коэффициент запаса гарантирующей конструкции от разрушения. С другой стороны метод предельного равновесия, основанный на использовании модели идеальной пластичности с неограниченным течением, может привести к завышению действительной несущей способности и не дает никакой информации о величинах деформаций и смещений, предшествующих разрушению. Таким образом, существует необходимость в таких моделях материала, которые достаточно хорошо моделировали бы соотношения напряжения-деформации и описывали бы прогрессирующее разрушение и пластическое течение при деформировании. Известно, что массивы пород верхних (техногенных) частей земной коры в сейсмоактивных горноскладчатых областях находятся в запердельном напряженно-деформированном состоянии на уровне остаточной прочности. Поэтому, эффективным считается метод оценки склонности пород к динамическому разрушению по запердельным характеристикам, получаемым на основе испытания образцов породы на жестких прессах, а отплетение модуля слада разрушаемого образца к модулю упругости может служить мерой оценки удароопасности горных пород. Кроме того, остаточная прочность при испытании монолитных образцов практически равна остаточной прочности структурно-нарушенных пород, а ее уровень зависит от вида напряженного состояния.

Отмеченные особенности поведения горных пород выдвигают на нынешнем этапе исследований новый принципиальный аспект механики геоматериалов, а именно: учет неравновесности в определяющих соотношениях. Такой подход становится реализуемым, если процессе необратимого деформирования и разрушения горных пород рассматривать как размытый фазовый переход с привлечением теории катастроф. Еще одну возможность в этом отношении доставляет концепция скольжения (правильно отражающая основной механизм явления пластичности) в сочетании с механизмом разрыхления, сопровождающего локальное скольжение.

Предыдущие исследования, заложившие прочную основу для развития указанного подхода, изложены в трудах Б.Будянского, Д.Друкера, В.Гратера,

Р.Хидла, М.Я.Леонова, С.А.Христиановича, Е.Н.Шемякина, А.Н.Ставрогина, Ю.Н.Работнова, Н.Н.Русинко, А.Ф.Ревуженко и многих других.

Цель работы. Разработка определяющих соотношений связи между напряжениями и деформациями для геоматериалов, описывающих полную диаграмму деформирования, в том числе за пределами ее участка.

Основные положения и результаты, вносимые на защиту:

- определение параметров начальной анизотропии горных пород;
- формулировка критерия текучести и определение плоскости среза;
- верификация модели скольжения и разрыхления на основе известных экспериментальных данных лабораторных испытаний образцов горных пород;
- обоснование приемлемости метода теории катастроф к описанию процессов упрочнения и разупрочнения горных пород;
- вероятностный подход к повреждаемости с идентификацией с законом нормального распределения;
- формулировка определяющих соотношений в форме минимума энергетической функции состояния, представляемой суммой из потенциала (обратимые процессы), и возмущения (необратимые процессы).

Научная новизна:

- сформулировано и проверено условие текучести (прочности) пород при неравномерном трехосном сжатии, которое в отличие от критерия Кулона-Мора указывает также фактический угол среза;
- определены и уточнены материальные параметры и функции, входящие в выражение для сопротивления сдвигу как основной прочностной характеристики материала;
- достигнуто соответствие расчетных и экспериментальных данных с охватом области предельного деформирования;
- представлена энергетическая функция состояния в виде суммы потенциальной функции и возмущения, ответственного за испугругие процессы;
- сформулировано уравнение состояния в конечной форме, причем несовершенства при текучих структурных изменениях учитываются изменением параметра повреждаемости;
- разработаны методы применения статистической механики для формулировки кинетического уравнения в стационарной форме уравнения Фоккера-Планда для параметра повреждаемости.

Достоверность полученных результатов – обусловлена логической последовательностью и строгостью построенных математических выкладок, корректностью постановки рассмотренных задач и методов их решения. Достоверность решений и выводов подтверждается проверкой в сопоставимых случаях с известными решениями, предельным переходом от полученных общих решений к частным, а также сравнением результатов проведенных расчетов с имеющимися экспериментальными данными.

Практическая ценность работы – определяется полученными соотношениями связи между напряжениями и деформациями для геоматериалов, описывающими полную диаграмму деформирования, в том

числе за пределами прочности. Полученные результаты могут быть использованы при исследовании прочности массивов горных пород, скважин, оснований и фундаментов, а также в спецкурсах, читаемых в вузах по механике испугругих деформаций.

Личный вклад автора:

- сформулировано и проверено условие текучести (прочности) пород при неравномерном трехосном сжатии, которое в отличие от критерия Кулона-Мора указывает также фактический угол среза.

- конкретизированы и апробированы (на достаточном количестве горных пород) параметры и функции, входящие в предлагаемое аналитическое представление сопротивления сдвигу как основной прочностной характеристики материала;

- установлена область существования монотонной деформации при сложном нагружении, когда остаются справедливыми конечные соотношения связи между напряжениями и деформациями за пределами упругости;

- с единичных позиций рассмотрена полная диаграмма деформирования, включающая исчезающую ветвь до предела остаточной прочности;

- проанализированы опыты по оценке повреждаемости горных пород;
- установлена связь между параметром повреждаемости и параметром несовершенства.

Публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 15 работах, список которых приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации. Диссертация изложена на 125 машинописных страницах, состоит из четырех глав, включая введение, заключение и список литературы из 81 наименования; она содержит 43 рисунка и 8 таблиц.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении – приводится краткий обзор состояния и путей решения главных проблем теории пластичности, указываются на имеющиеся недостатки и противоречия, связываемые, в основном, с игнорированием или чрезмерным упрощением механизма испугругих деформаций, отмечается актуальность и перспективность темы исследования, а также излагается цель и наиболее важные результаты и положения работы, выносимые на защиту.

Первая глава работы посвящена определению испугругих параметров и условия текучести. Для испугругой составляющей деформации при сложном напряженном состоянии закон Гука недостаточно удовлетворителен, если предполагать исходную начальную изотропию горных пород. Такая ситуация некоторыми исследователями оценивается как изменение модуля испугругости (E) с изменением вида напряженного состояния. Однако существует и другое объяснение. Для многих пород приемлемо, в частности, предположение об ортотропной симметрии в естественном состоянии.

Условие текучести горных пород. Согласно упрощенной концепции скольжения в трактовке М.Я. Леонова, вначале рассматриваются локальные сдвиги как плоскопараллельные смещения прослоек материала в условиях плоскопластической деформации. Считается, что эти сдвиги возникают, если на

некоторой площадке касательное τ_η и нормальное σ_η напряжения удовлетворяют условию:

$$\tau_\eta = S_0 - \mu \sigma_\eta, \quad (1)$$

где μ и S_0 - параметры материала, определяемые из эксперимента.

В момент возникновения скольжения касательное напряжение (τ_β) нигде не должно превышать сопротивление сдвигу (S_0), вследствие чего в этот момент должно выполняться условие

$$\frac{\partial \tau_\beta}{\partial \beta} \Big|_{\beta=\beta_0} = \frac{\partial S_0}{\partial \beta} \Big|_{\beta=\beta_0}, \quad (2)$$

$$S_0 - \mu(\sigma_0 + T \sin 2\beta) = T \cos 2\beta. \quad (3)$$

Левая часть данного равенства представляет собой сопротивление сдвигу S_β , а угол β_0 характеризует направление первого скольжения (сдвига).

Из двух последних условий вытекают два выражения

$$tg 2\beta_0 = \mu, \quad (4)$$

$$T = \frac{S_0 - \mu \sigma_0}{\sqrt{1 + \mu^2}}. \quad (5)$$

Формулами (4) и (5) указываются соответственно плоскость первых скольжений и величина предела текучести.

В рассматриваемом случае нагружения в плоскости первых скольжений всегда имеет место некоторое соотношение между нормальным и касательным напряжениями:

$$\sigma_{\beta_0} = k \tau_{\beta_0}, \quad (6)$$

где k пока неизвестный коэффициент пропорциональности.

На основе анализа известных экспериментальных данных А.Н.Ставрогина показано, что усредненное значение k не зависит от исходной структуры материала (для девяти горных пород, для которых угол α найден не менее чем для четырех видов напряженного состояния c , поскольку угол α в зависимости от c колеблется от 20° до 45°).

$$k = 2. \quad (7)$$

Максимальные отклонения от этой величины средних значений k для различных пород составляют $\pm 9\%$. Следовательно, можно принять, что c некоторой погрешностью коэффициент k в соотношении (6) равен значению (7). Подставив данное значение k в формулу (6) получим следующее уравнение для определения угла α :

$$5(1-c)^2 \cos^2 2\alpha + 2(1-c^2) \cos 2\alpha + (1+c)^2 - 4(1-c)^2 = 0. \quad (8)$$

Решением уравнения (8), удовлетворяющим рассматриваемой задаче, является:

$$\cos 2\alpha = \frac{-(1+c) + 2\sqrt{5(1-c)^2 - (1+c)^2}}{5(1-c)}. \quad (9)$$

Соотношение (9) справедливо, пока дискриминант не обратится в нуль, что происходит при $c=0,382$. При $c=0$ имеем $\cos 2\alpha=0,6$, что дает значение $\alpha=26,6^\circ$, а согласно (6) $S_0=2T$, т.е.

$$S_0 \Big|_{c=0} = \sigma_{1,1} \Big|_{c=0}. \quad (10)$$

При $c=1/3$ из формулы (9) следует $\cos 2\alpha=0$, т.е. $\alpha=45^\circ$, а из формулы (9) в этом случае имеем $S_0=T$. Такой вид напряженного состояния является особым: горная порода превращается в пластический материал, а критерий Кулона - Мора переходит в критерий Треска. Используя выведенные соотношения, условие текучести горных пород окончательно можно представить в виде:

$$T = S_0 / F(c), \quad (0 \leq c \leq 1/3), \quad (11)$$

где

$$F(c) = \frac{4\sqrt{5(1-c)^2 + (1+c)^2} - 2(1+c) + \sqrt{5(1-c)^2 + 3(1+c)^2} + 4(1+c)\sqrt{5(1-c)^2 + (1+c)^2}}{5(1-c)}$$

Таким образом, в указанном интервале изменения вида напряженного состояния формула (5) заменяется условием (11). Чтобы его использовать, надо еще определить параметр S_0 . Для этого необходимо иметь значения S_0 , по крайней мере, для двух видов напряженного состояния. Как правило, известна диаграмма одноосного сжатия. Тогда зависимость (11) дает нам первое значение S_0 . Если еще будет известен предел упругости при каком-либо трехосном сжатии ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$), то из ($F(c)$) имеем:

$$S_0 \Big|_{c=c^*} = [TF(c)] \Big|_{c=c^*} = \frac{1}{2} \left[\sigma_{1,1} (1-c) F(c) \right] \Big|_{c=c^*}. \quad (12)$$

Для определения S_0 при произвольном c можно применить линейную интерполяцию:

$$S_0 = \frac{1}{c^* - c_0} \left[S_0^0 (c^* - c) + S_0^* (c - c_0) \right], \quad (13)$$

где

$$S_0^0 = S_0 \Big|_{c=c_0}, \quad S_0^* = S_0 \Big|_{c=c^*}, \quad \text{причем не обязательно } c_0=0 \text{ (но } c^* > c_0).$$

Данный подход справедлив при пропорциональном нагружении, когда независимой переменной является параметр c . В случае сложного нагружения в качестве независимой переменной удобно выбрать μ . Например, для Коелтинского мрамора: $S_0 = 80 + 265\mu - 380\mu^2$, а для гранита: $S_0 = 140 + 1005\mu - 1350\mu^2$.

Апробация условия (11) по предлагаемой методике вычисления параметра S_0 на основе экспериментальных данных А.Н.Ставрогина (использованных при нахождении величины коэффициента k) дает вполне удовлетворительный результат.

Во второй главе, используя полученные в первой главе упругие константы и условие текучести материала, механизм деформационного упрочнения горных пород при сжимающих напряжениях моделируется с помощью понятия сопротивления сдвигу от локальных (идеализированных) скользящих, которые при определенных условиях сопровождаются разрывлением материала. Используется упрощенная концепция скользящих в трактовке М. Я. Леонова. Считается, что исследуемые материалы в области упругих деформаций являются ортотропными, причем, главные оси ортотропии совпадают с главными осями тензора напряжений. Рассмотрено пропорциональное и сложное нагружение.

Сопротивление сдвигу (S_β) можно представить в виде:

$$S_\beta = \left[S_0 - \mu \sigma_\beta \right] + \psi (T, \sigma_0, c) \cdot r_\beta + A \left[1 - \cos 2(\beta - \beta_0) \right] \quad (14)$$

где функция ψ - называется функцией упрочнения (или еще основной определяющей функцией), она зависит от инвариантов тензора напряжений и определяется по известным диаграммам деформирования конкретных материалов. Параметр A определенным образом выражается через предел упругости σ_{1y} :

$$A = 2\sigma_{1y} (1 - c) \quad (15)$$

В текущий момент времени (t)

$$\begin{aligned} S_\beta &= \tau_\beta, \text{ при } \dot{r}_\beta \neq 0, \dot{r}_\beta > 0, \\ S_\beta &> \tau_\beta, \text{ при } \dot{r}_\beta = 0, (\dot{r} = \partial r / \partial t). \end{aligned} \quad (16)$$

Соотношения связи между напряжениями и деформациями. Подставляя выражение для сопротивления сдвигу (14) в равенство (16), получим уравнение для определения интенсивности скользящих r_β . Зная r_β , вычислим компоненты пластической деформации и разрыхления, в которых $r(\beta) \neq 0$ в области скользящих в направлениях $\beta \in [\theta_1, \theta_2]$. Границы области скользящих $\theta_{1,2}$ находятся из условия непрерывности скользящих:

$$r(\theta_{1,2}) = 0 \quad (17)$$

Обозначая

$$\theta = \frac{1}{2}(\theta_2 - \theta_1), \quad \delta = \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2), \quad (18)$$

В результате получено:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= (1 - \lambda)(T\sqrt{1 + \mu^2} + A)N(\theta)/2\psi, \\ \Gamma_2 &= \Gamma_3 = -\left(\frac{1}{2} + \lambda\right)(T\sqrt{1 + \mu^2} + A)N(\theta)/2\psi, \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= (1 - \lambda)(T\sqrt{1 + \mu^2} + A)N(\theta)/2\psi, \\ \Gamma_2 &= \Gamma_3 = -\left(\frac{1}{2} + \lambda\right)(T\sqrt{1 + \mu^2} + A)N(\theta)/2\psi, \end{aligned} \quad (20)$$

причем

$$\begin{aligned} \cos 2\theta &= (S_0 + A - \mu \sigma_0) / (T\sqrt{1 + \mu^2} + A), \\ \text{tg } 2\delta &= (\mu T + A \sin 2\beta_0) / (T + A \cos 2\beta_0). \end{aligned} \quad (21) \quad (22)$$

Из сравнения (22) и (4) следует, что $\delta = \beta_0$.

Коэффициент разрыхления λ находится из сравнения диаграмм упрочнения при разных напряженных состояниях (c), он обращается в нуль при том же значении c , что и коэффициент $\mu(c)$. При $\lambda \neq 0$ сумма всех трех неупругих деформаций (19) не равна нулю, что и дает остаточное изменение объема при разгрузке или после разрушения образца.

Приведенные соотношения связи между напряжениями и неупругими деформациями справедливы при так называемой моногонной деформации, когда не происходит разгрузка ни в каком из направлений происшедших скользящих, а интенсивность скользящих в этих направлениях или растет, или, по крайней мере, не уменьшается. Из этого определения вытекает, что моногонная деформация возможна при условии постоянного расширения веса скользящих, обеспечивающего рост пластической деформации. Поскольку, согласно (18) $\theta_{1,2} = \delta \pm \theta$, указанное условие выполняется, если скорость изменения величин δ и θ удовлетворяют неравенству:

$$\dot{\delta} < \dot{\theta} \quad (23)$$

Отсюда вытекает ограничение на скорость изменения компонент тензора напряжений, при котором возможна моногонная деформация.

Известно, что при разгрузке от достигнутого за пределом упругости достаточно высокого напряжения (но меньшего предела прочности) возникает эффект Баушингера еще до полного снятия приложенного напряжения, т.е. еще до перемены знака напряжения. Будем считать, что снижение нагрузки после достижения предела прочности вызывает деформацию (на исчезающей ветви диаграммы деформирования), которая является результатом взаимодействия скользящих в некоторых прежних (до разгрузки) направлениях и в обратных направлениях в силу эффекта Баушингера.

Учитывая, что сопротивление сдвигу $S_{n(-)}$ в плоскости с нормалью n и направлением обратных скользящих ($-l$), увеличивается с ростом интенсивности обратных скользящих (r_β^-) и уменьшается с ростом приращения интенсивности скользящих (Δr_β^+) в некоторых прежних («прямых») направлениях, представим его по аналогии с (1) в виде

$$S_{n(-)} = S_0^- - \mu^- \sigma_\beta + \psi^- (r_\beta^- - \Delta r_\beta^+) + \psi^* r_\beta^* + A(1 - \cos 2(\beta - \beta_0)), \quad (24)$$

где S_0^- - функция уровня напряжений, подлежащая определению, как и ψ^- ; слагаемое $\psi^* r_\beta^*$ - представляет собой приращение сопротивления сдвигу от скользящих, накопленных к моменту времени t_* , когда достигается предел прочности. Замечая, что в этот момент $S_{nl}^* = \tau_{nl}^*$ ($S_{nl} \equiv S_\beta; \tau_{nl} \equiv \tau_\beta$) и что $S_{n(-)} = -\tau_{nl}$, получим систему соотношений:

$$S_0 - \mu^* \sigma^* + \psi r_{\beta}^* + A(1 - \cos 2(\beta - \beta_0)) = T^* \cos 2\beta \quad (i = i_*) \quad (25)$$

$$-S_0^- + \mu^* \sigma_{\beta}^* + \psi^- \Delta r_{\beta}^* - \psi^* r_{\beta}^* - A(1 - \cos 2(\beta - \beta_0)) = -T^* \cos 2\beta \quad (i > i_*)$$

Пологая (для упрощения) $\mu = \mu^*$ и складывая почленно, левые и правые части данных равенств, в результате, после простых преобразований найдем приращение интенсивности скольжений $\Delta r_{\beta} = \Delta r_{\beta}^+ - r_{\beta}^*$:

$$\psi^- \Delta r_{\beta} = (T^* - T) [\cos 2\beta + \mu^* \sin 2\beta] - (S_0^- - S_0) + \mu^* (\sigma_0^* - \sigma_0) \quad (26)$$

(звездочкой помечены все величины в момент начала разгрузки). Далее процедура вычисления приращений компонент изобразимой деформации, соответствующих насаждающей ветви, точно такая же, как и вычисление подобных компонент деформации до разгрузки. Кроме указанных отличий, в выражениях для сопротивления сдвигу, различными будут коэффициенты разрыхления при нагружении (λ) и разгрузке (λ^-). Не уменьшая общности, можно считать, что предел остаточной прочности достигается, когда все обратных скольжений заполнит собою полностью все прямых скольжений, т.е. в момент окончательного разрушения образца имеет место равенство $\cos 2\theta^- = \cos 2\theta^*$. Таким образом, в результате взаимодействия прямых и обратных скольжений раствор всеа суммарной интенсивности скольжений (Δr_p) изменяется в пределах $0 \leq 2\theta^- \leq 2\theta^*$, когда $\sigma_1^* \geq \sigma_1 \geq \sigma_{II}$ (индексом «II» помечен предел остаточной прочности; при этом $c_{II} = \sigma_{2II} / \sigma_{1II}$).

Не повторяя приведенных выше рассуждений и преобразований, укажем еще аналитическое выражение для величины $\cos 2\theta^-$

$$\cos 2\theta^- = \frac{S_0^- - S_0 - \mu^* (\sigma_0^* - \sigma_0)}{(T^* - T) \sqrt{1 + (\mu^*)^2}} \quad (27)$$

Если (ввиду малости величины $2\theta^*$) воспользоваться линейной интерполяцией

$$\cos 2\theta^- = \frac{1}{c_{II} - c} [(c_{II} - c) + (c - c^*) \cos 2\theta^*] \quad (28)$$

то, используя (27), можно определить функцию S_0^- .

Из условия аппроксимации (получаемыми таким образом аналитическими соотношениями) полных диаграмм «напряжение деформация», включающих насаждающую ветвь, находятся функции ψ , ψ и параметры μ , λ и λ^- . Конкретные вычисления проведены для Коелгинского мрамора и гранита табличные экспериментальные данные для которых, имеются в диссертационной работе.

В результате на рис.1 и рис.2 представлено сопоставление теории с экспериментом. Сплошные линии – экспериментальные данные, пунктир – расчетные кривые; напряжение $\sigma_2 = \sigma_3$, равно: 1 – 2,5МПа, 2 – 10МПа, 3 – 25МПа, 4 – 50МПа, 5 – 100МПа, 6 – 150МПа, 7 – 250МПа.

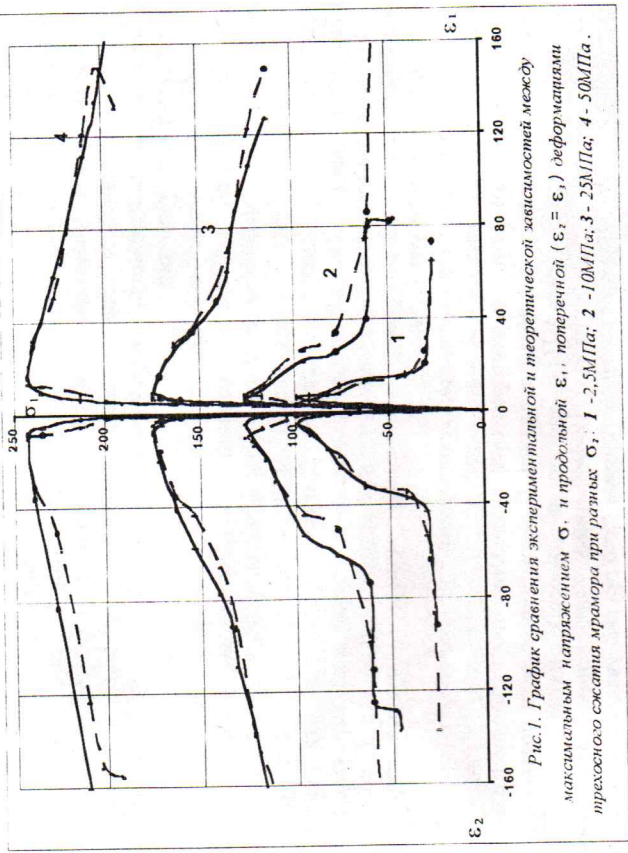


Рис.1. График сравнения экспериментальной и теоретической зависимости между максимальным напряжением σ_1 и продольной ϵ_1 , поперечной ($\epsilon_2 = \epsilon_3$) деформациями прихосного сжатия мрамора при разных σ_3 : 1 - 2,5МПа; 2 - 10МПа; 3 - 25МПа; 4 - 50МПа.

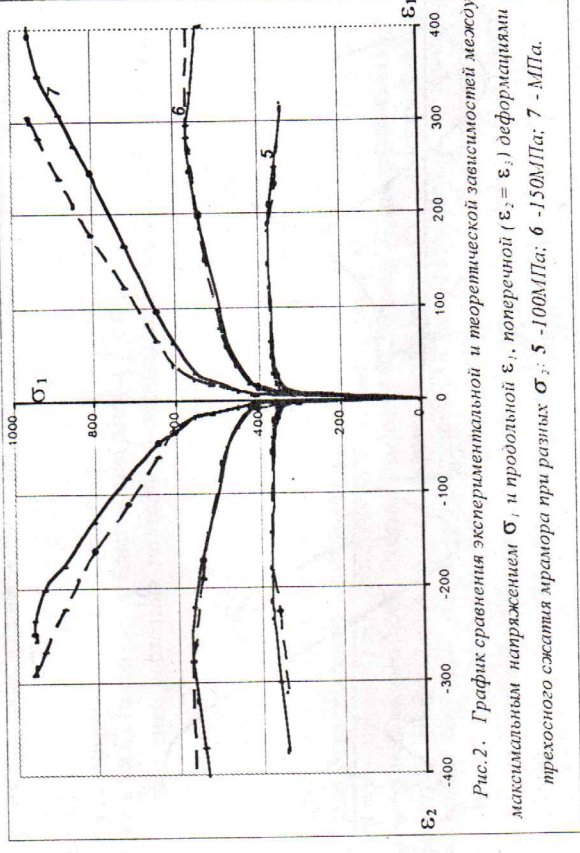


Рис.2. График сравнения экспериментальной и теоретической зависимости между максимальным напряжением σ_1 и продольной ϵ_1 , поперечной ($\epsilon_2 = \epsilon_3$) деформациями прихосного сжатия мрамора при разных σ_3 : 5 - 100МПа; 6 - 150МПа; 7 - 250МПа.

В третьей главе рассматривается, феноменологическая модель поведения материалов типа горных пород в процессе необратимого деформирования с учетом стадии предразрушения (разупрочнения) материала. Уравнение состояния записано в конечной форме и дополнено эволюционным уравнением для параметра повреждаемости, влияющего на изменчивость структуры при нагружении.

Описанные здесь особенности упругопластического деформирования позволяют четче и яснее воспринимать поведение горных пород, «конструировать» механизм явлений и вводить наглядные представления. В соответствии с этим пластическую деформацию будем связывать с образованием поверхностей скольжения, близких к действиям максимальных касательных напряжений. Поэтому диаграммы зависимости максимального касательного напряжения T от максимальной деформации сдвига Γ содержат информацию, учитывающую основные этапы упругопластического деформирования и разрушения.

При построении определяющих соотношений нельзя обойти вниманием характерный для горных пород эффект пластического разрыхления (дилатансии), который характеризуется зависимостью относительного изменения объема θ от деформации сдвига Γ . Эти зависимости построены на основании известных опытов А.Н.Ставрогина на одноосное сжатие.

На рис. 3.а) представлено качественное поведение паспортных зависимостей $T(\Gamma)$ (кривая 1) и $\theta(\Gamma)$ (кривая 2). Упругий участок диаграммы $T = T(\Gamma)$ ($\Gamma \leq \Gamma_e, T \leq T_e$) сменяется областью упрочнения, переходящей при $\Gamma = \Gamma_0, T = T_0$ в зону разупрочнения. После достижения (критического) сдвига Γ_c наступает разрушение.

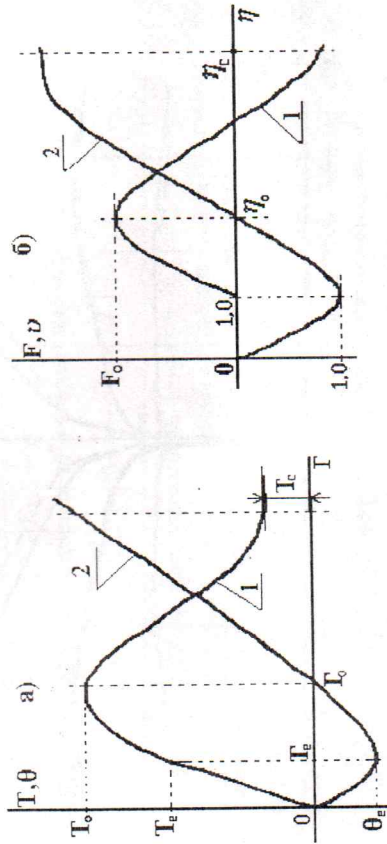


Рис. 3. Для описания закономерностей деформирования введем нормировку координат, полагаем

$$F = \frac{T}{T_e} - 1, \quad \eta = \frac{\Gamma}{\Gamma_c}, \quad \theta = \frac{\theta}{\theta_e}, \quad (29)$$

где θ_e - объемная деформация, соответствующая пределу упругости.

На основании (29) диаграммы $T(\Gamma)$ и $\theta(\Gamma)$ могут быть представлены в форме $F = F(\eta)$ и $\theta = \theta(\eta)$ - кривые 1, 2 на рис. 3.б). Нормированные напряжения F представляют собой отклик материала на механические воздействия и реагируют на дефекты не только исходного состояния, но и появившиеся в процессе нагружения.

В соответствии с классификацией пространственно-временных структур горные породы на больших глубинах могут считаться автоструктурами - локализованными пространственными образованиями, устойчиво существующими в диссипативных неравновесных средах и не зависящих от изменения начальных и граничных условий. Наряду с указанной независимостью, учетом диссипативности и нелинейности неравновесной среды, автоструктурам свойственно принять информацию при передаче возмущений в пространство и формулировать ансамбли макроструктур на различных масштабных уровнях. Именно поэтому процесс деформации и разрушения горных пород может рассматриваться как иерархия неустойчивостей, обусловленных самоорганизацией. Основная идея заключается в обоснованном использовании математического аппарата теории катастроф. Энергетическая функция состояния системы принимается в виде суммы

$$V(F, \eta, q) = V_p(F, \eta) + S(\eta, q), \quad (30)$$

причем $V(F, \eta, q)$ - некая «потенциальная» функция; $S = S(\eta, q)$ - возмущение, задаваемое в виде морсовского разложения; q - определяет семейство управляющих параметров (параметр несовершенства).

Введение параметров q позволяет считать функцию (30) лиридной для исследования диссипативных систем, к которым можно отнести неупругодеформируемый материал. Не устойчивое деформирование реализуется на ниспадающей ветви диаграммы $F - \eta$ (рис. 3.б).

Уравнение состояния получено минимизацией (30) и имеет следующий вид:

$$F = \frac{q}{\eta} + \eta + F_0. \quad (31)$$

Параметры несовершенства и повреждаемости. В структуру указанных уравнений входит параметр несовершенства q , следящий за изменчивостью текущего структурного состояния (управляющий параметр). В качестве скалярного параметра, ответственного за накопление несовершенств, принят параметр повреждаемости. Рассмотрим одну из возможностей материализации параметра повреждаемости в форме установленного экспериментально отношения текущего числа микротрещин (N), накапливаемых в процессе нагружения, к максимальному числу трещин (N_{\max}), соответствующего моменту разрушения. Изменение указанного параметра в процессе активного нагружения исследовалось методом акустической эмиссии. Акустическая эмиссия сопровождает весь процесс деформирования от стадии образования и перерождения комплексов микродефектов до полного разрушения.

На рис. 4. сплошной линией показана экспериментальная кривая, непосредственно описывающая кинетику образования микротрещин при

сжатия образцов из Кангского мрамора. При этом на оси ординат отложено отношение количества трещин, возникающих в процессе нагружения образца, к максимальному числу трещин, соответствующих моменту разрушения образца ($\omega = N/N_{\text{max}}$). По оси абсцисс расположено отношение нормированной деформации сдвига η к максимальному значению η_c , также отвечающего моменту разрушения ($\xi = \eta/\eta_c$).

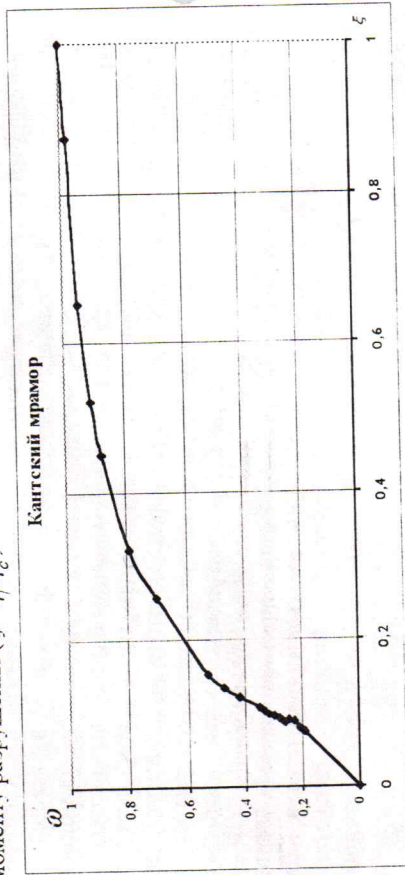


Рис. 4.

Обсудим установленные экспериментально зависимости $\omega - \xi$. Разрушения горной породы, как и других типов твердых тел, является процессом эволюционным, поскольку разрушение подготавливается повреждаемостью в процессе нагружения. Поэтому величину ω принимаем в качестве параметра повреждаемости.

Экспериментальную кривую изменения параметра повреждаемости (рис. 4.) можно рассматривать как логистическую кривую, хорошо исследованную в нелинейной неравновесной статистической механике. С использованием этой кривой описываются различные процессы, приводящие к насыщению — рост популяций в заданной среде, рекламная информация о распространении продукции и распределении технологических новшеств, накопление суммарной плотности дислокаций при деформации металлов. Все перечисленные процессы описываются единым кинетическим уравнением вида

$$\frac{d\omega}{d\xi} = A\omega(\omega^* - \omega), \quad (32)$$

причем применительно к деформации горных пород ω — параметр повреждаемости, ξ — параметр деформации, ω^* — критическая величина повреждаемости (насыщения), A — постоянная.

Решение уравнения (32) при граничном условии $\omega|_{\xi=0} = \omega_0$, где ω_0 — начальная повреждаемость, может быть записано так

$$\omega = \frac{\omega^*}{1 + \left(\frac{\omega^*}{\omega_0} - 1\right) \exp\left(-\frac{A\xi}{\omega^*}\right)}, \quad (33)$$

В рамках нелинейной неравновесной статистической механики для параметра повреждаемости вполне обоснованно может быть привлечен вариант уравнения Фоккера-Планка. Указанное уравнение определяет вероятность соответствия величины ω в данный момент времени координате ξ . Это уравнение запишем в виде

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(R(\xi)\omega - \lambda \frac{\partial \omega}{\partial \xi} \right) = 0 \quad (34)$$

Здесь $R = R(\xi)$ — функция, ответственная за внутреннее скольжение и разрыхление в материале (коэффициент "дрейфа"), λ — коэффициент диффузии, для горных пород принятый постоянным.

Физический пометек уравнения (34) заключается в равенстве временного изменения плотности вероятности $\omega(\xi)$, дивергенции потока вероятности, взятого со знаком минус. В механическом аспекте уравнение Фоккера-Планка отвечает условие сплошности.

Статическое нагружение считаем соответствующим стационарному состоянию, к которому, как упоминалось выше, стремится градиентная динамическая система. При этом непосредственно из (34) получаем:

$$\lambda \frac{\partial \omega}{\partial \xi} = R(\xi)\omega. \quad (35)$$

Кинетическое уравнение для параметра повреждаемости представлено в следующей форме

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\xi}{\lambda} \omega \left[\frac{b(1 - \ln \xi)}{\xi^2} - (b - c) \right], \quad (36)$$

где $\xi = d\xi/dt$ — скорость параметра деформации, b, c — постоянные материала.

Рассмотрим задачу установления связи между параметрами несовершенства q и повреждаемости ω .

Пусть на приращение параметра повреждаемости $d\omega$ параметр несовершенства откликается уменьшением на величину dq . Примем, что изменения ω пропорциональны параметру q . Полагаем, что указанные изменения происходят тем быстрее, чем выше значение ω и $\omega' = \partial \omega / \partial \xi$.

Следовательно,

$$dq = qK(\omega, \omega')d\omega, \quad (37)$$

где $K(\omega, \omega')$ — ядро, убывающее с ростом ω и ω' .

Решение уравнения (37) запишется так:

$$\ln \frac{q}{q_e} = \int \frac{K(\omega, \omega')}{\omega} d\omega, \quad (38)$$

причем в соответствии с (31) имеем

$$q_c = q|_{\eta=1} = -(1 + F_0). \quad (39)$$

Примем ядро $K(\omega, \omega')$ оператора (38) в виде

$$K(\omega, \omega') = \frac{\lambda}{\omega} - \frac{b-c}{\omega'} \quad (40)$$

После подстановки уравнения (40) в формулу интегрирования (38), получаем следующее уравнение:

$$\ln \frac{q}{q_e} = a + \frac{b \ln \xi_e}{\xi} + \frac{c}{\xi} \quad (41)$$

Итак, установлена связь между параметрами повреждаемости (41) и несовершенства (36) в параметрической форме через нормированную деформацию ξ .

С учетом полученных результатов эволюционного уравнения для параметра несовершенства представимо в виде

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\xi}{\xi^2} [b(1 - \ln \xi) - c] \quad (42)$$

при начальном условии

$$\left. \frac{q}{\xi} \right|_{\xi=\xi_e} = q_e \quad (43)$$

О моделировании об объемной деформации Выше указано, что характерной особенностью горных пород является зависимость изменения объема от сдвиговой деформации. Теории необратимых деформаций любого типа – деформационного, течения, скольжения или с внутренними параметрами состояния – должны некоторым образом учитывать дилатацию. Естественно при этом полагать, что вид функции $\vartheta = \vartheta(\eta)$ является отражением накопленных опытных данных.

Установление прямой функциональной связи $\vartheta = \vartheta(\eta)$ может сыграть значительную роль в обобщении полученных результатов для описания закономерностей деформирования при сложных напряженных состояниях и нагружениях. Более того, введение указанной связи должно быть полезным при постановке и решении краевых задач, поскольку даст дополнительное уравнение для перемещений.

В первом приближении считаем, что изменение объема за пределом упругости связано с накоплением несовершенств и определяется кусочно-линейной функцией вида

$$\theta = \begin{cases} k_1 \left(\frac{q}{q_e} \right) + k_2; & \xi_e \leq \xi \leq \xi_0 \\ k_3 \left(\frac{q}{q_e} \right) + k_4; & \xi_0 < \xi \leq 1 \end{cases} \quad (44)$$

где q/q_e – определяется формулой (44), а значения коэффициентов k_1, k_2, k_3, k_4 определены из сопоставления теоретических и опытных данных.

Уравнение состояния (36) перепишем в терминах $\xi = \eta/\eta_c$. Имеем

$$F = \frac{q}{\xi \eta_c} + \xi \eta_c + T_0 \quad (45)$$

где q – внутренний параметр состояния, который отождествляется с параметром повреждаемости; ξ – параметр деформации.

Заключение

1. Подтверждено господствующее в настоящее время мнение, что предположение об исходной ортогольной симметрии рассмотренных материалов лучше соответствует действительному их поведению в пределах упругости.
2. Алгоритмовано новое условие текучести горных пород, учитывающее (как и критерий Кулона-Мора) зависимость между нормальным и касательным напряжениями на площадке начальных скольжений. Предложена формула для определения ориентации этой площадки в зависимости от величины отношения значения бокового давления к значению осевого давления. При этом, в отличие от критерия Кулона-Мора, указывается точка на круге Мора, не лежащая на огибающей кругов Мора, а указывающая фактический угол среза при разрушении (который при пропорциональном нагружении совпадает с плоскостью начальных скольжений).
3. Показано, что в пределах разброса экспериментальных данных разрабатываемая модель скольжения и разрыхления хорошо отражает поведение мрамора и гранита, как в пределах, так и за пределами прочности вплоть до остаточной прочности.
4. С привлечением методов теории катастроф сформулирована модель деформации горных пород, включающая уравнение состояния в конечной форме, дополненное кинетическим уравнением для параметра несовершенства.
5. Предложена связь между параметрами несовершенства и повреждаемости в рамках статистического подхода.
6. Показана перспективность применения элементов синергетики к задачам построения физически обоснованных нелинейных определяющих соотношений. Это относится к описанию сред, для деформационного поведения которых характерны иерархия структурных состояний или переходы от одной диссипативной структуры к другой.

Основное содержание работы отражено в следующих публикациях:

1. О материальных функциях и константах модели, учитывающих деформационное упрочнение. // Материалы IV научной конференции КРСУ (Бишкек, май, 1997). – Бишкек: КРСУ, 1997, –с.62.
2. О физической природе параметра повреждаемости. // Материалы третьей научно-технической конференции КАСИ, Бишкек, 1999, –с.94-98, (соавторы: А.Дигамов Н.С, Тилегенов К.Т.).
3. Кинематика деформационного упрочнения горных пород. // Горная наука в Кыргызстане в XX веке. -Бишкек, Илим, 2000, –с.293-297, (соавтор: Рычков Б.А.).
4. Дополнение к теории перемешных коэффициентов сцепления и прочности. // Материалы научной конференции, посвященной 200-летию А.С.Пушкина КРСУ. -Бишкек, 2000, -с. 4-5, (соавтор: Рычков Б.А.).

сформулировано новое условие текучести, найдены параметры сопротивления сдвигу, а также использован метод теории катастроф к описанию процессов упрочнения и разупрочнения с учетом повреждаемости структуры.

РЕЗЮМЕ

Маматов Жаныбек Ысакович. Материалдардын дилатансиясын (көломдүн өзгөрүшү) талкалануучу эске алуу менен изилдөө.

Негизги сөздөр: тоо тектери, серпилчтилик, чоюмчактык, дилатансия бузулуучулук, жылышуу карылыгы.

Бул диссертациялык иште тоо тектеринин бекемдик калдыгынын четине (пределаине) жете, чыңалуулары менен деформацияларынын ортосундагы байланышты аныктоочу туунтамалар (катнаштар) иштелип чыккан. Ушундай материалдардын айрымдары үчүн баштапкы анизотропиянын параметрлери, алуу четинин жаңы шарты жана жылышуу карылыгынын параметрлери аныкталган, ошондой эле түзүмдүн (структуранын) бузулуусун эске алуу менен бекемдөө жана талкалануу процесстерин сүрөттөөгө катастрофалар теориясынын ыкмасы колдонулган.

RESUME

Mamatov Janybek Ysakovich. Research dilatancy of materials with calculation of disstrengthening.

Key words: mountain rocks, elasticity, plasticity, dilatancy, deformation hardening, durability, anisotropy, damage (destroying), resistance slipping.

In this dissertations work considered of the development determination between tension and deformations mountain rocks to the of residual strength limit carried out. For some of such materials the parameters of the initial anisotropy are determined, new fluidity condition is formulated, the parameters of stripping resistance are found, and also the method of the accidents theory to the description of hardening and disstrengthening processes by taking into account destroying of structure is used.

Тех редактор Ж.З. Кучкачова

Подписано в печать 22.09.04 Формат бумаги 60x84 1/16. Бумажта офсет. Объем 1 пл. Заказ №321. Тираж 100 экз. 720044, г. Бишкек, ул. Сухомятинина, 20

ИЦ «Генерал» КТУ, т. 42-14-55; 54-29-43; E-mail: jey@ktu.aknet.kg.

5. Упрутие и прочностные характеристики мрамора. // Материалы международной конференции: Современные технологии и управление качеством в образовании, науке и производстве: опыт адаптации и внедрения. КТУ (Бишкек, май, часть I, 2001). - Бишкек, 2001, - с.114-120.
6. Деформационное упрочнение и разупрочнение гранита. // Проблемы строительной отрасли и пути их решения. Сб. трудов республиканской научно-практической конференции (Бишкек, 4-6 июля, часть I, 2001). - Бишкек, Технология, 2001, - с.280-285.
7. Механика деформации горных пород. // Современные концептуальные положения в механике горных пород. - Бишкек, Илим, 2002, - с.201-209, (соавтор: Рычков Б.А.).
8. Об учете дилатансии и разупрочнения при деформировании горных пород. // Современные концептуальные положения в механике горных пород. - Бишкек, Илим, 2002, - с.214-222, (соавторы: Адигамов Н.С., Рудав Я.И.).
9. Условие текучести горных пород. // Современные концептуальные положения в механике горных пород. - Бишкек, Илим, 2002, - с.265-269, (соавтор: Рычков Б.А.).
10. Об учете дилатансии при деформировании геоматериалов. // Динамика и прочность материалов и конструкций. - Орск, 2003, - с.30-35, (соавтор: Кондратьева Е.И., Рычков Б.А.).
11. О необратимой деформации горных пород. // Проблемы естественно-технических наук, информационных технологий и управления на современном этапе. КГУСТА, - Бишкек, 2003, - с.222-232.
12. Упрочнения и разупрочнения при деформировании горных пород. // Вестник КГУСТА, - Бишкек, 2003, выпуск I (2) - с.47-53.
13. Дилатансии горных пород с позиции неравновесной статистической механики. // Вестник КГУСТА, - Бишкек, 2003, выпуск I (2) - с.53-59, (соавтор: Рудав Я.И.).
14. Дилатансия геоматериалов с учетом разупрочнения. // Вестник Самарского государственного Университета, 2004, спец выпуск, - с.89-94, (соавтор: Кондратьева Е.И., Рычков Б.А.).
15. Деформации горных пород с позиций супертектики. // Современные проблемы механики сплошных сред. Гидрогазодинамика и экогеологические процессы природы. - Бишкек, 2004, выпуск третий - с.120-131.

РЕЗЮМЕ

Маматов Жаныбек Ысакович. Исследование дилатансии материалов

с учетом разупрочнения

Ключевые слова: горные породы, упругость, пластичность, дилатансия, деформационное упрочнение, прочность, анизотропия,

повреждаемость, сопротивление сдвигу.

В данной диссертационной работе осуществляется разработка определений соотношений связи между напряжениями и деформациями горных пород вплоть до предела остаточной прочности. Для некоторых из таких материалов определены параметры начальной анизотропии,